МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського
"Харківський авіаційний інститут"

О.А. Бабушкін, М.І. Ігнатьєв

МАТЕМАТИКА ДЛЯ ІНВЕСТИЦІЙНИХ РОЗРАХУНКІВ

Навчальний посібник
для студентів факультету заочного навчання

Харків «ХАІ» 2008

ББК 65.9 (4УКР)-5в

Бабушкін О.А. Математика для інвестиційних розрахунків: навч. посібник для студентів заочного навчання / О.А. Бабушкін, М.І. Ігнатьєв. – Х.: Нац. аерокосм. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2008. – 48 с.

Викладено основи інвестиційної математики. Розглянуто основні принципи оцінки ефективності інвестиційних проектів. Подано контрольні роботи і описано методику їх виконання.

Для студентів економічних спеціальностей факультету заочного навчання.

Іл. 3. Бібліогр.: 12 назв

Рецензенти: д-р екон. наук, проф. П.Г. Перерва, проф. В.І. Успаленко

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА

Сьогодні не тільки фахівцям (бухгалтерам, фінансовим менеджерам, банківським співробітникам та ін.), але й пересічним громадянам доводиться здійснювати різноманітні фінансові операції, наприклад, брати кредит і сплачувати відповідні проценти, розміщувати гроші в банках і одержувати за це певну плату, вкладати гроші у цінні папери й отримувати дивіденди.

Для прийняття рішення про доцільність проведення будь-якої операції необхідно проаналізувати велику кількість варіантів (пропозицій), що відрізняються, наприклад, термінами виплат, тривалістю операцій, величиною кредиту і платежів, процентними або дисконтними ставками тощо.

Автори посібника ставили за мету ознайомити студентів економічних спеціальностей вузів з основами фінансової математики, тобто з математичним апаратом, що використовується для аналізу фінансових операцій. Він може стати в пригоді й читачам з вищою економічною освітою.

У посібнику подано теорію простих і складних процентів. Детально розглянуто такі поняття, як нарощування і дисконтування грошей, номінальних та ефективних ставок, а також ефекти, пов'язані з інфляційним знеціненням грошей.

Спираючись на власний досвід викладання матеріалу, що розглядається нижче, автори намагалися донести до студента основні ідеї (часову залежність вартості грошей і принцип еквівалентності у фінансових розрахунках) на елементарному рівні. Виходячи з цього у посібнику весь матеріал подано у вигляді розв'язання чисельних прикладів.

Зрозуміло, що розв'язання реальних фінансових задач, наприклад, аналіз сучасних кредитних операцій або обчислення ефективності інвестицій, потребує залучення не тільки елементарного, а й значно складнішого і досконалого математичного апарата. У такому випадку зацікавленому читачеві буде необхідно звернутися до фундаментальних праць з фінансової математики.

1. ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ВІДСОТКІВ

1.1. Поняття відсотка

Відомо, що у всіх фінансових операціях використовується процентна ставка.

Для того, щоб з'ясувати, що це таке, розглянемо найпростішу фінансову угоду – однократне надання в борг деякої суми грошей.

Нехай у борг надано деяку суму PV (Prezent Value) за умови, що через деякий час t буде повернута більша сума FV (Future Value).

Результативність такої операції може бути охарактеризована за допомогою абсолютного показника

$$\Delta P = FV - PV, \qquad (1.1)$$

або відносних показників

$$r = \frac{\Delta P}{PV} \qquad (1.2)$$

і

$$d = \frac{\Delta P}{FV} \qquad (1.3)$$

де **r** – процентна ставка (або, як її ще називають, ставка відсотка);

d – дисконтна ставка.

Обидва показники взаємозалежні.

Очевидно, що $r = \frac{d}{1-d}$ або $d = \frac{r}{1-r}$. (1.4)

1.2. Прості відсотки

Нехай первісний внесок **PV** інвестується на строк **t** років при призначеній прибутковості **r,** а відсоток нараховується на первісну суму. Тоді розмір капіталу через **t** років

$$FV = PV + \underbrace{PV \cdot r + PV \cdot r + PV \cdot r + \ldots + PV \cdot r}_{t \text{ раз}} = PV + PV \cdot t \cdot r,$$

тобто майбутня вартість вкладених коштів

$$FV = PV(1 + t \cdot r), \qquad (1.5)$$

де **PV –** основний капітал (базова сума, перший внесок, первісна сума внеску, вихідний інвестований капітал та ін.);

FV – кінцева сума внеску, визначена умовами кредитної угоди (інвестування);

r – процентна ставка за період нарахування (необхідна при інвестуванні), виражена десятковим дробом;

t – кількість періодів, за які здійснюється кожний процентний платіж.

Формула (1.5) є формулою простих відсотків, а схема їх нарахування – схемою простих відсотків.

Величину $\mathbf{q_{пр} = (1+t \cdot r)}$ називають множником нарощення простих відсотків.

Сума **FV,** в яку перетворюються вкладені кошти **PV** через певний проміжок часу з урахуванням деякої процентної ставки **r**, називається *майбутньою вартістю грошей (нарощеною сумою).*

Сума простого відсотка за обумовлений період нарахування

$$\mathbf{R = FV - PV = PV \cdot t \cdot r.} \tag{1.6}$$

Таким чином, *простим відсотком називається сума, що нараховується за первісною вартістю внеску наприкінці одного періоду платежу, визначеною умовами інвестування (кредитування)коштів.*

Іншими словами, схема простих відсотків припускає незмінність бази, за якою відбувається нарахування.

Нарахування за схемою простих відсотків здійснюється, як правило, у короткострокових фінансових операціях, коли інтервал нарахування збігається з періодом нарахування (і дорівнює строку, меншому за один рік) або коли після кожного інтервалу нарахування кредиторові виплачуються відсотки.

Процентна ставка належить до всього періоду дії кредитної угоди. Вона рідко задається для всього періоду угоди, а зазначається лише для деякого *базового* періоду. Зазвичай така процентна ставка фіксується у фінансових документах.

Стандартним (базовим) інтервалом часу у фінансових операціях є рік. У цьому випадку говорять про *річну* процентну ставку, що припускає однократне нарахування відсотків наприкінці року після одержання позички (кредиту).

Однак відсотки можуть нараховуватися за півріччя, квартали, місяці й навіть дні. У цих випадках річна процентна ставка називається *номінальною*. Тоді процентна ставка за один період нарахування буде дорівнювати відношенню номінальної ставки до кількості всіх періодів нарахування відсотків у році.

Номінальна (оголошена) процентна ставка – це процентна ставка, що зазначається стосовно до періоду в один рік і не коректується відповідно до частоти нарахування відсотків.

Нарощена сума обчислюється за формулою

$$FV = PV\left(1+\frac{r}{N}n\right), \tag{1.7}$$

де n – кількість періодів нарахування відсотка (кварталів, місяців або днів) протягом року;

r – номінальна (оголошена) процентна ставка;

N – кількість періодів нарахування відсотків в році.

У банківській системі вважають, що рік становить **360 днів**.

Наприклад, розрахунки в операціях з державними короткостроковими облігаціями виконуються на базі, що дорівнює **365 дням**.

Таким чином, інвестор одержить суму

$$FV = PV\left(1+\frac{r}{4}n\right), \tag{1.8}$$

якщо період нарахування відсотків вимірюється у кварталах (**N = 4)**;

$$FV = PV\left(1+\frac{r}{12}n\right), \tag{1.9}$$

якщо період нарахування відсотків вимірюється в місяцях (**N = 12);**

$$FV = PV\left(1+\frac{r}{360}n\right) \text{ або } FV = PV\left(1+\frac{r}{365}n\right), \tag{1.10}$$

якщо період нарахування відсотка вимірюється в днях (**N = 360** або **N = 365**).

1.3. Складні відсотки

Розглянемо випадок, коли внесок (інвестування) здійснюється за умови, що сума нарахованого відсотка не виплачується після кожного періоду, а приєднується до суми основного (первісного) внеску й при наступному платіжному періоді сама приносить дохід, інакше кажучи, за умови нарахування річної прибутковості із загальної суми, що включає раніше нараховані й незатребувані відсотки.

Тоді розмір капіталу становитиме:

– до кінця першого року (**$t = 1$** при **r** % річних)

$$(FV)_1 = PV+PV\cdot r = PV\ (1+r);$$

– до кінця другого року (**$t = 2$**)

$$(FV)_2 = (FV)_1+(FV)_1\cdot r = (FV)_1\cdot(1+r) = PV\cdot(1+r)(1+r) = PV\cdot(1+r)^2.$$

Отже, до кінця t-го року нарощена сума буде

$$FV = PV(1+r)^t, \qquad (1.11)$$

де **PV –** первісна сума внеску (інвестиції);

FV – кінцева сума внеску, визначена умовами кредитної угоди (інвестування);

r – норма прибутковості від вкладення;

t – кількість проміжків часу (років), за які провадяться вкладення.

Формула (1.11) є формулою *складних відсотків* (це основна формула теорії відсотків).

Відповідно сума відсотка **$R = FV – PV = PV[(1+r)\ t^{-1}]$.**

Складним відсотком називається сума доходу, що утворюється в результаті інвестування грошей за умови, що сума нарахованого простого відсотка не виплачується наприкінці кожного періоду, а приєднується до суми основного внеску й надалі в платіжному періоді сама приносить дохід.

Величину **$q_{сл} = (1+r)^t$** називають множником нарощення складних відсотків.

Приклад 1

Банк виплачує 5% річних за депозитним внеском. Відповідно до формули (1.5) \$100, вкладені зараз, через рік дорівнюватимуть

$$F_1 = 100(1+0,05) = 105 \text{ дол.}$$

Якщо вкладник вирішить залишити всю суму на депозиті ще на один рік, то до кінця другого року обсяг його внеску становитиме

$$F_2 = 105(1+0,05) = 110,25 \text{ дол.}$$

або

$$F_2 = 100(1+0,05)^2 = 110,25 \text{ дол.}$$

Таким чином, у випадку щорічного нарахування відсотків для особи, що надає кредит (або для інвестора), більш вигідними є:

● схема простих відсотків, якщо строк позички менше одного року;

● схема складних відсотків, якщо строк позички перевищує один рік (відсотки нараховуються щорічно).

Обидві схеми рівноцінні при тривалості періоду один рік і однократному нарахуванні відсотків.

1.4. Застосування схеми простих відсотків

Часто використовують короткострокові позички, тобто такі, що надаються на строк до одного року з однократним нарахуванням відсотків. У цьому випадку, як зазначалося раніше, для кредитора, який зазвичай й визначає свої умови при укладанні договору, більш вигідною є схема простих відсотків.

При розрахунках простих відсотків використовується проміжна процентна ставка, що дорівнює частці річної ставки, пропорційній частці часового інтервалу в році:

$$F = P\left(1 + \frac{r}{N}t\right), \tag{1.12}$$

де r – річна процентна ставка в частках одиниці;

t – тривалість фінансової операції в днях;

N – кількість днів у році.

Дріб $\frac{r}{N}$ являє собою денну ставку, а t – кількість періодів нарахування (у днях).

Іншою розповсюдженою операцією короткострокового характеру є операція з обліку векселів банком.

У цьому випадку користуються обліковою (дисконтною) ставкою.

Власник векселя на суму **FV** подає його в банк, погоджується врахувати, тобто купити, його, утримуючи на свою користь частину вексельної суми, яку часто називають *дисконтом*.

Банк пропонує власникові векселя суму **PV,** що обчислюється виходячи з оголошеної банком дисконтної ставки d. Очевидно, що чим вище її значення, тим більшу суму отримає банк на свою користь.

Розрахунок суми, що надається банком, здійснюється за формулою

$$PV = FV\left(1 + \frac{d}{N}t\right).$$

Різниця між номінальною **FV** і дисконтною **PV** величинами векселя являє собою комісійні, що відраховуються банком на свою користь за надану послугу:

$$FV-PV=FV-PV(1+\frac{d}{N}t)=FV(1-1+\frac{d}{N}t)=FV\frac{d}{N}t.$$

Дисконтування за цією формулою називається банківським дисконтуванням, яке на відміну від математичного дисконтування є процесом, зворотним до нарощення первісного капіталу.

1.5. Застосування схеми складних відсотків

В інвестиційних розрахунках процентна ставка є інструментом нарощення вартості коштів. Вона ж при цьому виступає як вимірник ступеня прибутковості інвестиційних операцій.

При проведенні фінансово-економічних розрахунків, пов'язаних з інвестуванням (кредитуванням) коштів, процеси нарощення вартості коштів можуть здійснюватися як за простими, так і складними відсотками.

Проте, як правило, при аналізі інвестиційних рішень прийнято використовувати складні відсотки. Це пов'язано з тим, що капітал, який генерує доходи, постійно зростає.

При оцінці ефективності інвестиційних проектів мають справу з процентною ставкою, оскільки аналіз, оснований на формалізованих алгоритмах, має сенс лише у відносно стабільній економіці, коли рівні процентних ставок невеликі й порівняно передбачувані в тому розумінні, що їхні значення не можуть змінитися з часом. До того ж виконуються прогнозні розрахунки, які не потребують підвищеної точності, оскільки їхні результати є лише орієнтиром.

Отже, при внутрішньорічних нарахуваннях нарощена сума визначається за формулою

$$FV=PV(1+\frac{r}{N})^{Nt}. \qquad (1.13)$$

Приклад 2

У банк вкладено гроші в сумі 5 млн грн на два роки під 20% річних.

При піврічному нарахуванні відсотків сума до кінця строку (**N = 2, t = 2)** становитиме

$$FV = 5(1+\frac{0,2}{2})^{2\cdot 2} = 7,2305 \text{ млн грн},$$

а при щоквартальному **(N = 4, t = 2) –**

$$FV = 5(1+\frac{0,2}{4})^{2\cdot 4} = 7,387 \text{ млн грн.}$$

Очевидно, що кінцева сума зростає зі збільшенням кількості періодів нарахування відсотків.

Таким чином, при оцінці вартості грошей у часі необхідно мати на увазі, що на результат оцінки дуже впливає не тільки розмір відсотка, але й періодичність виплат (або кількість платіжних періодів) протягом того самого загального строку, тобто іноді виявляється, що більш вигідним є інвестування грошей під меншу ставку відсотка, але з більшою періодичністю виплат.

Тому слід розрізняти *номінальну* (або *оголошену*) й *реальну* (*дійсну*) процентні ставки.

1.6. Ефективна річна процентна ставка

У контракті робиться застереження про номінальну процентну ставку (зазвичай річну), але вона не завжди відбиває реальну ефективність угоди. Для порівняння ефективності вкладення грошей при різній кількості нарахування відсотків у році вводять поняття *ефективної* процентної ставки $\mathbf{r_{еф}}$. Вона виражає реальну прибутковість (норму прибутку інвестицій) і є універсальною для будь-якої схеми нарахування відсотків.

Ефективна процентна ставка – це річна процентна ставка, що забезпечує такий же процентний дохід, як і номінальна ставка, при нарахуванні за нею відсотків N раз у році.

Таким чином, за визначенням ефективної процентної ставки маємо ту саму величину майбутнього значення грошей, що одержуються:

– при нарахуванні відсотків **N** раз у році за номінальною процентною ставкою **r**, тобто

$$FV = PV(1+\frac{r}{N})^{Nt};$$

– при нарахуванні відсотків 1 раз у році за процентною ставкою $\mathbf{r_{еф}}$, тобто

$$FV = PV(1+r_{еф})^{t}.$$

Отже, $$PV(1+\frac{r}{N})^{Nt} = PV(1+r_{еф})^t,$$

звідки одержуємо залежність між ефективною процентною ставкою і номінальною

$$r_{еф} = (1+\frac{r}{N})^N - 1. \qquad (1.14)$$

Щоб уникнути непорозумінь при інвестуванні або одержанні кредиту, необхідно оцінювати саме ефективну ставку.

1.7. Нарахування відсотків за дробове число років

У цьому випадку відсотки можуть нараховуватися:

а) за схемою складних відсотків

$$F_n = P(1+r)^{W+f}; \qquad (1.15)$$

б) за змішаною схемою (для цілого числа років використовується схема складних відсотків, а схема простих відсотків – для дробової частини року)

$$F_n = P(1+r)^W \cdot (1+fr), \qquad (1.16)$$

де **W** – ціле число років;

f – дробова частина року.

Оскільки $f<1$, то $(1+fr) > (1+r)^f$, отже, нарощена сума буде більшою при використанні змішаної схеми.

Можливі фінансові контракти, в яких нарахування відсотків здійснюється за внутрішньорічними півперіодами, а тривалість загального періоду дії контракту не дорівнює цілому числу півперіодів.

Тому в цьому випадку нарахування відсотків можливе:

а) за схемою складних відсотків;

б) змішаною схемою.

1.8. Вплив інфляції на процентну ставку

Як відомо, інфляція характеризується індексом інфляції **i** й темпом інфляції τ.

Між ними існує така залежність:

$$i = 1+\tau. \qquad (1.17)$$

Для визначення діючої ефективності фінансових операцій слід розрізняти номінальну й реальну величини процентних ставок.

Взаємозв'язок між ними можна подати у вигляді рівняння Фішера

$$1+r=(1+y)(1+\tau), \qquad (1.18)$$

де r – номінальна ставка відсотка;

y – реальна ставка відсотка.

Звідси $$y = (1+r)/(1+\tau).$$

Розкриваючи дужки в цьому виразі, запишемо $1+r=1+y+\tau+y\tau$.

Якщо значення реальної ставки при інфляції невисокі, то величиною $y\tau$ можна знехтувати.

Тоді рівняння Фішера набере вигляду

$$r = y+\tau, \text{ отже, } y = r-\tau.$$

У фінансових обчисленнях через інфляцію вводяться два поняття:

1. Номінальна вартість грошей $FV_н$ – обсяг грошової маси, яка буде отримана в майбутньому через певний строк за умови, що норма прибутковості за договором становить r, тобто

$$FV_н = PV(1+r).$$

2. Реальна вартість грошей $FV_р$ – величина грошової маси, яка може бути отримана вкладником (інвестором) у припущенні, що ціни не зміняться і темп інфляції дорівнюватиме нулю.

Для розрахунку реальної вартості грошей провадиться таке коректування:

$$FV_р = PV(1+r_р) \longrightarrow (1+r) = (1+r_р)(1+\tau) \longrightarrow (1+r_р) = \frac{1+r}{1+\tau},$$

звідки

$$FV_р = PV\frac{(1+r)^t}{(1+\tau)^t}. \qquad (1.19)$$

У загальному випадку одержимо таке збільшення інвестованої суми:

$$FV = PV\cdot(1+r_р+\tau+r_р\cdot\tau) = PV\cdot(1+r_р)(1+\tau).$$

Для коректування на інфляцію береться не тільки основна сума грошей, але й процентний дохід, тобто

$$FV = PV\cdot(1+\tau) + PV\cdot r_р\cdot(1+\tau) = PV\cdot(1+r_р)(1+\tau).$$

Остаточно для норми прибутковості одержимо

$$\mathbf{r = r_p+\tau+r_p\tau = r_p+IP,}$$

де **IP** – інфляційна премія.

У загальному випадку можливі три результати розрахунку:

1) $\mathbf{r > \tau}$ (норма прибутковості більша за темп інфляції) – це природний шлях інвестування грошей, гроші приносять дохід, незважаючи на інфляцію;

2) $\mathbf{r = \tau}$ **–** інфляція «з'їдає» тільки дохід, інвестувати гроші безглуздо, краще вкласти їх у реальні активи, які зберігають свою вартість;

3) $\mathbf{r < \tau}$ **–** інфляція «з'їдає» і дохід, і частину основного капіталу, тому краще вкладати гроші в нерухомість.

У загальному випадку, якщо $\mathbf{r_p}$ – реальна процентна ставка прибутковості, а $\boldsymbol{\tau}$ – темп інфляції, то номінальну (контрактну) норму прибутковості можна записати за допомогою формули

$$r_p = \tau+r.$$

Величина $r+r\tau$ є як би інфляційною премією.

Приклад 3

Нехай інвестор вклав 1200 грн у деякий фінансовий інструмент, що приносить йому прибутковість при ставці **r** = 20% річних, і це є реальна прибутковість, тобто прибутковість у припущенні, що ціни не змінюються й темп інфляції дорівнює нулю.

У такому випадку інвестор через рік має одержати

FV=1200(1+0,20)=1440 грн.

Якщо темп інфляції протягом року становив 30%, то нарощена сума грошей коректується з урахуванням інфляції:

FV = 1440(1+0,30) = 1872 грн.

Прогнозування темпів інфляції – дуже складний процес, що відбувається на фоні великої кількості невизначеностей. Це особливо характерно для країн з нестійким економічним становищем. Крім того, на темпи інфляції в окремі періоди значною мірою впливають суб'єктивні фактори, що слабо піддаються прогнозуванню. Тому один з найбільш реально значущих підходів може полягати в такому: вартість інвестованих коштів і суми коштів, що забезпечують повернення, перераховуються з національної валюти в одну з найбільш стійких твердих валют (долар США, фунт стерлінгів Великої Британії, німецька марка). Перерахування здійснюється за біржовим курсом на момент проведення розрахунків.

1.9. Безперервне нарахування відсотків

Раніше розглянуті операції нарахування відсотків називаються дискретними.

Зменшуючи фіксований проміжок часу (період нарахування відсотків) і збільшуючи частоту нарахування відсотків, можна перейти до так званих безперервних відсотків.

На практиці при виплаті дивідендів нерідко робиться застереження про величину річного відсотка й кількість періодів нарахування відсотків. У цьому випадку розрахунок ведеться за схемою складних відсотків по півперіодах і за ставкою, що дорівнює пропорційній частці вихідної річної ставки, за формулою

$$F_n = P\left(1+\frac{r}{m}t\right)^{nm}, \tag{1.20}$$

де $\mathbf{r}$ – оголошена річна ставка відсотка;

$\mathbf{m}$ – кількість нарахувань у році;

$\mathbf{n}$ – кількість років.

Очевидно, що зі зростанням частоти нарахування накопичена сума збільшується. Максимально можливе нарощення буде при нескінченному дробленні річного інтервалу. З формули (1.20) одержуємо

$$F_n = \lim_{m \to \infty} P\left(1+\frac{r}{m}\right)^{nm} = Pe^{rn},$$

тому що відповідно до чудової межі

$$\lim_{m \to \infty}\left(1+\frac{1}{m}\right)^{m} = e$$

– число Ейлера.

Уводять спеціальне позначення безперервної ставки – $\boldsymbol{\delta}$, називають її *силою зростання*.

Тоді формула для знаходження нарощеної суми за $\mathbf{n}$ років при безперервному нарахуванні відсотків набуде вигляду

$$F_n = Pe^{\delta n}, \qquad (1.21)$$

де $e^{\delta n}$ – множник нарощення.

Цю формулу використовують й у тих випадках, коли **n** не є цілим числом.

2. КОНЦЕПЦІЯ ВАРТОСТІ ГРОШЕЙ У ЧАСІ

Кінцева сума внеску визначається за формулою

$$FV = PV\cdot(1+r)^t.$$

Процедура розрахунку цієї суми за вихідною величиною **PV** і процентною ставкою **r** у фінансових обчисленнях називається процесом *нарощення (compounding).*

У даній формулі нарощена сума **FV** є шуканою величиною, а ставка відсотка, що використовується в операції, – *ставкою нарощення*.

Економічний зміст фінансової операції нарощення полягає у визначенні величини тієї суми грошей, яку інвестор бажає мати по закінченні цієї операції.

З економічної точки зору для кредитора кредитні операції належать до *інвестицій*, тому що кредитор, надаючи в розпорядження позичальника грошові або інші кошти, одержує дохід у вигляді відсотка на них.

У випадку одержання банківської позички банк виступає в ролі кредитора (інвестора), а особа, яка бере позичку, – у ролі позичальника.

Часто доводиться розв’язувати обернену задачу:

яку суму **PV** *треба вкласти в справу (інвестувати), щоб через* **t** *років одержати нарощене значення* **FV**?

Така ситуація виникає в тих випадках, коли необхідно визначити, скільки коштів треба інвестувати сьогодні для того, щоб через певний період часу одержати заздалегідь визначену їхню суму.

Відповідь тут очевидна:

$$PV = \frac{FV}{1+rt} = FV\cdot\alpha_t \qquad (2.1)$$

– за схемою простих відсотків**,** або

$$PV = \frac{FV}{(1+r)^t} = FV \cdot \alpha_t \qquad (2.2)$$

– за схемою складних відсотків.

Процес (процедура) визначення суми, яку треба інвестувати сьогодні, щоб одержати необхідну (бажану) суму потім (у майбутньому) за призначеною (заданою) процентною ставкою, називається *дисконтуванням*.

Процес визначення сьогоднішньої (поточної, справжньої) вартості грошей, якщо відома їхня майбутня вартість, являє собою операцію, зворотну нарощенню при обумовленому кінцевому розмірі коштів, тобто за допомогою дисконтування враховується фактор часу.

Гроші в умовах ринкових відносин набули об'єктивно існуючої характеристики – *вартість у часі*. Воно й зрозуміло, тому що з економічної точки зору безглуздо говорити про величину грошової суми без зазначення дати її одержання. Очевидно, що 1000 грн сьогодні й 1000 грн, що очікуються через рік, не є рівноцінними.

Тому можна зробити висновок, що краще мати гроші сьогодні, оскільки маємо можливість змусити наші гроші працювати вже зараз і приносити нам дохід.

Цей факт породжує дуже важливий принцип, що застосовується в теорії фінансів і при аналізі інвестицій:

грошова одиниця зараз коштує більше, ніж та, яка буде отримана в майбутньому, тому що вона може бути інвестована й дасть прибуток.

Даний принцип одержав назву *вартості грошей у часі*.

На ньому ґрунтується концепція вартості грошей у часі, суть котрої полягає в тому, що вартість грошей із часом змінюється з урахуванням норми прибутковості на грошовому ринку й ринку цінних паперів, якою зазвичай служить норма позичкового відсотка (або відсотка). У цьому випадку під відсотком розуміють суму доходів від використання грошей на грошовому ринку.

Фінансові обчислення, що базуються на цьому понятті, найбільш широко застосовуються для оцінки варіантів інвестиційних вкладень (проектів), в операціях на ринку цінних паперів й ін.

Розроблено моделі й алгоритми, що дозволяють орієнтуватися в дійсні ціні майбутніх доходів з позиції сучасного моменту.

Концепція відіграє головну роль у різного роду фінансово-економічних розрахунках і в практиці інвестиційних розрахунків. В останньому випадку, як правило, доводиться порівнювати вартість грошей на початку їх інвестування з вартістю грошей при поверненні їх у вигляді майбутнього прибутку, тобто виникає необхідність порівняння між собою різних сум грошей у різні моменти часу. Тому виникають два основних поняття: *майбутня вартість грошей і справжня вартість грошей.*

Майбутня вартість грошей – сума, в яку перетворяться вкладені в даний момент кошти через певний період часу з урахуванням деякої процентної ставки.

Справжня (теперішня, сьогоднішня) вартість грошей – це сума майбутніх грошових надходжень, приведених до поточного моменту часу з урахуванням ставки відсотка на цей момент.

Перерахування майбутньої суми до теперішнього часу й порівняння грошових сум у будь-які моменти часу називається процесом *приведення* (*дисконтування*), шукана величина **PV** – *приведеною сумою* (приведеним, поточним, справжнім, теперішнім, сьогоднішнім значенням очікуваної в майбутньому до одержання суми **FV,** що належить до майбутнього моменту часу **t**), а прогнозна ставка, що використовується в операції, – *дисконтною ставкою*.

Множники α_t у формулах (2.1) і (2.2) називають дисконтними множниками за період **t,** які показують, у скільки разів первісна сума менша за нарощену. Вони дозволяють визначити справжню (сьогоднішню, поточну, теперішню) вартість (фінансовий еквівалент) майбутньої грошової суми:

$$\frac{1}{1+rt}=\alpha_t$$

– дисконтний множник за простою процентною ставкою;

$$\frac{1}{(1+r)^t}=\alpha_t$$

– дисконтний множник за правилом складного відсотка.

Поняття *майбутньої вартості грошей і справжньої вартості грошей* використовують в процесі порівняння вартості коштів при їх інвестуванні й поверненні.

Поточна вартість є основою для порівняння різних фінансових проектів, оскільки дозволяє привести різні суми (внески або виплати) до того самого моменту часу й порівняти їх з поточною (сьогоднішньою, справжньою) вартістю. Її визначення пов'язано з процедурою дисконтування цієї вартості, що являє собою операцію, зворотну нарощенню при визначеному кінцевому розмірі коштів.

При проведенні фінансово-економічних розрахунків, пов'язаних з інвестуванням коштів, процеси нарощення й дисконтування вартості грошей можуть здійснюватися як за схемою простих, так і складних відсотків. Прості відсотки застосовуються, як правило, при короткостроковому інвестуванні, а складні – при довгостроковому.

Значення показника α_t можна подати у вигляді графіка або таблиці (див. Додаток Б).

Таким чином, одну й ту саму суму грошей можна розглядати з двох позицій:

1) її справжньої вартості;
2) її майбутньої вартості.

При цьому арифметична вартість грошей у майбутньому завжди вища.

3. НАРОЩЕННЯ Й ДИСКОНТУВАННЯ ПОТОКІВ ГРОШОВИХ СУМ

Оскільки процес інвестування, як правило, має більшу тривалість, у практиці аналізу ефективності капітальних вкладень доводиться мати справу не з одиничними сумами, а з деякими потоками коштів, які підприємство регулярно виплачує або одержує.

3.1. НАДХОДЖЕННЯ КОШТІВ НАПРИКІНЦІ РОКУ

Грошовий потік – основний показник, що характеризує ефективність інвестицій у вигляді повернених інвестору коштів. Основою грошового потоку за інвестиціями є чистий прибуток і сума амортизації матеріальних і нематеріальних активів.

Зобразимо грошові потоки на часовій шкалі (рис. 3.1).

На цьому рисунку введено такі позначення:

– CF_k (від **C**ash **F**low – готівка, потік) – елемент грошового потоку, майбутні надходження або дохід, що планується до одержання в k-му році;

– $(PV)_k$ – поточна (або приведена) вартість грошей, тобто оцінка величини CF_k з позиції сучасного моменту;

– **r** – коефіцієнт дисконтування (дисконтна ставка);

– **k** – номер періоду, в якому розглядається грошовий потік, або номер минулого року.

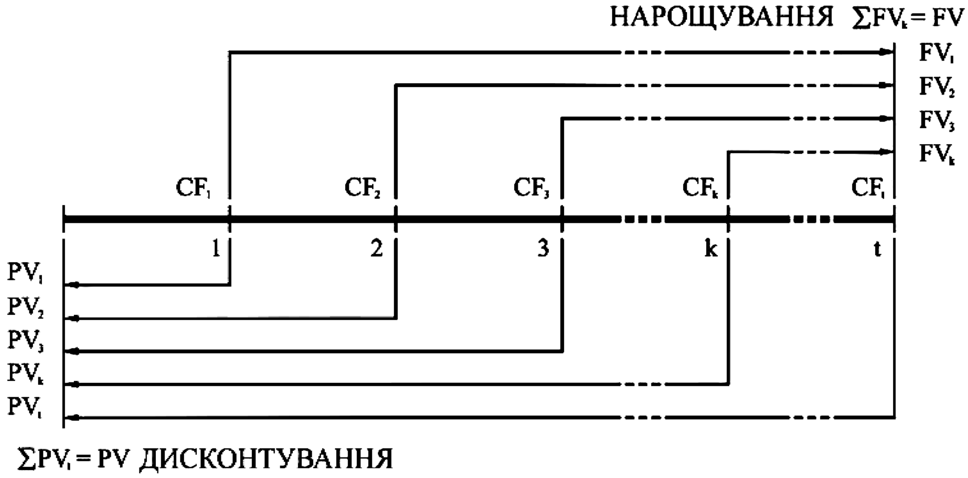


Рис. 3.1. Зображення грошових потоків на часовій шкалі

Процентну ставку (ставку дисконтування), що використовується для перетворення (приведення) майбутньої вартості в приведену вартість, ще називають *ставкою капіталізації*.

Як уже зазначалося, **PV** (Present Value – справжня вартість) – це справжнє значення грошового потоку, **FV** (Future Value – майбутня вартість) – майбутнє значення грошового потоку.

Використання в розрахунках складного відсотка більш логічне, оскільки капітал, що генерує доходи, постійно зростає. Схема простих відсотків використовується в банківських розрахунках за короткостроковими позичками зі строком погашення до одного року.

Обчислення нарощеної й дисконтної оцінок сум коштів у цьому випадку здійснюється шляхом використання формули нарощення за схемою складних відсотків

$$FV=PV(1+r)^t$$

для кожного елемента грошового потоку.

Звідси

$$(PV)_k = \frac{CF_k}{(1+r)^k} = CF_k \alpha_k, \qquad (3.1)$$

де $\alpha_k = \dfrac{1}{(1+r)^k}$ – дисконтний множник;

CF_k – елемент грошового потоку.

Використовуючи формулу нарощення для кожного елемента грошового потоку від CF_1 до CF_t, одержимо його майбутнє значення:

$$FV = CF_1(1+r)^{t-1} + CF_2(1+r)^{t-2} + \ldots + CF_t(1+r)^{t-t},$$

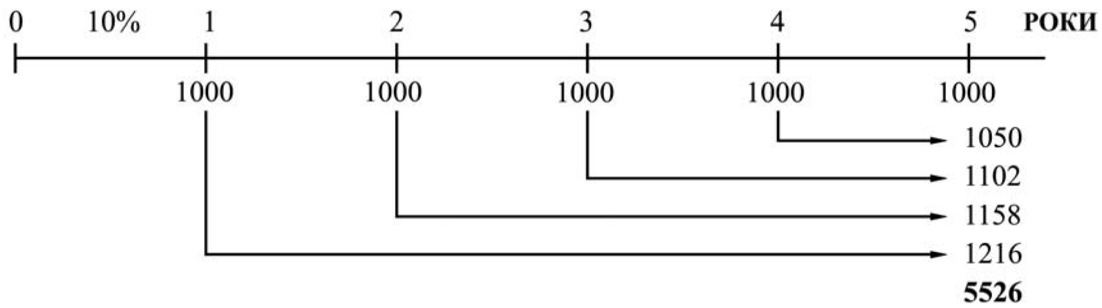
або

$$FV = \sum_{k=1}^{k=t} CF_k (1+r)^{t-k}. \qquad (3.2)$$

Приклад 4

Після впровадження заходу щодо зниження адміністративних витрат підприємство планує зекономити $1000 у рік, які передбачає розмістити на депозитному рахунку (під 5% річних) для того, щоб через 5 років накопичені гроші використати для інвестування. Яка сума виявиться на банківському рахунку підприємства?

Розв'яжемо задачу з використанням часової лінії:



Таким чином, через 5 років підприємство накопичить $5526, які зможе інвестувати.

Дисконтування грошових потоків здійснюється шляхом багаторазового використання формули (3.1), в результаті чого одержимо вираз

$$PV = \frac{CF_1}{(1+r)^1} + \frac{CF_2}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{CF_t}{(1+r)^t} = \sum_{k=1}^{k=t} \frac{CF_k}{(1+r)^k} = \sum_{k=1}^{t} CF_k \cdot \alpha_k \qquad (3.3)$$

Приклад 5

Підприємство придбало облігації муніципальної позики, які приносять йому дохід \$15000, і хоче використати ці гроші для розвитку власного виробництва. Підприємство оцінює прибутковість інвестування одержуваних щороку \$15000 в 12 %. Необхідно визначити справжнє значення цього грошового потоку.

Розв’яжемо цю задачу за допомогою такої таблиці:

Рік	Множник дисконтування при 12 %	Потік грошей CF_k	PV_k
1-й	0,893	15000	13395
2-й	0,797	15000	11955
3-й	0,712	15000	10680
4-й	0,636	15000	9540
5-й	0,567	15000	8505
Разом	$\sum \alpha_k = 3{,}605$	$\sum CF_k = 75000$	**PV = 54075**

За результатами розрахунків можна зробити такі висновки:

– дисконтоване значення грошового потоку істотно менше від арифметичної суми елементів грошового потоку;

– чим далі в часі, тим менше справжнє значення грошей (\$15000 через рік зараз коштують \$13395, \$15000 через 5 років зараз коштують \$8505).

3.2. НАДХОДЖЕННЯ КОШТІВ НА ПОЧАТКУ РОКУ (ДОДАТКОВІ ВКЛАДЕННЯ АБО ІНВЕСТИЦІЇ)

Зобразимо грошові надходження на часовій шкалі (рис. 3.2).

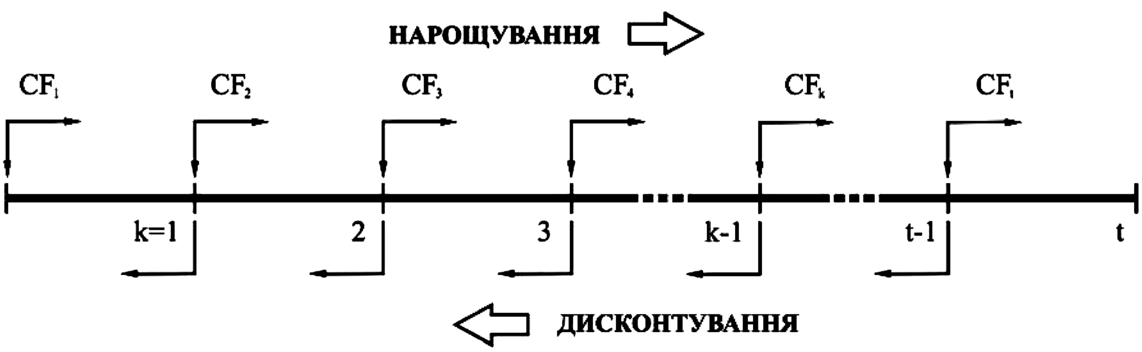


Рис. 3.2. Зображення інвестицій на часовій шкалі

Визначимо майбутнє значення (вартість) усіх надходжень:

$$FV = CF_1(1+r)^t + CF_2(1+r)^{t-1} + CF_3(1+r)^{t-2} + \ldots + CF_k(1+r)^{t-k+1} +$$

$$+ \ldots + CF_t(1+r)^{t-t+1} = \sum_{k=1}^{t} CF_k(1+r)^{t-(k-1)},$$

тобто

$$FV = \sum_{k=1}^{t} CF_k(1+r)^{t-(k-1)}. \qquad (3.4)$$

Справжня вартість усіх надходжень

$$PV = CF_1 + \frac{CF_2}{(1+r)^1} + \ldots + \frac{CF_k}{(1+r)^{k-1}} + \ldots + \frac{CF_t}{(1+r)^{t-1}} =$$

$$= \sum_{k=1}^{t} \frac{CF_k}{(1+r)^{k-1}} = \sum_{k=1}^{t} CF_k \cdot \alpha_{k-1},$$

тобто

$$PV = \sum_{k=1}^{t} \frac{CF_k}{(1+r)^k} = \sum_{k=1}^{t} CF_k \cdot \alpha_{k-1}. \qquad (3.5)$$

3.3. АНУЇТЕТ

Окремі види грошових потоків, що оцінюються у часі, здійснюються послідовно через однакові проміжки часу й у однакових розмірах.

Така послідовність грошових потоків (рівномірних платежів) називається *ануїтетом*. Для обчислення майбутнього значення ануїтету використовується формула

$$FV = CF \sum_{k=1}^{k=t} (1+r)^{t-k},$$

яка випливає з виразу (3.2) при **CF_k = const.**

Прикладами ануїтету можуть бути щоквартальні суми відсотків за облігаціями або ощадними сертифікатами, рівномірна сплата внесків за орендоване майно й ін. Подання послідовності грошових потоків (платежів) у вигляді ануїтету істотно спрощує процес нарощення або дисконтування вартості грошей, дає можливість використовувати набір спрощених формул зі стандартними значеннями окремих показників, які наведено в спеціальних фінансових таблицях.

Для ануїтету

$$PV = CF\sum_{k=1}^{k=t}\frac{1}{(1+r)^k} = CF\sum_{k=1}^{t}\alpha_k\ , \qquad (3.6)$$

де $\alpha_k = \frac{1}{(1+r)^k}$ – дисконтний множник для k-го періоду нарахування відсотків.

4. ПОРІВНЯННЯ АЛЬТЕРНАТИВНИХ МОЖЛИВОСТЕЙ ВКЛАДЕННЯ КОШТІВ

Техніка оцінки вартості грошей у часі дозволяє вирішити ряд важливих завдань порівняльного аналізу альтернативних можливостей вкладення грошей. Розглянемо комплексно цю можливість на такому прикладі.

Приклад 6

Розглянемо потік $1000, що генерується якою-небудь інвестицією протягом трьох років. Розрахункова норма прибутковості інвестування коштів підприємства становить 10%.

Відповімо на ряд запитань, пов'язаних з різними ситуаціями для цього потоку.

Запитання 1. Яка сучасна вартість даного потоку?

Визначимо її за формулою (3.3):

$$PV = \frac{CF_1}{(1+r)^1} + \frac{CF_2}{(1+r)^2} + \frac{CF_3}{(1+r)^3} = 1000\left(\frac{1}{1{,}1^1} + \frac{1}{1{,}1^2} + \frac{1}{1{,}1^3}\right) = 2486{,}85\ .$$

Запитання 2. Яка майбутня вартість $2486,85 на кінець 3-го року (якщо гроші вкладено в банк під r = 10% річних)?

Знайдемо її величину за формулою (1.11):

$$FV = PV(1+r)^3 = 2486{,}85 \times 1{,}1^3 = 3310.$$

Запитання 3. Яка майбутня вартість потоку коштів на кінець 3-го року?

Знайдемо її величину за формулою (3.2):

$$FV_{CF} = CF_1(1+r)^2 + CF_2(1+r) + CF_3 = 1000 \times 1{,}1^2 + 1000 \times 1{,}1 + 1000 = 3310.$$

Очевидно, що на друге й третє запитання відповіді однакові. Тому можна зробити такий висновок: якщо інвестиції в розмірі $2486,85 генерують потік $1000, $1000, $1000, то на кінець 3-го року інвестор одержить ту ж саму суму $3310, якби він просто вклав $2486,85 у фінансові інструменти під 10 % річних.

5. ОБЛІК ІНФЛЯЦІЇ ПРИ ВИЗНАЧЕННІ СПРАВЖНЬОЇ І МАЙБУТНЬОЇ ВАРТОСТІ ГРОШЕЙ

В інвестиційній практиці постійно доводиться звертати увагу на фактор інфляції, що з часом знецінює вартість коштів. Це зумовлено тим, що інфляційне зростання індексу середніх цін спричиняє відповідне зниження купівельної спроможності грошей.

При розрахунках, пов'язаних з коректуванням грошових потоків у процесі інвестування з урахуванням інфляції, прийнято використовувати такі два основних поняття:

- номінальна сума коштів;
- реальна сума коштів.

Номінальна сума коштів не враховує зміну купівельної спроможності грошей. Реальна сума коштів – це оцінка даної суми з урахуванням зміни купівельної спроможності грошей внаслідок інфляції.

У фінансово-економічних розрахунках, пов'язаних з інвестиційною діяльністю, інфляція враховується в таких випадках:

- при коректуванні нарощеної вартості коштів;
- при формуванні ставки відсотка (з урахуванням інфляції), що використовується для нарощення й дисконтування;
- при прогнозуванні рівня доходів від інвестицій.

При оцінці інфляції використовують два основних показники:

- темп інфляції τ, який характеризує приріст середнього рівня цін у розглядуваному періоді, що виражається десятковим дробом, тобто процентне збільшення деякої усередненої ціни (наприклад, ціни споживчого кошика);
- індекс інфляції (зміна індексу споживчих цін), що дорівнює $1+\tau$.

Коректування нарощеної вартості з урахуванням інфляції провадиться за формулою

$$F_{np} = \frac{F_n}{I_n}, \qquad (5.1)$$

де F_{np} – реальна майбутня вартість грошей;

F_n – номінальна майбутня вартість грошей з урахуванням інфляції.

У цій формулі передбачається, що темп інфляції зберігається по роках.

Якщо r – номінальна ставка відсотка, що враховує інфляцію, то реальна сума грошей визначається за формулою

$$F_{np} = \frac{F_n}{(1+\tau)^n} = \frac{(1+r)^n}{(1+\tau)^n}, \tag{5.2}$$

тобто номінальна сума коштів зменшується в $(1+\tau)^n$ раз відповідно зниженню купівельної спроможності грошей.

Приклад 7

Нехай номінальна ставка відсотка з урахуванням інфляції становить 50%, а очікуваний темп інфляції на рік – 40%. Необхідно визначити реальну майбутню вартість обсягу інвестицій, що дорівнює 200000 грн. Підставляючи дані у формулу (5.2), одержуємо

$$F_{2p} = 200000 \frac{(1+0,5)^2}{(1+0,4)^2} = 229000 \text{ грн}.$$

Якщо ж у процесі реального розвитку економіки темп інфляції становитиме 55%, то

$$F_{2p} = 200000 \frac{1+0,5}{(1+0,55)^2} = 187305 \text{ грн}.$$

Таким чином, інфляція "з'їдає" і прибутковість, і частину основної суми інвестиції, а процес інвестування стає збитковим.

У загальному випадку при аналізі співвідношення номінальної ставки відсотка з темпом інфляції можливі три варіанти:

1) $r=\tau$ – нарощення реальної вартості коштів не відбувається, тому що приріст їхньої майбутньої вартості поглинається інфляцією;

2) $r>\tau$ – реальна майбутня вартість коштів зростає незважаючи на інфляцію;

3) $r<\tau$ – реальна майбутня вартість коштів знижується, тобто процес інвестування стає збитковим.

6. РОЗРАХУНОК ПОКАЗНИКІВ ЕФЕКТИВНОСТІ ІНВЕСТИЦІЙ

Інвестиційний процес – це послідовність взаємозалежних інвестицій (вкладень грошей), розтягнутих на кілька часових періодів, віддача (доходи) від яких також розтягнута в часі. У термінах фінансового аналізу цей процес характеризується двостороннім потоком платежів, додатні члени якого відповідають дохідній частині, а від'ємні – вкладенням, необхідним для здійснення інвестиційного проекту.

При аналізі таких потоків широко використовуються їхні узагальнені параметри:

– нарощена сума **FV**;

– приведена вартість **PV**;

– внутрішня норма прибутковості (дохідності) **IRR.**

Для оцінки ефективності інвестиційних вкладень ці показники набувають змісту кількісних характеристик.

В основі прийняття рішень інвестиційного характеру лежать оцінка й порівняння обсягу передбачуваних інвестицій і майбутніх грошових надходжень, тобто порівнювальні показники належать до різних моментів часу. Тому при аналізі інвестиційної діяльності використовуються методи, основані на дисконтованих оцінках. З теоретичної точки зору вони є більш обґрунтованими, оскільки враховують часовий компонент грошових потоків.

Теорія інвестиційного аналізу передбачає використання системи аналітичних методів і показників, які в сукупності дозволяють зробити досить надійний та об'єктивний висновок.

Слід зазначити, що абсолютно достовірного рішення при оцінці інвестиційних проектів, природно, бути не може.

Відомо декілька методів оцінки ефективності інвестиційного капіталу.

Найбільш поширенні показники ефективності капітальних вкладень:

1) чистий приведений дохід **NPV** (Net Present Value***);***

2) дисконтований період окупності **DPP** (Discounted Payback Period***);***

3) індекс прибутковості **PI** (Profitability Index);

4) внутрішня норма рентабельності **IRR** (Internal Rate of Return*).*

6.1. МЕТОД ЧИСТОГО ПРИВЕДЕНОГО ДОХОДУ

Метод ґрунтується на порівнянні величини вихідної інвестиції **Inv** із загальною сумою грошових надходжень, породжених нею протягом прогнозованого терміну дії проекту й приведених до початку дії проекту, тобто в його основі закладено операцію дисконтування.

Він дозволяє одержати найбільш узагальнену характеристику результату інвестування (його кінцевий ефект в абсолютній сумі).

Суть методу полягає у розрахунку величини **NPV.**

Під *чистим приведеним доходом* **NPV** розуміють різницю між приведеними до справжньої вартості суми грошового потоку за період експлуатації інвестиційного проекту й суми інвестованих у нього коштів.

Оскільки приплив коштів розподілений у часі, він дисконтується за допомогою дисконтної ставки, що встановлює аналітик (інвестор) самостійно, виходячи із щорічного відсотка повернення, який він хоче або може мати на інвестований ним капітал.

Однією з основних причин виникнення методу дисконтування є неоднакова цінність грошей у часі.

Застосування методу полягає у визначенні різниці між сумою грошових надходжень (грошових априпливів і відпливів), що породжуються реалізацією інвестиційного проекту і дисконтуються до справжньої їхньої вартості, і сумою дисконтованих поточних (справжніх) вартостей усіх витрат, необхідних для реалізації цього проекту.

Формула для визначення **NPV** має вигляд

$$NPV=\sum_k \frac{CF_k}{(1+r)^k} - Inv, \qquad (6.1)$$

де $(CF)_k$ **–** надходження коштів (Cash Flow – грошовий потік, потік реальних грошей) наприкінці k-го періоду;

Inv – сума коштів, що направляються на реалізацію інвестиційного проекту (також приведена до справжньої вартості);

r – бажана норма прибутковості (дисконтна ставка), тобто рівень прибутковості інвестованих коштів.

Використовувана дисконтна ставка встановлюється з урахуванням рівнів ризику й ліквідності.

Отже, прогнозується, що інвестиція **Inv** буде генерувати протягом **t** років річні доходи в розмірі ($(CF)_1$, $(CF)_2$, ..., $(CF)_t$.

Оцінимо інвестиційний проект шляхом порівняння величини вихідної інвестиції із загальною сумою грошових надходжень, що генерується нею протягом прогнозованого строку.

При прогнозуванні доходів по роках необхідно (по можливості) враховувати всі види надходжень, як виробничого, так і невиробничого характеру, які можуть бути пов'язані з даним проектом. Так, якщо планується надходження коштів у вигляді ліквідаційної вартості устаткування або вивільнення частини оборотних коштів, вони мають бути враховані як доходи у відповідні періоди.

Загальна накопичена величина дисконтованих доходів визначається як сума всіх дисконтованих значень елементів грошового потоку:

$$PV = \sum_k \frac{CF_k}{(1+r)^k} ,$$

після чого знаходиться **NPV= PV – Inv.**

Далі необхідно зазначити, що показник NPV відображає прогнозну оцінку зміни економічного потенціалу підприємства у випадку прийняття розглянутого проекту.

Очевидно, що при **NPV≤0** інвестиційний проект має бути відхилений, тому що він не принесе інвесторові дохід на вкладений капітал.

Інакше кажучи, у разі прийняття такого проекту власники компанії зазнають збитків.

Якщо **NPV>0,** проект слід прийняти для реалізації, бо він дозволяє збільшити капітал інвестора.

При **NPV = 0** можливе будь-яке рішення.

Показник **NPV** може бути використаний не тільки для порівняльної оцінки ефективності інвестиційних проектів, але й як критерій доцільності реалізації кожного з них. Він не позбавлений недоліків: головним з них є те, що вибрана для дисконтування ставка відсотка (дисконтна ставка) приймається зазвичай незмінною для всього періоду реалізації інвестиційного проекту, а вона, у зв'язку зі зміною економічних умов, може теж змінюватися. Але цей показник (величина **NPV)** визнано найнадійнішим у системі показників оцінки ефективності інвестицій.

6.2. МЕТОД, ЩО ВИКОРИСТОВУЄ ПЕРІОД ОКУПНОСТІ

Дисконтований період окупності **DPP** – найбільш зрозумілий показник, який часто використовують для оцінки ефективності інвестицій.

Він також базується не на прибутку, а на грошовому потоці шляхом приведення інвестованих коштів і сум грошового потоку до справжньої вартості.

Метод полягає у визначенні того строку, що знадобиться для відшкодування суми первісних інвестицій. Інакше кажучи, він припускає обчислення того періоду часу, за який сума грошових надходжень від реалізації інвестиційного проекту зрівняється із сумою первісних інвестицій.

Розрахунок цього показника здійснюється за формулою

$$\mathbf{DPP} = \frac{\mathbf{Inv}}{\mathbf{(PV)_{cp}}}, \qquad (6.2)$$

де $\mathbf{(PV)_{cp} = PV/t}$ **–** середня по роках сума грошових надходжень від реалізації інвестиційного проекту.

6.3. МЕТОД РОЗРАХУНКУ ІНДЕКСУ ПРИБУТКОВОСТІ ІНВЕСТИЦІЇ

Індекс прибутковості **PI** – показник, що оцінює дохід від інвестицій не за чистим прибутком, а за грошовим потоком. Величина індексу визначається за формулою

$$\mathbf{PI} = \frac{\mathbf{PV}}{\mathbf{Inv}}. \qquad (6.3)$$

На відміну від **NPV** індекс **PI** є відносним, оскільки характеризує рівень доходів на одиницю витрат, тобто ефективність вкладень. *Чим більше цей показник*, тим вище віддача *кожної грошової одиниці***,** що інвестується в даний проект. Завдяки цьому він зручний при виборі проекту з ряду пропонованих, що мають приблизно однакові значення **NPV.**

Очевидно, що якщо **NPV>0,** то **PI>1.**

Якщо значення індексу прибутковості **PI≤1**, проект має бути відхилений у зв'язку з тим, що він не принесе доходу інвесторові.

Іншими словами, до реалізації можуть бути прийняті інвестиційні проекти тільки зі значенням показника індексу прибутковості, вищим за одиницю.

6.4. МЕТОД ВНУТРІШНЬОЇ НОРМИ ПРИБУТКУ (ПРИБУТКОВОСТІ)

Внутрішня норма прибутковості **IRR** є найбільш складним показником з позицій його визначення (розрахунку). Він характеризує рівень прибутковості конкретного інвестиційного проекту.

Показник внутрішньої норми прибутковості іноді називають коефіцієнтом рентабельності інвестицій, який розраховується шляхом визначення ставки дисконтування, при якій приведена вартість суми майбутніх надходжень дорівнює приведеній вартості витрат.

Норма рентабельності, або внутрішня норма прибутковості, **IRR** – це значення коефіцієнта дисконтування, при якому дисконтована вартість припливів реальних грошей дорівнює дисконтованій вартості відпливів. Вона показує граничний рівень ставки відсотка, при якій інвестиції окупаються за рахунок доходів проекту (що нарощуються за тією ж ставкою).

Інакше кажучи, це норма дисконту, для якої дисконтована вартість чистих надходжень від проекту **PV** дорівнює дисконтованій вартості інвестицій **Inv**, тобто при **IRR** показник **NPV = 0.**

Якщо проект фінансується за рахунок позички комерційного банку, то значення **IRR** показує верхню межу допустимого рівня банківської процентної ставки, перевищення якого робить проект збитковим.

Формально **IRR** визначається як та дисконтна ставка (коефіцієнт дисконтування), при якій інвестиційний проект не забезпечує зростання цінності фірми, але й не приводить до її зниження.

Математично це означає, що має бути знайдена така величина дисконтної ставки, при якій

$$\sum_k \frac{CF_k}{(1+IRR)^k} - Inv = 0. \qquad (6.5)$$

Величина **IRR** розраховується методом добору дисконтного множника й перевірки послідовних значень з використанням комп'ютерних програм або графічним методом побудови графіка функції **NPV = f(r).** Точка перетину цього графіка (Рис. 6.1) з віссю **r** укаже величину **IRR.**

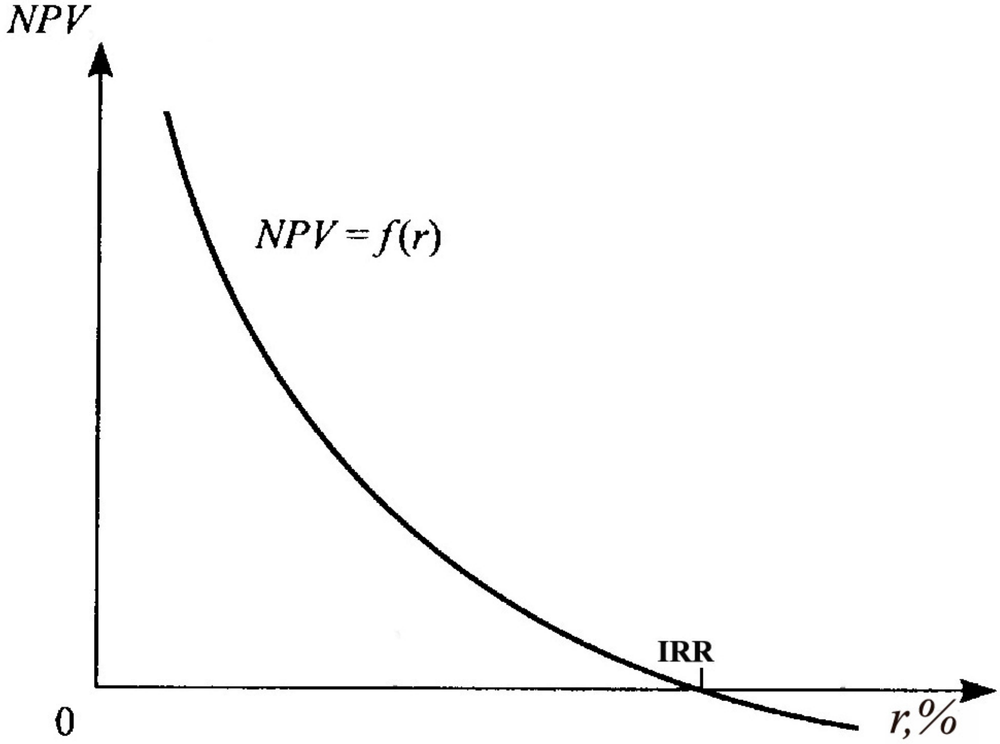


Рис. 6.1. Графік функції **NPV = f(r)**

Для побудови графіка доцільно виконати розрахунок NPV з урахуванням такої таблиці:

Рік	α_t				
	r = 20%	**r = 30%**	**r = 40%**	**r = 45%**	**r = 50%**
1-й	0,833	0,769	0,714	0,69	0,667
2-й	0,694	0,592	0,510	0,476	0,444
3-й	0,579	0,455	0,364	0,328	0,296
4-й	0,482	0,350	0,260	0,226	0,197
5-й	0,402	0,269	0,186	0,156	0,132

Для більш точного визначення **IRR** вибирають два приблизно однакові значення дисконтної ставки $r_1<r_2$ таким чином, щоб в інтервалі (r_1,r_2) функція **NPV = f(r)** змінювала своє значення з **«+»** на «**–**».

Застосувавши формулу лінійної інтерполяції, визначимо

$$IRR = \frac{r_1 NPV_2 + r_2 NPV_1}{NPV_1 + NPV_2}, \qquad (6.6)$$

r_1 – значення ставки дисконтування, при якій **$NPV=NPV_1>0$;**

r_2 – значення ставки дисконтування, при якій **$NPV=NPV_2<0$.**

Можна брати два додатних значення **NPV**, близьких до нуля: **NPV_1, що** відповідає ставці дисконтування **r_1**, і **NPV_2, що** відповідає ставці **r_2**.

Тоді більше точне значення **IRR** визначається за формулою

$$IRR = \frac{r_2 NPV_1 - r_1 NPV_2}{NPV_1 - NPV_2}. \qquad (6.7)$$

Примітка. *Значення* **NPV** *слід підставляти без урахування їхнього знака, тобто за абсолютною величиною.*

7. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

Задача 1

Інвесторові запропоновано вкласти 200000 грн на 2 роки при нормі прибутковості 40%.

Очікуваний темп інфляції становить 30%.

Яка оцінка реальної вартості очікуваного доходу інвестора?

Коротко запишемо умову задачі:

PV = 200000 грн.

t = 2 роки,

r = 40%,

τ = 30%.

Розв'язання

$$FV_p = PV\frac{(1+r)^t}{(1+\tau)^t} = 200000\frac{(1+0,4)^2}{(1+0,3)^2} = 231952,66 \text{ грн}.$$

Отже, дохід становитиме

231952, 66-200000=31952,66 грн.

Нехай річний темп інфляції виявився вище очікуваного й становив τ_p = 45%.

Тоді реальна сума грошей буде

$$FV_p = 200000\frac{(1+0,4)^2}{(1+0,45)^2} = 186444,7 \text{ грн}.$$

Таким чином, всупереч очікуванням інвестор одержав збиток у розмірі

200000-186444,7=13555,6 грн,

тобто інфляція «з'їла» не тільки дохід, але й частину основної суми.

Задача 2

Ви купили шестирічний ощадний сертифікат на $1000. Відсотки нараховуються щорічно за ставкою 8%.

Яку суму Ви одержите по закінченні контракту?

Коротко запишемо умову задачі:

r = 8%;

t = 6 років;

PV = $1000.

Розв'язання

$$FV = PV(1+r)^t = 1000(1+0,08)^6 = \$1586,87.$$

Задача 3

Фінансовий менеджер запропонував інвестувати Ваші 5000 грн у його підприємство, пообіцявши повернути Вам 6000 грн через два роки. Яка процентна ставка прибутковості запропонованого варіанта?

Розв'язання

Коротко запишемо умову задачі:

t = 2;

PV = 5000 грн;

FV = 6000 грн.

Визначити r.

З основного виразу для визначення нарощеної суми $FV = PV(1+r)^t$ знаходимо $(1+r)^t = FV/PV$, звідки $r = (\frac{FV}{PV})^{\frac{1}{t}} - 1$, тобто

$$r = (\frac{6000}{5000})^{\frac{1}{2}} - 1 = \sqrt{1,2} - 1 = 0,0954 \Rightarrow 9,54\%.$$

Задача 4

Вам запропонували інвестувати гроші з гарантією подвоїти їхню кількість через п'ять років.

Яка процентна ставка прибутковості **r** такої інвестиції?

Коротко запишемо умову задачі:

FV = 2PV;

t = 5.

Визначити r.

Розв’язання

Для розв’язання задачі використовуємо основну формулу нарощення грошей за схемою складних відсотків $\mathbf{FV=PV(1+r)^t}$.

За умовами задачі $\mathbf{2PV = PV(1+r)^5}$, тоді

$\mathbf{r = 2^{(1/5)-1} = 2^{0,2-1} = 0,1487 \Rightarrow 14,87\%}$

Задача 5

Провівши вдосконалення своєї діяльності, підприємство протягом наступних чотирьох років планує щорічне збільшення грошового доходу на 20000 грн. Ці гроші воно збирається негайно вкласти під 10% річних, бажаючи через 4 роки накопичити суму для придбання нового обладнання.

Яку суму грошей підприємство одержить через 5 років?

Розв’язання

Підприємство планує одержати ануїтет 20000 грн протягом п’яти років.

Тоді майбутнє значення ануїтету

$$\mathbf{FV = CF \sum_{k=1}^{t} (1+r)^k = 20000 = \sum_{k=1}^{t=4} (1+0,1)^k =}$$

$$\mathbf{=20000(1,1+1,1^2+1,1^3+1,14)=20000x5,1051=102102\ грн.}$$

Задача 6

Інвесторові запропоновано вкласти 200000 грн на 2 роки при нормі прибутковості 40%.

Очікуваний темп інфляції становить 30%.

Яка оцінка реальної вартості очікуваного доходу інвестора?

Коротко запишемо умову задачі:
PV = 200000 грн;
t = 2 роки;
r = 40%;
τ = 30%.

Розв'язання

$$\mathbf{FV_p = PV\frac{(1+r)^t}{(1+\tau)^t} = 200000\frac{(1+0,4)^2}{(1+0,3)^2} = 231952,66\ грн}.$$

Отже, дохід становитиме

231952, 66 - 200000=31952,66 грн.

8. ЗАДАЧІ З ОСНОВ ІНВЕСТИЦІЙНОЇ МАТЕМАТИКИ

Задача 1

Що є більш вигідним при вкладенні грошей на t = 2 роки:

– процентна ставка 40% річних при нарахуванні відсотків n = 2 рази на рік;

– ставка 38% при нарахуванні n = 12 разів на рік?

Задача 2

Пропонується інвестування грошей з гарантією подвоїти їхню кількість через 5 років.

Яка процентна ставка прибутковості такої інвестиції?

Задача 3

Річний грошовий потік 1000 грн генерується якою-небудь інвестицією протягом трьох років.

Розрахункова норма прибутковості інвестування коштів підприємства 10%.

Яка сучасна вартість цього потоку?

Задача 4

Визначити суму дисконту за схемою простим відсотком за рік, якщо:

– кінцева сума внеску – 1000 грн;

– дисконтна ставка – 20% на квартал.

Задача 5

Через скільки років сума первісного внеску потроїться при нарахуванні 20% річних?

Задача 6

Визначити майбутню вартість внеску і суму складного відсотка за 4 роки інвестування, якщо:

– первісна вартість внеску PV = 1000 грн;

– процентна ставка – 20% на квартал;

– період інвестування – 1 рік.

Задача 7

Визначити величину первісної суми, необхідної для одержання через 8 років капіталу в сумі 2000 грн, якщо використовується складна процентна ставка і = 20% на рік.

Задача 8

На внесок у банк у розмірі 9000 грн строком на 5 років нараховується 18% річних.

Яка сума буде на рахунку наприкінці строку, якщо нарахування відсотків здійснюється за схемою складних відсотків:

а) кожні півроку;

б) щоквартально?

Задача 9

Вивести формулу нарощення складних відсотків для **t** проміжків часу.

Задача 10

Річна ставка складних відсотків дорівнює 10%.

Через скільки років первісна сума **S** подвоїться?

Задача 11

Визначити справжню вартість **PV** коштів за схемою простих відсотків за рік, якщо:

– кінцева сума внеску – 2000 грн;

– процентна ставка – 10% за квартал.

Задача 12

Річний грошовий потік 10000 грн генерується деякою інвестицією протягом трьох років.

Розрахункова норма прибутковості інвестування коштів підприємства 10%.

Яка сучасна вартість цього потоку?

Задача 13

Визначити суму дисконту за простим відсотком за рік, якщо:
– кінцева сума внеску – 1000 грн;
– дисконтна ставка – 20% за квартал.

Задача 14

Що є більш вигідним при вкладенні грошей на t = 2 роки:
– процентна ставка 25% річних при нарахуванні відсотків 2 рази на рік;
– ставка 20% річних при нарахуванні 12 разів на рік?

Задача 15

Визначити справжню вартість коштів за схемою складних відсотків, якщо:
– майбутня вартість коштів становить 8000 грн через 4 роки;
– процентна ставка прибутковості r = 20% річних.

Задача 16

Клієнт позичив у банку деяку суму під 10% річних.

Через півроку він повернув залишкову (завершену) суму 10000 грн.

Яку суму позичав клієнт?

Розрахунок вести за схемою простих відсотків.

Задача 17

Визначити майбутню вартість внеску й суму складного відсотка за весь період інвестування, якщо:
– первісна сума внеску – 8000 грн;
– процентна ставка – 20% на квартал;
– період інвестування – 1 рік.

Задача 18

В інвестиційний проект вкладено 8000 грн.

Протягом наступних трьох років очікується щорічно 3000 грн.

Знайти чистий приведений дохід проекту при дисконтній ставці 20%.

Задача 19

В інвестиційний проект вкладено 10000 грн.

Протягом наступних п’яті років при реалізації проекту очікується щорічно одержувати 4000 грн.

Знайти справжню вартість усього грошового потоку при дисконтній ставці 16%, а також індекс прибутковості проекту.

Задача 20

Клієнт узяв у банку кредит на деяку суму під 20% річних. Через 2 роки він повернув 8000 грн.

Яку суму позичав клієнт під складний відсоток?

Задача 21

Визначити майбутню вартість внеску й суму складного відсотка за один рік інвестування, якщо:

– первісна вартість внеску – 2000 грн;

– процентна ставка – 20% на квартал.

Задача 22

Визначити справжню вартість кінцевої суми внеску 2000 грн через рік за простим відсотком при ставці 10% на квартал.

Задача 23

Пропонується інвестування грошей з гарантією подвоїти їхню кількість через 5 років.

Яка процентна ставка прибутковості такого внеску?

Задача 24

Визначити справжню вартість грошового потоку по роках при ставці r = 8%, використовуючи таку таблицю:

Роки	**Складові грошового потоку CF_k, грн**
1-й	5000
2-й	8000
3-й	3000

Задача 25

Визначити майбутню вартість внеску 1000 грн через рік при щоквартальній процентній ставці 15%.

Розрахунок вести за простим відсотком.

Задача 26

Початкові інвестиції **Inv** = 4000 грн.

Визначити справжню вартість грошового потоку по роках при дисконтній ставці **r** = 9%, використовуючи таблицю:

Роки	**Складові грошового потоку CF_k, грн**
1-й	4000
2-й	2000
3-й	4000

Дати оцінку проекту за чистим приведеним доходом **NPV.**

Задача 27

Підприємство одержало кредит на один рік у розмірі 10 млн грн за умови повернення 16 млн грн. Знайти процентну ставку.

Задача 28

Розрахувати нарощену суму з вихідної суми 2 млн грн при розміщенні її в банку на умовах нарахування простих і складних процентів: а) щорічно; б) щоквартально; в) щомісячно.

Задача 29

Що вигідніше: одержати 3000 грн сьогодні чи 5000 грн через 6 років, якщо коефіцієнт дисконтування дорівнює 10%?

Задача 30

Щорічний внесок у банк становить 1200 грн.

Яка сума буде на рахунку через 5 років, якщо кожен внесок робиться однаковими частинами на початку року, а банк нараховує 14,5% річних?

Задача 31

Дані про грошові потоки:

Потік	**Надходження по роках, грн**				
	1-й	**2-й**	**3-й**	**4-й**	**5-й**
А	300	100	200	100	300
Б	700	-	600	–	–
В	–	–	–	1600	800
Г	400	400	400	–	600

Розрахувати для кожного потоку показники **PV** при **i = 12%** і **FV** при і **= 15%** для двох випадків:

а) потоки здійснюються на початку року;

б) потоки здійснюються наприкінці року.

Задача 32

Розрахувати майбутню вартість 5200 грн для таких ситуацій:

а) 5 років, 12% річних, щорічне нарахування процентів;

б) 5 років, 12% річних, піврічне нарахування процентів;

в) 5 років, 12% річних, щоквартальне нарахування процентів.

Задача 33

Для придбання будинку взято в банку кредит у сумі 45000 грн на п’ять років під 12% річних (простих процентів).

Повертати гроші потрібно щоквартально однаковими частинами.

Знайти розмір виплати.

Бібліографічний список

Закон України «Про інвестиційну діяльність» №1561-XII від 18.09.91 р. // Відомості Верховної Ради (ВВР). – 1991. – № 47. – ст. 646. – С. 15-23.

Башарин Г.П. Начала финансовой математики / Г.П. Башарин. – М.: ИНФРА-М, 1997. – 120 с.

Бланк И.А. Инвестиционный менеджмент / И.А. Бланк. – К.: МП «ИТЕМ» Лтд. «Юнайтед Лондон Трейд Лимитед», 1995. – 448 с.

Бланк И.А. Инвестиционный менеджмент: учеб. курс / И.А. Бланк. – К.: Эльга-Н, Ника-Центр, 2001. – 448 с.

Бланк И.А. Словарь-справочник финансового менеджера / И.А. Бланк. – К.: Ника-Центр, Эльга, 1998. – 480 с.

Касимова О.Ю. Введение в финансовую математику (анализ кредитных и инвестиционных операций) / О.Ю. Касимова. – М.: Анкил, 2001. – 144 с.

Ковалёв В.В. Финансовый анализ: Управление капиталом. Выбор инвестиций. Анализ отчётности / В.В. Ковалёв. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Финансы и статистика, 1997. – 512 с.

Крушвиц Л. Инвестиционные расчёты: пер. с нем. / Л. Крушвиц; под общ. ред. В.В. Ковалёва и З.А. Сабова. – СПб.: Питер, 2001. – 432 с.

Малыхин В.И. Финансовая математика: учеб. пособие для вузов / В.И. Малыхин. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2000. – 247 с.

Інвестування: навч. посіб. для самост. вивч. дисц. / А.А. Пересада, О.О. Смірнова, С.В. Онікієнко, О.О. Ляхова. – К.: КНЕУ, 2001. – 251 с.

Савчук В.П. Финансовый менеджмент предприятий: прикладные вопросы с анализом деловых ситуаций / В.П. Савчук. – К.: Изд. дом «Максимум», 2001. – 600 с.

Стрельченко О.С. / Фінансова математика: навч. посіб. для шк. екон. профілю / О.С. Стрельченко, І.Г. Стрельченко. – К.: Пед. преса, 1999. – 104 с.

Додаток А

ОСНОВНІ ФОРМУЛИ

Формула простих відсотків

$$X = S(1+\frac{p}{100}t).$$

Формула складних відсотків

$$X = S(1+\frac{p}{100})^t,$$

тобто сума **S**, покладена в банк, за умови **p**% річних через **t** років набуде значення **X.**

Майбутня вартість:

– при нарахуванні один раз на рік

$$FV=PV(1+r)^t;$$

– при нарахуванні **m** раз на рік

$$FV = PV(1+\frac{r}{m})^{mt}.$$

Справжня (теперішня) вартість

$$PV = \frac{FV}{(1+r)^t} = FV \cdot \alpha_t.$$

Елементи грошового потоку CF_1, CF_2,…, CF_t надходять наприкінці кожного року протягом t років:

$$FV = \sum_{k=1}^{k=t} CF_k (1+r)^{t-k}$$

– майбутня вартість грошового потоку;

$$PV = \sum_{k=1}^{t} PV_k = \sum_{k=1}^{k=t} \frac{CF_k}{(1+r)^k}$$

– теперішня вартість грошового потоку.

Елементи грошового потоку CF_1, CF_2,…, CF_t надходять на початку кожного року протягом t років:

$$FV=\sum_{k=1}^{k=t} CF_k(1+r)^k$$

– майбутня вартість грошового потоку;

$$PV=\sum_{k=1}^{k=t} \frac{CF_k}{(1+r)^k}$$

– теперішня вартість грошового потоку.

Ефективна ставка

$$r_{еф}=(1+\frac{r}{m})^m-1.$$

Значення ефективної процентної ставки $r_{еф}$

Номінальна процентна ставка r, %	Кількість періодів нарахування в році m						
	1	2	4	6	12	360	365
0,1	0,1	0,1025	0,1038	0,1043	0,1047	0,1052	0,1052
0,2	0,2	0,2100	0,2155	0,2174	0,2194	0,2213	0,2213
0,3	0,3	0,3225	0,3355	0,3401	0,3449	0,3497	0,3497
0,4	0,4	0,4400	0,4641	0,4729	0,4821	0,4915	0,4915
0,5	0,5	0,5625	0,6018	0,6165	0,6321	0,6481	0,6482
0,6	0,6	0,6900	0,7490	0,7716	0,7959	0,8212	0,8212
0,7	0,7	0,8225	0,9061	0,9388	0,9746	1,0124	1,0124
0,8	0,8	0,9600	1,0736	1,1191	1,1694	1,2236	1,2236
1,0	1,0	1,2500	1,4414	1,5216	1,6130	1,7145	1,7146

Зауваження. *При фінансових обчисленнях округлення сум провадиться з точністю* ***до найменшої грошової одиниці*** *(до копійок, до цента й ін.).*

Процентна ставка зазвичай вказується з точністю ***до сотих часток відсотка****.*

Сота частка відсотка у фінансових розрахунках називається ***пунктом****. Так, розходження між ставками 8,80 і 6,65% становить 15 пунктів.*

Додаток Б

Значення дисконтних множників α_t

Дисконтна ставка **r**, %	Рік **t**									
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
1	0,990	0,980	0,971	0,961	0,953	0,942	0,933	0,924	0,914	0,905
2	0,980	0,961	0,942	0,924	0,906	0,888	0,871	0,854	0,837	0,820
3	0,971	0,943	0,915	0,889	0,863	0,838	0,813	0,79	0,766	0,744
4	0,962	0,925	0,889	0,855	0,822	0,790	0,751	0,731	0,703	0,676
5	0,952	0,907	0,864	0,823	0,784	0,746	0,711	0,677	0,645	0,614
6	0,943	0,890	0,840	0,792	0,747	0,705	0,665	0,627	0,592	0,558
7	0,935	0,873	0,816	0,763	0,713	0,666	0,623	0,582	0,544	0,508
8	0,926	0,857	0,794	0,735	0,681	0,630	0,584	0,540	0,500	0,463
9	0,917	0,842	0,772	0,708	0,650	0,596	0,547	0,502	0,460	0,422
10	0,909	0,826	0,751	0,683	0,621	0,565	0,513	0,467	0,424	0,386
11	0,901	0,812	0,731	0,659	0,594	0,535	0,482	0,434	0,391	0,352
12	0,893	0,797	0,712	0,636	0,567	0,507	0,452	0,404	0,361	0,322
13	0,885	0,784	0,693	0,613	0,543	0,480	0,425	0,376	0,333	0,295
14	0,877	0,770	0,675	0,592	0,519	0,456	0,399	0,351	0,308	0,27
15	0,870	0,756	0,658	0,572	0,497	0,432	0,376	0,327	0,284	0,247
16	0,862	0,743	0,641	0,552	0,476	0,411	0,354	0,305	0,263	0,227
17	0,855	0,731	0,644	0,534	0,456	0,39	0,333	0,285	0,243	0,208
18	0,848	0,718	0,609	0,515	0,437	0,370	0,314	0,266	0,226	0,191
19	0,840	0,706	0,593	0,499	0,419	0,352	0,296	0,249	0,209	0,176
20	0,837	0,604	0,579	0,482	0,402	0,335	0,279	0,233	0,194	0,162
21	0,862	0,683	0,565	0,461	0,381	0,319	0,263	0,218	0,18	0,149
22	0,817	0,672	0,551	0,451	0,370	0,303	0,249	0,204	0,167	0,137
23	0,813	0,661	0,537	0,437	0,355	0,289	0,235	0,191	0,155	0,126
24	0,807	0,650	0,525	0,423	0,341	0,275	0,222	0,179	0,144	0,116
25	0,800	0,640	0,512	0,410	0,323	0,262	0,21	0,168	0,134	0,107
26	0,794	0,330	0,5	0,397	0,315	0,25	0,198	0,157	0,125	0,099
27	0,787	0,620	0,488	0,384	0,303	0,288	0,188	0,147	0,116	0,092
28	0,781	0,610	0,477	0,373	0,291	0,227	0,178	0,139	0,108	0,015
29	0,775	0,601	0,466	0,361	0,28	0,218	0,168	0,130	0,101	0,071
30	0,769	0,592	0,455	0,350	0,269	0,207	0,159	0,123	0,094	0,073
31	0,763	0,583	0,444	0,340	0,259	0,198	0,151	0,115	0,088	0,067
32	0,758	0,574	0,435	0,329	0,25	0,189	0,143	0,109	0,088	0,062
33	0,752	0,565	0,425	0,320	0,240	0,181	0,136	0,102	0,077	0,058
34	0,746	0,557	0,416	0,310	0,232	0,173	0,129	0,096	0,072	0,054
35	0,741	0,549	0,406	0,301	0,223	0,165	0,122	0,091	0,067	0,05
36	0,735	0,541	0,398	0,292	0,215	0,158	0,116	0,085	0,063	0,046
37	0,730	0,533	0,389	0,284	0,207	0,151	0,110	0,081	0,059	0,043
38	0,725	0,525	0,381	0,275	0,2	0,145	0,105	0,076	0,055	0,04
39	0,719	0,518	0,372	0,268	0,192	0,139	0,1	0,072	0,052	0,037
40	0,714	0,510	0,364	0,260	0,186	0,133	0,095	0,068	0,048	0,035

Додаток В

ТЕРМІНОЛОГІЯ

Активи *– економічні ресурси компанії (фірми) у формі основного й оборотного капіталу, нематеріальних коштів, що використовуються у виробничій діяльності з метою одержання доходу.*

Майбутня вартість грошей *– сума інвестованих у даний момент коштів, у яку вони перетворяться через певний проміжок часу.*

Валовий національний продукт *– річна вартість виготовленого в країні кінцевого (готового) продукту за ринковими цінами.*

Він включає вартість продукту, створеного як у самій країні, так і за її межами з використанням факторів виробництва (земля, праця, капітал, організаційні здібності підприємця), що належать даній країні.

Вартість грошей у часі *– об'єктивно існуюча характеристика грошових ресурсів. В інвестиційній діяльності вона має особливе значення, оскільки в аналітичних розрахунках доводиться порівнювати грошові потоки, що генеруються в різні проміжки часу.*

Депозит *(внесок) – цінності в готівковій або безготівковій формі у валюті, які розміщені клієнтами на їхніх іменних рахунках у банку на договірних умовах на певний строк заощадження або без зазначення строку й підлягають виплаті вкладникові відповідно до чинного законодавства й умов договору.*

Дисконт *(від англ. discount) – відсоток, що стягується банками при обліку векселів. Різниця між загальною вартістю цінного папера і його ринковою ціною.*

У фінансовій математиці ***дисконт*** *– це знижка з вартості погашення боргового зобов'язання, наприклад векселя, при його продажу до строку погашення.*

Дисконтна ставка *– ставка відсотка, за якою майбутня вартість грошей приводиться до їхньої реальної вартості, тобто за якою відбувається процес дисконтування.*

Дисконтування *– метод (процедура) приведення майбутньої вартості грошей до їхньої вартості в потоковому періоді (до реальної вартості грошей), тобто метод, що застосовується для оцінки майбутніх грошових надходжень із позиції сучасного моменту. Являє собою приведення доходу до моменту вкладення капіталу.*

Інвестиційний проект *– об'єкт реального інвестування, що намічається до реалізації у формі придбання нового будівництва, розширення, реконструкції й іншого на основі розгляду й оцінки бізнес-плану.*

Інвестиційний ринок *– сукупність інвестиційних відносин між продавцями й покупцями інвестиційних товарів і послуг, а також об'єктів інвестування у всіх його формах.*

Індексація *– спосіб утримання реальної вартості грошових ресурсів за їхньою купівельною спроможністю в умовах інфляції.*

Індекс цін *– показник, що характеризує зміну цін за деякий проміжок часу.*

Інфляція *– переповнення каналів грошового обігу щодо товарної маси. Іншими словами, це процес постійного перевищення темпів зростання грошової маси над товарною (включаючи вартість послуг), у результаті чого відбувається переповнення каналів обігу грошима, що супроводжується їх знецінюванням і зростанням цін.*

Темп інфляції – показник, що характеризує розмір знецінення (зниження купівельної спроможності) грошей у певному періоді, виражений приростом середнього рівня цін у відсотках до їхнього номіналу на початок періоду.

Капітал *– основний вид інвестиційних ресурсів у формі матеріальних і грошових ресурсів, різних видів фінансових інструментів. У вузькому розумінні – це активи компанії (фірми) без заборгованостей.*

Капітал – це гроші, призначені для одержання прибутків.

До структури капіталу належать кошти, вкладені в таке:

- *основні фонди;*
- *нематеріальні активи;*
- *оборотні фонди;*
- *фонди обігу.*

Компаундинг *– процедура перерахування сьогоднішньої (поточної) вартості грошей до їхньої майбутньої вартості.*

Компаундування *– процес визначення майбутньої вартості грошового потоку (або серії грошових потоків). Компаундована сума (або майбутня вартість) дорівнює первісній вартості плюс відсоток.*

Кон'юнктура *– сукупність факторів, які характеризують стан будь-кого процесу, діяльності, явища.*

Кон'юнктура інвестиційного ринку *– сукупність факторів, що характеризує поточний стан попиту, пропозицій, цін і рівня конкуренції на інвестиційні проекти й послуги, а також об'єкти інвестування у всіх його формах.*

Кредит (від лат. creditum – позика, від credo – вірю) – *позика в грошовій або товарній формі на умовах повернення, що видається банком або юридичною (фізичною) особою, кредитором.*

Кредитор (від лат. creditor – позикодавець) – *один з учасників кредитних відносин, що видає кредит і має право вимгати від боржника (дебітора) виплати боргу.*

Кредиторами можуть бути банк, підприємство, громадянин.

Справжня вартість грошей *– сума майбутніх грошових надходжень, приведених з урахуванням певної ставки відсотка (так званої дисконтної ставки) до теперішнього періоду.*

Нематеріальні активи *– принципово новий об'єкт фінансування, що узагальнює в собі всі особливі види вкладень капіталу підприємства, а також характеризує його економічний потенціал.*

Ноу-хау *– сукупність технічних, технологічних, комерційних й інших знань, оформлених у вигляді технічної документації, навичок і виробничого досвіду, які необхідні для організації того або іншого виду виробництва, але не запатентовані.*

Розрізняють ноу-хау науково-технічного, управлінського, комерційного й фінансового характеру.

Період нарахування *– загальний період часу, протягом якого здійснюється процес нарощення або дисконтування вартості коштів. Інтервал нарахування – обумовлений конкретний часовий строк (у межах загального періоду нарахування), у рамках якого розраховується окрема сума відсотка за його встановленою ставкою (здійснюється окремий платіж відсотка).*

Потік реальних грошей *– різниця між припливом і відпливом коштів від інвестиційної й операційної діяльності в кожному періоді (на кожному кроці) здійснення інвестиційного проекту.*

Грошовий потік – це, в остаточному підсумку, ***доходи****.*

Проект *– технічні документи (креслення, економічні й технічні розрахунки, макети новостворюваних будинків, споруджень, машин, цехів, заводів, фабрик, генеральний план розміщення виробничих і адміністративних приміщень); комплект техніко-економічних документів, що обґрунтовують нове будівництво, реконструкцію, розширення діючих виробничих й інших об'єктів.*

Відсоток – *плата за використання позикових коштів або плата, що одержується при інвестуванні капіталу в облігації, ощадні сертифікати, привілейовані акції й інші аналогічні кредитні інструменти.*

Бабушкін Олександр Анатолійович
Ігнатьєв Микола Іванович

МАТЕМАТИКА ДЛЯ ІНВЕСТИЦІЙНИХ РОЗРАХУНКІВ

Редактор А.М. Ємленінова

Зв. план, 2008
Підписано до друку 29.05.2008
Формат 60x84 1/16. Папір офс. № 2. Офс. друк
Ум. друк. арк. 2,6. Обл.-вид. арк. 3. Наклад 150 прим. Замовлення 253.
Ціна вільна

Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського
"Харківський авіаційний інститут"
61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17
http://www.khai.edu
Видавничий центр «ХАІ»
61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17
izdat@khai.edu