

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ  
Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського  
«Харківський авіаційний інститут»

В.П. Божко, Г.С. Сінько, І.Ю. Карацева

МЕТОДИКА ПЛАНУВАННЯ І МАТЕМАТИЧНОГО ОБРОБЛЕННЯ  
ФАКТОРНИХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ  
У ФІНАНСОВО-ЕКОНОМІЧНИХ ЗАДАЧАХ

Навчальний посібник  
до дипломного та курсового проектування

Харків «ХАІ» 2011

УДК 330.4:519.242  
Б76

Рецензенти: д-р екон. наук, проф. П.Т. Бубенко,  
д-р екон. наук, проф. В.М. Гриньова

**Божко, В.П.**

Б76      Методика планування і математичного оброблення факторних експериментів у фінансово-економічних задачах [Текст]: навч. посіб. до дипл. та курс. проектування / В.П. Божко, Г.С. Сінько, І.Ю. Карацева. – Х.: Нац. аерокосм. ун-т ім. М.Є. Жуковського «Харк. авіац. ін-т», 2011. – 52 с.

Розглянуто суть і поняття планування факторних експериментів. Викладено основні етапи і принципи планування експериментів. Наведено розрахунки з моделювання економічних процесів із застосуванням методики повного факторного експерименту.

Для студентів економічних спеціальностей при дипломному та курсовому проектуванні. Буде корисним аспірантам і здобувачам наукових ступенів.

Іл. 1. Табл. 32. Бібліогр.: 10 назв

**УДК 330.4:519.242**

© Божко В.П., Сінько Г.С.,  
Карацева І.Ю., 2011

© Національний аерокосмічний  
університет ім. М.Є. Жуковського  
«Харківський авіаційний інститут», 2011

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
1 МЕТОДИКА ПЛАНУВАННЯ ФАКТОРНИХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ...	5
1.1 Суть і поняття планування факторних експериментів.....	5
1.2 Класифікація експериментів.....	9
1.3 Основні етапи й принципи планування факторного експерименту.....	11
1.4 Нормування змінних параметрів моделі.....	17
2 МАТЕМАТИЧНЕ ОБРОБЛЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ЕКСПЕРИМЕНТІВ.....	21
3 ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДИКИ ФАКТОРНИХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ ПРИ РОЗВ'ЯЗАННІ ФІНАНСОВО-ЕКОНОМІЧНИХ ЗАДАЧ.....	26
3.1 Побудова моделі для експрес-оцінювання вартості бізнесу.....	26
3.2 Використання факторного моделювання для оцінювання показника конкурентоспроможності й фінансових результатів суб'єкта господарювання.....	32
3.3 Застосування факторного експерименту для оцінювання рекламних витрат.....	41
Додаток А – Таблиця критеріїв Кохрена .....	46
Додаток Б – Таблиця критеріїв Стьюдента.....	47
Додаток В – Таблиця критерію Фішера.....	49
БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК.....	51

## ВСТУП

У сучасній математичній теорії оптимального планування експерименту є два основних розділи: планування експерименту для вивчення механізмів складних процесів і властивостей багатокomпонентних систем і планування експерименту для оптимізації технологічних процесів і властивостей багатокomпонентних систем.

*Планування експерименту* – це вибір кількості дослідів і умов їх проведення, необхідних і достатніх для вирішення поставленого завдання з максимальною точністю.

Під експериментом розуміють сукупність операцій, які здійснюються над об'єктом дослідження з метою отримання інформації про його властивості.

Найважливішим завданням методів оброблення інформації, отриманої під час експерименту, є побудова математичної моделі явища, процесу або об'єкта, що вивчається. Її можна також використовувати під час аналізу процесів і проектування об'єктів. Якщо цілеспрямовано застосовувати активний експеримент, можна отримати апроксимуючу математичну модель. Другим завданням методів оброблення інформації, отриманої під час експерименту, є оптимізація процесу, тобто знаходження такої комбінації незалежних змінних, при якій вибраний показник оптимальності набуває екстремального значення.

Експеримент, який ставиться для вирішення завдань оптимізації, називають екстремальним. Перш ніж планувати експеримент, необхідно сформулювати мету дослідження, від чого залежить його успіх. Слід також упевнитися в тому, що об'єкт дослідження відповідає вимогам, що ставляться до нього. У технологічних дослідженнях метою оптимізації процесу найчастіше є підвищення продуктивності, поліпшення якості та зниження собівартості продукту.

Теорія планування експерименту в економічних процесах не набула поширення головним чином через складність або неможливість постановки активних експериментів у реальних умовах і реальному масштабі часу. Проте у зв'язку з розробленням методів імітаційного моделювання, які дають можливість проводити комп'ютерні експерименти з моделями економічних систем, зазначена обставина є неістотною, оскільки принципових відмінностей між плануванням натурних та імітаційних експериментів немає.

У цій роботі було зроблено спробу адаптувати стандартизовану методику проведення і оброблення факторних експериментів до аналізу фінансово-економічних задач.

# 1 МЕТОДИКА ПЛАНУВАННЯ ФАКТОРНИХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ

## 1.1 Суть і поняття планування факторних експериментів

Експеримент посідає важливе місце серед засобів отримання інформації про внутрішні взаємозв'язки явищ у природі та техніці. Він є критерієм більшості наших знань. Експериментальні пошуки зазвичай проводяться в тих галузях, де теоретичне прогнозування є неможливим, а також під час перевірки істинності теоретичних прогнозів. Характерною особливістю сучасних наукових пошуків є ускладнення досліджуваних процесів та явищ і, як наслідок, ускладнення економічних завдань і зростання витрат на проведення експериментів. При цьому великий обсяг інформації, необхідної для з'ясування внутрішніх взаємозв'язків у природі та техніці, примушує науковців застосовувати все більш складні технології для її пошуку й оброблення. Все частіше виявляються недоступними безпосередньому вимірюванню характеристики об'єктів випробувань, що підлягають визначенню під час експерименту.

Основою теорії експерименту є математична статистика, яка застосовується для аналізу експерименту в тих випадках, коли його результати можуть розглядатися як випадкові величини або випадкові процеси. Ця умова виконується в більшості досліджень, оскільки зазвичай результати експериментів пов'язані з деякою невизначеністю. Серед багатьох причин такої невизначеності є такі:

- випадковий характер процесів, що досліджуються;
- вплив невідомих факторів;
- неконтрольовані зміни умов експерименту;
- похибки спостережень (у тому числі вимірювальні похибки, які мають місце через недосконалість приладів, методів вимірювання і пристроїв передачі даних).

Планування експерименту базується на таких загальнометодологічних концепціях:

- системний підхід;
- регресійний аналіз;
- рандомізація;
- послідовність експерименту;
- оптимальне використання факторного простору;
- компактність інформації;
- статистичне оцінювання та ін.

**Основним завданням** дослідження під час планування експерименту є оптимізація процесу, яка полягає в знаходженні сукупності варійованих факторів, при яких вибрана цільова функція (параметр

оптимізації) набуває екстремального значення. При цьому здійснюється мінімальна кількість дослідів, що дає можливість оцінити властивість об'єкта на кожному етапі експерименту.

**Дослід** – це окрема експериментальна частина.

**План експерименту** – сукупність даних, за якою визначають кількість, умови й порядок проведення дослідів.

План експерименту визначає розташування досліджуваних точок у  $n$ -вимірному просторі незалежних змінних (факторному просторі), тобто умови всіх дослідів, які треба провести. Найчастіше план експерименту задається у вигляді матриці планування – прямокутної таблиці, кожен рядок якої відповідає умовам певного досліду, а кожен стовпчик – значенням якійсь з незалежних змінних у різних дослідях.

**Планування експерименту** – це вибір плану експерименту, що відповідає поставленим вимогам, а також сукупність дій, спрямованих на розроблення стратегії експериментування (від отримання апріорної інформації до побудови працездатної математичної моделі або визначення оптимальних умов). Це цілеспрямоване керування експериментом, який реалізується в умовах неповного знання механізму явища, що вивчається.

Під час планування експерименту використовується математичний апарат регресійного аналізу, згідно з яким передбачається, що результати дослідів повинні являти собою незалежні нормально розподілені випадкові величини з однаковими дисперсіями. Це означає, що результати експерименту в кожному окремому досліді повинні характеризуватися змінними величинами, які набувають певного значення з відомою мірою ймовірності в умовах, коли розподіл їхніх окремих значень підпорядковується закону нормального розподілу, а дисперсії, які характеризують розкид випадкових величин, є майже однаковими.

Урахування закономірностей розподілу результатів експерименту важливе тому, що випадкова величина вважається заданою тільки в тому разі, якщо визначено її функцію розподілу. Переважним вважається нормальний розподіл, при якому математичний апарат, що застосовується для аналізу даних експерименту, зазвичай є найбільш ефективним, адже на практиці закон нормального розподілу має місце в більшості випадків.

Рівність дисперсій випадкових величин необхідна для того, щоб в умовах експерименту з мінімальною кількістю дослідів забезпечити достатню надійність результатів і рішень, що приймаються. Остання вимога задовольняється, якщо дисперсія, знайдена за результатами багаторазового повторення одного досліду, не відрізняється за величиною від дисперсії, знайденої після багаторазового повторення будь-якого іншого досліду, при якому вивчається інше поєднання значень

факторів. На практиці експериментальні дослідження майже завжди пов'язані з повторенням дослідів, тому перевірка гіпотези про рівність значень дисперсії в різних точках плану зазвичай не є проблемою. Якщо виявляється, що умова однорідності дисперсій не дотримується, то шляхом перетворення випадкових величин зазначене ускладнення усувається.

Часто неоднорідність окремих дисперсій пов'язана з похибками, які мають місце під час проведення відповідних дослідів. Тому однією з важливих передумов регресійного аналізу є підвищення вимог до точності вимірювання факторів. Під час вимірювань факторів рекомендується забезпечувати такі умови, при яких похибка вимірювань буде значно меншою порівняно з похибкою визначення параметрів оптимізації. З цією метою вживають спеціальних заходів щодо кращої організації дослідів.

Під час вимірювань, наступного оброблення даних, а також формалізації результатів у вигляді математичної моделі виникають похибки і втрачається частина інформації, що міститься в початкових даних. Застосування методів планування експерименту дає можливість визначити похибки математичної моделі й зробити висновки про її адекватність. Якщо точність моделі виявляється недостатньою, то застосування методів планування експерименту дає можливість модернізувати математичну модель з проведенням додаткових дослідів без втрати попередньої інформації і з мінімальними витратами.

Головною метою планування експерименту є досягнення його максимальної точності й мінімальної вартості. Проте досягнення максимальної точності потребує збільшення кількості дослідів, що призводить до підвищення вартості експерименту. Тому виникає завдання оптимізації в постановці експерименту.

Згідно з концепцією послідовного експерименту дослідження має складатися з окремих послідовних етапів (серії досліджень), причому схема всього експерименту заздалегідь не планується. Після здійснення кожного етапу експериментатор за результатами виконаної частини експерименту приймає рішення про напрями подальшої роботи та її доцільність. На кожному етапі використовуються стандартні методи планування й аналізу експерименту, які забезпечують отримання даних, необхідних для прийняття обґрунтованого рішення. Методи, які будуть застосовуватися на наступному етапі роботи, визначаються за отриманими результатами попередніх досліджень.

Традиційний метод проведення дослідів полягає в зміні одного якого-небудь фактора при збереженні значень усіх інших факторів, що впливають на процес, сталими. Цей метод проведення дослідів

називають *методом однофакторного експерименту*. За цим методом взаємний вплив факторів урахувати неможливо.

Оптимальне планування експерименту припускає одночасну зміну всіх факторів, які впливають на процес, що дає можливість відразу встановити силу взаємодії факторів і скоротити загальну кількість дослідів. Такий метод проведення дослідів називають **методом багатфакторного планування експерименту**. За цим методом під час дослідження отримують не перетини статичних характеристик об'єкта, як це має місце при використанні класичного однофакторного методу, а функціональну залежність виходу об'єкта від усіх факторів  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_k)$ .

Суть методу планування факторного експерименту полягає в такому. Об'єкт дослідження розглядається як "чорний ящик" (рисунок 1.1). Його входи називають **факторами**, а виходи – **відгуками**.

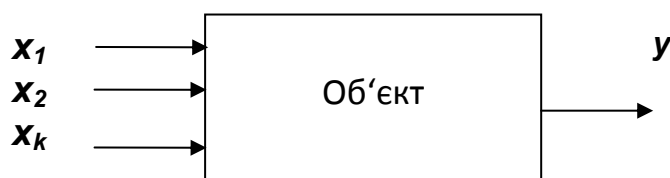


Рисунок 1.1 – Схематичне відображення методу планування факторного експерименту

Метою дослідження є побудова моделі об'єкта, тобто функції відгуку

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_k), \quad (1.1)$$

де  $x_1, x_2, \dots, x_k$  – координати факторного простору.

Сукупності незалежних змінних  $x_k$  і залежної змінної  $y$  є  $n+1$ -вимірним простором, де  $n$  – кількість незалежних змінних. У цьому просторі залежності змінної  $y$  від усіх змінних  $x_k$  відповідає  $n$ -вимірна поверхня, яку зазвичай називають **поверхнею відгуку** (результат дослідів розглядається як відгук системи на дослід – задану сукупність незалежних змінних або входів).

У концепції оптимального використання факторного простору враховується те, що при вивченні багатфакторних залежностей ефективність експерименту підвищується пропорційно збільшенню кількості факторів, які розглядаються. У цьому випадку точність оцінювання коефіцієнтів регресії поліноміального рівняння зростає зі збільшенням кількості факторів завдяки тому, що одночасно збільшу-



ється радіус сфери, яка обстежується в факторному просторі, хоча кожен фактор варіюється в тих самих межах. При цьому дисперсія оцінки коефіцієнтів регресії іноді знижується порівняно з дисперсією одиничного вимірювання в  $(k+1)n$  разів, оскільки оцінювання здійснюється за всіма  $(k+1)n$  дослідями, де  $k$  – кількість факторів, а  $n$  – кількість спостережень.

Концепція компактності інформації стосується заключної стадії дослідження і полягає в забезпеченні можливості отримання даних у формі, зручній для опублікування, зберігання й порівняння з іншими даними.

Концепція статистичного оцінювання пов'язана з необхідністю врахування ступеня відмінностей між знайденим рішенням і результатами експерименту. Згідно з цією концепцією розв'язання інженерної задачі вважають прийнятним, якщо внаслідок статистичної перевірки одержано 95%-ву довірчу ймовірність.

Особливістю більшості досліджень є необхідність урахування великої кількості факторів і розв'язання так званих компромісних задач, що характеризуються визначенням багатьох критеріїв оптимізації. Ця обставина примушує дослідників звертати увагу на правильність постановки завдання й ускладнює прийняття рішень, оскільки відомі методи розв'язання компромісних задач не є досконалими.

## 1.2 Класифікація експериментів

За структурою експерименти поділяють на **натурні, модельні й модельно-комп'ютерні**.

У **натурному** експерименті засоби експериментального дослідження взаємодіють безпосередньо з об'єктом дослідження, у **модельному** – не з об'єктом, а з його заміником – моделлю, яка є безпосередньо об'єктом експериментального дослідження (одночасно відносно об'єкта, що вивчається, модель є засобом експериментального дослідження).

**Модельно-комп'ютерний експеримент** є різновидом модельного експерименту, при якому відповідні характеристики об'єкта, що вивчається, обчислюються за допомогою моделювального алгоритму на комп'ютері. Цей вид експерименту відрізняється універсальністю і має широкую область застосування.

За стадією наукових досліджень експерименти поділяють на **лабораторні, стендові й промислові**.

До **лабораторних** належать експерименти з вивчення загальних

закономірностей різних явищ і процесів, з перевірки наукових гіпотез і теорій.

**Стендові** дослідження проводять, якщо необхідно вивчити цілком конкретний процес, що відбувається в об'єкті з певними фізичними, хімічними та іншими властивостями, з метою виявлення похибок, які можуть бути допущені під час розрахунків або конструювання об'єкта (виробу, технологічного процесу та ін.), а також з метою отримання рекомендації щодо серійного випуску виробу та умов його експлуатації.

**Промисловий експеримент** проводять при створенні нового виробу або процесу за даними лабораторних або стендових випробувань, оптимізації процесу і проведенні контрольно-вибіркових випробувань якості продукції.

З точки зору організації експериментів виділяють **звичайні** (рутинні), **спеціальні** (технічні), **унікальні й змішані експерименти**.

**Звичайні експерименти** проводять у лабораторних умовах за нескладними методиками з використанням порівняно простого експериментального обладнання. Вони пов'язані з одноманітними вимірюваннями й обчисленнями, які багато разів повторюються протягом тривалого проміжку часу.

**Спеціальні експерименти** пов'язані зі створенням і дослідженням різних приладів та апаратів (засобів автоматики, елементів і вузлів ЕОМ).

**Унікальні експерименти** проводять на складному експериментальному обладнанні (типу ядерного реактора, радіоелектронного комплексу, синхрофазотрона і т. ін.). Вони відрізняються великими обсягами експериментальних даних, високою швидкістю перебігу процесів, що досліджуються, широким діапазоном вимірювання характеристик об'єктів дослідження. Основні галузі застосування унікальних експериментів – дослідження космосу, нових технологій та явищ і т.ін.

**Змішані експерименти** містять сукупність різнотипних експериментів, об'єднаних єдиною програмою дослідження й пов'язаних між собою результатами досліджень.

За способом проведення розрізняють **пасивні, активні** (активні з програмним керуванням, активні зі зворотним зв'язком) та **активно-пасивні** експерименти.

**Пасивний експеримент** проводять при реєстрації вхідних і вихідних параметрів об'єкта дослідження без втручання в експеримент під час його проведення. Пасивний експеримент передбачає застосування математико-статистичних методів тільки для оброблення зібраних експериментальних даних. Дослідження впливу сукупності факторів

на результати експерименту проводять за умови, що змінюється тільки один з факторів і фіксуються значення всіх інших. У складних системах, в яких велика кількість впливів не може контролюватися або змінюватися, ця умова не виконується.

**Активний експеримент** передбачає можливість впливу на об'єкт, що досліджується. При використанні методів активного експерименту математичний опис будується у вигляді сукупності статичних і динамічних вихідних характеристик об'єкта, які реєструються при подачі на його входи спеціальних збуджуючих впливів. При активному експерименті можна оцінити дисперсію похибки, перевірити адекватність моделі й взяти необхідних заходів для виконання умов, необхідних для застосування методу множинного регресійного аналізу, який використовується для оброблення результатів експерименту.

Різновидом активного експерименту є активний експеримент з програмним керуванням, який проводять за заздалегідь складеним планом. Відповідно до цього плану експериментатор впливає на вхідні параметри об'єкта дослідження, а зміна вихідних параметрів дає можливість з'ясувати природу процесів, що виникають в об'єкті дослідження.

У разі активного експерименту зі зворотним зв'язком можна вибрати оптимальну стратегію керування експериментом, інтерпретуючи результати кожного етапу.

**Активно-пасивний експеримент** характеризується тим, що під час його проведення одна частина даних лише реєструється, а інша, крім того, обробляється в процесі експерименту та використовується для управління керованими факторами. У такому експерименті одна частина інформації про об'єкт відповідає характеристикам, що змінюються під впливом керованих факторів, а інша – відображає характеристики, які не залежать від зміни вхідних величин.

### **1.3 Основні етапи й принципи планування факторного експерименту**

Методи планування й аналізу експерименту належать до статистичних методів і дають можливість вирішувати різні завдання, що постають перед дослідниками. У одному випадку необхідно виявити та перевірити причинний зв'язок між вхідними змінними (факторами) та вихідними змінними (відгуками), в іншому – відшукати оптимальні умови перебігу процесу або порівняти об'єкти, що вивчаються. Іншими словами, все різноманіття кінцевих цілей дослідження можна узагальнено поділити на два типи:

- знаходження адекватного опису функції відгуку в заданій частині факторного простору, тобто побудова математичної моделі системи, що досліджується;

- знаходження оптимальної умови перебігу процесу, тобто дослідження побудованої моделі на оптимум.

Незалежно від мети експеримент проводять відповідно до ідеї поетапного пошуку. Кількість етапів і дії на кожному з них залежать від результатів, одержаних на попередньому етапі, та кінцевої мети дослідження. Залежно від поєднання результату, отриманого на попередньому етапі, й типу кінцевої мети приймається рішення про дії на наступних етапах дослідження.

У загальному випадку планування, проведення й оброблення результатів експерименту складається з таких обов'язкових етапів:

- 1 Попереднє вивчення об'єкта.
- 2 Кодування факторів.
- 3 Складання матриці планування експерименту.
- 4 Рандомізація досліджень.
- 5 Реалізація плану експерименту.
- 6 Перевірка відтворюваності дослідів.
- 7 Визначення коефіцієнтів регресії.
- 8 Оцінювання значущості коефіцієнтів регресії.
- 9 Побудова лінійної моделі й перевірка її адекватності.
- 10 Прийняття рішення про продовження або завершення експерименту.

Експериментальному вивченню будь-якої системи повинна передувати велика підготовча робота, що підвищує ефективність експерименту. Ця робота полягає у попередньому вивченні об'єкта дослідження з метою отримання інформації, необхідної для постановки завдання та прийняття рішення про початковий етап експериментальної роботи. Це передбачає збір апріорної інформації, тобто вивчення й аналіз усіх даних про об'єкт.

Апріорна інформація може бути повною або обмеженою, але саме вона є тією основою, на якій будуються перші кроки дослідження. Чим повніше знання про об'єкт, тим швидше дослідник отримає остаточне рішення щодо поставленого завдання.

Для правильної постановки завдання необхідно:

- заздалегідь чітко сформулювати мету дослідження;
- вибрати відповідну модель об'єкта дослідження;

- вивчити й проаналізувати відому апіорну інформацію про об'єкт оптимізації;

- вибрати попередню схему експерименту.

При цьому слід простежити за тим, щоб при проведенні дослідження виконувалися умови основних концепцій планування експерименту.

Під час вибору попередньої схеми експерименту враховують особливості поставленого завдання, аналізують відомі методи планування експерименту й вибирають ті методи, які в конкретній ситуації є найбільш ефективними для першої частини експериментальної роботи.

*Планування експерименту* – процедура вибору кількості дослідів і умов їх проведення, необхідних для вирішення поставленого завдання з максимальною точністю.

Найбільш простим видом експериментального дослідження є однофакторний експеримент. Він полягає в тому, що варіюється один фактор на декількох рівнях, а всі інші фактори підтримуються сталими. У цьому випадку можна отримати кількісну оцінку ефекту тільки одного фактора. Вплив інших факторів оцінити не можна.

Висновки про вплив фактора, що вивчається, можуть істотно розрізнятися залежно від рівня фіксування інших факторів. Це зазвичай призводить до помилкових рекомендацій. Лише в тих випадках, коли відгук є функцією одного фактора, однофакторний експеримент цілком закономірний.

Однак на практиці доводиться мати справу з багатофакторними об'єктами, в яких одночасно варіюється декілька вхідних факторів. Тому при складанні таких багатофакторних планів насамперед необхідно:

- перевірити, як впливають фактори, що вивчаються, на параметр оптимізації (чи існує ефект);

- визначити величину цього впливу;

- знайти найменший значущий вплив і т.д.

**Повним факторним експериментом (ПФЕ)** називають такий експеримент, під час реалізації якого визначається значення параметра оптимізації при всіх можливих сполученнях рівнів варіювання факторів.

У процесі експерименту кожен фактор може набути одного з декількох фіксованих значень. Ці значення називають **рівнями**. Поєднання певних рівнів усіх факторів визначає один з можливих станів об'єкта. Безліч можливих поєднань рівнів факторів визначає безліч

станів цього об'єкта і, отже, кількість можливих різних дослідів. Кількість всіх точок факторного простору ( $N$ ) при  $p$ -рівневій системі зміни факторів визначають за формулою

$$N = p^k, \quad (1.2)$$

де  $p$  – кількість рівнів факторів;  $k$  – кількість факторів.

Через дію неврахованих (неконтрольованих або некерованих) факторів відгук об'єкта має випадковий характер. Тому для кожного поєднання факторів, тобто в кожній точці факторного простору, зазвичай виконується не один дослід, а серія з  $N$  дослідів, які називають паралельними (дубльованими). Дублювання дає можливість перевірити відтворюваність експерименту й адекватність моделі й процесу, що досліджуються.

Для усунення систематичних похибок, спричинених зовнішніми умовами, та віднесення елемента випадковості впливу факторів на результат експерименту встановлюють випадковий порядок проведення дослідів у часі. Цю процедуру називають *рандомізацією*. Рандомізація необхідна для обґрунтованого використання апарата математичної статистики.

Для зменшення розмірності факторного простору і спрощення моделі об'єкта зменшують кількість факторів шляхом відсіювання малоістотних.

Параметр оптимізації – це ознака, за якою оптимізується процес. Він має бути кількісним, тобто задаватися числом. Безліч значень, яких може набувати параметр оптимізації, називають **областю його визначення**. Області визначення можуть бути безперервними і дискретними, обмеженими і необмеженими.

Основні вимоги до **параметра оптимізації**:

- параметр повинен однозначно визначатися при будь-якій зміні факторів;
- параметр має бути статистично ефективним, тобто визначатися з максимальною точністю;
- параметр повинен мати економічний зміст, тобто має бути можливість досягнення позитивного результату у відповідних умовах експерименту;
- параметр має бути однозначним, тобто повинен максимізуватися або мінімізуватися тільки один з показників економічного процесу.

Як фактор може братися контрольована змінна, яка впливає на по-

казник параметра оптимізації. Склад і кількість факторів визначає дослідник виходячи з конкретного завдання.

**Фактором** називають вимірювану змінну величину, що набуває в деякий момент часу певного значення. Так само, як і параметр оптимізації, кожен фактор має область визначення. Фактор вважають заданим, якщо разом з його назвою вказано область його визначення.

Під областю визначення розуміють сукупність усіх значень, яких може набути цей фактор.

Сукупність значень фактора, яка використовується в експерименті, є підмножиною з безлічі значень, що утворюють область визначення. Область визначення може бути безперервною і дискретною. Проте зазвичай у завданнях планування експерименту використовують дискретні області визначення. Так, для факторів з безперервною областю визначення, таких, як температура, час, кількість речовини тощо, завжди вибирають дискретну безліч рівнів.

У практичних завданнях області визначення факторів зазвичай обмежені. Обмеження можуть мати принциповий або технічний характер.

Фактори мають бути керованими, незалежними і сумісними. Це означає, що фактори не мають бути функціями інших факторів, повинна існувати можливість установлення фактора на вибраних рівнях незалежно від рівня інших факторів, а всі комбінації рівнів факторів повинні давати здійснювані й безпечні для об'єкта режими.

Фактори класифікують залежно від того, чи є вони змінними величинами, які можна оцінювати кількісно (вимірювати, зважувати, титрувати тощо), або ж чи є вони деякими змінними, що характеризуються якісними властивостями.

Фактори поділяються на *кількісні* та *якісні*. Хоча якісним факторам не відповідає числова шкала в такому розумінні, як для кількісних факторів, проте можна побудувати умовну порядкову шкалу, яка ставить у відповідність рівням якісного фактора числа натурального ряду, тобто робить кодування. Порядок рівнів може бути довільним, але після кодування він фіксується.

Основні вимоги до **факторів**:

- фактори повинні безпосередньо впливати на параметр оптимізації;
- вони мають бути керованими, тобто давати можливість дослідникові забезпечувати його стале значення при моделюванні;
- фактори повинні бути сумісними, тобто можливий взаємний вплив факторів не повинен відбиватися на поведінці цільової функції;

- фактори мають бути незалежними, тобто має бути можливість установлення рівня будь-якого фактора незалежно від рівнів інших факторів;

- фактори мають бути однозначними, тобто не бути функцією інших факторів.

Перед початком експерименту необхідно вибрати його план, тобто визначити, які поєднання рівнів факторів слід реалізувати і в якому порядку. Це дуже важливий етап при використанні даного методу, оскільки цим по суті обмежується клас регресійних моделей, серед яких відшукується модель об'єкта. Отже, необхідно задати загальний вигляд відшукуваної моделі: лінійна, нелінійна з ефектами взаємодії, квадратична тощо.

Математична модель найчастіше подається у вигляді полінома-відривка ряду Тейлора, в який розкладається невідома функція:

$$y = \alpha_0 + \sum_{j=1}^k \alpha_j x_j + \sum_{\substack{u,j=1 \\ u < j}}^k \alpha_{uj} x_u x_j + \sum_{j=1}^k \alpha_{jj} x_j^2 + \dots, \quad (1.3)$$

$$\text{де } \alpha_j = \left. \frac{\partial F}{\partial x_j} \right|_0; \alpha_{uj} = \left. \frac{\partial^2 F}{\partial x_u \partial x_j} \right|_0; \alpha_{jj} = \left. \frac{\partial^2 F}{\partial x_j^2} \right|_0; \alpha_0 = F(\mathbf{x}^0).$$

Індекс 0 означає, що похідні обчислюються в точці  $\mathbf{x}^r = \mathbf{x}^0$ .

Оскільки в реальному об'єкті завжди існують некеровані й неконтрольовані змінні, зміна величини  $y$  має випадковий характер. Тому при обробленні експериментальних даних одержуємо так звані вибіркові коефіцієнти регресії  $\mathbf{a}_0, \mathbf{a}_j, \mathbf{a}_{uj}, \mathbf{a}_{jj}, \dots$ , що є оцінками теоретичних коефіцієнтів  $\alpha_0, \alpha_j, \alpha_{uj}, \alpha_{jj}, \dots$

Рівняння регресії, отримане на основі дослідження, можна записати таким чином:

$$y = a_0 + \sum_{j=1}^k a_j \cdot x_j + \sum_{\substack{u,j=1 \\ u < j}}^k a_{uj} \cdot x_u \cdot x_j + \sum_{j=1}^k a_{jj} \cdot x_j^2 + \dots, \quad (1.4)$$

де  $\mathbf{a}_0$  – вільний член рівняння регресії;

$\mathbf{a}_j$  – лінійні ефекти;



$a_{uj}$  – ефекти парної взаємодії;  
 $a_{jj}$  – квадратичні ефекти.

#### 1.4 Нормування змінних параметрів моделі

Під час експерименту здійснюються різні комбінації рівнів факторів. Ці фактори зазвичай мають різну фізичну природу і розмірність. Для спрощення запису і оброблення результатів рівні факторів нормуються.

Середині області визначення вихідної змінної об'єкта відповідає деяка комбінація рівнів факторів. Ці рівні факторів беруться як основні (початкові, нульові).

Побудова плану експерименту зводиться до вибору інтервалу варіювання факторами  $\Delta X_j$ , тобто до вибору експериментальних точок, симетричних відносно основного рівня.

Найчастіше експерименти проводять тільки на двох рівнях факторів. Такі експерименти називають експериментами типу  $2^k$ . При такому експерименті рівні факторів є межами досліджуваної області за цим фактором ( $X_{j \min}$ ,  $X_{j \max}$ ). Тоді для будь-якого фактора маємо

$$X_{i \text{ осн}} = \frac{X_{j \max} + X_{j \min}}{2}, \quad j = \overline{1, k}, \quad (1.5)$$

де  $X_{j \text{ осн}}$  – основний рівень (визначений для кожного фактора);

$X_{j \min}$  – нижній рівень (визначений для кожного фактора);

$X_{j \max}$  – верхній рівень (визначений для кожного фактора);

$2$  – кількість рівнів;

$j$  – номер фактора.

Інтервал варіювання розраховують за формулою

$$\Delta X_j = \frac{X_{j \max} - X_{j \min}}{2}, \quad j = \overline{1, k}, \quad (1.6)$$

де  $\Delta X_j$  – інтервал варіювання (визначений для кожного фактора).

На вибір інтервалів варіювання накладаються природні обмеження зверху й знизу. Інтервал варіювання не може бути меншим за ту похибку, з якою експериментатор фіксує рівень фактора, інакше верхній і нижній рівні виявляться невиразними. З іншого боку, інтервал не мо-

же бути дуже великим, тому що верхній або нижній рівень опиняться за межами області визначення.

Точку з координатами  $(x_1^0, x_2^0, \dots, x_k^0)$  називають **центром плану (основним рівнем)**,  $\Delta x_j$  – інтервалом варіювання за віссю  $x_j$ .

Величина  $\Delta x_j$  розраховується окремо для кожного фактора. Збільшення  $\Delta x_j$  до основного рівня дає верхній рівень фактора, а зменшення – нижній.

Оскільки фактори мають різні одиниці виміру, а значення факторів можуть мати різні порядки, їх зводять до єдиної системи числення шляхом кодування, тобто переходять від системи координат  $x_1^0, x_2^0, \dots, x_k^0$  до нової безрозмірної системи координат шляхом лінійного перетворення координат:

$$\tilde{x}_j = \frac{x_j - x_{j \text{ осн}}}{\Delta x_j}, \quad (1.7)$$

де  $\tilde{x}_j$  – нормоване значення  $j$ -го фактора;

$x_j$  – натуральне значення  $j$ -го фактора ( $x_j = x_{j \text{ осн}} \pm \Delta x_j$ );

$x_{j \text{ осн}}$  – натуральне значення основного рівня.

Кодування факторів необхідне для переведення натуральних значень факторів у безрозмірні величини, адже зазвичай потрібно дослідити вплив факторів, що мають різні величини та одиниці вимірювання, а також різні значення інтервалу варіювання. Отримавши безрозмірні значення факторів, можна побудувати стандартну ортогональну план-матрицю експерименту.

У нормованому вигляді для всіх факторів верхній рівень дорівнює +1, нижній – -1 ( $-1 \leq \tilde{x}_j \leq 1$ ), а координати центра плану дорівнюють нулю і збігаються з початком координат.

Нормування змінних істотно спрощує планування експерименту, оброблення його результатів, побудову моделі об'єкта з безрозмірними змінними, перевірку адекватності моделі.

Після побудови моделі з нормованими факторами  $y = F(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_k)$  і оцінювання її адекватності переходять до побудови моделі з натуральними факторами  $y = F(x_1, x_2, \dots, x_k)$ , використовуючи нормувальні співвідношення (1.7).

Під час планування за схемою повного факторного експерименту (ПФЕ) реалізуються всі можливі поєднання рівнів факторів. Необхідна

кількість дослідів  $N$  при ПФЕ визначається за формулою (1.2).

**Повним факторним експериментом** називають систему дослідів, яка містить усі можливі комбінації рівнів варіювання факторів, що не повторюються.

Якщо експерименти проводять тільки на двох рівнях факторів і при цьому під час експерименту використовують всі можливі комбінації з  $k$  факторів, то проведення дослідів за таким планом називають ПФЕ типу  $2^k$ .

ПФЕ типу  $2^k$  широко використовується завдяки таким їхнім позитивним особливостям, як симетричність відносно центра експерименту, незалежність числових значень коефіцієнтів рівняння регресії від зміни порядку регресійного полінома, узятого для опису об'єкта (*ортогональність*), однакова точність моделі на рівних відстанях від центра в різних напрямках (*ротатабельність*). ПФЕ зазвичай використовують при невеликій кількості факторів ( $k \leq 5$ ).

За допомогою ПФЕ типу  $2^k$  можна отримати адекватну модель об'єкта тільки у тому випадку, якщо до неї не входять степені факторів, тобто цей експеримент дає можливість визначити оцінки коефіцієнтів рівняння регресії тільки при лінійних членах і взаємодії цих факторів:

$$y = a_0 + \sum_{j=1}^k a_j x_j + \sum_{\substack{u,j=1 \\ u < j}}^k a_{uj} x_u x_j + \sum_{\substack{u,j,l=1 \\ (u < j < l)}}^k a_{ujl} x_u x_j x_l + \dots \quad (1.8)$$

Взаємодія факторів має місце тоді, коли ефект одного фактора залежить від рівня, на якому знаходиться інший фактор, тобто коли статична характеристика об'єкта є нелінійною.

Етап реалізації експерименту полягає в побудові повного плану матриці планування, який дає можливість визначити вплив на функцію відгуку не лише кожного окремого фактора, а і їхні комбінації.

Неповний план матриці планування наведено в таблиці 1.1.

Повний план матриці планування типу  $2^3$  подано в таблиці 1.2. Повний план матриці – це план матриці зі стовпчиком  $X_0$ , так звану фіктивну змінною, що дає можливість визначити вільний член  $b_0$ . Значення  $X_0$  завжди однакове у всіх рядках і дорівнює +1.

Значення "+1" і "-1" факторів відповідають верхньому й нижньому рівням у дійсних значеннях факторів процесу.

Таблиця 1.1 – Неповний план матриці планування  $2^3$ 

Номер точки плану	Фактори процесу		
	$X_1$	$X_2$	$X_3$
1	-	-	-
2	+	-	-
3	-	+	-
4	+	+	-
5	-	-	+
6	+	-	+
7	-	+	+
8	+	+	+

Для оцінювання коефіцієнтів взаємодії факторів уводять стовпчики з різними комбінаціями добуток факторів ( $X_1X_2$ ;  $X_1X_3$ ;  $X_2X_3$ ;  $X_1X_2X_3$ ), що дає можливість оцінити ефекти взаємодії факторів.

До стовпчика з дійсними значеннями функції відгуку за кожним з паралельних спостережень заносять значення результуючого показника  $Y$  з урахуванням відповідних умов проведення експерименту (комбінації факторів), які вказано у виділеній області таблиці 1.2.

Таблиця 1.2 – Повний план матриці планування  $2^3$ 

Но- мер точки пла- ну	Кодовані значення факторів								Дійсне значення функції відгуку			
	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_1X_2$	$X_1X_3$	$X_2X_3$	$X_1X_2X_3$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$\bar{Y}$
1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	$Y_1$	$Y_{2,1}$	$Y_{3,1}$	$\bar{Y}_1$
2	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	$Y_2$	$Y_{2,2}$	$Y_{3,2}$	$\bar{Y}_2$
3	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	$Y_3$	$Y_{2,3}$	$Y_{3,3}$	$\bar{Y}_3$
4	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	$Y_4$	$Y_{2,4}$	$Y_{3,4}$	$\bar{Y}_4$
5	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	$Y_5$	$Y_{2,5}$	$Y_{3,5}$	$\bar{Y}_5$
6	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	$Y_6$	$Y_{2,6}$	$Y_{3,6}$	$\bar{Y}_6$
7	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	$Y_7$	$Y_{2,7}$	$Y_{3,7}$	$\bar{Y}_7$
8	1	1	1	1	1	1	1	1	$Y_8$	$Y_{2,8}$	$Y_{3,8}$	$\bar{Y}_8$

Середнє значення параметра оптимізації  $Y$  обчислюється за формулою

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{j=1}^m Y_{v,j}}{m}, \quad (1.9)$$

де  $Y_{v,j}$  – дійсне значення параметра оптимізації;

$m$  – кількість паралельних спостережень у кожній точці плану.

## 2 МАТЕМАТИЧНЕ ОБРОБЛЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ЕКСПЕРИМЕНТІВ

Для оцінювання відхилення показника параметра оптимізації від середнього значення обчислюється *дисперсія відтворюваності*  $S_v^2$  за даними  $m$  паралельних дослідів плану матриці планування в кожній точці за формулою

$$S_v^2 = \frac{\sum_{j=1}^m (\bar{Y}_v - Y_{v,j})^2}{m - 1}, \quad (2.1)$$

де  $j$  – порядковий номер паралельного дослідів у певній точці плану матриці;

$\bar{Y}_v$  – середнє арифметичне значення показника параметра оптимізації в  $m$  паралельних дослідів у точці  $v$ ;

$Y_{v,j}$  – значення параметра оптимізації в  $v$ -й точці;

$m - 1$  – кількість паралельних дослідів у точках плану матриці.

Для перевірки *гіпотези однорідності дисперсій* слід користуватися критерієм Кохрена  $G$ , який ґрунтується на законі розподілу відношення максимальної дисперсії до суми всіх дисперсій:

$$G = \frac{S_{v \max}^2}{\sum_{v=1}^N S_v^2}, \quad (2.2)$$

де  $S_{v \max}^2$  – максимальна дисперсія в  $v$ -й точці;

$\sum_{v=1}^N s_v^2$  – сума всіх дисперсій.

Якщо розрахункове значення критерію Кохрена  $G$  менше за табличне значення  $G_{кр}$ , то гіпотеза про однорідність дисперсій приймається. Якщо  $G > G_{кр}$ , то дисперсії є неоднорідними й гіпотеза відхиляється. Для усунення неоднорідності слід збільшити кількість паралельних дослідів.

Якщо дисперсії однорідні, то їх треба усереднити, тобто знайти дисперсію параметра оптимізації за формулою

$$S^2\{Y\} = \frac{\sum_{v=1}^N s_v^2}{N}, \quad (2.3)$$

де  $S^2\{Y\}$  – середня арифметична дисперсія всіх різних точок плану матриці, або дисперсія параметра оптимізації;

$\sum_{v=1}^N s_v^2$  – сума всіх дисперсій;

$N$  – загальна кількість різних точок у плані матриці планування.

Коефіцієнти регресії  $0, 1, 2, \dots, k$  для рівняння вигляду  $y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + b_4X_1X_2 + b_5X_1X_3 + b_6X_2X_3 + b_7X_1X_2X_3 + \dots$

визначаються за допомогою множення даних  $\bar{Y}_v$  на дані  $X_{j,v}$  у кодованих значеннях з наступним діленням отриманого добутку на загальну кількість точок у плані матриці:

$$b_j = \frac{\sum_{v=1}^N x_{j,v} \bar{Y}_v}{N}, \quad (2.4)$$

де  $X_{j,v}$  – номер (фактора в кодованих значеннях) стовпця в плані матриці  $0, 1, 2, \dots, k$ ;

$\bar{Y}_v$  – середнє арифметичне значення за  $m$  дослідями в точці  $v$ ;

$N$  – загальна кількість різних точок у плані матриці.

Значущість коефіцієнтів регресії визначається за допомогою  $t$ -критерію Стюдента. Для кожного коефіцієнта обчислюються значення  $t_j$ -критерію за формулою

$$t_j = \frac{|b_j|}{S\{b_j\}}, \quad (2.5)$$

де  $|b_j|$  – розраховані коефіцієнти регресії;  
 $S\{b_j\}$  – середньоквадратичне відхилення дисперсій коефіцієнта.

Незначущий коефіцієнт при факторі означає, що цей фактор не впливає (або впливає незначно) на параметр оптимізації. Однак на величину коефіцієнта регресії впливає не тільки сам фактор, але й вибраний інтервал варіювання, тобто при дуже вузьких межах зміни фактора в експерименті його вплив на зміну параметра оптимізації може бути дійсно дуже малим. Але це не означає, що фактор є незначущим. Тому статистичний сигнал про незначущість фактора має бути перевірений або розглянутий з технологічної точки зору.

Рішення про проведення подальших досліджень приймається залежно від можливої ситуації:

- якщо коефіцієнти регресії значущі й лінійна модель адекватна, то модель об'єкта можна вважати побудованою;

- якщо всі коефіцієнти регресії незначущі (крім  $b_0$ ), а лінійна модель адекватна, то необхідно розширити інтервал варіювання або підвищити точність експерименту, збільшити кількість паралельних дослідів. Збільшення інтервалів варіювання призводить до збільшення абсолютних величин коефіцієнтів регресії;

- якщо лінійна модель неадекватна, то це означає, що поверхню відгуку не вдається апроксимувати площиною. У цьому випадку необхідно зменшити інтервали варіювання, перенести нульову точку варіювання або використати більш складну модель, яка враховує взаємодію факторів, тобто перейти до нелінійних моделей;

- якщо коефіцієнти регресії значущі, а план експерименту є насиченим, то адекватність перевірити неможливо. Перевірка можлива, якщо кількість коефіцієнтів моделі менша від кількості точок факторного простору, в яких вимірювався відгук. У цьому випадку можна провести додаткові вимірювання в деякій точці, тим самим збільшивши величину  $N$ .

Статистична незначущість коефіцієнта  $b_j$  може бути зумовлена такими причинами:

а) основний рівень режиму фактора  $X_j$  *осн* близький до точки екстремуму, тобто  $b_j \approx 0$ ;

б) інтервал варіювання  $\Delta X_j$  вибрано дуже малим;

в) ця змінна (добуток змінних) не має статистичного зв'язку з показником параметра оптимізації  $Y$ ;

г) велика похибка експерименту внаслідок наявності некерованих і неконтрольованих факторів.

Середньоквадратичне відхилення дисперсії похибки визначення коефіцієнта регресії  $b_j$  обчислюється за формулою

$$S\{b_j\} = \sqrt{\frac{S^2\{Y\}}{Nm}}, \quad (2.6)$$

де  $S\{b_j\}$  – середньоквадратичне відхилення дисперсій коефіцієнта регресії;

$S^2\{Y\}$  – дисперсія показника параметра оптимізації;

$N$  – загальна кількість різних точок у плані матриці;

$m$  – кількість паралельних дослідів у кожній точці.

Коефіцієнт регресії  $b_j$  вважається значущим, якщо розрахункове значення  $t_j$ -критерію Стюдента є більшим від табличного  $t_{кр}$ , яке визначається за таблицею критеріїв Стюдента при певних рівні значущості  $q$  і числі ступенів свободи  $V_{3H} = N(m - 1)$ . До математичної моделі входять лише значущі коефіцієнти.

Оцінку дисперсії адекватності моделі  $S_{ad}^2$  визначають за формулою

$$S_{ad}^2 = \frac{m}{N - I} \sum_{v=1}^N (\bar{Y}_v - \hat{Y}_v), \quad (2.7)$$

де  $m$  – кількість паралельних дослідів у точках плану матриці;

$N$  – загальна кількість різних точок у плані матриці;

$I$  – кількість значущих коефіцієнтів (у тому числі  $b_0$ );

$\bar{Y}_v$  – середнє арифметичне значення за  $m$  дослідями у точці  $V$ ;

$\hat{Y}_v$  – математичне сподівання параметра оптимізації, розраховане за рівнянням регресії.

Адекватність моделі перевіряється за допомогою критерію Фішера



$$F = \frac{S_{ad}^2}{S^2\{Y\}}, \quad (2.8)$$

де  $S_{ad}^2$  – оцінка дисперсії адекватності моделі;  
 $S^2\{Y\}$  – дисперсія параметра оптимізації.

Якщо розрахункове значення критерію  $F$ , знайдене за формулою (2.8), виявиться меншим за значення  $F_{кр}$ , визначене за таблицею критерію Фішера, то гіпотеза адекватності моделі приймається. Показник  $F_{кр}$  визначається за таблицею критерію Фішера при заданих рівні значущості  $q$  і числах ступенів свободи  $V_{1,ad} = N - 1$  і  $V_{2,ad} = N(m - 1)$ .

Якщо рівняння неадекватне, переходять до більш складної моделі (наприклад, підвищують ступень многочлена). Для цього зазвичай проводять додаткові досліді. Їх можна не проводити, якщо відповідним чином перетворити змінну  $y$  або  $x$ .

Якщо гіпотеза адекватності не приймається, то є такі способи одержання адекватної моделі:

- збільшення інтервалів варіювання факторів;
- виділення (якщо можливо) фактора, що породжує неадекватність, і реалізація для  $k-1$  факторів нових планів, при цьому виділений фактор необхідно зафіксувати на певному рівні;
- перетворення контрольованих змінних (факторів), тобто перехід до нових факторів, статистично пов'язаних з попередніми.

Інтерпретація рівнянь регресії – найважливіший етап моделювання процесів при використанні планування експерименту. Інтерпретація включає аналіз перш за все впливу окремих факторів на функцію відгуку та їх взаємодії, а також особливостей поведінки функції відгуку в різних частинах вивченої області факторного простору.

Вплив факторів найпростіше аналізувати за рівнянням першого степеня. Спочатку визначається знак коефіцієнта регресії, що показує, як цей фактор впливає (у бік збільшення або зменшення) на відгук.

Планований експеримент дає можливість також зіставити вплив окремих факторів на функцію відгуку. У рівняннях регресії значення одного коефіцієнта важко порівнювати зі значенням іншого. Фактори (а отже, і коефіцієнти регресії) є розмірними величинами. В планованому експерименті фактори зводяться до безрозмірного кодованого вигляду. У цьому вигляді кожен з них варіюється в межах від -1 до +1. Таким чином, якщо значення  $b_p$  більше за абсолютною величиною від

значення  $b_q$ , то це означає, що в заданих межах варіювання зміна  $p$ -го фактора сильніше вплине на відгук, ніж зміна  $q$ -го фактора.

### **3 ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДИКИ ФАКТОРНИХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ ПРИ РОЗВ'ЯЗАННІ ФІНАНСОВО-ЕКОНОМІЧНИХ ЗАДАЧ**

#### **3.1 Побудова моделі для експрес-оцінювання вартості бізнесу**

До основних факторів, які впливають на ринкову вартість бізнесу, можна віднести:

- співвідношення попиту й пропозиції на ринку «готового бізнесу»;
- стан економіки країни, розвиток галузі, до якої належить певне підприємство (сфера діяльності);
- місце розташування підприємства;
- фінансовий стан підприємства (показники майнового стану, фінансових результатів, ліквідності, ділової активності, платоспроможності, рентабельності);
- термін існування бізнесу (життєвий цикл підприємства).

З урахуванням вимог, що ставляться до параметра оптимізації, та факторів як параметра оптимізації маємо вартість одного квадратного метра площі підприємства в умовних одиницях (у.е./м<sup>2</sup>). Факторами моделі є:

$X_1$  – рівень розвитку певної галузі промисловості – узагальнювальний індекс розвитку по регіонах України;

$X_2$  – місце розташування підприємства – коефіцієнт віддаленості підприємства від транспортних вузлів і комунікацій;

$X_3$  – період функціонування бізнесу, пов'язаний з тривалістю життєвого циклу підприємства.

У таблиці 3.1 наведено показники розвитку переробної промисловості АПК по регіонах.

За допомогою таблиці 3.1 можна визначити граничні значення першого фактора: нижнє – 0,51; верхнє – 1.

Другий фактор "місце розташування підприємства" розраховуємо як коефіцієнт віддаленості підприємства від транспортних вузлів. У межах області максимальну відстань від підприємства до транспортних комунікацій було взято такою, що дорівнює одиниці.

Коефіцієнт віддаленості підприємства розраховуємо як відношення відстані до транспортного вузла до можливої максимальної відстані від цього вузла. Граничні значення фактора "місце розташування під-

приємства" виявилися такими: нижнє – 0,04; верхнє – 1.

Таблиця 3.1 – Узагальнювальний індекс розвитку переробної промисловості по регіонах України

Регіон	Виробництво продукції		Узагальнювальний індекс розвитку галузі	Індекс розвитку галузі
	на одиницю території, грн/100 км <sup>2</sup>	на душу населення, грн/чол.		
Донецький	277,4	189,88	0,956	0,63
Карпатський	213	187,54	0,81	0,54
Подільський	322,9	437,1	1,508	1,00
Поліський	138,1	279,5	0,815	0,54
Придніпровський	190,4	193,37	0,772	0,51
Причорноморський	170,8	252,25	0,837	0,56
Східний	270	371,58	1,272	0,84
Центральний	321,2	333,62	1,315	0,87

Важливим фактором, що впливає на вартість підприємства, є оцінювання фаз і періодів життєвого циклу підприємства [2].

Відповідно до розподілу тривалості фаз життєвих циклів для різних галузей народного господарства А.Ф. Крюкова [4] для підприємств харчової промисловості життєвий цикл підприємства триває 14 років:

- фаза 1 (зростання) – 4 роки;
- фаза 2 (стагнації) – 5 років;
- фаза 3 (кризи) – 5 років.

Фаза зростання (етап динамічного розвитку) характеризується стрімким зростанням обсягу продажів. Виручка покриває всі витрати. Підприємство залучає додаткові позикові кошти для подальшого розвитку.

Фаза стагнації (етап зрілості) – темпи зростання виручки стабілізуються. Додаткові кредити хоча й залучаються, але у все менших обсягах. Обслуговування боргу є перешкодою для приросту доходу.

Фаза кризи (етап занепаду) – обсяги продажів починають зменшуватися. Підприємство повертає довгострокові кредити. Це призводить до зниження величини доходу.

Фактор "термін функціонування бізнесу" відповідно до тривалості життєвого циклу підприємства харчової промисловості має такі граничні значення: нижнє – 1; верхнє – 14.

Основні рівні факторів ( $X_{jосн}$ ) та інтервалів варіювання ( $\Delta X_j$ ) визначаємо за формулами (1.5) і (1.6):

$$x_{1осн} = \frac{1+0,51}{2} = 0,76;$$

$$\Delta x_1 = \frac{1-0,51}{2} = 0,25;$$

$$x_{2осн} = \frac{1+0,04}{2} = 0,52;$$

$$\Delta x_2 = \frac{1-0,04}{2} = 0,48;$$

$$x_{3осн} = \frac{14+1}{2} = 7,5;$$

$$\Delta x_3 = \frac{14-1}{2} = 6,5.$$

Результати розрахунків наведено в таблиці 3.2.

Таблиця 3.2 – Досліджувані фактори в дійсних значеннях

Рівні	Фактори процесу в одиницях виміру		
	$P_{pp}$	$M_p$	$T_b$
Верхній	1	1	14
Нижній	0,51	0,04	1
Основний	0,76	0,52	7,5
Інтервал варіювання	0,25	0,48	6,5
Кодоване значення	$X_1$	$X_2$	$X_3$

Наприклад, максимальна вартість підприємств м'ясопереробної галузі досягається в плані матриці планування при таких значеннях факторів:

- рівень розвитку харчової промисловості має максимальне значення  $X_1 = 1$  (оскільки фактор знаходиться в прямій залежності від параметра оптимізації);

- віддаленість від обласного центру має мінімальне значення  $X_2 = 0,04$  (оскільки фактор знаходиться в зворотній залежності від параметра оптимізації);

- термін функціонування бізнесу має мінімальне значення  $X_3 = 1$  (фактор знаходиться в зворотній залежності від параметра оптимізації).

Таким чином, мінімальна вартість м'ясокомбінату досягається при

такому поєднанні факторів:  $X_1 = \min = 0,51$ ;  $X_2 = \max = 1$ ;  $X_3 = \max = 14$ .

Оскільки фактори віддаленості й терміну існування бізнесу знаходяться в зворотній залежності від параметра оптимізації – вартості одного метра квадратного площі підприємства, то при збільшенні цих факторів вартість підприємства знижуватиметься.

До стовпчика з дійсними значеннями функції відгуку за кожним з паралельних дослідів заносимо значення результуючого показника  $Y$  (вартість одного квадратного метра) з урахуванням відповідних умов проведення експерименту (комбінації факторів), вказаних у виділеній області таблиці 3.3.

На основі проаналізованих даних про пропозицію та ринкову вартість підприємств харчової промисловості заповнюємо таблицю 3.3.

Таблиця 3.3 – Повний план матриці планування  $2^3$

Но- мер точки пла- ну	Кодовані значення факторів								Дійсне значення функції відгуку			
	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_1X_2$	$X_1X_3$	$X_2X_3$	$X_1X_2X_3$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$\bar{Y}$
1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	380	262	217	286,33
2	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	450	410	376	412,00
3	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	289	238	159	228,67
4	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	332	245	170	249,00
5	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	180	129	110	139,67
6	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	340	243	168	250,33
7	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	142	104	90	112,00
8	1	1	1	1	1	1	1	1	148	110	95	117,67

Для оцінювання відхилення показника параметра оптимізації від середнього значення за формулою (2.1) обчислюємо дисперсію відтворюваності за даними  $m$  паралельних дослідів плану матриці планування в кожній точці. Одержані результати подано в таблиці 3.4.

Для перевірки гіпотези однорідності використаємо критерій Кохрена (2.2), який ґрунтується на законі розподілу відношення максимальної дисперсії до суми всіх дисперсій.

Таблиця 3.4 – Дисперсія відтворюваності

Номер точки плану	Дисперсія $S_v^2$
1	7086,33
2	1372,00
3	4290,33
4	6573,00
5	1310,33
6	7436,33
7	724,00
8	746,33
Сума дисперсій	29538,67
Максимальне значення	7436,33

Під час розрахунку було одержано величину  $G = 0,252$ . Табличне критичне значення критерію Кохрена  $G_{кр}$  при заданих рівні значущості  $q = 5\%$  і числах ступенів свободи  $V_{1,vmax} = m - 1 = 2$  і  $V_{2,v} = N = 8$  дорівнює 0,5157 (див. Додаток А). Оскільки  $G < G_{кр}$ , то гіпотеза про однорідність дисперсій приймається.

Дисперсії однорідні, їх необхідно усереднити, тобто знайти дисперсію параметра оптимізації за формулою (2.3):  $S^2\{Y\} = 3692,33$ .

Коефіцієнти регресії для рівняння вигляду  $y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + b_4X_1X_2 + b_5X_1X_3 + b_6X_2X_3 + b_7X_1X_2X_3$  визначаємо за формулою (2.4). Результати розрахунку наведено в таблиці 3.5.

Таблиця 3.5 – Результати розрахунку коефіцієнтів регресії

$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_5$	$b_6$	$b_7$
224,46	32,79	-47,63	-69,54	-26,29	-3,71	7,54	0,04

Значущість коефіцієнтів регресії визначаємо за допомогою  $t$ -критерію Стьюдента. За формулою (2.5) для кожного коефіцієнта обчислюємо значення  $t_j$ -критерію (таблиця 3.6).

Таблиця 3.6 – Результати розрахунку  $t_j$ -критерію

$t_0$	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$	$t_6$	$t_7$
18,096	2,644	3,840	5,607	2,120	0,299	0,608	0,003

Значення середньоквадратичних відхилень дисперсій для всіх коефіцієнтів регресії є однаковим. При однаковій кількості паралельних дослідів ( $m = v$ ) у всіх точках плану матриці дисперсія похибки визначення коефіцієнта регресії розраховується за формулою (2.6):  $S\{b_j\} = 12,4$ .

Для перевірки значущості коефіцієнта  $b_j$  з таблиці критеріїв Стюдента визначаємо  $t_{кр}$  при певному рівні значущості  $q = 5\%$  і числі ступенів свободи  $V_{зн} = N(m - 1) = 16$ . Оскільки для цього експерименту  $t_{кр} = 2,119$  (див. Додаток Б), то значущими коефіцієнтами є  $b_0, b_1, b_3, b_4$ .

Таким чином, отримаємо таке рівняння з кодованими значеннями факторів:

$$Y = 224,46 + 32,79 X_1 - 47,63 X_2 - 69,54 X_3 - 26,29 X_1 X_2. \quad (3.1)$$

Адекватність моделі перевіряємо за формулою (2.8) з урахуванням критерію Фішера, при цьому попередньо за формулою (2.7) визначаємо оцінку адекватності  $S^2_{ad} = 4571,3$ .

Табличне значення критерію Фішера  $F_{кр}$  при рівні значущості  $q = 5\%$  і числах ступенів свободи  $V_{1, ad} = N - I = 3$  і  $V_{2, ad} = N(m - 1) = 16$  дорівнює 3,24 (див. Додаток В).

Оскільки розрахункове значення критерію  $F = 1,238$  менше від табличного значення  $F_{кр}$ , то гіпотеза адекватності моделі приймається.

Перехід від кодованих значень рівняння до дійсних здійснюємо шляхом підстановки формули (1.7) у раніше отримане рівняння (3.1).

Таким чином, одержуємо модель попереднього оцінювання вартості підприємства харчової промисловості  $B_{кв.м}$ , у.о./м<sup>2</sup>, на прикладі м'ясопереробної галузі:

$$B_{кв.м} = 168,99 + 245,08 P_{pp} + 67,27 M_p - 10,70 T_6 - 219,08 P_{pp} M_p. \quad (3.2)$$

Ця модель дає можливість в короткі терміни провести експрес-оцінювання бізнесу, що сприяє спрощенню процесу оцінювання та одержанню попередніх результатів для прийняття інвестиційних рішень.

### 3.2 Використання факторного моделювання для оцінювання показника конкурентоспроможності й фінансових результатів суб'єкта господарювання

Метою керування діяльністю підприємства є забезпечення його стійкого фінансово-економічного зростання і, як наслідок, підвищення конкурентоспроможності. Маркетингові джерела розвитку є дуже привабливими, цим шляхом йдуть розвинені країни, і у нашому суспільстві є передумови для того, щоб орієнтуватися саме на нього. Однак на цей час відсутня методика, яка забезпечує об'єктивне оцінювання конкурентоспроможності підприємства. Для побудови моделі оцінювання конкурентоспроможності підприємства скористаємося теорією планування експериментів.

**Модель 1.** Під час оцінювання впливу елементів модифікованого комплексу маркетингу на показник конкурентоспроможності було встановлено, що найбільше впливають на конкурентоспроможність імідж підприємства (бренд), використання інноваційних технологій у виробничій діяльності й витрати на транспортну логістику як уособлення витрат на товарорух. Тому найбільш доцільною буде побудова моделі конкурентоспроможності з впливом домінуючих факторів: «брендинг», «інновації», «поширення».

Параметром оптимізації є показник конкурентоспроможності підприємства. В експеримент включено найбільш значущі за впливом елементи комплексу маркетингу "брендинг" ( $X_1$ ), "інновації" ( $X_2$ ), "поширення" ( $X_3$ ). Для цих факторів устанавлюємо тільки два рівні: верхній і нижній.

Вихідні дані для побудови моделі конкурентоспроможності наведено в таблиці 3.7.

Таблиця 3.7 – Вихідні дані для побудови моделі конкурентоспроможності

Нормовані показники елементів	Дані по роках							
	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
"Брендинг" <b>Б</b>	0,03	0,16	0,21	0,29	0,4	0,55	0,76	0,99
"Інновації" <b>І</b>	0,06	0,09	0,13	0,26	0,4	0,6	0,7	0,97
"Поширення" <b>П</b>	0,06	0,1	0,13	0,15	0,29	0,46	0,61	0,98



Оскільки фактори процесу неоднорідні й мають різні одиниці виміру, а числа, що виражають величини факторів, мають різні порядки, їх слід звести до єдиної системи числення шляхом переходу від дійсних значень факторів до кодованих за формулами (1.5) – (1.7).

Результати розрахунків дійсних значень факторів процесу подано в таблиці 3.8.

Таблиця 3.8 – Досліджувані фактори в дійсних значеннях

Рівні	Фактори процесу в одиницях виміру		
	<b>Б</b>	<b>І</b>	<b>П</b>
Верхній	0,99	0,97	0,98
Нижній	0,03	0,06	0,06
Основний	0,51	0,515	0,52
Інтервал варіювання	0,48	0,455	0,46
Кодоване значення	<b>X<sub>1</sub></b>	<b>X<sub>2</sub></b>	<b>X<sub>3</sub></b>

Побудова плану матриці зводиться до стандартної форми запису умов проведення експериментів у вигляді таблиці, у рядках якої записують дані дослідів, у стовпчиках – фактори (у кодах "+" і "-") з реалізацією всіх можливих сполучень упорядкованих комбінацій факторів (таблиця 3.9).

Для оцінювання відхилення показника параметра оптимізації від середнього значення за формулою (2.1) обчислюємо дисперсію відтворюваності за даними  $m$  паралельних дослідів плану матриці в кожній точці. Результати розрахунків подано в таблиці 3.10.

Для перевірки гіпотези однорідності дисперсій використовуємо критерій Кохрена (2.2), який ґрунтується на законі розподілу відношення максимальної дисперсії до суми всіх дисперсій.

Під час розрахунку було одержано  $G = 0,29$ . Табличне критичне значення критерію Кохрена  $G_{кр}$  при заданих рівні значущості  $q = 5\%$  і числах ступенів свободи  $V_{1,vmax} = m-1 = 2$  і  $V_{2,v} = N = 8$  дорівнює 0,52 (див. Додаток А). Оскільки  $G < G_{кр}$ , то гіпотеза про однорідність дисперсій приймається.

Таблиця 3.9 – Повний план матриці планування  $2^3$ 

Но- мер точки пла- ну	Кодовані значення факторів								Дійсне значення функції відгуку			
	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_1X_2$	$X_1X_3$	$X_2X_3$	$X_1X_2X_3$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$\bar{Y}$
1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	0,12	0,20	0,10	0,14
2	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	0,60	0,76	0,55	0,64
3	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	0,45	0,50	0,52	0,49
4	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	0,75	0,82	0,91	0,83
5	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	0,45	0,52	0,42	0,46
6	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	0,70	0,89	0,77	0,79
7	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	0,65	0,61	0,75	0,67
8	1	1	1	1	1	1	1	1	0,99	0,90	0,92	0,94

Таблиця 3.10 – Обчислення дисперсії відтворюваності

$Y_{1j}$	$Y_{2j}$	$Y_{3j}$	$\bar{Y}_v$	$\bar{Y}_v - Y_{1j}$	$\bar{Y}_v - Y_{2j}$	$\bar{Y}_v - Y_{3j}$	$(\bar{Y}_v - Y_{1j})^2$	$(\bar{Y}_v - Y_{2j})^2$	$(\bar{Y}_v - Y_{3j})^2$	$S_v^2$
0,12	0,20	0,10	0,14	0,02	-0,06	0,04	0,0004	0,0036	0,0016	0,0028
0,60	0,76	0,55	0,64	0,04	-0,12	0,09	0,0013	0,0152	0,0075	0,0120
0,45	0,50	0,52	0,49	0,04	-0,01	-0,03	0,0016	0,0001	0,0009	0,0013
0,75	0,82	0,91	0,83	0,08	0,01	-0,08	0,0059	0,0000	0,0069	0,0064
0,45	0,52	0,42	0,46	0,01	-0,06	0,04	0,0002	0,0032	0,0019	0,0026
0,70	0,89	0,77	0,79	0,09	-0,10	0,02	0,0075	0,0107	0,0003	0,0092
0,65	0,61	0,75	0,67	0,02	0,06	-0,08	0,0004	0,0036	0,0064	0,0052
0,99	0,90	0,92	0,94	-0,05	0,04	0,02	0,0028	0,0013	0,0003	0,0022
Сума дисперсій										0,0419

Дисперсії однорідні, їх необхідно усереднити, тобто знайти дисперсію параметра оптимізації за формулою (2.3):  $S^2\{Y\} = 0,0052$ .

Параметри моделі процесу знаходимо за формулою (2.4) (таблиця 3.11).

Значущість коефіцієнтів регресії визначаємо за допомогою  $t$ -критерію Стюдента. За формулою (2.5) для кожного коефіцієнта обчислюємо значення  $t$ -критерію (таблиці 3.12).

Таблиця 3.11 – Параметри моделі процесу

Номер точки плану	$X_0 \check{Y}_v$	$X_1 \check{Y}_v$	$X_2 \check{Y}_v$	$X_3 \check{Y}_v$	$X_1 X_2 \check{Y}_v$	$X_1 X_3 \check{Y}_v$	$X_2 X_3 \check{Y}_v$	$X_1 X_2 X_3 \check{Y}_v$
1	0,14	-0,14	-0,14	-0,14	0,14	0,14	0,14	-0,14
2	0,64	0,64	-0,64	-0,64	-0,64	-0,64	0,64	0,64
3	0,49	-0,49	0,49	-0,49	-0,49	0,49	-0,49	0,49
4	0,83	0,83	0,83	-0,83	0,83	-0,83	-0,83	-0,83
5	0,46	-0,46	-0,46	0,46	0,46	-0,46	-0,46	0,46
6	0,79	0,79	-0,79	0,79	-0,79	0,79	-0,79	-0,79
7	0,67	-0,67	0,67	0,67	-0,67	-0,67	0,67	-0,67
8	0,94	0,94	0,94	0,94	0,94	0,94	0,94	0,94
Сума	4,95	1,42	0,90	0,76	-0,22	-0,24	-0,18	0,10
$b_j$	<b>0,62</b>	<b>0,18</b>	<b>0,11</b>	<b>0,10</b>	<b>-0,03</b>	<b>-0,03</b>	<b>-0,02</b>	<b>0,01</b>

Таблиця 3.12 – Результати розрахунку  $t_j$ -критерію

$t_0$	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$	$t_6$	$t_7$
13,97	4,02	2,53	2,15	0,61	0,69	0,52	0,29

При однаковій кількості паралельних дослідів ( $m = v$ ) у всіх точках плану матриці дисперсія похибки визначення коефіцієнта регресії розраховується за формулою (2.6):  $S\{b_j\} = 0,0443$ .

Для перевірки значущості коефіцієнта  $b_j$  з таблиці критеріїв Стюдента визначаємо  $t_{кр}$  при певних рівні значущості  $q = 5\%$  і числі ступенів свободи  $V_{зн} = N(m - 1) = 16$ . Оскільки для цього експерименту  $t_{кр} = 2,12$  (див. Додаток Б), то значущими коефіцієнтами є  $b_0, b_1, b_2, b_3$ .

Коефіцієнти  $b_4, b_5, b_6, b_7$  виявилися статистично незначущими, тому їх можна відкинути без перерахунку інших коефіцієнтів.

Отже, одержуємо рівняння регресії у вигляді

$$Y = 0,62 + 0,18X_1 + 0,11X_2 + 0,1X_3. \quad (3.3)$$

Для оцінювання дисперсії адекватності одержаної моделі скористаємося формулою (2.7):  $S_{ад} = 0,014$ .

Проміжні оцінки дисперсії адекватності моделі наведено в таблиці 3.13.

Адекватність моделі перевіряємо за формулою (2.8):  $F = 2,695$ .

Табличне значення критерію Фішера при заданих рівні значущості  $q = 5\%$  і числах ступенів свободи  $V_{1,ad} = N - I = 8 - 4 = 4$  і  $V_{2,ad} = N(m-1) = 8(3 - 1) = 16$  дорівнює  $F_{кр} = 3,01$  (див. Додаток В).

Таблиця 3.13 – Проміжні оцінки дисперсії адекватності моделі

$\check{Y}_v$	$Y_{vi}$	$\check{Y}_v - Y_{vi}$	$(\check{Y}_v - Y_{vi})^2$
0,14	0,23	-0,09	0,00871
0,64	0,59	0,05	0,00226
0,49	0,46	0,03	0,00106
0,83	0,81	0,01	0,00018
0,46	0,42	0,04	0,00153
0,79	0,78	0,01	0,00004
0,67	0,65	0,02	0,00047
0,94	1,00	-0,07	0,00456
$\Sigma(\check{Y}_v - Y_{vi})^2$			0,01881

Розрахункове значення критерію  $F$  менше від значення  $F_{кр}$  ( $2,7 < 3,01$ ), тому гіпотеза адекватності моделі приймається.

Отже, модель оцінювання конкурентоспроможності в кодованих значеннях має вигляд (3.3).

Для переходу до реальних значень скористаємося формулою (1.7), тоді модель конкурентоспроможності підприємства  $K$  набуде такого вигляду:

$$K = 0,277 + 0,375 B + 0,24 I + 0,046 P, \quad (3.4)$$

де  $B$  – нормований показник елемента комплексу маркетингу «брендинг», який відображає вартість торгових марок, які належать підприємству;

$I$  – нормований показник елемента комплексу маркетингу «інновації»;

$P$  – нормований показник елемента комплексу маркетингу «поширення».

**Модель 2.** Цю модель призначено для прогнозування обсягу реалізації продукції підприємства як параметра, який залежить від елементів комплексу маркетингу "ціна", "поширення" і "реклама". Гіпотезу

цієї залежності висунуто на основі того, що критерій конкурентоспроможності включає динаміку доходів підприємства і, отже, залежить від ефективності використання елементів комплексу маркетингу.

Параметр оптимізації – нормований обсяг реалізації продукції підприємства. В експеримент було включено найбільш значущі за впливом елементи комплексу маркетингу "ціна" ( $X_1$ ), "поширення" ( $X_2$ ), "реклама" ( $X_3$ ). Вихідні дані для побудови моделі наведено в таблиці 3.14.

Таблиця 3.14 – Вихідні дані для побудови моделі

Нормовані показники елементів	Дані по роках							
	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
"Ціна" Ц	0,89	0,91	0,92	0,93	0,94	0,97	0,97	0,99
"Поширення" П	0,03	0,04	0,09	0,21	0,36	0,46	0,74	0,99
"Реклама" Р	0,06	0,1	0,13	0,15	0,29	0,46	0,61	0,98

Дійсні значення факторів процесу обчислюємо за формулами (1.5) – (1.7) і відображаємо їх в таблиці 3.15.

Таблиця 3.15 – Досліджувані фактори в дійсних значеннях

Рівні	Фактори процесу в одиницях виміру		
	<b>Ц</b>	<b>П</b>	<b>Р</b>
Верхній	0,99	0,99	0,98
Нижній	0,89	0,03	0,06
Основний	0,94	0,51	0,52
Інтервал варіювання	0,05	0,48	0,46
Кодоване значення	<b><math>X_1</math></b>	<b><math>X_2</math></b>	<b><math>X_3</math></b>

Повний план матриці наведено в таблиці 3.16.

Модель оцінювання обсягів реалізації обробляємо так само, як і модель оцінювання конкурентоспроможності.

Дисперсію відтворюваності  $S_v^2$  за даними  $m$  паралельних дослідів плану матриці планування в кожній точці обчислюємо за формулою (2.1) (таблиця 3.17).

Однорідність дисперсій перевіряємо за формулою (2.2):  $G = 0,36$ .

Табличне критичне значення критерію Кохрена  $G_{кр}$  при заданих рівні значущості  $\alpha = 5\%$  й числах ступенів свободи  $V_{1,vmax} = m - 1 = 2$  і  $V_{2,v} = N = 8$  дорівнює 0,52 (див. Додаток А). Оскільки  $G < G_{кр}$ , то гіпотеза про однорідність дисперсій приймається.

Таблиця 3.16 – Повний план матриці планування  $2^3$

Но- мер точки плану	Кодовані значення факторів								Дійсне значення функції відгуку			
	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_1X_2$	$X_1X_3$	$X_2X_3$	$X_1X_2X_3$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$\bar{Y}$
1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	0,30	0,14	0,35	0,26
2	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	0,60	0,66	0,61	0,62
3	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	0,45	0,55	0,49	0,50
4	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	0,65	0,61	0,74	0,67
5	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	0,45	0,55	0,40	0,47
6	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	0,80	0,85	0,77	0,81
7	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	0,70	0,81	0,73	0,75
8	1	1	1	1	1	1	1	1	0,99	0,89	0,98	0,95

Таблиця 3.17 – Обчислення дисперсії відтворюваності

$Y_{1j}$	$Y_{2j}$	$Y_{3j}$	$\tilde{Y}_v$	$\tilde{Y}_v - Y_{1j}$	$\tilde{Y}_v - Y_{2j}$	$\tilde{Y}_v - Y_{3j}$	$(\tilde{Y}_v - Y_{1j})^2$	$(\tilde{Y}_v - Y_{2j})^2$	$(\tilde{Y}_v - Y_{3j})^2$	$S_v^2$
0,30	0,14	0,35	0,26	-0,04	0,12	-0,09	0,0013	0,0152	0,0075	0,0120
0,60	0,66	0,61	0,62	0,02	-0,04	0,01	0,0005	0,0013	0,0002	0,0010
0,45	0,55	0,49	0,50	0,05	-0,05	0,01	0,0022	0,0028	0,0000	0,0025
0,65	0,61	0,74	0,67	0,02	0,06	-0,07	0,0003	0,0032	0,0054	0,0044
0,45	0,55	0,40	0,47	0,02	-0,08	0,07	0,0003	0,0069	0,0044	0,0058
0,80	0,85	0,77	0,81	0,01	-0,04	0,04	0,0000	0,0019	0,0013	0,0016
0,70	0,81	0,73	0,75	0,05	-0,06	0,02	0,0022	0,0040	0,0003	0,0032
0,99	0,89	0,98	0,95	-0,04	0,06	-0,03	0,0013	0,0040	0,0007	0,0030
Сума дисперсій										0,0338

Дисперсію параметра оптимізації знаходимо за формулою (2.3):  $S^2\{Y\} = 0,0042$ .

Параметри моделі процесу визначаємо за формулою (2.4) (таблиця 3.18).

Таблиця 3.18 – Параметри моделі процесу

Номер точки плану	$X_0 \tilde{Y}_v$	$X_1 \tilde{Y}_v$	$X_2 \tilde{Y}_v$	$X_3 \tilde{Y}_v$	$X_1 X_2 \tilde{Y}_v$	$X_1 X_3 \tilde{Y}_v$	$X_2 X_3 \tilde{Y}_v$	$X_1 X_2 X_3 \tilde{Y}_v$
1	0,26	-0,26	-0,26	-0,26	0,26	0,26	0,26	-0,26
2	0,62	0,62	-0,62	-0,62	-0,62	-0,62	0,62	0,62
3	0,50	-0,50	0,50	-0,50	-0,50	0,50	-0,50	0,50
4	0,67	0,67	0,67	-0,67	0,67	-0,67	-0,67	-0,67
5	0,47	-0,47	-0,47	0,47	0,47	-0,47	-0,47	0,47
6	0,81	0,81	-0,81	0,81	-0,81	0,81	-0,81	-0,81
7	0,75	-0,75	0,75	0,75	-0,75	-0,75	0,75	-0,75
8	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95
Сума	5,02	1,08	0,70	0,92	-0,32	0,02	0,15	0,06
$b_j$	<b>0,63</b>	<b>0,13</b>	<b>0,09</b>	<b>0,12</b>	<b>-0,04</b>	<b>0,00</b>	<b>0,02</b>	<b>0,01</b>

Значущість коефіцієнтів регресії визначаємо за допомогою  $t$ -критерію Стьюдента. За формулою (2.5) для кожного коефіцієнта обчислюємо значення  $t_j$ -критерію (таблиця 3.19).

Таблиця 3.19 – Результати розрахунку  $t_j$ -критерію

$t_0$	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$	$t_6$	$t_7$
15,78	3,38	2,21	2,90	1,02	0,05	0,47	0,18

Дисперсію похибки визначення коефіцієнта регресії розраховуємо за формулою (2.6):  $S\{b_j\} = 0,0398$ .

Для перевірки значущості коефіцієнта  $b_j$  з таблиці критеріїв Стьюдента визначаємо  $t_{кр}$  при певному рівні значущості  $q = 5\%$  та числі ступенів свободи  $V_{зн} = N(m - 1) = 16$ . Оскільки для цього експерименту  $t_{кр} = 2,12$  (див. Додаток Б), то значущими коефіцієнтами є  $b_0, b_1, b_2, b_3$ .

Коефіцієнти  $b_4, b_5, b_6, b_7$  виявилися статистично незначущими, тому їх можна відкинути.

Для оцінювання дисперсії адекватності одержаної моделі скористаємося формулою (2.7):  $S_{ад} = 0,012$ . Результати проміжних розрахунків наведено в таблиці 3.20.

Таблиця 3.20 – Проміжні оцінки дисперсії адекватності моделі

$\tilde{Y}_v$	$Y_{vi}$	$\tilde{Y}_v - Y_{vi}$	$(\tilde{Y}_v - Y_{vi})^2$
0,26	0,29	-0,03	0,00071
0,62	0,56	0,06	0,00412
0,50	0,47	0,03	0,00095
0,67	0,74	-0,07	0,00467
0,47	0,52	-0,05	0,00293
0,81	0,79	0,02	0,00028
0,75	0,70	0,05	0,00250
0,95	0,97	-0,01	0,00016
$\Sigma(\tilde{Y}_v - Y_{vi})^2$			0,01632

Адекватність моделі перевіряємо за формулою (2.8):  $F = 2,899$ .

Табличне значення критерію Фішера при заданих рівні значущості  $q = 5\%$  і числах ступенів свободи  $V_{1,ad} = N - I = 8 - 4 = 4$  та  $V_{2,ad} = N(m - 1) = 8(3-1) = 16$  дорівнює  $F_{кр} = 3,01$  (див. Додаток В).

Розрахункове значення критерію  $F$  менше значення  $F_{кр}$  ( $2,899 < 3,01$ ), тому гіпотеза адекватності моделі приймається.

Отже, модель прогнозування обсягу реалізації продукції підприємства в кодованих значеннях має вигляд

$$Y = 0,63 + 0,13X_1 + 0,09X_2 + 0,12X_3. \quad (3.5)$$

Для переходу до реальних значень використаємо формулу (1.7). Тоді модель набуде такого вигляду:

$$Q = 2,6 Ц + 0,19 П + 0,26 Р - 2,05, \quad (3.6)$$

де  $Ц$  – нормований показник елемента комплексу маркетингу «ціна»;

$П$  – нормований показник елемента комплексу маркетингу «поширення»;

$Р$  – нормований показник елемента комплексу маркетингу «реклама».

Модель для оцінювання обсягів реалізації побудовано залежно від факторів, які мають найбільш достовірну кількісну оцінку: «ціна», «поширення», «реклама». Вона дає можливість прогнозувати обсяги реалізації продукції залежно від установлених цін на товар і витрат на рекламу і товарозбут.



Розроблені моделі придатні для практичного використання і можуть застосовуватися для попереднього оцінювання конкурентоспроможності підприємств.

### 3.3 Застосування факторного експерименту для оцінювання рекламних витрат

Для ефективного використання рекламного потенціалу підприємства необхідне розроблення методів прогнозування показника рекламних витрат підприємства.

Як параметр оптимізації  $Y$  вибираємо обсяги продажів, а як фактори – вид реклами (через питомі витрати), охоплення аудиторії, ціну товару.

Початкові дані для побудови моделі оцінювання рекламних витрат подано в таблиці 3.21.

Таблиця 3.21 – Початкові дані для побудови моделі оцінювання рекламних витрат

Ранжовані показники елементів	Дані по роках		
	2004	2005	2006
Ціна товару, грн	178,8	182,36	189,18
Вид реклами (через питомі витрати), грн	0,5	127,2	162,9
Охоплення аудиторії, чол.	1500	46500	85250

Граничні значення факторів і результати розрахунків дійсних значень факторів процесу, які обчислюються за формулами (1.5) – (1.7), наведено в таблиці 3.22.

Побудуємо план матриці планування експерименту (таблиця 3.23).

Дисперсію відтворюваності  $S_v^2$  за даними  $m$  паралельних дослідів плану матриці в кожній точці обчислюємо за формулою (2.1) (таблиця 3.24).

Для перевірки гіпотези однорідності дисперсій розрахуємо критерій Кохрена за формулою (2.2):  $G = 0,18$ .

Табличне критичне значення критерію Кохрена  $G_{кр}$  при заданих рівні значущості  $q = 5\%$  і числах ступенів свободи  $V_{1,vmax} = m - 1 = 2$  і  $V_{2,v} = N = 8$  дорівнює 0,52 (див. Додаток А). Оскільки  $G < G_{кр}$ , то гіпотеза про однорідність дисперсій приймається.

Таблиця 3.22 – Досліджувані фактори в дійсних значеннях

Рівні	Фактори процесу в одиницях виміру		
	<b>Q</b>	<b>BP</b>	<b>OA</b>
Верхній	189,18	162,9	85250
Нижній	178,8	0,5	1500
Основний	183,99	81,7	43375
Інтервал варіювання	5,19	81,2	41875
Кодоване значення	<b>X<sub>1</sub></b>	<b>X<sub>2</sub></b>	<b>X<sub>3</sub></b>

Таблиця 3.23 – Повний план матриці планування 2<sup>3</sup>

Но- мер точки плану	Кодовані значення факторів								Дійсне значення функції відгуку			
	X <sub>0</sub>	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>1</sub> X <sub>2</sub>	X <sub>1</sub> X <sub>3</sub>	X <sub>2</sub> X <sub>3</sub>	X <sub>1</sub> X <sub>2</sub> X <sub>3</sub>	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	Y <sub>3</sub>	$\bar{Y}$
1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	6656,60	6989,43	6456,90	6700,98
2	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	7234,50	7596,23	7017,47	7282,73
3	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	7789,26	8178,72	7555,58	7841,19
4	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	8305,30	8720,57	8056,14	8360,67
5	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	8923,68	9369,86	8655,97	8983,17
6	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	9214,85	9675,59	8938,40	9276,28
7	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	9732,49	10219,11	9440,52	9797,37
8	1	1	1	1	1	1	1	1	10437,00	10958,85	10123,89	10506,58

Таблиця 3.24 – Значення дисперсії відтворюваності

Y <sub>1j</sub>	Y <sub>2j</sub>	Y <sub>3j</sub>	$\bar{Y}_v$	$\bar{Y}_v - Y_{1j}$	$\bar{Y}_v - Y_{2j}$
6656,60	6989,43	6456,90	6700,98	44,38	-288,45
7234,50	7596,23	7017,47	7282,73	48,23	-313,50
7789,26	8178,72	7555,58	7841,19	51,93	-337,53
8305,30	8720,57	8056,14	8360,67	55,37	-359,90
8923,68	9369,86	8655,97	8983,17	59,49	-386,69
9214,85	9675,59	8938,40	9276,28	61,43	-399,31
9732,49	10219,11	9440,52	9797,37	64,88	-421,74
10437,00	10958,85	10123,89	10506,58	69,58	-452,27

Продовження таблиці 3.24

$\check{Y}_v - Y_{3j}$	$(\check{Y}_v - Y_{1j})^2$	$(\check{Y}_v - Y_{2j})^2$	$(\check{Y}_v - Y_{3j})^2$	$S_v^2$
244,08	1969,34	83204,94	59572,76	72373,52
265,27	2326,13	98279,11	70365,52	85485,38
285,61	2696,55	113929,60	81570,90	99098,53
304,53	3065,68	129525,37	92737,09	112664,07
327,20	3539,20	149531,32	107060,88	130065,70
337,88	3773,93	159448,60	114161,43	138691,98
356,86	4209,83	177865,66	127347,60	154711,55
382,69	4841,37	204548,15	146451,63	177920,58
Сума дисперсій				971011,35

Дисперсію параметра оптимізації знаходимо за формулою (2.3):  
 $S^2\{Y\} = 121376,41$ .

Параметри моделі процесу визначаємо за формулою (2.4) (таблиця 3.25).

Таблиця 3.25 – Параметри моделі процесу

Но- мер точки пла- ну	$X_0 \check{Y}_v$	$X_1 \check{Y}_v$	$X_2 \check{Y}_v$	$X_3 \check{Y}_v$	$X_1 X_2 \check{Y}_v$	$X_1 X_3 \check{Y}_v$	$X_2 X_3 \check{Y}_v$	$X_1 X_2 X_3 \check{Y}_v$
1	6700,98	-6700,98	-6700,98	-6700,98	6700,98	6700,98	6700,98	-6700,98
2	7282,73	7282,73	-7282,73	-7282,73	-7282,73	-7282,73	7282,73	7282,73
3	7841,19	-7841,19	7841,19	-7841,19	-7841,19	7841,19	-7841,19	7841,19
4	8360,67	8360,67	8360,67	-8360,67	8360,67	-8360,67	-8360,67	-8360,67
5	8983,17	-8983,17	-8983,17	8983,17	8983,17	-8983,17	-8983,17	8983,17
6	9276,28	9276,28	-9276,28	9276,28	-9276,28	9276,28	-9276,28	-9276,28
7	9797,37	-9797,37	9797,37	9797,37	-9797,37	-9797,37	9797,37	-9797,37
8	10506,58	10506,58	10506,58	10506,58	10506,58	10506,58	10506,58	10506,58
Сума	68748,97	2103,55	4262,65	8377,84	353,82	-98,92	-173,65	478,37
$b_j$	8593,62	262,94	532,83	1047,23	44,23	-12,36	-21,71	59,80

Значущість коефіцієнтів регресії визначаємо за допомогою  $t$ -критерію Стьюдента. За формулою (2.5) для кожного коефіцієнта обчислюємо значення  $t_j$ -критерію (таблиця 3.26).

Таблиця 3.26 – Результати розрахунку  $t_j$ -критерію

$t_0$	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$	$t_6$	$t_7$
40,28	1,23	2,50	4,91	0,21	0,06	0,10	0,28

Дисперсію похибки визначення коефіцієнта регресії обчислюємо за формулою (2.6):  $S\{b_j\} = 213,34$ .

Для перевірки значущості коефіцієнта  $b_j$  з таблиці критеріїв Стюдента визначаємо  $t_{кр}$  при певних рівні значущості  $q = 5\%$  і числі ступенів свободи  $V_{зн} = N(m - 1) = 16$ . Оскільки для цього експерименту  $t_{кр} = 2,12$  (див. Додаток Б), то значущими коефіцієнтами є  $b_0, b_2, b_3$ .

Отже, коефіцієнти  $b_1, b_4, b_5, b_6, b_7$  виявилися статистично незначущими, тому їх можна відкинути.

Таким чином, одержуємо рівняння регресії у вигляді

$$Y = 8593,62 + 532,83X_2 + 1047,23X_3. \quad (3.7)$$

Оцінку дисперсії адекватності моделі розраховуємо за формулою (2.7):  $S_{ad} = 36934,248$ .

Проміжні оцінки дисперсії адекватності моделі наведено в таблиці 3.27.

Таблиця 3.27 – Проміжні оцінки дисперсії адекватності моделі

$\tilde{Y}_v$	$Y_{vi}$	$\tilde{Y}_v - Y_{vi}$	$(\tilde{Y}_v - Y_{vi})^2$
6700,98	6750,62	- 49,64	2464,00
7282,73	7276,50	6,23	38,76
7841,19	7816,28	24,91	620,50
8360,67	8342,17	18,50	342,34
8983,17	8845,08	138,09	19070,10
9276,28	9370,96	- 94,68	8964,68
9797,37	9910,74	- 113,37	12851,79
10506,58	10436,63	69,95	4893,45
$\Sigma(\tilde{Y}_v - Y_{vi})^2$			49245,66

Для перевірки адекватності моделі розраховуємо критерій Фішера за формулою (2.8):  $F = 0,304$ . Табличне значення критерію Фішера при заданих рівні значущості  $q = 5\%$  і числах ступенів свободи  $V_{1,ad} =$

$= N - I = 8 - 4 = 4$  та  $V_{2,ad} = N(m - 1) = 8(3-1) = 16$  дорівнює  $F_{кр} = 3,01$  (див. Додаток В).

Розрахункове значення критерію  $F$  менше від значення  $F_{кр}$  ( $0,304 < 3,01$ ), тому *гіпотеза адекватності моделі приймається*.

Отже, модель оцінювання рекламних витрат має вигляд (3.7).

Для переходу до реальних значень скористаємося *формулою* (1.7). Таким чином, модель оцінювання рекламних витрат  $Q$  має вигляд

$$Q = 6972,77 + 6,56 BP + 0,03 OA, \quad (3.8)$$

де  $BP$  – вид реклами (через питомі витрати, тис. грн);

$OA$  – охоплення аудиторії, чол.

Таким чином, можна зробити висновок, що на обсяг продажів найбільше впливає фактор «реклама», менше – фактор «охоплення аудиторії продажів», а фактор «ціна товару» зовсім на нього не впливає.

Додаток А

**Таблиця критеріїв Кохрена**

П'ятивідсоткові границі для відношення  $G_{\max}$  найбільшій емпіричній дисперсії до суми  $N$  емпіричних дисперсій, отриманих з незалежних вибірок з однаковими числом ступенів  $V_{1,v}$  і числом ступенів свободи суми всіх дисперсій  $V_{2,v} = N$ .

На перетині відповідних стовпця і рядка знаходиться критичне значення критерію.

$V_{2,v} = N$	$V_{1,v} = m-1$												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	16	36	141
2	0,9985	0,9750	0,9392	0,9057	0,8772	0,8534	0,8332	0,8159	0,8010	0,7880	0,7341	0,6602	0,5813
3	0,9669	0,8709	0,7977	0,7457	0,7071	0,6771	0,6530	0,6333	0,6167	0,6025	0,5466	0,4748	0,4031
4	0,9065	0,7679	0,6841	0,6287	0,5895	0,5598	0,5365	0,5175	0,5017	0,4884	0,4366	0,3720	0,3093
5	0,8412	0,6838	0,5981	0,5440	0,5063	0,4783	0,4564	0,4387	0,4241	0,4118	0,3645	0,3066	0,2513
6	0,7808	0,6161	0,5321	0,4803	0,4447	0,4148	0,3980	0,3817	0,3682	0,3568	0,3135	0,2612	0,2119
7	0,7271	0,5612	0,4800	0,4307	0,3974	0,3726	0,3555	0,3384	0,3254	0,3154	0,2756	0,2273	0,1833
8	0,6798	0,5157	0,4377	0,3910	0,3595	0,3362	0,3185	0,3043	0,2926	0,2829	0,2462	0,2020	0,1516
9	0,6385	0,4775	0,4027	0,3584	0,3286	0,3067	0,2901	0,2768	0,2659	0,2568	0,2226	0,1820	0,1446
10	0,6020	0,4450	0,3733	0,3311	0,3029	0,2823	0,2666	0,2541	0,2439	0,2353	0,2032	0,1655	0,1308
12	0,5410	0,3924	0,3264	0,2880	0,2624	0,2439	0,2299	0,2187	0,2098	0,2020	0,1737	0,1403	0,1100
15	0,4709	0,3346	0,2758	0,2419	0,2195	0,2034	0,1911	0,1815	0,1736	0,1671	0,1429	0,1144	0,0889
20	0,3894	0,2705	0,2205	0,1921	0,1735	0,1602	0,1601	0,1422	0,1357	0,1303	0,1108	0,0879	0,0675
24	0,3434	0,2354	0,1907	0,1656	0,1493	0,1374	0,1286	0,1216	0,1160	0,1113	0,0942	0,0743	0,0567
30	0,2929	0,1980	0,1593	0,1377	0,1237	0,1137	0,1061	0,1002	0,0958	0,0921	0,0771	0,0604	0,0457
40	0,2370	0,1576	0,1259	0,1082	0,0968	0,0887	0,0827	0,0780	0,0745	0,0713	0,0595	0,0462	0,0347
60	0,1737	0,1131	0,0895	0,0765	0,0682	0,0623	0,0583	0,0552	0,0520	0,0497	0,0411	0,0316	0,0234
120	0,0998	0,0632	0,0495	0,0419	0,0371	0,0337	0,0312	0,0292	0,0279	0,0266	0,0218	0,0165	0,0120

## Додаток Б

### Таблиця критеріїв Стьюдента

Значення  $t_{кр}$ -критерію Стьюдента при різних рівнях значущості.  
 Столпці, які відповідають  $q$  у відсотках різним ступеням свободи.  
 На перетині відповідних стовпця і рядка знаходиться  
 критичне значення критерію.

$\nu_{зв} = N(m-1)$	$t_{кр}$ при $q$ у відсотках							
	20	10	5	2	1	0,5	0,2	0,1
1	3,0770	6,3130	12,7060	31,820	63,656	127,656	318,306	636,619
2	1,8850	2,9200	4,3020	6,964	9,924	14,089	22,327	31,599
3	1,6377	2,35340	3,182	4,540	5,840	7,458	10,214	12,924
4	1,5332	2,13180	2,776	3,746	4,604	5,597	7,173	8,610
5	1,4759	2,01500	2,570	3,649	4,0321	4,773	5,893	6,863
6	1,4390	1,943	2,4460	3,1420	3,7070	4,316	5,2070	5,958
7	1,4149	1,8946	2,3646	2,998	3,4995	4,2293	4,785	5,4079
8	1,3968	1,8596	2,3060	2,8965	3,3554	3,832	4,5008	5,0413
9	1,3830	1,8331	2,2622	2,8214	3,2498	3,6897	4,2968	4,780
10	1,3720	1,8125	2,2281	2,7638	3,1693	3,5814	4,1437	4,5869
11	1,363	1,795	2,201	2,718	3,105	3,496	4,024	4,437
12	1,3562	1,7823	2,1788	2,6810	3,0845	3,4284	3,929	4,3178
13	1,3502	1,7709	2,1604	2,6503	3,1123	3,3725	3,852	4,2208
14	1,3450	1,7613	2,1448	2,6245	2,976	3,3257	3,787	4,1405
15	1,3406	1,7530	2,1314	2,6025	2,9467	3,2860	3,732	4,0728
16	1,3360	1,7450	2,1190	2,5830	2,9200	3,2520	3,6860	4,0150
17	1,3334	1,7396	2,1098	2,5668	2,8982	3,2224	3,6458	3,965
18	1,3304	1,7341	2,1009	2,5514	2,8784	3,1966	3,6105	3,9216
19	1,3277	1,7291	2,0930	2,5395	2,8609	3,1737	3,5794	3,8834
20	1,3253	1,7247	2,08600	2,5280	2,8453	3,1534	3,5518	3,8495
21	1,3230	1,7200	2,0790	2,5170	2,8310	3,1350	3,5270	3,8190
22	1,3212	1,7117	2,0739	2,5083	2,8188	3,1188	3,5050	3,7921
23	1,3195	1,7139	2,0687	2,4999	2,8073	3,1040	3,4850	3,7676
24	1,1378	1,7109	2,0639	2,4922	2,7969	3,0905	3,4668	3,7454
25	1,3163	1,7081	2,0595	2,4851	2,7874	3,0782	3,4502	3,7251
26	1,315	1,705	2,059	2,478	2,778	3,0660	3,4360	3,7060
27	1,3137	1,7033	2,0518	2,4727	2,7707	3,0565	3,4210	3,6896
28	1,3125	1,7011	2,0484	2,4671	2,7633	3,0469	3,4082	3,6739
29	1,3114	1,6991	2,0452	2,4620	2,7564	3,0360	3,3962	3,8494
30	1,3104	1,6973	2,0423	2,4573	2,7500	3,0298	3,3852	3,6460
32	1,3080	1,6930	2,0360	2,4480	2,7380	3,0140	3,3650	3,6210

Продовження додатка Б

$V_{3H}=N(m-1)$	$t_{кр}$ при $q$ у відсотках							
	20	10	5	2	1	0,5	0,2	0,1
34	1,3070	1,6909	2,0322	2,4411	2,7284	3,9520	3,3479	3,6007
36	1,3050	1,6883	2,0281	2,4345	2,7195	3,9490	3,3326	3,5821
38	1,3042	1,6860	2,0244	2,4286	2,7116	3,9808	3,3190	3,5657
40	1,3031	1,6839	2,0211	2,4233	2,7045	3,9712	3,3069	3,5510
42	1,320	1,682	2,018	2,418	2,6980	2,6930	3,2960	3,5370
44	1,3011	1,6802	2,0154	2,4141	2,6923	2,9555	3,2861	3,5258
46	1,3002	1,6767	2,0129	2,4102	2,6870	2,9488	3,2771	3,5150
48	1,2994	1,6772	2,0106	2,4056	2,6822	2,9426	3,2689	3,5051
50	1,2987	1,6759	2,0086	2,4033	2,6778	2,9370	3,2614	3,4060
55	1,997	1,673	2,0040	2,3960	2,6680	2,9240	3,2560	3,4760
60	1,2958	1,6706	2,0003	2,3901	2,6603	2,9146	3,2317	3,4602
65	1,2947	1,6686	1,997	2,3851	2,6536	2,9060	3,2204	3,4466
70	1,2938	1,6689	1,9944	2,3808	2,6479	2,8987	3,2108	3,4350
80	1,2820	1,6640	1,9900	2,3730	2,6380	2,8870	3,1950	3,4160
90	1,2910	1,6620	1,9867	2,3885	2,6316	2,8779	3,1833	3,4019
100	1,2901	1,6602	1,9840	2,3642	2,6259	2,8707	3,1737	3,3905
120	1,2888	1,6577	1,9799	2,3578	2,6174	2,8598	3,1595	3,3735
150	1,2872	1,6551	1,9759	2,3515	2,6090	2,8482	3,1455	3,3566
200	1,2858	1,6525	1,9719	2,3451	2,6006	2,8385	3,1315	3,3398
250	1,2849	1,6510	1,9695	2,3414	2,5966	2,8222	3,1232	3,3299
300	1,2844	1,6499	1,9679	2,3388	2,5923	2,8279	3,1176	3,3233
400	1,2837	1,6487	1,9659	2,3357	2,5882	2,8227	3,1107	3,3150
500	1,2830	1,6470	1,9640	2,3330	2,7850	2,8190	3,1060	3,3100



## Додаток В

### Таблиця критерію Фішера

П'ятивідсоткові верхні границі для величини  $F$  залежно від числа ступенів свободи  $V_{1,ad}$  і  $V_{2,ad}$ .

На перетині відповідного стовпця і рядка знаходиться критичне значення критерію.

$V_{2,ad} = N(m-1)$	$V_{1,ad} = N-1$								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241
2	18,51	19	19,16	19,25	19,30	19,33	19,36	19,37	19,38
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,88	8,84	8,81
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,000
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,78
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,92	2,85	2,80
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,84	2,77	2,72
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,77	2,70	2,65
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,9	2,79	2,70	2,64	2,59
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,62	2,55	2,50
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,55	2,48	2,43
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,52	2,45	2,40
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,47	2,40	2,35
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,45	2,38	2,32
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,43	2,36	2,30
25	4,26	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,41	2,34	2,28
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,30	2,25
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,36	2,29	2,24
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,54	2,43	2,35	2,28	2,22
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,34	2,27	2,21
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12
60	4,00	3,15	2,76	2,52	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04
125	3,92	3,07	2,68	2,44	2,29	2,17	2,08	2,01	1,95
$\infty$	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	2,01	1,94	1,88

Продовження додатка В

$V_{2,ad} = N(m-1)$	$V_{1,ad} = N-l$									
	10	13	16	20	24	30	40	75	100	$\infty$
1	242	244	246	248	249	250	251	253	253	254
2	19,39	19,41	19,43	19,44	19,45	19,46	19,47	19,48	19,49	19,50
3	8,78	8,74	8,69	8,66	8,64	8,62	8,60	8,57	8,56	8,53
4	5,96	5,91	5,84	5,80	5,77	5,74	5,71	5,68	5,66	5,63
5	4,74	4,68	4,60	4,56	4,53	4,50	4,46	4,42	4,40	4,36
6	4,06	4,00	3,92	3,87	3,64	3,81	3,77	3,72	3,71	3,67
7	3,63	3,57	3,49	3,44	3,41	3,38	3,34	3,29	3,28	3,23
8	3,34	3,28	3,20	3,15	3,12	3,08	3,05	3,00	2,98	2,93
9	3,13	3,07	2,98	2,93	2,90	2,86	2,82	2,77	2,76	2,71
10	2,97	2,91	2,82	2,77	2,74	2,70	2,67	2,61	2,59	2,54
11	2,86	2,79	2,70	2,65	2,61	2,57	2,58	2,47	2,45	2,40
12	2,76	2,69	2,60	2,54	2,50	2,46	2,42	2,36	2,35	2,30
13	2,67	2,60	2,51	2,46	2,42	2,38	2,34	2,28	2,26	2,21
14	2,60	2,53	2,44	2,39	2,35	2,31	2,27	2,21	2,19	2,13
15	2,55	2,48	2,39	2,33	2,29	2,25	2,21	2,15	2,12	2,07
16	2,49	2,42	2,33	2,28	2,24	2,20	2,16	2,09	2,07	2,01
17	2,45	2,38	2,29	2,23	2,19	2,15	2,11	2,04	2,02	1,96
18	2,41	2,34	2,25	2,19	2,15	2,11	2,07	2,00	1,98	1,92
19	2,38	2,31	2,21	2,15	2,11	2,07	2,02	1,96	1,94	1,88
20	2,35	2,28	2,18	2,12	2,08	2,04	1,89	1,92	1,90	1,84
21	2,32	2,25	2,15	2,09	2,05	2,00	1,96	1,89	1,87	1,81
22	2,20	2,23	2,13	2,07	2,03	1,98	1,93	1,87	1,84	1,78
23	2,28	2,20	2,10	2,04	2,00	1,96	1,91	1,84	1,82	1,76
24	2,26	2,18	2,09	2,02	1,98	1,94	1,89	1,82	1,80	1,73
25	2,24	2,16	2,06	2,00	1,96	1,92	1,87	1,80	1,77	1,71
26	2,22	2,15	2,05	1,99	1,90	1,95	1,85	1,78	1,76	1,69
27	2,20	2,13	2,03	1,97	1,93	1,88	1,84	1,76	1,74	1,67
28	2,19	2,12	2,02	1,96	1,91	1,87	1,81	1,75	1,72	1,65
29	2,18	2,10	2,00	1,94	1,90	1,85	1,80	1,73	1,71	1,64
30	2,16	2,09	1,99	1,93	1,89	1,64	1,79	1,62	1,72	1,69
40	2,07	2,00	1,90	1,84	1,79	1,74	1,69	1,51	1,61	1,59
60	1,99	1,92	1,81	1,75	1,70	1,65	1,59	1,39	1,50	1,48
125	1,90	1,85	1,72	1,65	1,60	1,65	1,55	1,25	1,49	1,36
$\infty$	1,83	1,75	1,64	1,57	1,52	1,46	1,40	1,00	1,28	1,24

## БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

- 1 Методика выбора и оптимизации контролируемых параметров технологических процессов РДМУ 109-77 [Текст]: метод. указания. – М.: Изд-во стандартов, 1978. – 63 с.
- 2 Карев, В.П. Применение имитационного моделирования для расчета дисконтированных денежных потоков при оценке бизнеса [Текст] / В.П. Карев, Д.П. Карев // Вопросы оценки. – 2004. – № 3. – С. 33 – 48.
- 3 Круш, П.В. Оцінка бізнесу [Текст]: навч. посіб. / П.В. Круш, С.В. Поліщук. – К.: Центр навч. літ. – 2004. – 264 с.
- 4 Крюков, А.Ф. О циклах производственно-экономического развития [Текст] / А.Ф. Крюков // Менеджмент в России и за рубежом. – 2000. – № 6. – С. 57 – 71.
- 5 Божко, В.П. Использование методики планирования экспериментов для оценки рыночной стоимости предприятия как бизнеса [Текст] / В.П. Божко, Г.С. Синько // Економіка та управління підприємствами машинобудівної галузі: проблеми теорії та практики. – Х.: Нац. аерокосм. ун-т «Харк. авіац. ін-т». – 2008. – № 1 (1). – С. 5 – 25.
- 6 Сычева, Г.И. Оценка стоимости предприятия (бизнеса) [Текст] / Г.И. Сычева, Е.Б. Колбачев, В.А. Сычев. Сер. Учебники и учебные пособия. – Ростов н/Д: Феникс. – 2003. – 384 с.
- 7 Конкурентоспособность продукции и предприятия [Текст] / Б.В. Буркинский, Е.В. Лазарева, И.Н. Агеева и др. – Одесса: ИПРЭИ НАН Украины. – 2002. – С. 69 – 76.
- 8 Горский, В.Г. Планирование промышленных экспериментов [Текст] / В.Г. Горский, Ю.П. Адлер. – М.: Metallургия, 1974. – 264 с.
- 9 Реутов, В.Є. Конкурентоздатність підприємства: критерії, показники і методики оцінювання [Текст] / В.Є. Реутов // Економіка та держава. – 2006. – № 5. – С. 65 – 67.
- 10 Налімов, В.В. Нові ідеї в плануванні експерименту [Текст] / В.В. Налімов. – М.: Наука, 1969. – 334 с.

Навчальне видання

**Божко Валерій Павлович  
Сінько Галина Сергіївна  
Карацева Іланда Юріївна**

**МЕТОДИКА ПЛАНУВАННЯ І МАТЕМАТИЧНОГО ОБРОБЛЕННЯ  
ФАКТОРНИХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ  
У ФІНАНСОВО-ЕКОНОМІЧНИХ ЗАДАЧАХ**

Редактор А.М. Ємленінова

Зв. план, 2011

Підписано до друку 29.04.2011

Формат 60x84 1/16. Папір офс. № 2. Офс. друк

Ум. друк. арк. 2,9. Обл.-вид. арк. 3,25. Наклад 150 пр.

Замовлення 156. Ціна вільна

---

Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського

«Харківський авіаційний інститут»

61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17

[http:// www.khai.edu](http://www.khai.edu)

Видавничий центр «ХАІ»

61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17

[izdat@khai.edu](mailto:izdat@khai.edu)

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів видавничої продукції, серія ДК № 391, видане Державним комітетом інформаційної політики, телебачення та радіомовлення України від 30.03.2001 р.