

Кандидат технических наук Ю. В. Яковлев.

К РАСЧЁТУ ТЕПЛООБМЕННЫХ АППАРАТОВ

Настоящая работа в первоначальной редакции была просмотрена С. Н. Соколовым. При этом была замечена ошибка в знаке, приводящая к неправильному выбору аргумента функций Динника, содержащихся в основном решении. Поскольку статьёй С. Н. Соколова (Инженерный сборник, том XI, 1952 г.) исчерпывается вопрос о величине аргумента функций Динника при $C < 1$, мы в настоящей статье этого вопроса не касались, задавшись целью показать, каким образом решение для плит на обобщённом упругом основании может быть использовано для расчёта усилий в теплообменных аппаратах.

Ниже рассматриваются вопросы механического расчёта кожухотрубных ТА круглой формы с неогневыми и безанкерными решётками.

В расчётной практике определения усилий в элементах ТА пользуются методами расчёта [1], основанными на допущении о недеформируемости трубных решёток и, следовательно, о равномерной нагрузке труб аппарата. Очевидно, что такое допущение ведёт к переоценке жёсткости системы и, как следствие, к переоценке осевой нагрузки аппарата.

При построении обоснованного метода расчёта должны быть учтены совместные деформации всех элементов системы и прежде всего изгибные деформации трубных решёток.

Дифференциальное уравнение изгиба трубной решётки

Трубная решётка может быть представлена как плита, несущая поперечную нагрузку от гидростатического давления и осевого воздействия труб. Кроме того, на решётку действует моментная нагрузка со стороны труб, возникающая при изгибе решётки. Решение задачи упрощается при следующих допущениях:

1) Трубы ТА прямые или искривлены столь незначительно, что можно считать их осевые деформации пропорциональными действующими на них нагрузкам.

2) При большом числе и частом расположении труб можно считать осевые и моментные нагрузки на решётку со стороны труб распределёнными по всей её поверхности.

При таких предпосылках можно рассматривать решётку как плиту, опёртую на обобщённое упругое основание, характеризуемое условиями $q = -k\omega$, а также сопротивляемостью повороту плиты $m = C_0\omega'$, нагруженную распределённой моментной m и поперечной p_s нагрузками.

Под поперечной нагрузкой будем понимать суммарную нагрузку, состоящую из внешней и реактивной составляющих.

$$p_s = p - k\omega. \quad (1,1)$$

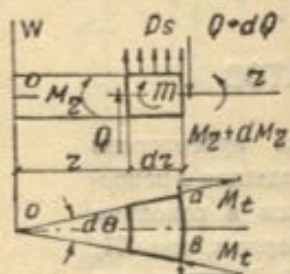
Под моментной нагрузкой — момент заделки трубы, отнесенный к площади трубной решётки, приходящейся на одну трубу,

$$m = \frac{E_T J_T}{l\omega} \delta = C_0 \frac{dw}{dr} \frac{\kappa z \text{ см}}{\text{см}^2}. \quad (1,2)$$

Выше мы обозначили $k = \frac{E_T F_0}{l\omega}$ — коэффициент постели, $E_T J_T$ — изгибная жёсткость трубы, $\omega = \frac{\pi a^2}{i}$ — площадь решётки, приходящейся на одну трубу.

Приняв правило знаков согласно рис. 1, составим уравнение равновесия элемента плиты

$$M_r + \frac{dM_r}{dr} r - M_l - mr - Qr = 0, \quad \frac{d}{dr}(Qr) = p_s r \quad (1,3)$$



Имея в виду обычные зависимости для круглых, симметрично нагруженных плит

$$M_r = D \left(w'' + \frac{\mu}{r} w' \right); \quad M_l = D \left(\frac{w'}{r} + \mu w'' \right) \quad (1,4)$$

Рис. 1. Расчётная схема элемента плиты.

можем моментное уравнение равновесия записать так:

$$w'' + \frac{1}{r} w'' - \frac{1}{r^2} w' = \frac{1}{D} (m + Q), \quad (1,5)$$

откуда:

$$Q = D \left(w'' + \frac{1}{r} w'' - \frac{1}{r^2} w' \right) - C_0 w' \frac{\kappa z}{\text{см}}. \quad (1,6)$$

Как видим, момент $m = C_0 w'$ имеет размерность Q и влияет на характер распределения поперечных сил.

Дифференцируя (1,5) по r и подставляя значения p_s и m , получаем

$$w^{IV} + \frac{2}{r} w''' - \left(\frac{1}{r^2} + \frac{C_0}{D} \right) w'' + \left(\frac{1}{r^3} - \frac{C_0}{rD} \right) w' + \frac{k}{D} w = \frac{p}{D}. \quad (1,7)$$

Заменяя переменную $r = \beta x$ и обозначая $k\beta^4 = D$, приходим к дифференциальному уравнению

$$w^{IV} + \frac{2}{x} w''' - \left(\frac{1}{x^2} + 2C \right) w'' + \left(\frac{1}{x^3} - \frac{2C}{x} \right) w' + w = \frac{p}{D}, \quad (1,8)$$

где:

$C = \frac{\beta^2 E_T J_T}{2Dl\omega}$ — постоянная, отражающая соотношение изгибной жёсткости труб $E_T J_T$ и решётки D .

Если положить изгибную жёсткость труб $E_T J_T = 0$, то $C = 0$, и мы приходим к обычному дифференциальному уравнению круглых плит на упругом основании.

Решение дифференциального уравнения (1,8)

Рассматривая однородную часть уравнения (1,8) замечаем, что его оператор может быть записан в виде произведения двух операторов такого вида:

$$Lw = \left(\frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{d}{dx} + a^2 \right) \left(\frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{d}{dx} + b^2 \right) w = 0. \quad (2,1)$$

Раскрыв уравнение (2,1), получаем дифференциальное уравнение

$$w^{IV} - \frac{2}{x} w''' - \left[\frac{1}{x^2} - (a^2 + b^2) \right] w'' + \left[\frac{1}{x^3} + \frac{a^2 + b^2}{x} \right] w' + a^2 b^2 w = 0,$$

совпадающее с уравнением (1,8) при условии, что

$$a^2 + b^2 = -2C, \quad a^2 \cdot b^2 = 1.$$

Квадратное уравнение, корнями которого являются a и b , имеет вид $z^2 + 2Cz + 1 = 0$, откуда определяются значения.

$$a^2, b^2 = -C \pm (C^2 - 1)^{\frac{1}{2}}.$$

Вводя подстановку $C = -\cos 2\varphi$, получим

$$a^2, b^2 = \cos 2\varphi \pm i \sin 2\varphi = e^{\pm 2i\varphi}.$$

Таким образом, оказывается, что решение уравнения (1,8) можно искать в функциях Бесселя комплексного аргумента $xe^{\pm 2i\varphi}$; и в самом деле, дифференциальное уравнение второго порядка, определяемое первым оператором (2,1), имеет решение

$$w = C_1 J_0(xe^{i\varphi}) + C_2 Y_0(xe^{i\varphi}),$$

— второго,

$$w = C_1 J_0(xe^{-i\varphi}) + C_2 Y_0(xe^{-i\varphi}).$$

Следовательно, имея в виду частное решение, получаем четыре необходимых, линейно независимых решения, составляющих общий интеграл уравнения (1,8)

$$w = C_1 J_0(xe^{i\varphi}) + C_2 J_0(xe^{-i\varphi}) + C_3 Y_0(xe^{i\varphi}) + C_4 Y_0(xe^{-i\varphi}) + \frac{p}{k}.$$

Поскольку прогиб в центре плиты конечен, а функция Бесселя второго рода Y_0 вблизи $x = 0$ стремится к бесконечности, то C_3 и C_4 надо положить равными нулю. Кроме того, здесь постоянные C_1 и C_2 являются комплексными величинами, поэтому удобнее выразить функцию $J_0(xe^{\pm i\varphi})$ в функциях Динника, являющихся функциональными коэффициентами в равенстве

$$J_0(xe^{\pm i\varphi}) = U_0(xe^{i\varphi}) \pm i V_0(xe^{i\varphi}).$$

В этом случае можем записать решение в виде

$$w = C_1 U_0(xe^{i\varphi}) + C_2 V_0(xe^{i\varphi}) + \frac{p}{k}, \quad (2,2)$$

где:

C_1 и C_2 — вещественные постоянные интегрирования.

Если пренебречь изгибной жёсткостью труб, то $C_1 = -\cos 2\varphi = 0$, откуда $\varphi = \frac{\pi}{4}$. В этом случае аргумент $xe^{i\varphi} = xi^{\frac{1}{2}}$, и функции Динника U_0, V_0 переходят в функции Томсона $ber(x), -bei(x)$ [2].

Прежде чем перейти к расчётным уравнениям, необходимо выяснить диапазон изменения аргумента φ для содержащихся в основном решении функций. С этой целью был произведен подсчёт возможных значений C для обширного ряда теплообменников, который показал, что C меняется сравнительно в узких пределах и обычно не превосходит значения 0,2.

В результате вычислений оказалось, что аргумент φ для основных расчётных случаев, охватывается значениями

$$\frac{\pi}{4} < \varphi < \frac{5}{18} \pi.$$

К сожалению, таблицы, составленные Динником [2], не содержат значений функций для необходимых нам величин аргумента. Восполняя этот пробел, мы вычислили эти функции (см. табл. 1). Там же приведены численные значения функций $F(x)$, представляющие комбинации функциональных коэффициентов, при $\mu = 0,3$.

Основные расчётные уравнения

Для расчёта плит на обобщённом упругом основании не может быть использован обычный аппарат расчёта плит на упругом основании [3,4] и возникает необходимость в установлении новых расчётных зависимостей для углов поворота, изгибающих моментов и поперечных сил.

Производные от прогиба

$$w(x) = C_1 U_0(x, \varphi) + C_2 V_0(x, \varphi) + \frac{p}{k}$$

при замене переменных $r = \beta x$ равны:

$$\frac{dw(x)}{dr} = \frac{dw(x)}{dx} \frac{dx}{dr} = \frac{1}{\beta} (C_1 U'_0 + C_2 V'_0)$$

$$\frac{d^2 w(x)}{dr^2} = \frac{1}{\beta^2} (C_1 U''_0 + C_2 V''_0)$$

$$\frac{d^3 w(x)}{dr^3} = \frac{1}{\beta^3} (C_1 U'''_0 + C_2 V'''_0), \quad (3.1)$$

где:

$$U''_0 = -\frac{1}{x} U'_0 - U_0 \cos 2\varphi + V_0 \sin 2\varphi,$$

$$V''_0 = -\frac{1}{x} V'_0 - V_0 \cos 2\varphi - U_0 \sin 2\varphi,$$

$$U'''_0 = -\frac{1}{x} U''_0 + \frac{1}{x^2} U'_0 - U'_0 \cos 2\varphi + V'_0 \sin 2\varphi, \quad (3.2)$$

$$V'''_0 = -\frac{1}{x} V''_0 + \frac{1}{x^2} V'_0 - V'_0 \cos 2\varphi - U'_0 \sin 2\varphi.$$

Подставляя эти значения в уравнение моментов (1,4) и поперечных сил (1,6), опуская переделки, окончательно имеем:

$$w(x) = C_1 U_0(x) + C_2 V_0(x) + \frac{p}{k}$$

$$M_r(x) = \beta^2 k [C_1 F_2(x) - C_2 F_1(x)]$$

$$M_t(x) = \beta^2 k [C_1 F_5(x) + C_2 F_6(x)]$$

$$Q(x) = \beta k [C_1 F_3(x) - C_2 F_4(x)] \quad (3.3)$$

$$\delta(x) = \frac{1}{\beta} [C_1 U'_0(x) + C_2 V'_0(x)],$$

где: C_1 и C_2 — постоянные интегрирования, определяемые из краевых условий, а значение функций $F(x)$ и других, которые введем далее, помещены ниже.

Частные случаи круглых плит на обобщённом упругом основании

Плита, нагруженная погонно распределённым краевым моментом (рис. 2).

При условии на контуре $M_r(X) = M_a$, $Q(X) = 0$ найдём постоянные интегрирования

$$C_1 = \frac{M_a}{\beta^2 k} \frac{F_4}{N}, \quad C_2 = \frac{M_a}{\beta^2 k} \frac{F_3}{N}.$$

Опуская аргумент для контурных значений функциональных коэффициентов и подставляя значение постоянных в (3,3), имеем:

$$w(x) = \frac{M_a}{\beta^2 k} \frac{R_1(x)}{N}; \quad M_r(x) = M_a \frac{N(x)}{N}$$

$$\delta(x) = \frac{M_a}{\beta^2 k} \frac{R_2(x)}{N}; \quad M_t(x) = M_a \frac{N_2(x)}{N}$$

$$Q(x) = \frac{M_a}{\beta} \frac{R_3(x)}{N}. \quad (4.1)$$

Плита, нагруженная поперечной силой, погонно распределённой по наружному краю (рис. 3).

При условии на контуре $M_r(X) = 0, Q(X) = -Q_a$ имеем

$$\begin{aligned} w(x) &= \frac{Q_a}{\beta k} \frac{N_1(x)}{N}; & M_r(x) &= \beta Q_a \frac{N_4(x)}{N} \\ \delta(x) &= \frac{Q_a}{\beta^2 k} \frac{R_1(x)}{N}; & M_t(x) &= \beta Q_a \frac{N_6(x)}{N} \\ Q(x) &= Q_a \frac{R_3(x)}{N}. \end{aligned} \quad (4,2)$$

Плита, нагруженная краевым моментом и поперечной силой, погонно распределёнными по наружному краю.

При условии на контуре $Q(X) = -Q_a, M_r(X) = -M_a$ имеем:

$$\begin{aligned} w(x) &= \frac{2Q_a}{ak} \frac{X}{2N} [N_1(x) - zR_1(x)]; & M_r(x) &= \frac{2\beta^2 Q_a}{a} \frac{X}{2N} [N_4(x) - zN(x)] \\ \delta(x) &= \frac{2Q_a}{a\beta k} \frac{X}{2N} [R_1(x) - zR_2(x)]; & M_t(x) &= \frac{2\beta^2 Q_a}{a} \frac{X}{2N} [N_6(x) - zN_5(x)] \\ Q(x) &= \frac{2\beta Q_a}{a} \frac{X}{2N} [R_3(x) - zR_4(x)], \end{aligned} \quad (4,3)$$

где: $z = \frac{M_a}{\beta Q_a}$ — коэффициент, отражающий характер заделки решётки на контуре.

На рисунках 2 и 3 представлены графики w, M_r и Q для двух случаев плит с параметром $X = 8$ при аргументе $\varphi = 50^\circ$ ($C = 0,173$). Для сравнения

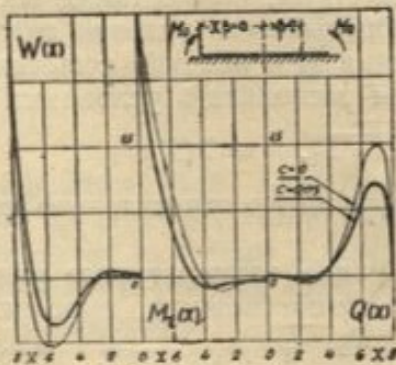


Рис. 2. Графики w, M_r и Q для плиты, нагруженной краевым распределённым моментом.

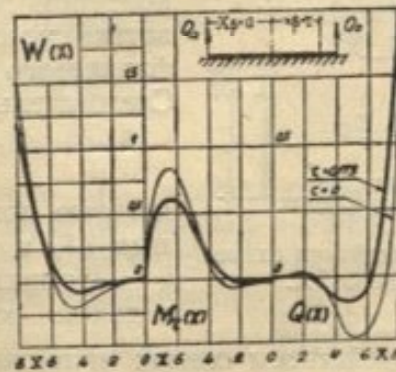


Рис. 3. Графики w, M_r и Q для плиты, нагруженной краевой распределённой поперечной силой.

там же приведены графики соответствующих величин для плит на обычном упругом основании ($C = 0$).

Рассмотрим плиту, нагруженную погонно распределённой нагрузкой Q_a по наружному краю (см. рис. 3). Прогиб плиты $w(x)$ содержит функцию $N_1(x) = F_1 U_0(x) + F_2 V_0(x)$, представленную графиком при $Q_a = \beta k$. Характер прогиба плиты зависит от X и φ . При $X < k_1$, где k_1 — первый отличный от нуля корень $N_1(x)$, плита прогнётся однозначно. При больших значениях X прогиб плиты будет иметь волнообразный характер и может быть в центре плиты как положительным, так и отрицательным.

Заметим, что корни функций увеличиваются вместе с увеличением аргумента φ . Максимальные ординаты w, M_r и Q уменьшаются при увеличении φ , что свидетельствует о закономерном ожесточении плиты моментным сопротивлением со стороны основания.

Усилия в теплообменнике жёсткой конструкции

Пусть p_{MT} — давление в межтрубном пространстве, p_T — давление в трубах, $\pi a^2 f_1$ — площадь сечения аппарата за вычетом площади сечений труб в свету, $\pi a^2 f_2$ — площадь сечения аппарата за вычетом площади сечения труб по наружному диаметру, причём f_1 и f_2 даются в долях площади трубной решётки, то есть

$$f_1 = 1 - \frac{i}{4} \left(\frac{d_n}{a} \right)^2, \quad f_2 = 1 - \frac{i}{4} \left(\frac{d_n}{a} \right)^2, \quad (5.1)$$

где

d_n, d_n — внутренний и наружный диаметры трубы.

Пусть перепад давлений в аппарате равен $p = p_T - p_{MT}$, тогда равномерно распределённая нагрузка на решётку будет

$$pf = p_T f_1 - p_{MT} f_2. \quad (5.2)$$

Положим, что средняя температура всех труб t_T одинакова и отличается от средней температуры кожуха t_k . В результате температурного расширения трубы получают удлинение $\alpha_T t_T l$, а кожух $\alpha_k t_k l$, где α_k, α_T — коэффициент линейного расширения материалов кожуха и труб.

Рассмотрим симметричную расчётную схему аппарата рис. 4 и будем искать из условия совместности деформаций решётки — фланца — кожуха осевые усилия, возникающие в кожухе Q_k и системе труб Q_T .

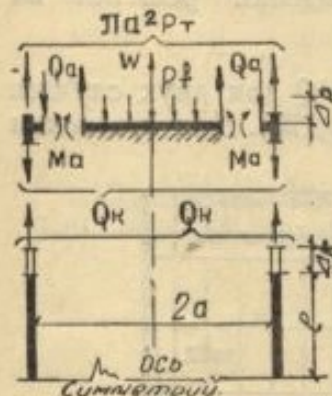


Рис. 4. Расчётная схема жёсткого ТА.

В качестве такого условия примем равенство осевого удлинения кожуха Δ_k и перемещения решётки на контуре Δ_p . Предположив сопряжение фланца с контуром решётки жёстким, можно также воспользоваться условием непрерывности угловой деформации фланцевого сопряжения Θ и контура решётки $\delta(X)$. Следовательно, будем располагать условиями

$$\Delta_p = \Delta_k, \quad \Theta = \delta(X), \quad (5.3)$$

которые приводят к решению относительно неизвестных M_a и Q_a .

Приняв во внимание температурное удлинение, а также осевое удлинение кожуха, вызванное совместным действием осевых напряжений $\sigma_1 = \frac{Q_k}{F_k}$ и кольцевых напряжений

$\sigma_2 = \frac{p_{MT} a}{s_0}$, имеем

$$\sigma_2 = \frac{p_{MT} a}{s_0}, \quad \text{имеем}$$

$$\Delta_k = \alpha_k t_k l + \frac{l}{E_k} (\sigma_1 - \nu \sigma_2) = \alpha_k t_k l + \frac{Q_k l}{E_k F_k} - \frac{2\nu a^2 p_{MT} l}{E_k F_k}$$

или

$$\Delta_k = \frac{Q_k}{k_1} - \Delta_0 + \alpha_k t_k l, \quad (5.4)$$

где $k_1 = \frac{E_k F_k}{l}$, F_k — площадь сечения кожуха. Под воздействием распределённой нагрузки на решётку pf , а также гидростатического давления среды, в стенке трубы толщиной s_T , достаточно малой по сравнению с её средним радиусом r_c , возникнут осевые $\sigma_1 = \frac{\pi a^2 pf}{F_T}$ и кольцевые напряжения $\sigma_2 = (p_{MT} - p_T) \frac{r_c}{s_T}$, тогда осевая деформация труб (или осадка решётки под нагрузкой pf) будет

$$\frac{p_0}{k} = \frac{pf + 2\nu p(1 - l_0)}{k}, \quad (5.5)$$

где: $2f_0 = f_1 + f_2$.

Перемещение контура решётки, учтя её прогиб и температурные удлинения труб, будет

$$\Delta_p = \omega(X) - \frac{p_0}{k} + \alpha_T t_T l.$$

Для прогиба решётки воспользуемся уравнением (4,3)

$$\omega(X) = \frac{2Q_a X}{ak} \frac{X}{2N} [N_1 - zR_1] = \frac{2Q_a}{ak} \Phi_z.$$

Из условия равновесия сил, действующих на фланец аппарата, имеем $2\pi a Q_a = \pi a^2 p_T - Q_h$, тогда:

$$\omega(X) = \frac{\pi a^2 p_T - Q_h}{\pi a^2 k} \Phi_z.$$

• На основании первого условия (5,3) запишем:

$$\frac{Q_h}{k} - \Delta_0 + \alpha_k t_k l = -\frac{Q_h}{\pi a^2 k} \Phi_z + \frac{p_T}{k} \Phi_z - \frac{p_0}{k} + \alpha_T t_T l.$$

Решение этого равенства приводит к следующему выражению для осевого усилия в кожухе

$$Q_h = \frac{\pi a^2 p_2 + p_l}{U}, \tag{5,6}$$

где:

$$p_2 = p_T [\Phi_z - 2\mu(1 - f_0) - f_2] + p_{MT} [f_2 + 2\mu(1 - f_0) + 2\mu A];$$

$$p_l = (\alpha_T t_T - \alpha_k t_k) E_T F_T; U = \Phi_z + A; A = \frac{E_T F_T}{E_k F_k}.$$

Из уравнения равновесия сил, действующих в диаметральном сечении аппарата $Q_h + Q_T = \pi a^2 (p_T - pf)$, имеем осевое усилие системы труб:

$$Q_T = \frac{\pi a^2 (p_1 U - p_2) - p_l}{U}, \tag{5,7}$$

где:

$$p_1 = p_T (1 - f_1) + p_{MT} f_2.$$

Уравнения (5,6) и (5,7) справедливы при любых условиях заделки решётки на контуре, которые отражены функциональным коэффициентом Φ_z , зависящим от величины z , которая может быть определена из второго условия (5,3) с учётом жёсткости фланцевого сопряжения.

Упругая заделка решётки

Чтобы решить вопрос о характере заделки решётки на контуре, необходимо оценить жёсткость сопряжённых с контуром решётки элементов — наружного кольца решётки, фланца и края оболочки.

Вопрос о жёсткости фланцевого сопряжения является вполне самостоятельным, и мы рассмотрим лишь частный случай, чтобы показать влияние жёсткости фланцевого сопряжения на общее решение.

Рассмотрим расчётную схему рис. 5, где фланец аппарата выделен в виде кольца, жёстко сопряжённого с оболочкой, на которое действуют M_a и Q_a со стороны удалённой внутренней части решётки.

Для угла поворота кольца малой ширины относительно r_c воспользуемся известным выражением

$$\theta_h = \frac{M_k r_c^3}{E_k J_x},$$

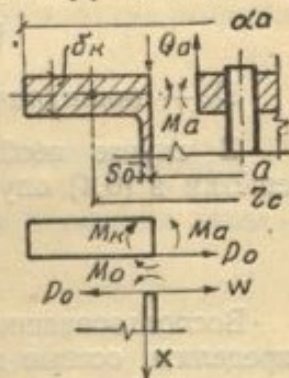


Рис. 5. Расчётная схема фланца.

которое при обозначении $2r_c = a(\alpha + 1)$ запишется так:

$$\Theta_k = \frac{M_k}{C_k}, \text{ где } C_k = \frac{3,64 D_k (\alpha - 1)}{a(\alpha + 1)^2}. \quad (6,1)$$

Для прогиба и поворота края оболочки имеем следующие выражения:

$$\omega_0 = -\frac{\beta_0^3}{2D_0} \left(\frac{M_0}{\beta_0} + P_0 \right), \quad \Theta_0 = \frac{\beta_0^2}{2D_0} \left(\frac{2M_0}{\beta_0} + P_0 \right),$$

где:

$$\beta_0 = \left(\frac{4D_0 a^2}{E_0 s_0} \right)^{\frac{1}{4}} \Big|_{\mu=0,3} = 0,78 \sqrt{a s_0}. \quad (6,2)$$

Ввиду значительной жёсткости фланца в диаметральной плоскости, положим $\omega_0 = 0$, тогда $P_0 \beta_0 = -M_0$, а поворот

$$\Theta_0 = \frac{M_0}{C_0}, \text{ где } C_0 = \frac{2D_0}{\beta_0}. \quad (6,3)$$

Положив $\Theta_0 = \Theta_k$, а также имея в виду моментное уравнение равновесия фланца

$$M_a = M_k + M_0 - P_0 \frac{\delta_k}{2} = M_k + M_0 \left(1 + \frac{\delta_k}{2\beta_0} \right),$$

получаем выражение для поворота фланца

$$\Theta = \Theta_0 = \Theta_k = \frac{M_a}{C_k + C_0 \left(1 + \frac{\delta_k}{2\beta_0} \right)}.$$

Поворот контура решётки согласно (4,3)

$$\delta(X) = \frac{2Q_a X}{\alpha \beta k 2N} [R_1 - zR_2].$$

Из второго условия (5,3), учтя одновременно перфорацию решётки заменой β на β_ψ , получаем:

$$z = \frac{M_a}{\beta_\psi Q_a} = \frac{R_1}{V + R_2}, \quad (6,4)$$

где:

$$V = \frac{k \beta_\psi^3 N(X)}{C_k + \xi C_0}; \quad \beta_\psi^4 = \frac{D_\psi}{k}; \quad \xi = 1 + \frac{\delta_k}{2\beta_0},$$

D_ψ — цилиндрическая жёсткость решётки с учётом её перфорации.

В случае необходимости учёта жёсткости только наружного кольца решётки в (6,4) опускается член ξC_0 .

Нагрузка труб

Воспользовавшись уравнением упругой поверхности плиты (4,3), можем определить осевые деформации отдельных труб, а следовательно, получить осевые силы, действующие на каждую отдельную трубу трубного поля

$$p_0(x) = k\omega(x) \frac{\pi a^2}{i} = \frac{2\pi a Q_a}{i} \Phi_z(x). \quad (7,1)$$

Здесь следует различать случаи растяжения и сжатия периферийных труб. Применение уравнения (7,1) необходимо ограничить первым случаем, когда постоянство коэффициента постели для всего трубного поля может быть более оправдано.

Из (7,1) следует, что максимальную нагрузку воспринимают трубы, расположенные на периферии. Уже при $X > 2$ трубы испытывают разнозначную нагрузку, часть труб работает на растяжение, часть на сжатие. С увеличением

жёсткости контура решётки (фланца) значительно снижается осевая нагрузка периферийных труб.

Помимо осевых нагрузок, трубы подвержены действию изгибающих моментов заделки. Изгибающий момент, действующий на каждую отдельную трубу со стороны решётки, определяется уравнением (1,2); подставляя сюда значение $\delta(x)$ из (4,3), имеем:

$$m_0(x) = -\frac{E_T I_T}{l} \delta(x) = \frac{2\pi a Q_a r_u^2}{i\beta} K_2(x), \quad (7,2)$$

где:

r_u — радиус инерции трубы.

Характер распределения моментов заделки труб вдоль радиуса аппарата весьма сильно зависит от степени заземления решётки на контуре. При

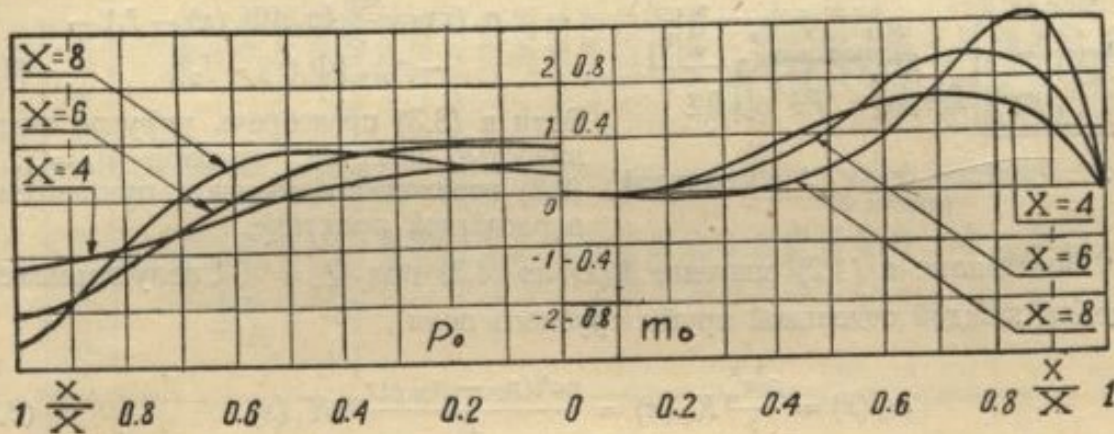


Рис. 6. Графики распределения осевых и моментных нагрузок труб вдоль радиуса аппарата.

свободно опертой решётке максимальный момент возникает в периферийных трубах, при жёстко заделанном контуре изгибающий момент в периферийных трубах равен нулю.

Рис. 6 даёт представление о распределении осевых (слева) и моментных нагрузок труб вдоль радиуса аппарата при жёсткой заделке контура решётки.

Усилия в ТА с подвижной решёткой

Рассматриваемый случай является частным общего решения для ТА жёсткой конструкции.

Пусть решётки имеют равные диаметры $2a$, жёсткость и условия заделки на контуре. Далее обозначим

$$p(1-f) = p_T(1-f_1) - p_{MT}(1-f_2).$$

Неуравновешенная составляющая, действующая на подвижную головку, вызывает усилия в трубах, которые в результате деформации решёток несколько перераспределяются между трубами. Принимаем расчётную схему по рис. 7.

Из условия статического равновесия решёток от сил, указанных на рис. 7, имеем усилие в кожухе $Q_k = \pi a^2 p_{MT}$ и усилие в трубчатке $Q_T = \pi a^2 p(1-f)$.

Рассмотрим деформацию обеих решёток. Подвижная решётки под воздействием нагрузки pf переместится на величину $\frac{2pf}{k}$, а также прогнётся под воздействием контурных нагрузок M_a и Q_a , следовательно, имея в виду (4,3), получим:

$$\omega_1(x) = -\frac{p}{k} \frac{X}{2N} [N_1(x) - zR_1(x)] + \frac{2pf}{k} = -\frac{p}{k} [\Phi_2(x) - 2f]. \quad (8,1)$$

Прогиб неподвижной решётки

$$\omega_{II}(x) = \frac{p}{k} \Phi_2(x). \quad (8,2)$$

Для определения осевой нагрузки на отдельную трубу воспользуемся уравнениями (8,1), (8,2), тогда, учтя правило знаков рис. 7, получим

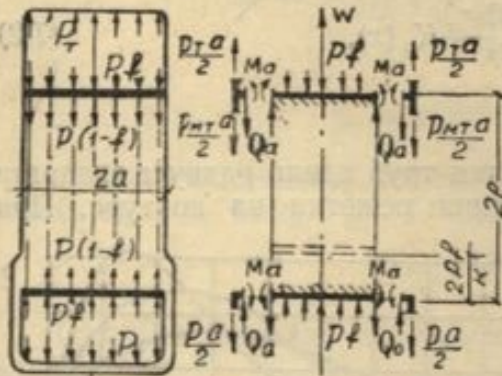


Рис. 7. Расчётная схема ТА с подвижной решёткой.

$$p_0(x) = -k_0[\omega_1(x) - \omega_{II}(x)],$$

где:

$k_0 = \frac{E_T F_0}{2l}$ — коэффициент жёсткости отдельной трубы. Подстановка $\omega_1(x)$ и $\omega_{II}(x)$ с заменой k_0 на k даёт:

$$p_0(x) = \frac{\pi a^2}{i} \{p_T [\Phi_2(x) - f_1] - p_{MT} [\Phi_2(x) - f_2]\}. \quad (8,3)$$

Если в (8,3) пренебречь упругой податливостью решёток, положив $\Phi_2 = 1$, то (8,3) переходит в обычное, применяемое в расчётной практике.

Подставляя в (1,2) значение $\delta(x)$ из (4,3) при $Q_a = \frac{pa}{2}$, получим момент заделки каждой отдельной трубы трубного поля

$$m_0(x) = \frac{p_0 a^2}{\beta} K_2(x) = \frac{\pi a^2 (p_T - p_{MT}) r_u^2}{i \beta} K_2(x). \quad (8,4)$$

Выше мы ввели следующие обозначения функций:

$$F_1(x) = (1 - \mu) \frac{V'_0}{x} + V_0 \cos 2\varphi + U_0 \sin 2\varphi,$$

$$F_2(x) = -(1 - \mu) \frac{U'_0}{x} - U_0 \cos 2\varphi + V_0 \sin 2\varphi,$$

$$F_3(x) = U'_0 \cos 2\varphi + V'_0 \sin 2\varphi,$$

$$F_4(x) = -V'_0 \cos 2\varphi + U'_0 \sin 2\varphi,$$

$$F_5(x) = (1 - \mu) \frac{U'_0}{x} - \mu U_0 \cos 2\varphi + \mu V_0 \sin 2\varphi,$$

$$F_6(x) = (1 - \mu) \frac{V'_0}{x} - \mu V_0 \cos 2\varphi - \mu U_0 \sin 2\varphi,$$

$$N(x) = F_4 F_2(x) - F_3 F_1(x); \quad N_1(x) = F_1 U_0(x) + F_2 V_0(x),$$

$$R_1(x) = F_1 U'_0(x) + F_2 V'_0(x) = F_4 U_0(x) + F_3 V_0(x),$$

$$R_2(x) = F_4 U'_0(x) + F_3 V'_0(x); \quad R_3(x) = F_1 F_3(x) - F_2 F_4(x),$$

$$R_4(x) = F_4 F_3(x) - F_3 F_4(x); \quad N_4(x) = F_1 F_2(x) - F_2 F_1(x),$$

$$N_5(x) = F_4 F_5(x) + F_3 F_6(x); \quad N_6(x) = F_1 F_5(x) + F_2 F_6(x),$$

$$\Phi_2(x) = \frac{X}{2N} [N_1(x) - z R_1(x)]; \quad K_2(x) = \frac{X}{2N} [R_1(x) - z R_2(x)].$$

Анализ полученных расчётных уравнений показывает, что учёт упругой податливости решёток ведёт к значительному снижению осевых усилий аппарата (до 40% при $X = 8$). Относительное увеличение осевых усилий происходит с увеличением изгибной жёсткости труб (φ) и ожесточением контурной заделки решётки (z). Кроме того, учёт изгибных деформаций решётки приводит

Таблица 1

C = 0,0349

 $\varphi = 46^\circ$

x	$U_0(x)$	$V_0(x)$	$U'_0(x)$	$V'_0(x)$	$F_1(x)$	$F_2(x)$	$F_3(x)$	$F_4(x)$
0	1,0	0	0	0	0,9994	0,0349	0	0
2	+0,7846	-0,9888	-0,4653	-0,9504	+0,4861	-0,7979	-0,9336	-0,4318
3	-0,1701	-2,0200	-1,5776	-0,9838	-0,3275	-1,6483	-0,9281	-1,5424
3,2	-0,5171	-2,2052	-1,8864	-0,8690	-0,6301	-1,8088	-0,8027	-1,8550
3,4	-0,9288	-2,3630	-2,2282	-0,6920	-0,9882	-1,9350	-0,6138	-2,2027
3,6	-1,4198	-2,4800	-2,5849	-0,4428	-1,4182	-2,0266	-0,3524	-2,5678
3,8	-1,9593	-2,5377	-2,9471	-0,1100	-1,8896	-2,0623	-0,0070	-2,9415
4	-2,5802	-2,4553	-3,3198	+0,3237	-2,4364	-1,9628	+0,4394	-3,3291
4,2	-3,2773	-2,4048	-3,6544	0,8659	-3,0477	-1,9111	0,9929	-3,6824
4,4	-4,0373	-2,1675	-3,9579	1,6302	-3,7001	-1,6778	1,7673	-4,0124
4,6	-4,8582	-1,7820	-4,1984	2,3195	-4,4406	-1,3123	2,4646	-4,2768
4,8	-5,7104	-1,2373	-4,6699	3,2538	-5,1920	-0,8023	3,4043	-4,4809
5	-6,5943	-0,4774	-4,4104	4,3314	-5,9672	-0,0897	4,4827	-4,5590
5,2	-7,4594	+0,5060	-4,2696	5,5462	-6,3293	+0,8275	5,6919	-4,4606
5,4	-8,2808	1,7111	-3,9525	6,9034	-7,4450	1,9309	7,0372	-4,1910
5,6	-9,0209	3,2628	-3,3811	8,3752	-8,0825	3,3686	8,4882	-3,6714
5,8	-9,6070	5,1039	-2,5474	9,9612	-8,5840	5,0712	10,044	-2,8935
6	-9,9873	7,2481	-1,3178	11,619	-8,8864	7,0481	11,658	-1,7225
6,2	-10,082	9,7324	+0,3264	13,292	-8,9270	9,3381	13,273	-0,1377
6,4	-9,7995	12,540	2,7535	14,940	-8,6027	11,890	14,835	+2,2304
6,6	-9,0277	15,678	5,1585	16,467	-7,8239	14,807	16,277	4,5807
6,8	-7,6626	19,089	8,3500	17,778	-6,4921	17,950	17,476	7,7245
7	-6,6072	22,716	12,180	18,755	-4,5211	21,289	18,319	11,518
7,2	-2,7053	26,524	16,662	19,266	-1,7606	24,797	18,673	15,980
7,4	+1,1619	30,355	21,829	19,161	+1,8221	28,302	18,388	21,147
7,6	6,2776	34,089	27,664	18,296	6,7663	31,741	17,319	27,009
7,8	12,517	37,526	34,106	16,248	12,662	34,870	15,048	33,518
8	19,112	40,487	41,080	13,006	18,826	37,534	11,364	40,601

Продолжение табл. 1

 $C = 0,06976$ $\varphi = 47^\circ$

x	$U_0(x)$	$V_0(x)$	$U_0'(x)$	$V_0'(x)$	$F_1(x)$	$F_2(x)$	$F_3(x)$	$F_4(x)$
0	1,0	0	0	0	0,9976	0,0698	0	0
2	+0,8181	-1,0041	-0,4358	-0,9833	+0,5419	-0,7921	-0,9505	-0,5034
3	-0,1179	-2,1004	-1,5803	-1,0908	-0,2152	-1,7272	-0,9779	-1,6526
3,2	-0,4663	-2,3101	-1,9118	-0,9950	-0,5119	-1,9184	-0,8623	-1,9767
3,4	-0,8840	-2,4938	-2,2761	-0,8391	-0,8707	-2,0806	-0,6782	-2,3292
3,6	-1,3911	-2,6420	-2,6650	-0,6074	-1,3112	-2,2157	-0,4199	-2,7010
3,8	-1,9514	-2,7327	-3,0699	-0,2914	-1,7996	-2,2974	-0,0764	-3,0828
4	-2,6076	-2,7523	-3,4839	+0,1264	-2,3771	-2,3180	+0,3692	-3,4751
4,2	-3,3421	-2,6764	-3,8754	0,6633	-3,0272	-2,2600	0,9322	-3,8298
4,4	-4,1618	-2,4847	-4,2682	1,3314	-3,7567	-2,0906	1,6261	-4,1751
4,6	-5,0520	-2,1207	-4,5967	2,1444	-4,5560	-1,7695	2,4601	-4,4460
4,8	-5,9956	-1,6013	-4,8495	3,1036	-5,4094	-1,3128	3,4347	-4,6313
5	-6,9854	-0,8738	-4,9918	4,2210	-6,3067	-0,6603	4,5593	-4,6952
5,2	-7,9849	+0,0975	-4,9845	5,5279	-7,2218	+0,2080	5,8625	-4,5967
5,4	-8,9563	1,3508	-4,7795	7,0036	-8,1256	1,3392	7,3204	-4,2891
5,6	-9,8752	2,9096	-4,3372	8,6286	-8,9660	2,7557	6,9106	-3,7645
5,8	-10,683	4,8188	-3,5710	10,402	-9,7345	4,4901	10,626	-2,8463
6	-11,286	7,0808	-2,4489	12,288	-10,316	6,5602	12,429	-1,5953
6,2	-11,628	9,7425	-1,1050	14,265	-10,671	9,0314	14,308	-0,1066
6,4	-11,615	12,777	+1,1895	16,282	-10,693	11,806	16,160	+2,3231
6,6	-11,111	16,233	3,8324	18,228	-10,274	15,012	17,917	5,0955
6,8	-10,033	20,051	7,1289	20,104	-9,3267	18,568	19,558	8,5151
7	-8,2332	24,203	11,135	21,560	-7,7358	22,457	20,731	12,613
7,2	-5,5368	28,642	15,922	22,691	-5,3317	26,642	21,525	17,468
7,4	-1,8145	33,235	20,947	23,251	-1,9311	29,929	21,733	22,520
7,6	+3,2650	37,865	27,976	23,041	+2,7460	34,318	21,033	29,517
7,8	9,4388	42,357	35,243	21,789	8,4326	38,632	19,277	36,679
8	17,275	46,480	43,336	19,256	15,686	43,782	16,185	44,576

Продолжение табл. 1

C = 0,10453

 $\varphi = 48^\circ$

x	$U_0(x)$	$V_0(x)$	$U'_0(x)$	$V'_0(x)$	$F_1(x)$	$F_2(x)$	$F_3(x)$	$F_4(x)$
0	1,0	0	0	0	0,9945	0,1045	0	0
2	+0,8530	-1,0189	-0,4037	-1,0162	+0,5991	-0,7829	-0,9684	-0,5077
3	-0,0593	-2,1874	-1,5741	-1,2032	-0,1107	-1,8148	-1,0321	-1,6911
3,2	-0,4084	-2,4143	-1,9235	-1,1287	-0,5121	-2,0225	-0,9215	-2,0308
3,4	-0,8310	-2,6298	-2,3126	-0,9969	-0,8680	-2,2247	-0,7497	-2,4041
3,6	-1,3513	-2,8159	-2,7344	-0,7897	-1,3138	-2,4098	-0,4997	-2,8019
3,8	-1,9286	-2,9449	-3,1803	-0,4900	-1,8115	-2,5436	-0,1550	-3,2140
4	-2,6114	-3,0072	-3,6458	-0,0878	-2,4091	-2,6246	+0,2937	-3,6350
4,2	-3,3887	-2,9728	-4,1173	+0,4395	-3,0975	-2,6260	0,8674	-4,0488
4,4	-4,2598	-2,8243	-4,5756	1,1022	-3,8771	-2,5254	1,5742	-4,4352
4,6	-5,2154	-2,5224	-4,9916	1,9175	-4,8536	-2,3038	2,4286	-4,7637
4,8	-6,2514	-2,0432	-5,3481	2,9043	-5,8044	-1,9188	3,4472	-5,0151
5	-7,3527	-1,3407	-5,6055	4,0783	-6,8231	-1,3259	4,6417	-5,1484
5,2	-8,4921	-0,3913	-5,7317	5,4563	-7,8954	-0,5175	6,0253	-5,1298
5,4	-9,6307	+0,8424	-5,6531	7,0329	-7,9805	+0,5503	7,5855	-4,8920
5,6	-10,741	2,4204	-5,3485	8,8100	-9,8335	1,9423	9,3204	-4,3984
5,8	-11,764	4,3594	-4,7379	10,869	-10,851	3,6636	11,304	-3,5759
6	-12,619	6,7329	-3,7451	12,919	-11,755	5,8006	13,239	-2,3744
6,2	-13,239	9,5365	-2,3151	15,209	-12,459	8,3488	15,367	-0,7130
6,4	-13,528	12,794	-0,3202	17,586	-12,874	11,331	17,523	+1,5194
6,6	-13,342	16,551	+2,2809	20,007	-12,877	14,813	19,659	4,3590
6,8	-12,573	20,775	5,5946	22,346	-12,373	18,759	21,638	7,8989
7	-11,072	25,427	9,0625	24,553	-11,213	23,213	23,470	11,578
7,2	-8,6634	30,531	14,706	26,397	-9,246	28,020	24,714	17,383
7,4	-5,1477	35,932	20,741	27,728	-6,240	33,215	25,407	23,524
7,6	-0,2058	41,565	27,757	28,363	-1,939	38,750	25,305	30,568
7,8	+6,0122	47,143	35,801	28,024	+3,5748	44,299	24,128	38,532
8	14,011	52,601	44,962	26,428	10,750	49,815	21,583	47,476

Продолжение табл. 1

C = 0,13917

x	$U_0(x)$	$V_0(x)$	$U'_0(x)$	$V'_0(x)$	$F_1(x)$	$F_2(x)$	$F_3(x)$	$F_4(x)$
0	1,0	0	0	0	0,99	0,1392	0	0
2	+0,8891	-1,0324	-0,3692	-1,0474	0,6572	-0,7691	-0,9856	-0,5103
3	+0,0096	-2,2652	-1,5597	-1,3163	+0,0182	-1,8778	-1,0860	-1,7273
3,2	-0,3383	-2,5243	-1,9257	-1,2665	-0,2613	-2,1245	-0,9857	-2,0827
3,4	-0,7630	-2,7685	-2,3351	-1,1614	-0,6092	-2,3660	-0,8247	-2,4734
3,6	-1,2883	-2,9888	-2,7895	-0,9760	-1,0487	-2,5970	-0,5779	-2,8975
3,8	-1,8835	-3,1535	-3,2770	-0,7038	-1,5552	-2,7812	-0,2436	-3,3422
4	-2,5896	-3,2579	-3,7936	-0,3238	-2,1669	-2,9219	+0,2075	-3,8008
4,2	-3,4041	-3,2784	-4,3294	+0,1828	-2,8833	-3,0008	0,7837	-4,2607
4,4	-4,3172	-3,1737	-4,8659	0,8342	-3,6996	-2,9693	1,5032	-4,7011
4,6	-5,3620	-2,9312	-5,3806	1,6558	-4,6487	-2,8304	2,3882	-5,0963
4,8	-6,4689	-2,5007	-5,8522	2,6576	-5,6707	-2,5276	3,4456	-5,4238
5	-7,6771	-1,8532	-6,2356	3,8671	-6,8009	-2,0304	4,6964	-5,6349
5,2	-8,9600	-0,9291	-6,5016	5,2957	-8,0315	-1,2958	6,1477	-5,6994
5,4	-10,267	+0,2864	-6,5889	6,9646	-9,3058	-0,2958	7,8122	-5,5435
5,6	-11,582	1,8789	-6,4467	8,8749	-10,527	+1,0537	9,6836	-5,1368
5,8	-12,829	3,8563	-6,0138	11,036	-11,913	2,7536	11,763	-4,4175
6	-13,959	6,3170	-5,2057	13,429	-13,1300	4,9147	14,019	-3,2843
6,2	-14,882	9,2560	-3,9573	16,032	-14,215	7,5328	16,420	-1,6663
6,4	-15,497	12,718	-2,0899	18,796	-15,063	10,661	18,900	+0,5474
6,6	-15,672	16,784	+0,4006	21,707	-15,550	14,392	21,434	3,4126
6,8	-15,279	21,422	3,6833	24,656	-15,568	18,702	24,143	7,0786
7	-14,127	26,611	7,8410	27,535	-14,936	23,594	26,168	11,595
7,2	-12,084	32,387	12,994	30,196	-13,542	29,121	28,085	17,067
7,4	-8,8780	38,657	19,309	32,517	-11,081	35,200	29,504	23,642
7,6	-4,1780	45,349	26,774	34,264	-7,2965	41,851	30,194	31,276
7,8	+1,9312	52,182	35,575	35,179	-2,1857	48,728	29,875	40,116
8	9,9925	59,152	45,743	34,976	+4,7193	55,949	28,259	50,154

Продолжение табл. 1

C = 0,17365

 $\varphi = 50^\circ$

x	$U_0(x)$	$V_0(x)$	$U_0'(x)$	$V_0'(x)$	$F_1(x)$	$F_2(x)$	$F_3(x)$	$F_4(x)$
0	1,0	0	0	0	0,985	+0,1736	0	0
2	0,9262	-1,0153	-0,3323	-1,0796	0,7159	-0,7525	-1,0057	-0,5147
3	+0,0787	-2,3485	-1,5415	-1,4394	+0,1498	-1,9404	-1,1502	-1,7668
3,2	-0,2679	-2,6340	-1,9231	-1,4147	-0,2046	-2,2198	-1,0596	-2,1399
3,4	-0,6955	-2,9091	-2,3561	-1,3371	-0,4555	-2,4907	-0,9080	-2,5529
3,6	-1,2278	-3,1680	-2,8419	-1,1840	-0,8891	-2,7823	-0,6728	-3,0048
3,8	-1,8356	-3,3816	-3,3679	-0,9425	-1,3945	-3,0400	-0,3437	-3,4810
4	-2,5714	-3,5328	-3,9416	-0,5918	-2,0231	-3,2364	+0,1014	-3,9852
4,2	-3,4204	-3,6010	-4,5430	-0,1138	-2,7629	-3,3867	0,6766	-4,4947
4,4	-4,4004	-3,5691	-5,1160	+0,5188	-3,6323	-3,4661	1,3991	-4,9492
4,6	-5,6954	-3,3850	-5,7831	1,3272	-4,8206	-3,4449	2,3112	-5,4660
4,8	-6,7170	-3,0103	-6,3708	2,3352	-5,7550	-3,2074	3,4062	-5,8698
5	-8,0493	-2,4375	-6,8876	3,5627	-7,0066	-2,8334	4,7050	-6,1658
5,2	-9,4739	-1,5780	-7,3217	5,0446	-8,3819	-2,2179	6,2399	-6,3362
5,4	-10,974	-0,3801	-7,5964	6,7837	-9,8683	-1,2996	8,0006	-6,3048
5,6	-12,524	+1,1721	-7,6613	8,8264	-11,436	+0,0620	10,024	-6,0141
5,8	-13,950	3,1361	-7,4263	11,147	-12,936	1,5582	12,269	-5,3798
6	-15,500	5,6665	-6,8558	13,765	-14,643	3,6860	14,748	-4,3634
6,2	-16,789	8,7210	-5,7984	16,686	-16,171	6,3249	17,442	-2,8147
6,4	-17,809	12,366	-4,1740	19,849	-17,615	9,5438	20,276	-0,6656
6,6	-18,452	16,698	-1,8717	23,247	-18,700	13,442	23,223	+2,1921
6,8	-18,553	21,717	+1,2540	26,788	-19,375	18,041	26,168	5,8856
7	-17,923	27,429	5,3571	30,374	-19,468	23,370	28,988	10,550
7,2	-16,397	33,908	10,546	33,854	-18,844	29,530	31,515	16,265
7,4	-13,711	41,047	17,000	37,113	-17,195	36,436	33,605	23,188
7,6	-9,493	48,841	24,844	39,931	-14,257	44,175	35,019	31,403
7,8	-4,767	57,069	34,225	41,971	-10,825	52,302	35,400	40,998
8	+4,082	65,683	45,290	42,944	-3,625	61,443	34,438	52,066

к новому представлению о нагрузке труб аппарата. Осевое усилие аппарата распределяется между отдельными трубами весьма неравномерно; более нагружены трубы на периферии, трубы же центральной зоны решётки могут оказаться под нагрузкой противоположного знака. Ожесточение контура решётки ведёт к снижению осевой и моментной нагрузки периферийных труб.

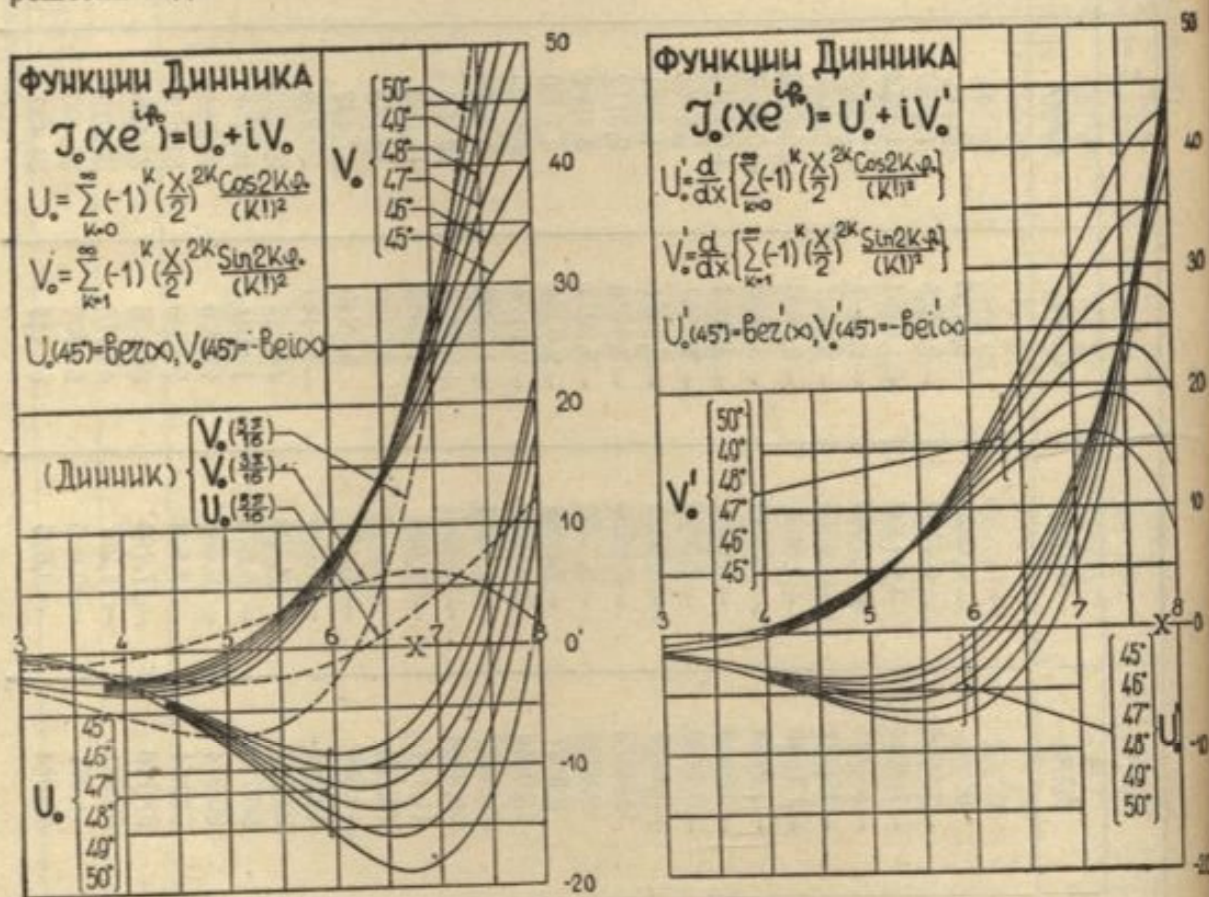


Рис. 8. Функции Динника.

Располагая максимальными значениями нагрузок на отдельные трубы, мы получаем возможность сопоставить их с критическими значениями для труб и тем самым установить критерий для расчёта жёсткости трубной решётки.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Е. Захаренко. Механический расчёт теплообменников жёсткой конструкции «Химическое машиностроение», № 5, 1936.
2. Я. Н. Шпильрейн. Таблицы специальных функций, ч. I, ГТИ, М.—Л., 1933.
3. А. Н. Динник. Круглая пластинка на упругом основании, Известия Киевского политехнического института, год X, 1910.
4. F. Schleicher — Kreisplatten auf Elastischer Unterlager, Berlin, 1926.