ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА Z – ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПОВЕДЕНИЯ УЧАСТНИКОВ ДВУХУРОВНЕВОЙ МОДЕЛИ ОБМЕНА

Кузниченко Владимир Михайлович, к.ф.-м.н., доцент кафедры 405
Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»

Балансовый метод и создаваемые на его основе балансовые модели, в которые входят модели обмена, служат основным инструментом поддержания пропорций в народном хозяйстве, а потому их исследования являются актуальными.

Наиболее известной и до сих пор используемой в экономике балансовой моделью является модель линейного межотраслевого баланса Леонтьева «Выпуск - затраты». Бездефицитные и дефицитные балансовые модели также были разработаны в работах [1-2]. В этих моделях «продавцы» и «покупатели» одни и те же, а процессы продаж и покупок разделены и описываются цепями Маркова. Найденные стационарные состояния этих процессов для каждого участника дают возможность определить сальдо торговли, то есть равновесное распределение товаро-денежных потоков.

В связи с потребностью совершенствования балансовых моделей в данной работе будет показана методика получения аналитического решения для участников двухуровневой модели обмена на основе применения метода Z – преобразований к цепям Маркова.

Пусть E_0 - матрица обмена между участниками 0 и 1 уровней :

Таблица 1.

Матрица обмена E_0 между участниками 0-1уровней

		Участники обмена 0 уровня					Сумма
		1	2	3	…	n	
Участники обмена 1 уровня	1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	…	x_{1n}	$X_1 = \sum_{j=1}^{n} x_{1j}$
	2	x_{21}	x_{22}	x_{23}	…	x_{2n}	$X_2 = \sum_{j=1}^{n} x_{2j}$
	3	x_{31}	x_{32}	x_{33}	…	x_{3n}	$X_3 = \sum_{j=1}^{n} x_{3j}$
	…	…	…	…	…	…	…
	m	x_{m1}	x_{m2}	x_{m3}	…	x_{mn}	$X_m = \sum_{j=1}^{n} x_{mj}$
	Сумма	$X_1^T = \sum_{i=1}^{m} x_{i1}$	$X_2^T = \sum_{i=1}^{m} x_{i2}$	$X_3^T = \sum_{i=1}^{m} x_{i3}$	…	$X_n^T = \sum_{i=1}^{m} x_{in}$	$D = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} x_{ij}$

Под x_{ij} будем понимать, количество благ, которыми обмениваются участники 0 и 1 уровней.

По матрице E_0 строим матрицы B_1 и B_2^T:

$$B_1 = \begin{pmatrix} \frac{x_{11}}{X_1} & \frac{x_{12}}{X_1} & \frac{x_{13}}{X_1} & \cdots & \frac{x_{1n}}{X_1} \\ \frac{x_{21}}{X_2} & \frac{x_{22}}{X_2} & \frac{x_{23}}{X_2} & \cdots & \frac{x_{2n}}{X_2} \\ \frac{x_{31}}{X_3} & \frac{x_{32}}{X_3} & \frac{x_{33}}{X_3} & \cdots & \frac{x_{3n}}{X_3} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{x_{m1}}{X_m} & \frac{x_{m2}}{X_m} & \frac{x_{m3}}{X_m} & \cdots & \frac{x_{mn}}{X_m} \end{pmatrix}, \qquad B_2^T = \begin{pmatrix} \frac{x_{11}}{X_1^T} & \frac{x_{21}}{X_1^T} & \frac{x_{31}}{X_1^T} & \cdots & \cdots & \cdots & \frac{x_{m1}}{X_1^T} \\ \frac{x_{12}}{X_2^T} & \frac{x_{22}}{X_2^T} & \frac{x_{32}}{X_2^T} & \cdots & \cdots & \cdots & \frac{x_{m2}}{X_2^T} \\ \frac{x_{13}}{X_3^T} & \frac{x_{23}}{X_3^T} & \frac{x_{33}}{X_3^T} & \cdots & \cdots & \cdots & \frac{x_{m3}}{X_3^T} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{x_{1n}}{X_n^T} & \frac{x_{2n}}{X_n^T} & \frac{x_{3n}}{X_n^T} & \cdots & \cdots & \cdots & \frac{x_{mn}}{X_n^T} \end{pmatrix}$$

По матрицам B_1 и B_2^T построим стохастические матрицы $L_1(mxm)$ и $L_2(nxn)$:

$$L_1 = B_1 * B_2^T, \quad L_2 = B_2^T * B_1 \tag{1}$$

Матрицу L_1 назовем матрицей обмена участников 1 – го уровня, а матрицу L_2 назовем матрицей обмена участников 0 – го уровня.

Процесс перехода из одного состояния в другое в этих моделях описывается уравнениями:

$$\overline{p}(n) = \overline{p}(0)L_1^n \qquad \overline{q}(n) = \overline{q}(0)L_2^n \qquad n = 1,2,3,\ldots,k,\ldots \tag{2}$$

Применив Z – преобразования к (2), получим уравнения:

$$P(z) = \overline{p}(0)(I - zL_1)^{-1} \qquad (\overline{p}(n) \leftrightarrow P(z)) \tag{3}$$

$$Q(z) = \overline{q}(0)(I - zL_2)^{-1} \qquad (\overline{q}(n) \leftrightarrow Q(z)) \tag{4}$$

Так как $L_i^n \quad i = 1,2$ является обратным преобразованием к преобразованию $(I - zL_i)^{-1}$, то тогда из (3),(4) получаем аналитические решения задачи (2).

Дальнейшие исследования возможно распространить на многоуровневые системы обмена.

Список использованной литературы:

1. Kuznichenko V.M, Lapshyn V.I. Probabilistic approach to the continuous model in the economy// Scientific Bulletin of National Mining University. –2015. - № 5 (149). – P. 137-141.

2. Kostenko E, Kuznichenko V.M., Lapshyn V.I.. Deficit model of exchange for continuous processes with external control [Text] // Applied Economic Letters. – Published online: 07 Jul 2016, 1-4. DOI: 10.1080/13504851.2016.1250717.