

ОПТИМАЛЬНЕ РОЗМІЩЕННЯ ЕЛІПСІВ В КРУГОВІЙ І ЕЛІПТИЧНІЙ  
ОБЛАСТЯХ

Марченко Владислав Віталійович, студент 365 групи  
Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського «ХАІ»

На сьогоднішній день і в доступному для огляду майбутньому в різних сферах виробництва виникають і будуть виникати проблеми ресурсо- та енергозбереження, пов'язані з завданнями розкрою і упаковки. До таких завдань відносяться:

- завдання оптимального розкрою матеріалу на заготовки довільної форми, які вирішуються при виробництві виробів в машинобудівній, авіабудівній, суднобудівній, текстильній, шкіряній, деревообробній, меблевої та багатьох інших галузях промисловості;
- завдання компоновання: вантажів в різноманітного виду контейнери, схем генеральних планів промислових підприємств, двигунів, радіоелементів на платах і т.д. ;
- завдання розподілу: від пам'яті обчислювальних машин до ділянок, ліси, призначені для вирубки та посадки.

Є набір еліпсів  $E_1 \in I = \{1, 2, \dots, n\}$ . Кожному дий еліпс заданий великої і малої півосями  $a_i$  і  $b_i$ . Вважаємо, що початок власної системи координат  $E_i$  знаходиться в центрі його симетрії. Положення  $E_i$  в просторі визначається вектором і  $(x_i, y_i, \alpha_i)$ , де  $(x_i, y_i)$  - вектор трансляції, і  $\alpha_i$  - кут повороту.

В якості контейнера розглядається область  $\Omega = \{E, C, R\}$ , що характеризується вектором змінних метричних характеристик  $\rho$ , де  $E$  - еліпс, заданою ний великої і малої півосями  $h_{a_i}$  і  $h_{b_i}$ ,  $h$  - коефіцієнт гомотетії;  $C$  - коло радіуса  $r$ .

Вважаємо, що власна система координат контейнера  $\Omega$  - фіксована. Залежно від виду контейнера (області розміщення) розглядаються наступні функції мети:

6.  $F = \max(\rho(x_i, y_i))$ , якщо  $C$ , де  $i=1..n$ .

7.  $F = \sum_{i=1}^n \rho(x_i, y_i)$ , якщо  $E$ .

Основними обмеженнями поставленого завдання є:

1. неперетинання еліпсів:

$$\text{int } E_i(v_i) \cap \text{int } E_j(v_j) = \emptyset, i < j \in I_n$$

2. включення еліпсів в область розміщення:

$$E_i(v_i) \subset [?][?] \Leftrightarrow \text{int } E_i(v_i) \cap \text{int } [?][?]^* = \emptyset$$
$$i \in I_n, [?][?]^* = R^2 \setminus \text{int } [?][?]$$

Нехай  $z = (x_1, y_1, \alpha_1, \dots, x_n, y_n, \alpha_n) \in R^N$  - вектор змінних.  $R^N$  - арифметичне Евклідовому простір розмірності  $N$ , де  $N = 3 \cdot n$ .

Функція пошуку площі перетину двох еліпсів  $\mu(S_j \cap S_i)$  виконується за допомогою пошуку перетинання еліпсів функцією *intersection* та підрахунку площі функцією *area* з бібліотеки *shapely* на *python*. Для вирішення завдання оптимізації використовувався модуль *optimize* з бібліотеки *scipy*. Для оптимізації був обраний метод Пауелла в функції *minimize* з модулю *optimize*, критерій зупинки  $\epsilon$  дорівнював  $10^{-6}$ .

На рисунку 1 зображено початкове розміщення, на рисунку 2 зображено рішення розміщення в колі:

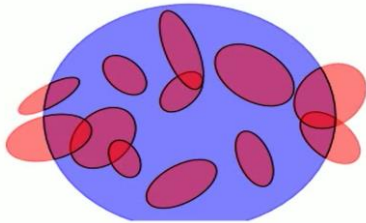


Рис. 1 Початкове розміщення

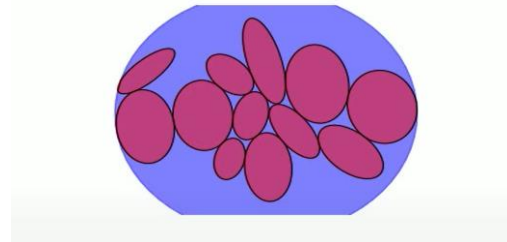


Рис. 2 Розміщення в колі

На рисунку 3 зображено початкове розміщення, на рисунку 4 зображено рішення розміщення в колі:

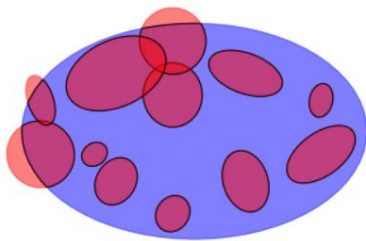


Рис. 3. Початкове розміщення

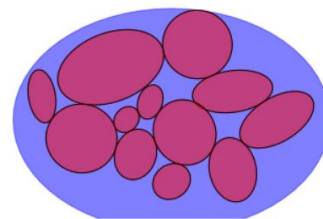


Рис. 4 - Початкове розміщення

Запропоновані в роботі засоби аналітичного опису основних обмежень розміщення з застосуванням методу  $\rho$ -функцій, дозволили представити задачу оптимальної упаковки еліпсів у вигляді завдання негладкою оптимізації та були успішно виконані.

\*Науковий керівник – Яковлев С.В., д.ф.-м.н., професор, професор кафедри математичного моделювання та штучного інтелекту ХАІ