

ЗАСТОСУВАННЯ МОДЕЛЕЙ SIR І SEIR ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ
ЕПІДЕМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

Ротань Аделіна Андріївна, студентка групи 345

Національний аерокосмічний університет ім. М.С. Жуковського «ХАІ»

Моделювання є основним методом досліджень у всіх галузях знань та науково обґрунтованим методом оцінок характеристик складних систем, що використовується для прийняття рішень в різних сферах соціальної діяльності. Системи, які існують та проектуються, можна ефективно досліджувати за допомогою математичних моделей.

На сьогодні створено значну кількість таких теоретично обґрунтованих моделей популяційної динаміки. Вони спираються на математичний апарат статистики та теорії ймовірності. Загальним недоліком існуючих моделей є низька точність побудови прогнозу, а також його короткостроковість. У цій роботі розглянемо SIR і SEIR моделі.

Модель SIR була вперше використана Кермак і Маккендрік у 1927 році та згодом застосовувалася до безлічі захворювань, особливо до повітряно-крапельним дитячих хвороб з довічним імунітетом після одужання, таким як кір, епідемічний паротит, краснуха і коклюш. S, I і R представляють кількість сприйнятливих, інфікованих і людей, які видужали, а $N = S + I + R$ - загальна популяція.

Якщо течія інфекції нетривала (раптовий спалах) в порівнянні з тривалістю життя людини та хвороба не смертельна, життєву динаміку (народження і смерть) можна ігнорувати. У детермінованій формі модель SIR може бути записана як наступне звичайне диференціальне рівняння (ЗДР):

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= -\frac{\beta SI}{N} \\ \frac{dI}{dt} &= \frac{\beta SI}{N} - \gamma I \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I\end{aligned}$$

де $N=S+I+R$ - загальна чисельність населення.

Моделі SIR зазвичай використовуються для вивчення кількості людей, які страждають інфекційним захворюванням, в популяції. Модель ділить кожної людини в популяції на одну з наступних трьох груп:

1. Сприйнятливі (S) – люди, які ще не були інфіковані і потенційно можуть заразитися інфекцією.
2. Інфекційні (I) – люди, які в даний час інфіковані (активні випадки) і потенційно можуть заразити інших, з якими контактують.
3. Ті, що одужали (R) – люди, які одужали (або померли) від хвороби і, таким чином, несприйнятливі до подальших інфекцій.

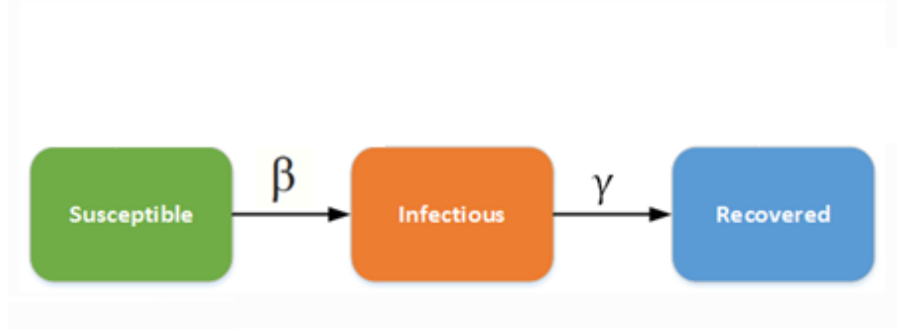


Рис. 1. Модель SIR

SEIR модель. Багато захворювань мають латентну фазу, під час якої людина інфікована, але ще не заразна. Цю затримку між придбанням інфекції й інфекційним станом можна включити в модель SIR, додавши латентну / підвернуту впливу популяції E і дозволивши інфікованим (ще не заразним) людям переміщатися з S в E та з E в I.

Оскільки затримка захворювання уповільнює початок інфекційного періоду індивідуума, вторинне поширення від інфікованого відбудеться в більш пізній час у порівнянні з моделлю SIR. Отже, включення більш тривалого періоду очікування призведе до більш повільного початкового росту спалаху. Однак, оскільки модель не включає смертність, базове репродуктивне число не змінюється.

Спостерігається повний хід спалаху. Після початкового швидкого зростання епідемія виснажує вразливе населення. Зрештою вірус не може знайти достатньо нових сприйнятливих людей та вимирає. Введення інкубаційного періоду не змінює кумулятивного числа інфікованих індивідів.

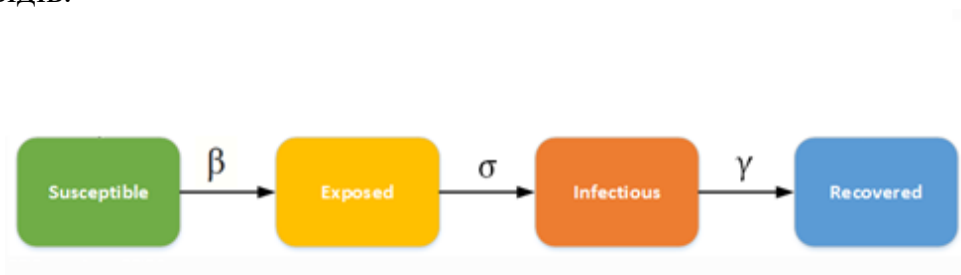


Рис. 2. Модель SEIR

У цій роботі були розглянуті два підходи до моделювання епідемій: SIR і SEIR, їх відмінності та збіги.

**Науковий керівник – Чумаченко Д.І., к.т.н., доцент, доцент кафедри математичного моделювання та штучного інтелекту ХАІ*