

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ТОНКОСТЕННЫХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ИМПУЛЬСНОМ НАГРУЖЕНИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СИСТЕМ АНАЛИТИЧЕСКИХ ВЫЧИСЛЕНИЙ**

### **Введение**

Конструкции воздушных систем летательных аппаратов (ЛА), к которым относятся противообледенительная система и система кондиционирования воздуха, изготавливаются преимущественно из титановых сплавов или коррозионно-стойких сталей.

Трубопроводы этих систем являются тонкостенными ( $\delta \leq 0,02D$ ) и изготавливаются методом сборки-сварки из набора унифицированных (прямолинейных и криволинейных) элементов и приварной арматуры (наконечников, переходников, вставок и т.д.) [1].

Изготовление приварной арматуры возможно статическими способами обработки давлением с применением эластичных наполнителей на универсальном прессовом оборудовании, а также импульсными методами обработки металлов давлением.

Один из способов изготовления элементов трубопровода – гидродинамическая штамповка. Формообразованием тонкостенных осесимметричных (трубчатых) заготовок энергией гидродинамического воздействия является процесс, при котором деформирование заготовок происходит под воздействием высокого давления гидродинамического нагружения, образующегося в жидкости при ударе о ее поверхность движущимся с большой скоростью снарядом (поршнем) [2].

При монтаже отдельных участков трубопроводов воздушных систем ЛА широкое распространение получило соединение сфера-конус, обеспечивающее герметичность стыка участков магистралей, компенсацию их угловых и линейных перемещений под воздействием переменных эксплуатационных нагрузок [1].

### **Постановка задачи**

Рассматривается задача определения напряженно-деформированного состояния (НДС) тонкостенных осесимметричных оболочек (заготовок) в процессе формообразования основного (генерального) контура элементов соединения сфера-конус на примере внешней оболочки типового сферического наконечника АНУ.7400.001.011 (рис. 1), выполненного из титанового сплава ПТ-7М.

Одним из методов решения подобных задач динамического деформирования тонких оболочек является метод конечных разностей.

Преимущество этого метода по сравнению с наиболее совершенным методом конечных элементов – более простая конечно-разностная

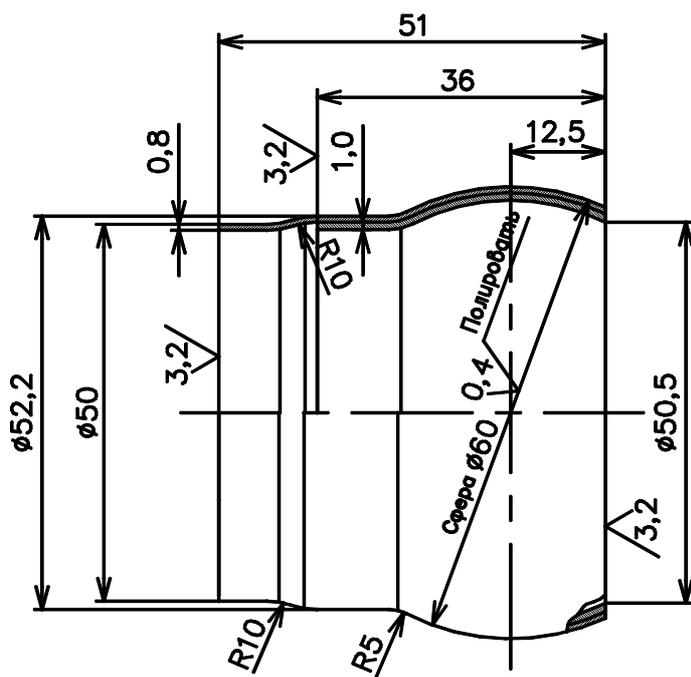


Рисунок 1 – Эскиз сферического наконечника АНУ.7400.001.011

аппроксимация аналитических интегральных и дифференциальных уравнений классических теорий, что делает возможным их численное решение с использованием современных систем аналитических вычислений.

Метод конечных разностей целесообразно и рационально использовать при решении конкретных (локальных) задач, обладающих ограниченным количеством исходных данных и подкрепленных конкретной теорией. Полученный на основе этой математической модели прикладной программный продукт может быть практи-

чески реализован там, где необходимо решение только этих частных задач и нет необходимости использования универсальных компьютерных систем САЕ (computer-aided engineering).

Данная статья посвящена разработке конечно-разностной математической модели динамического формообразования тонкостенных осесимметричных оболочек с использованием положений теорий тонких оболочек и пластичности.

Численное определение параметров НДС рассматриваемых оболочек выполнено на персональном компьютере с использованием системы аналитических вычислений MAPLE, позволяющей решать задачи механики в диалоговом режиме и обеспеченной собственным языком программирования.

Построение алгоритма и конечно-разностной математической модели процесса основывается на теоретических выкладках, представленных в публикации [3], и опирается на результаты, полученные в работе [4].

### **Построение конечно-разностной математической модели и численное решение задач определения НДС оболочек**

Задача определения НДС сферических и конусных элементов соединения сфера-конус решается в предположении осесимметричности заготовки и детали, а также осесимметричности нагружения импульсом давления, т.е. оболочка характеризуется геометрической и силовой осевой симметрией, что позволяет решать задачу в 2D постановке.

Граничные условия на торцах заготовки назначаются в соответствии с возможными в практической реализации технологическими схемами штамповки [1]: со свободными, защемленными или подпираемыми торцами.

Назначенные в математической модели граничные условия на торцах оболочки соответствуют схеме штамповки со свободными торцами –  $N_s = 0$ ,  $M_s = 0$ ,  $Q \neq 0$  ( $N_s$ ,  $M_s$ ,  $Q$  – продольная сила и изгибающий момент в меридиональном направлении, перерезывающая сила соответственно).

Учитывая симметрию граничных условий на торцах, допустимо рассматривать только половину сечения заготовки, заменив отсекаемую часть соответствующими внутренними силовыми факторами.

Плоское сечение половины заготовки разбивают на сегменты, которые, в свою очередь, делят на слои, где:

- $C_s$  – количество элементов по образующей;
- $C_h$  – количество элементов по толщине.

Совместное решение уравнений осуществляется по временным слоям с учетом изменений в параметрах системы, накопленных на предыдущих шагах, и при сложившихся к данному шагу граничных условиях. Численное интегрирование уравнений движения элементов оболочки выполняется конечно-разностным методом по явной схеме. Величины деформаций и напряжений в слоях заготовки получаются совместным решением уравнений теории пластичности и физического закона упрочнения материала (рис. 2, 3).

Исходные параметры заготовки из материала ПТ-7М:

- длина заготовки  $l_{zag} = 40$  мм;
- диаметр (по нейтральному слою)  $d_{zag} = 49,2$  мм;
- толщина стенки  $h_{zag} = 0,8$  мм;
- плотность материала  $\rho = 4500$  кг/м<sup>3</sup>;
- предел прочности  $\sigma_B = 580$  МПа;
- предел текучести  $\sigma_T = 460$  МПа;
- максимальное удлинение  $\delta_B = 0,20$ ;
- модуль упругости  $E_y = 1,12 \cdot 10^{11}$  Па;
- модуль упрочнения  $\Pi = 0,6 \cdot 10^9$  Па;
- радиус матрицы  $R_{matr} = 29,6$  мм.

Конечно-разностная модель тонкостенной осесимметричной оболочки состоит из 34 элементов:

- $C_s = 16$  – количество элементов вдоль образующей, отмеченных индексом  $i$ , где  $0 \leq i \leq C_s$ , т.е. включая элемент при  $i = 0$  – всего количество элементов вдоль образующей равно 17;

- $C_h = 2$  – количество элементов по толщине (индекс  $j$ ), где  $1 \leq j \leq C_h$ .

Движение элемента оболочки по временным слоям (индекс  $k$ ,  $0 \leq k \leq k_{max}$ ) происходит с шагом  $\Delta t$ . Текущее значение времени  $t_k$  на слое  $k$  определяется как

$$t_k = \Delta_t k, \quad (1)$$

где  $k$  – текущий временной слой;

$\Delta_t$  – продолжительность временного слоя.

Величина продолжительности временного слоя  $\Delta_t$  задается из условия обеспечения устойчивости вычислительного процесса.

Устойчивость вычислительного процесса при интегрировании системы уравнений движения элемента оболочки достигается выполнением критерия Куранта и вычисляется по формуле

$$C = \frac{\Delta_t}{\Delta_{S_{zag_i}}} \sqrt{\frac{E_y}{\rho(1-\nu^2)}} \leq 1, \quad (2)$$

где  $\nu$  – коэффициент Пуассона;

$\Delta_{S_{zag_i}}$  – длина  $i$ -го элемента заготовки, определяемая выражением

$$\Delta_{S_{zag_i}} = \frac{l_{zag}}{2C_s + 1}. \quad (3)$$

В работе [5] научнообоснована аппроксимирующая функция распределения давления в формирующей камере в виде синусоидального закона, доказана допустимость принятия условия однородности нагружения заготовки импульсом давления в осевом направлении. Поэтому функция зависимости нагружающего давления по времени представлена выражением

$$p_{i_k} = p_{max} \sin\left(\pi \frac{t_k}{t_{max}}\right), \quad (4)$$

где  $p_{max}$  – максимальное давление;

$t_{max}$  – продолжительность импульса давления;

$t_k$  – текущее значение времени на слое  $k$ ;

$p_{i_k}$  – текущие значения давления.

Построение математической модели определения НДС тонкостенных осесимметричных оболочек при оформлении их основного (генерального) контура выполнено с учетом некоторых допущений [6]:

– изменение толщины оболочки в процессе деформации мало по сравнению с ее прогибом в радиальном направлении;

– меридиональные  $\sigma_s$  и окружные  $\sigma_\theta$  напряжения считаются основными, а нормальные  $\sigma_h$  и касательные  $\tau_{rz}$  – второстепенными, т.е. ими можно пренебречь;

– отнесение напряжений  $\tau_{rz}$  к второстепенным означает принятие незначительной и деформацию сдвига  $\gamma_{rz}$  (как линейно зависящую от  $\tau_{rz}$ ), что равносильно допущению о неискривляемости прямых нормалей.

Таким образом, в тонкостенной оболочке реализуется плоское напряженное состояние, причем при осесимметричной деформации главными будут оси, направленные вдоль образующей и в окружном направлении.

Согласно работе [4] уравнения движения элемента оболочки в приращениях с учетом инерционных сил в моментной постановке в цилиндрической системе координат имеют вид

$$r h \rho \frac{d^2 r}{dt^2} = p r \sin \alpha + \frac{\partial}{\partial S} (N_s r \cos \alpha) - \frac{\partial}{\partial S} (Q r \sin \alpha) - N_\theta; \quad (5)$$

$$r h \rho \frac{d^2 z}{dt^2} = p r \cos \alpha - \frac{\partial}{\partial S} (N_s r \sin \alpha) - \frac{\partial}{\partial S} (Q r \cos \alpha); \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial S} (M_s r) - M_\theta \cos \alpha - Q r = 0, \quad (7)$$

где  $r, z$  – текущие эйлеровы координаты оболочки;

$h$  – текущая толщина оболочки;

$\alpha$  – угол между нормалью к поверхности элемента оболочки и положительным направлением оси  $z$ ;

$\rho$  – плотность материала;

$S$  – длина дуги вдоль меридиана;

$p$  – нормальное давление, действующее на оболочку;

$Q$  – перерезывающая сила;

$N_s, N_\theta, M_s, M_\theta$  – продольные силы и изгибающие моменты (погонные) в меридиональном (вдоль образующей) и широтном (окружном) направлениях.

Конечно-разностная аппроксимация уравнений движения элемента оболочки (5) – (7) примет такой вид (рис. 2, 3):

$$r_{i_k} h_{i_k} \rho \Delta_{S_{i_k}} r_{a_{i_k}} = p_{i_k} r_{i_k} \sin(\alpha_{i_k}) \Delta_{S_{i_k}} - [N_{S_{i_k}} r_{i_k} \cos(\alpha_{i_k}) - N_{S_{i-1_k}} r_{i-1_k} \cos(\alpha_{i-1_k})] - [Q_{i_k} r_{i_k} \sin(\alpha_{i_k}) - Q_{i-1_k} r_{i-1_k} \sin(\alpha_{i-1_k})] - N_{\theta_{i_k}} \Delta_{S_{i_k}}; \quad (8)$$

$$r_{i_k} h_{i_k} \rho \Delta_{S_{i_k}} z_{a_{i_k}} = p_{i_k} r_{i_k} \cos(\alpha_{i_k}) \Delta_{S_{i_k}} + [N_{S_{i_k}} r_{i_k} \sin(\alpha_{i_k}) - N_{S_{i-1_k}} r_{i-1_k} \sin(\alpha_{i-1_k})] - [Q_{i_k} r_{i_k} \cos(\alpha_{i_k}) - Q_{i-1_k} r_{i-1_k} \cos(\alpha_{i-1_k})]; \quad (9)$$

$$-M_{S_{i_k}} r_{i_k} + M_{S_{i-1_k}} r_{i-1_k} + M_{\theta_{i_k}} \cos(\alpha_{i_k}) \Delta_{S_{i_k}} - Q_{i_k} r_{i_k} \Delta_{S_{i_k}} = 0, \quad (10)$$

где  $r_{i_k}$  – радиус  $i$ -го элемента оболочки;

$h_{i_k}$  – толщина  $i$ -го элемента оболочки;

$\alpha_{i_k}, \alpha_{i-1_k}$  – угол между нормалью к поверхности  $i$ -го и  $(i-1)$ -го элементов оболочки соответственно и положительным направлением оси  $z$ ;

$\rho$  – плотность материала;

$\Delta_{S_{i_k}}$  – длина дуги  $i$ -го элемента оболочки вдоль меридиана;

$p_{i_k}$  – нормальное давление, действующее на  $i$ -й элемент оболочки;

$Q_{i_k}, Q_{i-1_k}$  – погонная перерезывающая сила, действующая на  $i$ -й и  $(i-1)$ -й элементы оболочки соответственно;

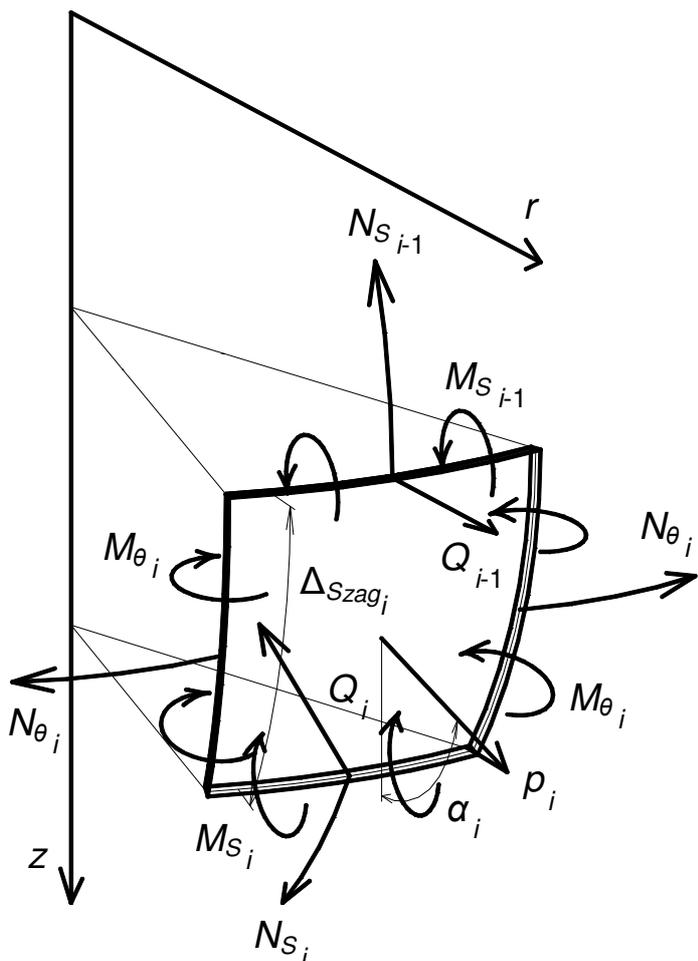


Рисунок 2 – Элемент  $i$  тонкостенной осесимметричной оболочки

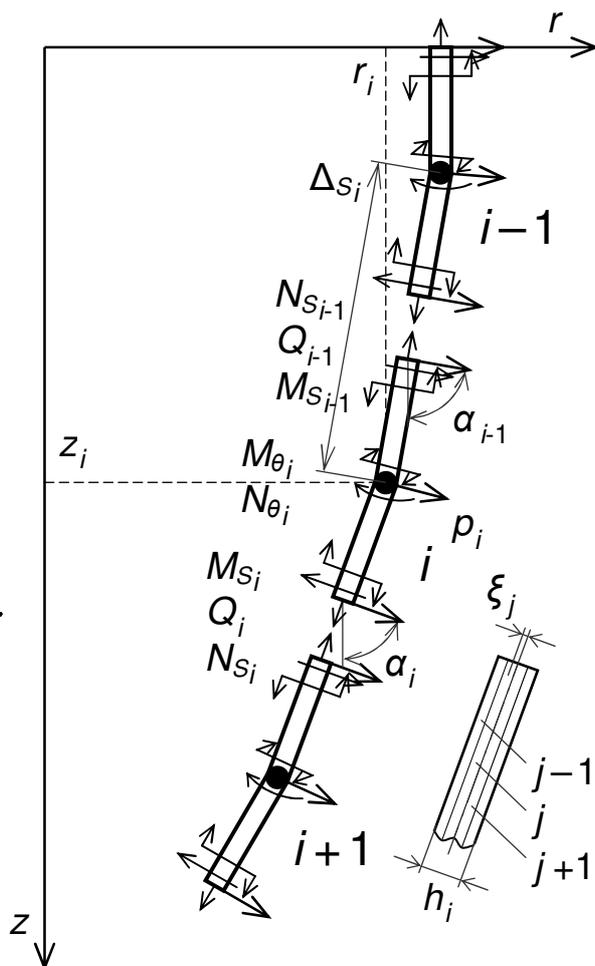


Рисунок 3 – Конечно-разностная математическая модель

$N_{s_{ik}}, N_{s_{i-1k}}, N_{\theta_{ik}}, M_{s_{ik}}, M_{s_{i-1k}}, M_{\theta_{ik}}$  – погонные продольные силы и изгибающие моменты в меридиональном, (вдоль образующей, индекс  $s$ ) и широтном, (околоном, индекс  $\theta$ ) направлениях, действующие на  $i$ -й или  $(i-1)$ -й элементы оболочки;

$r_{aik}, z_{aik}$  – ускорения движения  $i$ -го элемента оболочки по осям  $r$  и  $z$  соответственно, которые определяются соотношениями

$$r_{aik} = \frac{r_{i_{k+1}} - 2r_{i_k} + r_{i_{k-1}}}{\Delta_t^2}; \quad (11)$$

$$z_{aik} = \frac{z_{i_{k+1}} - 2z_{i_k} + z_{i_{k-1}}}{\Delta_t^2}, \quad (12)$$

где  $k$  – индекс, соответствующий текущему временному слою;  
 $k-1$  – индекс, соответствующий предыдущему временному слою;  
 $k+1$  – индекс, соответствующий последующему временному слою;  
 $\Delta_t$  – продолжительность временного слоя.

Геометрические параметры оболочки в целом определяются угловым положением каждого ее элемента. Координаты  $r$  и  $z$  центра  $i$ -го элемента оболочки вычисляются из соотношений:

$$\Delta S_{i_k} = \Delta S_{zag_i}; \quad (13)$$

$$\sin \alpha_{i_k} = \frac{z_{i_k} - z_{i-1_k}}{\Delta S_{i_k}}; \quad (14)$$

$$\cos \alpha_{i_k} = \frac{r_{i_k} - r_{i-1_k}}{\Delta S_{i_k}}, \quad (15)$$

где  $r_{i_k}$ ,  $r_{i-1_k}$  – координата  $r$  центра  $i$ -го и  $(i-1)$ -го элементов оболочки соответственно;

$z_{i_k}$ ,  $z_{i-1_k}$  – координата  $z$  центра  $i$ -го и  $(i-1)$ -го элементов оболочки соответственно.

Экспериментально установлено, что в процессах, соответствующих штамповке заготовок со свободными торцами, деформации оболочек вдоль образующей существенно меньше как окружных, так и толщинных деформаций, поэтому при построении математической модели допустимо принятие деформации оболочки вдоль образующей, равной нулю ( $\varepsilon_s = 0$ ) [7].

Таким образом, с учетом условия пластичности и постоянства объема, величины деформаций будут выглядеть следующим образом:

$$\varepsilon_{s_{i_k}} + \varepsilon_{\theta_{i_k}} + \varepsilon_{h_{i_k}} = 0, \quad (16)$$

где  $\varepsilon_{s_{i_k}}$ ,  $\varepsilon_{\theta_{i_k}}$ ,  $\varepsilon_{h_{i_k}}$  – деформации  $i$ -го элемента оболочки вдоль образующей, окружные и по толщине соответственно, определяемые такими величинами:

$$\varepsilon_{s_{i_k}} = 0; \quad (17)$$

$$\varepsilon_{\theta_{i_k}} = \ln \frac{r_{i_k}}{r_{zag_i}}; \quad (18)$$

$$\varepsilon_{h_{i_k}} = \ln \frac{h_{i_k}}{h_{zag_i}}, \quad (19)$$

где  $r_{zag_i}$ ,  $r_{i_k}$  – начальное и текущее значения радиуса  $i$ -го элемента;

$h_{zag_i}$ ,  $h_{i_k}$  – начальное и текущее значения толщины  $i$ -го элемента.

Процесс оформления основного (генерального) контура сферических и конусных наконечников характеризуется значительными величинами проштамповки (пластические деформации до 20%), что при деформировании маложестких оболочек требует как можно более плавного нагружающего воздействия на них. Это обеспечивается контактом оболочки с поверхностью матрицы с минимальной скоростью, что минимизирует их ударное взаимодействие.

Требования к точности геометрии оболочки на этапе оформления основного контура невысоки, поскольку после формообразующего перехода следует калибровочный.

Исходя из этого при решении задач глубокого деформирования (оформление основного контура сферического наконечника) допустимо при описании закона упрочнения материала не учитывать его упругую составляющую и скоростное упрочнение.

Поэтому физический закон упрочнения  $\sigma_{int}(\varepsilon_{int})$  титанового сплава ПТ-7М можно представить в виде жесткоупрочняющей модели и рационально аппроксимировать линейной зависимостью [5] (рис. 4)

$$\sigma_{int_{i_k}} = \sigma_T + \Pi \varepsilon_{int_{i_k}}, \quad (20)$$

где  $\sigma_{int_{i_k}}$  – интенсивность напряжений  $i$ -го элемента оболочки;

$\varepsilon_{int_{i_k}}$  – интенсивность деформаций  $i$ -го элемента оболочки;

$\sigma_T$  – предел текучести материала;

$\Pi$  – модуль упрочнения материала.

Величина интенсивности деформаций  $\varepsilon_{int}$  определяется соотношением вида

$$\varepsilon_{int_{i_k}} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_{s_{i_k}} - \varepsilon_{\theta_{i_k}})^2 + (\varepsilon_{\theta_{i_k}} - \varepsilon_{h_{i_k}})^2 + (\varepsilon_{h_{i_k}} - \varepsilon_{s_{i_k}})^2}. \quad (21)$$

Значение секущего модуля материала  $E_c$  на временном слое  $k$  вычисляется как тангенс угла наклона прямой к значению  $\{\sigma_{int}(\varepsilon_{int})\}_k$  (рис. 4)

$$E_{c_{i_k}} = \frac{\sigma_{int_{i_k}}}{\varepsilon_{int_{i_k}}}, \quad (22)$$

где  $E_{c_{i_k}}$  – секущий модуль материала  $i$ -го элемента оболочки.

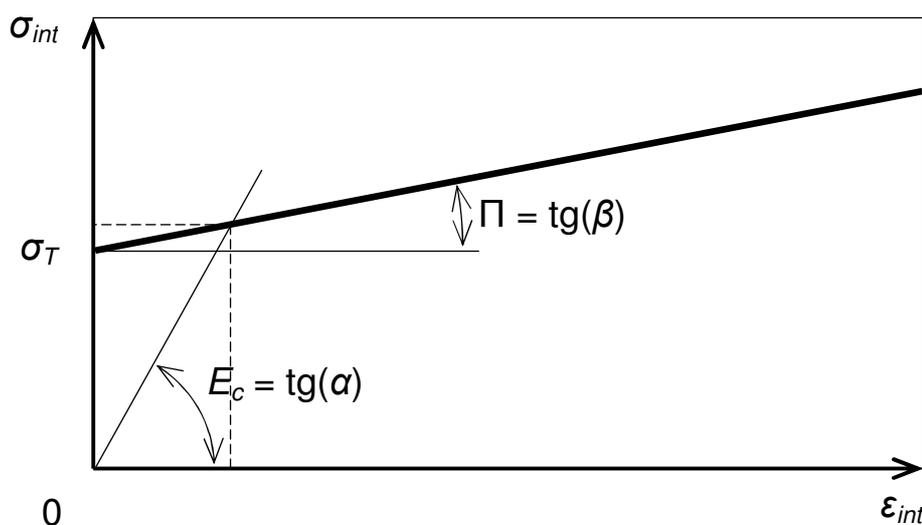


Рисунок 4 – Представление закона упрочнения материала ПТ-7М

Однако если при расчете значение интенсивности деформаций  $\varepsilon_{int}$  ниже условного предела текучести, который для титанового сплава

ПТ-7М равен  $\varepsilon_T = 0,004$ , то в этом случае для обеспечения корректного счета секущий модуль  $E_c$  приравнивается к величине, соответствующей модулю упругости  $E_y$ , поэтому в диапазоне упругих деформаций ( $0 < \varepsilon_{int_{ik}} \leq 0,004$ ) величина секущего модуля материала постоянна и равна 112 ГПа.

Так как каждый элемент оболочки имеет разделение на слои по толщине материала  $h$ , то координата  $\xi$  середины  $j$ -го слоя толщиной  $\delta$   $i$ -го элемента оболочки относительно срединной поверхности вычисляются из соотношений

$$\delta_{ik} = \frac{h_{ik}}{C_h}; \quad (23)$$

$$\xi_{i,jk} = \delta_{ik} \left( j - \frac{C_h + 1}{2} \right), \quad (24)$$

где  $\delta_{ik}$  – толщина одного слоя  $i$ -го элемента оболочки;

$h_{ik}$  – толщина  $i$ -го элемента оболочки;

$C_h$  – количество элементов (слоев) по толщине оболочки;

$\xi_{i,jk}$  – расстояние от срединной поверхности до середины  $j$ -го слоя  $i$ -го элемента оболочки;

$j$  – порядковый номер слоя по толщине оболочки.

Таким образом, деформации и напряжения в  $j$ -м слое  $i$ -го элемента оболочки определяются такими выражениями:

$$\varepsilon_{s_{i,jk}} = \ln \left( \frac{\Delta S_{ik}}{\Delta S_{zag_i}} \right) + \ln \left( 1 + \frac{\xi_{i,jk} (\alpha_{ik} - \alpha_{i-1k})}{\Delta S_{ik}} \right); \quad (25)$$

$$\varepsilon_{\theta_{i,jk}} = \ln \left( \frac{r_{ik} + \xi_{i,jk}}{r_{zag_i} + \xi_{zag_i,j}} \right); \quad (26)$$

$$\sigma_{s_{i,jk}} = \frac{2}{3} E_{ci_k} (2\varepsilon_{s_{i,jk}} + \varepsilon_{\theta_{i,jk}}); \quad (27)$$

$$\sigma_{\theta_{i,jk}} = \frac{2}{3} E_{ci_k} (2\varepsilon_{\theta_{i,jk}} + \varepsilon_{s_{i,jk}}), \quad (28)$$

где  $\varepsilon_{s_{i,jk}}$ ,  $\varepsilon_{\theta_{i,jk}}$  – деформации  $i$ -го элемента на  $j$ -м слое оболочки вдоль образующей (меридиональные) и по окружности (широтные) соответственно;

$\sigma_{s_{i,jk}}$ ,  $\sigma_{\theta_{i,jk}}$  – напряжения в  $i$ -м элементе на  $j$ -м слое оболочки вдоль образующей и по окружности соответственно;

$(\alpha_{ik} - \alpha_{i-1k})$  – угол поворота  $i$ -го элемента оболочки относительно  $(i-1)$ -го.

Суммарные напряжения в  $i$ -м элементе оболочки вычисляются следующим образом:

$$\sigma_{s_{ik}} = \frac{\sum_{j=1}^{C_h} \sigma_{s_{i,jk}}}{C_h}; \quad (29)$$

$$\sigma_{\theta_{ik}} = \frac{\sum_{j=1}^{C_h} \sigma_{\theta_{i,jk}}}{C_h}. \quad (30)$$

Условие пластичности  $\Phi_p$  при плоском напряженном состоянии определяется выражением

$$\Phi_{p_{ik}} = \sigma_{s_{ik}}^2 - \sigma_{s_{ik}} \sigma_{\theta_{ik}} + \sigma_{\theta_{ik}}^2 - \sigma_{int_{ik}}^2. \quad (31)$$

Если в соотношении (31)  $\Phi_{p_{ik}} > 0$ , то происходит пластическое течение материала, а при  $\Phi_{p_{ik}} \leq 0$  оболочка деформируется в упругой области.

Погонные величины продольных сил и изгибающих моментов, действующих на  $i$ -й элемент оболочки, определяются численным интегрированием по  $j$ -м толщинным слоям:

$$N_{s_{ik}} = \left( \sum_{j=1}^{C_h} \sigma_{s_{i,jk}} \right) \frac{h_{ik}}{C_h}; \quad (32)$$

$$N_{\theta_{ik}} = \left( \sum_{j=1}^{C_h} \sigma_{\theta_{i,jk}} \right) \frac{h_{ik}}{C_h}; \quad (33)$$

$$M_{s_{ik}} = \left( \sum_{j=1}^{C_h} \sigma_{s_{i,jk}} \xi_{i,jk} \right) \frac{h_{ik}}{C_h}; \quad (34)$$

$$M_{\theta_{ik}} = \left( \sum_{j=1}^{C_h} \sigma_{\theta_{i,jk}} \xi_{i,jk} \right) \frac{h_{ik}}{C_h}, \quad (35)$$

где  $N_{s_{ik}}, N_{\theta_{ik}}, M_{s_{ik}}, M_{\theta_{ik}}$  – погонные продольные силы и изгибающие моменты в меридиональном и широтном направлениях соответственно, действующие на  $i$ -й элемент оболочки.

Значение перерезывающей силы  $Q$  определяется из третьего уравнения движения элемента оболочки (10).

Учитывая, что деформируемая оболочка типа сферический накопчик обладает геометрической и силовой симметрией как в продольном, так и в поперечном направлении, то очевидно, что центральный элемент оболочки  $\{r_{0k}, z_{0k}\}$  сохраняет свое положение на оси  $z$  на протяжении всего процесса формообразования, т.е. выполняется условие  $z_{0k} = 0$ .

Как уже отмечалось, при формообразовании основного контура детали, характеризующегося значительным объемом проштамповки, требования к точности геометрии оболочки невысоки, поскольку после

формообразующего перехода следует калибровочный. В то же время при оформлении основного контура детали оптимальным является такое нагружение рабочим импульсом давления, при котором оболочка подходит к матрице с минимальной скоростью, что способствует получению оболочки с рациональными параметрами НДС и обуславливает минимизацию энергозатрат на ее деформирование.

Таким образом, при построении контактной модели взаимодействия оболочки с поверхностью матрицы можно считать матрицу абсолютно жесткой. Каждый элемент оболочки при контакте с матрицей приобретает значения, соответствующие поверхности матрицы  $\{r_{mj}, z_{mj}\}$ , и останавливается. Дальнейшие перемещения элемента оболочки возможны только вдоль образующей рабочей поверхности матрицы, т.е. выполняется условие  $r_{ik} \leq r_{mj}$ .

Таким образом, координаты  $i$ -го элемента оболочки  $\{r_{ik+1}, z_{ik+1}\}$  для следующего временного шага  $(k+1)$ , определяемые из соотношений (11, 12), сопоставляются на предмет достижения контура матрицы, т.е. координат  $\{r_{mj}, z_{mj}\}$ .

Значения предельных перемещений для  $i$ -го элемента оболочки по координате  $r$  определяется выражением

$$r_{mj} = \sqrt{R_{matr}^2 - z_{ik+1}^2}, \quad (36)$$

где  $R_{matr}$  – радиус поверхности матрицы рассматриваемого сферического наконечника;

$r_{mj}$  – предельное значение перемещения по оси  $r$  для  $i$ -го элемента оболочки с координатой  $z_{ik+1}$ .

Если  $r_{ik+1} \leq r_{mj}$ , то  $i$ -й элемент оболочки сохраняет расчетное значение  $r_{ik+1}$ , если  $r_{ik+1} > r_{mj}$ , то ему присваивается значение  $r_{mj}$ , т.е.  $r_{ik+1} = r_{mj}$ , т.к. оболочка не может выходить за пределы контура матрицы. Из принятого значения  $r_{ik+1}$  по формулам (13) – (15) уточняется координата  $z_{ik+1}$  элемента оболочки.

Расчет выполняется в пределах всего заданного временного диапазона  $0 < t_k \leq t_{k\text{конечное}}$ , который определяет величину нагружения оболочки импульсом давления  $p_{ik}(t_k)$  (4), или до момента достижения всеми элементами оболочки поверхности матрицы (36).

На рис. 5 изображена схема алгоритма определения параметров НДС тонкостенных осесимметричных оболочек при импульсном нагружении в соответствии с разработанной конечно-разностной математической моделью процесса.

На рис. 6 в графическом виде показаны результаты расчетов с помощью данной математической модели параметров НДС тонкостенной осесимметричной оболочки при импульсном воздействии на нее давления с характеристиками:  $p_{\max} = 40$  МПа;  $t_{\max} = 0,1$  мс (4).

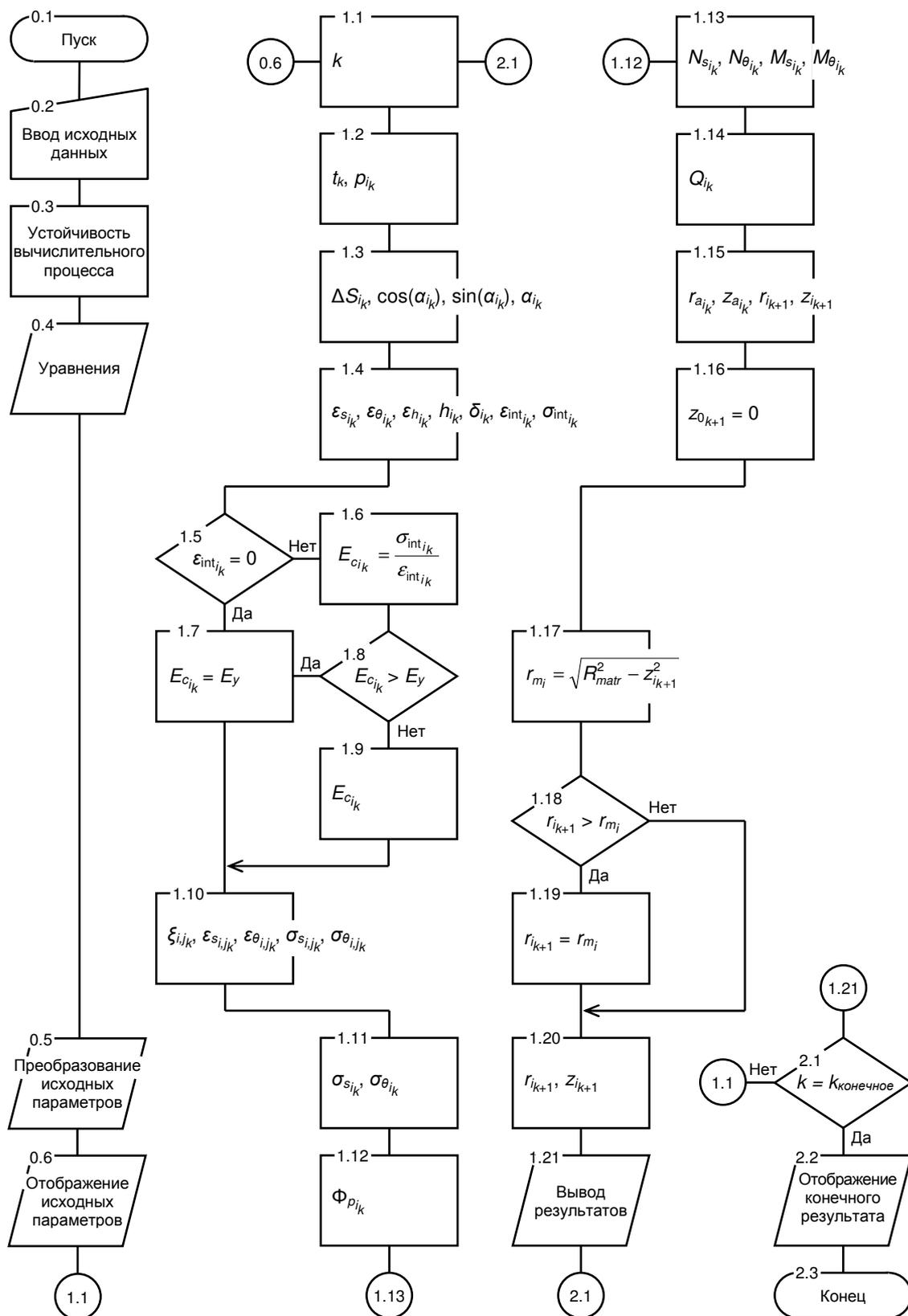


Рисунок 5 – Схема алгоритма определения параметров НДС тонкостенных осесимметричных оболочек при импульсном нагружении:

необходимые исходные параметры для расчета –  
 $p_{max}, t_{max}, \Delta t, C_s, C_h, l_{zag}, d_{zag}, h_{zag}, R_{matr}, \sigma_B, \sigma_T, \delta_B, E_y, \Pi, \rho$

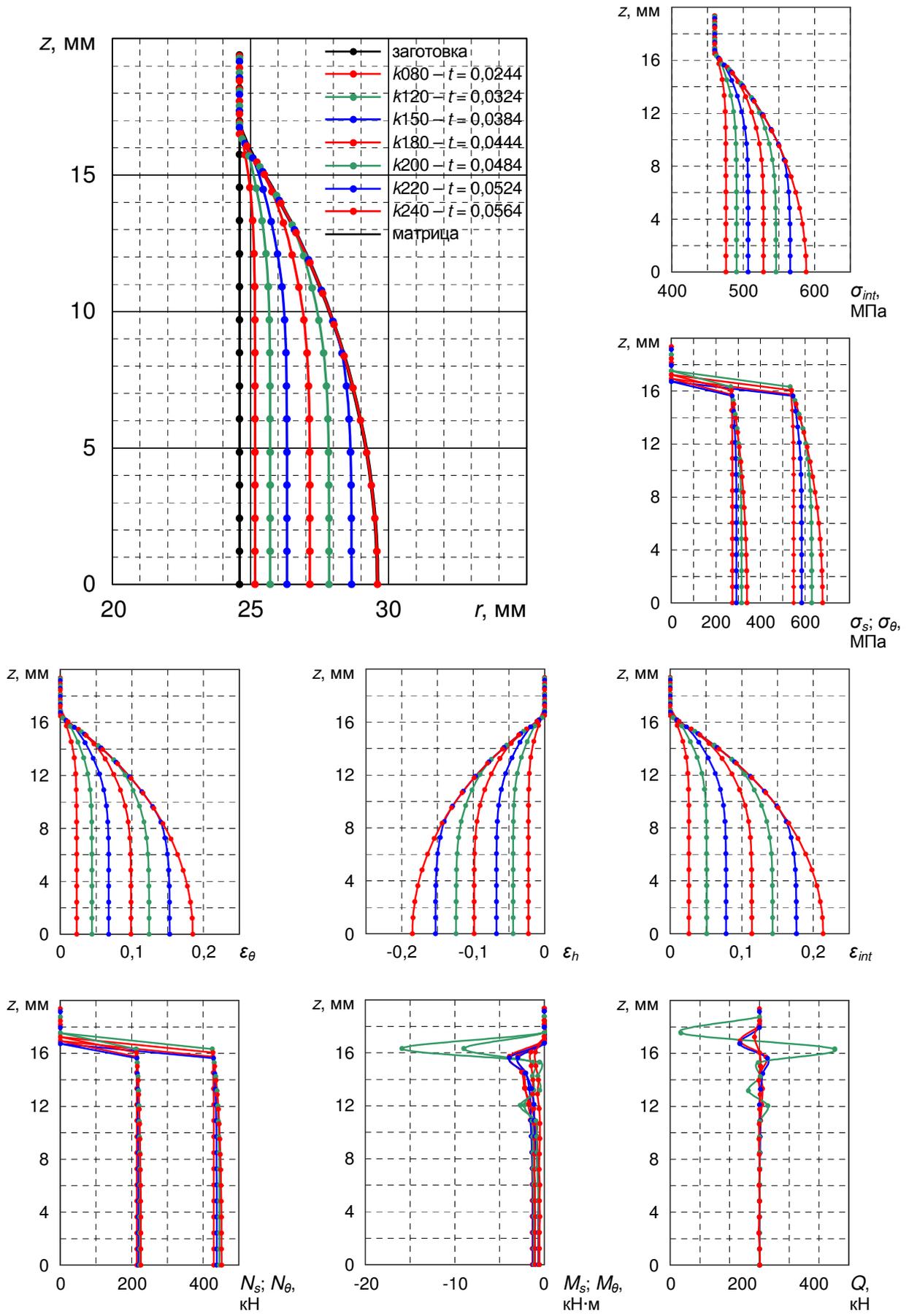


Рисунок 6 – Расчет параметров НДС оболочки в различные моменты времени ( $10^{-3}$  с) при импульсе давления:  $p_{max} = 40$  МПа;  $t_{max} = 0,1$  мс

## Выводы

Разработана конечно-разностная математическая модель определения НДС тонкостенных осесимметричных оболочек при импульсном нагружении. Разработка математической модели осуществлена по схеме: обоснование теоретической модели, преобразование аналитических зависимостей в конечно-разностные, построение алгоритма решения, программирование, вычисление. Вычисление выполнено с использованием системы аналитических вычислений MAPLE.

Математическая модель имеет ограниченное число исходных параметров и применима для решения частной задачи – определение характеристик НДС при динамическом формообразовании тонкостенных осесимметричных оболочек. На основе предложенной модели возможна разработка прикладного инженерного программного продукта для решения подобного класса задач в составе единой интегрированной системы САПР/АСТПП/АСУ заготовительно-штамповочного производства.

### Список использованных источников

1. Мильченко Е.И. Исследование, разработка и внедрение технологических процессов изготовления высокоресурсного особотонкостенного титанового трубопровода воздушных систем ЛА: Дис. ... канд. техн. наук: 05.07.04 / Мильченко Евгений Иванович. – Х., 1981. – 149 с.
2. Мацукин Ю.Г. Исследование гидродинамической штамповки на пресс-пушке: Дис. ... канд. техн. наук: 05.07.04 / Мацукин Юрий Григорьевич. – Х., 1966. – 223 с.
3. Мельничук А.П. Исследование процессов гидродинамической штамповки: обоснование определения напряженно-деформированного состояния тонкостенных осесимметричных оболочек / А.П. Мельничук // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2008. – № 3 (50). – С. 41 – 46.
4. Уитмер. Большие динамические деформации балок, колец, пластин и оболочек / Уитмер, Балмер, Лич, Пиан // *Ракетная техника и космонавтика*. – 1963. – № 8. – С. 111 – 123.
5. Кривцов В.С. Особенности описания деформирования тонкостенных цилиндрических деталей при гидродинамической штамповке / В.С. Кривцов, А.П. Мельничук // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2001. – Вып. 25. – С. 28 – 34.
6. Тимошенко С.П. Пластинки и оболочки / С.П. Тимошенко, С. Войновский-Кригер. – М.: Наука, 1963. – 635 с.
7. Полтарушников С.А. Деформированное состояние деталей типа сферических и конических законцовок трубопроводов / С.А. Полтарушников, А.П. Брагин, Е.И. Мильченко // *Импульсная обработка металлов давлением*. – 1984. – Вып. 12. – С. 21 – 26.

*Поступила в редакцию 04.12.10.*

*Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.Е. Гайдачук,  
Национальный аэрокосмический университет  
им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», г. Харьков*