

КРИТЕРИЙ ПРАНДТЛЯ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ПОЛЕТА ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА В ЗОНЕ ЛЕСНОГО ПОЖАРА

Обеспечение аэродинамического подобия является одним из наиболее важных условий успешного применения метода исследования динамики полета натурального летательного аппарата (ЛА) с помощью свободнолетающих динамически подобных моделей (СДПМ). Аэродинамическое подобие включает в себя подобие силовых взаимодействий потоков с обтекаемыми телами, а также выражает определенные требования к физическим свойствам среды (газов или жидкостей) рассматриваемых течений [1].

Уравнения движения, неразрывности и энергии газов являются математическим описанием, позволяющим получить основные критерии подобия газовых течений. Так, два газовых потока подобны при выполнении следующих условий [2, 3]:

$$Fr_H = Fr_M; Re_H = Re_M; M_H = M_M; Sh_H = Sh_M; Pr_H = Pr_M; \chi_H = \chi_M, (1)$$

где Fr – критерий Фруда; Re – критерий Рейнольдса; M – критерий Маха; Sh – критерий Струхала; Pr – критерий Прандтля; χ – показатель адиабаты.

Здесь и далее индекс “ H ” определяет отношение критерия или показателя к потоку, обтекающему натуральный ЛА, а индекс “ M ” – к потоку, обтекающему СДПМ.

Все критерии записаны для невозмущенного потока и образуют систему безразмерных величин, определяющих все остальные параметры течения. Критерии подобия имеют определенный физический смысл и характеризуют реальные факторы, влияющие на аэродинамическую силу [3].

Критерий Прандтля Pr обуславливает требования к физическим свойствам газов в потоках и определяется формулой [4]

$$Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda}, (2)$$

где c_p – удельная теплоёмкость газа при постоянном давлении; λ – коэффициент теплопроводности газа; μ – коэффициент динамической вязкости газа.

Динамическая вязкость μ отражает свойства газа, от которых зависит молекулярный перенос количества движения, а коэффициент теплопроводности λ характеризует интенсивность молекулярного переноса теплоты. Таким образом, с помощью критерия Прандтля Pr сравнивают относительные величины воздействия вязкости μ и теплопроводности λ или, другими словами, оценивают соотношение между тепловым потоком, вызванным трением, и молекулярным переносом теплоты [3].

Выполнение условий (1) в отношении критерия Прандтля Pr особенно актуально в случае исследования динамики полёта натурального ЛА в зоне лесного пожара с помощью его СДПМ в условиях, близким к Стандартной атмосфере (СА), так как в этом случае натуральный ЛА и СДПМ обтекаются разными смесями газов при существенно отличающихся температурах.

В существующих теоретических основах моделирования динамики полета натурального ЛА с помощью его СДПМ решены задачи для полетов, проходящих в условиях СА или в условиях, приводимых к ней известными методами. При этом использовано следующее: величина C_p слабо изменяется с повышением температуры и при атмосферном давлении остается примерно постоянной [5]; для реальных газов коэффициенты μ и λ зависят от температуры почти одинаково, и поэтому в пределах малых изменений температур при постоянном C_p оказывается, что критерий Прандтля Pr практически не зависит от температуры [2]. Так, для воздуха в пределах изменения температуры от 288,15 до 216,65 К, т.е. для высот проведения экспериментов в диапазоне от 0 до 50000 м, величина критерия Прандтля Pr сохраняется примерно постоянной и равной 0,71 [2].

Таким образом, в существующих теоретических основах моделирования динамики полёта натурального ЛА с помощью СДПМ критерий Прандтля Pr не влияет на определение масштабов и высот аэродинамического подобия.

Однако в работах [6–8] показано, что состав и температура газовой фазы в зоне лесного пожара существенно отличаются от температуры и состава воздуха на тех же высотах в СА, а в работе [9] получены зависимости для определения потребных по условиям аэродинамического подобия масштабов для случая, когда полет натурального ЛА происходит в зоне лесного пожара, а полёт СДПМ – в условиях СА. Но вопрос соблюдения подобия по критерию Прандтля Pr при этом не рассматривался.

Целью данной работы является определение величины критерия Прандтля Pr потока, обтекающего натуральный ЛА при полёте в зоне лесного пожара, для исследования возможности моделирования полёта в указанной зоне с помощью СДПМ в условиях СА.

Согласно рекомендациям [6–8] представим воздух в зоне лесного пожара как смесь четырех основных газов: кислорода (O_2), азота (N_2), оксида и диоксида углерода (CO и CO_2).

Относительная массовая концентрация четырех компонентов газовой смеси (кислорода, азота, оксида и диоксида углерода) задается соотношением [10]

$$\varphi_i = \frac{\rho_i}{\rho_{см}}, \quad (3)$$

где ρ_i – парциальная плотность i -го компонента газовой смеси; $\rho_{см}$ – плотность газовой смеси.

Для определения коэффициента динамической вязкости четырех компонентной газовой смеси используем выражения [11]

$$\mu_{см} = \sum_{i=1}^4 \frac{\mu_i}{1 + \frac{M_i}{\varphi_i} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^4 \frac{\varphi_j}{M_j} A_{ij}}; \quad (4)$$

$$A_{ij} = \frac{\left(1 + \left(\frac{\mu_i}{\mu_j} \right)^2 \cdot \left(\frac{M_j}{M_i} \right)^4 \right)^2}{\frac{4}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{M_i}{M_j} \right)^{\frac{1}{2}}}, \quad (5)$$

где A_{ij} – коэффициент, зависящий от природы i -го и j -го компонентов газовой смеси; μ_i , μ_j – вязкости i -го и j -го компонентов газовой смеси; M_i , M_j – молекулярный (молярный) вес i -го и j -го компонента газовой смеси.

Коэффициент теплопроводности смеси газов [12]

$$\lambda_{см} = \sum_{i=1}^4 \frac{\lambda_i}{1 + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^4 A_{i,j} \frac{\varphi_j}{\varphi_i}}; \quad (6)$$

$$A_{i,j} = \frac{1}{4} \left[1 + \left(\frac{\mu_j}{\mu_i} \left(\frac{M_j}{M_i} \right)^{\frac{3}{4}} \cdot \frac{T + S_j}{T + S_i} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \cdot \frac{T + S_{i,j}}{T + S_i}, \quad (7)$$

где S_j – число Стантона i -го компонента смеси; $S_{i,j}$ – число Сазерленда для смеси i -го и j -го компонентов.

Значения числа Стантона для кислорода, азота и диоксида углерода в рассматриваемом диапазоне температур можно определить, интерполируя известные значения из [13].

Согласно [13] для оксида углерода число Стантона

$$S = \frac{\lambda}{\mu c_v}, \quad (8)$$

где c_v – удельная изохорная теплоёмкость.

На основании приведенных в [13] результатов работы Линдсея и Бромли число Сазерленда для смеси газов с пренебрежимо малыми значениями дипольного момента

$$S_{i,j} = (S_i S_j)^{\frac{1}{2}}. \quad (9)$$

Удельная изобарная теплоемкость смеси газов [10]

$$c_{p_{см}} = \sum_{i=1}^4 \varphi_i c_{p_i}, \quad (10)$$

где c_{p_i} – удельная изобарная теплоемкость i -го компонента смеси.

Таким образом, величину критерия Прандтля Pr для четырехкомпонентной газовой смеси можно определить по формуле

$$Pr_{см} = \frac{\mu_{см} c_{p_{см}}}{\lambda_{см}}. \quad (11)$$

По формулам (4) – (11) рассчитаем значения критерия Прандтля Pr для потока, обтекающего натурный ЛА при полете в исследуемой зоне на различных высотах H . При этом используем данные о температуре T , качественном и количественном составе газовой смеси на различных высотах в зоне верхового лесного пожара [7], а также зависимо-

сти коэффициентов динамической вязкости μ , теплопроводности λ и изобарной теплоемкости c_p от температуры для кислорода, азота, оксида и диоксида углерода [10–13]. Результаты расчетов приведены в табл. 1.

Таблица 1 – Характеристики потока, обтекающего ЛА при полете в зоне лесного пожара

$H, \text{ м}$	Характеристики потока				
	$T, \text{ К}$	$\mu_{см}, \text{ Па}\cdot\text{с}$	$\lambda_{см}, \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$	$c_{p_{см}}, \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$	$Pr_{см}$
0	1440,750	0,0000472	0,095	1,237	0,615
10	1228,095	0,0000452	0,090	1,211	0,607
20	855,806	0,0000368	0,073	1,132	0,570
30	531,060	0,0000271	0,051	1,046	0,559
40	414,936	0,0000229	0,042	1,019	0,553
50	344,627	0,0000201	0,037	1,006	0,550
60	297,083	0,0000180	0,033	0,999	0,549

Выводы

1. На основании данных о составе газовой смеси в зоне лесного пожара и зависимостей для определения характеристик многокомпонентной газовой смеси получена зависимость, определяющая критерий Прандтля $Pr_{см}$ потока, обтекающего ЛА при полете в указанной зоне.

2. Установлено, что значения критерия Прандтля $Pr_{см}$ изменяются от 0,615 до 0,549 в диапазоне высот полета натурального ЛА от 0 до 60 м и достичь равенства значений критерия Прандтля в СА не представляется возможным. Поэтому для рассматриваемой задачи моделирования следует довольствоваться частичным подобием в рамках оставшихся критериев подобия.

Список использованных источников

1. Определение размеров и массово-инерционных параметров свободнолетающих динамически подобных моделей самолетов: учеб.

пособие / А.И. Рыженко, А.В. Бетин, В.И. Рябков, О.Р. Черановский. – Х. : Харьк. авиац. ин-т, 1992. – 101 с.

2. Повх И.П. Аэродинамический эксперимент в машиностроении / И.П. Повх. – Л.: Машиностроение, 1979. – 364 с.

3. Краснов Н.Ф. Аэродинамика / Н.Ф. Краснов. – М.: Наука, 1971. – 614 с.

4. Мартынов А.К. Прикладная аэродинамика / А.К. Мартынов. – М. : Машиностроение, 1972. – 448 с.

5. Остославский И.В. Динамика полёта. Траектории летательных аппаратов / И.В. Остославский, И.В. Стражева – М.: Машиностроение, 1969. – 126 с.

6. Гришин А.М. Математические модели лесных пожаров / А.М. Гришин. – Томск: Изд-во Томск. гос. ун-та, 1981. – 277 с.

7. Гришин А.М. Общие математические модели лесных и торфяных пожаров и их приложения / А.М. Гришин // Успехи механики: сб. науч. тр. Томского гос. ун-та. – Томск, 2003. – Т. 1, № 4. – С. 41 – 89.

8. Гришин А.М. Двумерная неустойчивость фронта верхового лесного пожара / А.М. Гришин, Е.Е. Зеленский, С.В. Шевелев // Физика горения и взрыва; Академия наук СССР, Сибирское отделение. – Новосибирск: “Наука”, 1990. – № 3. – С. 7 – 17.

9. Рыженко А.И. Определение масштабов подобия для случая полёта натурального летательного аппарата в зоне лесного пожара / А.И. Рыженко, Е.Ю. Бетина // Проблемы пожарной безопасности: сб. науч. тр. НУГЗУ. – Х., 2009. – Вып. 26. – С. 113 –120.

10. Гинзбург И.П. Трение и теплопередача при движении смеси газов / И.П. Гинзбург. – Л., Изд-во Ленингр. ун-та, 1975. – 278 с.

11. Голубев И.Ф. Вязкость газов и газовых смесей. Справочное руководство / И.Ф. Голубев. – М.: Гос. Изд. физ.-мат. Лит-ры, 1959. – 376 с.

12. Бретшнайдер С. Свойства газов и жидкостей / С. Бретшнайдер. – Л.: “Химия”, Ленинградское отделение, 1966. – 535 с.

13. Миснар А. Теплопроводность твердых тел, жидкостей, газов и их композиций / А. Миснар. – М.: Изд. “Мир”, 1968. – 464 с.

Поступила в редакцию 20.04.2011

*Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.И. Рыженко,
Национальный аэрокосмический университет
им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», г. Харьков*