

УДК 621.452.3.018:681.513.7

doi: 10.32620/aktt.2024.2.04

С. В. ЄПІФАНОВ, О. В. БОНДАРЕНКО

Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут», Харків, Україна

АНАЛІЗ ТОЧНОСТІ САМОНАЛАШТУВАННЯ ДИНАМІЧНОЇ МОДЕЛІ ГАЗОТУРБІННОГО ДВИГУНА

Один з найбільш перспективних напрямів розвитку авіаційних двигунів пов'язаний із впровадженням адаптивних систем автоматичного керування (САК). Визначальним елементом цих систем є динамічні математичні моделі двигунів, що здатні до самоналаштування, на основі параметрів робочого процесу двигуна, що вимірюються в польоті. Рядом провідних дослідників розвинуто концепцію використання таких моделей, названу STORM (Self-Tuned On-board Real-time Model). Проте у відповідних роботах явно недостатньо уваги приділяється вирішенню проблеми перевірки достатності використовуваної інформації для забезпечення необхідної точності моделей. Цю перевірку необхідно виконувати апіорно (для прогнозування складу режимів роботи двигуна, а також об'єму реєстрованої інформації), а також апостеріорно. **Предметом** дослідження є процес формування динамічних математичних моделей (ММ) газотурбінних двигунів із використанням реальних даних для наступного використання цих моделей для розв'язання задач керування та діагностування бортовими системами. **Метою** є визначення залежності похибок оцінювання динамічних параметрів математичних моделей від впливових факторів. **Задачі**, що розглянуто в роботі: формування структури математичної моделі, розділення процесу ідентифікації на етапи відповідно до структури моделі (оцінювання параметрів, що визначають статичні та динамічні властивості об'єкта), формування МНК-функціоналу для задачі оцінювання, визначення похибок оцінювання динамічних коефіцієнтів, аналіз факторів, що впливають, а також визначення залежностей між факторами та похибками. Для цього використовуються **методи** теорії повітряно-реактивних двигунів, теорії лінійних динамічних систем та методи статистичного оцінювання. Отримано наступні **результати**: сформовано математичну модель турбовального двигуна з оновальним газогенератором, отримано співвідношення, що дозволяють визначити похибки оцінювання сталої часу оновального двигуна чи газогенератора. **Наукова й практична новизна**: вперше отримано співвідношення, що визначають похибки оцінювання сталої часу за заданими значеннями похибок вимірювання, інтенсивністю стрибкоподібної зміни витрати палива, а також частотою та тривалістю спостереження. Ці співвідношення представлено в безрозмірних координатах, що робить їх універсальними та здатними до застосування до будь-якого оновального турбореактивного двигуна чи оновального газогенератора під час апіорного чи апостеріорного аналізу результатів, а також планування експериментів і налагодження бортових алгоритмів самоналаштування моделей.

Ключові слова: газотурбінний двигун; турбовальний двигун; газогенератор; динамічна модель; стала часу двигуна; ідентифікація; похибка оцінювання; планування експерименту.

Вступ

Математичні моделі становлять основу систем автоматичного керування (САК) і використовуються на етапах проєктування, доведення та експлуатації, а також для діагностування авіаційних двигунів [1]. Газотурбінний двигун (ГТД) є складним технічним об'єктом, який складається з багатьох вузлів з суттєво індивідуальними характеристиками. Взаємодія цих вузлів впливає на значення параметрів робочого процесу (частот обертання роторів, температури, тиску й витрати робочого тіла у перерізах проточної частини, тяги й витрати палива). Ці параметри є частково вимірюваними та використовуються для керування [2].

На жаль, зазначені параметри і характеристики не є ідентичним для всіх вузлів двигуна, а також змінюються за часом його наробітку. Це значно впливає на якість керування.

Щоб урахувати зазначену зміну властивостей і забезпечити необхідну якість керування, САК має бути адаптивною [2, 3]. Одним з найбільш ефективних напрямів адаптації САК [4] є корекція математичної моделі двигуна [5], яка лежить в основі алгоритмів керування [6]. Ця корекція полягає у визначенні параметрів моделі, які забезпечують її найкращу відповідність експериментальним даним, які реєструються під час випробувань і в експлуатації. Найбільш ефективною є автоматична

адаптація, яка дозволяє створювати самоналагоджувальну САК двигуна [7].

Використання самоналагоджувальних моделей покладено в основу концепції STORM (Self-Tuned On-board Real-time Model) [8], яку висунули та розвинули співробітники NASA [9, 10] та компанії Pratt&Whitney [11]

Корекцію статичних моделей двигунів, що забезпечує їх узгодження з експериментальними даними на усталених режимах, розглянуто в численних роботах, наприклад, [12-14]. Запропоновано алгоритми оцінювання коефіцієнтів моделей. У роботах [15-17] запропоновано підходи до корекції динамічних моделей двигунів. Однак для їх практичного використання в автоматичному режимі необхідно контролювати точність адаптованої моделі, яка залежить не тільки від похибок вимірювань і об'єму зареєстрованих даних, але й від інтенсивності вхідної керувальної дії.

У цій роботі розглянуто задачу визначення залежності оцінювання похибок коефіцієнтів динамічної моделі двигуна від основних впливових факторів:

- інтенсивності зміни вхідної керуючої дії;
- амплітуди зміни вхідної дії;
- частоти реєстрації;
- похибок вимірювань;
- похибок використовуваної апріорної інформації про модель.

Основною метою цієї роботи є формування методичних підходів до аналізу похибок оцінювання коефіцієнтів динамічної моделі. Тому для відпрацювання методики обрано найбільш простий об'єкт дослідження – одновальний турбореактивний двигун, якому за динамічними властивостями також відповідає одновальний газогенератор турбовального двигуна.

1. Аналіз проблеми

1.1. Математична модель турбовального двигуна

Базову математичну модель двигуна сформовано на основі характеристик вузлів двигуна та термодинамічних співвідношень, які відображають умови їх спільної роботи [18]. Вони ураховують вплив складу робочого тіла та температури на теплофізичні властивості, моделює динаміку роторів, газодинамічних ємностей проточної частини, теплообмін і динамічну зміну радіальних зазорів. Задачі адаптивного керування, що розглядаються, можуть бути вирішені, якщо враховувати тільки динаміку роторів. Однак, навіть у цьому спрощеному випадку, модель є надто

складною та трудомісткою для використання в алгоритмах керування реального часу.

Для створення швидкодіючої моделі базову термодинамічну модель поділяють на дві частини: статичну й динамічну. Статична модель визначає параметри двигуна на усталених режимах, а динамічна модель визначає відхилення параметрів від їх статичних значень. Ці відхилення відповідають перехідним режимам. Статична модель має вигляд

$$\bar{Y}_{\text{ст}} = f(\bar{U}, \bar{F}), \quad (1)$$

де $\bar{Y}_{\text{ст}}$ – значення вихідних параметрів, визначені вхідними параметрами \bar{U}, \bar{F} на усталених режимах.

Динамічна модель у просторі станів виглядає як

$$\dot{\bar{X}} = A\Delta\bar{X} + B\Delta\bar{U} + E\Delta\bar{F}, \quad (2)$$

$$\Delta\bar{Y} = C\Delta\bar{X} + D\Delta\bar{U} + G\Delta\bar{F}, \quad (3)$$

де \bar{X} – частоти обертання роторів;

\bar{Y} – інші параметри двигуна;

\bar{U} – керуючі дії;

Δ - відхилення від статичних значень.

Таким чином, значення параметрів на перехідних режимах визначаються як

$$\bar{X} = \bar{X}_{\text{ст}} + \Delta\bar{X}; \quad \bar{Y} = \bar{Y}_{\text{ст}} + \Delta\bar{Y}. \quad (4)$$

Як приклад, розглянемо турбовальний двигун із одновальним газогенератором, схема якого показана на рис. 1.

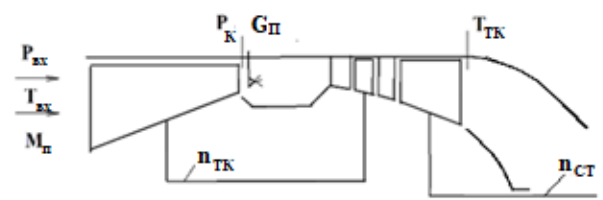


Рис. 1. Схема турбовального двигуна з одновальним газогенератором

Вхідними параметрами є витрата палива $G_{\text{П}}$ і параметри повітря на вході до двигуна: тиск $P_{\text{вх}}$, температура $T_{\text{вх}}$ і число Маха $M_{\text{П}}$. Вихідними параметрами є частоти обертання роторів $n_{\text{ТК}}$, $n_{\text{СТ}}$, тиск на виході з компресора $P_{\text{К}}$, температура на виході з турбіни $T_{\text{Т}}$ та вихідна потужність $N_{\text{СТ}}$. Таким чином, для цього двигуна

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} n_{\text{ТК}} \\ n_{\text{СТ}} \end{bmatrix}; \quad \bar{Y} = \begin{bmatrix} P_{\text{К}} \\ T_{\text{Т}} \\ N_{\text{СТ}} \end{bmatrix}; \quad \bar{U} = \begin{bmatrix} G_{\text{П}} \\ N_{\text{СТ}} \end{bmatrix}; \quad \bar{F} = \begin{bmatrix} P_{\text{вх}} \\ T_{\text{вх}} \\ M_{\text{П}} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

де N_H – потужність зовнішнього навантаження (що діє на ротор вертольота); N_{CT} – потужність вільної турбіни (вихідна потужність двигуна).

Структура математичної моделі, що реалізує рівняння (1)–(5) із використанням загального методу, представленого в [18, 19], показана на рис. 2. У позначеннях використано такі індекси: ‘ТК’ – ротор турбокомпресора, ‘СТ’ – силова (вільна) турбіна, ‘вх’ – вхід до двигуна, ‘П’ – параметр польоту або палива, ‘ст’ – статичний, ‘зв’ – зведений.

1.2. Загальне формулювання задачі адаптації динамічної моделі двигуна

Ураховуючи склад змінних (5), рівняння системи (1) і (2) можна представити у вигляді

$$\begin{bmatrix} \dot{n}_{TK} \\ \dot{n}_{CT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_{TK} \\ n_{CT} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{\Pi} \\ N_H \end{bmatrix}; \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} P_K \\ T_T \\ N_{CT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \\ c_{31} & c_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta n_{TK} \\ \Delta n_{CT} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \\ d_{31} & d_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta G_{\Pi} \\ \Delta N_H \end{bmatrix}, \quad (7)$$

а задачу корекції динамічної моделі можна сформулювати як задачу оцінювання параметрів математичної моделі

$$\bar{\theta} = [a_{11} \dots a_{22} b_{11} \dots b_{22} c_{11} \dots c_{32} d_{11} \dots d_{32}]^T$$

на основі відомих значень параметрів робочого процесу двигуна $\bar{Z} = [\bar{X} \ \bar{Y}]^T$, вимірюваних у моменти часу t_1, \dots, t_N . Крім того, в загальному випадку необхідно розв’язати задачу планування експерименту, тобто визначити оптимальні керуючі дії на двигун $\Delta G_{\Pi}(t)$ і $\Delta N_H(t)$.

1.3. Приклад розв’язування задачі адаптації, який ілюструє проблеми

Розглянемо задачу визначення коефіцієнтів рівняння (1). Тоді динамічна модель двигуна в околиці базового усталеного режиму має вигляд (для компактності запису індекс ‘ТК’ опущено)

$$\frac{dn}{dt} = a\Delta n + b\Delta G_{\Pi}, \quad (8)$$

або

$$\tau \frac{dn}{dt} + \Delta n = K\Delta G_{\Pi}, \quad (9)$$

де τ – стала часу ротора;

K – коефіцієнт підсилення ротора за витратою палива.

Розглянемо задачу оцінювання коефіцієнтів цього рівняння за результатами вимірювання значень частоти обертання в перехідному процесі $\Delta n(t)$, який спричинений відомою зміною витрати палива $\Delta G_{\Pi}(t)$. Нехай параметри моделі мають такі істинні значення: $\tau = 1$ с, $K = 10$ (об/хв)/(кг/год).

Вихідними даними є набори значень вхідного параметра $\Delta G_{\Pi j}$, $j=1, \dots, N$ і вихідного параметра Δn_j , $j=1, \dots, N$, зареєстровані в моменти часу t_1, \dots, t_N .

Нехай витрата палива змінюється за часом лінійно зі швидкістю $v = 5$ (кг/год)/с до заданого відхилення $G_{\Pi} = 10$ кг/год, а потім залишається сталим (рис. 3, а):

$$\Delta G_{\Pi} = \begin{cases} vt, vt < G_{\Pi 0}; \\ G_{\Pi 0}, vt \geq G_{\Pi 0}. \end{cases} \quad (10)$$

Тоді реакція ротора на такий вплив виглядає як (рис. 3, б)

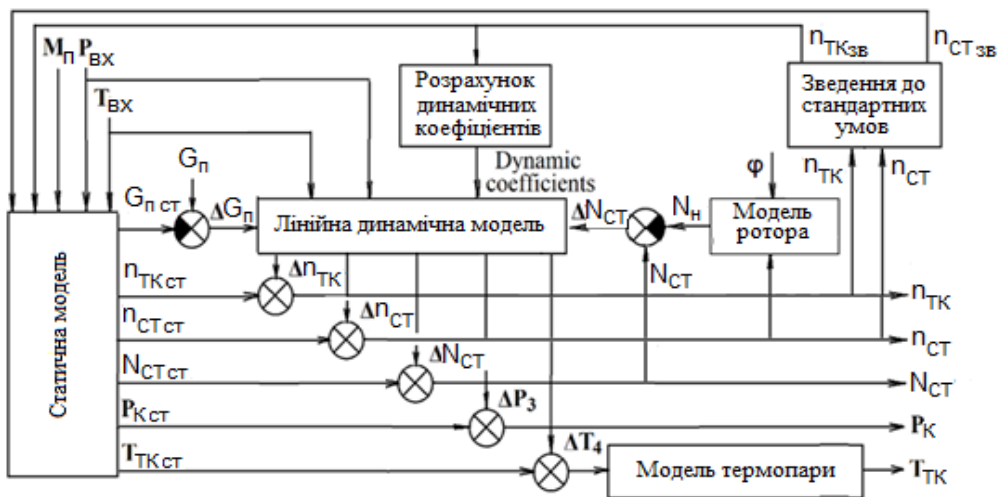


Рис. 2. Структура динамічної моделі двигуна

$$\Delta n = \begin{cases} Kv \left[t - \tau \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \right] = -\frac{bv}{a} \left[t \frac{1}{a} (1 - e^{at}) \right], vt < G_{\Pi 0}; \\ Kv \left[t_0 + \tau \left(e^{-\frac{t}{\tau}} - e^{-\frac{t-t_0}{\tau}} \right) \right] = -\frac{bv}{a} \left[t_0 + \tau \left(e^{at} - e^{a(t-t_0)} \right) \right], vt \geq G_{\Pi 0}. \end{cases} \quad (11)$$

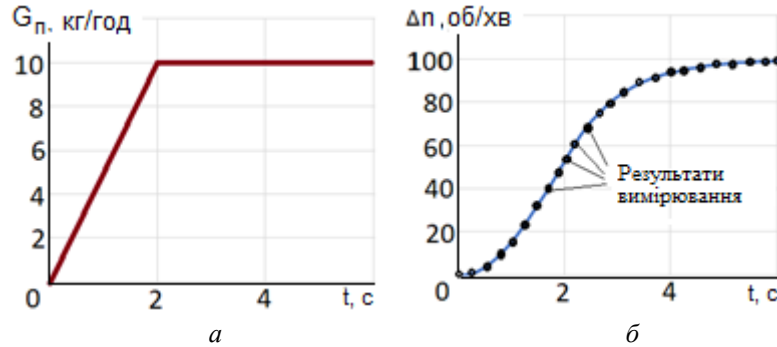


Рис. 3. Приклад керуючої дії (а) та реакції (б)

Використаємо для визначення коефіцієнтів метод найменших квадратів (МНК) [16]. Тоді оцінка $\hat{\theta} = [\hat{a} \ \hat{b}]^T$ визначається в результаті мінімізації

$$\text{МНК-функціонала } \Phi(\bar{\theta}) = \sum_{j=1}^N [\Delta n_j - \Delta N_{\text{мод}}(\bar{\theta}, t_j)]^2.$$

Унаслідок нелінійного характеру математичної моделі (11) ця задача мінімізації є нелінійною. Для її чисельного розв'язання необхідно використовувати ітераційний метод, відповідно до якого на кожному i -му кроці математична модель лінеаризується по шуканим параметрам і виконується корекція оцінки:

$$\hat{\theta}^i = \hat{\theta}^{i-1} + \delta \hat{\theta}^i,$$

де $\delta \hat{\theta}^i = (H^{(i-1)T} H^{i-1})^{-1} H^{(i-1)T} \delta N^i$ - лінійна оцінка корегувальної поправки;

H^{i-1} - $(n \times 2)$ -матриця чутливості, яка відповідає поточній оцінці $\hat{\theta}^{i-1}$;

δN^i - $(N \times 1)$ -вектор відхилень вимірюного значення від значень, розрахованих із використанням математичної моделі: $\bar{\theta} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$;

$$H^{i-1} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial n}{\partial a}\right)_1^{i-1} & \left(\frac{\partial n}{\partial b}\right)_1^{i-1} \\ \dots & \dots \\ \left(\frac{\partial n}{\partial a}\right)_N^{i-1} & \left(\frac{\partial n}{\partial b}\right)_N^{i-1} \end{bmatrix}; \delta n^i = \begin{bmatrix} \Delta n_1 - \Delta n_{\text{мод}}(\bar{\theta}^{i-1}, t_1) \\ \dots \\ \Delta n_N - \Delta n_{\text{мод}}(\bar{\theta}^{i-1}, t_N) \end{bmatrix}.$$

Похибки оцінок визначаються коваріаційною матрицею [16]

$$P(\bar{\theta}) = \begin{bmatrix} \sigma_a^2 & \text{cov}(a, b) \\ \text{cov}(a, b) & \sigma_b^2 \end{bmatrix}_n^2 = \sigma_n^2 (H^T H)^{-1}, \quad (12)$$

$$\sigma_a^2 = \frac{B}{AB - C^2}; \sigma_b^2 = \frac{A}{AB - C^2}, A = \sum_{j=1}^N \left(\frac{\partial n}{\partial a}\right)_j^2;$$

$$\text{де } B = \sum_{j=1}^N \left(\frac{\partial n}{\partial b}\right)_j^2; C = \sum_{j=1}^N \left(\frac{\partial n}{\partial a}\right)_j \left(\frac{\partial n}{\partial b}\right)_j; \quad (13)$$

σ_n^2 - дисперсія вимірювання частоти обертання ротора.

З (11) випливає:

$$\frac{\partial n}{\partial a} = \begin{cases} \frac{bv}{a^3} \left[at(1 - e^{at}) + 2(1 - e^{at}) \right], vt < G_{\Pi 0}; \\ \frac{bv}{a^3} \left[at_0(1 + e^{a(t-t_0)}) + (at - 2)e^{at}(1 - e^{-at_0}) \right], vt \geq G_{\Pi 0}. \end{cases} \quad (14)$$

$$\frac{\partial n}{\partial b} = \begin{cases} -\frac{v}{a} \left[t + \frac{1}{a}(1 - e^{at}) \right], vt < G_{\Pi 0}; \\ -\frac{v}{a} \left[t_0 - \frac{1}{a}(e^{at} - e^{-a(t-t_0)}) \right], vt \geq G_{\Pi 0}. \end{cases}$$

Отримані вище вирази дозволяють аналізувати похибки оцінювання з використанням математичної моделі, лінеаризованої в околі істинних значень оцінюваних параметрів.

Як приклад розглянемо похибку оцінювання коефіцієнта a . З (12) випливає:

$$\sigma_a = f(t)\sigma_n \text{ де } f(t) = \frac{1}{\sigma_n} \frac{B}{AB - C^2}.$$

Значення функції $f(t)$ для прикладу, що розглядається, які відповідають різним випадкам оцінювання параметра a при інтервалі між вимірюваннями 0,2 с, представлені на рис. 4. Крива 1 відповідає зазначеним вище параметрам двигуна: $\tau = 1$ с, $K = 10$ об/хв/(кг/год); крива 2 - параметрам двигуна $\tau = 10$ с, $K = 10$ (об/хв)/(кг/год); крива 3 - параметрам двигуна $\tau = 1$ с, $K = 10$ (об/хв)/(кг/год) і випадку оцінювання, коли значення коефіцієнта підсилення K є відомим.

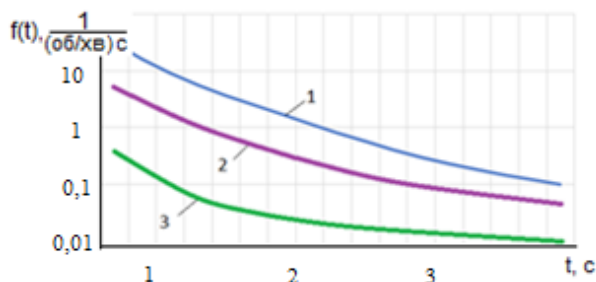


Рис. 4. Функція $f(t)$, що пов'язує похибку оцінювання коефіцієнта a з похибкою вимірювання частоти обертання ротора

Розглянутий приклад показує, що похибки оцінювання суттєво залежать від багатьох впливових факторів: значень шуканих коефіцієнтів (які залежать від режиму та умов роботи двигуна), похибок вимірювання частоти обертання ротора та витрати палива, форми керуючої дії (в розглянутому прикладі – амплітуди та швидкості зміни витрати палива), частоти вимірювань, похибок використуваної моделі та ін.

Таким чином, метою подальшого дослідження є формування методу прогнозування похибок оцінювання динамічних параметрів двигуна залежно від впливових факторів. Цей метод є ключовим для впровадження автоматичних алгоритмів адаптації в САК двигунів.

2. Методика аналізу похибок оцінювання параметрів математичної моделі двигуна

Для формування методики розглянемо найпростішу задачу: визначення сталої часу двигуна τ з використанням моделі (9) і ступінчастої зміни витрати палива на величину $G_{\Pi 0}$. Як показує аналіз, коефіцієнт підсилення K є не динамічним, а статичним параметром двигуна, тому що

характеризує крутизну статичної характеристики - залежності частоти обертання від витрати палива на ustalених режимах роботи двигуна.

Перехідна характеристика двигуна при зазначеному впливі має вигляд

$$\Delta n(t) = KG_{\Pi 0} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right). \quad (15)$$

Факторами, що впливають на загальну похибку оцінювання сталої часу, є похибки вимірювання: σ_n (частота обертання ротора) та $\sigma_{G_{\Pi}}$ (витрата палива); похибки структури моделі: σ_K (похибка параметра K – параметрична похибка) та ΔS (похибка, що виникає внаслідок припущення про сталість значень коефіцієнтів K і τ ; інтервал реєстрації Δt).

Будемо вважати, що інтервал Δt обирається достатньо великим, щоб виключити вплив автокореляції сигналу, а амплітуда зміни витрати палива G_{Π} обирається достатньо малою, щоб мінімізувати вплив нелінійності моделі.

Тоді інструментальна похибка оцінки є сумою часткових похибок, а її дисперсія є сумою часткових дисперсій:

$$\Delta \tau = (\Delta \tau)_n + (\Delta \tau)_{G_{\Pi}} + (\Delta \tau)_K;$$

$$\sigma_{\tau}^2 = \sigma_{\tau}^2 N + \sigma_{\tau}^2 W + \sigma_{\tau}^2 K.$$

МНК-функціонал для цього випадку:

$$\Phi(\tau) = \sum_{j=1}^N \left[N_j - KG_{\Pi 0} \left(1 - e^{-\frac{t_j}{\tau}} \right) \right]^2 =$$

$$= \sum_{j=1}^N (\delta n)_j^2 = \sum_{j=1}^N \left(\frac{\partial n}{\partial \tau} \right)_j^2 \Delta \tau^2,$$

$$\text{звідки } \Delta \tau^2 = \frac{\sum_{j=1}^N (\delta n)_j^2}{\sum_{j=1}^N \left(\frac{\partial n}{\partial \tau} \right)_j^2}.$$

$$\text{Тоді дисперсія оцінки } \sigma_{\tau n}^2 = \frac{\sigma_n^2}{\sum_{j=1}^N \left(\frac{\partial n}{\partial \tau} \right)_j^2}.$$

Перетворимо вираз для дисперсії оцінки до неперервного вигляду, припустивши, що виміри виконуються рівномірно за часом з інтервалом Δt :

$$\sigma_{\tau n}^2 = \frac{\sigma_n^2 \cdot \Delta t}{\sum_{j=1}^N \left(\frac{\partial n}{\partial \tau} \right)_j^2 \Delta t} \approx \frac{\sigma_n^2 \cdot \Delta t}{\int_0^{t_N} \left(\frac{\partial n}{\partial \tau} \right)^2 dt}, \quad (16)$$

де t_N – тривалість спостереження.

Ураховуючи (15), перетворимо (16):

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial \tau} &= -KG_{\Pi 0} e^{-\frac{t}{\tau}} \frac{t}{\tau^2}; \int_0^{t_N} \left(\frac{\partial n}{\partial \tau} \right)^2 dt = \\ &= -\frac{K^2 G_{\Pi 0}^2}{2\tau} e^{-\frac{2t_N}{\tau}} \left[\left(\frac{t_N}{\tau} \right)^2 + \frac{t_N}{\tau} + \frac{1}{2} \right]; \\ \sigma_{\tau n}^2 &= \frac{2\sigma_n^2 \tau \Delta t}{K^2 G_{\Pi 0}^2} \frac{1}{\frac{1}{2} - e^{-\frac{2t_N}{\tau}} \left[\left(\frac{t_N}{\tau} \right)^2 + \frac{t_N}{\tau} + \frac{1}{2} \right]}. \quad (17) \end{aligned}$$

Аналітичний вираз (17) пов'язує похибку оцінювання сталої часу з основними впливовими факторами: похибкою вимірювання частоти обертання, тривалістю спостереження, частотою вимірювання, а також властивостями двигуна, вираженими у вигляді залежності від часу часткової похідної від частоти обертання по сталій часу (ця похідна залежить також від виду вхідної дії – характеру зміни витрати палива).

Для отримання універсальної характеристики похибки введемо безрозмірні змінні $\bar{n} = \frac{n}{KG_{\Pi 0}}; \bar{t} = \frac{t}{\tau_0}; \Delta \bar{t} = \frac{\Delta t}{\tau_0}$, де τ_0 – істинне значення сталої часу двигуна; K – істинне значення коефіцієнта підсилення. Тоді

$$\bar{\sigma}_{\tau n}^2 = \frac{\sigma_{\tau n}^2}{\tau_0} = \sigma_n^2 \cdot \Delta \bar{t} \cdot f_n(\bar{t}_N),$$

$$\text{де } f_n(\bar{t}_N) = \frac{2}{\frac{1}{2} - e^{-2\bar{t}_N} \left[\bar{t}_N^2 + \bar{t}_N + \frac{1}{2} \right]}. \quad (18)$$

Функція $f_n(\bar{t}_N)$ представлена на рис. 5. Очевидно, її значення при зростанні тривалості

спостереження наближається не до нуля, а до скінченного значення, що дорівнює 4. Це вказує на те, що після закінчення перехідного процесу та стабілізації частоти обертання нові вимірювання не містять інформації про шукане значення сталої часу.

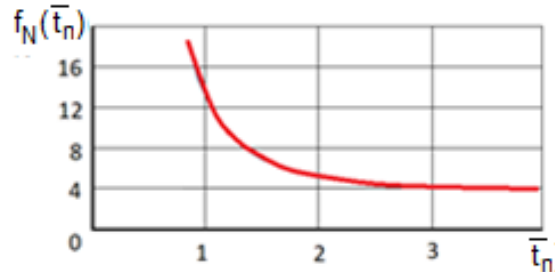


Рис. 5. Функція впливу похибки вимірювання частоти обертання на похибку оцінювання сталої часу двигуна

Використовуючи отриману формулу (18) для питомої дисперсії, а також цей графік, можна спрогнозувати похибку для будь-якого двигуна, інтервалу часу, амплітуди стрибкоподібної дії та похибки вимірювання. Ця модель похибки є також основою для планування експерименту з оцінювання сталої часу (тобто розв'язання зворотної задачі моделювання).

Цю характеристику, що отримана для стрибкоподібної зміни витрати палива, можна розглядати як мінімальну можливу похибку, тому що реакція ротора на дію іншої форми буде повільнішою, що збільшує похибку.

3. Аналіз сумарної похибки оцінювання сталої часу двигуна

Запишемо вираз для МНК-функціонала, підставивши в нього рівняння моделі, лінеаризоване по всіх параметрах, які мають похибки (частоти обертання, витраті палива та апріорному значенню коефіцієнта підсилення, яке також може розглядатися як випадкова величина, тому що воно визначається на основі експериментальних даних про статичну характеристику двигуна):

$$\begin{aligned} \Phi(\Delta \tau) &= \sum_{j=1}^N \left[n_j - KG_{\Pi} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \right]^2 = \sum_{j=1}^N \left[n_j - \frac{\partial n}{\partial \tau} \Delta \tau - \frac{\partial n}{\partial G_{\Pi}} \Delta G_{\Pi} - \frac{\partial n}{\partial K} \Delta K \right]^2 = \\ &= \sum_{j=1}^N \left[n_j + K_0 G_{\Pi 0} e^{-\frac{t_j}{\tau_0}} \frac{t_j}{\tau_0^2} \Delta \tau - K \left(1 - e^{-\frac{t_j}{\tau_0}} \right) \delta G_{\Pi} - G_{\Pi 0} \left(1 - e^{-\frac{t_j}{\tau_0}} \right) \Delta K \right]^2. \quad (19) \end{aligned}$$

З умови мінімуму функціоналу МНК випливає:

$$\frac{\partial \Phi(\Delta\tau)}{\partial \Delta\tau} = 2 \sum_{j=1}^N \left[\delta n_j + K_0 G_{\Pi 0} e^{-\frac{t_j}{\tau_0}} \frac{t_j}{\tau_0^2} \Delta\tau - \left(1 - e^{-\frac{t_j}{\tau_0}} \right) (K_0 \delta G_{\Pi 0} - G_{\Pi 0} \Delta K) \right] K_0 G_{\Pi 0} e^{-\frac{t_j}{\tau_0}} \frac{t_j}{\tau_0} = 0,$$

звідки отримаємо вираз для оцінки та її дисперсії:

$$\Delta \hat{\tau} = - \frac{\tau_0^2}{K_0 G_{\Pi 0}} \cdot \frac{\sum_{j=1}^N \left[n_j - \left(1 - e^{-\frac{t_j}{\tau_0}} \right) (K_0 \delta G_{\Pi} - G_{\Pi 0} K) \right] t_j e^{-\frac{t_j}{\tau_0}}}{\sum_{j=1}^N t_j^2 e^{-\frac{2t_j}{\tau_0}}}; \quad (20)$$

$$\sigma_{\tau}^2 = \frac{\tau_0^4}{K_0^2 G_{\Pi 0}^2} \cdot \frac{\sum_{j=1}^N \left[\sigma_n^2 + \left(1 - e^{-\frac{t_j}{\tau_0}} \right)^2 (K_0^2 \sigma_{G_{\Pi}}^2 + G_{\Pi 0}^2 \sigma_K^2) \right] t_j^2 e^{-\frac{2t_j}{\tau_0}}}{\sum_{j=1}^N t_j^2 e^{-\frac{2t_j}{\tau_0}}}. \quad (21)$$

Вплив похибки вимірювання частоти обертання проаналізовано вище. Тепер виконаємо аналіз впливу похибок вимірювання витрати палива за відомого коефіцієнта підсилення.

Перетворивши суми в інтеграли аналогічно (16) і виконавши інтегрування, отримаємо:

$$\begin{aligned} \sigma_{\tau}^2 G_{\Pi 0} &= \frac{\tau_0^4 K_0^2 \sigma_{G_{\Pi 0}}^2}{K_0^2 G_{\Pi 0}^2} \cdot \frac{\sum_{j=1}^N \left(1 - e^{-\frac{t_j}{\tau_0}} \right)^2 t_j^2 e^{-\frac{2t_j}{\tau_0}}}{\left(\sum_{j=1}^N t_j^2 e^{-\frac{2t_j}{\tau_0}} \right)^2} \approx \frac{\tau_0^4 K_0^2 \sigma_{G_{\Pi 0}}^2}{K_0^2 G_{\Pi 0}^2} \cdot \frac{\int_0^{t_N} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_0}} \right)^2 t^2 e^{-\frac{2t}{\tau_0}} dt}{\left(\int_0^{t_N} t^2 e^{-\frac{2t}{\tau_0}} dt \right)^2} = \\ &= \frac{\tau_0^2 \sigma_{G_{\Pi 0}}^2 \Delta t}{G_{\Pi 0}^2} \cdot \frac{\frac{115}{216} - \frac{1}{2} e^{-\frac{2t_N}{\tau_0}} \left[\left(\frac{t_N}{\tau} \right)^2 + \frac{t_N}{\tau} + \frac{1}{2} \right] + \frac{8}{3} e^{-\frac{3t_N}{\tau_0}} \left[\left(\frac{t_N}{\tau} \right)^2 + \frac{2t_N}{3\tau} + \frac{2}{9} \right] - e^{-\frac{4t_N}{\tau_0}} \left[\left(\frac{t_N}{\tau} \right)^2 + \frac{t_N}{2\tau} + \frac{1}{8} \right]}{\left\{ \frac{1}{2} - e^{-\frac{2t_N}{\tau}} \left[\left(\frac{t_N}{\tau} \right)^2 + \frac{t_N}{\tau} + \frac{1}{2} \right] \right\}^2}. \end{aligned}$$

Універсальна характеристика похибки в безрозмірних координатах має такий вигляд:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{\tau}^2 G_{\Pi} &= \frac{\sigma_{\tau}^2 G_{\Pi}}{\tau_0^2} = \frac{\sigma_{G_{\Pi}}^2 \Delta \bar{t}}{\tau_0^2} f_1(\bar{t}_N), \\ \text{де } f_1(\bar{t}_N) &= \frac{\frac{115}{864} - \frac{1}{2} e^{-2\bar{t}_N} \left[\bar{t}_N^2 + \bar{t}_N + \frac{1}{2} \right] + \frac{2}{3} e^{-3\bar{t}_N} \left[\bar{t}_N^2 + \frac{2}{3} \bar{t}_N + \frac{2}{9} \right] - \frac{1}{4} e^{-4\bar{t}_N} \left[\bar{t}_N^2 + \frac{1}{2} \bar{t}_N + \frac{1}{8} \right]}{\left[\frac{1}{4} - \frac{1}{2} e^{-2\bar{t}_N} \left(\bar{t}_N^2 + \bar{t}_N + \frac{1}{2} \right) \right]^2}. \quad (22) \end{aligned}$$

Аналогічно, використовуючи (20), отримаємо вираз для похибки оцінювання, зумовленої похибкою завдання коефіцієнта підсилення:

$$\bar{\sigma}_{\tau_{G\Pi}}^2 = \frac{\sigma_{\tau_{G\Pi}}^2}{\tau_0^2} = \frac{\sigma_{G\Pi}^2 \Delta \bar{t}}{\tau_0^2} f_1(\bar{t}_N).$$

Графік функції $f_1(\bar{t}_N)$ представлено на рис. 6. З (22) випливає, що при зростанні тривалості спостереження внесок нових вимірів до сумарної похибки зменшується, а сама функція наближається не до нуля, а до скінченного значення, яке дорівнює $\frac{115}{864} \cdot 16 \approx 2,13$.

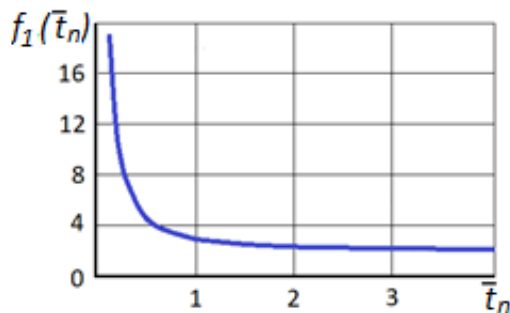


Рис. 6. Функція впливу похибки вимірювання витрати палива та завдання коефіцієнта підсилення на похибку оцінювання сталої часу двигуна

Висновки

Системи адаптивного керування авіаційних двигунів потребують здатності до автоматичного самоналаштування, щоб урахувати відмінності статичних і динамічних параметрів кожного окремого двигуна. Щоб зробити процес адаптації більш точним, необхідно врахувати похибки вимірювань і оцінених параметрів. Для кращої оцінки невимірних параметрів, метод адаптації повинен стосуватися точної оцінки похибок вимірювання, а також аналізу апріорної інформації про ці похибки. Доведено, що похибки параметричного оцінювання суттєво залежать від багатьох факторів, таких як істинні значення параметрів, що оцінюються, похибки вимірювань та апріорна інформація про модель.

У процесі дослідження проблеми розроблено узагальнений підхід до аналізу похибок адаптації моделі ГТД, головні концепції якого викладено нижче:

1. Використання лінійної апроксимації динамічної моделі двигуна в околиці істинних значень шуканих параметрів.

2. Аналіз впливу всіх похибок вимірювання та параметричних похибок моделі (похибок вимірювання частот обертання роторів і витрати палива, похибок коефіцієнтів підсилювання), форми та параметрів керуючої дії, а також інтервалу вимірювання.

3. Урахування похибок, що впливають, як незалежних нормально розподілених випадкових величин.

4. Використання питомих параметрів і відповідне перетворення рівнянь, які відбивають зв'язок між похибками оцінювання та впливовими факторами, що робить ці рівняння універсальними, придатними для аналізу будь-яких параметрів двигуна та будь-яких впливових дій.

5. Інструментальні похибки оцінок сталих часу двигуна мають нижню межу; це пояснюється скінченною тривалістю перехідних процесів, наприкінці яких вихідні параметри стабілізуються та стають нечутливими до динамічних параметрів двигуна (зокрема сталих часу). Ці похибки відповідають тривалому періоду реєстрації, коли нові дані не дають корисної інформації про сталу часу внаслідок того, що перехідний процес вже завершився.

6. У результаті аналізу перехідної характеристики двигуна при стрибкоподібній зміні витрати палива визначено мінімальну можливу похибку оцінювання.

Запропонований підхід дає можливість визначити та зберегти в будь-якому зручному вигляді (аналітичному, табличному та ін.) узагальнену характеристику оцінювання параметрів математичної моделі двигуна, яка є тією ж самою для будь-якого двигуна, його умов роботи та факторів, що впливають.

Отримані діаграми можуть бути застосовані для налаштування функції автоматичної адаптації бортової моделі двигуна у складі САК. Вони також можуть бути використані для планування експерименту з перевірки та верифікації динамічної моделі двигуна.

Запропонований метод можна розглядати як інструмент діагностуванні двигуна. Автори планують його вдосконалення за такими напрямками:

1. Ідентифікація динамічних моделей інших параметрів двигуна (температури, тиску та ін.).

2. Дослідження двовальних і трьохвальних двигунів з урахуванням кореляцій оцінок.

3. Аналіз нелінійних ефектів, які в першу чергу визначаються залежністю динамічних коефіцієнтів двигуна від умов його роботи.

Застосовність і ефективність цього методу продемонстровано на прикладі одновального турбореактивного двигуна

Таким чином, у даній роботі запропоновано та показано метод прогнозування похибок при оцінці параметрів динамічних моделей ГТД. Для одновального газогенератора отримано універсальне рівняння, яке визначає похибку оцінки коефіцієнтів лінійної динамічної моделі як функцію всіх основних впливаючих факторів: похибок вимірювання та частоти реєстрації, інтенсивності тестового впливу та номінальних значень коефіцієнтів моделі. Зокрема, при номінальному значенні сталої часу 1 с і коефіцієнті посилення подачі палива 10, похибки вимірювання частоти обертання ротора 0,2 %, витрати палива 0,5 %, стрибкоподібної зміни подачі палива на 10 кг/с і частоті реєстрації 5 Гц, мінімальне середньоквадратичне відхилення похибки оцінки сталої часу становитиме 0,2 с, тобто 20 %. Цей значний рівень похибки вимагає ретельного планування випробувань і постійної перевірки під час застосування запропонованого методу.

Внесок авторів: формулювання проблеми – **С. В. Єпіфанов, О. В. Бондаренко**; огляд та аналіз інформаційних джерел – **С. В. Єпіфанов**; формування структури математичної моделі турбовального двигуна – **О. В. Бондаренко**; розробка методики та визначення розв'язків рівнянь динаміки двигуна – **С. В. Єпіфанов, О. В. Бондаренко**; виконання розрахунків та побудова універсальних залежностей для похибок оцінювання – **О. В. Бондаренко**.

Конфлікт інтересів

Автори повідомляють, що вони не мають конфлікту інтересів щодо цієї публікації, включаючи фінансові, особисті, авторські та інші інтереси, що можуть вплинути на дослідження та його результати, представлені в цій статті.

Фінансова підтримка

Дослідження виконано без фінансової підтримки.

Доступність даних

Рукопис на має пов'язаних даних.

Використання штучного інтелекту

Автори підтверджують, що при підготовці цієї публікації вони не використовували методи штучного інтелекту.

Усі автори прочитали та погодилися з опублікованою версією рукопису.

Література

1. Jaw, L. *Aircraft Engine Controls: Design, System Analysis, and Health Monitoring [Text]* / L. Jaw, & J. Mattingly. - Reston, USA : American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 2009. - 378 p.
2. Wang, J. *Model-Based Nonlinear Control of Aeroengines [Text]* / J. Wang, W. Zhang, & Z. Hu. - Singapore : Springer Nature Pvt. Ltd., 2022. - 238 p.
3. Yepifanov, S. *Aircraft Turbine Engine Automatic Control Based on Adaptive Dynamic Models [Text]* / S. Yepifanov // *Transactions on Aerospace Research*. - 2020. - Vol. 4, No. 261. - P. 61-70. DOI: 10.2478/tar-2020-00212.
4. *Nonlinear Generalized Predictive Controller Based on Ensemble of NARX Models for Industrial Gas Turbine Engine [Text]* / I. M. A. Ibrahim, O. Akhrif, H. Moustapha, & M. Staniszewski // *Energy*. - 2021. - Vol. 230, No. 1. - Article No. 120700. - 14 p. DOI: 10.1016/j.energy.2021.120700.
5. Kim, S. *A New Performance Adaptation Method for Aero Gas Turbine Engines Based on Large Amounts of Measured Data [Text]* / S. Kim // *Energy*. - 2021. - Vol. 221. - Article No. 119863. - 15 p. DOI: 10.1016/j.energy.2021.119863.
6. *Self-Enhancing Model-Based Control for Active Transient Protection and Thrust Response Improvement of Gas Turbine Aero-Engines [Text]* / Z. Wei, S. Zhang, S. Jafari, & T. Nikolaidis // *Energy*. - 2021. - Vol. 242. - Article No. 123030. - 17 p. DOI: 10.1016/j.energy.2021.123030.
7. Lietzau, K. *Model Based Control Concepts for Jet Engines [Text]* / K. Lietzau, & A. Kreiner // *ASME Paper 2001-GT-0016*. - 2001. - 8 p. DOI: 10.1115/2001-GT-0016.
8. *Estimating In-Flight Engine Performance Variations Using Kalman Filter Concepts [Text]* / R. H. Luppold, J. R. Roman, G. W. Gallops, & L. J. Kerr // *Proceedings of 25th AIAA Joint Propulsion Conference*. - Monterey, CA., 1989. - 11 p.
9. *eSTORM: Enhanced Self Tuning On-board Real-time Engine Model [Text]* / T. Brotherton, A. Volponi, R. Luppold, & D. Simon // *Proceedings of 2003 IEEE Aerospace Conference*. - Big Sky, MT, 2003. - 10 p. DOI: 10.1109/AERO.2003.1234150.
10. Volponi, A. *Enhanced Self Tuning On-Board Real-Time Model (eSTORM) for Aircraft Engine Performance Health Tracking [Text]* / A. Volponi // *NASA Report NASA/CR-2008-215272; FR-26751*. - 2008. - 56 p.
11. Armstrong, J. B. *Constructing an Efficient Self-Tuning Aircraft Engine Model for Control and Health Management Applications [Text]* / J. B. Armstrong, & D. L. Simon // *NASA Report NASA/TM-2012-217806*. - 2012. - 20 p.
12. Panov, V. *Model-Based Control and Diagnostic Techniques for Operational Improvements of Gas Turbine Engines [Text]* / V. Panov // *Proceedings of 10th European Turbomachinery Conference*. - Lappeenranta, Finland, 2013. - 8 p. DOI: 10.13140/RG.2.1.3041.3925.

13. Guicherd, R. *Distributed Model-Based Control of Turbine Engines*. PhD Thesis [Text] / R. Guicherd. - University of Sheffield, 2018. - 212 p.

14. *Gas Turbine Aero-Engines Real Time On-Board Modelling: A Review, Research Challenges, and Exploring the Future* [Text] / Z. Wei, S. Zhang, S. Jafari, & T. Nikolaidis // *Progress in Aerospace Sciences*. - 2020. - Vol. 121. - Article No. 100693. - 16 c. DOI: 10.1016/j.paerosci.2020.100693.

15. Kim, S. A New Transient Performance Adaptation Method for an Aero Gas Turbine Engine [Text] / S. Kim, K. Kim, & C. Son // *Energy*. - 2020. - Vol. 193. - Article No. 116752. - 10 p. DOI: 10.1016/j.energy.2019.116752.

16. Visser, W. P. J. A Generic Approach for Gas Turbine Adaptive Modeling [Text] / W. P. J. Visser, O. Kogenhop, & M. Oostveen // *NASA Report NLR-TP-2004-391*. - 2004. - 23 p.

17. Mavris, D. *Optimal Robust Matching of Engine Models to Test Data* [Text] / D. Mavris, & R. Denney // *Technical Report No. AFRL-SR-AR-TR-09-0119*. Aerospace Systems Design Lab., School of Aerospace Eng., Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA. - 2009. - 52 p.

18. *High-Accuracy Matching of Engine Performance Models to Test Data* [Text] / B. Roth, D. L. Doel, D. Mavris, & D. Beeson // *Proceedings of ASME Turbo Expo 2003: Power for Land, Sea and Air: GT2003-G38784*, Atlanta, Georgia, USA. - 2003. - 9 p. DOI: 10.1115/GT2003-38784.

19. Синтез систем управления и диагностики газотурбинных двигателей [Текст] / С. В. Епифанов, Б. И. Кузнецов, И. В. Богаенко, Г. Г. Грабовский, В. А. Дюков, С. А. Кузьменко, Н. А. Рюмишин, & А. А. Самецкий. - К. : Техніка, 1998. - 312 с.

20. Єпифанов, С. В. Формування математичної моделі турбовального двигуна [Текст] / С. В. Єпифанов // *Авіаційно-космічна техніка і технологія*. - 2023. - № 4sup1(189). - С. 85-94. DOI: 10.32620/aktt.2023.4sup1.12.

References

1. Jaw, L., & Mattingly, J. *Aircraft Engine Controls: Design, System Analysis, and Health Monitoring*. Reston, USA, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 2009. 378 p.

2. Wang, J., Zhang, W., & Hu, Z. *Model-Based Nonlinear Control of Aeroengines*. Singapore: Springer Nature Pvt. Ltd, 2022. 238 p.

3. Yepifanov, S. Aircraft Turbine Engine Automatic Control Based on Adaptive Dynamic Models. *Transactions on Aerospace Research*, 2020, vol. 4, no. 261, pp. 61-70.

4. Ibrahim, I. M. A., Akhrif, O., Moustapha, H., & Staniszewski, M. Nonlinear Generalized Predictive Controller Based on Ensemble of NARX Models for Industrial Gas Turbine Engine. *Energy*, 2021, vol. 230,

no. 1, article no. 120700. 14 p. DOI: 10.2478/tar-2020-00212

5. Kim, S. A New Performance Adaptation Method for Aero Gas Turbine Engines Based on Large Amounts of Measured Data. *Energy*, 2021, vol. 221, article no. 119863. 15 p. DOI: 10.1016/j.energy.2021.120700.

6. Wei, Z., Zhang, S., Jafari, S., & Nikolaidis, T. Self-Enhancing Model-Based Control for Active Transient Protection and Thrust Response Improvement of Gas Turbine Aero-Engines. *Energy*, 2022, vol. 242, article no. 123030. 17 p. DOI: 10.1016/j.energy.2021.123030.

7. Lietzau, K., & Kreiner, A. *Model Based Control Concepts for Jet Engines*. ASME Paper 2001-GT-0016, 2001. 8 p. DOI: 10.1115/2001-GT-0016.

8. Luppold, R. H., Roman, J. R., Gallops, G. W., & Kerr, L. J. Estimating In-Flight Engine Performance Variations Using Kalman Filter Concepts. *Proceedings of 25th AIAA Joint Propulsion Conference*, Monterey, CA. 1989. 11 p.

9. Brotherton, T., Volponi, A., Luppold, R., & Simon, D. eSTORM: Enhanced Self Tuning On-board Real-time Engine Model. *Proceedings of 2003 IEEE Aerospace Conference*, Big Sky, MT, 2003. 10 p. DOI: 10.1109/AERO.2003.1234150.

10. Volponi, A. *Enhanced Self Tuning On-Board Real-Time Model (eSTORM) for Aircraft Engine Performance Health Tracking*. NASA Report NASA/CR—2008-215272; FR-26751, 2008. 56 p.

11. Armstrong, J. B., & Simon, D. L. *Constructing an Efficient Self-Tuning Aircraft Engine Model for Control and Health Management Applications*. NASA Report NASA/TM—2012-217806, 2012. 20 p.

12. Panov, V. Model-Based Control and Diagnostic Techniques for Operational Improvements of Gas Turbine Engines. *Proceedings of 10th European Turbomachinery Conference*, Lappeenranta, Finland, 2013. 8 p. DOI: 10.13140/RG.2.1.3041.3925.

13. Guicherd, R. *Distributed Model-Based Control of Turbine Engines*. PhD Thesis, University of Sheffield, 2018. 212 p.

14. Wei, Z., Zhang, S., Jafari, S., & Nikolaidis, T. Gas Turbine Aero-Engines Real Time On-Board Modelling: A Review, Research Challenges, and Exploring the Future. *Progress in Aerospace Sciences*, 2020, vol. 121, article no. 100693. 16 p. DOI: 10.1016/j.paerosci.2020.100693.

15. Kim, S., Kim, K., & Son, C. A New Transient Performance Adaptation Method for an Aero Gas Turbine Engine. *Energy*, 2020, vol. 193, article no. 116752. 10 p. DOI: 10.1016/j.energy.2019.116752.

16. Visser, W. P. J., Kogenhop, O., & Oostveen, M. *A Generic Approach for Gas Turbine Adaptive Modeling*. NASA Report NLR-TP-2004-391, 2004. 23 p.

17. Mavris, D., & Denney, R. *Optimal Robust Matching of Engine Models to Test Data*. Technical Report No. AFRL-SR-AR-TR-09-0119. Aerospace Systems Design Lab., School of Aerospace Eng.,

Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA, 2009. 52 p.

18. Roth, B., Doel, D. L., Mavris, D., & Beeson, D. High-Accuracy Matching of Engine Performance Models to Test Data. *Proceedings of ASME Turbo Expo 2003: Power for Land, Sea and Air*: GT2003-G38784, Atlanta, Georgia, USA, 2003. 9 p. DOI: 10.1115/GT2003-38784.

19. Yepifanov, S. V., Kuznetsov, B. I. Bogayenko, I. M., Grabovskij G. G., Djukov V. A., Kuz'menko S. A., Rjumshin N. A., & Sameckij A. A. *Sintez sistem*

upravleniya i diagnostirovaniya gazoturbinnikh dvigateley [Synthesis of turbine engine automatic control and diagnostic systems]. Kiev, Tekhnika Publ, 1998. 312 p. (in Russian).

20. Yepifanov, S. V. Formuvannya matematychnoyi modeli turbovalnogo dvyguna [Mathematical model of turboshaft engine development]. *Aviacijno-kosmicna tehnika i tehnologia – Aerospace technic and technology*, 2023, no. 4sup1(189), pp. 85-94. DOI: 10.32620/akt.2023.4sup1.12. (in Ukrainian).

Надійшла до редакції 5.02.2024, прийнята до опублікування 15.04.2024

ACCURACY OF THE GAS TURBINE ENGINE DYNAMIC MODEL SELF-TUNING

Sergiy Yepifanov, Oleksii Bondarenko

One of the most promising directions in the development of aircraft engines is related to the introduction of adaptive automatic control systems (ACS). The defining element of these systems are dynamic mathematical models of engines capable of self-adjustment based on engine operating parameters measured in flight. A number of leading researchers have developed a concept of using such models called STORM (Self-Tuned On-board Real-time Model). However, in the corresponding works, clearly insufficient attention is paid to solving the problem of checking the sufficiency of the information used to ensure the necessary accuracy of the models. This check must be performed a priori (to predict the composition of engine operating modes, and the volume of registered information), as well as posteriori. **The subject of this study** is the process of forming dynamic mathematical models (MM) of gas turbine engines using real data for the subsequent use of these models to solve problems related to the control and diagnostics of on-board systems. **The goal** of this study is to determine the dependence of estimation errors of dynamic parameters of mathematical models on influencing factors. **Tasks** considered in the work: forming the structure of a mathematical model, dividing the identification process into stages according to the structure of the model (estimating the parameters that determine the static and dynamic properties of the object), forming the least-square functional for the assessment task, determining the errors in estimating dynamic coefficients, analyzing influencing factors, and determining dependencies between factors and errors. For this purpose, the **methods** of the theory of air-jet engines, the theory of linear dynamic systems, and statistical evaluation are used. The following **results** were obtained: a mathematical model of a turboshaft engine with a reciprocating gas generator was formed, and ratios were obtained that allow determining the errors in estimating the time constant of a reciprocating engine or gas generator. **Scientific and practical innovation**: for the first time, a ratio was obtained that determines the errors in estimating the time constant based on the specified values of the measurement errors, the intensity of the jump-like change in fuel consumption, and the frequency and duration of observation. These relations are presented in dimensionless coordinates, which makes them universal and able to be applied to any single-stroke turbojet engine or single-stroke gas generator during a priori or a posteriori analysis of results, as well as planning experiments and debugging on-board self-tuning algorithms of models.

Keywords: gas turbine engine; turboshaft; gas generator; dynamic mathematical model; time constant; identification; estimation error; design of experiment.

Спіфанов Сергій Валерійович – д-р техн. наук, зав. каф. конструкції авіаційних двигунів, Національний аерокосмічний університет ім. М. С. Жуковського «Харківський авіаційний університет», Харків, Україна.

Бондаренко Олексій Васильович – асп. каф. конструкції авіаційних двигунів, Національний аерокосмічний університет ім. М. С. Жуковського «Харківський авіаційний університет», Харків, Україна.

Sergiy Yepifanov – Doctor of Sciences (Engineering), Professor, Head of the Aircraft Engine Design Department, National Aerospace University “Kharkiv Aviation Institute”, Kharkiv, Ukraine, e-mail: s.yepifanov@khai.edu, ORCID: 0000-0003-0533-9524, Scopus Author ID: 6506749318.

Oleksii Bondarenko – PhD student of the Aircraft Engine Design Department, National Aerospace University “Kharkiv Aviation Institute”, Kharkiv, Ukraine, e-mail: o.v.bondarenko@khai.edu, ORCID: 0000-0001-7943-8555.