МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського

«Харківський авіаційний інститут»

М. Ф. Бабаков

МОДЕЛІ НАДІЙНОСТІ
РАДІОЕЛЕКТРОННОЇ АПАРАТУРИ

Навчальний посібник

Харків «ХАІ» 2016

УДК 621.396.6–192(075.8)
ББК 32.844–02я73
Б12

Рецензенти: д-р техн. наук, проф. В. А. Краснобаєв,
канд. техн. наук О. М. Замірець

Бабаков, М. Ф.

Б12 Моделі надійності радіоелектронної апаратури [Текст] : навч. посіб. / М. Ф. Бабаков. – Х. : Нац. аерокосм. ун-т ім. М. Є. Жуковського «Харк. авіац. ін-т», 2016. – 100 с.

ISBN 978-966-662-502-4

Розглянуто основні поняття й класифікацію з надійності, а також показники надійності технічних засобів, що відповідають чинним державним стандартам України. Описано основні вихідні моделі відмов елементів і систем радіоелектронної апаратури, що є основою оцінювання показників її надійності.

Для студентів радіоелектронних спеціальностей факультету радіотехнічних систем літальних апаратів.

Іл. 19. Табл. 19. Бібліогр.: 11 назв

УДК 621.396.6–192(075.8)
ББК 32.844–02я73

ISBN 978-966-662-502-4

ВСТУП

Надійність – це одна з основних властивостей об'єкта (системи, підсистеми, апаратури, пристрою, елемента), що становлять його якість.

Об'єкт може містити технічні, програмні засоби, технічний персонал або будь-які їх поєднання. Радіоелектронна апаратура також може містити всі перелічені елементи, але перш за все є технічним засобом. У сучасній проблематиці надійності ці елементи умовно розділяються. У межах цього навчального посібника буде розглянуто радіоелектронну апаратуру суто як технічний засіб.

Питання щодо надійності технічних засобів постали перед їх розробниками ще в середині ХХ ст., і над ними почали працювати в провідних державах світу. За цей час у вітчизняній і світовій науково-технічній сфері склалися певні погляди на поняття й задачі стосовно надійності техніки, сформувалися системи міжнародних і національних стандартів [5, 8–10]. Питання надійності торкнулися всіх видів промислової продукції і перебувають під контролем державних органів.

В Україні за час незалежності створено систему стандартів «Надійність техніки», у якій охоплено всі напрями надійності промислової продукції.

Вагомий внесок у розв’язання проблем надійності технічних засобів внесли вчені, наукові установи, вищі навчальні заклади України [7, 11].

У Харківському авіаційному інституті з 1971 р. по 1988 р. функціонувала кафедра теорії надійності, колектив якої сприяв уведенню питань надійності в навчальні дисципліни усіх спеціальностей інституту, а також осмисленню й розумінню єдиних фізико-математичних засад надійності механічних і електронних засобів [6].

Вагомими є результати з розв’язання різноманітних задач надійності, перш за все цифрових систем, науково-педагогічними працівниками «ХАІ» під керівництвом професора В. С. Харченка [4].

Основні напрями надійності технічних засобів можна узагальнено звести до таких:

— забезпечення надійності (етап розроблення);
— реалізація надійності (етап виробництва);
— підтримання надійності (етап експлуатації).

Вирішення різноманітних питань за цими напрямами базується на визначенні показників надійності та їх оцінювання розрахунковими, розрахунково-експериментальними й експериментальними методами. Для цього вихідним є обґрунтування моделей надійності, що є основним предметом розгляду у цьому навчальному посібнику.

1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ З НАДІЙНОСТІ ТЕХНІЧНИХ ЗАСОБІВ І ЇХ КЛАСИФІКАЦІЯ

В Україні основні поняття з надійності техніки та їх класифікацію наведено в державному стандарті ДСТУ 2860–94. У першому розділі на основі цього стандарту розглядаються основні поняття з надійності технічних засобів та їх класифікація.

1.1. Об'єкт, його функції і стани

Об'єктом (з позиції надійності) може бути система, споруда, машина, підсистема, апаратура, функціональна одиниця, пристрій, елемент або будь-яка їх частина, що розглядається з огляду на надійність як самостійна одиниця. Об'єкт може містити технічні, програмні засоби, технічний персонал або будь-які їх поєднання. Сукупність об'єктів, об'єднаних єдиними призначенням і метою функціонування, може розглядатися як об'єкт.

Функція об'єкта (задана функція) – виконання в об'єкті процесу, що відповідає його призначенню, виявлення заданої умови або властивості об'єкта згідно з вимогами нормативно-технічної і (або) конструкторської (проектної) документації (НТКД).

Усі функції об'єкта умовно можна поділити на основні й допоміжні.

Основна (потрібна) функція об'єкта – це функція або сукупність функцій, виконання яких розглядається як необхідна умова відповідності об'єкта його призначенню. Невиконання допоміжних функцій не порушує відповідності об'єкта його призначенню. Наприклад, основною функцією ЕОМ є правильне виконання програм оброблення даних, допоміжною – зовнішній стан апаратури ЕОМ.

Справний стан об'єкта (справність) – стан, при якому об'єкт здатний виконувати всі задані функції.

Несправний стан об'єкта (несправність) – стан, при якому об'єкт не здатний виконувати хоча б одну із заданих функцій.

Роботоздатний стан об'єкта (роботоздатність) – стан, при якому об'єкт може виконувати всі основні функції.

Нероботоздатний стан об'єкта (нероботоздатність) – стан, при якому об'єкт не здатний виконувати хоча б одну із основних функцій.

Критичний стан об'єкта – такий стан, що може призвести до травмування людей, значних матеріальних втрат або інших негативних наслідків.

Граничний стан об'єкта – стан, при якому подальша експлуатація об'єкта є неприпустимою або недоцільною, або відновлення його роботоздатності є неможливим або недоцільним.

Для конкретного об'єкта встановлюються ознаки (ознака) критичного та (або) граничного станів, що відображаються в НТКД.

З поняттям несправності пов'язане поняття *дефекту*, під яким розуміється кожна окрема невідповідність об'єкта встановленим вимогам.

В табл. 1.1 наведено англомовні аналоги описаних вище понять.

Таблиця 1.1

Функція і стан	Англомовний аналог
Об'єкт	Item
Функція (задана) об'єкта	Function
Основна (потрібна) функція	Required function
Справність	Good state
Несправність	Fault
Роботоздатність	Up state
Нероботоздатність	Internal disabled state, Down state
Критичний стан	Critical state
Граничний стан	Limiting state
Дефект	Defect

Різні несправності об'єкта класифікують за системою ознак. Таку класифікацію наведено в табл. 1.2.

Таблиця 1.2

Ознака	Несправність	Англомовний аналог	Суть несправності
За значущістю й критичністю	Незначна	Minor fault	Не порушує жодної із основних функцій
	Значна	Major fault	Порушує хоча б одну із основних функцій
	Часткова	Partial fault	Не виконуються деякі, але не всі із основних функцій
	Повна	Function-preventing fault	Не виконуються всі основні функції
	Критична	Critical fault	Може призвести до критичних наслідків

Закінчення табл. 1.2

Ознака	Несправність	Англомовний аналог	Суть несправності
Причина	Через перенавантаження	Misuse fault	Спричинена під час використання об'єкта дією навантажень, що перевищують його встановлені можливості
	Через неправильне поводження	Mishandling fault	Спричинена неправильним або необережним поводженням з об'єктом
	Через неміцність	Weakness fault	Спричинена неміцністю самого об'єкта, коли прикладені навантаження не перевищують можливостей об'єкта, установлених у відповідній документації
	Через зношення або старіння	Ageing fault	Несправність через відмови, зумовлені природними процесами старіння і (або) зношення, що проходять усередині об'єкта
	Конструкційна	Design fault	Несправність, спричинена недосконалістю проекту
	Виробнича	Manufacturing fault	Спричинена невідповідністю процесу виробництва проекту об'єкта або встановленим виробничим процесам
Характер виявлення	Стабільна	Permanent fault, persistent fault	Несправність, що усувається лише під час ремонту
	Прихована	Latent fault	Несправність, що існує, але яку не виявлено
	Замаскована	Fault masking	Несправність складової частини об'єкта, яку не можна виявити через особливості об'єкта або яка маскується іншою несправністю цієї або іншої складової частини

1.2. Пошкодження й відмови

Змінення описаних вище станів об'єкта виникає через певні події, до яких належать пошкодження й відмови.

Пошкодження (англ. *damage*) – подія, що полягає в порушенні справного стану об'єкта при збереженні його роботоздатності.

Відмова (англ. *failure*) – подія, що полягає в порушенні роботоздатного стану об'єкта.

Відмова об’єкта є подією на відміну від несправності, яка є станом і причиною відмови.

Класифікацію відмов за основними ознаками наведено в табл. 1.3.

Таблиця 1.3

Ознака класифікації	Вид відмови	Англомовний аналог	Суть відмови
Значущість і критичність відмови	Часткова	Partial failure	Призводить до нездатності об'єкта виконувати деякі, але не всі потрібні функції
	Повна	Complete failure	Призводить до повної втрати роботоздатності
	Ресурсна	Marginal failure	Призводить до граничного стану об'єкта
	Критична	Critical failure	Може призвести до критичних наслідків
Причина відмови	Конструкцій	Design failure	Виникає через недосконалість або порушення встановлених правил і (або) норм проектування і конструювання об'єкта
	Виробнича	Manufacturing failure	Виникає через невідповідність процесу виготовлення об'єкта його проекту або встановленим виробничим процесам
	Через перенавантаження	Misuse failure	Спричиняється прикладанням в ході використання навантажень, що перевищують його встановлені можливості
	Через неправильне поводження	Mishandling failure	Спричиняється неправильним або необережним поводженням з об'єктом
	Через неміцність	Weakness failure	Спричиняється неміцністю самого об'єкта, коли навантаження, що прикладаються, не перевищують установлених здатностей об'єкта. Неміцність може бути або властивістю самого об'єкта, або ж такою, що привнесена зовні
	Деградаційна	Degradation failure	Зумовлена процесом деградації при виконанні всіх установлених правил і (або) норм проектування, виготовлення і експлуатації.

Закінчення табл. 1.3

Ознака класифікації	Вид відмови	Англомовний аналог	Суть відмови
Характер виявлення	Систематична	Systematic failure, reproducible failure	Однозначно пов’язана з певною причиною, яку можна усунути тільки шляхом модифікації проекту або виробничого процесу, правил експлуатації, документації або інших чинників, що враховуються
	Збій	Interruption	Самоусувна або одноразова відмова, що усувається незначним утручанням оператора
	Повторювальна, змінна	Intermittent failure	Відмова одного й того самого типу, що багаторазово виникає і самоусувається
	Раптова	Sudden failure	Відмова, яку неможливо виявити під час попередніх досліджень або технічного огляду
	Поступова	Gradual failure, drift failure	Виникає внаслідок поступового змінення одного або декількох параметрів об'єкта. Її можна передбачити, базуючись лише на результатах попереднього дослідження або технічного огляду
	Залежна	Secondary failure	Спричинена прямо або непрямо відмовою або несправністю іншого об'єкта
	Незалежна	Primary failure	Не спричинена прямо або непрямо відмовою або несправністю іншого об'єкта
	Явна	Explicit failure	Виявляється візуально або штатними методами й засобами контролю й діагностики під час підготовки об'єкта до застосування або під час його застосування за призначенням
	Прихована	Latent failure	Не виявляється візуально або штатними методами й засобами контролю й діагностики, але виявляється під час проведення технічного обслуговування або спеціальними методами діагностики

1.3. Технічне обслуговування, ремонт і відновлення

Як протидія пошкодженням і відмовам для багатьох об'єктів передбачається проведення їх технічного обслуговування й ремонту.

Технічне обслуговування (англ. *preventive maintenance*) – це операція або комплекс операцій з підтримки справності або роботоздатності об'єкта під час використання за призначенням, простою, збереження й транспортування. Основне призначення технічного обслуговування (ТО) – профілактичне попередження відмов шляхом попереджувального регулювання апаратури, замінення окремих частин об'єкта, чищення, підтягнення й ін.

Ремонт (англ. *repair*) – це комплекс операцій з відновлення справності або роботоздатності об'єкта й відновлення ресурсів об'єктів або їх складових частин.

За ступенем відновлення ресурсу розрізняють *капітальний, середній* і *поточний* ремонт.

Капітальний ремонт виконується для відновлення справності й повного або близького до повного відновлення ресурсу об'єкта із заміненням або відновленням будь-яких його частин, у тому числі базових.

Середній ремонт – припускається відновлення справності й часткове відновлення ресурсу із заміненням або відновленням складових частин обмеженої номенклатури.

Поточний ремонт здійснюється для забезпечення або відновлення роботоздатності об'єкта й полягає в заміненні або відновленні окремих частин.

Ремонт може бути *плановим* (призначається заздалегідь) і *неплановим.* Неплановий ремонт часто буває *аварійним.*

Поточний ремонт у більшості випадків здійснюється експлуатаційною організацією (персоналом), а середній і капітальний ремонти – спеціалізованою організацією або навіть підприємством-виробником.

Профілактичний поточний ремонт проводиться разом з ТО.

За збереження належності частин об'єкта, що ремонтуються, об'єкту розрізняють *знеособлений* (належність відновлювальних складових частин об'єкту не зберігається) та *незнеособлений* (належність зберігається). При знеособленому методі ремонту потрібні складові частини поставляються з обмінного фонду складових частин.

Перевагою незнеособленого методу ремонту є зменшення часу на настроювання й регулювання об'єкта після ремонту, недоліком – збільшення тривалості чисто відновлювальної складової ремонту.

Перевагою знеособленого методу ремонту є, навпаки, зменшення чисто відновлювальної складової ремонту, а недоліком – збільшення тривалості настроювання й регулювання об'єкта після відновлення.

Ремонт можна також розуміти як відновлення. *Відновлення* (англ. *restoration; recovery*) – це подія, яка полягає в тому, що після несправності об'єкт знову може виконувати потрібну функцію. Залежно від того, чи передбачається в НТКД проведення технічного обслуговування і (або) ремонту, об'єкт може бути:

– таким, що обслуговується (англ. *maintainable item*);

– таким, що не обслуговується (англ. *nonmaintainable item*);

– таким, що ремонтується, ремонтопридатним (англ. *repairable item*);

– таким, що не ремонтується, неремонтопридатним (англ. *nonrepairable item*).

За можливістю відновлення об'єкт може бути:

– відновлюваним (англ. *restorable item*);

– невідновлюваним (англ. *non-restorable item*).

Відновлюваний – це ремонтопридатний об'єкт, який після відмови й усунення несправності знову стає роботоздатним.

Невідновлюваний – це об'єкт, ремонт якого є неможливим або не дає змоги відновити роботоздатність. Невідновлюваний об'єкт може бути як ремонтопридатним, так і неремонтопридатним. Наприклад, якщо ремонт ремонтопридатного об'єкта є неможливим за певних умов експлуатації, то він є невідновлюваним.

1.4. Наробок, ресурс, тривалість відновлення й технічного обслуговування

Властивості надійності об'єкта ґрунтуються на деяких часових поняттях, наведених у національних і міжнародних стандартах. Розглянемо основні з них.

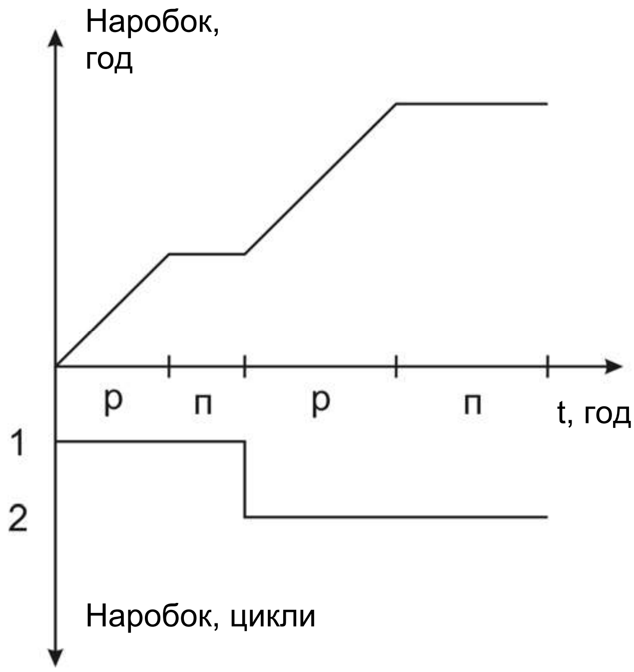


Рис. 1.1

Наробок – це тривалість або обсяг роботи об'єкта. Наробок може бути як неперервною величиною (тривалість роботи в годинах, годинах нальоту літака, кілометрах пробігу тощо), так і цілочисловою величиною (кількість робочих циклів, кількість вмикань – вимикань, тощо).

На рис. 1.1 зображено можливу циклограму роботи в часі (робота – простій) і відповідні наробки в годинах і циклах роботи – простою.

Наробок до відмови – це напрацювання об'єкта від початку експлуатації до виникнення першої відмови. На рис. 1.2 показано умовне зображення наробку до відмови.

Величина наробку до відмови ξ через об'єктивні причини є випадковою величиною.

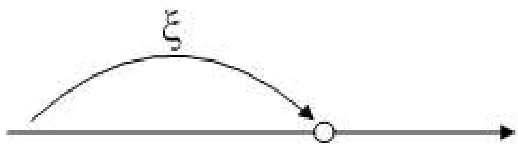


Рис. 1.2

Наробок між відмовами – нароблення об'єкта від закінчення відновлення його роботоздатності після відмови до виникнення наступної відмови.

Час відновлення – інтервал часу, протягом якого об'єкт перебуває в нероботоздатному стані через відмову. На рис. 1.3 зображено типову схему чередування наробків між відмовами ξ_i і тривалостей відновлення η_i відновлюваного об'єкта.

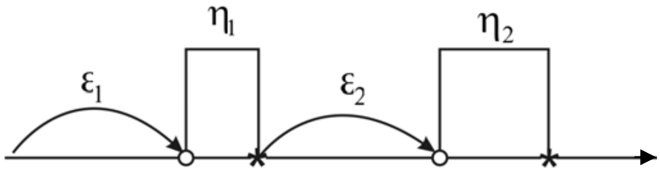


Рис. 1.3

Наробок між відмовами ξ_i через об'єктивні причини можна розглядати як реалізацію випадкової величини ξ_0, а тривалість відновлень η_i – як реалізацію випадкової величини η.

Ресурс (технічний ресурс) t_p – це сумарний наробок об'єкта від початку його експлуатації або від її поновлення після ремонту до переходу в граничний стан.

Очевидно, що ресурс є випадковою величиною і визначається так:

$$t_p = \sum_{i=1}^{r_{гр}} \xi_i, \tag{1.1}$$

де $r_{гр}$ – кількість відмов об'єкта до досягнення граничного стану.

Термін служби t_c – календарна тривалість експлуатації об'єкта від початку експлуатації або її поновлення після ремонту до переходу в граничний час.

Термін служби також є величиною випадковою і визначається так:

$$t_C = \sum_{i=1}^{r_{гр}} \left(\xi_i + \eta_{i-1}\right). \tag{1.2}$$

Термін зберігання $t_{зб}$ – календарна тривалість зберігання і (або) транспортування об'єкта, протягом якого він є роботоздатним, і через об'єктивні причини також є величиною випадковою.

Тривалість технічного обслуговування (ремонту) – інтервал часу, протягом якого виконуються вручну або автоматично операції технічного обслуговування (ремонту) об'єкта, у тому числі тривалість затримки через незабезпеченість матеріальними ресурсами.

Тривалість ТО і ремонту ($\eta_{ТО}$ і $\eta_р$) через об'єктивні причини є випадковими величинами.

У табл. 1.4 наведено англомовні аналоги розглянутих вище термінів.

Таблиця 1.4

Поняття	Позначення	Англомовний аналог
Наробок		Operating time
Наробок на відмову	ξ	Operating time to failure
Наробок між відмовами	ξ_0	Operating time between failures
Ресурс	$t_р$	Useful life
Термін експлуатації	$t_С$	Useful lifetime; lifetime
Термін зберігання	$t_{зб}$	Storability time
Час відновлення	η	Time to recovery
Тривалість технічного обслуговування (ремонту)	$\eta_{ТО}$, $\eta_р$	Maintenance time

1.5. Змінення станів об'єкта з часом. Надійність об'єкта і її складові

Розглянуті вище поняття станів об'єкта, пошкоджень, відмов, а також заходів з попередження й усунення несправностей дають змогу змінення станів подати у вигляді схеми, показаної на рис. 1.4.

Оскільки пошкодження й відмови об'єкта є випадковими подіями, а процеси попередження й відновлення несправностей – випадковими за тривалістю, то процес змінення можливих станів об'єкта є випадковим процесом у часі, що визначає одну із важливіших його властивостей – надійність.

Надійність (англ. *dependability*) – це властивість об'єкта зберігати в часі й установлених межах значення всіх параметрів, які характеризують здатність виконувати потрібні функції у заданих режимах і умовах експлуатації, технічного обслуговування, ремонту, зберігання й транспортування.

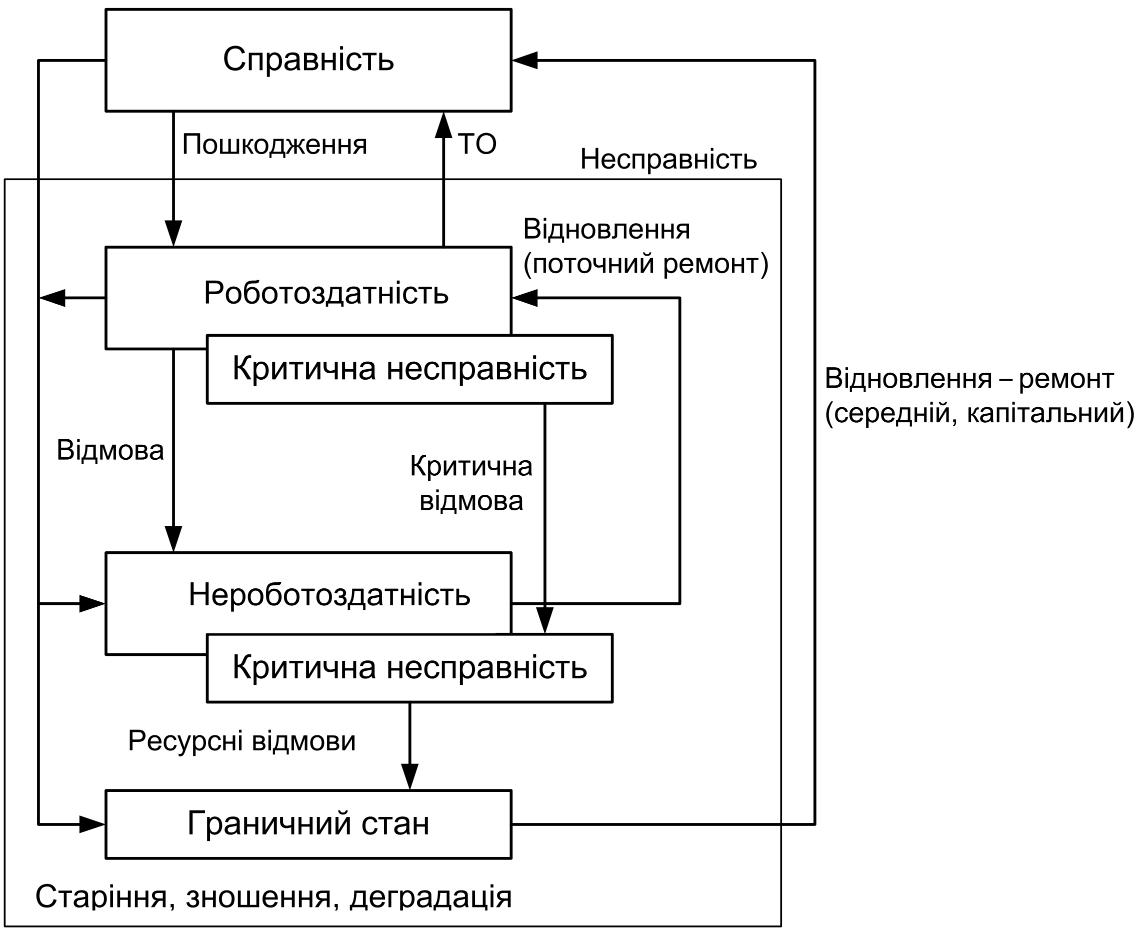


Рис. 1.4

Надійність – одна з властивостей об'єкта, що впливає на його ефективність (ступінь виявлення якостей об'єкта за певних умов).

Можна виявити основні атрибути надійності:

1. Здатність зберігати в часі певні параметри, тобто надійність розраховано на тривалий, але скінченний період часу застосування об'єкта.

2. Здатність зберігати значення певних параметрів у заданих межах, тобто має бути чітко визначено діапазон допустимих значень цих параметрів.

3. Здатність виконувати свої функції тільки в точно визначених умовах експлуатації. Не можна говорити про надійність як про якусь універсальну властивість, що зберігається за будь-яких умов застосування, технічного обслуговування тощо.

Надійність є складною комплексною властивістю, яка залежно від призначення об'єкта й умов його застосування може містити безвідмовність, довговічність, ремонтопридатність і збережуваність або певне поєднання цих властивостей.

Безвідмовність (англ. *reliability*) – це властивість об'єкта зберігати роботоздатність протягом певного часу або наробку.

Довговічність (англ. *durability*) – це властивість об'єкта зберігати роботоздатність до початку граничного стану при встановленні системи технічного обслуговування й ремонту.

Ремонтопридатність (англ. *maintainability*) – це властивість об'єкта, яка полягає в його пристосуванні до підтримки й відновлення роботоздатного стану шляхом проведення технічного обслуговування й ремонту.

Збережуваність (англ. *storability*) – це властивість об'єкта зберігати роботоздатність протягом і після зберігання і (або) транспортування.

Крім названих властивостей у ДСТУ 2860–94 уведено до розгляду таку властивість, як *готовність* (англ. *availability*) – властивість бути роботоздатним у певний момент часу або протягом заданого інтервалу часу за умови забезпечення необхідними зовнішніми ресурсами. Ця властивість залежить від поєднання властивостей безвідмовності, ремонтопридатності й забезпеченості технічного обслуговування й ремонту.

Крім того, близькими до розглянутих вище властивостей є властивості, що все частіше використовуються в задачах надійності: безпека, відмовостійкість, живучість.

Безпека (англ. *security, safety*) – це властивість об'єкта забезпечувати недопустимість ризику, пов’язаного з можливістю нанесення шкоди здоров’ю людей, майну й навколишньому середовищу.

Відмовостійкість (англ. *fault tolerance; fail safe*) – це властивість об'єкта зберігати роботоздатність за умови виникнення відмов його складових частин.

Відмовостійкість закладається при проектуванні об'єкта з метою недопущення критичних відмов і забезпечення безпеки.

Живучість (англ. *survivalibility*) – це властивість об'єкта зберігати обмежену роботоздатність в умовах зовнішніх дій, що спричиняють відмови його складових частин.

Живучість характеризує здатність об'єкта протидіяти розвитку критичних відмов за будь-яких умов експлуатації, навіть не передбачених документацією.

1.6. Класифікація технічних засобів за ознаками надійності

Для вирішення завдань забезпечення надійності технічних засобів використовується їх класифікація за системою ознак, що пов'язані з властивостями надійності. Таку класифікацію наведено в табл. 1.5. Варіанти класифікації особливого пояснення не потребують, окрім виробів виду II. Ці вироби можуть перебувати в кількох нероботоздатних станах, у які вони переходять унаслідок часткової відмови. Прикладом є такі вироби, що мають канальний принцип побудови (системи зв'язку, оброблення інформації та ін.).

Наведемо приклади класифікації радіоелектронних засобів за ознаками надійності.

Приклад 1. Радіостанція переносна.

Це – виріб конкретного призначення виду I (або II з допустимою неработоздатністю окремих каналів), багатократного циклічного застосування, відновлюваний, такий що обслуговується, без критичних наслідків граничного стану, застаріває і спрацьовується одночасно, планово ремонтується незнеособленим способом, може довго зберігатися перед застосуванням.

Таблиця 1.5

Ознака класифікації	Варіанти класифікації
За визначеністю призначення об'єкта	Вироби конкретного призначення (ВКП), що мають один основний варіант застосування Вироби загального призначення (ВЗП), що мають декілька варіантів застосування
За кількістю можливих станів роботоздатності	Вироби виду I, які під час експлуатації можуть перебувати в двох станах: роботоздатному, неработоздатному Вироби виду II, які крім роботоздатного й неработоздатного станів можуть перебувати в кількох частково неработоздатних станах
За режимом застосування (функціонування)	Вироби неперервного довгого застосування (ВНДЗ) Вироби багатократного циклічного застосування (ВБЦЗ) Вироби однократного застосування з попереднім періодом очікування застосування й зберігання (ВОКРЗ)
За наслідком відмов або досягнення граничного стану при застосуванні або зберіганні й транспортуванні	Вироби, відмови яких або перехід яких до граничного стану не призводять до наслідків катастрофічного (критичного) характеру Вироби, відмови яких або перехід яких до граничного стану призводять до катастрофічних наслідків
За можливістю відновлення роботоздатного стану після відмови під час експлуатації	Відновлювані вироби Невідновлювані вироби

Закінчення табл. 1.5

Ознака класифікації	Варіанти класифікації
За характером основних процесів, що визначають перехід до граничного стану	Вироби, що застарівають Вироби, що зношуються Вироби, що застарівають і зношуються одночасно
За можливістю й способом відновлення технічного ресурсу (терміну експлуатації) шляхом проведення планових ремонтів (середніх, капітальних)	Вироби, що не ремонтуються планово Вироби, що ремонтуються планово знеособленим способом Вироби, що ремонтуються планово незнеособленим способом
За можливістю технічного обслуговування під час експлуатації	Вироби, що обслуговуються Вироби, що не обслуговуються
За можливістю (необхідністю) проведення контролю перед застосуванням	Вироби, що контролюються перед застосуванням Вироби, що не контролюються перед застосуванням
За наявності в складі ЕОМ та інших пристроїв обчислювальної техніки	Вироби з відмовами збійного характеру Вироби без відмов збійного характеру

Приклад 2. Універсальна ЕОМ.

Це – виріб загального призначення, виду I, неперервного довгого застосування, такий, що обслуговується, без катастрофічних наслідків переходу в граничний стан, застаріває, планово не ремонтується, довго не зберігається, має відмови збійного характеру.

Приклад 3. Транзистор.

Це – виріб загального призначення виду I, безперервного довгого застосування, не відновлюваний, не обслуговується, без критичних наслідків переходу в граничний стан. Спрацьовується при використанні, застаріває при зберіганні.

Контрольні запитання

1. Що може бути об'єктом з позицій надійності? Наведіть приклади об'єктів.
2. Чим відрізняються основна й потрібна функції об'єкта?
3. Дайте означення справного й несправного станів об'єкта.
4. Чим відрізняються справний і роботоздатний стани об'єкта?

5. Наведіть ознаки граничного стану об'єкта.

6. Наведіть ознаки критичного стану об'єкта.

7. Чим відрізняються пошкодження й відмови?

8. За якими ознаками класифікуються несправності технічних засобів?

9. Назвіть види відмов за причиною виникнення.

10. Назвіть види відмов за характером виявлення.

11. Чим відрізняються між собою технічне обслуговування і ремонт?

12. Назвіть види ремонту.

13. Чим відрізняється знеособлений ремонт від незнеособленого? Якими є їхні переваги й недоліки?

14. Коли ремонтопридатний об'єкт є невідновлюваним?

15. Чому основні часові поняття надійності є випадковими величинами? Назвіть їх.

16. Побудуйте діаграму змінення станів об'єкта.

17. Дайте означення надійності й назвіть її складові.

18. Назвіть основні атрибути надійності.

19. Чим відмовостійкість і живучість відрізняються від безвідмовності?

20. Чим довговічність відрізняється від безвідмовності?

21. Як технічні засоби класифікуються за визначеністю призначення?

22. Які існують види технічних засобів за можливими станами роботоздатності?

23. Зобразіть графічно діаграми застосування об'єктів з різними режимами.

24. Як поділяються технічні засоби за основними фізичними процесами, що призводять до граничного стану?

25. Чому вироби, у складі яких є ЕОМ та інші засоби обчислювальної техніки, об’єднують в окремий клас.?

2. ПОКАЗНИКИ НАДІЙНОСТІ ТЕХНІЧНИХ ЗАСОБІВ

У ДСТУ 2860–94 наведено поняття показника надійності – кількісної характеристики однієї або декількох властивостей складових надійності об’єкта. У цьому розділі розглядаються одиничні (характеризують одну із властивостей надійності) і комплексні (характеризують кілька властивостей надійності) показники надійності технічних засобів у вигляді невідновлюваних і відновлюваних об’єктів. При цьому необхідно мати на увазі таке: по-перше, багато об’єктів дійсно є невідновлюваними за своїм застосуванням; по-друге, навіть, якщо об’єкт є відновлюваним, є сенс розглянути його властивості спочатку як невідновлюваного для подальшого визначення на цій основі остаточних показників.

2.1. Показники безвідмовності невідновлюваних об'єктів

Вихідною для розгляду таких показників є модель відмов у вигляді функції розподілу наробку до відмови $F(t) = P\left\{\xi \leq t\right\}$ або щільності розподілу $f(t) = \dot{F}(t)$.

2.1.1. Імовірність безвідмовної роботи за заданий час

Імовірність безвідмовної роботи за будь-який час

$$R(t) = P\left\{\xi \leq t\right\} = 1 - F(t) = \int_{t}^{\infty} f(t)dt. \tag{2.1}$$

За заданий час $t_з$ ця ймовірність буде $R(t_з)$.

Функція безвідмовності $R(t)$ має такі властивості:

– $R(0) = 1$ – у початковий момент усі об'єкти цього виду вважаються роботоздатними;

– $R(t)$ – функція, що монотонно спадає;

– $R(\infty) = 0$ – при $t \rightarrow \infty$ функція $R(t)$ прямує до нуля.

Типовий вигляд функції безвідмовності зображено на рис. 2.1, де 1 – найменш надійний об'єкт; 2 – об'єкт з проміжною надійністю; 3 – об'єкт з найбільшою надійністю.

Іноді доцільно використовувати поняття ймовірності відмови об'єкта за час t: $Q(t) = F(t)$.

Статистичну оцінку ймовірності безвідмовної роботи за час t знаходять так:

$$\hat{R}(t) = 1 - \frac{r(t)}{n}, \tag{2.2}$$

де n – кількість спостережуваних однотипних об'єктів;

$r(t)$ – кількість об'єктів, що відмовили за час t.

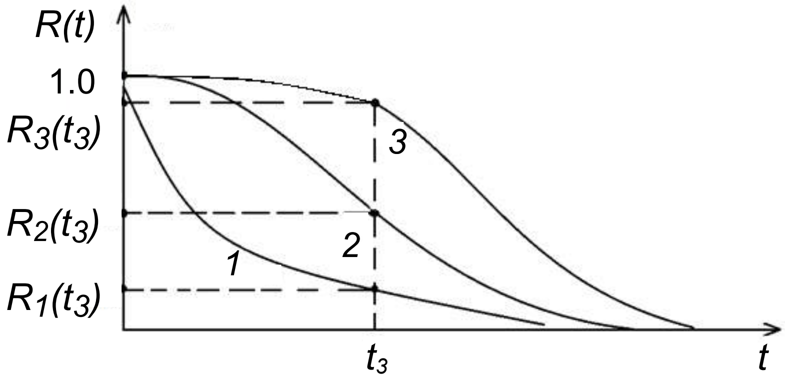


Рис. 2.1

Функція $R(t)$ дає змогу знайти ймовірність того, що об'єкт, який не відмовив до моменту t_1, не відмовить і до моменту $t_2 > t_1$ за виразом

$$R(t_1, t_2) = \frac{R(t_2)}{R(t_1)}. \tag{2.3}$$

Імовірність $R(t_1, t_2)$ можна трактувати як імовірність безвідмовної роботи в інтервалі (t_1, t_2), що є наступним за інтервалом безвідмовності $(0, t_1)$.

Співвідношення (2.3) дає змогу ввести до розгляду поняття залишкового часу життя ξ_t об'єкта до відмови після часу t його безвідмовності, що відповідає ймовірності

$$P\{\xi_t > x\} = \frac{R(t+x)}{R(t)}. \tag{2.4}$$

2.1.2. Середній наробок до відмови

Середній наробок до відмови є математичним сподіванням наробку до першої відмови ξ

$$M_\xi = T = \int_0^\infty t f(t) dt . \tag{2.5}$$

Можна довести, беручи інтеграл у формулі (2.5) частинами, що

$$T=\int\limits_0^{\infty}\left[1-F\left(t\right)\right]dt=\int\limits_0^{\infty}R\left(t\right)dt\,. \tag{2.6}$$

Вираз (2.6) дає змогу розраховувати величину T як площу під кривою $R(t)$, що може бути значно простіше, ніж брати інтеграл.

Статистичну оцінку середнього наробку знаходять за експериментально зафіксованими наробками до відмов t_i однотипних об'єктів:

$$\hat{T}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}t_i\,.$$

2.1.3. Гамма-відсотковий наробок до відмови

Гамма-відсотковий наробок до відмови є наробком до відмови T_γ, протягом якого відмова об'єкта не виникне з імовірністю γ, поданою у відсотках. Величина T_γ визначається із співвідношення

$$R\left(T_\gamma\right)=1-\int\limits_0^{T_\gamma}f(t)dt=\frac{\gamma}{100}\,. \tag{2.7}$$

Величину T_γ можна трактувати також як такий наробок, протягом якого із n однотипних об'єктів не відмовлять $n\dfrac{\gamma}{100}$ об'єктів.

2.1.4. Інтенсивність відмов

Розглянемо інтервал часу $(t,\ t+\Delta t)$ і знайдемо ймовірність $Q\left(\dfrac{\Delta t}{t}\right)$ відмови об'єкта в цьому інтервалі за умови, що до моменту t відмови не буде. За виразом (2.3)

$$Q\left(\frac{\Delta t}{t}\right)=1-\frac{R\left(t+\Delta t\right)}{R(t)}=\frac{R\left(t-R(t+\Delta t\right)}{R(t)}.$$

Знайдемо густину ймовірності відмови об'єкта в момент t, застосовуючи граничний перехід $\lim\limits_{t \to 0} \frac{Q\left(\frac{\Delta t}{t}\right)}{\Delta t}$:

$$\lambda(t) = -\frac{\dot{R}(t)}{R(t)} = \frac{f(t)}{R(t)}. \qquad (2.8)$$

Величину $\lambda(t)$ називають інтенсивністю відмов об'єкта в момент t, яка є умовною густиною імовірності виникнення відмови об'єкта в момент t за умови, що до цього моменту відмови не було.

Інтенсивність відмов має в задачах надійності велике значення. Тому розглянемо деякі її властивості детальніше

1. Функція $\lambda(t)$ не є щільністю розподілу випадкової величини і є ненормованою. Можна довести, що $\int\limits_0^\infty \lambda(t)dt = \infty$.

2. Величина $f(t)dt$ характеризує безумовну ймовірність відмови об'єктів в інтервалі $(t, t + dt)$, а $\lambda(t)dt$ – умовну ймовірність того, що об'єкт відмовить у цьому інтервалі за умови, що був роботоздатним у момент t.

3. Подамо (2.3) у вигляді

$$\lambda(t) = -\frac{d}{dt} \ln R(t).$$

Інтегруючи цей вираз у межах $(0, t)$ за умови $R(0) = 1$, одержимо

$$\int\limits_0^t \lambda(t)dt = -\ln R(t) \text{ або } R(t) = \exp\left\{-\int\limits_0^t \lambda(t)dt\right\}. \qquad (2.9)$$

Вираз (2.9) дає змогу стверджувати, що інтенсивність відмов є найбільш інформативною характеристикою безвідмовності невідновлюваного об'єкта, адже всі розглянуті вище показники визначаються через її інтегрування (усереднення), що пов'язано з утратою інформації.

4. Використовуючи вирази (2.3) і (2.1), можна довести, що

$$R(t_1, t_2) = exp\left\{ -\int_{t_1}^{t_2} \lambda(t)dt \right\}. \qquad (2.10)$$

5. Статистичну оцінку інтенсивності відмови на час t визначимо за формулою

$$\hat{\lambda}(t) = \frac{r(t, t+\Delta t)}{n(t)\Delta t}, \qquad (2.11)$$

де $r\ (t,\ t + \Delta t)$ – кількість об'єктів, що відмовили в інтервалі $(t,\ t + \Delta t)$, з n спостережуваних у початковий момент; $n(t) = n - r(t)$ – кількість об'єктів роботоздатних в момент t; $r(t)$ – кількість об'єктів, що відмовили за час t.

6. Спадна функція інтенсивності відмов (СФІ) є характерною для сукупності однотипних об'єктів, коли об'єкти, що відмовили, замінюються новими. Така ситуація є властивою для етапу припрацювання об'єктів, коли в початковий період експлуатації інтенсивно відмовляють потенційно ненадійні (дефектні) елементи, що потрапляють до складу об'єктів через виробничі недоліки. З часом СФІ стабілізуються. СФІ показано на рис. 2.2 (вид 1).

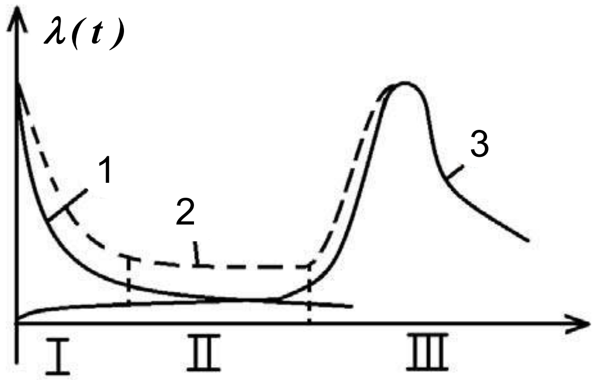


Рис. 2.2

7. Зростальна функція інтенсивності (ЗФІ) пов'язана з явищами зношення, деградації, що призводять до відповідних відмов. Їхня інтенсивність суттєво збільшується з часом (рис. 2.2, вид 2).

8. Сумарна інтенсивність відмов (рис 2.2, вид 3) являє собою типову криву, де виокремлюються три ділянки: I – припрацювання, II – нормальної експлуатації, III – інтенсивного зношення й старіння. Співвідношення між

цими ділянками, а також ступінь приблизної сталості функції $\lambda(t)$ на ділянці нормальної експлуатації залежить від виду об'єкта і зовнішніх факторів, що впливають на нього під час експлуатації.

9. Для деяких задач, зокрема для визначення певної середньої сталої інтенсивності відмов на II ділянці експлуатації, використовують середню інтенсивність відмов на заданому інтервалі часу (t_1, t_2):

$$\dot{\lambda}(t_1, t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \lambda(t)dt. \qquad (2.12)$$

У табл. 2.1 наведено англомовні аналоги розглянутих показників.

Таблиця 2.1

Показник	Англомовний аналог
Імовірність безвідмовної роботи	Reliability function, survival function
Середній наробок до відмови	Mean operating time to first failure MTFF
Гамма-відсотковий наробок до відмови	Gamma-percentile operating time to failure
Інтенсивність відмов	Instantaneous failure rate, failure rate
Середня інтенсивність відмов	Mean failure rate

2.2. Показники безвідмовності відновлюваних об'єктів

Для відновлюваних об'єктів послідовність моментів відмов і наступних відновлень називають потоками відмов і відновлень відповідно. Припустимо, що відновлення (ремонт або заміна) об'єкта, що відмовив, є повним, тобто відновлений об'єкт є новим. Тоді всі наробки до відмов ξ_K є незалежними і мають однаковий розподіл:

$$P\{ \xi_K < t\} = F(t).$$

Виокремимо деякий довільний інтервал часу від початку експлуатації $t = 0$ до деякого t. Позначимо через $r(t) = r_t$ дискретну раптову величину відмов, що виникали протягом інтервалу часу $(0, t)$. Позначимо через $F_n(t)$ імовірність того, що на інтервалі $(0, t)$ виникає хоча би n відмов. Тоді

$$F_n(t) = P\{r_t \geq n\} = P\{t_n < t\}, \qquad (2.13)$$

де t_n – сумарний наробок до n відмов.

Припустимо також, що об’єкт відновлюється майже миттєво, тобто знехтуємо часом відновлення порівняно з наробками між відмовами, оскільки має місце співвідношення $T >> T_в$.

Виходячи з цих припущень, визначимо характеристики потоку відмов (відновлень) і деякі з них візьмемо за показники безвідмовності відновлюваного об’єкта. Наведемо основні характеристики.

1. Імовірність виникнення на інтервалі $(0, t)$ точно n відмов

$$P\left\{r_t = n\right\} = F_n(t) - F_{n-1}(t), \qquad (2.14)$$

де $F_n(t)$ визначається рекурентно як n-кратна згортка функції $F(t)$,

$$F_n\left(t\right) = \int_0^t F_{n-1}\left(t\right) dF\left(\tau\right), \;\; F_1(t) = F(t).$$

2. Математичне сподівання кількості відмов (відновлень) об’єкта на інтервалі $(0, t)$, яке ще називають функцією відновлення об’єкта,

$$H\left(t\right) = M\left\{r_t\right\} = \sum_{n=0}^{\infty} n\, P\left\{r_t = n\right\} = \sum_{n=1}^{\infty} F_n(t). \qquad (2.15)$$

3. Показано, що при взятих припущеннях стосовно характеру потоків відмов (відновлень) функції $H(t)$ і $F(t)$ зв’язані інтегральним рівнянням

$$H(t) = F(t) + \int_0^t H(t-\tau)\, dF(t).$$

Це рівняння з урахуванням властивостей згортки функцій $H(t) * f(t) = \int_0^t H(t-\tau) f(\tau) d\tau$ приводить до розв’язку в перетвореннях Лапласа $H(s) = F(s) / \left[1 - sF(s)\right]$, за яким можна визначити оригінал $H(t) = L^{-1}\left\{H(s)\right\}$, де $L^{-1}\left\{H(s)\right\}$ означає обернене перетворення Лапласа, s – оператор Лапласа.

4. Середня кількість відмов (відновлень) в інтервалі t_1, t_2

$$M\left\{\mathrm{r}(t_1,t_2)=\overline{\mathrm{r}}(t_1,t_2)\right\}=H(t_2)-H(t_1). \tag{2.16}$$

5. Середній наробок між відмовами на будь-який момент часу (сумарний наробок) є відношенням сумарного наробку відновлюваного об'єкта до математичного сподівання кількості його відмов протягом цього наробку:

$$T_0(t)=\frac{\Delta t}{H\left(t+\frac{\Delta t}{2}\right)-H\left(t-\frac{\Delta t}{2}\right)}. \tag{2.17}$$

6. Параметр потоку відмов (відновлень) визначається як відношення математичного сподівання кількості відмов (відновлень) відновлюваного об'єкта за досить малий його наробок до значення цього наробку:

$$\omega(t)=\frac{H\left(t+\frac{\Delta t}{2}\right)-H(t)}{\Delta t}.$$

При граничному переході й при $\Delta t\to 0$

$$\omega(t)=H'(t)\ \text{або}\ \omega(t)=\frac{1}{T_0(t)}. \tag{2.18}$$

Параметр потоку відмов $\omega(t)$ має подвійний смисл.

З одного боку, середня кількість відмов (відновлень) на малому інтервалі часу $(t,\ t+\Delta t)$ буде $\omega(t)\Delta t$, тобто $\omega(t)$ є середньою кількістю відмов (відновлень) за невелику одиницю часу за моментом t. З іншого боку, можна довести, що ймовірність відмови (відновлення) на цьому ж інтервалі теж дорівнює $\omega(t)\Delta t$ і тому $\omega(t)$ є ймовірністю відмови (відновлення) за невелику одиницю часу.

Можна довести, що при $t\to\infty$ параметр потоку відмов має асимптотичне значення:

$$\lim_{t\to\infty}\omega(t)=\frac{1}{T+Tв}.$$

Згідно з ДСТУ 2960–94 за показники надійності відновлюваного об'єкта беруть середній наробок на відмову (між відмовами) $T_o(t)$ і параметр потоку відмов $\omega(t)$.

Крім того, можна використовувати середній параметр потоку відмов на заданому інтервалі (t_1, t_2)

$$\overline{\omega}\left(t_1, t_2\right) = \frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2}\omega\left(t\right)dt, \tag{2.19}$$

а також імовірність безвідмовної роботи об'єкта в інтервалі $(t, t+\tau)$, коли t збігається з моментом початку функціонування після чергового відновлення,

$$R\left(t,\tau\right) = \frac{R(t+\tau)}{R(t)}. \tag{2.20}$$

У табл. 2.2 наведено англомовні аналоги назв розглянутих показників

Таблиця 2.2

Показник	Англомовний аналог
Середній наробок між відмовами (на відмову)	Mean time between failures (MTBF)
Параметр потоку відмов	Instantaneous failure intensity failure intensity
Середній параметр потоку відмов	Mean failure intensity

2.3. Показники довговічності

Вихідними моделями для визначення показників довговічності технічних засобів є функції розподілу або щільності розподілу випадкових ресурсу і терміну служби $F_p(t)$, $f_p(t)$, $F_c(t)$, $f_c(t)$.

За ДСТУ 2860–94 регламентують такі показники:

– середній ресурс (термін служби) $T_{p(c)}$;

– гамма-відсотковий ресурс (термін служби) $F_{p(c)\gamma}$ – сумарний наробок (календарна тривалість експлуатації), протягом якого об'єкт не досягне граничного стану з імовірністю γ, наведеною у відсотках.

Загальні співвідношення для визначення цих показників мають такий вигляд:

$$T_{p(c)} = \int_0^\infty t f_{p(c)}(t)\,dt = \int_0^\infty \bar{F}_{p(c)}(t)\,dt, \qquad (2.21)$$

$$\bar{F}_{p(c)}\left(T_{p(c)\gamma}\right) = 1 - F_{p(c)}\left(T_{p(c)\gamma}\right) = \frac{\gamma}{100}, \qquad (2.22)$$

$$\int_0^{T_{p(c)}} f_{p(c)}(t)\,dt = 1 - \frac{\gamma}{100}.$$

Для невідновлюваних об'єктів показники довговічності збігаються з відповідними показниками безвідмовності.

У табл. 2.3 наведено англомовні аналоги понять, розглянутих вище.

Таблиця 2.3

Показник	Англомовний аналог
Середній ресурс	Mean life, mean useful life
Гамма-відсотковий ресурс	Gamma-percentile life
Середній термін служби	Mean life time
Гамма-відсотковий термін служби	Gamma percentile life time

2.4. Показники збережності

Вихідною моделлю для визначення показників збережності є функція розподілу $F_{зб}(t)$ або густина ймовірності $f_{зб}(t)$ випадкової тривалості безвідмовного зберігання.

За ДСТУ 2860–94 встановлюють такі показники збережності:

– середній термін збережності – математичне сподівання терміну збережності $T_{зб}$;

– гамма-відсотковий термін збережності – термін безвідмовної збережності $T_{зб_\gamma}$, протягом якого відмова об'єкта не виникає з імовірністю γ, наведеною у відсотках.

Ці показники визначають за такими співвідношеннями:

$$T_{зб} = \int_0^{\infty} t\, f_{зб}\left(t\right) dt = \int_0^{\infty} \overline{F}_{зб}\left(t\right) dt; \qquad (2.23)$$

$$\overline{F}_{зб}\left(T_{зб_{\gamma}}\right) = 1 - F_{зб}\left(T_{зб_{\gamma}}\right) = \frac{\gamma}{100}; \qquad (2.24)$$

$$\int_0^{Tзб_{\gamma}} f_{зб}(t)dt = 1 - \frac{\gamma}{100}.$$

У табл. 2.4 наведено англомовні аналоги цих показників.

Таблиця 2.4

Показник	Англомовний аналог
Середній термін збережності	Mean storage time
Гамма-відсотковий термін збережності	Gamma-percentile storage time

2.5. Показники ремонтопридатності

Вихідною моделлю для визначення показників ремонтопридатності є функція розподілу $F_B(t)$ або густина ймовірності $f_B(t)$ випадкового часу відновлення.

За ДСТУ 2860–94 встановлюють такі показники ремонтопридатності:

– імовірність відновлення об'єкта за заданий час

$$P_B(t_з) = P\left\{t_B \le t_з\right\} = F_B(t_з) = \int_0^{t_з} f_B(t)dt; \qquad (2.25)$$

– середній час відновлення – математичне сподівання часу відновлення роботоздатності стану об'єкта після відмови

$$T_B = \int_0^{\infty} t\, f_B\left(t\right) dt; \qquad (2.26)$$

– гамма-відсотковий час відновлення – час відновлення, протягом якого роботоздатність об’єкта буде відновлено з імовірністю γ , наведеною у відсотках:

$$F_B(T_{B_\gamma}) = \frac{\lambda}{100} \text{ або } \int_0^{T_{B_\gamma}} f_B(t)\,dt = \frac{\gamma}{100}; \qquad (2.27)$$

– інтенсивність відновлення $\mu(t)$ – умовна густина ймовірності відновлення роботоздатності об’єкта в момент t, за умови, що до цього моменту відновлення не було завершено,

$$\mu(t) = \frac{f_B(t)}{1 - F_B(t)} = \frac{\dot{F}_B(t)}{1 - F_B(t)}. \qquad (2.28)$$

Розв’язання диференційного рівняння (2.28) при нульових початкових умовах $F_B(0) = 0$ зводиться до співвідношення

$$P_B(t) = 1 - e^{-\int_0^t \mu(t)\,dt}; \qquad (2.29)$$

– середня інтенсивність відновлення – середнє значення інтенсивності відновлення на заданому інтервалі часу

$$\bar{\mu}(t_1, t_2) = \frac{t}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \mu(t)\,dt. \qquad (2.30)$$

У табл. 2.5 наведено англомовні аналоги цих показників.

Таблиця 2.5

Показник	Англомовний аналог
Імовірність відновлення	Probability of restoration Maintainability function
Середній час відновлення	Mean restoration time MTTR
Гамма-відсотковий час відновлення	Gamma-percentile restoration time
Інтенсивність відновлення	Instantaneous repair time
Середня інтенсивність відмов	Mean repair rate

2.6. Комплексні показники надійності

2.6.1. Показники готовності об'єкта

Показники готовності об'єкта відображають здатність відновлюваного об'єкта перебувати в роботоздатному стані в будь-який момент часу.

Коефіцієнт готовності $K_Г(t)$ є ймовірністю того, що об'єкт буде перебувати в роботоздатному стані в довільний момент часу, окрім запланованих періодів, при яких застосування об'єкта за призначенням не передбачається.

Є дві можливості виконання описаної вище події:

А – до моменту t в об'єкті не виникає відмови;

В – до моменту t в об'єкті виникає відмова, у момент $\tau < t$ об'єкт відновлюється, а в інтервалі $(\tau,\ t)$ нової відмови не виникає.

На основі властивостей безвідмовності об'єкта і його потоку відмов (відновлень) можемо одержати такі формули:

$$P(A) = R(t);$$

$$P(B) = \int_0^t R(t-\tau)\omega(\tau)d\tau.$$

Виходячи із супротивності подій A і B, можна записати:

$$K_Г(t) = P(A) + P(B) = R(t) + \int_0^t R(t-\tau)\omega(\tau)d\tau. \qquad (2.31)$$

Застосуємо перетворення Лапласа до лівої і правої частин (2.31) і, використовуючи властивість згортки функцій $R(t)$ і $\omega(t)$**,** отримаємо

$$K_Г(p) = R(p)\left[1+\omega(s)\right],$$

де $K_Г(s), R(s), \omega(s)$ – зображення за Лапласом відповідних функцій.

З останнього виразу маємо

$$K_Г(t) = L^{-1}\left\{K_Г(s)\right\}. \qquad (2.32)$$

Співвідношення (2.32) можна використовувати для будування функції $K_Г(t)$ через перетворення Лапласа. Початкове значення $K_Г(0) = 1$, а кінцеве при $t \to \infty$

$$K_Г(\infty) = K_Г = \frac{T}{T + T_В}. \tag{2.33}$$

Значення $K_Г$ є стаціонарним коефіцієнтом готовності, який також можна використовувати як комплексний показник надійності, зокрема, при швидкому згасанні функції $K_Г(t)$.

Функцію $K_Г(t)$ можна обчислити також за приблизною формулою

$$K_Г(t) \cong \frac{T_o(t)}{T_o(t) + T_В(t)}, \tag{2.34}$$

причому $T_В(t) \cong T_В$.

Іноді можна використовувати середній коефіцієнт готовності $\overline{K}_Г(t_1, t_2)$ – середнє значення нестаціонарного коефіцієнта готовності на заданому інтервалі часу (t_1, t_2):

$$\overline{K_Г}(t_1, t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2} K_Г(t)dt. \tag{2.35}$$

2.6.2. Коефіцієнт оперативної готовності

Коефіцієнт оперативної готовності – це ймовірність того, що за винятком запланованих періодів часу, протягом яких використання за призначенням не передбачається, об’єкт в довільний момент часу набуде роботоздатного стану, а надалі буде виконувати потрібну функцію протягом заданого інтервалу часу.

Аналогічно коефіцієнту готовності можна довести, що коефіцієнт оперативної готовності

$$K_{ОГ}(t, z) = R(t + z) + \int_0^t R(t + z - \tau)\omega(\tau)d\tau, \tag{2.36}$$

а його стаціонарне значення при $t = \infty$

$$K_{ОГ}(z) = \frac{\int_0^\infty R(t + z)dt}{T + T_В} = \frac{T - \int_0^z R(t)dt}{T + T_В}, \tag{2.37}$$

де z – заданий час безвідмовної роботи.

Для будування залежності (2.35) можна використовувати також перетворення Лапласа:

$$K_{ОГ}\left(t,z\right) = L^{-1}\left\{e^{sz}R(s)\left[1+\omega(s)\right]\right\}. \qquad (2.37)$$

Із співвідношення (2.36) випливає, що стаціонарне значення $K_{ОГ}(z)$ зменшується порівняно з $K_{ОГ}$ на величину $\int_0^z R(t)d\tau \,/\, (T+T_B)$.

2.6.3. Коефіцієнт технічного використання

Коефіцієнт технічного використання $K_{ТВ}(t)$ – це відношення математичного сподівання сумарного часу перебування об'єкта в роботоздатному стані за деякий період експлуатації до математичного сподівання сумарного часу перебування об'єкта в роботоздатному стані й у простоях, обумовлених плановими технічними обслуговуваннями й ремонтами.

Можна довести, що коефіцієнт $K_{ТВ}(t)$ на довільний момент часу можна бути визначити за формулою

$$K_{ТВ}\left(t\right) = K_{Г}\left(t\right)\frac{t_{д}}{t_{ном}}, \qquad (2.39)$$

де $t_{ном}$ – номінальний фонд часу, при якому об'єкт можна використовувати за призначенням;

$t_{д}$ – дійсний фонд часу, що дорівнює номінальному за винятком простоїв, пов'язаних з проведенням планових технічних обслуговувань і ремонтів,

$$t_{Д} = t_{ном} - m\,T_{ТО} - l\,T_{ПР}. \qquad (2.40)$$

Тут m і l – кількість планових технічних обслуговувань і ремонтів із середнім часом $T_{ТО}$ і $T_{ПР}$ за час $t_{ном}$.

Таким чином, за коефіцієнтом технічного використання визначають ступінь впливу планових заходів на готовність об'єкта.

2.6.4. Коефіцієнт збереження ефективності

Коефіцієнт збереження ефективності – це відношення значення показника ефективності використання об'єкта за призначенням за певний термін експлуатації до номінального значення цього показника, обчисленого за умови, що відмови об'єкта протягом цього терміну не виникають.

Для оцінювання ефективності технічних засобів уводять показник технічної ефективності $E(R)$, що залежить від показника надійності R. Нехай величину R необхідно збільшити до ідеальної величини R_o, тоді графік залежності $E(R)$ якісно можна подати так, як зображено на рис. 2.3, де E_0 – технічна ефективність об'єкта при ідеальній надійності.

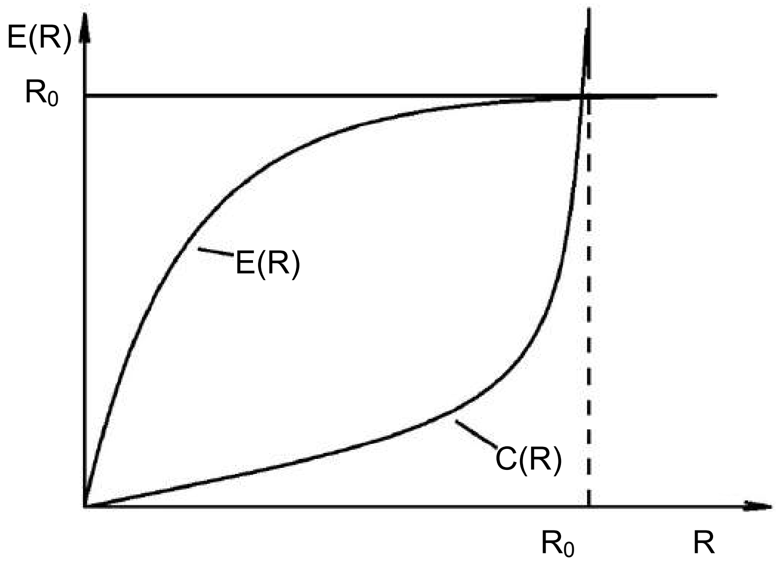


Рис. 2.3

Якщо застосовується економічна ефективність у вигляді витрат C на створення об'єкта з надійністю R, то залежність буде мати вигляд $C(R)$. Можна використовувати також техніко-економічну ефективність у вигляді відношення $W(R) = E(R)/C(R)$. Тоді коефіцієнт збереження ефективності

$$K_{ЗЕ} = \frac{E(R)}{E_o}, K_{ЗЕ} = \frac{C(R)}{C(R_o)}, K_{ЗЕ} = \frac{W(R)}{W(R_o)}. \tag{2.41}$$

У табл. 2.6 наведено англомовні аналоги розглянутих комплексних показників надійності.

Таблиця 2.6

Показник	Англомовний аналог
Коефіцієнт готовності	Instantaneous availability
Стаціонарний коефіцієнт готовності	Steady state availability
Середній коефіцієнт готовності	Mean availability
Коефіцієнт оперативної готовності	Operational availability function
Коефіцієнт технічного використання	Steady state availability factor
Коефіцієнт збереження ефективності	Efficiency ratio

Задачі для самостійного розв’язання

1. Довільно побудуйте графік імовірності безвідмовної роботи, що зменшується лінійно, і визначіть за нею:

а) імовірність безвідмовної роботи за заданий час $t_з$;

б) гамма-відсотковий наробок до відмови за заданою величиною γ;

в) інтенсивність відмов на заданий момент t_1;

г) імовірність безвідмовної роботи в інтервалі (t_1, t_2);

д) середній наробок до відмови.

2. За інтенсивністю відмов $\lambda(t) = a + bt$ знайдіть характеристики з попередньої задачі.

3. Для експоненційного закону надійності $R(t) = e^{-\lambda t}$ знайдіть характеристики із задачі 1.

4. Для експоненційного закону надійності знайдіть:

а) параметр потоку відмов;

б) функцію відновлення;

в) середню кількість відмов в інтервалі (t_1, t_2);

г) середній наробок до відмови.

5. При експоненційному розподілі часу відновлення знайдіть:

а) імовірність відновлення за заданий час $t_з$;

б) гамма-відсотковий час відновлення за заданою величиною γ .

6. Знайдіть вираз для коефіцієнта готовності при експоненційному законі надійності об’єкта.

7. Доведіть, що при експоненційному законі надійності стаціонарне значення коефіцієнта оперативної готовності $K_{ОГ}\left(z\right) = K_Г e^{-\lambda z}$.

8. Сформулюйте дані для розрахунку коефіцієнта технічного використання гіпотетичного об’єкта і розрахуйте значення коефіцієнта.

Контрольні запитання

1. Назвіть вихідні математичні моделі для визначення показників безвідмовності, ремонтопридатності, довговічності, збережності.
2. Наведіть вираз для функції розподілу залишкового часу життя об'єкта.
3. Як можна спрощено визначити середній наробок до відмови за графіком функції безвідмовності?
4. Як можна спрощено визначити ймовірність безвідмовної роботи за заданий час за графіком інтенсивності відмов?
5. Дайте означення інтенсивності відмов об'єкта.
6. Обґрунтуйте можливість сталості ділянки II інтенсивності відмов об'єкта.
7. Що таке функція відновлення об'єкта?
8. Поясніть подвійний зміст параметра потоку відмов.
9. Сформулюйте умову відновлення об'єкта за заданий час.
10. Доведіть, що дві умови перебування відновлюваного об'єкта в роботоздатному стані є суперечливими.
11. Чому проведення планових відновлюваних заходів зменшує коефіцієнт готовності?
12. Сформулюйте означення коефіцієнтів готовності, оперативної готовності, збереження ефективності, технічного використання.

3. ІМОВІРНІСНІ МОДЕЛІ ВІДМОВ ТЕХНІЧНИХ ЗАСОБІВ

3.1. Загальна характеристика моделей відмов

У розд.1 розглянуто поняття стану об'єкта (справний, несправний роботоздатний, нероботоздатний, граничний, критичний) і подій, які з ним можуть відбуватися (пошкодження, відмови, відновлення).

Під час експлуатації або випробувань об'єкта події відбуваються випадковим чином і інтервали часу до настання події (між подіями) являють собою випадкові тривалості перебування об'єкта у певних станах, статистичне розсіювання яких обумовлюється неоднорідністю структури матеріалів об'єкта, випадковою різницею структури, хімічного складу та інших властивостей, випадковим навантаженням об'єкта під час експлуатації або випробувань.

Розрізняють такі випадкові тривалості: наробок до відмови, наробок між відмовами, наробок до критичної відмови, ресурс, термін служби, термін збережуваності, час відновлення. Усі випадкові тривалості є неперервними й вимірюються в одиницях часу або в одиницях, пропорційних часу (кількість робочих циклів, запусків, увімкнень, обертів тощо).

Вичерпною характеристикою будь-якої випадкової величини, у тому числі заданих випадкових тривалостей, є ймовірнісний розподіл цієї величини, або функція розподілу. Незалежно від складності (елемент, система, складна система з резервуванням) об'єкт має певну функцію розподілу наробку $F(t)$, яка береться за модель відмов. Усі проблеми оцінювання показників надійності об'єкта зводяться до оцінювання параметрів цього розподілу.

Модель відмов (функція розподілу) $F(t)$ і модель надійності (імовірність безвідмовної роботи) $R(t)$ зв'язані співвідношенням $F(t) + R(t) = 1$.

При будуванні моделі надійності передбачається визначення аналітичного виразу для ймовірності безвідмовної роботи об'єкта $R(t)$. У цьому разі за моделлю надійності системи встановлюють залежність імовірності безвідмовної роботи системи від показників надійності (імовірності безвідмовної роботи або інших показників надійності) елементів з урахуванням структури (виду структурної схеми надійності) системи. Зі свого боку, за моделлю надійності елементів, наприклад, зношуваних механічних об'єктів, установлюють залежність безвідмовної роботи елемента від параметрів процесу зношення; механічних елементів, які руйнуються під дією статичних або циклічних навантажень, – від напруження, міцності тощо.

Таким чином, існують дві можливості встановлення моделі надійності об'єкта: на базі розгляду його як системи елементів і як окремого елемента. Зрозуміло, що друга концепція є базою для першої.

Установлення аналітичного виразу функції розподілу $F(t)$ дає змогу визначити необхідні показники надійності, розглянуті раніше (середні й гамма-відсоткові, імовірність безвідмовної роботи тощо). Вибір тієї чи іншої моделі відмов обумовлює певну точність одержуваних кількісних показників надійності. Методичні похибки оцінок показників надійності, властиві деяким моделям, можуть мати дуже велике значення.

Вибір моделі відмов, тобто визначення аналітичного виразу функції розподілу, проводять на основі аналізу:

– статистичних даних наробків до відмови (ресурсу або збережуваності);

– фізичних процесів деградації, які спричиняють відмову (граничний стан).

Перший підхід установлення закономірностей виникнення відмов полягає в застосуванні деяких розподілів випадкових величин, які є відомими з теорії ймовірностей як моделі відмов. У цьому разі відмови розглядають як абстрактні випадкові події, а моделі називають *імовірнісними* (статистичними).

Другий підхід здійснюється на основі аналізу статистичних закономірностей перебігу фізичних процесів, які спричиняють відмови. У цьому випадку параметри розподілу мають конкретну фізичну інтерпретацію, а моделі відмов називають *імовірнісно-фізичними.*

Моделі відмов мають відповідати певним вимогам, що встановлюються за стандартом ДСТУ 3433–96. Коротко ці вимоги наведено в дод. 1.

У цьому розділі розглядаються суто імовірнісні моделі відмов об’єкта як умовно неподільного, тобто як елемента.

3.2. Суто ймовірнісні моделі відмов елемента

При статистичному підході до вибору моделі відмов припускається наявність достатньої статистики відмов досліджуваного типу об’єктів. Установлення виду розподілу відмов з позицій суто ймовірнісних концепцій зводиться до вибору одного із законів розподілу випадкових величин, розроблених у теорії ймовірностей, найпридатнішого в кожному конкретному випадку згідно із статистичними критеріями.

У ДСТУ 3433–96 рекомендовано для використання обмежений перелік законів розподілу.

3.2.1. Експоненційний розподіл

Експоненційний розподіл, який являє собою однопараметричну функцію, широко використовується в теорії надійності завдяки простоті моделі. Однак необхідно критично ставитися до використання цієї моделі, оскільки через однопараметричність моделі на неї накладаються деякі суттєві обмеження, що робить її надто приблизною.

Основні характеристики експоненційного розподілу наведено в табл. 3.1.

Таблиця 3.1

Характеристика експоненційного закону	Розрахункова формула
Густина ймовірності	$f(t) = \lambda\, exp(-\lambda t)$
Модель відмов (функція розподілу)	$F(t) = 1 - exp(-\lambda t)$
Модель надійності (імовірність безвідмовної роботи)	$R(t) = exp(-\lambda t)$
Математичне сподівання	$M_t = T = \frac{1}{\lambda}$
Дисперсія	$D_t = \frac{1}{\lambda^2}$
Коефіцієнт варіації	$V_t = 1$

Основні властивості експоненційного розподілу:

– постійна інтенсивність відмов $\lambda(t)=\lambda$, яка є також параметром розподілу;

– імовірність відмови об’єкта не залежить від кількості відпрацьованого часу до моменту часу, який розглядається, тобто при експоненційному розподілі абсолютно не враховуються старіння й зношення;

– експоненційний розподіл має максимальну густину ймовірностей у момент вмикання, тобто відповідає низьким технології і якості виготовлення й складання, при цьому вилучається технологічне налагодження й доведення;

– усі моменти цього розподілу є фіксованими, починаючи з другого (коефіцієнт варіації для всіх випадків дорівнює одиниці, коефіцієнт асиметрії – двом, коефіцієнт ексцесу – дев’яти); унаслідок цього цей розподіл є непридатним для апроксимації розподілів з довільними значеннями наведених параметрів;

– постійність інтенсивності відмов дає змогу описувати зміни станів елемента із застосуваннями теорії дискретних марковських процесів;

Оцінку параметра розподілу знаходять за результатами експериментальних спостережень t_i наробків до відмови за формулою

$$\hat{\lambda}=\frac{N}{\sum_{i=1}^{N}t_i},$$

де N – обсяг вибірки даних спостережень.

3.2.2. Логарифмічно-нормальний розподіл

Логарифмічно-нормальний розподіл має хороші спроможності вирівнювання дуже розсіяних статистичних даних. Велика розтягнутість і асиметричність розподілу даних утомної довговічності й стали основою для використання цього розподілу як теоретичної моделі відмов у разі втоми.

Основні характеристики логарифмічного розподілу наведено в табл. 3.2.

Таблиця 3.2

Характеристика логарифмічно-нормального розподілу	Розрахункова формула
Густина ймовірності	$f(t)=\frac{1}{t\sigma\sqrt{2\pi}}exp\left[-\frac{(\ln t-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$
Модель відмов (функція розподілу)	$F(t)=F_0\left(\frac{\ln t-\mu}{\sigma}\right)$

Закінчення табл. 3.2

Характеристика логарифмічно-нормального розподілу	Розрахункова формула
Модель надійності (імовірність безвідмовної роботи)	$R(t)=F_0\left(\frac{\mu-\ln t}{\sigma}\right)$
Математичне сподівання	$M_t=T=exp\left(\mu+\frac{\sigma^2}{2}\right)$
Дисперсія	$D_t=\left[exp(\sigma^2)-1\right]exp(2\mu+\sigma^2)$
Коефіцієнт варіації	$V_t=\left[exp\,\sigma^2-1\right]^{\frac{1}{2}}$

У цій таблиці й надалі використовується функція розподілу стандартного нормального розподілу:

$$F_0(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x}e^{\frac{-t^2}{2}}dt.$$

Основні властивості логарифмічно-нормального розподілу є такими:

– є одна мода при $t=exp(\mu-\sigma^2)$ і додатна асиметрія;

– його інтенсивність відмов має немонотонний характер зі зменшуванням наприкінці розподілу;

Статистичні оцінки параметрів розподілу знаходять за формулами

$$\hat{\mu}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}t_i,$$

$$\hat{\sigma}=\left[\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(\ln t_i-\hat{\mu})^2\right]^{-\frac{1}{2}}.$$

3.2.3. Розподіл Вейбулла

Розподіл Вейбулла є досить гнучкою функцією, що добре вирівнює різноманітну статистику відмов, і може бути моделлю відмов, в основному, механічних об'єктів.

Основні характеристики розподілу наведено в табл. 3.3, де $\Gamma(\cdot)$ – гамма-функція, $\Gamma(n) = (n - 1)!$ – для цілих n, $\Gamma(n) = \int_0^\infty e^{-x} x^{n-1} dx$ – для нецілих n.

Таблиця 3.3

Характеристика розподілу Вейбулла	Розрахункова формула
Густина ймовірності	$f(t) = \frac{b}{a}\left(\frac{t}{a}\right)^{b-1} exp\left[-\left(\frac{t}{a}\right)^{b}\right]$
Модель відмов (функція розподілу)	$F(t) = 1 - exp\left[-\left(\frac{t}{a}\right)^{b}\right]$
Модель надійності (імовірність безвідмовної роботи)	$R(t) = exp\left[-\left(\frac{t}{a}\right)^{b}\right]$
Математичне сподівання	$M_t = T = a\Gamma\left(1 + \frac{1}{b}\right)$
Дисперсія	$D_t = a^2\left\{\Gamma\left(1 + \frac{2}{b}\right) - \left[\Gamma\left(1 + \frac{1}{b}\right)\right]^2\right\}$
Коефіцієнт варіації	$V_t = \left\{\frac{\Gamma\left(1 + \frac{2}{b}\right)}{\left[\Gamma\left(1 + \frac{1}{b}\right)\right]^2}\right\}^{\frac{1}{2}}$

Основні властивості цього розподілу є такими:

– є тільки одна мода, коли $t = a\left(1 - \frac{1}{b}\right)^{\frac{1}{b}}$ для всіх $b > 1$;

– перехід в експоненційний розподіл при $b = 1$;

– при $b < 3,5$ має додатну асиметрію, а при $b > 3,5$ – розподіл зміщується вздовж осі t і набуває від'ємної асиметрії;

– різноманітність форм кривих інтенсивностей відмов: при $b > 1$ інтенсивність відмов монотонно збільшується; при $b = 1$ – є константою, а при $b < 1$ монотонно зменшується;

Оцінки параметрів розподілу отримують шляхом розв'язання рівнянь

$$N\hat{a}^{\hat{b}} - \sum_{i=1}^{N} t_i^{\hat{b}} = 0,$$

$$\left(\frac{N}{\hat{b}} + \sum_{i=1}^{N} \ln t_i \right) \sum_{i=1}^{N} t_i^{\hat{b}} - N \sum_{i=1}^{N} t_i^{\hat{b}} \ln t_i = 0.$$

3.2.4. Нормальний розподіл

Нормальний розподіл широко застосовується в інженерній практиці для опису випадкових помилок вимірювання параметрів, а також різноманітних фізико-технічних характеристик.

Використовувати нормальний розподіл як модель відмов не рекомендується з таких причин:

1) наявність від'ємних значень наробку;

2) симетричність розподілу, тоді як реальні розподіли наробку до відмови є асиметричними.

Допускається застосування нормального розподілу для апроксимації розподілів наробку до відмови, якщо їх коефіцієнт варіації не перевищує 0,25, але реальні коефіцієнти варіації наробків завжди більше 0,25. Тому нормальний розподіл використовують для апроксимації розподілів границь міцності, текучості й витривалості з малими коефіцієнтами варіації (від 0,05 до 0,2) та в інших аналогічних ситуаціях.

Базові характеристики розподілу наведено в табл. 3.4.

Основними властивостями цього розподілу є такі:

– наявність однієї моди, коли $t = T$;

– симетричність;

– інтенсивність відмов, що монотонно зростає.

Оцінки параметрів розподілу знаходять за формулами

$$\hat{T} = \frac{1}{N} \sum t_i,$$

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{N - 1}\sum_{i=1}^{N}(t_i - \hat{T})^2 .$$

Таблиця 3.4

Характеристика логарифмічно-нормального розподілу	Розрахункова формула
Густина ймовірності	$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} exp\left\{-\frac{(t-T)^2}{2\sigma^2}\right\}$
Модель відмов (функція розподілу)	$F(t) = F_0\left(\frac{t-T}{\sigma}\right)$
Модель надійності (імовірність безвідмовної роботи)	$R(t) = F_0\left(\frac{T-t}{\sigma}\right)$
Математичне сподівання	$M_t = T$
Дисперсія	$D_t = \sigma^2$
Коефіцієнт варіації	$V_t = \frac{t}{T}$

Якщо лівим від'ємним «хвостом» розподілу знехтувати неможливо, то можна використовувати усічений нормальний розподіл з густиною імовірності

$$f(t) = \frac{C}{\varphi\sqrt{2\pi}} exp\left\{-\frac{(t-T)^2}{2\sigma^2}\right\}, t \geq 0,$$

де $C = \left[\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_0^{\infty} exp\left\{-\frac{(t-T)^2}{2\sigma^2}\right\}dt\right]^{-1}$, яка при зменшенні коефіцієнта варіації V_t наближається до вихідної щільності розподілу.

3.3. Інші розподіли

У теорії імовірностей відомо декілька десятків двопараметричних функцій розподілу, які здатні досить добре описувати експериментальні дані відмов. Однак не менш важливими є інші вимоги (фізичність, можливість виконання розрахунку надійності тощо), які й звужують коло функцій розподілу для використання їх як моделі відмов.

Як показала практика, найефективнішими і тому більш поширеними моделями відмов виявилися експоненційний, логарифмічно-нормальний розподіли і розподіл Вейбулла.

Окрім цього, для задач вирівнювання статистичних даних відмов можуть застосовуватися дифузійні розподіли (DM – дифузійний монотонний, DN – дифузійний немонотонний) та α-розподіл. Ці розподіли більш переконливо обґрунтовуються з позицій фізичних процесів виникнення відмов, які буде розглянуто в наступному підрозділі.

3.3.1. α-розподіл

Основні характеристики α-розподілу наведено в табл. 3.5.

Таблиця 3.5

Характеристика α-розподілу	Розрахункова формула
Густина ймовірності	$f(t)=\dfrac{\beta}{t^2\sqrt{2\pi}}\left[\dfrac{(\alpha t-\beta)^2}{2t^2}\right]$
Модель відмов (функція розподілу)	$F(t)=F_0\left(\dfrac{\alpha t-\beta}{t}\right)$
Модель надійності (імовірність безвідмовної роботи)	$R(t)=F_0\left(\dfrac{\beta-\alpha t}{t}\right)$
Математичне сподівання	$M_t=T=\dfrac{\beta}{\alpha}\left(1+\dfrac{8}{\alpha^2}\right)$
Дисперсія	$D_t=\dfrac{\beta^2}{\alpha}\left(1+\dfrac{8}{\alpha^2}\right)$
Коефіцієнт варіації	$V_t=\left(\alpha^2+8\right)^{\frac{1}{2}}\left(\alpha^2+1\right)^{-1}$

Примітка. Вирази T, D_t, V_t є приблизними .

Основними властивостями розподілу є такі:

– позитивна асиметрія, помітно збільшена порівняно з іншими розподілами;

– медіана при $t = \dfrac{\beta}{\alpha}$;

– інтенсивність відмов розподілу має немонотонний характер і при $t \to \infty$ наближається до нуля;

– параметри α-розподілу мають фізичну інтерпретацію, їх можна оцінити на основі як статистики відмов, так і аналізу фізичних процесів, що спричиняють відмови;

– відсутність точних аналітичних виразів для параметрів T, D_t, V_t ускладнює використання цієї моделі на практиці.

Максимально правдоподібні оцінки параметрів розподілу розраховуються за формулами

$$\hat{\alpha} = \left[\frac{\left(N \sum_{i=1}^{N} t_i^{-2}\right)}{\left(\sum_{i=1} t_i^{-1}\right)} - 1 \right]^{-\frac{1}{2}},$$

$$\hat{\beta} = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} t_i^{-2} - \frac{1}{N^2} \left(\sum_{i=1}^{N} t_i^{-1} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}.$$

3.3.2. DM-розподіл

Основні характеристики розподілу наведено в табл. 3.6.

Таблиця 3.6

Характеристика DM-розподілу	Розрахункова формула
Густина ймовірності	$f(t) = \dfrac{(t+\mu)}{2\vartheta t\sqrt{2\pi\mu t}} exp\left\{ -\dfrac{(t-\mu)^2}{2\vartheta^2 \mu t} \right\}$
Модель відмов (функція розподілу)	$F(t) = F_0\left(\dfrac{(t-\mu)}{\vartheta\sqrt{\mu t}} \right) = DM(t;\mu;\vartheta)$

Закінчення табл. 3.6

Характеристика DM-розподілу	Розрахункова формула
Модель надійності (імовірність безвідмовної роботи)	$R(t)=F_0\left(\frac{\mu-t}{\vartheta\sqrt{\mu t}}\right)$
Математичне сподівання	$M_t=T=\mu\left(1+\frac{\vartheta^2}{2}\right)$
Дисперсія	$D_t=\mu^2\vartheta^2\left(1+5\frac{\vartheta^2}{2}\right)$
Коефіцієнт варіації	$V_t=\frac{\vartheta\left(4+5\vartheta^2\right)^{\frac{1}{2}}}{2+\vartheta^2}$

Основними властивостями цього розподілу є такі:

– додатна асиметрія (незважаючи на помітно асиметричний вид (при значеннях параметра форми або коефіцієнта варіації розподілу понад 0,3), DM-розподіл асимптотично (при $\vartheta^2\to 0$) збігається до нормального розподілу, що свідчить про універсальність характеру цього розподілу);

– є медіана при $t=\mu$;

– немонотонний характер інтенсивності відмов, що в асимптотиці (при $t\to\infty$) наближається до константи $\left(2\vartheta^2\mu\right)^{-1}$;

– випадкова величина, обернена до DM-розподіленої величини $x=\frac{1}{t}$, також описується DM-розподілом виду DM(x; $\frac{1}{\mu}$; ϑ).

– параметри DM-розподілу можна оцінити на основі як статистики відмов, так і аналізу фізичних процесів деградації, які спричиняють відмови.

Максимально правдоподібні статистичні оцінки параметрів розраховуються за формулами

$$\hat{\mu}=G+Q-\left(Q^2-SG+G^2\right)^{\frac{1}{2}},$$

$$\hat{\vartheta}=\left(\frac{\hat{\mu}}{G}+\frac{S}{\hat{\mu}}-2\right)^{\frac{1}{2}},$$

де $G = N\left(\sum_{i=1}^{N} t_i^{-1}\right)^{-1}$, $Q = N\left[2\sum_{i=t}^{N}\left(\hat{\mu}+t_i\right)^{-1}\right]^{-1}$, $S = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} t_i$.

3.3.3. DN-розподіл

Основні характеристики розподілу наведено в табл. 3.7.

Таблиця 3.7

Характеристика DN-розподілу	Розрахункова формула
Густина ймовірності	$f(t) = \frac{\sqrt{\mu}}{\vartheta t\sqrt{2\pi t}} exp\left[-\frac{(t-\mu)^2}{2\vartheta^2 \mu t}\right]$
Модель відмов (функція розподілу)	$F(t) = F_0\left(\frac{(t-\mu)}{\vartheta\sqrt{\mu t}}\right) + e^{2\vartheta^{-2}} F_0\left(-\frac{t+\mu}{\vartheta\sqrt{\mu t}}\right) =$ $= DM\left(t;\mu;\vartheta\right)$
Модель надійності (імовірність безвідмовної роботи)	$R(t) = F_0\left(\frac{\mu-t}{\vartheta\sqrt{\mu t}}\right) - e^{2\vartheta^{-2}} F_0\left(-\frac{t+\mu}{\vartheta\sqrt{\mu t}}\right)$
Математичне сподівання	$M_t = T = \mu$
Дисперсія	$D_t = \mu^2\vartheta^2$
Коефіцієнт варіації	$V_t = \vartheta$

Основними властивостями цього розподілу є такі:

– додатна асиметрія;

– універсальність, оскільки DN-розподіл асимптотично збігається до нормального розподілу;

– немонотонний характер інтенсивності відмов, що в асимптотиці (при $t \to \infty$) наближається до константи $\left(2\vartheta^2\mu\right)^{-1}$;

– параметри можна оцінити на основі як статистики відмов, так і аналізу фізичних процесів деградації;

– суму n випадкових величин, які підпорядковуються DN-розподілу виду $DN(t,\mu,\vartheta)$, можна описати також DN-розподілом виду $DN\left(t;n\mu;\frac{\vartheta}{\sqrt{n}}\right)$;

– вибіркове середнє $S=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}t_i$ випадкової величини t з DN-розподілом виду $DN(t,\mu,\vartheta)$, також описується DN-розподілом виду $DN\left(t;n\mu;\frac{\vartheta}{\sqrt{n}}\right)$;

– можливість згортання розподілів.

Максимально правдоподібні статистичні оцінки параметрів розраховуються за формулами

$$\hat{\mu}=S,\ \ \hat{\vartheta}=\left(\frac{S}{G}-1\right)^{\frac{1}{2}}.$$

3.4. Порівняльний аналіз імовірнісних моделей відмов

У табл. 3.8 наведено графіки основних часових характеристик розглядуваних законів розподілів за ДСТУ 3433–96.

Аналіз наведених графіків дає змогу зробити такі висновки:

1) усі розподіли мають унімодальний характер, здебільшого з позитивною симетрією; виникнення двох і більше мод у розподілі обумовлюється неоднорідністю даних (змішування об`єктів з різною технологією виробництва або суттєво різними режимами експлуатації), така неоднорідність є неприпустимою;

2) найвиразнішою характеристикою закону є функція інтенсивності відмов, що підтверджує висновок, зроблений раніше; ця функція є одним із важливіших критеріїв під час вибору теоретичної моделі відмов;

3) відповідність теоретичного розподілу дослідному необхідно оцінювати з використанням статистичних критеріїв згідності Колмогорова, Пірсона й ω^2 (див. дод. 1); для остаточного вибору найбільш адекватного теоретичного розподілу в ДСТУ рекомендується зіставляти перші чотири моменти теоретичних розподілів, які конкурують: математичне очікування, коефіцієнт варіації, коефіцієнт асиметрії, коефіцієнт ексцесу; для оцювання якості вирівнювання на лівому (найважливішому) «хвості» розподілу рекомендується порівнювати емпіричні й теоретичні квантилі малого рівня;

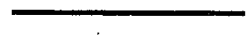
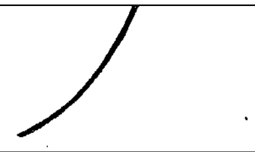
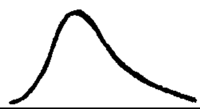
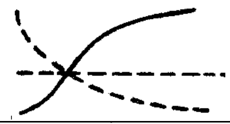
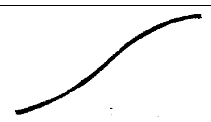
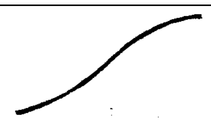
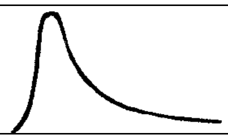
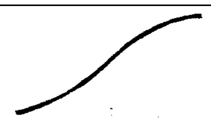
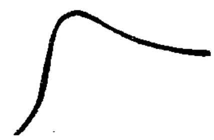
4) вирівнювання наведених у стандарті дослідних даних дало змогу встановити, що найкращі статистичні властивості мають дифузійні розпо-

діли, які до того ж найкраще відтворюють немонотонний характер інтенсивності відмов;

5) у стандарті встановлено, що найбільші можливості для розрахунку надійності систем мають дифузійні розподіли, а DN-розподіл є єдиною моделлю, яка дає змогу вирішувати усі типові завдання надійності електронних і механічних систем.

У підрозд. Д.1.2.1 наведено рекомендації ДСТУ 3433–96 щодо вибору ймовірнісних моделей відмов у разі наявності статистичних даних достатнього обсягу.

Таблиця 3.8

Тип розподілу	Функції розподілу	Щільність розподілу	Інтенсивність відмов
E			
N			
W			
LN			
A			
DM			
DN			

Задачі для самостійного розв'язання

1. Доведіть, що інтенсивність відмов експоненційного розподілу є сталою величиною.

2. Знайдіть функцію відновлення, що відповідає експоненційному закону розподілу.

3. Знайдіть вираз коефіцієнта оперативної готовності за експоненційним розподілом наробку до відмови.

4. Знайдіть γ-відсотковий наробок до відмови за експоненційним розподілом.

5. Доведіть, що залишковий час життя об`єкта при експоненційному розподілі після інтервалу безвідмовного функціонування не залежить від величини цього інтервалу.

6. Доведіть, що при значенні коефіцієнта варіації нормального розподілу менше 0,25 цей розподіл можна використовувати як розподіл наробку до відмови.

7. Зобразіть графічно усічений нормальний розподіл з довільними характеристиками, що відповідає розподілу наробку до відмови.

8. Зобразіть графічно закони розподілу наробку до відмови з правою і лівою асиметрією.

9. Знайдіть γ-відсотковий наробок до відмови для логарифмічно-нормального розподілу.

10. Знайдіть γ-відсотковий наробок до відмови для розподілу Вейбулла.

11. Знайдіть середню кількість відмов в інтервалі часу (t_1, t_2) для експоненційного закону розподілу.

Контрольні запитання

1. У чому полягає суто статистичний підхід обґрунтування моделі відмов?

2. У чому полягає імовірнісно-фізичний підхід обґрунтування моделі відмов?

3. Які основні вимоги ставляться до функцій розподілу, що використовуються як моделі відмов?

4. Якими є основні властивості експоненційного розподілу? У чому полягає його основна обмеженість?

5. При якій властивості статистичних даних рекомендується застосовувати логарифмічно-нормальний розподіл?

6. У чому полягають переваги й обмеженість закону розподілу Вейбулла?

7. Чому нормальний розподіл не рекомендується використовувати як моделі відмов? За якої умови його можна використовувати?

8. Чому мультимодальні розподіли не можуть використовуватися як моделі відмов?

9. Які розподіли мають найкращі властивості вирівнювання статистичних даних?

10. Сформулюйте основні етапи методики вибору найкращої статистичної моделі відмов.

4. ІМОВІРНІСНО-ФІЗИЧНІ МОДЕЛІ ВІДМОВ

4.1. Загальні принципи будування моделей

Будування імовірнісно-фізичних моделей ґрунтується на двох фізичних концепціях виникнення відмов:

– перевищення навантаження міцності елемента (схема навантаження – міцність);

– вихід визначального параметра елемента за межі допуску (допусково-параметрична схема).

Схема навантаження – міцність (англ. *Load–Strength*) зводиться до виконання нерівності

$$L(t) > S(t), \tag{4.1}$$

де $L(t)$ – навантаження, що діє на об’єкт;

$S(t)$ – міцність об’єкта.

Навантаження $L(t)$ може мати різноманітну фізичну природу: механічну, теплову, електричну, хімічну тощо.

Міцність $S(t)$ є властивістю об’єкта протидіяти навантаженню без руйнування.

Допусково-параметрична схема зводиться до виконання нерівності

$$x(t) > x_{дв}(t), \tag{4.2}$$

де $x(t)$ – визначальний параметр, що характеризує справність (роботоздатність) об’єкта;

$x_{дв}(t)$ – верхнє допустиме значення параметра, що відповідає границі його справності (роботоздатності).

Аналогічно нерівності (4.2) можна записати умову відмови за нижнім допуском $x_{дн}(t)$:

$$x_{дн}(t) < x(t), \tag{4.3}$$

або за двома границями одночасно:

$$x(t) > x_{дн}(t) \text{ або } x(t) < x_{дн}(t). \tag{4.4}$$

Параметри $L(t)$, $S(t)$, $x(t)$, $x_{дв}(t)$, $x_{дн}(t)$ у загальному випадку є випадковими часовими процесами, у конкретних випадках – випадковими або детермінованими величинами.

Конкретизація математичних моделей наведених характеристик на фізичній основі дає змогу встановити моделі відмов у вигляді ймовірностей відмов

$$F(t) = P\{L(t) > S(t)\},\ \ F(t) = P\{x(t) > x_{дв}(t)\}, \tag{4.5}$$

що відповідає задачі теорії випадкових процесів: перевищення одного випадкового процесу над іншим.

4.2. Статичні моделі відмов типу «навантаження – міцність»

Хоча надійність є якістю об'єкта, пов'язаною з часом, існують деякі задачі, у яких час явно не враховується. До них належать випадки, коли об'єкт піддається імпульсному випадковому навантаженню L, характер перебігу якого в часі не враховується. Міцність об'єкта S також є випадковою величиною. Відмовою в цьому випадку буде випадкова подія $\{S < L\}$, що призводить до руйнування об'єкта. Відповідну ймовірність знайдемо за формулою

$$q = P\{S \text{ J } L\}. \tag{4.6}$$

Розглянемо конкретні випадки, що можуть мати місце.

1. Міцність випадкова, навантаження невипадкове. Така ситуація виникає, наприклад, під час контролю продукції, коли вироби, що випускаються, через нестабільність технології мають випадкову міцність і *піддаються* дозованій дії впливового чинника. У цьому випадку

$$q = \int_0^{L_0} f_S(x)dx = F_S(L_0), \tag{4.7}$$

де L_0 – рівень навантаження;

$F_S(L_0)$, $f_S(x)$ – функція і щільність розподілу міцності.

Якщо закон розподілу міцності є нормальним $N(\bar{S}, \sigma_S)$ з математичним сподіванням $\bar{S}$ і дисперсією $\sigma_S^{\,2}$, то матимемо

$$q = F_0\left(\frac{L_0 - \bar{S}}{\sigma_S}\right) = F_0\left(\frac{\eta^{-1} - 1}{V_S}\right), \tag{4.8}$$

де $V_S = \dfrac{\sigma_S}{\bar{S}}$ – коефіцієнт варіації міцності;

$\eta = \dfrac{\bar{S}}{L_0}$ – коефіцієнт запасу міцності.

Із виразу (4.8) можна визначити важливий конструктивний параметр η, що забезпечує допустиму надійність $p = 1 - q$:

$$\eta = \left[1 + \varepsilon_q V_S\right]^{-1}, \tag{4.9}$$

де ε_q – квантиль стандартного нормального розподілу порядку q.

2. Міцність постійна, навантаження випадкове. Така ситуація виникає тоді, коли один і той самий об'єкт з постійною міцністю S_0 піддається випадковій дії навантаження. У цьому разі ймовірність руйнування об'єкта

$$q = \int_{S_0}^{\infty} f_L(x)dx = 1 - F_L(S_0), \tag{4.10}$$

де $F_L(x)$, $f_L(x)$ – функція і щільність розподілу навантаження.

При нормальному законі розподілу навантаження з параметрами $\bar{L}, \sigma_L$ матимемо

$$q = 1 - F_0\left(\frac{S_0 - \bar{L}}{\sigma_S}\right) \text{ або } F_0\left(\frac{S_0 - \bar{L}}{\sigma_S}\right) = 1 - q. \tag{4.11}$$

Звідси можна одержати

$$P = F_0\left(\frac{\eta - 1}{V_L}\right) \text{ або } \eta = 1 + \varepsilon_P V_L, \tag{4.12}$$

де $V_L = \dfrac{\sigma_L}{\bar{L}}$ – коефіцієнт варіації навантаження;

$\eta = \dfrac{S_0}{\bar{L}}$ – коефіцієнт запасу міцності.

3. Міцність випадкова, навантаження випадкове. У загальному випадку вираз для ймовірності буде таким:

$$q = P\{ S \le L \} = \int_{-\infty}^{\infty}\left[\int_{-\infty}^{x} f_S\left(x\right)dx\right]f_L\left(y\right)dy =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{x}(x)f_L(y)dxdy. \qquad (4.13)$$

Із виразу (4.13) випливає, що ймовірність руйнування визначається областю перекриття графіків $f_S(x)$ і $f_L(x)$, оскільки зовні цієї області один із графіків близький до нуля (рис. 4.1).

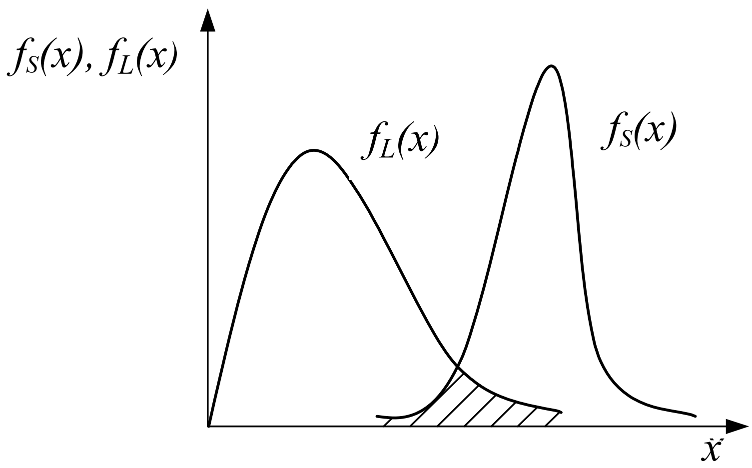


Рис. 4.1

У випадку, коли міцність і навантаження є нормально розподіленими, імовірність руйнування можна знайти за формулою

$$q = P\left\{S - L \le 0\right\}.$$

Розглянемо величину $z = S - L$. Її розподіл буде нормальним з параметрами $m_Z = \bar{S} - \bar{L}$, а дисперсія у загальному випадку залежних величин S і L

$$D_Z = \sigma_S{}^2 + \sigma_L{}^2 + 2r_{SL}\sigma_S\sigma_L,$$

де r_{SL} – коефіцієнт кореляції між міцністю й навантаженням.

Тоді ймовірність

$$q = F_0\left\{-\frac{m_z}{\sigma}\right\} = F_0\left\{\frac{\bar{L} - \bar{S}}{\sqrt{\sigma_S^2 + \sigma_L^2 + 2r_{SL}\sigma_S\sigma_L}}\right\} =$$

$$= F_0\left\{\frac{1-\eta}{\sqrt{V_S^2\eta^2 + V_L^2 + 2r_{SL}V_LV_S\eta}}\right\}, \qquad (4.14)$$

де V_S, V_L – коефіцієнти варіації міцності й навантаження відповідно;

$\eta = \frac{\bar{S}}{\bar{L}}$ – коефіцієнт запасу міцності.

З виразу (4.14) знаходимо вираз для визначення потрібного коефіцієнта запасу міцності:

$$\frac{1-\eta}{\sqrt{V_S^2\eta^2 + V_L^2 + 2r_{SL}V_LV_S\eta}} = \varepsilon_q, \qquad (4.15)$$

який зводиться до квадратного рівняння відносно η.

При незалежних міцності й навантаженні вирази (4.14) і (4.15) зводяться до таких:

$$q = F_0\left(\frac{\bar{L}-\bar{S}}{\sqrt{\sigma_L^2 + \sigma_S^2}}\right),\quad \frac{1-\eta}{\sqrt{V_S^2\eta + V_L^2}} = \varepsilon_q. \qquad (4.16)$$

З останніх виразів отримуємо коефіцієнт η, що забезпечує необхідну ймовірність відмов $q = 1 - R$.

Розглядувана модель відмов може застосовуватися не лише як статична, але інколи і як динамічна. В основному динамічну модель застосовують у таких ситуаціях:

1) для нестаціонарного навантаження відомо момент максимального значення навантаження, заздалегідь більшого, ніж в інші моменти часу;

2) для навантаження, що є стаціонарним процесом, можна обчислити розподіл максимального значення навантаження за заданий час експлуатації.

В обох ситуаціях випадковий процес навантаження замінюється випадковою величиною. Якщо при цьому міцність об’єкта вважається постійною в часі, то застосування моделі навантаження – міцність є прийнятною. Надійність при цьому визначається так:

$$R(t_з) = 1 - q, \qquad (4.17)$$

де $t_з$ – заданий час.

Для другої ситуації відповідно до виразу (Д.2.5) розподіл максимального значення навантаження можна описати подвійним експоненційним законом

$$F_{max}(x) = exp(-e^{-y}). \tag{4.18}$$

Величина для стаціонарного нормального процесу з математичним сподіванням, що дорівнює нулю, і заданим рівнем перетину x

$$y = x\sqrt{2\,ln\,\bar{N}_0} - 2\,ln\,\bar{N}_0, \tag{4.19}$$

де $\bar{N}_0 = \frac{t}{2\pi}\sqrt{\frac{D_v}{D_x}}$ – середня кількість викидів випадкового процесу $x(t)$ за рівень математичного сподівання;

D_x, D_v – дисперсія випадкового процесу й дисперсія його швидкості, які можна визначити за кореляційною функцією процесу $K(\tau)$:

$$D_x = K(0),\, D_v = -\left.\frac{d^2K(\tau)}{d\tau^2}\right|_{\tau=0}. \tag{4.20}$$

Математичне сподівання й дисперсія максимального значення навантаження знаходяться з виразів

$$\bar{L}_{max} = \sqrt{2\,ln\,\bar{N}_0} + \frac{c}{\sqrt{2\,ln\,\bar{N}_0}}, \tag{4.21}$$

$$D_{Lmax} = \frac{\pi^2}{\sqrt{2\,ln\,\bar{N}_0}}, \tag{4.22}$$

де c = 0,566… – стала Ейлера.

Слід зазначити, що величини $\bar{L}_{max}$ і D_{Lmax} залежать від інтервалу часу t, що розглядається, тоді як відповідні характеристики генеральної сукупності від часу не залежать.

Для стаціонарного процесу $x(t)$ можна визначити середню кількість $\bar{n}_x$ перетинань цим процесом довільного рівня x за одиницю часу. У цьому випадку ймовірність перетинань рівня x буде дорівнювати $\frac{\bar{n}_x}{\bar{n}_0}$, де $\bar{n}_0$ – середня кількість перетинань нульового рівня за одиницю часу. Тоді

$$F_{max}(x) = P\{x_{max} \le x\} = F^n(x) = \left(1 - \frac{\bar{n}_x}{\bar{n}_0}\right)^{\bar{N}_0}, \qquad (4.23)$$

де $\bar{N}_0 = \bar{n}_0 t$.

Для високонадійних об'єктів, у яких величина $\frac{\bar{n}_x}{\bar{n}_0}$ є малою, розподіл максимального значення

$$F_{max}(x) = \left(1 - \frac{\bar{n}_x}{n_0}\right)^{\bar{n}_0 t} \approx e^{-\bar{n}_x t} = 1 - q. \qquad (4.24)$$

З виразів (4.18) – (4.24) можна за заданим часом експлуатації $t_з$ знайти ймовірність безвідмовності $R(t_з)$, або ж за заданою ймовірністю R – допустимий час експлуатації об'єкта.

4.3. Моделі циклічного навантаження

Розглянуті вище статистичні моделі можна застосовувати й при динамічних навантаженнях у вигляді циклічних навантажень, що можуть мати місце як в механічних, так і в електронних об'єктах, наприклад: навантаження у вигляді окремих незалежних імпульсів при посадках літака, електромагнітні імпульсні навантаження при циклічній роботі апаратури ЕОМ тощо.

4.3.1. Фіксований рівень міцності

Розглянемо рівень міцності об'єкта S_0, що є відомим, і випадкове в кожному циклі навантаження значення навантаження L із законом розподілу $F_L(x)$. Значення навантаження в кожному циклі – статистично незалежні. Візьмемо випадкову кількість безвідмовних циклів ϑ. Імовірність, що K циклів навантаження будуть безвідмовними перед $(K+1)$-м відмовним,

$$P\{\vartheta = K \mid S_0\} = P^K q,\ P = F_L(S_0). \qquad (4.25)$$

Ця ймовірність являє собою геометричний розподіл випадкових подій.

Доведено [12], що ймовірність одержати K і більше безвідмовних циклів

$$P\{\vartheta \text{ і } K \mid S_0\} = P^K, \qquad (4.26)$$

а середня кількість циклів навантаження до відмови

$$M_{\vartheta} = M\left(\vartheta\right) = \frac{1}{q}. \qquad (4.27)$$

Якщо $q \ll 1$, то допустима експоненційна апроксимація

$$P\left\{\vartheta \geq K \mid S_0\right\} \approx e^{-qK}, \qquad (4.28)$$

4.3.2. Невідомий фіксований рівень міцності

Візьмемо, що рівень міцності S є невідомою, але постійною величиною протягом усього періоду роботи об'єкта. Відомо розподіл можливих значень міцності $F_S(x)$, навантаження такі самі, як і в підрозд. 4.3.1.

У цьому випадку

$$P\left\{\vartheta \leq K\right\} = \int_C \left[F_L(x)\right]^K dF_S(x), \qquad (4.29)$$

де C – область розподілу величини S.

Нехай імовірність $q(x) = 1 - F_L(x)$ є малою «у середньому».
Цьому відповідає умова

$$\frac{\bar{S} - \bar{L}}{\sqrt{\sigma_S^2 + \sigma_L^2}} >> 1,$$

яка означає, що правий «хвіст» розподілу $F_L(x)$ зосереджено в суттєвій області розподілу $F_S(x)$ (див. рис. 4.1). Тоді має місце більш просте співвідношення

$$P\left\{\vartheta \geq K\right\} \leq \left[F_L(\bar{S})\right]^K. \qquad (4.30)$$

Середня кількість безвідмовних циклів

$$M_{\vartheta} = \int_C [1 - F_L(x)]^{-1} dF_S(x), \qquad (4.31)$$

чому відповідає апроксимація для малого значення q:

$$M_{\vartheta} \le \left[1 - F_L(\bar{S})\right]^{-1}. \quad (4.32)$$

4.3.3. Деградуюча міцність

Якщо очікувана кількість безвідмовних циклів є дуже великою, що відповідає великому часу застосування об’єкта, то рівень його міцності не може розглядатися як стала величина через явища деградації матеріалів. Цей факт можна врахувати в моделях відмов, розглянутих нижче.

1. Нехай об’єкт деградує так, що ймовірність безвідмовності від циклу до циклу зменшується за законом $p_{k+1} = p_k\alpha$, де α є константою, $1 < \alpha < 1$. Тоді

$$P\{\vartheta > K \mid S_0, \alpha\} = p(p\alpha)(p\alpha^2)\dots(p\alpha^{K-1}) = p^K \alpha^{\frac{(K-1)^2}{2}}, \quad (4.33)$$

а середня кількість безвідмовних циклів

$$M_{\vartheta} = \sum_{0 \le k \le \infty} p^k \alpha^{\frac{(k-1)^2}{2}}. \quad (4.34)$$

2. Рівень міцності об’єкта від циклу до циклу змінюється за законом $S_k = S_0\alpha^k$, де $0 < \alpha < 0.$ Тоді

$$P\left\{\vartheta \ge k \mid S_0, \alpha\right\} = \prod_{1 \le k \le K} F_L(S_0\alpha^k). \quad (4.35)$$

Зазначимо, що $F_L(S_0\alpha^k) > F_L(S_0\alpha^{k+1})$. Тоді можна знайти нижню оцінку ймовірності:

$$P\left\{\vartheta \ge K \mid S_0, \alpha\right\} \le F_L(S_0\alpha^{\frac{k}{2}}). \quad (4.36)$$

Середня кількість безвідмовних циклів

$$M_{\vartheta} = 1p_1 + 2p_1p_2 + 3p_1p_2p_3 + \dots = p_1(1 + p_2(1 + p_3(1+))).$$

3. За відомим розподілом $F_{S_0}(x)$ початкового значення міцності об’єкта ймовірність безвідмовних циклів

$$P\{\vartheta \geq K \mid F_{S_0}(x),\alpha\} = \int\limits_C \prod_{1 \leq k \leq K} F_L(\alpha^k) dF_{S_0}(x). \qquad (4.37)$$

4.4. Динамічні моделі відмов

Вище розглянуто найпростіші версії динамічного процесу навантаження у вигляді циклічного процесу. Ця схема досить прийнятно описує деякі механічні й електронні об'єкти, але більшість електронних об'єктів діють в умовах навантажень у вигляді неперервних стохастичних процесів. Розглянемо лише найпростіший випадок перетину одновимірним стохастичним процесом $x(t)$ постійного рівня a. Цю модель можна застосовувати як для схеми навантаження – міцність, так і для допусково-параметричної схеми.

4.4.1.Загальний випадок

Розглянемо стохастичний процес $x(t)$, який піддається диференціюванню. Знайдемо його похідну: $\dot{x}(t) = v(t)$, де $v(t)$ – випадкова функція швидкості змінення процесу $x(t)$.

Узявши умову першого позитивного викиду процесу $x(t)$ за рівень a, отримаємо вираз безвідмовності (відсутності позитивного викиду):

$$P\left\{x(t) \leq a\right\} = R_a(t) = exp\left\{-\int\limits_0^t \int\limits_0^\infty v(t) f(a,v \mid t) dv dt\right\} =$$

$$= exp\left\{-\int\limits_0^t \overline{n}_a(t) dt\right\} = exp\left\{-\overline{N}_a t\right\}, \qquad (4.38)$$

де $f(a,v \mid t) = f(x,v \mid t)_{x=a}$ – сумісна двовимірна щільність розподілу ординати випадкового процесу та його похідної в один і той самий момент часу t; $\overline{N}_\alpha(t), \overline{n}_\alpha(t)$ – середня кількість позитивних викидів процесу за рівень a, протягом часу t та їх середня кількість за одиницю часу.

Порівнюючи вираз (4.38) з виразом (2.9), робимо висновок, що функція $\overline{n}_\alpha(t)$ збігається з функцією інтенсивності відмов $\lambda(t)$.

Аналогічним чином можна знайти вираз для ймовірності невиходу процесу $x(t)$ за нижню допустиму границю b:

$$P\left\{x(t)i \geq b\right\} = R_b(t) = exp\left\{-\int_0^t\int_0^\infty v(t)\, f\left(b, v(t)\right) dv dt\right\} =$$

$$= exp\left\{-\bar{N}_b(t)\right\} = exp\left\{-\int_0^t \bar{n}_b(t)\, dt\right\}, \qquad (4.39)$$

де відповідні функції мають такий самий зміст, що й у попередньому виразі, але відносно рівня b.

Якщо позитивні й негативні викиди процесу $x(t)$ є незалежними, то ймовірність невиходу процесу $x(t)$ на інтервалі $(0, t)$ за допуск $[a, b]$

$$R(t) = R_a(t)\, R_b(t) = exp\left\{\int_0^t \bar{n}_a(t) + \bar{n}_b(t)\, dt\right\}. \qquad (4.40)$$

У наведених вище виразах рівні a, b уважалися детермінованими величинами. У деяких випадках це не так. Рівень міцності об’єкта S може розглядатися як випадкова величина, значення якої заздалегідь є невідомим. У цьому випадку інтенсивність викидів за рівень a має розглядатися як математичне сподівання величини $\bar{n}_a(t)$:

$$\lambda_a(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{n}_a(t)\, f(a)\, da, \qquad (4.41)$$

де $f(a)$ – щільність розподілу величини рівня a.

Імовірність (4.38) записана за умови, що $x(t)$ у початковий момент часу $t = 0$ знаходиться в допустимій області, а рівень a перетинається процесом нечасто. Більш загальний результат має такий вигляд:

$$R_a(t) = F_a(0) exp\left\{-\int_0^t \frac{\bar{n}_a(t)}{F_a(t)} dt\right\}, \qquad (4.42)$$

де $F_a(t) = P\{ x(t) \leq a \}$, $F_x(t)$ – функція розподілу процесу $x(t)$.

При нечастих перетинах $F_a(t) \approx 1$ і за умови $F_a(0) = 1$ вираз (4.42) набуває вигляду (4.38).

4.4.2. Стаціонарний гаусівський процес

Розрахунок виразів, наведених вище, потребує знання сумісної щільності розподілу $f\,(x,\, v|t)$. Для стаціонарного випадкового процесу ця щільність не залежить від часу, тобто $f\,(x,\, v|t) = f(x,\, v)$, а отже, від часу не залежить і величина $\overline{n}_a(t)$:

$$\overline{n}_a = \int\limits_0^{\infty} v f(a,v)\,dv,$$

а середня кількість перетинів рівня a за час t

$$\overline{N}_a(t) = \overline{n}_a t.$$

Для гаусівського стаціонарного процесу ордината і швидкість її змінення є незалежними нормальними величинами, тому

$$f(x,v) = f_x(x) f_v(v).$$

Середня кількість викидів за рівень a

$$\overline{n}_a = \frac{\sigma_v}{2\pi\sigma_x} exp\left\{-\frac{(a-\overline{x})^2}{2\sigma_x^2}\right\}, \tag{4.43}$$

де дисперсії процесу σ_x^2 і його похідної σ_v^2 знаходять за кореляційною функцією процесу $K_x(\tau)$:

$$\sigma_x^2 = K_x(0),\;\; \sigma_v^2 = -\frac{d^2}{d\tau^2} K_x(\tau)\Big|_{\tau=0} = K_v(\tau)\Big|_{\tau=0}.$$

Кількість викидів за нульовий рівень знаходимо із (4.43) при $a = \overline{x}$, яка становить $\overline{n}_0 = \dfrac{\sigma_v}{2\pi\sigma_x}$. Якщо спектральна густина $S_x(\omega)$ процесу $x(t)$ є відомою, то кореляційну функцію $K_x(\tau)$ визначимо через обернене перетворення Фур'є:

$$K_x(\tau) = F^{-1}\left\{S_x(\omega)\right\} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega)e^{j\omega\tau}d\omega,$$

а кореляційну функцію $K_v(\tau)$ – через обернене перетворення Фур'є функції $\omega^2 S_x(\omega)$:

$$K_v(\tau) = F^{-1}\left\{\omega^2 S_x(\omega)\right\} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S_x(\omega)e^{j\omega\tau}d\omega.$$

Питання застосування випадкових процесів для оцінювання надійності технічних пристроїв розвинуто в працях українського вченого Є. С. Переверзєва [7], де наведено практичні результати, які можна застосовувати для інженерних розрахунків.

4.5. Модель суто раптової відмови

Розглянемо задачу перетину стохастичним процесом $x(t)$ сталого рівня a за деякими особливими обмеженнями процесу $x(t)$:

– процес $x(t)$ є стаціонарним з математичним сподіванням $\overline{x(t)} = m_x$;

– математичне сподівання значно менше за рівень a: $m_x \ll a$;

– початкове значення процесу $x(0)$ знаходиться в допустимій області.

Проаналізуємо якісно властивості потоку перетинів позитивними викидами процесу $x(t)$ рівня a (потоку відмов):

1) відмови мають нечастий і стаціонарний характер, тобто $\bar{r}_a(t) = \bar{r}_a$ – кількість відмов за одиницю часу;

2) імовірність більш ніж однієї відмови в малому інтервалі часу – дуже мала;

3) потік відмов є однорідним, тобто кількість відмов в інтервалі $(t, t+\tau)$ не залежить від того, скільки їх виникло до моменту t.

Такі властивості в теорії випадкових потоків подій називають стаціонарністю, ординарністю й відсутністю післядії. Ці властивості має пуасонівський потік подій (найпростіший). Для нього ймовірність виникнення точно k відмов за час t описується законом Пуассона

$$P\left\{r(t) = k\right\} = \frac{\left(\bar{r}_a\, t\right)^k}{k!} e^{-\bar{r}_a t}. \tag{4.44}$$

Із рівності $R(t)=P\{r(t)=0\}=e^{-\bar{r}_a t}=e^{-\lambda t}$ робимо висновок, що статистичною моделлю відмов для розглядуваної ймовірнісно-фізичної схеми є експоненційний закон, при цьому $\lambda=\bar{r}_a$.

Найбільш важливою властивістю цього закону є марковська властивість відсутності післядії:

$$R(t_1,t_2)=\frac{R(t_1)}{R(t_2)}=e^{-\lambda(t_2-t_1)}=e^{-\lambda\Delta t}.$$

Це свідчить про те, що прогнозувати відмови при цьому законі неможливо, навіть якщо процес $x(t)$ можна вимірювати. Тому цю модель називають моделлю суто раптової відмови.

Вираз $R(t)=e^{-\bar{r}_a t}$ збігається з розподілом максимального значення (4.24). Це свідчить про те, що модель з циклічним навантаженням і модель раптової відмови при прийнятих припущеннях мають один і той самий результат.

Залежність $\bar{n}_a$ від рівня a можна побудувати експериментально, фіксуючи кількість перетинів $n_a(t)$ за досить довгий інтервал часу:

$$\bar{n}_a=\frac{n_a(t)}{t}.$$

Якщо навантаження на об’єкт прикладається у вигляді окремих незалежних імпульсів, то величину $\bar{n}_a$ можна розрахувати так:

$$\bar{n}_a=q\bar{n}_0,\ \bar{n}_0=\frac{\sigma_v}{2\pi\sigma_x},$$

де $q=P\{x_i>a\}$ – імовірність перетину допустимого рівня одним імпульсом, що розглянуто в підрозд. 4.2.

Розглядувану модель не можна застосовувати для опису внутрішніх деградаційних процесів розвитку відмов, що мають нестаціонарний характер. За нею можна описати відмови, пов’язані із зовнішніми стаціонарними навантаженнями (вібраційні, ударні, теплові, електромагнітні), зокрема відмови збійного характеру.

4.6. Моделі відмов припрацювання

Більш високий рівень інтенсивності відмов на початковому етапі експлуатації об'єкта пояснюється тим, що серед деталей є дефектні, час наробку яких до відмов є меншим, ніж у нормальних. Період припрацювання є незначною частиною всього періоду експлуатації об'єкта. Тому можна допустити, що процеси старіння ще не встигли виявити себе достатньою мірою і ними можна знехтувати. Тоді причиною відмови елемента можна вважати перевищення діючими навантаженнями його рівня міцності, тобто причина відмов припрацювання така сама, що й у розглянутих вище суто раптових відмов. При цьому слід мати на увазі, що міцність дефектних деталей набагато нижча за міцність нормальних деталей. Таким чином, як відмови припрацювання можна розглянути раптові відмови суміші відмов, що складається з дефектних і нормальних деталей.

Нехай c_1 – частка нормальних деталей в партії, c_2 – частка дефектних, а $c_1 + c_2 = 1$. Тоді відповідно до формули повної ймовірності ймовірність безвідмовної роботи довільно вибраного елемента

$$R(t) = c_1 R_1(t) + c_2 R_2(t), \tag{4.45}$$

де $R_1(t)$, $R_2(t)$ – імовірності безвідмовної роботи відповідно нормального й дефектного елементів.

Припускаючи, що відмови елементів відбуваються при постійній інтенсивності відмов, вираз (4.45) подамо у вигляді

$$R(t) = c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 e^{-\lambda_2 t}. \tag{4.46}$$

При цьому зауважимо, що $\lambda_2 >> \lambda_1$.

Диференціюючи (4.46), одержуємо вираз щільності розподілу часу безвідмовної роботи суміші:

$$f(t) = -\left\{ \lambda_1 c_1 e^{-\lambda_1 t} + \lambda_2 c_2 e^{-\lambda_2 t} \right\}.$$

Знайдемо інтенсивність відмов суміші:

$$\lambda(t) = -\frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\lambda_1 c_1 e^{-\lambda_1 t} + \lambda_2 c_2 e^{-\lambda_2 t}}{c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 e^{-\lambda_2 t}}. \tag{4.47}$$

У начальний момент інтенсивність

$$\lambda(0) = \lambda_1 c_1 + \lambda_2 c_2, \tag{4.48}$$

а за час $t \to \infty$ прямує до λ_1, що випливає з виразу (4.47) і співвідношення λ_1 і λ_2.

Величина $\lambda(0)$ більша, ніж величина λ_1. У цьому можна впевнитися, якщо припустити, що $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda$, де $\Delta\lambda > 0$. Тоді відповідно до виразу (4.48)

$$\lambda(0) = \lambda_1 c_1 + (\lambda_1 + \Delta\lambda) c_2 = \lambda_1 + c_2 \Delta\lambda, \tag{4.49}$$

з чого випливає що $\lambda(0) > \lambda$ при будь-якому c_2.

Таким чином, інтенсивність суміші відмов монотонно зменшується від $\lambda(0)$ до λ_1, яка відповідає інтенсивності відмов нормального елемента.

Фізично для суміші елементів це означає поступову заміну дефектних елементів нормальними. Значення λ_1 можна отримати при заміні усіх дефектних елементів.

Розглядувану модель суміші елементів можна узагальнити на збільшену кількість різних елементів у суміші. Тоді ймовірність безвідмовної роботи суміші елеметів

$$R(t) = \sum_{k=1}^{m} c_k e^{-\lambda_k t}, \tag{4.50}$$

$$\sum_{k=1}^{m} c_k = 1.$$

4.7. Деградаційні моделі відмов

Імовірнісно-фізичні моделі цього виду відмов отримують на основі аналізу фізичних процесів деградації, що проходять в об'єкті. Типові моделі випадкових фізичних процесів деградації згідно з ДСТУ 3433–96 зображено на рис 4.2 (*а* – віяловий процес (α – розподіл); *б* – марковський монотонний процес (DM-розподіл); *в* – марковський немонотонний процес (DN-розподіл)), де показано реалізації визначальних параметрів (найслабкіших складових об'єкта) для сукупності однотипних об'єктів. Під об'єктом можна розуміти як елемент, так і будь-яку не надлишкову систему, які наведено єдиними реалізаціями визначальних параметрів своїх найслабкіших складових.

Наведені моделі відповідають широкому класу фізичних процесів деградації (втома, зношення, корозія, старіння тощо). Усі зовнішні чинники, які визначають надійність і пов'язані з конструкцією, властивостями використовуваних матеріалів, технологією виготовлення, рівнем виробництва й експлуатації, у кінцевому підсумку впливають на нахил (середню швидкість процесів деградації) і розсіяння реалізацій, не змінюючи схеми формалізації і типу розподілу.

Відмови за цими моделями можуть бути як раптовими, так і поступовими. У першому випадку деградація визначального параметра є недоступною для спостереження й фіксації, у другому – її можна зафіксувати.

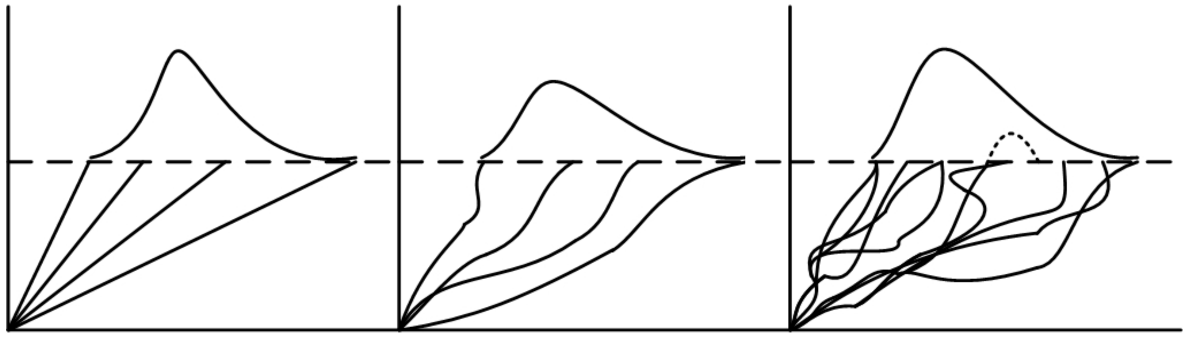


Рис. 4.2

4.7.1. Віяловий процес деградації

Закон розподілу відмов для віялового випадкового процесу (рис. 4.2, *а*) базується на тому, що швидкість змінення визначального параметра (нахил реалізацій) k є випадковою величиною і має апріорі відомий розподіл. Тоді процес деградації $x(t) = x_0 + kt$ є квазідетермінованим, а наробок до відмови буде випадковою величиною

$$t = \frac{x_{гр} - x_0}{k}, \tag{4.51}$$

де x_0, $x_{гр}$ – початкове й граничне значення визначального параметра.

Якщо закон розподілу величини k є нормальним, то отримаємо α-розподіл величини t, розглянутий раніше.

Параметри α-розподілу мають таку інтерпретацію:

– параметр масштабу β дорівнює величині, оберненій до середньої швидкості змінення визначального параметра $\bar{k}$ (нормованій на граничне значення) і помноженій на коефіцієнт варіації швидкості V_k:

$$\beta = \frac{x_{гр} - x_0}{\bar{k} V_k}; \tag{4.52}$$

– параметр форми α дорівнює оберненій величині коефіцієнта варіації швидкості змінення визначального параметра:

$$\alpha = \frac{1}{V_k}. \tag{4.53}$$

Цей процес деградації повністю визначається початковим станом (якістю вироблення зразків) і не залежить від механо-фізико-хімічних процесів деградації, які відбуваються в об'єктах під впливом зовнішніх умов і часу, а також являє собою ідеалізацію процесів (рис. 4.2, *б*, *в*).

Параметри α і β на основі вимірювання характеристик процесу деградації (змінення визначального параметра) оцінюють за формулами

$$\widehat{\alpha} = \frac{1}{\widehat{V}_k}, \widehat{\beta} = \frac{x_{гр} - x_0}{\widehat{k}\widehat{V}_k},$$

$$\widehat{k} = \frac{\widehat{x}_2 - \widehat{x}_1}{t_2 - t_1}, \tag{4.54}$$

$$\widehat{V}_k = \frac{1}{2}\left\{ \frac{1}{\widehat{x}_1}\left[\frac{\sum\limits_{i=1}^{N}(x_{1i} - \widehat{x}_1)^2}{N-1}\right]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{\widehat{x}_2}\left[\frac{\sum\limits_{i=1}^{N}(x_{2i} - \widehat{x}_2)^2}{N-1}\right]^{\frac{1}{2}} \right\},$$

де $\widehat{x}_1 = \frac{1}{N}\sum\limits_{i=1}^{N} x_{1i}$, $\widehat{x}_2 = \frac{1}{N}\sum\limits_{i=1}^{N} x_{2i}$ – середні значення визначального параметра на момент першого й другого вимірів ($t_2 >> t_1$); N – кількість досліджуваних екземплярів об'єкта.

4.7.2. Марковський монотонний процес деградації

У роботі [13] узагальнений процес деградації запропоновано описувати безперервним стохастичним марковським процесом дифузійного типу, що, зі свого боку, описується стохастичним диференційним рівнянням

$$dx(t) = adt + bd\eta(t), \tag{4.55}$$

де a – коефіцієнт знесення (середня швидкість змінення визначального параметра); b – коефіцієнт дифузії (b^2 – швидкість змінення дисперсії визначального параметра); $\eta(t)$ – гаусівський випадковий процес типу «білий шум».

Модель відмов розглядається як задача першого досягнення узагальненим процесом $x(t)$ граничного рівня $x_{гр}$.

Марковський монотонний процес деградації має додатну похідну $(\dot{x}(t) > 0)$. Реалізація цього процесу є незворотною. Такий характер мають процеси руйнування у разі втоми, механічного зношення, корозії і старіння, тобто процеси, що відбуваються в механічних об'єктах.

При такому процесі для визначення закону розподілу часу досягнення граничного рівня береться фундаментальне розв'язання (без установлення граничних умов) рівняння дифузії (4.54), що й приводить до DM-розподілу. При цьому

$$\mu = \frac{1}{a},\ \nu = \frac{b}{\sqrt{a}}, \tag{4.56}$$

де μ – параметр масштабу; ν – параметр форми.

Параметри DM-розподілу на основі вимірювання характеристик процесу деградації (змінення визначального параметра) оцінюють за формулами

$$\hat{\mu} = \frac{(x_{гр} - x_0)}{\hat{k}},\ \hat{\nu} = \hat{V}_k, \tag{4.57}$$

де $\hat{k}$, $\hat{V}_k$ розраховано у виразах (4.53).

4.7.3. Марковський немонотонний процес деградації

Якщо фізичний процес деградації описується випадковим процесом з немонотонними реалізаціями (похідна $x(t)$ набуває додатних і від'ємних значень упродовж реалізації, у загальному випадку – з монотонними й немонотонними реалізаціями), то розподіл відмов апроксимується дифузійним немонотонним розподілом (DN-розподілом). До цього приводить розв'язання рівняння дифузії з верхнім поглинальним екраном.

Немонотонний характер змінення деяких фізичних параметрів спостерігається у виробах електронної техніки, наприклад, під час електроміграції у тонкоплівковій металізації, генерації і руху зарядів на поверхні кристалу напівпровідникових структур тощо.

Таким чином, процеси деградації виробів електронної техніки нарівні з монотонними реалізаціями (скупчення дислокацій, пластичні деформації, втомне механічне руйнування) унаслідок електричних явищ мають і немонотонні реалізації. Тому в загальному випадку прийнято розглядати деградацію виробів електронної техніки як процес із немонотонними реалізаціями.

Параметри масштабу й форми DN-розподілу знаходяться за виразами (4.56), а їхні оцінки на основі вимірювання характеристик процесу деградації – за виразами (4.57).

Рекомендації щодо вибору деградаційних моделей відмов згідно з ДСТУ 3433–96 наведено в дод. 1.

Задачі для самостійного розв’язання

1. За заданими коефіцієнтом варіації міцності елемента конструкції і рівнем надійності знайдіть допустиму величину коефіцієнта запасу міцності при невипадковому навантаженні.

2. За заданими коефіцієнтом варіації навантаження на об'єкт і рівнем надійності об'єкта знайдіть допустиму величину коефіцієнта запасу міцності при невипадковій міцності.

3. При незалежних навантаженні й міцності, відомих їхніх коефіцієнтах варіації і заданій надійності знайдіть допустиму величину коефіцієнта запасу міцності об'єкта.

4. Процес навантаження об'єкта є стаціонарним. Визначено середню кількість перетинів процесом навантаження за одиницю часу нульового рівня й заданого рівня міцності. Знайдіть імовірність безвідмовної роботи об'єкта за заданий час експлуатації.

5. Об'єкт постійної в часі міцності циклічно навантажується випадковим нормальним навантаженням з параметрами $\bar{L}$, σ_L. Значення навантаження в кожному циклі є статистично незалежними. Необхідно знайти:

а) середню кількість циклів навантаження до відмови;

б) кількість безвідмовних навантажень для забезпечення заданої надійності об'єкта.

6. Рівень міцності об'єкта є невідомим, сталим при циклічному навантаженні й підлягає нормальному розподілу з відомим середнім і дисперсією. Циклічне навантаження також є нормально розподіленим з незалежними циклами. Необхідно знайти:

а) середню кількість циклів навантажень до відмови;

б) кількість безвідмовних навантажень для забезпечення заданої надійності об'єкта.

7. Об'єкт за міцністю деградує лінійно від одного циклу навантаження до іншого відносно ймовірності безвідмовності й підлягає гаусівському навантаженню з відомими параметрами. Відомо початкову величину міцності. Необхідно знайти кількість циклів безвідмовного навантаження, що забезпечують задану надійність функціонування.

8. Міцність об'єкта від циклу до циклу навантаження змінюється за степеневим законом. Необхідно знайти:

а) нижню оцінку надійності об'єкта за задану кількість циклів;

б) кількість циклів навантаження, від якої залежить задана нижня оцінка надійності.

Навантаження – гаусівське з відомими параметрами.

9. Доведіть формулу (4.43).

10. Ордината процесу навантаження має експоненційний розподіл, відомими є допустимий рівень навантаження й середня кількість відмов за одиницю часу. Знайдіть нижню й верхню оцінки γ-відсоткового наробку до відмови.

11. Має місце високий рівень міцності об'єкта відносно стаціонарного навантаження на нього. Відомо інтенсивність відмов об'єкта за цих умов. Знайдіть:

а) імовірність виникнення заданої кількості відмов за певний час;

б) час, за який виникне задана кількість відмов із заданою ймовірністю.

12. Рівень дефектності елементної бази об'єкта становить 10 %. Відомо інтенсивності відмов нормальних (10^{-6} год$^{-1}$) і дефектних (10^{-3} год$^{-1}$) елементів. Необхідно:

а) знайти початкове й усталене значення інтенсивності відмов об'єкта й побудувати графік її змінення з часом;

б) побудувати графіки змінення ймовірності безвідмовної роботи з часом для бездефектного об'єкта й об'єкта з визначеним рівнем дефектності.

13. Для віялового процесу деградації зобразіть сукупність реалізацій, моментів відмов і щільності розподілу наробку до відмови.

14. Зобразіть реалізації процесу деградації, що приводять до *DM*- і *DN*-розподілів, і схему відліків для статистичного оцінювання параметрів цих розподілів.

Контрольні запитання

1. Сформулюйте два основні принципи будування імовірнісно-фізичних відмов технічних об'єктів. Що їх поєднує математично?

2. Сформулюйте основні випадки будування моделей відмов за принципом «навантаження – міцність».

3. Доведіть, що більша невизначеність процесів навантаження й значень міцності призводить до зменшення надійності об'єкта.

4. Який проектний параметр конструкцій об'єктів визначається за заданою надійністю?

5. Поясніть два випадки, коли статична надійність відповідає надійності за часом.

6. Поясніть виникнення геометричного розподілу в схемі циклічного навантаження.

7. Поясніть формулу розрахунку ймовірності безвідмовності при циклічному навантаженні й невідомій міцності об'єкта.

8. Які існують схеми врахування деградації міцності при циклічному навантаженні?

9. Що являють собою динамічні моделі відмов?

10. Які спрощення для будування динамічних моделей відмов дає стаціонарність і нормальність процесу навантаження?

11. Дайте означення моделі суто раптової відмови. Чому з її допомогою принципово не можна описати деградаційні відмови?

12. Поясніть фізичну суть моделі відмов припрацювання.

13. Поясніть фізичну суть основних деградаційних моделей відмов. Які міркування беруть до уваги для їх вибору?

5. МАРКОВСЬКІ МОДЕЛІ НАДІЙНОСТІ ОБ'ЄКТІВ

5.1. Марковський дискретний процес як модель поведінки об'єкта в часі

Для опису поведінки в часі технічних об'єктів доцільно застосовувати модель дискретного випадкового процесу з неперервним часом.

Припустимо, гіпотетичний об'єкт може перебувати в n дискретних станах (наприклад, його визначальний параметр може набувати n дискретних значень). Стан об'єкта змінюється стрибкоподібно. Перебуваючи в деякому стані протягом випадкового часу, об'єкт стрибком змінює його. Стрибки виникають через випадкові інтервали часу несподівано.

Такий дискретний процес визначається кількома можливими станами й відповідними ймовірностями $P_i\,(t)$ перебування в кожному стані, які є функціями часу.

Нарівні з *імовірностями стану* такий дискретний процес описується також *імовірностями переходів* $P_{ij}\,(t)$ з одного стану в інший. Якщо ці ймовірності залежать лише від стану, у якому об'єкт перебуває в певний момент часу, і не залежать від того, яким чином об’єкт набув цього стану, то випадковий процес називають *марковським*.

Основною задачею теорії дискретних випадкових процесів є визначення ймовірностей станів $P_i(t)$ як функцій часу. Для цього розглянемо два сусідніх моменти часу t і $t+\Delta t$, а також довільний стан i.

Об'єкт буде перебувати в стані i в момент часу $t+\Delta t$, якщо перебував у цьому стані в момент часу t і за час Δt не змінив його або ж у момент t перебував у стані j і за час Δt перейшов у стан i і т. д.

Подамо ймовірність переходу об'єкта зі стану i в стан j за малий інтервал часу Δt у такому вигляді:

$$P_{ij}(\Delta t) \cong \lambda_{ij}(t)\Delta t,$$

де $\lambda_{ij}(t)$ – інтенсивність *переходу* об'єкта з одного стану в інший і для заданого випадкового процесу є відомою.

Тоді можна довести, що

$$\frac{P_i(t+\Delta t)-P_i(t)}{\Delta t} \cong \sum_{j=1}^{n} \lambda_{ij}(t)P_j(t).$$

Переходячи до границі при $\Delta t \to 0$, одержуємо систему з n диференційних рівнянь для визначення ймовірностей $P_i(t)$:

$$\frac{dP_i(t)}{dt} = \sum_{j=1}^{n} \lambda_{ij}(t)P_j(t),\ i = 1, 2, ..., n. \tag{5.1}$$

Одне з диференційних рівнянь у системі (5.1) можна замінити алгебричним рівнянням

$$\sum_{i=0}^{n} P_i(t) = 1. \tag{5.2}$$

Розв'язання рівняння (5.1) необхідно здійснювати при початкових умовах. Якщо допустити, що об'єкт у початковий момент часу перебуває в стані «1» ,то початкові умови наберуть вигляду

$$\begin{cases} P_1(0) = 1, \\ P_k(0) = 0, k = 2, 3, ..., n. \end{cases} \tag{5.3}$$

Розв'язання рівняння (5.1) при довільних $\lambda_{ij}(t)$ є проблематичним. Його можна порівняно легко знайти за умови сталості інтенсивностей:

$$\lambda_{ij}(t)=\lambda_{ij}. \tag{5.4}$$

Допущення сталості інтенсивностей переходів λ_{ij} приводить до такого:

1) усі розподіли випадкових величин, що належать до моделі, уважаються експоненційними;
2) процес стає Марковським;
3) рівняння (5.1) буде мати постійні коефіцієнти, що значно спрощує його розв'язання;
4) для розв'язання рівняння (5.1) доцільно застосовувати перетворення Лапласа, що дає змогу замінити диференціальні рівняння алгебричними рівняннями;
5) розв'язання рівнянь з постійними коефіцієнтами зводиться до функції $P_i(t)$, що при великому значенні t прямує до постійних значень P_i. Ці значення можна знайти з алгебричного рівняння

$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_{ij}P_i = 0,\ i = 1, 2, ..., n. \tag{5.5}$$

Для спрощення процедури складання рівняння (5.1) застосовують методику, яка грунтується на попередньому будуванні графа змінення станів об'єкта і містить такі дії:

1) визначають можливі стани об'єкта й логіку їх змінення в часі;
2) будують граф станів і переходів, що складається зі станів, з'єднаних стрілками, які характеризують можливі для цього об'єкта переходи; над стрілками вказують інтенсивності відповідних переходів;
3) для кожного стану об'єкта записують одне рівняння, що містить стільки величин $P_k(t)$, скільки станів безпосередньо переходять у певний стан, причому ці ймовірності беруться зі знаком «плюс»;
4) імовірність стану, що розглядається, береться зі знаком «мінус», якщо стрілка виходить з цього стану;

Коефіцієнтами при $P_k(t)$ будуть інтенсивності переходів, що відповідають стрілкам графа.

Приклад. Розглянемо об'єкт, що описується графом змінення станів (рис. 5.1).

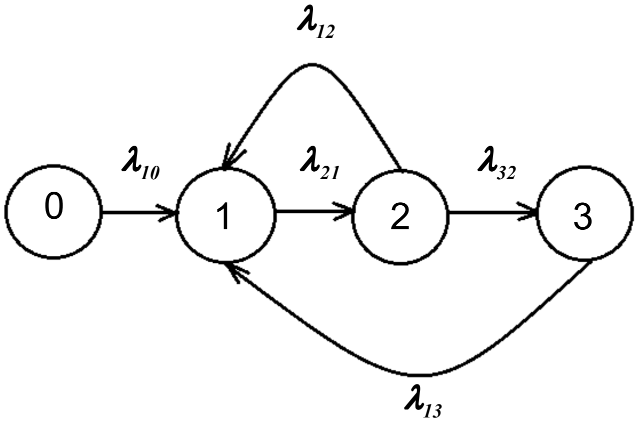


Рис. 5.1

Система рівнянь для опису ймовірностей станів буде мати такий вигляд:

$$\dot{P}_0(t) = -\lambda_{10} P_0(t),$$
$$\dot{P}_1(t) = -\lambda_{10} P_0(t) - \lambda_{21} P_1(t) + \lambda_{12} P_2(t) + \lambda_{13} P_3(t),$$
$$\dot{P}_2(t) = \lambda_{21} P_1(t) - \lambda_{32} P_2(t) - \lambda_{12} P_2(t),$$
$$\dot{P}_3(t) = \lambda_{32} P_2(t) - \lambda_{13} P_3(t).$$

Одне з цих рівнянь можна замінити алгебричним рівнянням

$$P_0(t) + P_1(t) + P_2(t) + P_3(t) = 1.$$

Розглянутий вище принцип моделювання змінення станів об'єкта грунтується на описі розподілів тривалостей перебування об'єкта в різних станах за експоненційним законом. Для цього треба перевірити близькість дійсних розподілів до експоненційного. У цьому випадку на практиці не користуються дуже складними критеріями: достатньо впевнитися, що коефіцієнт варіації дійсного розподілу прямує до одиниці. Для електронних об'єктів це в більшості випадків виконується.

5.2. Невідновлюваний об'єкт

Об'єкт може перебувати в двох станах: «0» – справний, «1» – несправний. Несправність виникає з інтенсивністю відмов λ. Граф змінення станів невідновлюваного об'єкта зображено на рис. 5.2.

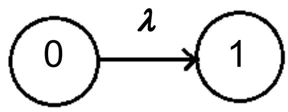


Рис. 5.2

Система рівняння ймовірностей змінення станів має вигляд

$$\begin{aligned} \dot{P}_0(t) &= -\lambda P_0(t), \\ \dot{P}_1(t) &= \lambda P_0(t). \end{aligned} \tag{5.6}$$

Останнє рівняння замінюємо алгебричним

$$P_0(t) + P_1(t) = 1 .$$

Беремо початкові умови:

$$\begin{aligned} P_0(0) &= 1, \\ P_1(t) &= 0. \end{aligned}$$

Розв’язуючи систему наведених рівнянь, одержимо

$$P_0(t) = e^{-\lambda t},\ P_1(t) = 1 - e^{-\lambda t},$$

що повністю відповідає раніше отриманому результату:

$$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)dt} = e^{-\lambda t}.$$

5.3. Послідовність відмов об’єкта з постійною інтенсивністю

Нехай об`єкт відмовляє послідовно в часі з постійною інтенсивністю, а відмови ліквідуються миттєво. Тоді стани об’єкта на довільний час t будуть такими: «0» – не виникло жодної відмови; «1» – виникла одна відмова; «k» – виникло k відмов.

Граф переходів у такій системі станів зображено на рис. 5.3.

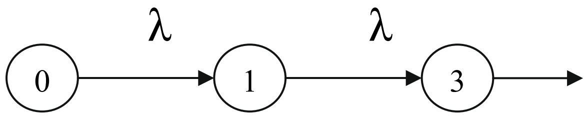


Рис. 5.3

Запишемо рівняння для ймовірностей станів:

$$\begin{aligned} \dot{P}_0(t) &= -\lambda p_0(t), \\ \dot{P}_1(t) &= \lambda p_0(t) - \lambda p_1(t), \\ \dot{P}_k(t) &= \lambda p_{k-1}(t) - \lambda p_k(t). \end{aligned} \tag{5.7}$$

з початковими умовами

$$P_0(0) = 1, \quad P_k(0) = 0, \quad k = 1, 2, \ldots$$

Знаходимо розв'язок системи (5.7) у загальному вигляді:

$$P_k(t) = e^{-\lambda t} v_k(t). \tag{5.8}$$

Шляхом підстановки цих виразів у систему (5.7) зводимо її до вигляду

$$\begin{aligned} \dot{v}_0(t) &= 0, \\ \dot{v}_k(t) &= \lambda v_{k-1}(t), k = 1, 2, \ldots \end{aligned} \tag{5.9}$$

з початковими умовами

$$v_0(0) = 1, \; v_k(0) = 0, \; k = 1, 2, \ldots \tag{5.10}$$

Послідовно розв'язуючи систему рівнянь (5.9) з урахуванням початкових умов (5.10), отримаємо такі вирази для функції $v_k(t)$:

$$v_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!},$$

звідки з урахуванням виразу (5.8) випливає вираз для ймовірності $P_k(t)$:

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}, \tag{5.11}$$

що збігається з відповідним виразом дискретного розподілу Пуассона.

5.4. Відновлюваний об'єкт

Розглянемо відновлюваний об'єкт, що відмовляє з інтенсивністю λ, а відновлюється з інтенсивністю μ, які відповідають щільності розподілу часу безвідмовної роботи $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$ і часу відновлення $f_B(t) = \mu e^{-\mu t}$.

Система станів об'єкта буде такою: «0» – об'єкт справний; «1» – об'єкт несправний і відновлюється.

Граф змінення станів відновлюваного об'єкта зображено на рис. 5.4.

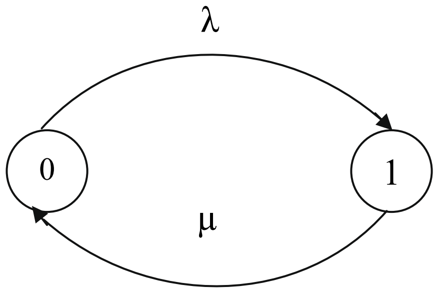


Рис. 5.4

Система рівнянь імовірностей змінення станів має вигляд

$$\begin{aligned} \dot{P}_0(t) &= -\lambda p_0(t) + \mu p_1(t), \\ \dot{P}_1(t) &= \lambda p_0(t) - \mu p_1(t). \end{aligned} \tag{5.12}$$

Початкові умови беремо такими:

$$P_0(0) = 1,$$

$$P_1(0) = 0.$$

Враховуючи алгебричне рівняння $P_0(t) + P_1(t) = 1$, перше рівняння системи рівнянь подамо у вигляді

$$\dot{P}_0(t) = -(\lambda + \mu)P_0(t) + \mu \cdot 1(t), \tag{5.13}$$

де $1(t)$ – одинична функція Хевісайда.

Розв’яжемо останнє рівняння із застосуванням перетворення Лапласа і врахуванням початкових умов.

Знайдемо перетворення Лапласа функцій $P_0(t),\ \dot{P}_0(t),\ 1(t)$:

$$L\{P_0(t)\} = P_0(s),\ L\{\dot{P}_0(t)\} = sP_0(s) - p(0) = sP_0(s) - 1,\ L\{1(t)\} = \frac{1}{s},$$

де s – оператор Лапласа.

Після алгебричних перетворень отримаємо

$$P_0(s) = \frac{1}{s + (\lambda + \mu)} + \frac{\mu}{s(s + \lambda + \mu)}.$$

Використовуємо табличні значення відповідних перетворень Лапласа:

$$\frac{1}{s+\alpha} : (exp(-\alpha t));\ \frac{\alpha}{s(s+\alpha)} : (1 - exp(-\alpha t)).$$

Остаточно знаходимо

$$P_0(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\mu}{\lambda + \mu} exp[-(\lambda + \mu)t]. \qquad (5.14)$$

Зважаючи на те, що ймовірність $P_0(t)$ за суттю збігається з коефіцієнтом готовності об’єкта, а для експоненційних розподілів використовуються залежності $\lambda = \frac{1}{T},\ \mu = \frac{1}{T_B},$ можемо записати

$$K_Г(t) = \frac{T}{T + T_B} + \frac{T}{T + T_B} exp\left[-\frac{T + T_B}{T\,T_B} t\right] =$$
$$= K_Г + (1 - K_Г) exp\left[-K_Г^{-1} T_B^{-1} t\right], \qquad (5.15)$$

де $K_Г$ – стаціонарне значення коефіцієнта готовності, до якого прямує $K_Г(t)$ від початкового значення $K_Г(0) = 1$.

Вираз для стаціонарного значення коефіцієнта готовності $K_Г$ можемо отримати із системи рівнянь (5.12) за умови $t \to \infty$, коли $\dot{P}_0(t) \to 0$, $\dot{P}_1(t) \to 0$, $P_0(t) \to P_0$, $P_1(t) \to P_1$:

$$-\lambda P_0 + \mu P_1 = 0,$$

$$P_0 + P_1 = 1,$$

тоді

$$P_0 = K_Г = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{T}{T + T_В} = \frac{1}{1 + \gamma}, \tag{5.16}$$

де $\gamma = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{T_В}{T}$.

Задачі для самостійного розв'язання

1. Зобразіть граф переходу в системі з трьома станами.
2. Для заданого графа станів складіть систему диференційних рівнянь імовірності станів.
3. Для заданої системи диференційних рівнянь імовірностей змінення станів запишіть систему рівнянь у перетвореннях Лапласа.
4. Наведіть систему диференційних рівнянь імовірностей змінення станів невідновлюваного об'єкта й розв'яжіть її.
5. Наведіть граф змінення станів об'єкта з послідовними відмовами й миттєвим відновленням і систему диференційних рівнянь, що йому відповідає, і розв'яжіть цю систему.
6. Доведіть розв'язання для коефіцієнта готовності відновлюваного об'єкта.
7. Отримайте вираз для стаціонарного коефіцієнта готовності відновлюваного об'єкта.

Контрольні запитання

1. Чим визначається дискретний стохастичний процес змінення станів об'єкта?
2. Назвіть ознаку марковості дискретного стохастичного процесу змінення станів об'єкта.
3. При яких розподілах випадкових часових перебувань у певних станах об'єкт набуває властивості марковості?
4. Доведіть, що застосування перетворення Лапласа дає змогу замінити систему диференційних рівнянь імовірностей станів системою алгебричних рівнянь.

5. Доведіть, що в системі диференційних рівнянь змінення станів об’єкта одне з рівнянь можна замінити алгебричним.

6. Якою є найважливіша практична ознака можливості застосування Марковської моделі змінення станів об’єкта?

7. Наведіть систему змінення станів об’єкта, з якої випливає вираз для ймовірності його безвідмовної роботи.

8. Наведіть систему змінення станів об’єкта, з якої випливає закон Пуассона.

9. Побудуйте граф змінення станів відновлюваного об’єкта.

10. Наведіть систему рівнянь, за якою визначають імовірності змінення станів відновлюваного об’єкта.

6. СТРУКТУРНІ МОДЕЛІ НАДІЙНОСТІ ТЕХНІЧНИХ ЗАСОБІВ

Будь-який технічний засіб є системою, що складається з кількох простих елементів. У кожному з них проходять процеси, що призводять до їх відмов. Ці відмови можуть спричиняти відмову всього об'єкта. З іншого боку, в об’єкті можуть проходити процеси, які, не спричиняючи відмов елементів, певним чином накопичуючись, можуть призводити до виходу визначальних параметрів об'єкта за межі допуску й до відмови об'єкта. Отже, відмова пристрою може спричинятися як відмовою окремих елементів, так і виходом за межі допуску його визначальних параметрів без відмови елементів. В останньому випадку пристрій можна розглядати як один елемент, використовуючи для його опису наведені раніше моделі відмов.

Якщо ж відмова об'єкта спричиняється відмовою його елементів, то задача визначення кількісних показників надійності всього об'єкта залежить від структурної схеми надійності (ССН), згідно з якою функціонують структурні елементи об'єкта, що з позицій надійності розглядаються як неподільні.

При поділі об'єкта на такі елементи слід дотримуватися певних правил:

а) поділ має бути ієрархічним (багаторівневим), за яким система буде складатися з підсистем, підсистеми – з блоків, блоки – з вузлів і т. д.;

б) відмови виокремлених частин мають бути незалежними;

в) частини необхідно виокремити так, щоб можна було оцінити їх надійність.

При складанні ССН можна використовувати поділ об'єкта за конструктивною, технологічною, функціональною та іншими ознаками або ж здійснювати його спеціальний поділ для оцінювання надійності.

Для оцінювання надійності виробу виокремлені частини з'єднуються певним чином. Можна виокремити деякі типові ССН, з використанням яких вдається простіше скласти ССН усього об'єкта: послідовну, паралельну й змішану (послідовно-паралельну).

6.1. Послідовне за надійністю з'єднання елементів

6.1.1. Послідовне з'єднання невідновлюваних елементів

Послідовно (за надійністю) елементи в системі з'єднуються в тому випадку, коли відмова будь-якого елемента призводить до відмови системи в цілому. Необхідно підкреслити, що порядок увімкнення елементів у ССН визначається лише їх впливом на роботоздатність системи, оскільки елемент, увімкнений у принциповій схемі паралельно, за надійністю відповідає послідовному з'єднанню, і навпаки.

Якщо взяти до уваги, що система є роботоздатною за умови, що роботоздатними є всі елементи, то ймовірність її безвідмовної роботи дорівнює добутку ймовірностей безвідмовної роботи всіх елементів:

$$R_c(t)=\prod_{i=1}^{n}R_i(t), \qquad (6.1)$$

де n – кількість елементів у ССН.

Послідовне за надійністю з'єднання умовно зображено на рис. 6.1.

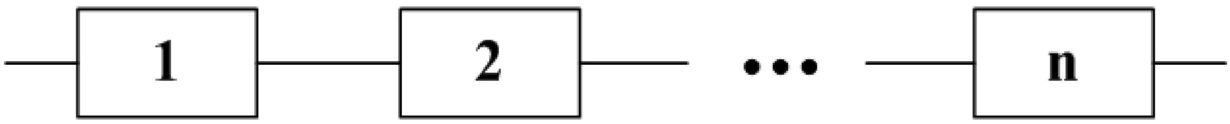


Рис. 6.1

Формула (6.1) має місце при незалежних відмовах елементів.

Використовуючи формулу (2.9) для ймовірності $R_i(t)$, одержимо

$$R_c(t)=exp\left\{-\sum_{i=1}^{n}\int_0^t\lambda_i(t)dt\right\}=exp\left\{-\int_0^t\sum_{i=1}^{n}\lambda_i(t)dt\right\}. \qquad (6.2)$$

Величину $\sum_{i=1}^{n}\lambda_i(t)$ можна розглядати як інтенсивність відмов системи, тобто

$$\lambda_c(t)=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i(t),\;\; R_c(t)=exp\left\{-\int_0^t\lambda_c(t)dt\right\}. \qquad (6.3)$$

Отже, послідовне з'єдання елементів можна розглядати як один елемент з інтенсивністю відмов, що дорівнює сумі інтенсивностей відмов елементів.

Можна виокремити такі основні властивості послідовного з'єднання:

1) надійність послідовного з'єднання визначається найслабкішим елементом, адже $R_c(t) > R_i(t),\ i = 1,\ ...,\ n$;

2) довговічність з'єднання також визначається найслабкішим елементом, тобто

$$t_c = min(t_1, t_2, ..., t_n); \qquad (6.4)$$

3) з позицій надійності для цього з'єднання доцільним є принцип рівної надійності;

4) послідовне з'єднання призводить до зменшення середнього часу безвідмовної роботи, наприклад, коли всі елементи є рівнонадійними з постійними інтенсивностями відмов, тобто $\lambda_1 = \lambda_2 = ... = \lambda_n = \lambda$.

Тоді середній час безвідмовної роботи системи

$$T_c = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{n\lambda} = \frac{T}{n},$$

тобто в n разів менший за середній час безвідмовної роботи елемента.

6.1.2. Послідовне з'єднання відновлюваних елементів

Параметр потоку відмов системи знаходять як суму параметрів відмов окремих елементів:

$$\omega_c(t) = \sum_{i=1}^{n}\omega_i(t). \qquad (6.5)$$

Середній час відновлення знаходять за формулою математичного сподівання дискретної випадкової величини:

$$T_B = \sum_{i=1}^{n} q_i T_{B_i}, \tag{6.6}$$

де q_i – умовна ймовірність відмови системи через відмову *i*-го елемента;

T_{Bi} – середня тривалість відновлення елемента (складової частини) *i*-го типу.

Для визначення величини q_i уведемо такі події: $\bar{A}$ – відмова системи елементів; a_i – відмова *i*-го елемента.

Тоді за формулою умовної ймовірності матимемо

$$P(\bar{A}a_i) = P(\bar{A})P\left(\frac{a_i}{\bar{A}}\right) = P(a_i)P\left(\frac{\bar{A}}{a_i}\right),$$

$$P\left(\frac{a_i}{\bar{A}}\right) = q_i = \frac{P(a_i)P\left(\frac{\bar{A}}{a_i}\right)}{P(\bar{A})}.$$

Зважаючи на послідовність з'єднання елементів, будемо мати

$$P\left(\frac{\bar{A}}{a_i}\right) = 1,\ q_i = P\left(\frac{a_i}{\bar{A}}\right).$$

За формулою повної ймовірності можна записати

$$P(\bar{A}) = \sum_{i=1}^{n} P(a_i)P\left(\frac{\bar{A}}{a_i}\right) = \sum_{i=1}^{n} P(a_i),$$

а вираз для q_i матиме вигляд

$$q_i = \frac{P(a_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(a_i)}, \tag{6.7}$$

де $P(a_i)$ – апріорна ймовірність відмови *i*-го елемента, яка визначається як $1-R_i(t)$, тобто в загальному випадку ймовірність q_i залежить від часу.

При експоненційному розподілі матимемо $R_i(t)=e^{-\lambda_i t}$, $P(a_i)=1-e^{-\lambda_i t}$. Розвиваючи функцію $e^{-\lambda_i t}$ в ряд Маклорена, матимемо $P(a_i)=\lambda_i t-\frac{(\lambda_i t)^2}{2}+\dots$, а при малій величині $\lambda_i t$ одержимо $P(a_i)\cong\lambda_i t$. Тоді

$$q_i \cong \frac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^{n}\lambda_i}. \tag{6.8}$$

Для визначення коефіцієнта готовності системи застосовують два режими роботи системи:

– при відмові одного з елементів системи інші вимикаються; це означає, що при відновленні одного з елементів жоден з інших елементів не може відмовити;

– при відмові одного з елементів інші залишаються в робочому стані, а отже, можуть відмовити.

У другому випадку коефіцієнт готовності системи знаходять за відомими коефіцієнтами готовності елементів:

$$K_Г(t)=\prod_{i=1}^{n}K_{Г_i}(t). \tag{6.9}$$

Розглянемо більш детально перший випадок. Візьмемо, що стани об'єкта є такими: «0» – всі елементи справні; «1» – відмовив перший елемент; «2» – відмовив другий елемент; «n» – відмовив n-й елемент.

Стани з кількома одночасними відмовами не розглядаємо як малоймовірні.

З урахуванням відновлень змінення станів зобразимо графом переходів з відповідними інтенсивностями λ_i, μ_i (рис. 6.2).

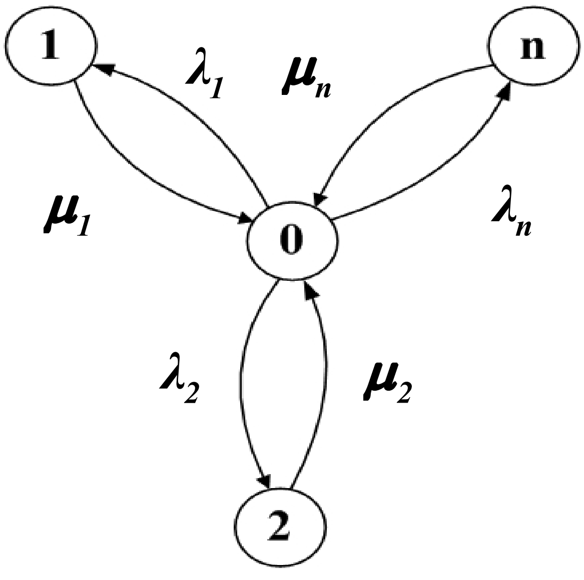


Рис. 6.2

Рівняння ймовірностей станів буде мати вигляд такої системи:

$$\dot{P}_0(t) = -(\lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_n) P_0(t) + \mu_1 P_1(t) + \mu_2 P_2(t) + \ldots + \mu_n P_n(t) = 0,$$

$$\dot{P}_1(t) = -\lambda_1 P_0(t) + \mu_1 P_1(t), \qquad (6.10)$$

$$\ldots$$

$$\dot{P}_n(t) = -\lambda_n P_0(t) + \mu_n P_n(t).$$

Розв'язання системи рівнянь (6.10) при початкових умовах $P_0(0) = 1$, $P_i(0) = 0,\ i = 1,\ \ldots,\ n$ дає вираз для коефіцієнта готовності системи елементів $P_0(t) = K_Г(t)$, який при $t \to \infty$ прямує до стаціонарного значення $K_Г$. Його можна одержати із системи алгебраїчних рівнянь

$$-(\lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_n) P_0 + \mu_1 P_1 + \mu_2 P_2 + \ldots + \mu_n P_n = 0,$$

$$-\lambda_1 P_0 + \mu_1 P_1 = 0, \qquad (6.11)$$

$$-\lambda_{n-1} P_0 + \mu_{n-1} P_1 = 0.$$

У системі (6.11) останнє рівняння замінемо нормованою сумою ймовірностей P_i: $P_0 + P_1 + \ldots + P_n = 1$. Розв'язання рівнянь (6.11) має вигляд

$$K_Г = P_0 = \frac{1}{1+\sum_{i=1}^{n}\gamma_i}, \quad \gamma_i = \frac{\lambda_i}{\mu_i}. \tag{6.12}$$

Ураховуючи, що $\gamma_i = \frac{T_{B_i}}{T_i} = \frac{1-K_{Г_i}}{K_{Г_i}}$, знаходимо вираз для стаціонарного коефіцієнта готовності при стаціонарних коефіцієнтах готовності складових частин з'єднання:

$$K_Г = \left[1+\sum_{i=1}^{n}\left(1-K_{Г_i}\right)K_{Г_i}^{-1}\right]^{-1}. \tag{6.13}$$

Стаціонарне значення коефіцієнта оперативної готовності $K_Г(z)$ за умови експоненційного розподілу наробку до відмови складових частин

$$K_{ОГ}(z) = K_Г\, e^{-\lambda_c z}, \tag{6.14}$$

а при довільному розподілі складових частин

$$K_{ОГ}(z) = K_Г - \frac{1}{T+T_B}\int_0^z R_c(t)\,dt. \tag{6.15}$$

6.2. Паралельне за надійністю з'єднання елементів

Якщо відмова системи виникає тоді, коли відмовив останній з елементів, то вважають, що такі елементи за надійністю з'єднано паралельно.

З логіки виникнення відмови системи випливає формула для ймовірності її відмови:

$$Q_c = \prod_{i=1}^{n} Q_i\,. \tag{6.16}$$

З неї отримуємо вираз для ймовірності безвідмовної роботи:

$$R_c = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - R_i). \qquad (6.17)$$

Елементи в системі з’єднують паралельно зазвичай навмисно. Це не випливає, як послідовне, із логіки будування виробу, тому є основою різноманітних схем резервування. Розглянемо основні властивості цього з'єднання.

1. Безвідмовність з'єднання визначається найнадійнішим елементом. Дійсно, якщо ймовірність відмови системи за формулою (6.16) є меншою за найменшу ймовірність відмов елементів, то безвідмовність системи буде більшою за найбільшу.

2. Довговічність з'єднання визначається співвідношенням

$$t = max(t_i), \qquad (6.18)$$

де t_i – довговічність (наробок до відмови) *i*-го елемента.

3. При паралельному з'єднанні надійнісні властивості системи можуть суттєво відрізнятися від таких самих властивостей елементів.

Дійсно, нехай маємо найпростіше з'єднання з двух елементів з постійними інтенсивностями відмов λ_1 і λ_2 (рис. 6.3). Тоді з формули (6.17) будемо мати

$$R(t) = 1 - \left(1 - e^{-\lambda_1 t}\right)\left(1 - e^{-\lambda_2 t}\right) \cong 1 - \lambda_1 \lambda t^2,$$

$$-\dot{R}(t) = 2\,\lambda_1 \lambda_2 t,$$

а отже, інтенсивність відмов системи, що визначається як $\lambda(t) = -\dfrac{\dot{R}(t)}{R(t)}$, уже не буде постійною в часі.

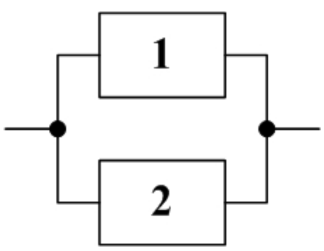


Рис. 6.3

4. Для опису поведінки невідновлюваних паралельних з'єднань можна використовувати марковську схему. Розглянемо той самий приклад з двох паралельних елементів. Візьмемо, що є такі стани з'єднання: «0» – обидва елементи справні; «1» – відмовив перший елемент; «2» – відмовив другий елемент; «3» – відмовили обидва елементи.

Граф змінення станів системи зображено на рис. 6.4.

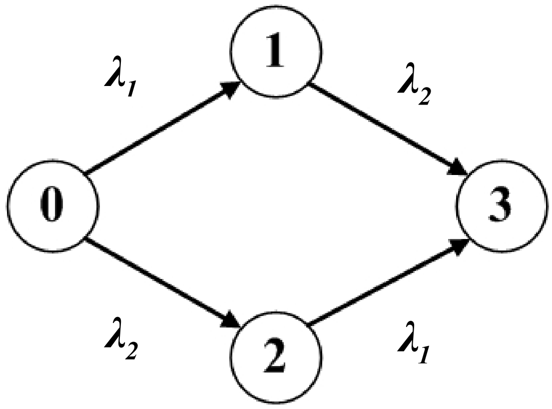


Рис. 6.4

Складемо систему рівнянь імовірностей станів:

$$
\begin{aligned}
&\dot{P}_0(t) = -(\lambda_1 + \lambda_2)P_0(t);\\
&\dot{P}_1(t) = \lambda_1 P_0(t) - \lambda_2 P_1(t);\\
&\dot{P}_2(t) = \lambda_2 P_0(t) - \lambda_1 P_2(t);\\
&\dot{P}_3(t) = \lambda_2 P_1(t) + \lambda_1 P_2(t).
\end{aligned}
\tag{6.19}
$$

При початкових умовах $P_0(0) = 1$, $P_i(0) = 0$, $i = 1, ..., 3$ можемо одержати рівняння для всіх імовірностей $P_i(t)$. Оскільки відмовою системи є стан «3», запишемо вираз для ймовірності її безвідмовної роботи:

$$R(t) = 1 - P_3(t).$$

5. Для опису поведінки відновлюваних паралельних з'єднань також можна ефективно застосувати марковську модель. Для прикладу розглянемо той самий об'єкт. Зауважимо, що відновлення паралельних елементів може здійснюватися за різними принципами:

а) відновлюється перший елемент, що відмовив;

б) відновлення здійснюється після відмови двох елементів.

Як приклад розглянемо систему з відновленням після відмови двох елементів. Граф змінення станів такої системи зображено на рис. 6.5.

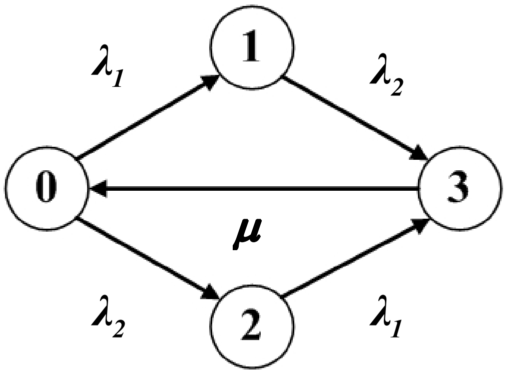


Рис. 6.5

Система рівнянь імовірності станів має такий вигляд:

$$\begin{aligned}
\dot{P}_0(t) &= -(\lambda_1 + \lambda_2) P_0(t) + \mu P_3(t); \\
\dot{P}_1(t) &= \lambda_1 P_0(t) - \lambda_2 P_1(t); \\
\dot{P}_2(t) &= \lambda_2 P_0(t) - \lambda_1 P_2(t); \\
\dot{P}_3(t) &= \lambda_2 P_1(t) + \lambda_1 P_2(t) - \mu P_3(t).
\end{aligned} \tag{6.20}$$

Аналогічно попередньому прикладу знаходимо ймовірність $P_3(t)$, а за нею – імовірність безвідмовної роботи $R(t) = 1 - P_3(t)$.

6.3. Змішане за надійністю з'єднання елементів

На практиці часто використовують системи, ССН яких мають як послідовне, так і паралельне з'єднання елементів.

Якщо ССН системи можна звести до послідовно-паралельної структури без будь-яких додаткових перетворень, то в ній виокремлюють підсистеми з паралельними й послідовними ділянками, для яких використовують формули, наведені в цьому розділі. На рис. 6.6 показано приклади таких перетворень.

Розрахуємо ймовірність безвідмовної роботи для варіанта *а*, починаючи з останнього етапу декомпозиції:

$$R = R_1 R_{10}, \quad R_{10} = 1 - (1 - R_7)(1 - R_9), \quad R_9 = R_4 R_8,$$

$$R_8 = 1-(1-R_5)(1-R_6), \quad R_7 = R_2 R_3.$$

Запишемо вираз для визначення довговічності системи:

$$t = min(t_1, t_{10}), \; t_{10} = max(t_7, t_9), \; t_9 = min(t_4, t_8),$$

$$t_7 = min(t_2, t_3), \; t_8 = max(t_5, t_6).$$

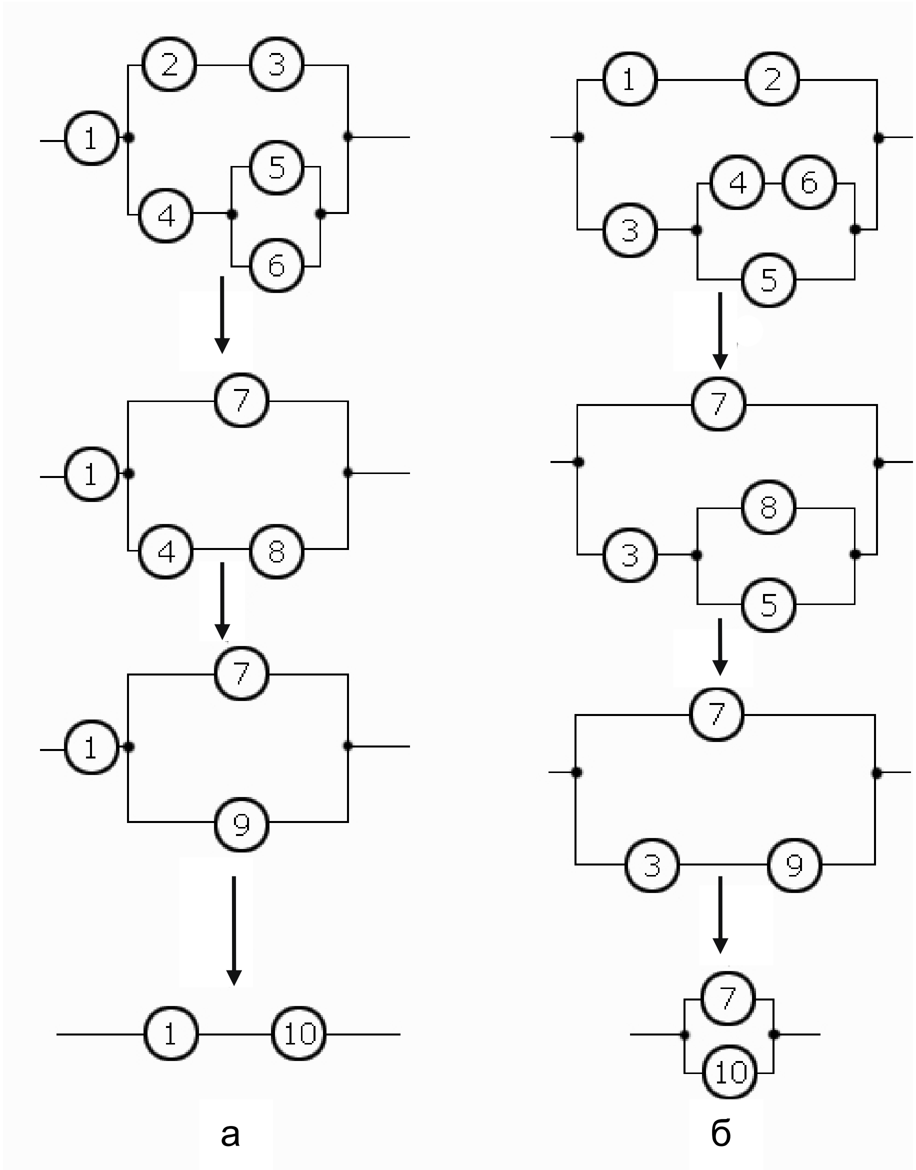


Рис. 6.6

Розрахуємо ймовірність безвідмовної роботи для варіанта *б*:

$$R = 1-(1-R_7)(1-R_{10}), \; R_{10} = R_3 R_9, \; R_9 = 1-(1-R_5)(1-R_8),$$

$$R_8 = R_4 R_6, \quad R_7 = R_1 R_2.$$

Визначимо довговічність системи:

$$t = max(t_7, t_{10}), \; t_{10} = min(t_3, t_9), \; t_9 = max(t_5, t_8),$$

$$t_8 = min(t_4, t_6), \quad t_7 = min(t_1, t_2).$$

Отримані за цією схемою вирази для R і t дають змогу розрахувати інші показники, а також моделювати значення наробку до відмови системи за наробками окремих частин t_i.

Задачі для самостійного розв'язання

1. Об'єкт з послідовною ССН складається з трьох блоків, які мають такі інтенсивності відмов: $\lambda_1, \lambda_2 = \lambda_{20} + at, \lambda_3 = \lambda_{30} t^2$. Отримайте вираз для ймовірності безвідмовної роботи об'єкта.

2. Об'єкт складається з чотирьох елементів із середніми наробками до відмови T_1, T_2, T_3, T_4. Відмова будь-якого з елементів призводить до відмови всього об'єкта. Інтенсивність відмов елементів є постійною. Знайдіть: а) середній наробок до відмови об'єкта; б) середню кількість відмов протягом заданого часу t_3.

Контрольні запитання

1. Дайте означення ССН.
2. Які вимоги ставляться до елементів ССН?
3. Дайте означення послідовної ССН. Як з її допомогою визначають імовірність безвідмовної роботи об'єкта?
4. Доведіть, що інтенсивність відмов послідовної ССН визначається сумою інтенсивностей відмов складових частин.
5. Обгрунтуйте вираз для довговічності (часу наробку до відмови) послідовної ССН.
6. Чому середній час відновлення послідовної ССН знаходять за формулою математичного сподівання дискретної випадкової величини?
7. Які дві обставини необхідно брати до уваги при визначенні коефіцієнта готовності об'єкта з послідовною ССН?
8. Чому об'єкт з послідовною ССН не обов'язково повинен мати різні ймовірності безвідмовності складових частин?
9. Побудуйте графік змінення станів відновлюваного об'єкта з послідовною ССН.

10. Дайте означення паралельної ССН. Як визначають імовірність безвідмовної роботи об'єкта з її допомогою?

11. Обґрунтуйте вираз довговічності (часу безвідмовної роботи) об'єкта з паралельною ССН.

12. Доведіть, що з паралельною ССН з постійними інтенсивностями відмов елементів інтенсивність відмов об'єкта не буде постійною.

13. Наведіть приклад паралельної ССН і побудуйте відповідний граф змінення станів.

14. Наведіть приклади різних схем відновлення з паралельною ССН.

15. Наведіть приклад об'єкта змішаної ССН і формулу розрахунку ймовірності безвідмовної роботи для неї та вираз для наробку до відмови через відповідні дані складових частин.

Додаток 1

ВИМОГИ ДО МОДЕЛЕЙ ВІДМОВ І МЕТОДИ ЇХ ВИБОРУ ЗГІДНО З ДСТУ 3433–96

Д.1.1. Вимоги до моделей відмов

У стандарті ДСТУ 3433–96 до моделей відмов установлено кілька основних вимог.

1. *Здатність* вирішувати основні завдання надійності:

- розрахунок показників безвідмовності невідновлюваних об’єктів за будь-який час;
- розрахунок показників безвідмовності відновлюваних об’єктів (середнього наробку до відмови або параметра потоку відмов) для будь-якого інтервалу й моменту експлуатації об’єкта;
- розрахунок показників довговічності;
- розрахунок комплексних показників надійності (коефіцієнта готовності, коефіцієнта оперативної готовності);
- розрахунок норм запасних частин;
- планування й оброблення даних визначальних і контрольних випробувань на надійність.

2. *Фізичність*. В умовах гострого дефіциту часу й невеликої кількості інформації про відмови основним критерієм вибору моделі відмов є фізичне її обґрунтування. Важливо, наскільки в цій моделі ураховано причиново-наслідкові зв’язки й механізми відмов, кінетику й динаміку процесів деградації, які спричиняють відмови, умови навантаження й іншу додаткову апріорну інформацію про явища, у тому числі такі, що опосередковано пов’язані з формуванням відмов. Навіть за наявності достатньої статистичної інформації для визначення виду моделі відмов фізичне обґрунтування залишається важливим критерієм для прийняття остаточного рішення, а в разі відсутності статистики й досвіду аналогів – єдиним обґрунтуванням.

3. *Адекватність* – здатність моделі досить точно описувати різні форми розподілу з будь-якими реальними значеннями коефіцієнтів варіації, симетрії, ексцесу. Використання більш адекватних моделей дає більш точну оцінку показників надійності, зменшує витрати, пов’язані з проведенням випробувань і збиранням статистичної інформації про надійність.

Вимозі адекватності можуть задовольнити усі функції розподілу, які мають два і більше параметрів (окрім нормального розподілу). Слід віддавати перевагу функціям, які точніше описують «хвости» розподілів (початок і кінець розподілу).

Досить інформативною характеристикою будь-якого розподілу відмов є функція їх інтенсивності, яку доцільно брати до уваги при розгляді питання близькості емпіричного й теоретичного розподілів.

4. *Можливість виконання розрахунку* надійності системи на основі відомих показників надійності складових частин.

5. *Універсальність* – здатність розподілу до операції згортання, яка дає змогу розраховувати показники безвідмовності й довговічності відновлюваних систем і вирішувати інші завдання, пов'язані з цими показниками.

6. *Практична придатність.* Простота аналітичних виразів для всіх необхідних характеристик розподілів і оцінок параметрів розподілу, а також зручність їх використання під час вирішення конкретних завдань надійності.

Цій вимозі відповідають функції розподілу, які мають невелику кількість параметрів, а також функції, які виражаються через відомі, широко поширені, а також табульовані функції.

Д.1.2. Методи вибору моделі відмов

Д.1.2.1. Вибір моделі відмов у разі наявності статистичних даних

Якщо є однорідна вибірка даних наробків до відмови об'єкта $\{t_1, ..., t_i, ..., t_N\}$, обсяг якої $N \geq 50$, то вид функції розподілу, що найкраще апроксимує статистичні дані, вибирають із декількох запропонованих видів розподілів у такій послідовності.

1. Виходячи із загальних міркувань висувають кілька гіпотез щодо виду функції розподілу (кілька конкурувальних функцій розподілу).

2. Здійснюють перевірку гіпотези відповідності кожного конкретного розподілу вибірці даних наробків до відмови.

Кількість спостережень N має бути понад 100, якщо користуються критеріями Колмогорова і Пірсона, і понад 50 – якщо користуються критерієм ω^2.

Задають рівень значущості ρ, за якою потребується провести перевірку гіпотези, і встановлюють критичне значення критерію $Д_{кр}$. Рівень значущості вибирають із такого ряду: 0,01; 0,05; 0,1; 0,15; 0,2; 0,3; 0,5. Значення $Д_{кр}$ установлюють за вибраним значенням ρ з відповідних таблиць Додатка А в ДСТУ 3433–96.

3. Якщо обчислені значення статистик критеріїв згоди не заперечують гіпотезу відповідності теоретичних функцій розподілів для прийнятого рівня значущості, то вибір найбільш придатної функції розподілу здійснюється надалі з урахуванням порівняння теоретичних значень і вибіркових статистик: середнього, дисперсії (коефіцієнта варіації), коефіцієнта асиметрії, коефіцієнта ексцесу, квантиля малого рівня.

4. Конкурувальну функцію, яка має менші спостережувані значення критеріїв згоди й найменші розходження теоретичних оцінок математичного сподівання, дисперсії (коефіцієнта варіації), коефіцієнтів асиметрії й ексцесу, а також заданого квантиля з відповідними вибірковими статистика-

ми, уважають найбільш придатною функцією розподілу для апроксимації статистичних даних.

Д.1.2.2. Вибір моделі в разі відсутності статистики відмов

Якщо для вибору теоретичної моделі відмов з використанням статичних критеріїв згоди немає в достатньому обсязі статистичних даних, то проводять аналіз переважних фізичних процесів навантаження й процесів деградації, які спричиняють відмови досліджуваного типу об'єктів (його складових частин). При цьому слід брати до уваги деякі рекомендації, наведені в ДСТУ 3433–96.

1. Якщо з високою вірогідністю встановлено, що відмови спричинені незворотніми процесами типу механічного зношення, втоми (об'ємної, поверхневої) і корозії, то як теоретичну модель відмов слід узяти DM-розподіл.

2. Якщо з високою вірогідністю встановлено, що об'єкт складається з елементів, які мають вироби електронної техніки (інтегральні мікросхеми, напівпровідникові прилади, конденсатори тощо) чи інші електротехнічні прилади, або частково містить їх, то для таких об'єктів більш придатною моделлю відмов є DN-розподіл. Цей розподіл також є більш придатним для виробів електронної техніки, електронної апаратури і технічних систем, які містять як електронні, так і механічні елементи.

3. У випадку, коли не вдається встановити переважні фізичні процеси деградації, що спричиняють відмови, як модель слід узяти більш загальний DN-розподіл, надто що при однакових параметрах дифузійних розподілів μ і ν DN-розподіл унаслідок більшої випадковості дає більш песимістичні оцінки показників надійності, ніж DM-розподіл.

Додаток 2

РОЗПОДІЛИ ЕКСТРЕМАЛЬНИХ ЗНАЧЕНЬ

Закони розподілу випадкових наробків, розглянутих у розд. 2 у вигляді функцій $F(x)$ і $f(x)$, охоплюють безліч значень змінної. Іноді доводиться розв'язувати задачі надійності зі скінченними вибірками даних. При цьому виникає питання щодо закону розподілу найбільшого й найменшого значень у цій вибірці.

Нехай x_{max} – максимальне з вибірки даних $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Тоді його функція розподілу

$$F_{max}(x) = P\{x_{max} < x\} = P\{x_1 < x\} P\{x_2 < x\} \ldots P\{x_n < x\} = F^n(x), \quad (Д.2.1)$$

а відповідна щільність розподілу

$$f_{max}(x) = F_{max}(x) = nF^{n-1}(x) f(x). \quad (Д.2.2)$$

Аналогічно знаходять мінімальні функцію і щільність розподілу:

$$F_{min}(x) = P\{x_{min} \le x\} = 1 - P\{(x_1 \ge x) \cap (x_2 \ge x) \cap \ldots (x_n \ge x)\} =$$

$$= 1 - \prod_{i=1}^{n} P\{x_i > x\} = 1 - (1 - F(x))^n; \quad (Д.2.3)$$

$$f_{min}(x) = F'_{min}(x) = n(1 - F(x))^{n-1} f(x). \quad (Д.2.4)$$

При $n \to \infty$ можна знайти граничні вирази для екстремальних розподілів, які не залежать від вихідного розподілу $F(x)$, що робить їх придатними для використання.

Залежно від деяких досить загальних властивостей функції $F(x)$ існує всього по три граничних розподіли для x_{max} і x_{min}, з яких найчастіше застосовуються такі:

– подвійний експоненційний закон

$$\Phi_{max}(x) = lim_{n \to \infty} F_{max}(x) = exp\left\{-e^{-\frac{x-\alpha}{\beta}}\right\}, -\infty < x < \infty, \beta > 0; \quad (Д.2.5)$$

– розподіл Вейбулла

$$\Phi_{min}(x) = lim_{n \to \infty} F_{min}(x) = 1 - exp\left\{-\left(\frac{x-\alpha}{\delta}\right)^{\gamma}\right\}, \alpha < x < \infty, \delta, \gamma > 0. \quad (Д.2.6)$$

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. ДСТУ 2860–94. Надійність техніки. Терміни та визначення. – Чинний з 1996-01-01. – К. : Держстандарт України, 1995. – 90 с.

2. ДСТУ 2862–94. Надійність техніки. Методи розрахунку показників надійності. Загальні вимоги. – Чинний з 1996-01-01. – К. : Держстандарт України, 1995. – 40 с.

3. ДСТУ 3433–96. Надійність техніки. Моделі відмов. – Чинний з 1999-01-01. – К. : Держстандарт України, 1995. – 45 с.

4. Основи надійності цифрових систем [Текст] : підруч. / за ред. В. С. Харченка, В. Я. Жихарєва. – Х. : Нац. аерокосм. ун-т ім. М. Є. Жуковського «Харк. авіац. ін.-т», 2004. – 572 с.

5. Барзилович, Е. Ю. Вопросы математической теории надежности [Текст] / Е. Ю. Барзилович, Ю. К. Беляев, В. А. Каштанов ; под. ред. Б. В. Гнеденко. – М. : Радио и связь, 1983. – 376 с.

6. Бабаков, М. Ф. Модели надежности летательних аппаратов и их систем [Текст] : учеб. пособие / М. Ф. Бабаков, К. Г. Гусев, В. П. Лысенко. – Х. : Харьк. авиац. ин-т, 1984. – 107 с.

7. Переверзев, Е. С. Случайные процессы в параметрических моделях надежности [Текст] / Е. С. Переверзев. – К. : Наук. думка, 1987. – 238 с.

8. Надежность и эффективность в технике [Текст] : справ. : в 10 т. / В. В. Белов, Ю. К. Беляев, А. Г. Давтян и др. – М. : Машиностроение, 1987. – Т. 2 : Математические методы в теории надежности и эффективности. Б. В. Гнеденко. – 280 с.

9. Надежность технических систем [Текст] : справ. / под. ред. И. Н. Ушакова. – М. : Радио и связь, 1995. – 605 с.

10. Gnedenko, B. Probabilistic Reliability Engenering [Text] / B. Gnedenko, Y. Ushakov. – Washington : Edited by Yames Falk, George Washington Universyty, 1995. – 518 p.

11. Стрельников, В. П. Оценка и прогнозирование надежности электронных элементов и систем [Текст] / В. П. Стрельников, А. В. Федухин. – К. : Логос, 1996. – 486 с.

ЗМІСТ

Навчальне видання

Бабаков Михайло Федорович

МОДЕЛІ НАДІЙНОСТІ РАДІОЕЛЕКТРОННОЇ АПАРАТУРИ

Редактор О. Ф. Серьожкіна

Зв. план, 2016
Підписано до друку 05.10.2016
Формат 60×84 1/16. Папір офс. № 2. Офс. друк
Ум. друк. арк. 5,6. Обл.-вид. арк. 6,25. Наклад 75 пр.
Замовлення 265. Ціна вільна

Видавець і виготовлювач
Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут»
61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17
http://www.khai.edu
Видавничий центр «ХАІ»
61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17
izdat@khai.edu

Свідоцтво про внесення суб’єкта видавничої справи
до Державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів
видавничої продукції сер. ДК № 391 від 30.03.2001