

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського  
«Харківський авіаційний інститут»

**В. М. Данилов, О. І. Піддубний, І. І. Марунько**

## **ПРАКТИКУМ З ТЕОРІЇ МЕХАНІЗМІВ ТА МАШИН**

Навчальний посібник для самостійної роботи студентів

Харків «ХАІ» 2021

УДК 621.01(075.4)  
Д18

Рецензенти: д-р техн. наук, доц. О. В. Воропай,  
канд. техн. наук О. І. Зінченко

**Данилов, В. М.**

Д18 Практикум з теорії механізмів та машин [Текст]: навч. посіб. для  
самоств. роботи студентів / В. М. Данилов, О. І. Піддубний,  
І. І. Марунько. – 2-ге вид., перероб. і доп. – Харків: Нац. аерокосм. ун-т  
ім. М. Є. Жуковського «Харків. авіац. ін-т», 2021. – 72 с.

ISBN 978-966-662-801-8

Подано роботи з курсу «Теорія механізмів та машин», які доповнюють лекційній та практичний курс і допомагають студентам набути навичок застосування теоретичних знань при самостійному розв'язанні задач, що стосуються проектування та дослідження руху механізмів. Розглянуто такі теми, як структурний синтез та аналіз важільних механізмів, визначення моменту інерції ланок механізму, ККД гвинтової пари, геометричний розрахунок зубчастого колеса, балансування ланок механізмів, моделювання механізмів за допомогою програмного забезпечення.

Для студентів механічних спеціальностей при вивченні дисципліни «Теорія механізмів та машин».

Іл. 32. Табл. 4. Бібліогр.: 9 назв

**УДК 621.01(075.4)**

© Данилов В. М., Піддубний О. І., Марунько І. І., 2021  
© Національний аерокосмічний  
університет ім. М. Є. Жуковського  
«Харківський авіаційний інститут», 2021

ISBN 978-966-662-801-8

## ПЕРЕДМОВА

Сучасний стан техніки потребує засвоєння великого обсягу технічної інформації при підготовці інженерів механічних спеціальностей. У курсі «Теорія механізмів і машин» вивчаються основи проектування механізмів і машин, а також методи їх теоретичного і експериментального дослідження.

Для вдосконалення педагогічного процесу в наш час застосовують різні способи навчання. Одним з таких способів є різноманітне дослідження механізмів та їх окремих ланок за допомогою теоретичних та експериментальних методів.

Цей посібник сприяє розвитку у студентів навичок самостійної практичної діяльності, покращує сприйняття навчального процесу, привчає до вирішення практичних технічних завдань, змушує глибше вникнути в фізичний зміст досліджуваних питань машинознавства.

Матеріал наведено з використанням аналітичних, експериментальних і графічних методів дослідження різних механізмів, які дозволяють більш глибоко вивчати будову і принципи їх роботи. Ці методи є загальними для всіх (або для певних груп) механізмів незалежно від конкретного призначення машин, приладів або апаратів.

Чим більше методів буде враховано при проектуванні механізмів і машин, тим більш якісно, продуктивно, надійно, точно, економічно і досконаліше будуть створені нові конструкції машин і механізмів.

Цей навчальний посібник написано на основі посібника О. І. Піддубного і І. І. Марунько «Теория механизмов и машин», виданого у 2010 році російською мовою. Практичну роботу № 1 В. М. Даниловим перероблено і поділено на дві роботи, а роботою № 11 доповнено «Практикум з теорії механізмів та машин».

## Практична робота № 1

### СИНТЕЗ ВАЖІЛЬНОГО МЕХАНІЗМУ ЗА ЗАДАНОЮ СТРУКТУРНОЮ ФОРМУЛОЮ ЙОГО УТВОРЕННЯ

*Мета роботи:* ознайомлення з основами утворення плоских важільних механізмів, набуття навичок виконання їх структурного синтезу.

*Прилади й приладдя:* креслярський інструмент або комп'ютер.

#### Теоретичне обґрунтування

Структура механізмів – це розділ курсу «Теорія механізмів і машин», в якому вивчаються основні закони і принципи утворення механізмів.

Під структурою механізму розуміють особливості його утворення та принципи формування шляхом з'єднання окремих матеріальних тіл або їх комплексів в єдину рухливу систему, що задовольняє певним кінематичним або динамічним вимогам.

Будь-який механізм складається з безлічі елементарних частин: валів, болтів, шпильок, зубчастих коліс, корпусних елементів та інших, виготовлених без застосування складальних операцій. Ці частини механізму називаються його деталями. Одна деталь або сукупність кількох деталей, між якими відсутній відносний рух, називають *ланкою* механізму.

У механізмах кожна з ланок рухомо з'єднана з однією або декількома іншими ланками. Рухоме з'єднання двох ланок, що постійно стикаються, називають *кінематичною парою* (КП).

Ланки, з'єднані кінематичними парами, утворюють *кінематичні ланцюги*. Серед усієї різноманітності кінематичних ланцюгів виділяють *прості* і *складні*, *відкриті* й *замкнуті*. Кінематичні ланцюги характеризуються також *класом*, *видом* і *порядком*.

Повну інформацію про склад, вигляд і порядок кінематичного ланцюга відображають у структурній формулі його утворення, яку записують так: клас кінематичного ланцюга позначають відповідною римською цифрою з нижнім числовим індексом, що вказує на вид кінематичного ланцюга, після чого в дужках через дефіс указують номери ланок, що входять до його складу. Номери тих ланок, які беруть участь в утворенні зовнішніх КП, позначають знизу вертикальними рисками, кількість яких відповідає порядку ланцюга.

Будь-який важільний механізм являє собою деякий замкнутий кінематичний ланцюг, в якому одна з ланок є нерухомою. Нерухома ланка механізму називається *опорною ланкою*.

Основні положення про структуру і закони утворення важільних механізмів розроблено професором Санкт-Петербурзького університету Л. В. Ассуром, який показав, що кінематичні ланцюги будь-якого складного механізму можуть бути подані як сукупність кінцевої кількості найпростіших

груп ланок, які є кінематичними ланцюгами з особливими властивостями. Це дозволяє дослідження різноманітних механізмів звести до розгляду обмеженої кількості окремих груп ланок, які є структурними компонентами механізму.

За Л. В. Ассуром, *принцип утворення механізмів* полягає в такому: механізм будь-якої складності може бути подано як результат послідовного приєднання окремих структурних компонентів до базового компонента – *основного механізму*.

Розглянемо ці компоненти.

*Основний механізм* (ОМ) – це відкритий кінематичний ланцюг I класу нульового порядку, що складається з двох ланок (опорної ланки механізму і початкової ланки) та кінематичної пари, що з'єднує ці ланки.

Основний механізм має ступінь рухливості  $W = 1$  і залежно від типу кінематичної пари може бути двох видів: обертальним першого виду і поступальним другого виду.

*Початковою* ланкою називають ланку механізму, закон руху якої є заданим.

*Окрема початкова ланка* (ОПЛ) – структурний компонент механізму, який є відкритим кінематичним ланцюгом I класу першого порядку і складається з початкової ланки і однієї КП. Як і ОМ, залежно від типу кінематичної пари ОПЛ може бути двох видів: обертальною першого виду і поступальною другого виду.

ОПЛ може існувати тільки в тих механізмах, ступінь рухливості яких більше одиниці:  $W > 1$ .

Третім структурним компонентом є так званий нормальний кінематичний ланцюг, що має нульовий ступінь рухливості. Такий структурний компонент називають *групою Ассура*, або *структурною групою* (СГ).

*Група Ассура* – це замкнутий кінематичний ланцюг, який після його приєднання зовнішніми КП до опорної ланки має нульовий ступінь рухливості:  $W = 0$ . Група Ассура є жорсткою конструкцією і не розпадається на більш прості ланцюги з такими ж властивостями.

Оскільки всі групи Ассура є кінематичними ланцюгами, вони також мають *клас, вид і порядок*.

Найвищий клас структурної групи задає *клас механізму*.

Один і той же механізм, схема якого достатньо складна, можна розкласти декількома способами і отримати при цьому різні СГ і, відповідно, різні класи механізму. Однак, чим менше клас механізму, тим простіше виконати його дослідження, тому слід розбирати механізм таким чином, щоб отримати як можна найменший клас. При синтезі за заданою формулою механізм треба складати так, щоб забезпечити певний рух усіх ланок при послідовному приєднанні кожної СГ, що наведена в структурній формулі.

Таким чином, можна записати структурну формулу утворення кожного механізму, яка має повну інформацію про структурні компоненти в його складі і послідовність їх нашарування при формуванні кінематичного ланцюга механізму.

Також слід пам'ятати, що структурна формула не містить будь-яких відомостей про геометрію її елементів, але вона потрібна для кінематичного і динамічного дослідження механізму, а також для знаходження реакцій в КП.

### Порядок виконання роботи

1. Вибрати і записати структурну формулу утворення важільного механізму, що проектується з наведених нижче варіантів.

Структурні формули механізмів без ОПЛ ( $W = 1$ ):

$$\begin{aligned}
 & \textcircled{1} \text{ I}_1(0-1) \leftarrow \frac{\text{II}_1(2-3)}{1 \ 0} \leftarrow \frac{\text{III}_1(4-5-6-7)}{3 \ 0 \ 0} \leftarrow \frac{\text{II}_2(8-9)}{5 \ 0} ; \\
 & \textcircled{2} \text{ I}_2(0-1) \leftarrow \frac{\text{III}_1(2-3-4-5)}{1 \ 0 \ 0} \leftarrow \frac{\text{II}_2(6-7)}{4 \ 0} \leftarrow \frac{\text{II}_2(8-9)}{7 \ 5} ; \\
 & \textcircled{3} \text{ I}_2(0-1) \leftarrow \frac{\text{II}_1(2-3)}{1 \ 0} \leftarrow \frac{\text{II}_4(4-5)}{3 \ 0} \leftarrow \frac{\text{III}_2(6-7-8-9)}{4 \ 5 \ 0} ; \\
 & \textcircled{4} \text{ I}_1(0-1) \leftarrow \frac{\text{II}_3(2-3)}{1 \ 0} \leftarrow \frac{\text{III}_1(4-5-6-7)}{3 \ 0 \ 0} \leftarrow \frac{\text{II}_2(8-9)}{6 \ 7} ; \\
 & \textcircled{5} \text{ I}_2(0-1) \leftarrow \frac{\text{II}_1(2-3)}{0 \ 1} \leftarrow \frac{\text{II}_5(4-5)}{2 \ 0} \leftarrow \frac{\text{II}_1(6-7)}{3 \ 5} \leftarrow \frac{\text{II}_2(8-9)}{7 \ 0} ; \\
 & \textcircled{6} \text{ I}_2(0-1) \leftarrow \frac{\text{III}_2(2-3-4-5)}{1 \ 0 \ 0} \leftarrow \frac{\text{III}_1(6-7-8-9)}{1 \ 4 \ 0} ; \\
 & \textcircled{7} \text{ I}_2(0-1) \leftarrow \frac{\text{III}_2(2-3-4-5)}{0 \ 1 \ 0} \leftarrow \frac{\text{IV}_1(6-7-8-9)}{3 \ 0} ; \\
 & \textcircled{8} \text{ I}_1(0-1) \leftarrow \frac{\text{IV}_1(2-3-4-5)}{0 \ 1} \leftarrow \frac{\text{II}_1(6-7)}{5 \ 0} \leftarrow \frac{\text{II}_2(8-9)}{7 \ 0} ; \\
 & \textcircled{9} \text{ I}_1(0-1) \leftarrow \frac{\text{III}_2(2-4-5-6)}{1 \ 0 \ 0} \leftarrow \frac{\text{II}_1(3-7)}{2 \ 0} \leftarrow \frac{\text{II}_2(8-9)}{3 \ 6} ; \\
 & \textcircled{10} \text{ I}_2(0-1) \leftarrow \frac{\text{II}_2(2-3)}{1 \ 0} \leftarrow \frac{\text{II}_3(4-5)}{3 \ 2} \leftarrow \frac{\text{II}_1(6-7)}{4 \ 0} \leftarrow \frac{\text{II}_2(8-9)}{7 \ 0} ;
 \end{aligned}$$

- ⑪  $I_1(0-1) \leftarrow \frac{\text{III}_1(2-3-4-5)}{1 \quad 0 \quad 0} \leftarrow \frac{\text{III}_2(6-7-8-9)}{3 \quad 0 \quad 5}$  ;  
 ⑫  $I_2(0-1) \leftarrow \frac{\text{II}_1(2-3)}{1 \quad 0} \leftarrow \frac{\text{IV}_1(4-5-6-7)}{3 \quad 0} \leftarrow \frac{\text{II}_3(8-9)}{7 \quad 3}$  ;  
 ⑬  $I_2(0-1) \leftarrow \frac{\text{II}_1(2-3)}{1 \quad 0} \leftarrow \frac{\text{II}_4(4-5)}{2 \quad 0} \leftarrow \frac{\text{III}_1(6-7-8-9)}{3 \quad 0 \quad 5}$  ;  
 ⑭  $I_1(0-1) \leftarrow \frac{\text{III}_1(2-3-4-5)}{1 \quad 0 \quad 0} \leftarrow \frac{\text{II}_2(6-7)}{3 \quad 4} \leftarrow \frac{\text{IV}_2(8-9-10-11)}{4 \quad 7}$  ;  
 ⑮  $I_1(0-1) \leftarrow \frac{\text{IV}_2(2-3-4-5)}{0 \quad 1} \leftarrow \frac{\text{II}_1(6-7)}{3 \quad 5} \leftarrow \frac{\text{II}_2(8-9)}{7 \quad 0}$  ;  
 ⑯  $I_1(0-1) \leftarrow \frac{\text{II}_1(2-3)}{0 \quad 1} \leftarrow \frac{\text{II}_2(4-5)}{2 \quad 0} \leftarrow \frac{\text{II}_5(6-7)}{4 \quad 0} \leftarrow \frac{\text{III}_2(8-9-10-11)}{7 \quad 5 \quad 0}$  ;  
 ⑰  $I_1(0-1) \leftarrow \frac{\text{IV}_1(2-3-4-5)}{1 \quad 0} \leftarrow \frac{\text{II}_2(6-7)}{5 \quad 0} \leftarrow \frac{\text{III}_2(8-9-10-11)}{5 \quad 6 \quad 0}$  ;  
 ⑱  $I_2(0-1) \leftarrow \frac{\text{II}_1(2-3)}{1 \quad 0} \leftarrow \frac{\text{II}_4(5-4)}{2 \quad 0} \leftarrow \frac{\text{II}_1(6-7)}{2 \quad 4} \leftarrow \frac{\text{III}_2(8-9-10-11)}{6 \quad 0 \quad 0}$  ;  
 ⑲  $I_1(0-1) \leftarrow \frac{\text{IV}_1(2-3-4-5)}{1 \quad 0} \leftarrow \frac{\text{III}_2(6-7-8-9)}{3 \quad 4 \quad 0}$  ;  
 ⑳  $I_2(0-1) \leftarrow \frac{\text{III}_2(2-3-4-5)}{0 \quad 1 \quad 0} \leftarrow \frac{\text{II}_1(6-7)}{3 \quad 5} \leftarrow \frac{\text{II}_3(8-9)}{6 \quad 5}$  ;  
 ㉑  $I_1(0-1) \leftarrow \frac{\text{II}_4(2-3)}{0 \quad 1} \leftarrow \frac{\text{IV}_2(4-5-6-7)}{2 \quad 0} \leftarrow \frac{\text{II}_1(8-9)}{5 \quad 7}$  ;  
 ㉒  $I_1(0-1) \leftarrow \frac{\text{II}_3(2-3)}{0 \quad 1} \leftarrow \frac{\text{IV}_1(4-5-6-7)}{2 \quad 0} \leftarrow \frac{\text{II}_1(8-9)}{5 \quad 3}$  .

Структурні формули механізмів з однією ОПЛ ( $W = 2$ ):

- ㉓  $I_1(0-1) \leftarrow \frac{I_2(2)}{0} \leftarrow \frac{\text{III}_1(3-4-5-6)}{1 \quad 2 \quad 0} \leftarrow \frac{\text{II}_2(7-8)}{4 \quad 0}$  ;  
 ㉔  $I_1(0-1) \leftarrow \frac{I_2(2)}{0} \leftarrow \frac{\text{II}_1(4-3)}{1 \quad 2} \leftarrow \frac{\text{IV}_2(5-6-7-8)}{3 \quad 0}$  ;  
 ㉕  $I_1(0-1) \leftarrow \frac{I_2(2)}{0} \leftarrow \frac{\text{II}_2(3-4)}{1 \quad 2} \leftarrow \frac{\text{III}_2(5-6-7-8)}{3 \quad 4 \quad 0}$  ;  
 ㉖  $I_1(0-1) \leftarrow \frac{I_1(2)}{0} \leftarrow \frac{\text{II}_1(3-4)}{1 \quad 2} \leftarrow \frac{\text{III}_2(5-6-7-8)}{3 \quad 4 \quad 0} \leftarrow \frac{\text{II}_2(9-10)}{6 \quad 0}$  .

2. Зобразити окремо всі структурні компоненти, що входять до складу механізму, і надати їх повну характеристику (клас, вид, порядок).

Для цього, послідовно враховуючи структурну формулу, слід вибрати свій структурний компонент, користуючись рис. 1.1–1.6.

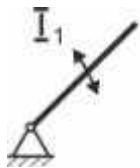
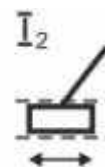
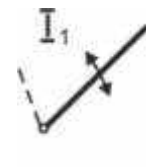


Рис. 1.1. Основний механізм



Рис. 1.2. Окрема початкова ланка



На рис. 1.1 і 1.2 показано ОМ і ОПЛ двох видів: обертальні першого виду і поступальні другого виду. Порядок ОМ є завжди нульовим, а ОПЛ – завжди першим.

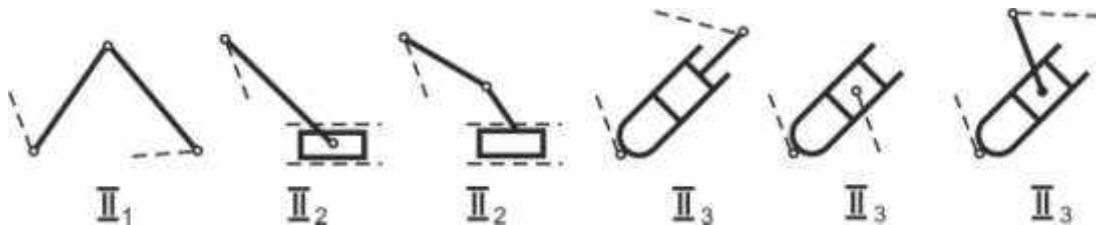


Рис. 1.3. Групи Ассур II класу 1-го, 2-го і 3-го видів

Групи Ассур II класу мають у своєму складі дві ланки і три КП 5-го класу. Взаємне розташування КП формує вид структурної групи. Як видно з рис. 1.3, в складі СГ першого виду є тільки обертальні КП. У другому виді СГ існує одна поступальна КП, яка розташовується на краю. В третьому виді існує також одна поступальна КП, але вона розташовується в центрі структурної групи.

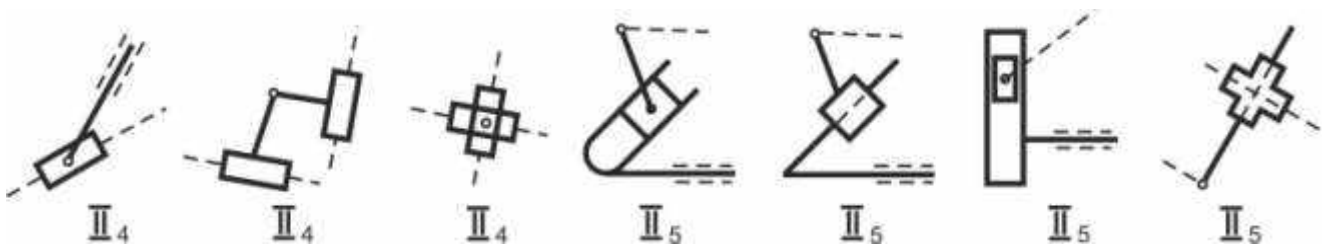


Рис. 1.4. Групи Ассур II класу 4-го і 5-го видів

Групи Ассур II класу 4-го і 5-го видів мають у своєму складі дві поступальні КП і одну обертальну. Як видно з рис. 1.4, в четвертому виді СГ поступальні КП розташовуються на краях структурної групи, а в СГ 5-го виду – одна на краю, інша в центрі.

Порядок групи Ассур II-го класу завжди другий.



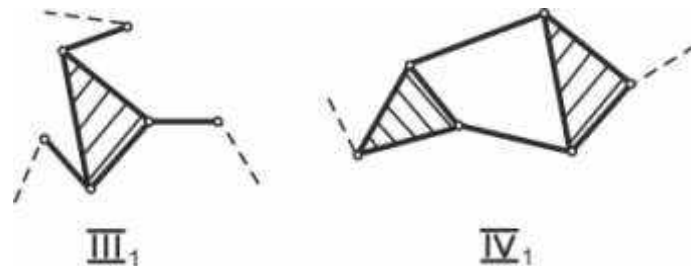


Рис. 1.5. Групи Ассура III і IV класів першого виду

Як видно з рис. 1.5, групи Ассура III і IV класів першого виду мають у своїй основі трикутник і чотирикутник відповідно, а також тільки обертальні КП. Якщо замість одного або декількох шарнірів поставити поступальну КП, наприклад, кулісу або поршень, то такі групи Ассура слід вважати другим видом (рис. 1.6).

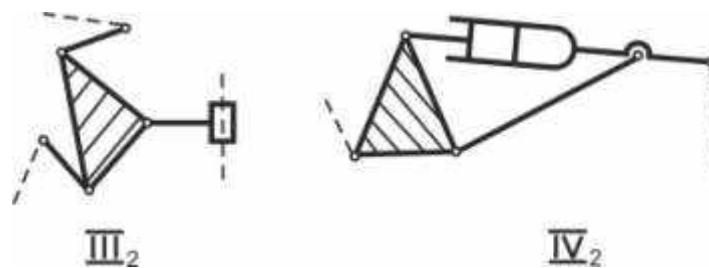


Рис. 1.6. Групи Ассура III і IV класів другого виду

Групи Ассура III класу, що зображені на рис. 1.5 і 1.6, мають третій порядок, а групи Ассура IV класу – другий порядок.

Існують також структурні групи більш високих класів, які мають у своїй основі багатокутники або декілька трикутників чи чотирикутників. Клас таких СГ можна визначити за кількістю сторін багатокутника, який отримаємо, якщо послідовно з'єднаємо всі внутрішні точки групи.

При цьому всі групи Ассура незалежно від класу і виду задовольняють рівнянню

$$3n = 2p_5, \quad (1.1)$$

де  $n$  – кількість ланок в структурній групі,  $p_5$  – кількість КП 5-го класу в структурній групі.

Рівняння (1.1) слід використовувати для перевірки правильності зображених структурних груп і уникнення помилок при складанні механізму.

3. Виконати послідовну нумерацію ланок за всіма структурними компонентами механізму відповідно до нумерації, що надана у структурній формулі.

4. Відобразити структурну схему механізму, виконуючи послідовне (відповідно до заданої структурної формули) нашарування структурних компонентів, і при цьому зберегти прийняту в п. 3 нумерацію ланок.

5. Визначити клас механізму.

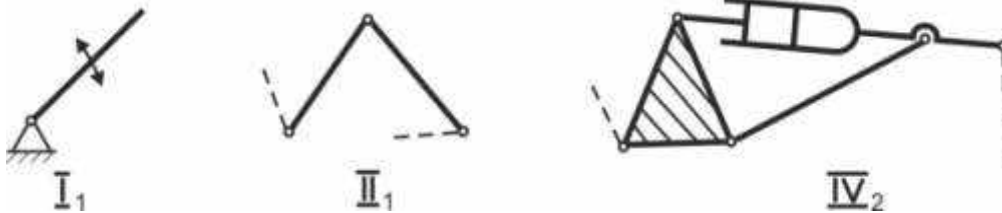
**Приклад виконання синтезу важільного механізму за заданою структурною формулою його утворення**

Виконав: студент \_\_\_\_\_ групи \_\_\_\_\_ « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

1. Структурна формула утворення механізму:

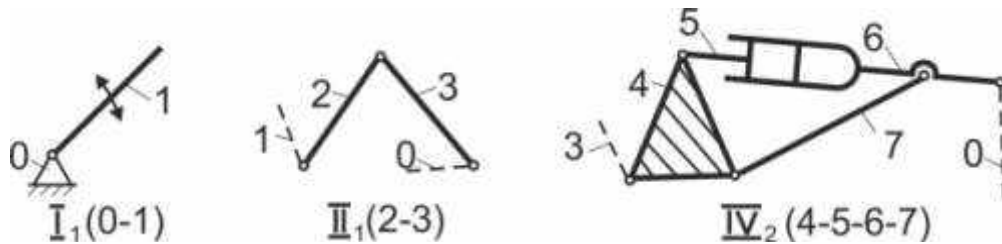
$$\text{I}_1(0-1) \leftarrow \frac{\text{II}_1(2-3)}{1 \quad 0} \leftarrow \frac{\text{IV}_2(4-5-6-7)}{3 \quad 0}$$

2. Схеми структурних компонентів, що входять до складу механізму:

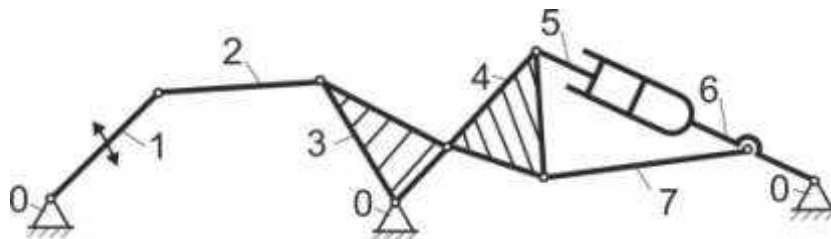


Основний механізм I класу, 1-го виду, нульового порядку.  
Перша група Ассурі II класу, 1-го виду, другого порядку.  
Друга група Ассурі IV класу, 2-го виду, другого порядку.

3. Нумерація ланок механізму:



4. Структурна схема механізму:



5. Клас механізму – IV.

Підпис студента \_\_\_\_\_ Підпис викладача \_\_\_\_\_ Оцінка \_\_\_\_\_

## Практична робота № 2

### СТРУКТУРНИЙ АНАЛІЗ ПЛОСКОГО ВАЖІЛЬНОГО МЕХАНІЗМУ

*Мета роботи:* набуття навичок проведення структурного аналізу плоских важільних механізмів.

*Прилади й приладдя:* канцелярський інструмент або комп'ютер.

#### Теоретичне обґрунтування

Структурний аналіз механізму потрібен для того, щоб встановити методи і послідовність виконання кінематичного і динамічного досліджень і оцінити раціональність схеми механізму.

Порядок приєднання структурних компонентів до основного механізму відповідно до формули його утворення було розглянуто у практичній роботі № 1. Порядок приєднання компонентів вказує на послідовність виконання кінематичного аналізу, а зворотна послідовність – на порядок проведення силового розрахунку механізму.

Як відомо, будь-який плоский або просторовий механізм може бути утворений як сукупність найпростіших, так званих *структурних компонентів* (*основний механізм, окрема початкова ланка, структурна група*), що з'єднані в єдиний кінематичний ланцюг.

У свою чергу, кожний структурний компонент також розбивають на певну кількість ланок і *кінематичних пар* (КП), що їх з'єднує. Сукупність поверхонь, ліній або точок ланок, за якими вони можуть стикатися, утворюючи кінематичну пару, називають *елементами кінематичної пари*.

Найважливішим показником при структурному аналізі механізму є *ступінь рухливості*, тобто число степенів вільності механізму відносно опорної ланки ( $W$ ). Щоб рух усіх ланок було визначено, необхідно, щоб кількість провідних ланок механізму дорівнювала його ступеню рухливості.

Ступінь рухливості механізму показує, скільки необхідно задати незалежних параметрів, які однозначно визначають положення всіх ланок механізму, наприклад, кутові й лінійні координати ланок.

Ланку, якій приписується одна або кілька узагальнених координат, називають *початковою*, а їх кількість має відповідати ступеню рухливості механізму.

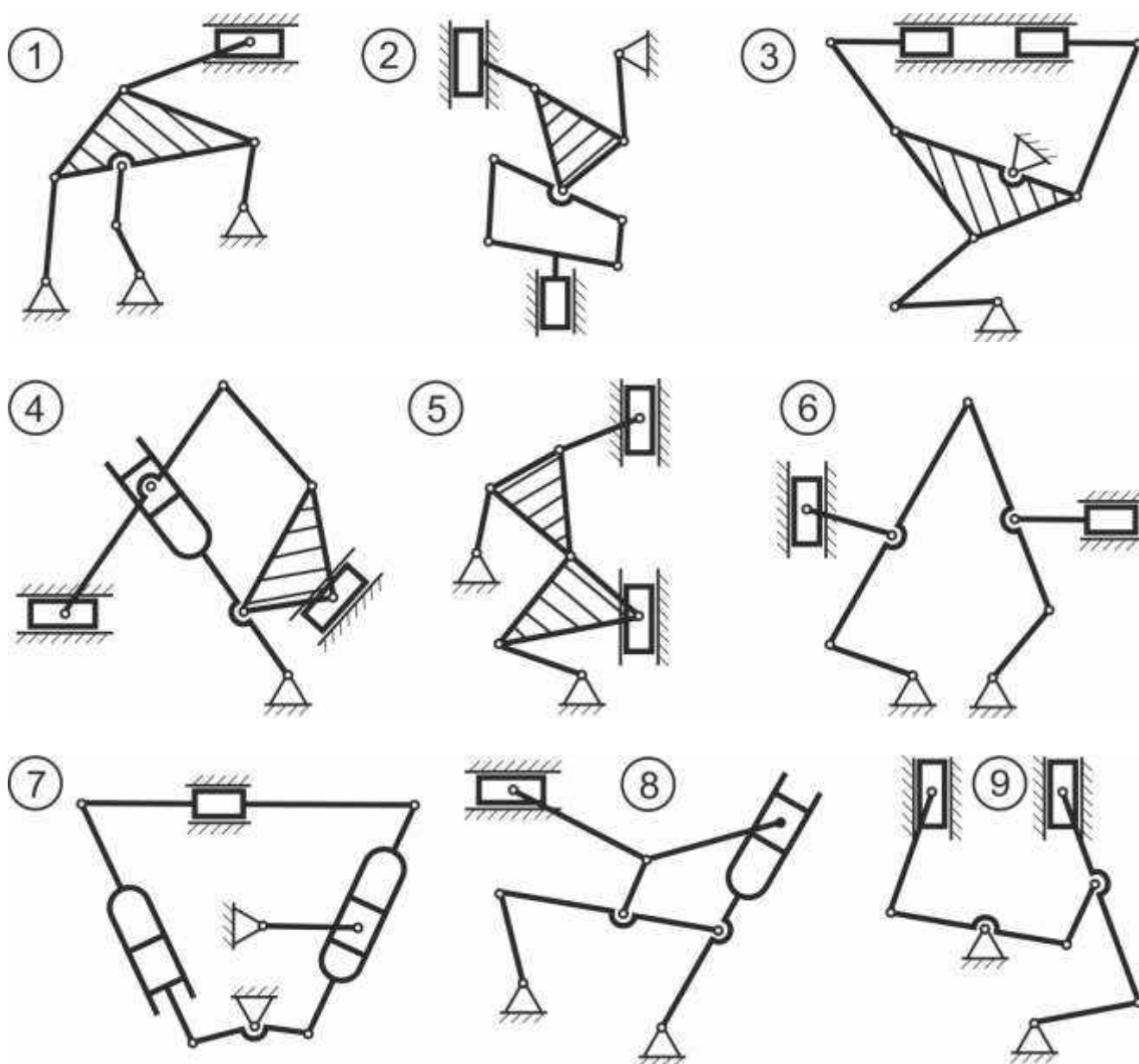
У фінальному вигляді структурний аналіз будь-якого механізму зводиться до написання структурної формули його утворення і визначення класу механізму.

Слід зазначити, що складні механізми, які мають у своєму складі багато ланок, можна розкласти декількома способами і отримати різні варіанти написання структурних формул. У цьому випадку необхідно завжди вибирати механізм з меншим класом, оскільки це суттєво впливає на подальше його дослідження.

## Порядок виконання роботи

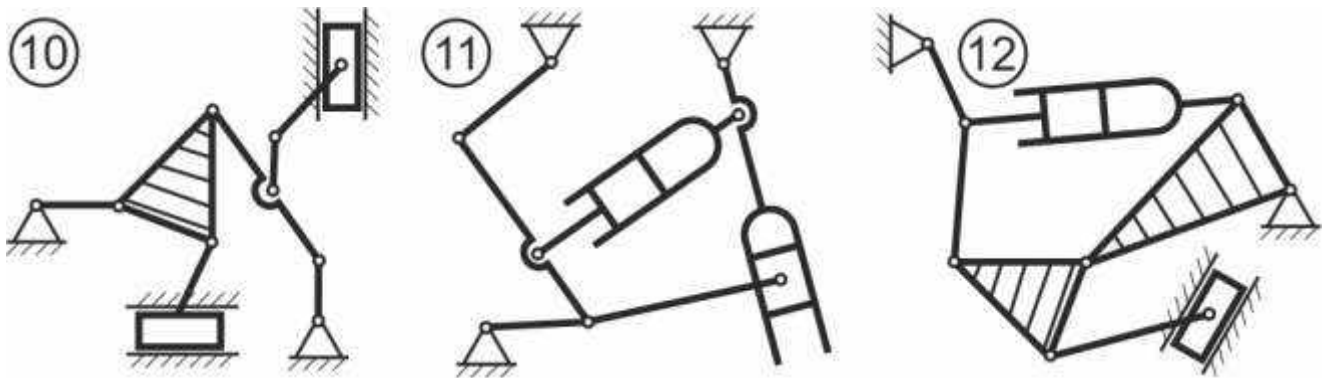
1. Зобразити структурну схему плоского важільного механізму, що буде досліджуватися, з наведених нижче варіантів і пронумерувати в ньому ланки.

Схеми плоских важільних механізмів із сьома рухомими ланками, які мають у своєму складі тільки нижчі КП:



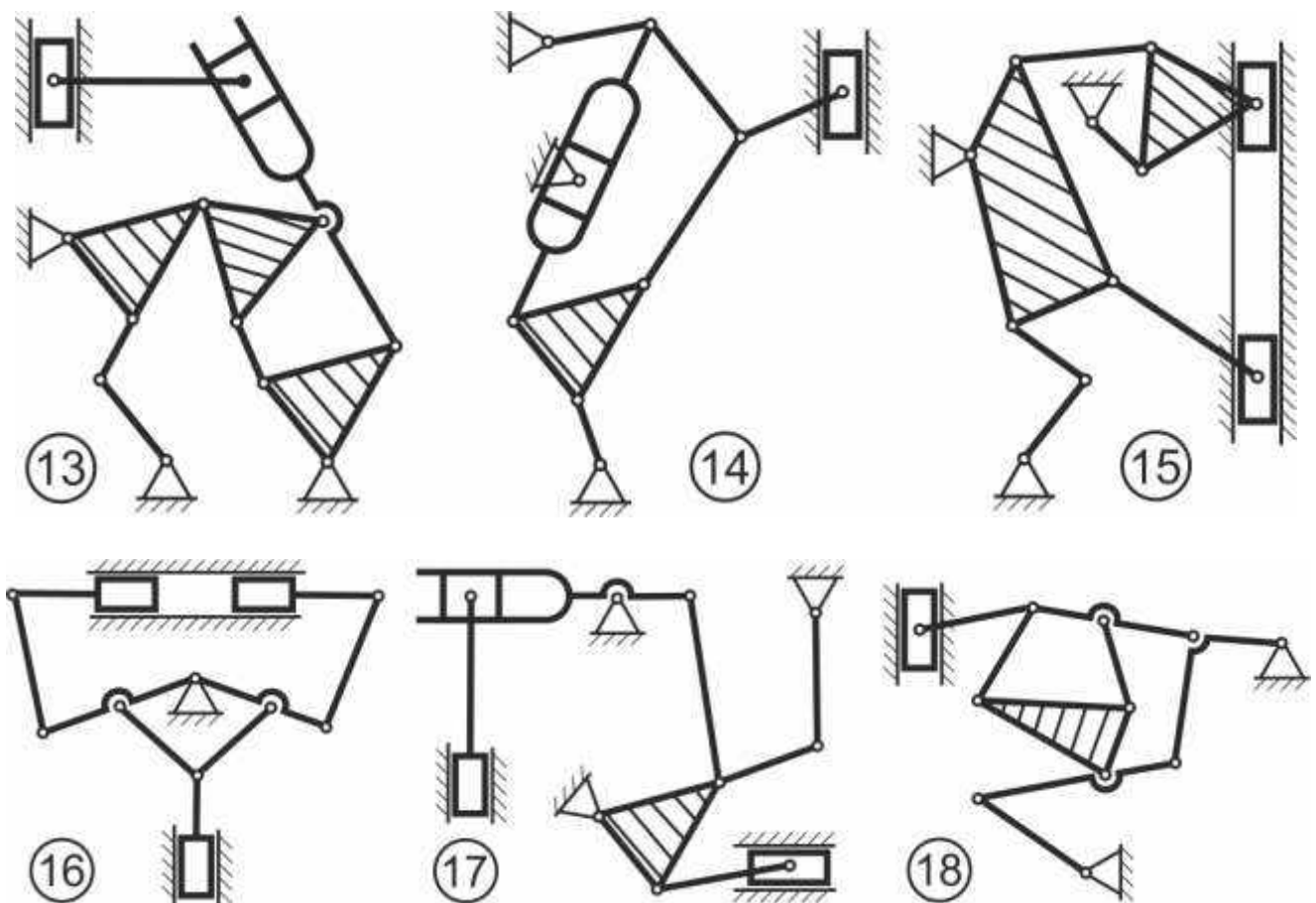
Важільні механізми, що наведені у варіантах 1–9, вирізняються простотою й надійністю конструкції. За допомогою таких механізмів легко здійснюється перетворення обертового руху у зворотньо-поступальний, або навпаки. Такі механізми набули поширення в техніці і мають різне призначення.

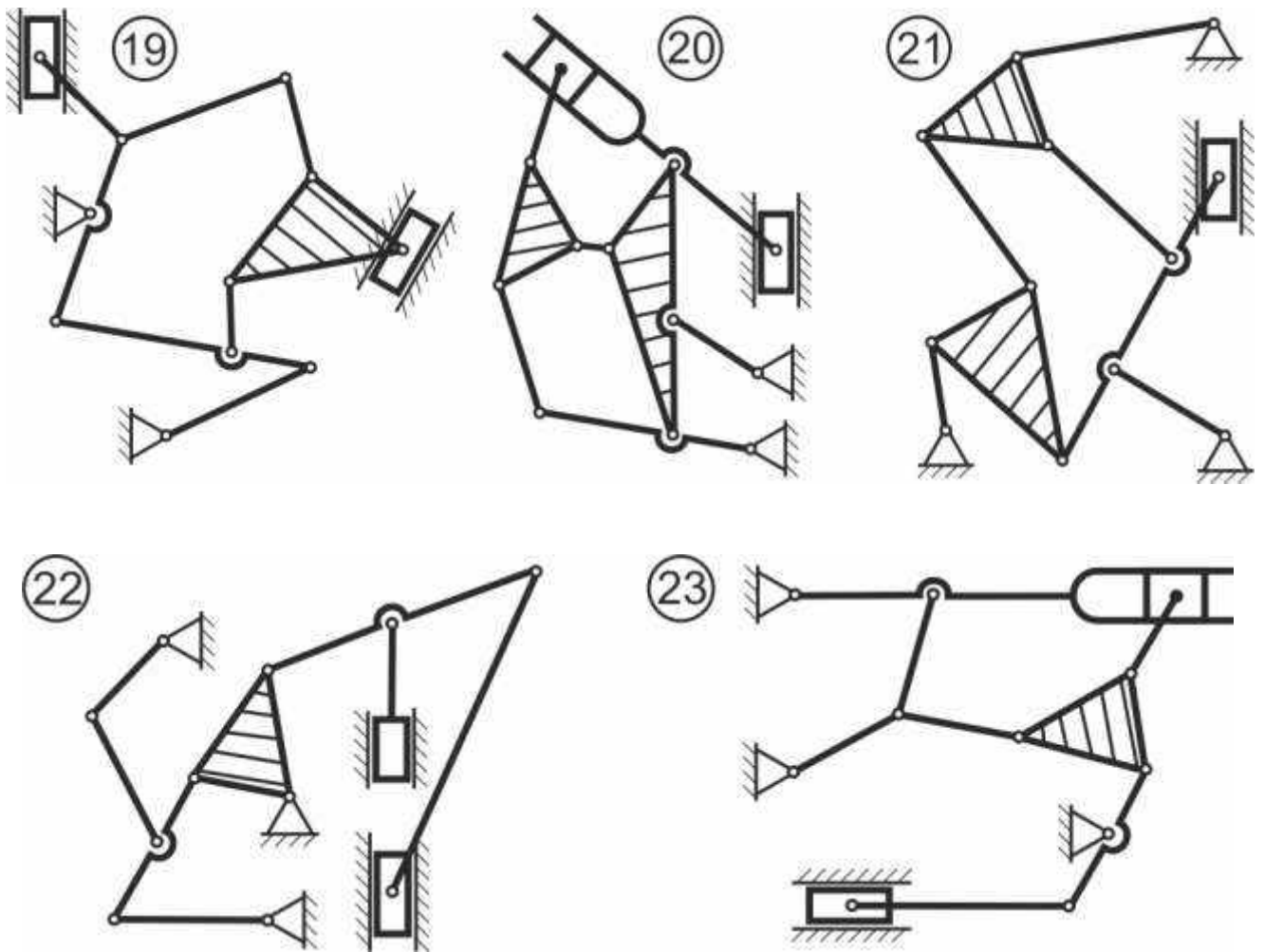
Схеми плоских важільних механізмів з вісьмома рухомими ланками, які мають у своєму складі тільки нижчі КП:



Механізми, наведені у варіантах 10–12, дозволяють складати два види рухів (обертальний, поступальний) в один, тобто підсумовувати їх. У таких механізмах є можливою зміна напрямку руху вихідної ланки і навіть її зупинка на певний час при роботі механізму. Такі механізми, як правило, є більш точними порівняно з механізмами, наведеними у варіантах 1–9.

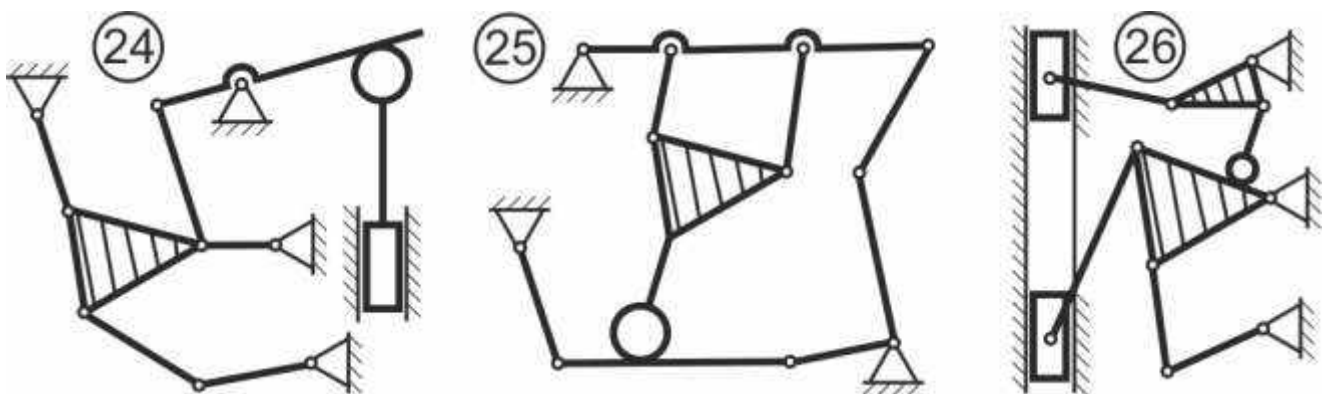
Схеми плоских важільних механізмів з дев'ятьма рухомими ланками, які мають у своєму складі тільки нижчі КП:





Важільні механізми, наведені у варіантах 13–23, здатні також перетворювати обертальний рух у зворотньо-поступальний, або навпаки, але в своєму складі вони мають більшу кількість структурних груп і завдяки цьому – поліпшені характеристики, наприклад, відносно точності або дальності руху, надійності або міцності та інші порівняно з механізмами, наведеними у варіантах 1–9.

Схеми важільних механізмів з вищими КП:



Механізми, наведені у варіантах 24–26, мають у своєму складі ланки, які здійснюють складний рух і можуть застосовуватися в різних галузях машинобудування, наприклад, у точних механізмах приладів або в механізмах, де є гнучкі ланки. Такі механізми ще називаються *кулачковими механізмами* і їх використовують в тих випадках, коли потрібно збільшити ККД і зменшити габарити машини в цілому.

2. Визначити кількість рухомих ланок  $n$ .

При виконанні цього пункту слід зазначити, що механізм може мати так звані *пасивні (зайві) ланки*, тобто такі ланки, наявність яких в механізмі не впливає на будь-які кінематичні параметри. В разі відокремлення цих ланок від механізму рух інших ланок не змінюється. Такі ланки стикаються з іншими ланками за допомогою *пасивних (зайвих) КП* і формують зайві обмеження.

Якщо виконати розрахунок ступеня рухливості механізму з урахуванням пасивних ланок, то він може бути нульовим або від'ємним при існуючому русі механізму. Тому *пасивні ланки* і *пасивні КП* спочатку слід відокремити і далі не враховувати при структурному аналізі, тому що вони не входять у структурні групи.

3. Перелічити пари ланок, що утворюють КП, дати повну характеристику КП.

Кінематичні пари класифікують так:

1) за способом утворення:

а) з *силовим замиканням* (кінематична пара утримується силами, без дії яких не буде існувати);

б) з *геометричним замиканням* (кінематична пара існує завдяки конструкції ланок);

2) за кількістю зв'язків (обмежень, накладених на відносний рух ланок) (табл. 2.1).

Таблиця 2.1

Класи кінематичних пар

Клас КП	Позначення	Кількість обмежень $H$	Кількість рухів $S$
1	$p_1$	1	5
2	$p_2$	2	4
3	$p_3$	3	3
4	$p_4$	4	2
5	$p_5$	5	1

*Клас кінематичної пари* відповідає кількості умов зв'язку (обмежень) у відносному русі ланок (у плоскому механізмі є тільки КП 4-го та 5-го класів);

3) за характером контакту або за геометричною ознакою кінематичні пари ділять на *нижчі* і *вищі*:

а) вищі – контакт за лінією або в точці;

б) нижчі – контакт за поверхнею (плоскою або криволінійною);

4) за типом відносного руху (тільки для КП 5-го класу):

а) *поступальні*;

б) *обертальні*.

Якщо в одній точці стикаються більше ніж дві ланки, то КП слід рахувати і характеризувати для окремої пари ланок, які контактують між собою.

4. Визначити кількість КП 5-го і 4-го класів.

У цій роботі розглядають тільки плоскі важільні механізми, у складі яких немає КП 1-го, 2-го і 3-го класів.

5. За формулою Чебишова визначити ступінь рухливості механізму.

Для визначення ступеня рухливості плоского механізму використовують формулу Чебишова:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4, \quad (2.1)$$

де  $n$  – кількість рухомих ланок;  $p_5$  – кількість КП 5-го класу;  $p_4$  – кількість КП 4-го класу.

6. Призначити *початкові ланки* в кількості, що відповідає ступеню рухливості механізму, визначеного за формулою (2.1), і показати їх рух на схемі механізму.

*Початковими* приймають такі ланки, які приєднуються за допомогою КП безпосередньо до опорної ланки механізму і можуть здійснювати незалежні рухи. Для механізму, ступінь рухливості якого більше одиниці ( $W > 1$ ), найкоротший кінематичний ланцюг, що з'єднує дві *початкові ланки*, має складатися не менше ніж з двох ланок, інакше буде додаткове обмеження руху механізму.

7. Виділити *основний механізм* (ОМ), *окрему початкову ланку* (ОПЛ) (тільки для механізму, ступінь рухливості якого більше одиниці), всі *структурні групи* (СГ) і дати їм повну характеристику.

СГ утворюється тільки з ланок, що з'єднані КП 5-го класу. Це означає, що, якщо в механізмі є КП 4-го класу, то їх слід замінити на КП 5-го класу. Для цього слід дотримуватися таких умов:

1) ступінь рухливості механізму має залишатися незмінною;

2) вид відносного миттєвого руху всіх ланок механізму не має змінюватися.



Щоб задовольнити цим умовам, слід замість однієї вищої кінематичної пари в ланцюзі ввести одну додаткову ланку і дві нижчі кінематичні пари (рис. 2.1).

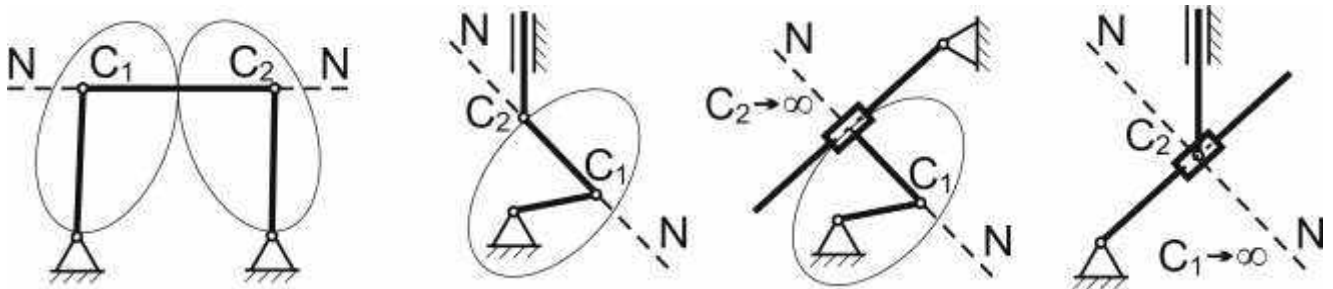


Рис. 2.1. Заміна вищих кінематичних пар на нижчі

Як видно з рис. 2.1, заміну вищих кінематичних пар на нижчі виконують в такій послідовності:

- проводять загальну нормаль NN до дотичних профілів, що становлять вищу пару, в точці їх контакту;
- визначають положення центрів кривизни цих профілів у точці контакту і в кожному центрі кривизни ставлять шарніри (точки  $C_1$  і  $C_2$  на рис 2.1);
- зазначені шарніри з'єднують жорстким стрижнем  $C_1C_2$ , в результаті формується фіктивна ланка, яка в заданому механізмі відсутня;
- фіктивну ланку зазначеними вище шарнірами приєднують до тих ланок механізму, які входять у вищу пару, яку замінюють.

Кожна така заміна справедлива для даного миттєвого положення механізму. В іншому положенні заміна буде аналогічною, але розміри фіктивних ланок зміняться, тому що зміняться радіуси кривизни профілів у новій точці контакту.

#### 8. Записати структурну формулу утворення механізму.

Послідовність створення механізму можна записати *формулою його будови*, в якій римськими цифрами позначають клас групи Ассурі й основного механізму, а арабськими у дужках – номери ланок, що входять у цю групу. Індекс поряд з римськими цифрами вказує на вид структурних компонентів. Стрілкою вказують послідовність приєднання структурних груп до основного механізму. Під стрілками зазначають номери ланок, до яких приєднують послідовно ланки структурних груп. Кількість цифр під стрілками вказує на порядок структурних компонентів.

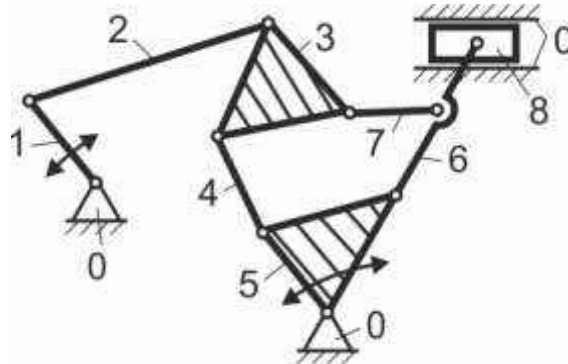
#### 9. Визначити клас механізму, що досліджувався.

Клас механізму дорівнює найвищому класу структурної групи, що входить до його складу.

## Приклад виконання структурного аналізу плоского важільного механізму

Виконав: студент \_\_\_\_\_ групи \_\_\_\_\_ « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

1. Схема механізму (навести номери ланок і показати рух початкових ланок):



2. Кількість рухомих ланок  $n = 8$ .

3. Перелік пар ланок, що утворюють кінематичні пари, і їх характеристики:

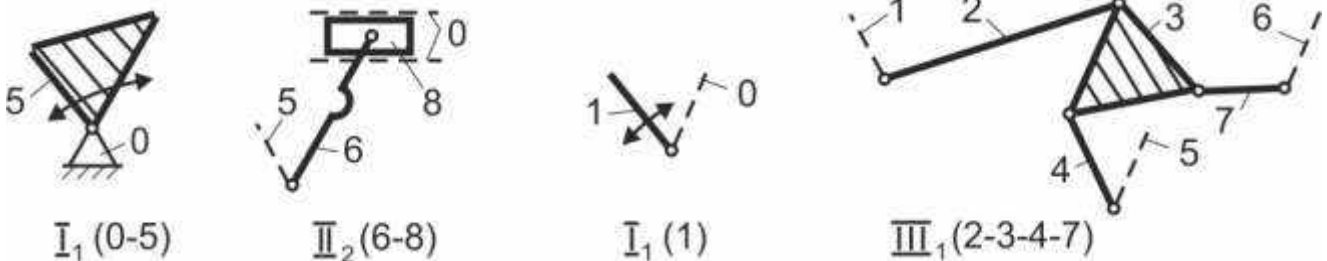
$(0 - 1)$ ,  $(1 - 2)$ ,  $(2 - 3)$ ,  $(3 - 4)$ ,  $(4 - 5)$ ,  $(5 - 0)$ ,  $(5 - 6)$ ,  $(3 - 7)$ ,  $(6 - 7)$ ,  $(6 - 8)$  – це КП з геометричним замиканням, 5-го класу, нижчі, обертальні;  $(0 - 8)$  – це КП з геометричним замиканням, 5-го класу, нижча, поступальна.

4. Загальна кількість КП:  $p_5 = 11$ ,  $p_4 = 0$ .

5. Ступінь рухливості механізму  $W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 8 - 2 \cdot 11 = 2$ .

6. Номери призначених початкових ланок: № 1, № 5.

7. Схеми структурних компонентів і їх характеристики:



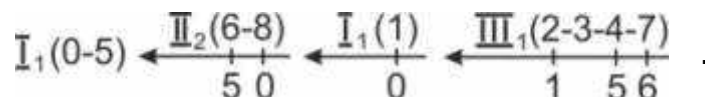
ОМ  $(0-5)$  I класу, 1-го виду, нульового порядку;

перша група Ассур  $(6-8)$  II класу, 2-го виду, другого порядку;

ОПЛ  $(1)$  I класу, 1-го виду, першого порядку;

друга група Ассур  $(2-3-4-7)$  III класу, 1-го виду, першого порядку.

8. Структурна формула утворення механізму:



9. Клас механізму – III.

Підпис студента \_\_\_\_\_ Підпис викладача \_\_\_\_\_ Оцінка \_\_\_\_\_

## Практична робота № 3

### ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ ЛАНКИ МЕХАНІЗМУ МЕТОДОМ ФІЗИЧНОГО МАЯТНИКА

*Мета роботи:* ознайомлення з методом фізичного маятника для визначення моменту інерції ланки відносно центра мас, що має подовжену форму в площині руху.

*Прилади й приладдя:* секундомір, ваги, лінійка або штангенциркуль, шатун, допоміжні призми.

#### Теоретичне обґрунтування

Шатун 1 (рис. 3.1), що підвішений на горизонтальній нерухомій опорі 2, є фізичним маятником. Якщо шатун відхилити на невеликий кут від вертикального положення рівноваги і потім відпустити, він почне здійснювати коливання навколо осі підвісу  $O$  в площині, перпендикулярній ребру призми.

Між періодом коливань фізичного маятника (шатуна) і його моментом інерції існує певний зв'язок. Для його встановлення скористаємося рівнянням динаміки для обертального руху твердого тіла:

$$I_O \ddot{\varphi} = M_O, \quad (3.1)$$

де  $I_O$  – момент інерції шатуна відносно осі підвісу  $O$ ;  $M_O$  – момент, що створює сила тяжіння відносно тієї ж осі;  $\ddot{\varphi}$  – друга похідна кута повороту маятника за часом.

Оскільки  $M_O = -mga \sin \varphi$  (рис. 3.1), де  $a$  – відстань від точки підвісу  $O$  до центра мас ланки  $S$ , то при малих амплітудах коливань, приблизно  $\varphi \leq 20^\circ$ , коли  $\sin \varphi \approx \varphi$ , з формули (3.1) отримаємо диференціальне рівняння гармонійних коливань фізичного маятника:

$$\ddot{\varphi} + k^2 \varphi = 0,$$

де  $k = \sqrt{\frac{mga}{I_O}}$  – циклічна частота коливань.

Час подвійного хитання маятника, який називається періодом коливань  $T$ , пов'язаний з циклічною частотою залежністю

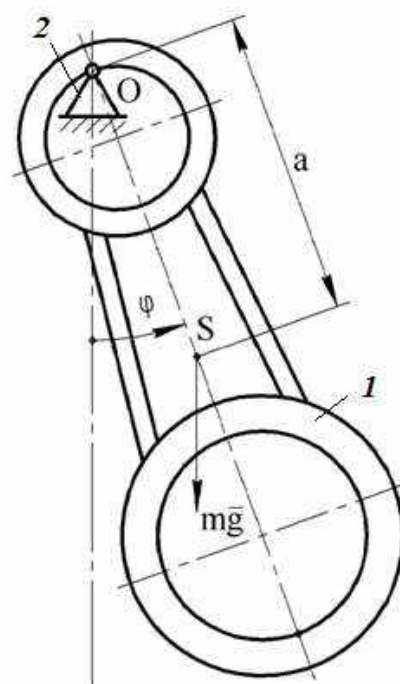


Рис. 3.1. Шатун

$$T = \frac{2\pi}{k} = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{mga}}$$

Звідси випливає, що момент інерції ланки відносно осі підвісу є пропорційним квадрату періоду коливань:

$$I_0 = mga \left( \frac{T}{2\pi} \right)^2.$$

Якщо скористатися теоремою Штейнера, можна обчислити момент інерції шатуна відносно осі, що проходить через центр мас тіла:

$$I_S = I_0 - ma^2 = ma \left[ g \left( \frac{T}{2\pi} \right)^2 - a \right]. \quad (3.2)$$

Таким чином, експериментальне встановлення числового значення моменту інерції відносно осі, що проходить через центр мас тіла, за формулою (3.2) зводиться до визначення маси ланки  $m$ , положення центра мас на поздовжній осі симетрії, тобто відстані  $a$  і періоду коливань  $T$  фізичного маятника.

Для підвищення точності результатів рекомендується провести дві серії дослідів, підвішуючи шатун меншою і більшою головками.

### Порядок виконання роботи

1. Визначити масу ланки  $m$  шляхом зважування.
2. Визначити положення центра мас шатуна на його поздовжній осі симетрії. Для цього виміряти відстань  $L$  між найбільш віддаленими одна від одної точками  $O_1$  і  $O_2$ , що лежать на внутрішніх циліндричних поверхнях головок шатуна (рис. 3.2).

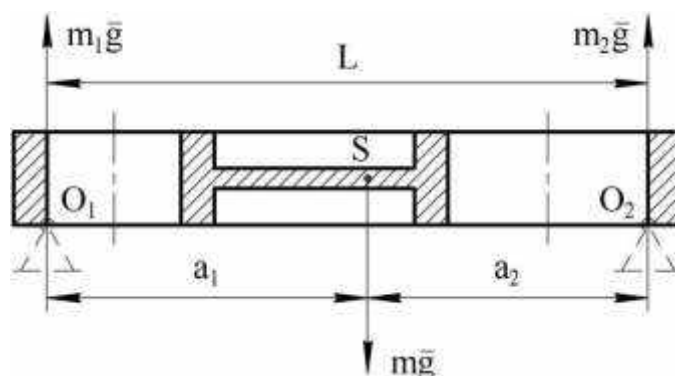


Рис. 3.2. Визначення центра мас шатуна

Потім шатун, що досліджують, слід встановити горизонтально на дві допоміжні призми, одна з яких контактує з меншою головкою шатуна в точці  $O_1$  і спирається на чашу ваг, а інша віддалена від першої на відстань

$L$ , тобто розташовується в точці  $O_2$  (див. рис. 3.2).

Призми при цьому слід встановити так, щоб їх ребра орієнтувалися за дотичними до циліндричних поверхонь отворами головок шатуна в точках  $O_1$  і  $O_2$ . Після врівноваження ваги покажуть масу  $m_1$ , що припадає на нерухому призму в точці  $O_1$ .

Масу, що припадає на нерухому призму в точці  $O_2$ , можна визначити як різницю  $m_2 = m - m_1$ . По-іншому масу  $m_2$  можна визначити, якщо перевернути маятник так, щоб точки  $O_1$  і  $O_2$  помінялися місцями, і повторити попередні дії щодо точки  $O_2$ .

З умови рівноваги моментів сил  $m_1\vec{g}$  і  $m_2\vec{g}$ , що діють на фізичний маятник (шатун) і спираються на призми в точках  $O_1$  і  $O_2$ , виходить, що відстані  $a_1$  і  $a_2$ , відповідні віддаленню центра мас шатуна  $S$  від точок  $O_1$  і  $O_2$ , можуть бути визначені так:

$$a_1 = \frac{m_2}{m}L, \quad a_2 = \frac{m_1}{m}L.$$

3. Визначити період коливань фізичного маятника, отриманого шляхом його підвішування на нерухому опору в точці  $O_1$ .

Для цього слід виконати такі дії:

а) підвісити шатун меншою головкою (точкою  $O_1$ ) на нерухому опору, відвести його від вертикального положення на кут приблизно  $\varphi \leq 20^\circ$  і дати йому можливість здійснювати вільні коливання;

б) за допомогою секундоміра визначити час десяти періодів подвійних коливань маятника  $t$ . Для підвищення точності експерименту слід пропустити перші коливання і почати відлік, коли маятник займе крайнє положення. Ці вимірювання провести тричі;

в) знайти середнє арифметичне значення одного періоду коливань  $T_1$ ;

4. Повторити п.3, підвісивши шатун більшою головкою на нерухому опору, і визначити період коливань  $T_2$ .

5. Користуючись формулою (3.2), обчислити значення центрального моменту інерції шатуна з першої і другої серій експериментів:

$$I_1 = ma_1 \left[ g \left( \frac{T_1}{2\pi} \right)^2 - a_1 \right];$$

$$I_2 = ma_2 \left[ g \left( \frac{T_2}{2\pi} \right)^2 - a_2 \right].$$

6. Остаточним результатом слід вважати усереднене значення центрального моменту інерції:

$$I_s = \frac{1}{2}(I_1 + I_2).$$

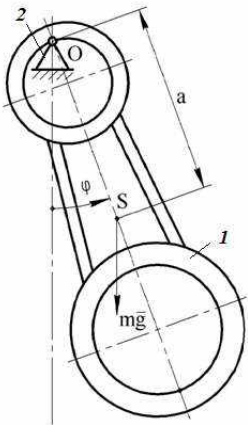
## Приклад визначення моменту інерції ланки механізму методом фізичного маятника

Виконав: студент \_\_\_\_\_ групи \_\_\_\_\_ « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

*Мета роботи:* ознайомлення з методом фізичного маятника для визначення моменту інерції ланки відносно центра мас, що має подовжену форму в площині руху.

*Прилади й приладдя:* секундомір, ваги, лінійка або штангенциркуль, шатун, допоміжні призми.

### Результати експерименту



Маса ланки  $m = 3,2$  кг.

Відстань між точками  $O_1$  і  $O_2$

$L = 0,33$  м.

Маси, що припадають на

опору в точці  $m_1 = 1,2$  кг;

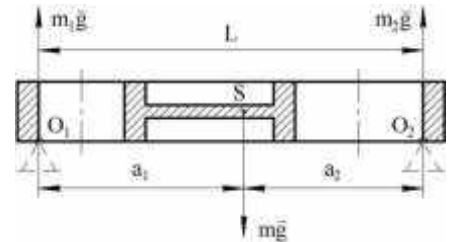
опору в точці  $m_2 = 2,0$  кг.

Видалення центра мас ланки від точки  $O_1$ :

$$a_1 = \frac{m_2 L}{m} = \frac{2 \cdot 0,33}{3,2} = 0,21 \text{ м.}$$

Видалення центра мас ланки від точки  $O_2$ :

$$a_2 = L - a_1 = 0,33 - 0,21 = 0,12 \text{ м.}$$



Підвішування маятника	В точці $O_1$			В точці $O_2$		
Номер експерименту	1	2	3	1	2	3
Час десяти подвійних коливань $t$ (с)	10,5	10,6	11,1	8,9	9,4	9,6
Усереднені значення періодів коливань $T$ (с)	1,07			0,93		

Значення центрального моменту інерції ланки:  
при підвішуванні ланки в точці  $O_1$

$$I_1 = m a_1 \left[ g \left( \frac{T_1}{2\pi} \right)^2 - a_1 \right] = 3,2 \cdot 0,21 \left[ 9,8 \cdot \left( \frac{1,07}{2 \cdot 3,14} \right)^2 - 0,21 \right] = 0,05 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

при підвішуванні ланки в точці  $O_2$

$$I_2 = m a_2 \left[ g \left( \frac{T_2}{2\pi} \right)^2 - a_2 \right] = 3,2 \cdot 0,12 \left[ 9,8 \cdot \left( \frac{0,91}{2 \cdot 3,14} \right)^2 - 0,12 \right] = 0,036 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Середнє значення центрального моменту інерції ланки:

$$I_s = \frac{1}{2} (I_1 + I_2) = \frac{0,05 + 0,036}{2} = 0,043 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Підпис студента \_\_\_\_\_ Підпис викладача \_\_\_\_\_ Оцінка \_\_\_\_\_

## Практична робота № 4

### ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ ЛАНКИ МЕХАНІЗМУ МЕТОДОМ КРУТИЛЬНОГО МАЯТНИКА

*Мета роботи:* ознайомлення з методом крутильного маятника для визначення моментів інерції ланок, що мають подовжену форму вздовж осі, відносно якої знаходять момент інерції.

*Прилади й приладдя:* секундомір, ваги, лінійка або штангенциркуль, еталонний диск, складна ланка.

#### Теоретичне обґрунтування

Для визначення моменту інерції ланки, що досліджується методом крутильного маятника, її підвішують вертикально на сталевій нитці так, щоб осі ланки і нитки збігалися (рис. 4.1).

Поворот ланки в горизонтальній площині на невеликий кут (приблизно  $\varphi \leq 20^\circ$ ) відносно рівноважного положення призводить до закручування нитки. Через це в ній виникає момент  $M$ , що відновлює її положення. Скористаємося рівнянням динаміки обертального руху твердого тіла:

$$I\ddot{\varphi} = M,$$

де  $\ddot{\varphi}$  – кутове прискорення;  $I$  – момент інерції ланки відносно осі обертання.

Як відомо, величина моменту  $M$  пропорційна куту його закручування  $\varphi$  і коефіцієнту пружності нитки  $c$  відносно осі закручування  $M = -c\varphi$ . Тому диференціальне рівняння вільних коливань має вигляд

$$I\ddot{\varphi} = -c\varphi. \quad (4.1)$$

Рівняння (4.1) приводимо до вигляду

$$\ddot{\varphi} + k^2\varphi = 0,$$

де  $k = \sqrt{\frac{c}{I}}$  – циклічна частота коливань.

Оскільки період коливань  $T$  є обернено пропорційним циклічній частоті  $k$ , то

$$T = \frac{2\pi}{k} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{c}}. \quad (4.2)$$

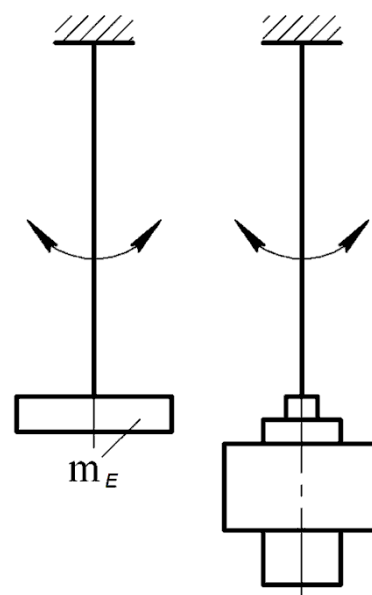


Рис. 4.1. Підвішені ланки

З рівняння (4.2) одержимо

$$I = c \left( \frac{T}{2\pi} \right)^2. \quad (4.3)$$

Для виключення коефіцієнта пружності нитки  $c$  з формули (4.3) скористаємося так званим еталонним крутильним маятником. Для цього на тій же нитці підвісимо тіло (еталон) з відомим моментом інерції  $I_E$  відносно вертикальної осі і визначимо його період коливань.

Період коливань еталонного маятника визначимо з рівняння, аналогічного (4.2):

$$T_E = \frac{2\pi}{k} = 2\pi \sqrt{\frac{I_E}{c}}. \quad (4.4)$$

Звідси коефіцієнт пружності нитки

$$c = I_E \left( \frac{2\pi}{T_E} \right)^2. \quad (4.5)$$

Підставивши рівняння (4.5) в формулу (4.3), отримаємо

$$I = I_E \left( \frac{T}{T_E} \right)^2. \quad (4.6)$$

Як еталонне тіло найчастіше використовують тіло, центральний момент інерції якого можна знайти або він вже є відомим, наприклад, однорідний диск (див. рис. 4.1). Його момент інерції

$$I_E = \frac{1}{2} m_E R^2, \quad (4.7)$$

де  $m_E$  і  $R$  – відповідно маса і радіус диска еталонного маятника.

### Порядок виконання роботи

1. Ланку, що досліджують (див. рис. 4.1) і яка підвішена на нитці, повернути навколо вертикальної осі на кут приблизно  $\varphi \leq 20^\circ$  і дати їй змогу здійснювати вільні обертальні коливання.

2. За допомогою секундоміра визначити час десяти періодів подвійних коливань крутильного маятника  $t$ . Для підвищення точності експерименту слід пропустити перші коливання і почати відлік, коли ланка займе крайнє положення. Ці вимірювання провести тричі.

3. Знайти середнє арифметичне одного періоду коливань  $T$ .

4. Визначити масу і радіус еталонного диска і обчислити його момент інерції  $I_E$  за формулою (4.7).

5. За допомогою секундоміра повторити всі дії п. 2 і визначити період коливань еталонного маятника  $T_E$ .

6. Обчислити момент інерції ланки, що досліджується, за формулою (4.6).



## Приклад визначення моменту інерції ланки механізму методом крутильного маятника

Виконав: студент \_\_\_\_\_ групи \_\_\_\_\_ «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.  
*Мета роботи:* ознайомлення з методом крутильного маятника для визначення моментів інерції ланок, що мають подовжену форму вздовж осі, відносно якої знаходять момент інерції.  
*Прилади й приладдя:* секундомір, ваги, лінійка або штангенциркуль, еталонний диск, складна ланка.

### Результати експерименту

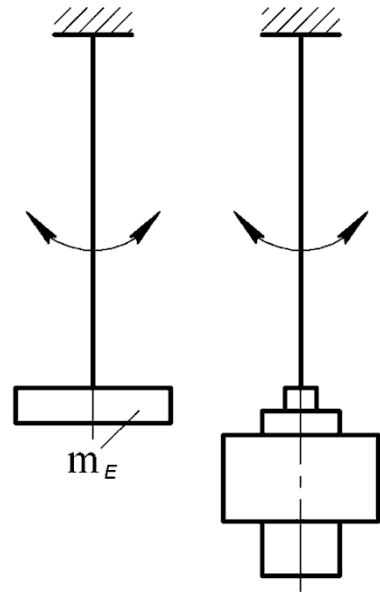
Маса еталонної ланки  $m = 5$  кг.

Маса складної ланки  $m = 3,5$  кг.

Радіус еталонного диска  $R = 0,1$  м.

Момент інерції еталонного диска

$$I_E = \frac{1}{2} m_E R^2 = \frac{5 \cdot 0,1^2}{2} = 0,025 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$



Ланка, що досліджується	Еталонна ланка			Складна ланка		
Номер експерименту	1	2	3	1	2	3
Час десяти подвійних коливань $t$ , с	87	84	83	56	61	59
Усереднені значення періодів коливань $T$ , с	8,467			5,867		

Значення осьового моменту інерції ланки механізму

$$I = I_E \left( \frac{T}{T_E} \right)^2 = 0,025 \left( \frac{5,867}{8,467} \right)^2 = 0,012 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Підпис студента \_\_\_\_\_ Підпис викладача \_\_\_\_\_ Оцінка \_\_\_\_\_

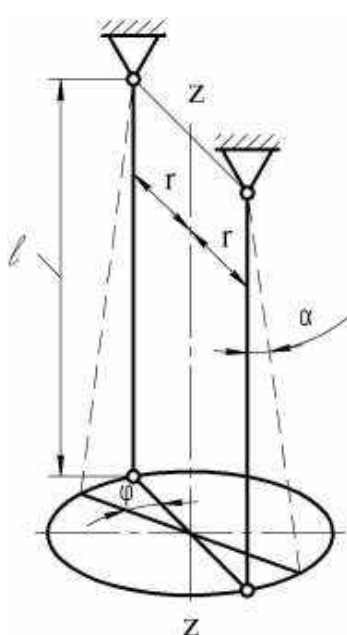
## Практична робота № 5

### ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ ЛАНКИ МЕХАНІЗМУ МЕТОДОМ ДВОНИТКОВОГО ПІДВІСУ

*Мета роботи:* ознайомлення з методом двониткового підвісу для визначення моментів інерції симетричних ланок складної конфігурації, таких, наприклад, як повітряні і гребні гвинти, ротори лопатевих машин (турбін та компресорів) та ін.

*Прилади й приладдя:* секундомір, ваги, лінійка або штангенциркуль, диск турбіни.

#### Теоретичне обґрунтування



Ланка (диск турбіни), що досліджується, підвішується на двох паралельних нитках довжиною  $l$  (рис. 5.1) так, щоб центральна вісь ланки  $zz$  проходила строго посередині між нитками і була віддалена від них на відстань  $r$ . Щоб не допустити перекосу центральної осі ланки відносно вертикалі, точки кріплення ниток до ланки слід розташовувати у вертикальній площині її симетрії.

Якщо ланку, що закріплена таким чином, повернути строго в горизонтальній площині на невеликий кут, приблизно  $\varphi \leq 20^\circ$ , і відпустити, то ланка буде здійснювати коливальний рух навколо вертикальної осі  $zz$ . Диференціальне рівняння руху такого тіла запишемо згідно з рівнянням динаміки обертального руху твердого тіла:

Рис. 5.1. Диск турбіни

$$I\ddot{\varphi} = M, \quad (5.1)$$

де  $I$  – момент інерції ланки відносно осі  $zz$ ;  $M$  – момент, що відновлює положення ланки завдяки силам тяжіння;  $\ddot{\varphi}$  – кутове прискорення.

Установимо зв'язок між моментом, що відновлює положення ланки, і силою тяжіння. При відхиленні ланки від рівноважного положення на кут  $\varphi$  нитки повертаються відносно верхніх нерухомих точок кріплення на кут  $\alpha$ .

На кожну з ниток у будь-який момент часу діє половина сили тяжіння ланки, яка спрямована вертикально. Таким чином, сила натягу однієї нитки

$$T = \frac{mg}{2\cos\alpha}.$$

Якщо спроектувати сили  $T$ , що діють на кожну з ниток, на горизонтальну площину, то отримаємо момент пари сил, що відновлює положення ланки:

$$M = -m g r \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

Оскільки при малих кутах коливань  $\operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$ , а  $l \alpha \approx r \varphi$ , то

$$M = -m g \frac{r^2}{l} \varphi.$$

Рівняння (5.1) приведемо до вигляду

$$\ddot{\varphi} + k^2 \varphi = 0,$$

де  $k = \sqrt{\frac{m g r^2}{I l}}$  – циклічна частота коливань.

Оскільки період коливань  $T$  є обернено пропорційним циклічній частоті  $k$ , то

$$k = \frac{2\pi}{T},$$

отримуємо

$$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{m g r^2}{I l}},$$

звідки

$$I = \frac{m g}{l} \left( \frac{r T}{2\pi} \right)^2, \quad (5.2)$$

де  $m$  – маса ланки;  $l$  – довжина ниток;  $r$  – радіус обертання ланки;  $T$  – період одного коливання.

### Порядок виконання роботи

1. Визначити масу ланки шляхом зважування.
2. Виміряти довжину ниток  $l$  і відстань між ними, визначивши таким чином радіус  $r$  обертання ланки (див. рис. 5.1).
3. Ланку повернути навколо вертикальної осі  $zz$  (див. рис. 5.1) на невеликий кут, приблизно  $\varphi \leq 20^\circ$ , і дати їй змогу здійснювати вільні коливання.
4. За допомогою секундоміра визначити час десяти періодів подвійних коливань крутильного маятника  $t$ . Для підвищення точності експерименту слід пропустити перші коливання і почати відлік, коли ланка займе крайнє положення. Ці вимірювання провести тричі.
5. Знайти середнє арифметичне значення одного періоду коливань  $T$ .
6. Skorиставшись формулою (5.2), визначити центральний момент інерції ланки, що досліджується.

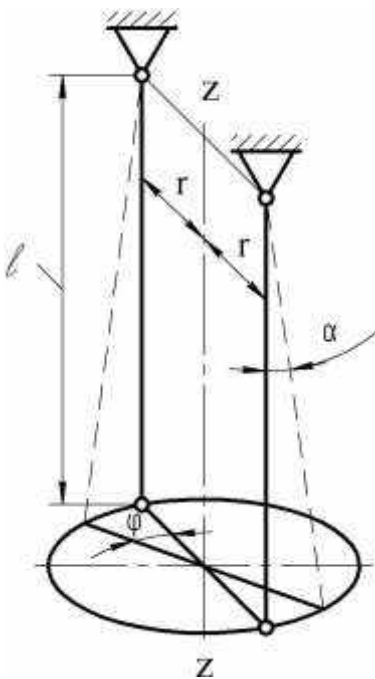
## Приклад визначення моменту інерції ланки механізму методом двониткового підвісу

Виконав: студент \_\_\_\_\_ групи \_\_\_\_\_ «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

*Мета роботи:* ознайомлення з методом двониткового підвісу для визначення центральних моментів інерції симетричних ланок складної конфігурації, таких, наприклад, як повітряні і гребні гвинти, ротори лопатевих машин (турбін та компресорів) і т.п.

*Прилади й приладдя:* секундомір, ваги, лінійка або штангенциркуль, диск турбіни.

### Результати експерименту



Маса ланки  $m = 2$  кг.

Довжина ниток  $l = 1$  м.

Відстань між нитками  $2r = 0,15$  м.

Радіус обертання ланки  $r = 0,075$  м.

Номер експерименту	1	2	3
Час десяти подвійних коливань $t$ , с	34,1	34,0	33,7
Усереднені значення періодів коливань $T$ , с	3,39		

Значення осьового моменту інерції ланки механізму (диску турбіни)

$$I = \frac{mg}{l} \left( \frac{rT}{2\pi} \right)^2 = \frac{2 \cdot 9,8}{1} \left( \frac{0,075 \cdot 3,39}{2 \cdot 3,14} \right)^2 = 0,032 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Підпис студента \_\_\_\_\_ Підпис викладача \_\_\_\_\_ Оцінка \_\_\_\_\_

## Практична робота № 6

### ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ТЕРТЯ І КОЕФІЦІЄНТА КОРИСНОЇ ДІЇ ГВИНТОВОЇ ПАРИ КОВЗАННЯ

*Мета роботи:* експериментальне визначення величини коефіцієнта тертя ковзання в кінематичній парі гвинт-гайка і коефіцієнта корисної дії гвинтової передачі.

*Прилади й приладдя:* експериментальна установка з гвинтовою передачею, індикатор малих переміщень (ІМП), важки.

#### Теоретичне обґрунтування

Розглянемо гвинтову передачу, яка перетворює обертальний рух гвинта (рис. 6.1, а) в поступальний рух гайки вздовж вертикальної осі. Навантажимо гайку осьовою силою  $\bar{Q}$  так, як показано на рис. 6.1, а. Гвинт і гайка контактують верхніми поверхнями витків різі, на яких під дією осьового навантаження розвивається питомий тиск, орієнтований за загальною нормаллю до поверхонь, що контактують.

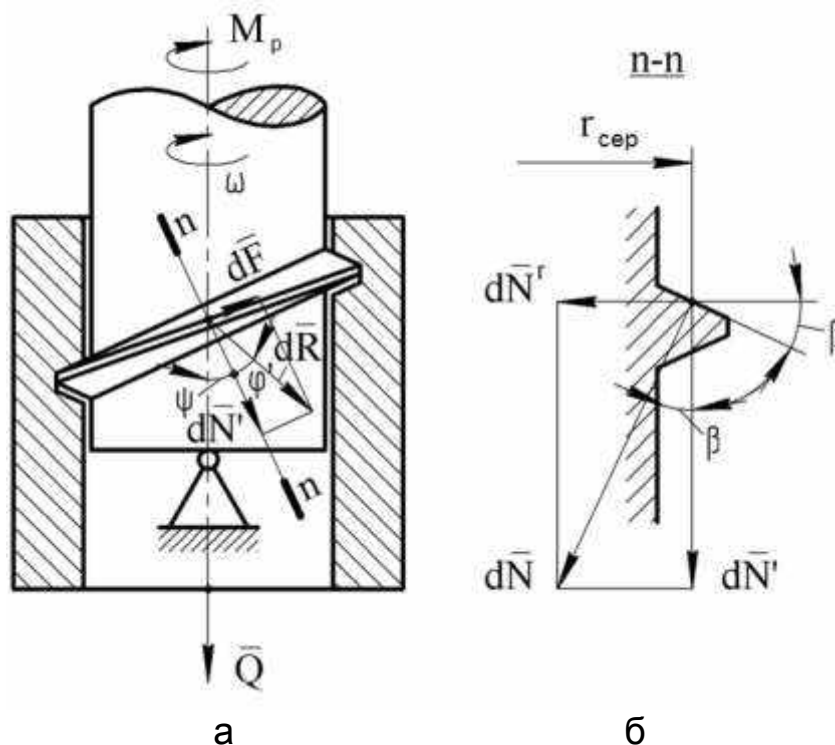


Рис. 6.1. Гвинтова передача

На рис. 6.1, б зображено поперечний переріз витка різі гвинта перпендикулярної до нього площини n-n, що утворює з віссю гвинта кут  $\psi$ , що дорівнює куту підйому середньої гвинтової лінії. Цей кут визначають з рівняння

$$tg\psi = \frac{S}{2\pi r_{сер}}, \quad (6.1)$$

де  $r_{сер}$  – середній радіус різі,  $S$  – хід різі, що дорівнює добутку кроків витків  $p$  на кількість заходів різі  $n$ .

Будемо вважати, що питомий тиск розподілено рівномірно на всій поверхні контакту гвинта і гайки. Його дію на нескінченно малій ділянці робочої поверхні гвинта замінимо елементарною рівнодіючою силою  $d\bar{N}$  (див. рис. 6.1, б), яка додається до центра гвинтової лінії, тобто лежить на середньому радіусі різі.

Розкладемо силу  $d\bar{N}$  на радіальну  $d\bar{N}_r$  і перпендикулярну їй складову  $d\bar{N}'$ . Зауважимо, що

$$dN' = dN \cos\beta, \quad (6.2)$$

де  $\beta$  – кут профілю різі, під яким розуміють кут нахилу твірної робочої поверхні різі до площини, яка перпендикулярна до осі гвинта.

При обертанні гвинта, навантаженого силою  $\bar{Q}$ , відносно гайки на поверхнях контакту виникають елементарні сили тертя ковзання, що перешкоджають відносному руху гвинта і гайки. Сила тертя, відповідно до закону Кулона, пропорційна нормальній силі тиску. Тому величина сили тертя, що діє на елементарній ділянці робочої поверхні гвинта:

$$dF = f \cdot dN, \quad (6.3)$$

де  $f$  – коефіцієнт тертя ковзання, числове значення якого залежить від матеріалів контактуючих тіл, шорсткості їх робочих поверхонь, наявності або відсутності мастила в зоні тертя і не залежить від рівня сил нормального тиску.

Вектори елементарних сил  $d\bar{N}'$ ,  $d\bar{F}$  і їх результуюча  $d\bar{R}$  (див. рис. 6.1, а) лежать в площині, яка дотична до циліндра радіусом  $r_{сер}$ , а кут  $\varphi'$  між векторами  $d\bar{R}$  і  $d\bar{N}'$ , що називається наведеним кутом тертя, з урахуванням (6.2) і (6.3) визначаємо з рівняння

$$tg\varphi' = \frac{dF}{dN'} = \frac{f}{\cos\beta}.$$

Величину, що дорівнює правій частині цього виразу, називають наведеним коефіцієнтом тертя в різі:

$$f' = \frac{f}{\cos\beta}, \quad (6.4)$$

тому

$$tg\varphi' = f'. \quad (6.5)$$

Спроекуємо вектор  $d\bar{R}$  на вертикальну вісь  $z$  і на горизонтальну площину  $xy$ :

$$dR_z = dR \cos(\psi + \varphi');$$

$$dR_{xy} = dR \sin(\psi + \varphi').$$

Горизонтальні сили  $dR_{xy}$ , що діють за дотичною до циліндра з середнім радіусом різі  $r_{сер}$ , визначають дію елементарних моментів гвинтової пари  $dM_{з.п}$  проти обертання гвинта:

$$dM_{з.п} = dR_{xy} \cdot r_{сер} = r_{сер} \sin(\psi + \varphi') dR.$$

При рівномірному русі з умов рівноваги осьових сил і моментів відносно осі гвинта маємо:

$$M_{з.п} = \int_0^l dM_{з.п} = r_{сер} \sin(\psi + \varphi') \int_0^l dR; \quad (6.6)$$

$$Q = \int_0^l dR_z = \cos(\psi + \varphi') \int_0^l dR, \quad (6.7)$$

де  $l$  – робоча довжина гвинтової лінії різі, що бере участь у передачі зусиль з гвинта на гайку.

З рівняння (6.7) виразимо  $dR$ , підставимо в формулу (6.6) і запишемо момент в гвинтовій парі

$$M_{з.п} = Q r_{сер} \operatorname{tg}(\psi + \varphi'). \quad (6.8)$$

Визначимо ККД гвинтової передачі

$$\eta = \frac{A_{к.о}}{A_p},$$

де  $A_{к.о}$  і  $A_p$  – робота сили корисного опору  $\bar{Q}$  і робота рушійного моменту  $M_p$  відповідно, виконані за один і той же проміжок часу, наприклад, за час одного оберту гвинта.

Визначимо ці роботи. При повороті гвинта на один оберт ( $\varphi = 2\pi$ ) в напрямку дії  $M_p$  точка прикладання сили  $\bar{Q}$  на гайці переміститься на величину ходу різі  $S$ , тому

$$A_{к.о} = Q \cdot S; \quad A_p = M_p \cdot 2\pi.$$

Оскільки при рівномірному русі гвинта  $M_p = M_{з.п}$ , то  $A_p = M_{з.п} \cdot 2\pi = Q r_{сер} \operatorname{tg}(\psi + \varphi') \cdot 2\pi$ , а

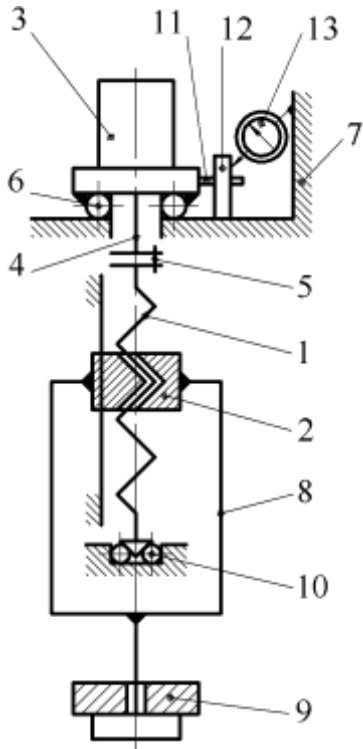
$$\eta = \frac{Q \cdot S}{Q r_{сер} \operatorname{tg}(\psi + \varphi') \cdot 2\pi}.$$

З урахуванням співвідношення (6.1) остаточно отримаємо

$$\eta = \frac{\operatorname{tg}(\psi)}{\operatorname{tg}(\psi + \varphi')}. \quad (6.9)$$

Таким чином, якщо експериментальним шляхом встановити зв'язок між моментом тертя в різі  $M_{e,n}$  і осьовим навантаженням  $Q$  і знати геометричні параметри різі ( $r_{cep}$ ,  $p$ ,  $n$ ,  $\beta$ ), то за допомогою залежностей (6.1), (6.4), (6.5), (6.8) і (6.9) можна визначити значення дійсного коефіцієнта тертя ковзання  $f$  у гвинтовій передачі та її ККД.

### Опис експериментальної установки



Установка (рис. 6.2) складається з гвинтової передачі, що містить вертикальний гвинт 1 і рухому в осьовому напрямку гайку 2, і електродвигуна, ротор 4 якого за допомогою муфти 5 з'єднано з гвинтом 1, а статор 3 спирається на кульовий підшипник 6, встановлений на нерухомій станині 7. Навантаження гвинтової передачі осьовою силою здійснюється за допомогою спеціальної підвіски 8, закріпленої на гайці 2. Навантаження може змінюватися при проведенні експериментів завдяки встановленню на підвісці 8 гир 9 різної маси.

На станині закріплено пульт управління, який дозволяє вмикати і вимикати привід передачі.

При ввімкненому електродвигуні ротор 4 за допомогою муфти 5 приводить в обертання гвинт 1, що спирається на кульовий підшипник 10, а гайку 2 переміщує вгору разом з підвіскою 8.

Статор 3 електродвигуна під дією реактивного моменту, що дорівнює моменту  $M_p$  підшипника 6 на роторі, намагається повернутися.

Кут повороту статора навколо вертикальної осі обмежено деформацією пластинчастої пружини 12, закріпленої на станині 7 і навантаженої важелем 11, жорстко з'єднаним з рухомих статором 3.

За величиною деформації пружини 12, яку вимірюють індикатором малих переміщень годинникового типу 13 з ціною поділки 0,01 мм, визначають величину моменту, що діє на ротор електродвигуна. Ця величина моменту, якщо знехтувати тертям в опорі 10, дорівнює моменту тертя в досліджуваній гвинтовій парі. Оскільки деформація пружини пропорційна навантаженню, що прикладене до неї, то момент тертя в гвинтовій парі і деформація пружини мають лінійну залежність. Для встановлення числових значень констант цієї залежності проводять спеціальні експерименти. Ці експерименти було проведено окремо, і вони не ввійшли до цієї роботи, але їх результати подано в емпіричній залежності в п. 6.3 порядку виконання роботи, в якій слід прийняти

$$c = 0,45 \text{ Нм/мм}; \quad a = 0,55 \text{ мм.}$$



## Порядок виконання роботи

1. Ознайомитися з паспортними даними експериментальної установки, внести їх до протоколу роботи і на їх основі за формулою (6.1) розрахувати кут підйому гвинтової лінії  $\psi$ .

2. У присутності викладача підключити експериментальну установку до електричної мережі, виконуючи всі вимоги техніки безпеки, а тумблер на пульті управління поставити в положення "On".

3. Прикріпити підвіску до гайки гвинтової передачі і закріпити на ній вантаж необхідної маси, а шкалу індикатора малих переміщень установити в положення «0» (початок відліку).

4. Натисканням кнопки «Пуск» на пульті управління включити привід гвинта і за час руху гайки з крайнього нижнього в крайнє верхнє положення п'ятикратно зняти показання індикатора переміщень  $\Delta$  і занести їх до протоколу випробувань.

5. Змінивши масу вантажу на підвісці, повторити дії, зазначені в п. 3 і п. 4. Кількість серій експериментів має бути не менше трьох.

6. Приступити до оброблення результатів проведених експериментів в такій послідовності:

6.1. Визначити величину осьової сили  $Q$ , яка навантажує досліджувану передачу в кожній серії експериментів.

6.2. З п'яти зафіксованих в протоколі показань індикатора малих переміщень для кожної серії експериментів позбавитися найменшого і найбільшого значень, а за трьома, що залишилися, обчислити середню арифметичну величину  $\Delta_{сер}$ .

6.3. За результатами п. 6.2 визначити числові значення моменту тертя в гвинтовій парі при різних осьових навантаженнях за формулою

$$M_{e,п} = c(\Delta_{сер} - a).$$

6.4. Для кожної серії експериментів визначити значення наведеного кута тертя  $\varphi'$  за формулою, яку отримуємо з виразу (6.8):

$$\varphi' = \arctg \frac{M_{e,п}}{Qr_{сер}} - \psi.$$

6.5. Обчислити середнє арифметичне значення  $\varphi'_{сер}$ .

6.6. Визначити середнє значення дійсного коефіцієнта тертя ковзання за формулою

$$f = \operatorname{tg} \varphi'_{сер} \cdot \cos \beta.$$

6.7. Розрахувати середнє значення коефіцієнта корисної дії досліджуваної гвинтової передачі за формулою

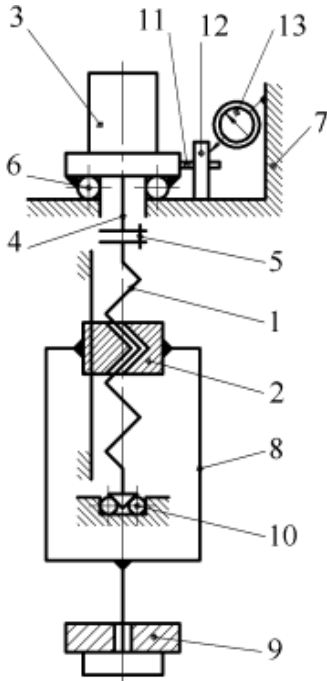
$$\eta = \frac{\operatorname{tg}(\psi)}{\operatorname{tg}(\psi + \varphi'_{сер})}.$$

## Приклад визначення коефіцієнта тертя і коефіцієнта корисної дії гвинтової пари ковзання

Виконав: студент \_\_\_\_\_ групи \_\_\_\_\_ «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

**Мета роботи:** експериментальне визначення величини коефіцієнта тертя ковзання в кінематичній парі гвинт-гайка і коефіцієнта корисної дії гвинтової передачі.

**Прилади й приладдя:** експериментальна установка з гвинтовою передачею, індикатор малих переміщень (ІМП), важки.



### Паспортні дані установки

Тип різі	метрична М42х3.
Середній радіус різі	$r_{сер} = 19,54$ мм.
Крок різі	$p = 3$ мм.
Кількість заходів різі	$n = 1$ .
Хід різі	$S = 3$ мм.
Маса підвіски	$m = 1$ кг.
Кут профілю різі	$\beta = 30^\circ$ .

### Результати експерименту

Кут підйому різі

$$\psi = \arctg \frac{p \cdot n}{2\pi r_{сер}} = \arctg \frac{3 \cdot 1}{2 \cdot 3,14 \cdot 19,54} = 1,4^\circ.$$

### Протокол випробувань

Загальна маса підвіски і важків, кг	Осьове навантаження $Q$ , Н	Показання ІМП в серії експериментів $\Delta$ , мм					Середня деформація пружини $\Delta_{сер}$ , мм	Значення моменту тертя $M_{e,п}$ , Нм	Значення наведеного кута тертя $\varphi'_{сер}$ , град
		$\Delta_1$	$\Delta_2$	$\Delta_3$	$\Delta_4$	$\Delta_5$			
2	19,62	0,8	0,9	0,95	0,9	0,9	0,9	0,1575	20,9
4	39,24	1,4	1,5	1,8	1,6	1,55	1,55	0,45	29
5	49,05	1,7	1,8	1,8	1,9	1,8	1,8	0,5625	29
7	68,67	2,0	2,1	2,15	2,0	2,2	2,08	0,6885	25,8

Середнє значення наведеного кута тертя  $\varphi'_{сер} = 26,2^\circ$ .

Середнє значення коефіцієнта тертя

$$f = \operatorname{tg} \varphi'_{сер} \cdot \cos \beta = \operatorname{tg} 26,2^\circ \cdot \cos 30^\circ = 0,43.$$

Середнє значення ККД гвинтової пари

$$\eta = \frac{\operatorname{tg}(\psi)}{\operatorname{tg}(\psi + \varphi'_{сер})} = \frac{\operatorname{tg} 1,4^\circ}{\operatorname{tg}(1,4^\circ + 26,2^\circ)} = 0,047 \text{ (4,7 \%)}.$$

Підпис студента \_\_\_\_\_ Підпис викладача \_\_\_\_\_ Оцінка \_\_\_\_\_

## Практична робота № 7

### МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ НАРІЗАННЯ ЗУБЦІВ ЕВОЛЬВЕНТНОГО ЗУБЧАСТОГО КОЛЕСА МЕТОДОМ ОБКОЧУВАННЯ

*Мета роботи:* ознайомлення з методом обкочування при виготовленні зубчастих коліс з евольвентним профілем поверхонь зубців.

*Прилади й приладдя:* спеціальна установка із зубчастою рейкою, паперовий диск – заготовка зубчастого колеса, циркуль, масштабна лінійка, гостро заточений олівець.

#### Теоретичне обґрунтування

Виготовлення евольвентних зубчастих коліс методом обкочування є найбільш поширеним методом в машинобудуванні, оскільки має високу технологічність і забезпечує теоретично будь-яку ступінь точності формування евольвентних профілів зубців. Цей метод базується на теорії евольвентного зачеплення, основи якого розроблено Л. Ейлером.

При нарізанні зубчастих коліс методом обкочування заготовка зубчастого колеса і різальний інструмент (черв'ячна фреза, гребінка, довбач), що має зубчасту форму, на верстаті створюють такі рухи один відносно одного, які відтворюють процес їх взаємного зачеплення.

Крім рухів, які відтворюють зачеплення, інструменту передається технологічний рух різання. В результаті цього різальні кромки інструмента формують так звану *виробничу поверхню*. Ця поверхня і створена поверхня зубця колеса, що нарізується, разом взаємно обгинають одна одну. *Взаємно обвідними* називають такі поверхні, які при обкочуванні однієї поверхні відносно іншої не змінюють характеру контакту між собою і не перетинаються.

Будь-який різальний інструмент, що застосовується при виробництві зубчастих коліс методом обкочування, виготовлено за так званим *вихідним твірним контуром* (ВТК), що зображений на рис. 7.1.

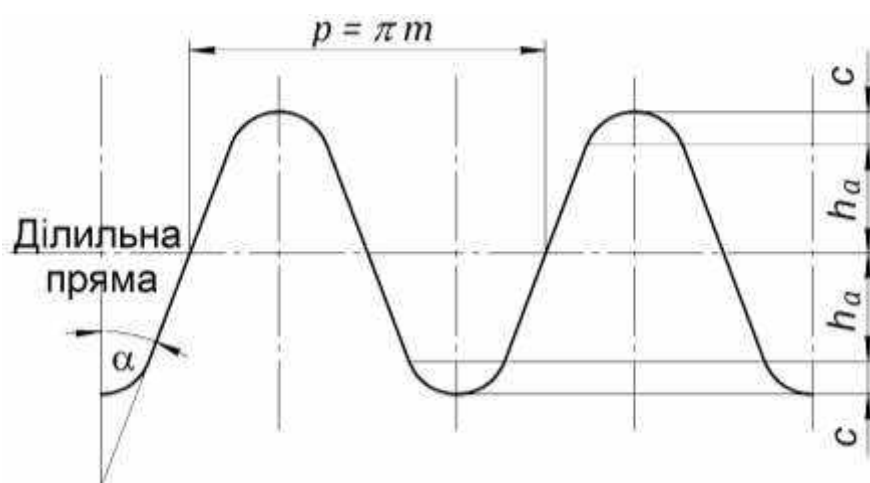


Рис. 7.1. Вихідний твірний контур

ВТК з трапецеїдальними зубцями має ряд особливостей.

По-перше, прямолінійні ділянки зубців, нахилені до осей симетрії зубців під кутом  $\alpha$ , відповідно до однієї з характеристик евольвенти є евольвентними. Нагадаємо, що евольвента кола – це крива, яку описує точка прямої, що котиться без проковзування по цьому колу, яке називається *основним*. Центр кривизни евольвенти лежить в точці дотику нормалі евольвенти до основного кола і дорівнює довжині цієї дотичної. При збільшенні радіуса основного кола  $r_b$  кривизна евольвенти зменшується і при  $r_b \rightarrow \infty$  евольвента перетворюється в пряму лінію.

По-друге, на *ділильній прямій*, що розділяє зубець ВТК за висотою на дві рівні частини (головку і ніжку), ширина виступів і ширина западин є однаковими і дорівнюють половині кроку зубців ВТК.

По-третє, *крок зубців* на будь-якій прямій, паралельній ділильній, є величина постійна і дорівнює добутку числа  $\pi$  на модуль  $m$ , тобто  $p = \pi m$ .

Розміри зубця показано на рис. 7.1, де  $h_a$  – висота головки і висота ніжки зубця, які відповідають прямолінійним ділянкам його бічних поверхонь;  $c$  – розмір заокруглених ділянок ВТК, що визначає радіальні зазори в зачепленнях зубчастих коліс. Всі розміри можна подати в частках модуля  $m$ :

$$h_a = h_a^* m; \quad c = c^* m,$$

де  $h_a^*$  і  $c^*$  – коефіцієнти висоти головки і радіального зазору відповідно.

Форма ВТК, що визначається кутом  $\alpha$  і коефіцієнтами  $h_a^*$  і  $c^*$ , стандартизована. Відповідно до стандарту  $\alpha = 20^\circ$ ,  $h_a^* = 1,0$ ,  $c^* = 0,25$ , а для модуля  $m$ , що визначає лінійні розміри зубця, встановлено стандартний ряд модулів.

На рис. 7.2 зображено *рейкове верстатне зачеплення*, тобто зачеплення зубчастого різального інструмента (рейки) із зубцями зубчастого колеса, що виготовляється.

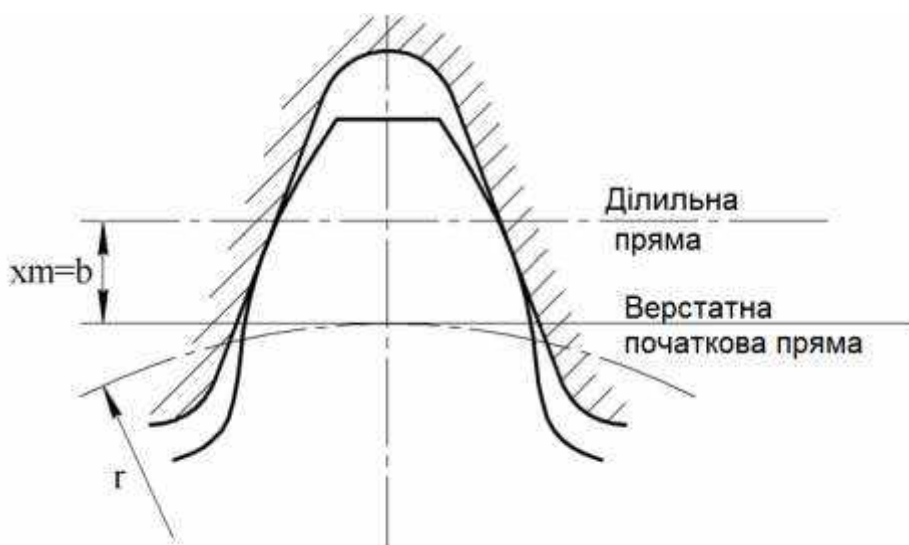


Рис. 7.2. Рейкове верстатне зачеплення

Рейкове верстатне зачеплення, як і будь-яке зачеплення, має початкові лінії. Ними є *верстатна початкова пряма* рейки і *верстатне початкове коло* зубчастого колеса. Ці криві в процесі зачеплення обкочуються одна за іншою без проковзування. Завдяки цьому кроки зубців на верстатних початкових лініях і на рейці, і зубчастому колесі є однаковими ( $p = \pi m$ ), а діаметр верстатного *початкового кола* колеса виявляється таким, що дорівнює діаметру його ділильного кола ( $d = mz$ ).

Оскільки крок за висотою зубців ВТК не змінюється, то у верстатному зачепленні *верстатною початковою прямою* може бути будь-яка з прямих, що паралельні ділильній. Сама ділильна пряма може розташовуватися по-різному відносно ділильного кола колеса, що нарізується.

Різницю між відстанню від центра заготовки колеса до ділильної прямої ВТК і радіусом ділильного кола колеса, що виготовляють, називають *зміщенням* зубонарізного інструмента, а його величину приймають у вигляді добутку модуля  $m$  і коефіцієнта зсуву  $x$ . Коефіцієнт зсуву має знак, який відповідає знаку обумовленої вище різниці.

На рис. 7.2 зображено взаємне розташування інструментальної рейки і зубчастого колеса, що нарізується при коефіцієнті зміщення  $x > 0$ .

Величина і знак коефіцієнтів зміщення істотно впливають як на форму зубців колеса, що нарізується, так і на якісні показники зубчастої передачі, в утворенні якої братиме участь виготовлене зубчасте колесо.

На практиці коефіцієнти зміщення призначають такими, щоб поліпшити той чи інший якісний показник залежно від умов експлуатації певної зубчастої передачі. Однак діапазон варіювання коефіцієнтів зміщення дуже обмежений, особливо для зубчастих коліс з порівняно невеликою кількістю зубців.

Справа в тому, що позитивні зсуви інструментальної рейки призводять до зменшення товщини зубів за дугою *кола вершин*, в результаті чого з'являється небезпека їх *загострення*, а негативні – до появи ефекту *підрізання* евольвентного профілю зубця біля його ніжки (рис. 7.3).

Для зубчастих коліс з порівняно невеликою кількістю зубців підрізання може відбуватися навіть при нульовому зміщенні ( $x = 0$ ).

У зв'язку з цим в теорії евольвентного зачеплення є поняття мінімальної кількості зубців нульового колеса  $z_{min}$ , тобто це мінімальна кількість зубців колеса, яке може бути виготовлено без підрізу і без зміщення.

Мінімальна кількість зубців залежить від параметрів різального інструмента:

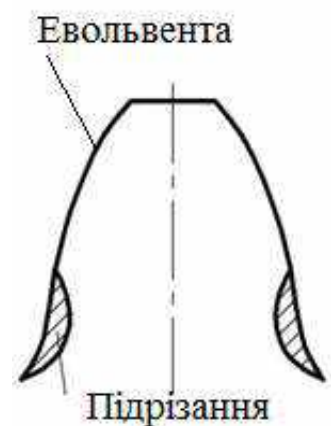


Рис.7.3 Підрізання

$$z_{min} = \frac{2h_a^*}{\sin^2 \alpha}. \quad (7.1)$$

Якщо зубчасте колесо нарізувати стандартним різальним інструментом, для якого  $\alpha = 20^\circ$  і  $h_a^* = 1,0$ , то  $z_{min} = 17,1$ . Тому при проектуванні зубчастих коліс без зміщення кількість їх зубців має бути більше  $z_{min}$ . Якщо кількість зубців  $z$  на колесі має бути менше  $z_{min}$ , то необхідно їх виготовляти зі зміщенням. Мінімальне значення коефіцієнта зміщення, що усуває підріз зубців, визначають за рівнянням

$$x_{min} = \frac{h_a^*(z_{min} - z)}{z_{min}}. \quad (7.2)$$

### Опис експериментальної установки

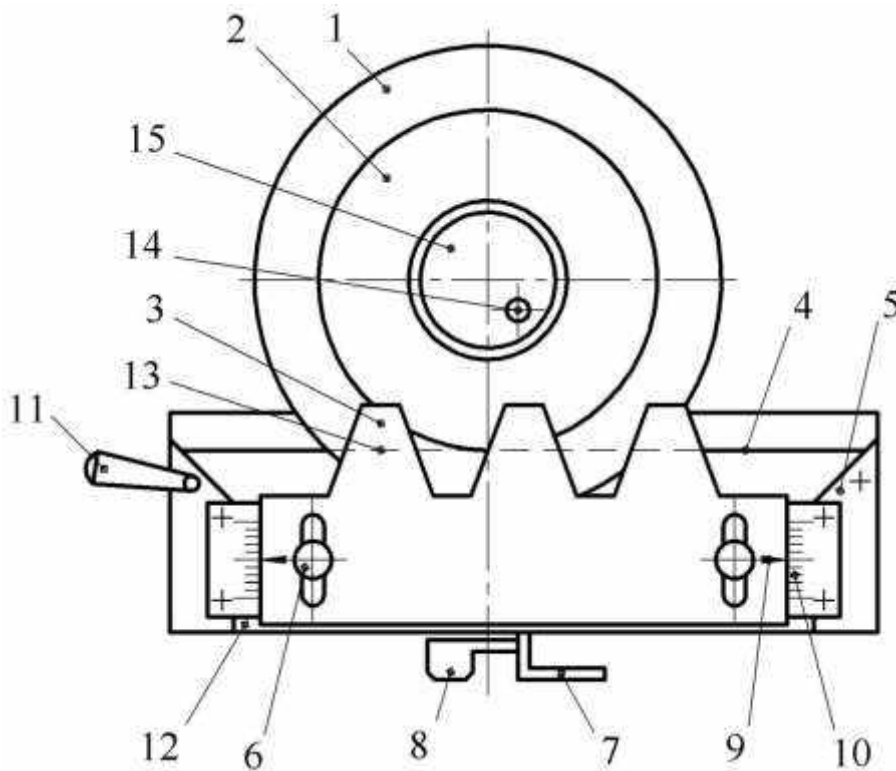


Рис. 7.4. Установка моделювання нарізання зубчастих коліс

Основними елементами установки (рис. 7.4) є жорстко з'єднані диски 1 і 2, а також зубчаста рейка 3, які змонтовані на нерухомій пластині 12. Диски 1 і 2 можуть обертатися навколо центральної нерухомої осі. Діаметр нижнього диска 2 дорівнює діаметру ділильного кола зубчастого колеса, що нарізується. Рейку 3 встановлено на невеликій відстані над верхнім диском 1 і зафіксовано гвинтами 6 на рухомій каретці 5. Рейка 3 разом з кареткою 5 може переміщатися за напрямними в пластині 12. На рейці 3 нанесено лінію 13, що зображає ділильну пряму рейки, а також вигравірувано значення модуля рейки  $m$ , значення кута профілю рейки  $\alpha$  і діаметр ділильного кола зубчастого колеса  $d$ , процес нарізання якого

моделюється. Кінематичний (верстатний) зв'язок, що здійснює рух обкочування, забезпечується струною 4, яка охоплює диск 2 за його колом. Правим кінцем струну закріплено на каретці 5, а лівим прикріплено до тримача, який за допомогою ексцентрикового механізму з рукояткою 11 може забезпечувати натяг струни 4. Каретка 5 разом з рейкою 3 і диски 1 і 2 виконують рух при натисканні рукою на важіль храпового механізму. При кожному натисканні на важіль 8 рейка переміщається на 4...5 мм вліво. При цьому завдяки струні 4 здійснюється обкочування диска 2 за початковою прямою рейки, що збігається з лінією струни.

На диску 1 за допомогою спеціальних голок, запресованих в нього, і шайби з гвинтом 14 встановлюється паперовий диск (заготівка зубчастого колеса, процес нарізання якого буде змодельовано). Перекочуючи диск 1 за зубчастою рейкою 3 за допомогою важеля 8, слід обводити гостро заточеним олівцем профілі зубців рейки через кожен крок руху і таким чином отримати на заготівці профілі зубців колеса, процес нарізання якого моделюється.

Установка дозволяє моделювати процес нарізання як для нульового зубчастого колеса (при  $x = 0$ ), так і зсуненого (при  $x \neq 0$ ). Величина зміщення зубчастої рейки встановлюється за допомогою шкали 10 на каретці 5.

### Порядок виконання роботи

1. Визначити кількість зубців зубчастого колеса, для якого буде відтворено процес нарізання за допомогою установки (див. рис. 7.2):

$$z = \frac{d}{m} .$$

2. За формулою (7.1) розрахувати мінімальну кількість зубців  $z_{min}$  нульового колеса, що може бути виготовлено методом обкочування без підрізу.

3. За формулою (7.2) розрахувати значення мінімального коефіцієнта зміщення  $x_{min}$ , який запобігає підрізанню зубців, для колеса, процес нарізання якого буде відтворено.

4. Обчислити і записати значення таких геометричних параметрів нульового і позитивного зубчастих коліс:

а) крок зубців коліс за ділительним колом  $p = \pi m$ ;

б) величина зміщення при відтворенні процесу нарізання позитивного колеса  $b = mx_{min}$  (для нульового колеса  $b = 0$ );

в) діаметр основного кола  $d_b = d \cos \alpha$ ;

г) діаметри кіл вершин зубців  $d_a = m[z + 2(x + h_a^*)]$ ;

д) діаметри кіл западин  $d_f = m[z + 2(x - h_a^* - c^*)]$ ;

е) товщина зубців коліс за дугами ділительних кіл

$$S = m \left( \frac{\pi}{2} + 2xtg\alpha \right);$$

ж) ширина западин зубців за дугами ділительних кіл  $e = p - S$ .

5. Ознайомившись з описом установки, накласти на диск 1 (див рис. 7.4) паперову заготовку колеса так, щоб рейка 3 виявилася над паперовим диском, і закріпити її накладкою 15 і гвинтом 14.

6. Важелем 7 звільнити зачіпку каретки 5, відвести її без зусилля в крайнє праве положення і повернути важіль 7 у початкову позицію.

7. Відпустити гвинти 6, встановити рейку 3 на каретці 5 так, щоб середня лінія рейки зайняла положення дотичної до ділительного кола колеса, процес нарізання якого буде відтворено. При такому розташуванні спеціальні ризики 9 на краях рейки збіжаться з нульовими поділами шкал 10, що відповідають нульовому зміщенню рейки колеса.

8. Натиснувши до упору вниз на важіль 8, посунемо каретку 5 на один крок вліво. Після кожного кроку окреслити тонко заточеним олівцем контури зубців рейки, що потрапили на поле заготовки.

9. Виконувати п. 8 доти, доки рейка не переміститься в крайнє ліве положення, а на заготівці сформуються контури двох-трьох зубців колеса. Таким чином було відтворено процес нарізання нульового зубчастого колеса.

10. Повторити виконання п. 6 (повернути каретку у початкове положення).

11. Рукояткою 11 послабити струну і рукою повернути диск відносно каретки 5 на кут  $180^\circ$ , після чого відновити натяг струни рукояткою 11.

12. Відпустити гвинти 6, посунути рейку 3 у бік видалення її від центра заготовки на відстань  $b$ , яку слід контролювати за шкалою 10, і знову закріпити рейку 3 гвинтами 6.

13. Виконавши дії п. 8 і п. 9, накреслити контури двох-трьох зубців позитивного зубчастого колеса, відтворивши таким чином процес нарізання такого колеса.

14. Зняти з диска 1 паперову заготовку і циркулем накреслити на зубчастих вінцях нульового і позитивного коліс дуги ділительних і основних кіл, а також дуги кіл вершин і западин.

15. За допомогою циркуля-вимірювача і масштабної лінійки визначити товщину зубців і ширину западин за хордами дуг ділительного кола обох зубчастих коліс.

16. Значення обчислених в п. 1 – п. 4 і вимірених в п. 15 параметрів занести в звіт.

17. Згідно з рис. 7.5 оформити паперовий диск, на якому був відтворений процес нарізання нульового і позитивного зубчастих коліс.



## Приклад моделювання процесу нарізування зубців евольвентного зубчастого колеса методом обкочування

Виконав: студент \_\_\_\_\_ групи \_\_\_\_\_ «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

*Мета роботи:* ознайомлення з методом обкочування при виготовленні зубчастих коліс з евольвентним профілем поверхонь зубців.

*Прилади й приладдя:* спеціальна установка із зубчастою рейкою, паперовий диск – заготовка зубчастого колеса, циркуль, масштабна лінійка, гостро заточений олівець.

### Паспортні дані установки

Діаметр ділительного кола виготовленого колеса	$d = 143$ мм.
Параметри ВТК рейки: модуль зубців	$m = 13$ мм;
кут профілю зубців	$\alpha = 20^\circ$ ;
коефіцієнт висоти головки зубця	$h_a^* = 1,0$ ;
коефіцієнт радіального зазору	$c^* = 0,25$ .

### Результати експерименту

Визначення кількості зубців колеса, що виготовляється:  $z = \frac{d}{m} = \frac{143}{13} = 11$ .

Мінімальна кількість зубців, що нарізуються без підрізу:

$$z_{min} = \frac{2h_a^*}{\sin^2 \alpha} = \frac{2 \cdot 1}{\sin^2 20^\circ} = 17,1.$$

Мінімальний коефіцієнт зміщення різального інструмента:

$$x_{min} = \frac{h_a^*(z_{min} - z)}{z_{min}} = \frac{1(17,1 - 11)}{17,1} = 0,36.$$

### Геометричні параметри зубчастих коліс

№ п/п	Найменування параметрів і їх розмірність	Позначення параметрів	Числові значення параметрів	
			нульового колеса	позитивного колеса
1	Крок зубців за дугою ділительного кола, мм	$p$	40,84	40,84
2	Зміщення рейки, мм	$b$	0	4,68
3	Діаметр основного кола, мм	$d_b$	134,4	134,4
4	Діаметр кола вершин, мм	$d_a$	169	178,4
5	Діаметр кола западин, мм	$d_f$	110,5	119,9
6	Товщина зубця за дугою ділительного кола, мм	$s$	20,42	23,83
7	Ширина западини за дугою ділительного кола, мм	$e$	20,42	17,01
8	Результат вимірювання товщини зубця за хордою дуги ділительного кола, мм	$s$	20,5	24
9	Результат вимірювання ширини западини за хордою дуги ділительного кола, мм	$e$	20,5	17

Підпис студента \_\_\_\_\_ Підпис викладача \_\_\_\_\_ Оцінка \_\_\_\_\_

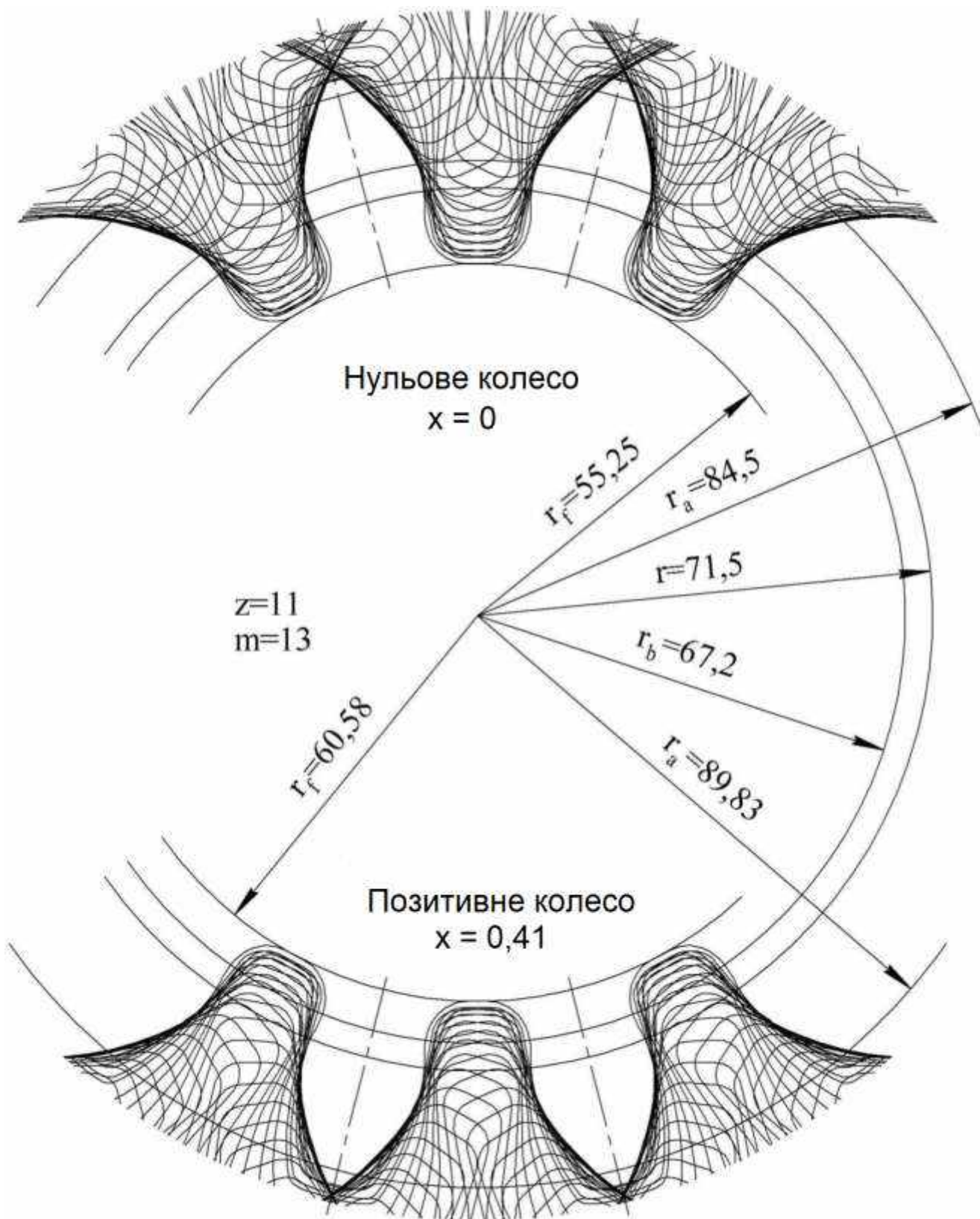


Рис. 7.5. Результат процесу моделювання нарізування зубців евольвентного зубчастого колеса методом обкочування

## Практична робота № 8

### РОЗШИФРОВКА ЕВОЛЬВЕНТНОГО ЗУБЧАСТОГО КОЛЕСА ЗОВНІШНЬОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ

*Мета роботи:* ознайомлення з практичними прийомами встановлення основних параметрів циліндричних прямозубих евольвентних коліс зовнішнього зачеплення.

*Прилади й приладдя:* штангенциркуль, зубчасте колесо, що досліджується.

#### Теоретичне обґрунтування

У практичній роботі інженера-механіка може виникнути потреба у виготовленні для деякого механізму нового зубчастого колеса замість того, що вийшло з ладу, при відсутності документальної інформації про нього.

У даній роботі розглядають методику визначення основних параметрів колеса, що треба відновити, тобто зробити його *розшифровку*. Іншими словами, вирішують питання, як, маючи в своєму розпорядженні деяке зубчасте колесо, встановити, які параметри мав зубонарізний інструмент і з яким зміщенням його розташовували відносно заготовки у верстатному зачепленні при виготовленні такого зубчастого колеса методом обкочування.

Будемо вважати, що колесо виготовлено за допомогою інструментальної зубчастої рейки, геометрія і розміри якої відповідають держстандарту. Нагадаємо, що параметрами, котрі характеризують стандартну інструментальну рейку, є: кут профілю зубців  $\alpha = 20^\circ$ , коефіцієнт висоти головки зубця  $h_a^* = 1,0$ , коефіцієнт радіального зазору,  $c^* = 0,25$  і модуль  $m$ . Серед перелічених параметрів лише модуль є змінною величиною. Деякі стандартні значення модулів наведено в табл. 8.1.

Таблиця 8.1

Стандартні значення модулів, мм

Перший ряд	0,8	1	1,25	1,5	2	2,5	3	4	5	6	8	10	12
Другий ряд	0,9	1,125	1,375	1,75	2,25	2,75	3,5	4,5	5,5	7	9	11	14

Таким чином, розшифровка зубчастого колеса зводиться до визначення кількості його зубців  $z$ , модуля  $m$  і коефіцієнта зміщення  $x$ , при якому було виготовлено це колесо.

Кількість зубців  $z$  визначають безпосереднім їх підрахунком на зубчастому вінці, а модуль колеса – з рівняння

$$m = \frac{p_b}{\pi \cos \alpha}, \quad (8.1)$$

де  $p_b$  – крок зубців на основному колі, визначення якого ґрунтується на таких властивостях евольвенти:

- нормаль до евольвенти є дотичною до основного кола;
- відстань між еквідистантними (рівновіддаленими) евольвентами дорівнює довжині дуги основного кола, укладеної між точками повернення цих евольвент.

На рис. 8.1 показано зубчастий вінець евольвентного колеса, його основне коло радіусом  $r_b$  і проведено нормаль  $n-n$  до евольвент бічних поверхонь зубців. Відізок дотичної  $BC$  – це відстань між еквідистантними евольвентними поверхнями двох сусідніх зубців, яка за властивістю евольвенти дорівнює дузі  $\overline{B_0C_0}$  основного кола і є кроком зубців по дузі основного кола, тобто  $p_b = (\overline{B_0C_0}) = (BC)$ .

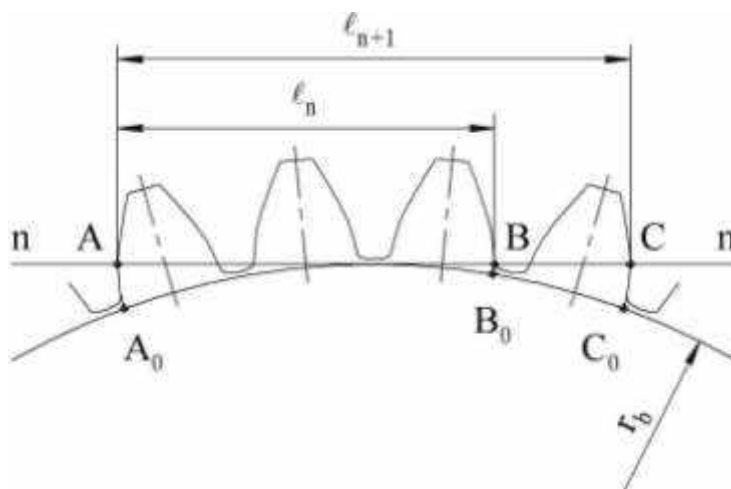


Рис. 8.1. Зубчастий вінець

Крок  $p_b$  може дорівнювати різниці двох лінійних розмірів:

$$p_b = l_{n+1} - l_n, \quad (8.2)$$

де  $l_n$  і  $l_{n+1}$  – величини довжин загальних нормалей (див. рис. 8.1), вимірюваних за допомогою штангенциркуля, губки якого охоплюють відповідно  $n$  і  $n + 1$  зубців колеса.

При вимірюванні довжин  $l_n$  і  $l_{n+1}$  загальних нормалей губки штангенциркуля мають стикатися з евольвентними ділянками профілів зубців, а не з вершинами або перехідними кривими в основах зубців. Кількість охоплених зубців  $n$  і  $n + 1$  рекомендується вибрати з табл. 8.2 залежно від загальної кількості зубців  $z$  на колесі, що досліджується.

Залежність кількості охоплених зубців  $n$   
від загальної кількості зубців  $z$  колеса

$z$	12 – 18	19 – 27	28 – 36	37 – 45	46 – 54	55 – 63	64 – 72	73 – 81
$n$	2	3	4	5	6	7	8	9

Таким чином, для визначення модуля колеса  $m$  використовують залежність, що виходить із рівнянь (8.1) і (8.2):

$$m = \frac{l_{n+1} - l_n}{\pi \cos \alpha}. \quad (8.3)$$

Отримана таким чином величина модуля округляється до найближчого стандартного значення (див. табл. 8.1).

Для визначення коефіцієнта зміщення  $x$  зручно скористатися аналітичним виразом товщини зубця за дугою основного кола:

$$S_b = 2r_b \left( \frac{\pi}{2z} + \frac{2x}{z} \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{inv} \alpha \right),$$

звідки випливає, що

$$x = \frac{\frac{S_b}{m \cos \alpha} - \frac{\pi}{2} - z \cdot \operatorname{inv} \alpha}{2 \operatorname{tg} \alpha}, \quad (8.4)$$

де  $\operatorname{inv} \alpha = \operatorname{tg} \alpha - \alpha$ .

Для визначення величини  $S_b$  розглянемо рис. 8.1, з якого видно, що дуга  $(\overline{A_0 C_0}) = l_{n+1}$  складається з  $n$  відрізків, що дорівнюють кроку  $p_b$ , і товщині зубця  $S_b$ , тобто  $S_b = l_{n+1} - n p_b$ .

Після деяких перетворень з рівняння (8.4) одержимо

$$x = \frac{\frac{l_{n+1}}{m \cos \alpha} - \frac{\pi}{2} (2n + 1) - z \cdot \operatorname{inv} \alpha}{2 \operatorname{tg} \alpha}. \quad (8.5)$$

### Порядок виконання роботи

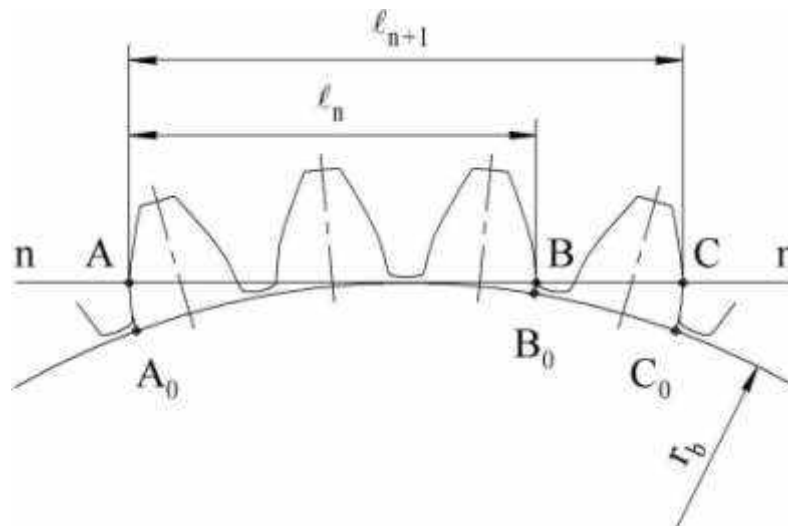
1. Підрахувати загальну кількість зубців колеса  $z$ .
2. У п'яти різних секторах зубчастого вінця виміряти загальні нормалі  $l_n$  і  $l_{n+1}$ , задавши величину  $n$ , скориставшись табл. 8.2.
3. Позбавитися найменшого і найбільшого значень довжини загальних нормалей, а за рештою трьох визначити їх середнє значення.
4. За формулою (8.3) розрахувати модуль колеса  $m$ , вважаючи, що  $\alpha = 20^\circ$ .
5. Округлити отримане значення модуля до найближчого стандартного (див. табл. 8.1).
6. Скориставшись результатами п.3 і п.5, за формулою (8.5) визначити коефіцієнт зміщення  $x$ .

## Приклад розшифровки евольвентного зубчастого колеса зовнішнього зачеплення

Виконав: студент \_\_\_\_\_ групи \_\_\_\_\_ «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.  
 Мета роботи: ознайомлення з практичними прийомами встановлення основних параметрів циліндричних прямозубих евольвентних коліс зовнішнього зачеплення.

Прилади й приладдя: штангенциркуль, зубчасте колесо, що досліджується.

### Схема вимірювання довжини загальних нормалей



### Результати вимірювання довжини загальних нормалей

Кількість зубців колеса  $z = 38$ .

Кількість охоплених за загальною нормаллю зубців  $n = 5, n + 1 = 6$ .

Нормаль	Довжина загальних нормалей, мм					Середнє значення
	1	2	3	4	5	
$l_n$	85,1	85,1	85,2	85	85,1	85,1
$l_{n+1}$	102,7	102,8	102,8	102,7	103	102,8

Розрахункове значення модуля колеса

$$m = \frac{l_{n+1} - l_n}{\pi \cos \alpha} = \frac{102,8 - 85,1}{3,14 \cos 20^\circ} = 5,998 \text{ мм.}$$

Значення модуля, що відповідає стандарту,  $m = 6 \text{ мм}$ .

Коефіцієнт зміщення рейки

$$x = \frac{\frac{l_{n+1}}{m \cos \alpha} - \frac{\pi}{2} (2n + 1) - z \cdot \text{inv} \alpha}{2 \text{tg} \alpha} = \frac{\frac{102,8}{6 \cos 20^\circ} - \frac{3,14}{2} (2 \cdot 5 + 1) - 38 \cdot \text{inv} 20^\circ}{2 \text{tg} 20^\circ} = 0,545.$$

Параметри колеса:  $z = 38, m = 6 \text{ мм}, x = 0,545$ .

Підпис студента \_\_\_\_\_ Підпис викладача \_\_\_\_\_ Оцінка \_\_\_\_\_

## Практична робота № 9

### СТАТИЧНЕ ТА ДИНАМІЧНЕ БАЛАНСУВАННЯ РОТОРІВ З ВІДОМИМ РОЗТАШУВАННЯМ НЕВРІВНОВАЖЕНИХ МАС

*Мета роботи:* ознайомлення з практичними методами врівноваження обертових ланок при заданому розташуванні неврівноважених мас.

*Прилади й приладдя:* установка ТММ-35-М, комплект спеціальних важків певної маси, креслярські інструменти (циркуль, трикутник, масштабна лінійка, транспортир).

#### Теоретичне обґрунтування

*Ротором* називається ланка механізму або машини, яка здійснює обертальний рух навколо нерухомої осі. Роторами є, наприклад, якір електродвигуна, вал з дисками турбіни або компресора, колінчастий вал двигуна внутрішнього згоряння і т.п.

Тиск обертового вала на опори, що підтримують його обертання, в загальному випадку має дві складові: *статичну*, яка викликана дією зовнішніх сил, і *динамічну*, яка обумовлена дією відцентрованих навантажень неврівноважених мас редуктора.

Якщо статична складова завжди за напрямком постійна, то динамічна – створює на опори змінну за напрямком дію. Динамічну складову називають ще «*обертаним*» навантаженням. Тому навіть незначна неврівноваженість мас ротора, що обумовлена неоднорідністю його матеріалу або неточністю виготовлення, або складанням вузла обертання (особливо швидкохідного), призводить до появи в опорах значних реакцій і вібрацій всього агрегату. Усунення причин цієї шкідливої дії називається *балансуванням*, або *врівноваженням* ротора.

Розрізняють *статичну* і *динамічну неврівноваженість* роторів.

*Статична неврівноваженість* характерна такому ротору, центр мас якого не знаходиться на його осі обертання. Така неврівноваженість виявляється навіть у статичному стані ротора: якщо неврівноважений ротор установити на опорах горизонтально, то під дією сили тяжіння він буде прагнути зайняти положення стійкої рівноваги, відповідне найбільш низькому розташуванню його центра мас.

Умова статистичної врівноваженості визначається рівнянням

$$\bar{J} = \sum_{i=1}^n m_i \omega^2 \bar{r}_i = 0, \quad (9.1)$$

де  $\bar{J}$  – головний вектор відцентрованих сил інерції ротора;  $m_i$  і  $\bar{r}_i$  – елементарна маса і радіус-вектор, який визначає її положення відносно осі обертання ротора;  $\omega$  – кутова швидкість обертання ротора.

З формули (9.1) випливає, що головний вектор відцентрованих сил інерції ротора  $\bar{J}$  завжди лежить в площині, перпендикулярній осі обертання.

*Динамічна неврівноваженість* характерна для ротора, центр мас якого знаходиться на осі обертання, але головна центральна вісь інерції ротора з віссю обертання не збігається, а перетинає її. Це призводить до так званої *моментної неврівноваженості* ротора, яка виявляється тільки при його обертанні.

Умову динамічної врівноваженості записують як

$$\bar{M}_J = \sum_{i=1}^n \bar{\rho}_i (m_i \omega^2 \bar{r}_i) = 0, \quad (9.2)$$

де  $\bar{M}_J$  – вектор головного моменту відцентрованих сил інерції ротора;  $\bar{\rho}_i$  – радіус-вектор точки прикладання відцентрованої сили інерції елементарної маси відносно довільно вибраного центра приведення на осі обертання ротора.

Площину, що проходить через центр зведення моментів відцентрованих сил інерції і яка перпендикулярна до осі обертання, називають *площиною зведення*.

Для повністю збалансованого ротора формули (9.1) і (9.2) можна застосовувати при будь-яких швидкостях обертання  $\omega$ . Якщо позбавитися в цих рівняннях параметра  $\omega$ , то умову *повної врівноваженості* ротора можна визначити так:

$$\sum_{i=1}^n m_i \bar{r}_i = 0; \quad (9.3)$$

$$\sum_{i=1}^n \bar{\rho}_i (m_i \bar{r}_i) = 0. \quad (9.4)$$

Вектори елементарних моментів відцентрованих сил інерції, які знаходяться під знаком суми у виразі (9.4), розташовані в площині приведення і перпендикулярні до радіусів-векторів  $\bar{r}_i$ . Якщо вектори моментів в площині приведення повернути на  $90^\circ$  так, щоб вони стали паралельними векторам  $\bar{r}_i$ , то динамічна врівноваженість ротора не зміниться і рівняння (9.4) набуде вигляду

$$\sum_{i=1}^n m_i r_i z_i = 0, \quad (9.5)$$



де  $z_i$  – проекція радіуса-вектора  $\bar{\rho}_i$  на вісь обертання ротора, що дорівнює осьовій координаті елементарної маси  $m_i$ .

Добуток маси на її радіус-вектор називають *статичним дисбалансом* маси:

$$\bar{S}_i = m_i \bar{r}_i. \quad (9.6)$$

Добуток статистичного дисбалансу на осьову координату тієї ж маси називають *динамічним дисбалансом*:

$$\bar{D}_i = \bar{S}_i \cdot z_i = m_i \bar{r}_i z_i. \quad (9.7)$$

Таким чином, умову повного врівноваження ротора можна визначити як

$$\sum_{i=1}^n \bar{S}_i = 0; \quad (9.8)$$

$$\sum_{i=1}^n \bar{D}_i = 0. \quad (9.9)$$

Вектори дисбалансів  $\bar{S}_i$  і  $\bar{D}_i$  мають напрямки, що збігаються з орієнтацією радіусів-векторів  $\bar{r}_i$ .

Розглянемо незбалансований ротор, зображений на рис. 9.1, в площинах 1, 2 і 3 якого знаходяться неврівноважені маси  $m_1$ ,  $m_2$  і  $m_3$ . Положення цих мас задано радіусами-векторами  $\bar{r}_1$ ,  $\bar{r}_2$  і  $\bar{r}_3$ , які утворюють з горизонталлями площин кути  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  і  $\alpha_3$ .

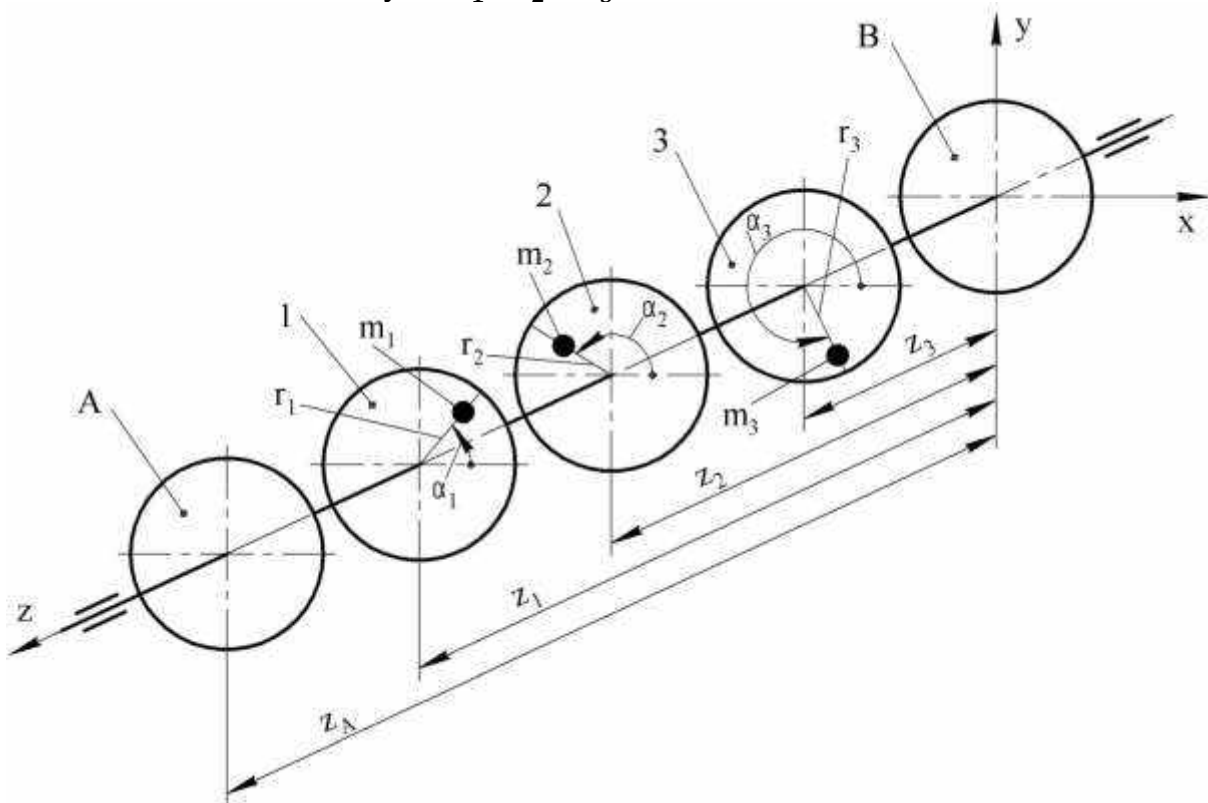


Рис. 9.1. Незбалансований ротор

З теоретичного курсу відомо, що повне врівноваження будь-якого ротора досягається установленням двох противаг у двох різних площинах, перпендикулярних до осі обертання і названих *площинами врівноваження*. Як такі приймемо площини  $A$  і  $B$  (див. рис. 9.1). Площину  $B$ , крім того, приймемо за *площину зведення* динамічних дисбалансів ротора, від якої відлічують координати  $z_i$ . Рівняння (9.8) і (9.9) у розгорнутому вигляді записують так:

$$\bar{S}_1 + \bar{S}_2 + \bar{S}_3 + \bar{S}_A + \bar{S}_B = 0; \quad (9.10)$$

$$\bar{D}_1 + \bar{D}_2 + \bar{D}_3 + \bar{D}_A = 0. \quad (9.11)$$

Дисбаланс  $\bar{D}_B$  в останньому рівнянні відсутній, оскільки одна з противаг розміщується в площині  $B$ , з якої починається відлік координат  $z_i$ , і в цьому випадку  $z_B = 0$ .

З рівняння (9.11) визначають динамічний дисбаланс  $\bar{D}_A$ , після чого обчислюють статистичний дисбаланс цієї ж маси:

$$S_A = \frac{D_A}{z_A}.$$

Статистичний дисбаланс маси, що знаходиться в площині  $B$ , визначають з рівняння (9.10).

Рівняння (9.10) і (9.11) можуть бути вирішені щодо  $\bar{S}_A$  і  $\bar{S}_B$  аналітично шляхом спільного розв'язання чотирьох скалярних рівнянь, які можуть бути одержані проектуванням векторних рівнянь (9.10) і (9.11) на осі  $x$  і  $y$  системи координат. Однак більш зручним є графічний метод, що полягає в масштабній побудові векторних багатокутників, сторони яких є складовими дозволених векторних рівнянь.

Векторний багатокутник, який відображає суму векторів  $\bar{D}_i$  називають *планом динамічних дисбалансів*, а багатокутник, що відповідає векторній сумі параметрів  $\bar{S}_i$ , – *планом статичних дисбалансів*.

Розв'яжемо рівняння (9.11). Виберемо масштаб побудови плану динамічних дисбалансів  $\mu_D$ , г·см<sup>2</sup>/мм, і визначимо довжини відрізків, мм, що відображують вектори відомих за величиною складових рівняння (9.11):

$$d_i = \frac{m_i r_i z_i}{\mu_D}, \quad (i = 1, 2, 3).$$

При побудові векторного багатокутника (рис. 9.2, а) відрізки  $d_i$  позначимо як  $\bar{D}_i$  і відкладемо їх так один за одним, щоб напрямки відповідали кутам  $\alpha_1$ , які відлічують проти ходу стрілки годинника від горизонтальних ліній, що проходять через початок векторів  $\bar{D}_i$ . Вектор, який замикає багатокутник, показано на рис. 9.2, а пунктиром. Він зображує в масштабі  $\mu_D$  невідомий за рівнянням (9.11) динамічний

дисбаланс  $\bar{D}_A$ , г·см<sup>2</sup>, який врівноважує масу в площині А. Модуль цього дисбалансу розраховують так:

$$D_A = d_A \mu_D.$$

Статичний дисбаланс  $S_A$ , г·см, в площині А знаходимо так:

$$S_A = \frac{D_A}{z_A}.$$

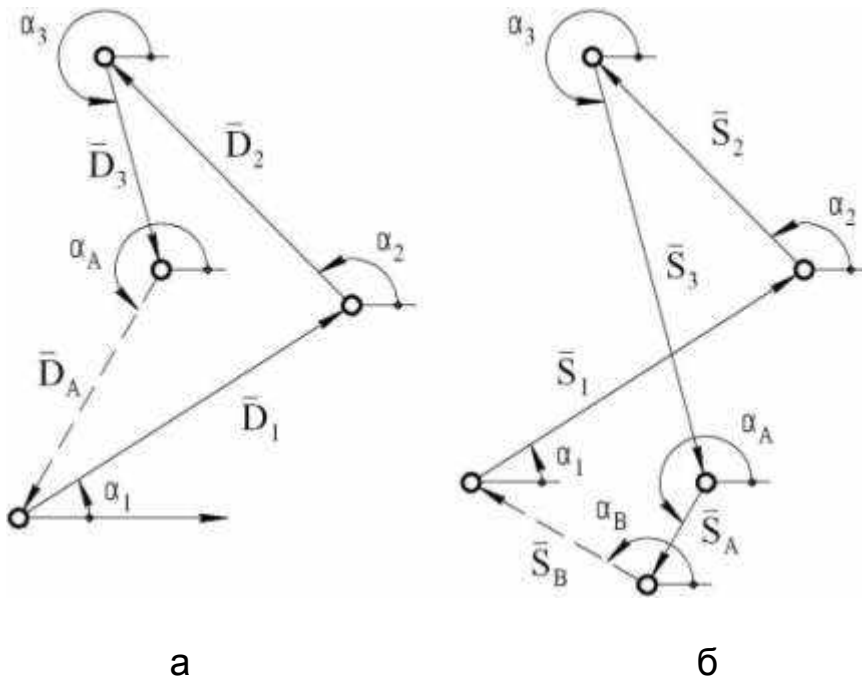


Рис. 9.2. Знаходження динамічного і статичного дисбалансів

Знаючи величину статичного дисбалансу  $S_A$  і його масу  $m_A$ , яка має врівноважувати масу, що розміщується в площині А, визначаємо радіус  $r_A$ , см, розміщення цієї маси:

$$r_A = \frac{S_A}{m_A}.$$

Кутову координату  $\alpha_A$  маси  $m_A$  вимірюють, використовуючи плани динамічних дисбалансів.

Аналогічно розв'язують рівняння (9.10). У масштабі  $\mu_S$ , г·см/мм, будують план статичних дисбалансів (рис. 9.2, б). Спочатку визначають величини довжини відрізків  $s_i$ , мм, що відображують вектори відомих за величиною складових рівняння (9.10):

$$s_i = \frac{m_i r_i}{\mu_S}, \quad (i = 1, 2, 3).$$

При побудові плану статичних дисбалансів (рис. 9.2, б) відрізки  $s_i$  позначимо як  $\bar{S}_i$  і відкладемо їх так один за одним, щоб напрямки

відповідали кутам  $\alpha_i$ , які відлічують проти ходу стрілки годинника від горизонтальних ліній, що проходять через початок векторів  $\bar{S}_i$ . Невідомий за рівнянням (9.10) вектор статичного дисбалансу  $\bar{S}_B$  замикає багатокутник, і він показаний на рис. 9.2, б пунктиром.

За величиною і напрямком вектора  $S_B$ , г·см, визначають модуль статистичного дисбалансу

$$S_B = s_B \mu_S.$$

Кутову координату  $\alpha_B$  маси  $m_B$  вимірюють, використовуючи плани статичних дисбалансів.

Якщо задати масу  $m_B$ , тоді радіус  $r_B$ , см, її розташування в площині  $B$  знаходимо так:

$$r_B = \frac{S_B}{m_B}, \text{ см.}$$

### Опис експериментальної установки

Установка ТММ-35-М складається з трьох основних частин: врівноваженого ротора, фрикційного приводу і плити з опорами (рис. 9.3).

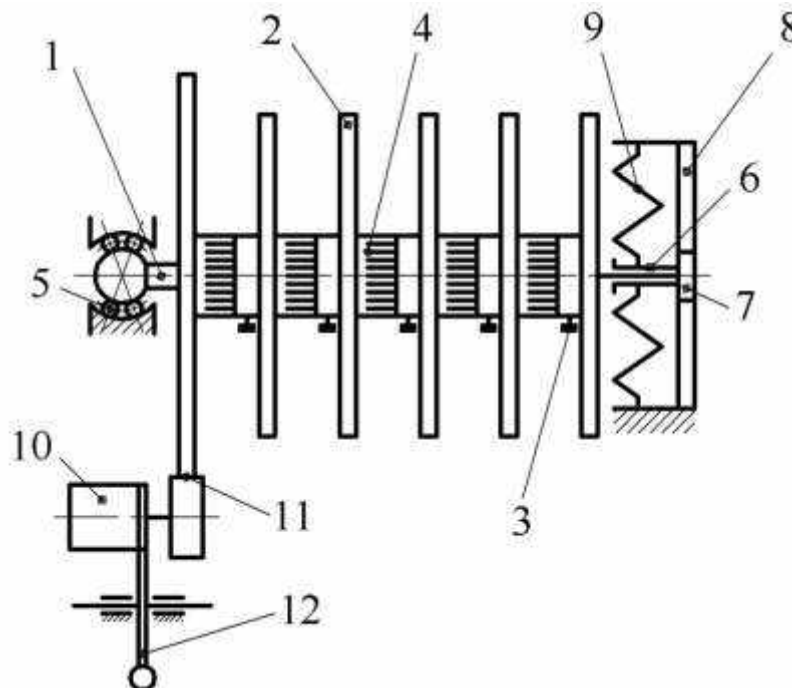


Рис. 9.3. Установка ТММ-35-М

Ротор 1 – це вал з вільно насадженими п'ятьма дисками 2, зафіксованими на валу гвинтами 3. Середні три диски 2 застосовують для встановлення неврівноважених мас, а крайні – для мас, що врівноважують ротор. Відстані між усіма дисками є однаковими і дорівнюють 80 мм. Переміщення дисків 2 в осьовому напрямку обмежені кільцями 4, жорстко встановленими на валу ротора. Всі п'ять кілець 4 мають шкали, проградуировані через один градус, а на маточинах дисків 2 відображені

риски, що дозволяють встановлювати кожен з дисків 2 на необхідний кут  $\alpha$  відносно вала 1. Диски 2 мають радіальні пази зі шкалами, що дозволяють контролювати видалення мас від осі обертання ротора.

Ротор установки лівим кінцем вала спирається на сферичний кульовий підшипник 5, що допускає поворот вала 1 в горизонтальній площині. Опорою правого кінця є радіальний кульовий підшипник, змонтований в каретці 6, яка може переміщатися в горизонтальній площині на роликах 7 по напрямним 8 і утримується в центральному положенні двома пружинами 9.

Ротор приводиться в рух електродвигуном 10 за допомогою фрикційної передачі 11. Статор електродвигуна закріплено на важелі 12, що має горизонтальну вісь кочення. При натисканні на рукоятку важеля 12 пара фрикційних дисків 9 починають контактувати один з одним, завдяки чому вмикається електродвигун, який розганяє ротор. При звільненні рукоятки важеля 12 фрикційна передача і двигун вимикаються, а ротор виконує вільний обертальний рух. За величиною амплітуди коливань правого кінця ротора в горизонтальній площині роблять висновок про ступінь врівноваженості або неврівноваженості ротора.

### Порядок виконання роботи

1. Відповідно до вказівок викладача записати величини мас і координати неврівноважених важків і показати їх положення на схемі ротора установки.

2. Переконатися у відсутності статичної врівноваженості ротора: при повороті на довільний кут ротор прагне повернутися в один і той же стан рівноваги.

3. Перевірити наявність динамічної неврівноваженості ротора: при обертанні правий кінець ротора коливається в горизонтальній площині. Вмикати установку ТММ-35-М тільки з дозволу викладача.

4. Розрахувати статичні і динамічні дисбаланси мас  $m_1$ ,  $m_2$  і  $m_3$ .

5. Вибравши відповідний масштаб  $\mu_D$ , побудувати план динамічного дисбалансу, звідки визначити масу, радіус і координований кут важка, які врівноважують маси  $m_i$  і розміщуються на диску  $A$ .

6. Знайти статичний дисбаланс в площині  $A$  і вибравши відповідний масштаб  $\mu_S$ , побудувати план статичного дисбалансу, звідки визначити масу, радіус і координований кут важка, які врівноважують маси  $m_i$  і розміщуються на диску  $B$ .

7. Встановити важки, що врівноважують маси на дисках  $A$  і  $B$  і перевірити статичну врівноваженість ротора: при повороті на довільний кут він має знаходитися в рівновазі.

6. Розігнати ротор електродвигуном і переконатися в його динамічній врівноваженості: коливання ротора в горизонтальній площині відсутні.

7. Оформити звіт.

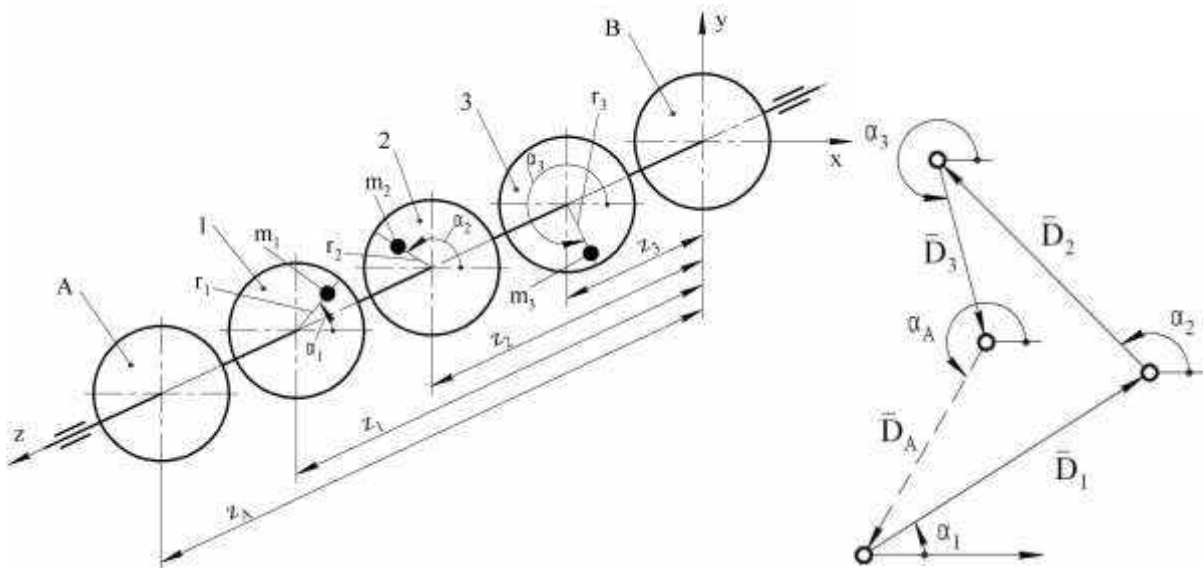
## Приклад статичного та динамічного балансування роторів з відомим розташуванням неврівноважених мас

Виконав: студент \_\_\_\_\_ групи \_\_\_\_\_ « \_\_\_\_ » \_\_\_\_ 20\_\_ р.

**Мета роботи:** ознайомлення з практичними методами врівноваження обертових ланок при заданому розташуванні неврівноважених мас.

**Прилади й приладдя:** лабораторна установка ТММ-35-М, комплект спеціальних важків певної маси, креслярські інструменти (циркуль, трикутник, масштабна лінійка, транспортир).

### Результати роботи



$$\mu_D = 200 \text{ г} \cdot \text{см}^2 / \text{мм}$$

### Протокол випробувань

Площини	A	1	2	3	B
$m_i, \text{г}$	10	10	20	10	10
$r_i, \text{см}$	8,25	15	10	25	12,5
$\alpha_i, \text{град}$	255	30	150	300	93
$z_i, \text{см}$	80	60	40	20	0
$S_i = m_i r_i, \text{г} \cdot \text{см}$	82,5	150	200	250	125
$D_i = m_i r_i z_i, \text{г} \cdot \text{см}^2$	6600	9000	8000	5000	0
$s_i$	17	50	35	40	25
$d_i$	33	45	40	25	0

$$\mu_S = 5 \text{ г} \cdot \text{см} / \text{мм}$$

Підпис студента \_\_\_\_\_ Підпис викладача \_\_\_\_\_ Оцінка \_\_\_\_\_

## Практична робота № 10

### ДИНАМІЧНЕ БАЛАНСУВАННЯ РОТОРА ПРИ НЕВІДОМОМУ РОЗТАШУВАННІ НЕВРІВНОВАЖЕНИХ МАС

*Мета роботи:* дослідне визначення величини і розташування противаг, що забезпечують повну врівноваженість ротора.

*Прилади й приладдя:* експериментальний стенд, індикатор максимальних амплітуд коливань, калькулятор.

#### Теоретичне обґрунтування

У теорії балансування (врівноваження) під *ротором* розуміють матеріальне тіло, що здійснює обертальний рух навколо нерухомої осі. Зокрема, роторами є такі ланки машин, як турбіни, якорі електродвигунів і електрогенераторів, колінчасті вали двигунів внутрішнього згорання, вали трансмісій передачі та ін. Таким чином, *ротори* – це тіла, які здійснюють або передають обертальний рух між агрегатами.

З курсу теоретичної механіки відомо, що тиск тіла, що обертається на опорах (підшипниках), в загальному випадку має статичну та динамічну складові. *Статичне* навантаження обумовлено зовнішніми силами, що діють на ротор, наприклад, сили тяжіння, сили корисного і шкідливого опорів. При цьому ці сили не змінюються або повільно змінюються під час навантаження при роботі машин. *Динамічне* навантаження обумовлено відцентрованими силами інерції матеріальних частинок, з яких складається тіло, що обертається. При цьому ці сили обертаються разом з ротором і спричиняють *вібраційне* навантаження в опорах ротора, яке пропорційне квадрату кутової швидкості його обертання.

При швидкому обертанні динамічне навантаження може значно перевершувати статичну складову. З метою обмеження рівня динамічного тиску на опори ротора проводиться його *врівноваження*, тобто *балансування*.

При невідомому розташуванні неврівноважених мас для виконання балансування роторів використовуються балансувальні машини різних схем. Однією з них є балансувальна машина системи Б. В. Шитикова, схема якої зображена на рис. 10.1.

Ротор 1, що підлягає балансуванню, має в своєму складі два диски *A* і *B*. Він установлений на кульові підшипники 2, що фіксуються в жорсткій рамі 3. Рама за допомогою циліндричного шарніра 4 спирається на нерухому станину 5. Вісь шарніра 4 перпендикулярна осі ротора 1. Права частина рами 3 спирається на пружину 6. Таким чином, ротор 1 разом з рамою 3 і пружиною 6 утворюють пружну систему, здатну здійснювати коливальний рух у вертикальній площині відносно осі шарніра 4.

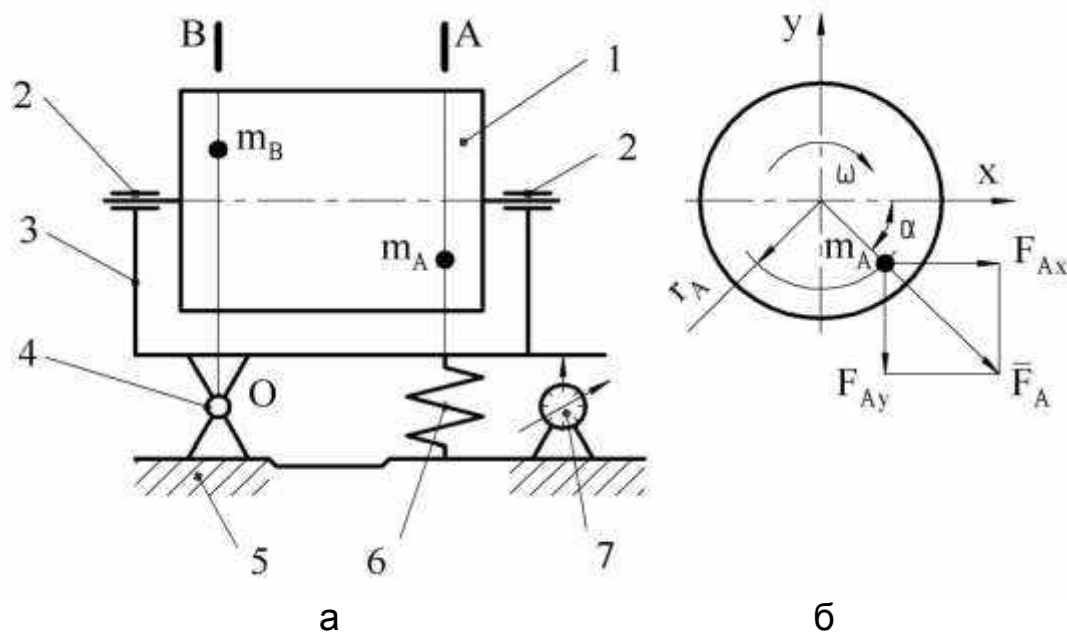


Рис. 10.1. Балансувальна машина

Як відомо з теоретичного курсу, дію всіх невірноважених мас ротора можна замінити дією двох зведених мас, розташованих в довільно вибраних площинах дисків  $A$  і  $B$ , перпендикулярних до осі обертання ротора і названих *площинами зведення мас*. Ці площини можна використовувати і як площини врівноваження, якщо в них планують розташовувати противаги, що усувають невірноваженість ротора. Площини дисків  $A$  і  $B$  вибирають так, щоб існувала реальна можливість встановлення на цих площинах противаг, що врівноважують. Ротор 1 встановлюють таким чином, щоб одна з площин, наприклад, диска  $B$ , проходила через вісь кочення рами 3 – точку  $O$  (шарнір 4), а інша була віддалена від першої на деяку відстань  $l$ . У площинах дисків  $A$  і  $B$  на деяких відстанях  $r_A$  і  $r_B$  від осі обертання знаходяться невідомі зведені невірноважені маси  $m_A$  і  $m_B$ .

Вектори, що визначають як добутки цих мас на радіуси-вектори їх положення, є статичними дисбалансами невірноважених мас:

$$\bar{S}_A = m_A \bar{r}_A, \quad \bar{S}_B = m_B \bar{r}_B.$$

Якщо ротор буде обертатися з кутовою швидкістю  $\omega$ , то на маси  $m_A$  і  $m_B$  будуть діяти відцентровані сили інерції:

$$\bar{F}_A = \bar{S}_A \omega^2, \quad \bar{F}_B = \bar{S}_B \omega^2.$$

Напрямки цих сил збігаються з напрямками радіусів-векторів  $\bar{r}_A$  і  $\bar{r}_B$ , тобто вони обертаються разом з ротором.

Вектор сили  $\bar{F}_B$  лежить у вертикальній площині, що проходить через вісь шарніра 4, і врівноважується реакцією цього шарніра.

Силу  $\bar{F}_A$  розкладемо на вертикальну і горизонтальну складові:



$$F_{Ax} = S_A \omega^2 \cos(\omega t), \quad F_{Ay} = S_A \omega^2 \sin(\omega t),$$

де  $\varphi = \omega t$  – поточне значення кута повороту ротора відносно його осі обертання.

Момент сили  $\overline{F}_A$ , що залежить від горизонтальної складової, врівноважується реактивним моментом циліндричного шарніра 4; момент, що залежить від вертикальної складової, призводить до появи вимушених коливань рами 3 у вертикальній площині відносно нерухомої осі шарніра 4. При невеликих амплітудах коливань цілком допустимо вважати, що всі точки ротора роблять прямолінійні рухи у вертикальній площині  $xy$ , що описуються рівнянням

$$y = A \sin(\omega t - \alpha),$$

де  $A$  – амплітуда вимушених коливань;  $\omega$  – кутова швидкість обертання ротора;  $\alpha$  – фазовий кут вимушених коливань.

З теорії коливань відомо, що при збігу вимушеної і власної частот коливань пружної системи настає явище *резонансу*, що виявляється в різкому збільшенні амплітуди коливань, яка при *резонансі* пропорційна амплітуді зміни сили, що призводить до появи коливання. Оскільки в нашому випадку до появи коливань призводить сила  $\overline{F}_A$ , яка пропорційна статичному дисбалансу  $S_A$  невірноваженої маси ротора, то амплітуду коливань при резонансі можна знайти як

$$A = \mu S_A,$$

де  $\mu$  – коефіцієнт пропорційності, величина якого визначається постійними параметрами експериментальної установки.

Саме пропорційність резонансних амплітуд вимушених коливань статичним дисбалансом невірноважених мас використовують в машині для балансування Б. В. Шитикова для визначення величини і положення невірноважених мас.

Нехай в площині  $A$  ротора знаходиться деяка невірноважена маса  $m_A$  на радіусі-векторі  $\overline{r}_A$ , який утворює з горизонтальною віссю  $x$  кут  $\alpha$  (рис. 10.2, а).

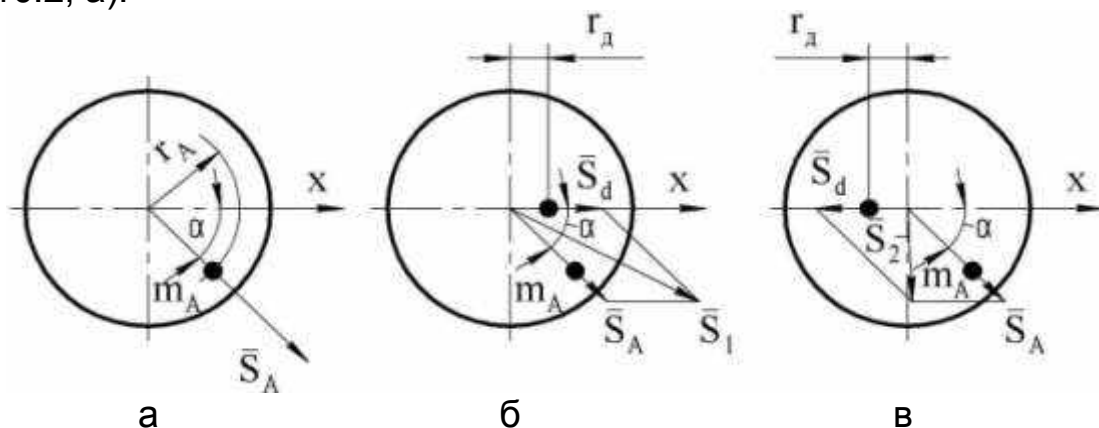


Рис. 10.2. Статичні дисбаланси

Розігнавши ротор до швидкості обертання  $\omega$ , свідомо більшої резонансної, дамо йому свободу руху. Плавню зменшуючи швидкість обертання, ротор досягне резонансної частоти. У цей момент амплітуда коливань рами матиме максимальне значення  $A$ , пропорційне статичному моменту  $S_A$  власної неврівноваженості ротора  $A = \mu S_A$ . Величина амплітуди коливань  $A$  фіксується спеціальним датчиком максимальних амплітуд.

Установимо в довільному місці на диску  $A$  додаткову масу  $m_d$ , віддалену від осі обертання ротора на відстань  $r_d$  (див. рис. 10.2, б). Повторимо розгін ротора і виміряємо резонансну амплітуду коливань  $A_1$ . Вона буде пропорційна статичному дисбалансу  $S_1$ , що дорівнює векторній сумі власної неврівноваженості ротора  $S_A$  і статичного дисбалансу  $S_d$  додаткового вантажу  $m_d$ , тобто

$$A_1 = \mu S_1,$$

де  $\bar{S}_1 = \bar{S}_A + \bar{S}_d$ , а  $\bar{S}_d = m_d \bar{r}_d$ .

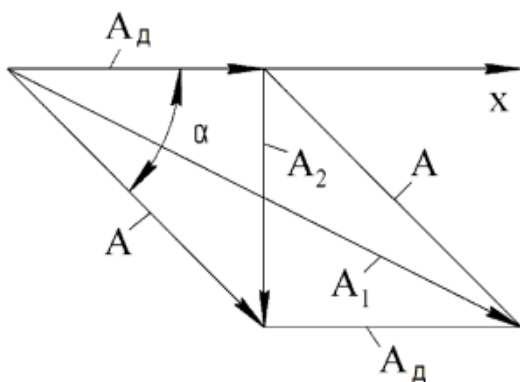
Тепер диск  $A$  разом із закріпленим на ньому додатковим вантажем масою  $m_d$  обернемо відносно ротора на  $180^\circ$  і зафіксуємо його в цьому положенні (див. рис. 10.2, в). Розігнавши ротор, знову виміряємо амплітуду коливань  $A_2$  при резонансі. Вона буде пропорційна новому значенню статичного дисбалансу  $S_2$ , тобто

$$A_2 = \mu S_2,$$

де  $\bar{S}_2 = \bar{S}_A + \bar{S}_d$ .

На рис. 10.2, б, в зображено паралелограми статичних дисбалансів для двох різних положень додаткової маси. Відзначимо, що ці паралелограми однакові, оскільки мають однакові сторони і однакові кути.

На рис. 10.3 зображено такий же паралелограм, в якому статичні дисбаланси  $\bar{S}_i$  замінені пропорційними їм амплітудами  $A_i$ .



У цьому паралелограмі відомими є сторони  $A$  і  $A_d$ , а також діагоналі  $A_1$  і  $A_2$ . Відомо, що в паралелограмі сума квадратів сторін дорівнює сумі квадратів діагоналей, тобто  $2A_d^2 + 2A^2 = A_1^2 + A_2^2$ , тому

$$A_d = \sqrt{\frac{A_1^2 + A_2^2 - 2A^2}{2}}. \quad (10.1)$$

Рис. 10.3. Амплітуди коливань

Оскільки  $A_d = \mu S_d$ , то коефіцієнт пропорційності між амплітудами і статичними моментами

$$\mu = \frac{A_d}{m_d r_d}. \quad (10.2)$$

Тепер можна знайти модуль статичного моменту власної неврівноваженості ротора в площині  $A$ :

$$S_A = \frac{A}{\mu}.$$

Вектор статичного моменту  $\overline{S}_A^n$  противаги, що забезпечує врівноваження відцентрованих сил в площині диска  $A$ , має дорівнювати за модулем і бути протилежно спрямованим статичному дисбалансу

$$\overline{S}_A^n = -\overline{S}_A.$$

Якщо задати масу противаги  $m_A^n$ , то можна визначити радіус її розташування:

$$r_A^n = \frac{S_A^n}{m_A^n} = \frac{A}{\mu m_A^n}. \quad (10.3)$$

Для визначення напрямку радіуса-вектора  $\overline{r}_A^n$ , тобто кута  $\alpha$ , розглянемо трикутник (див. рис. 10.3), сторонами якого є амплітуди  $A$ ,  $A_d$  і  $A_2$ .

З теореми косинусів

$$A_2^2 = A^2 + A_d^2 - 2AA_d \cos \alpha,$$

звідки

$$\alpha = \arccos \frac{A^2 + A_d^2 - A_2^2}{2AA_d}. \quad (10.4)$$

Отриманому значенню косинуса відповідають два значення кута  $\alpha$ , однакових за абсолютною величиною, але протилежних за знаком. Тому правильний напрямок відліку кута  $\alpha$  слід визначати методом проб. При правильному розташуванні врівноваженої противаги резонансна амплітуда коливань маятничкової рами 3 (див. рис. 10.1) практично відсутня.

Після встановлення противаги в площині  $A$  ротор на стенді перевстановлюють так, щоб площини дисків  $A$  і  $B$  помінялися місцями, і проводять балансування ротора в площині диска  $B$ , яке аналогічне балансуванню в площині диска  $A$ .

### Опис експериментальної установки

Схему установки для балансування зображено на рис. 10.4. Маятничкова рама 1, в якій розташовано ротор 2 на опорах 3, здатна коливатися відносно осі горизонтального циліндричного шарніра 4. В результаті цього деформується пружний стрижень 5, який одним кінцем (сережкою 6) за допомогою шарнірів закріплено до рами 1, а іншим кінцем – до станини 7, на якій розміщено індикатор 8 максимальних амплітуд коливання маятничкової рами 1.

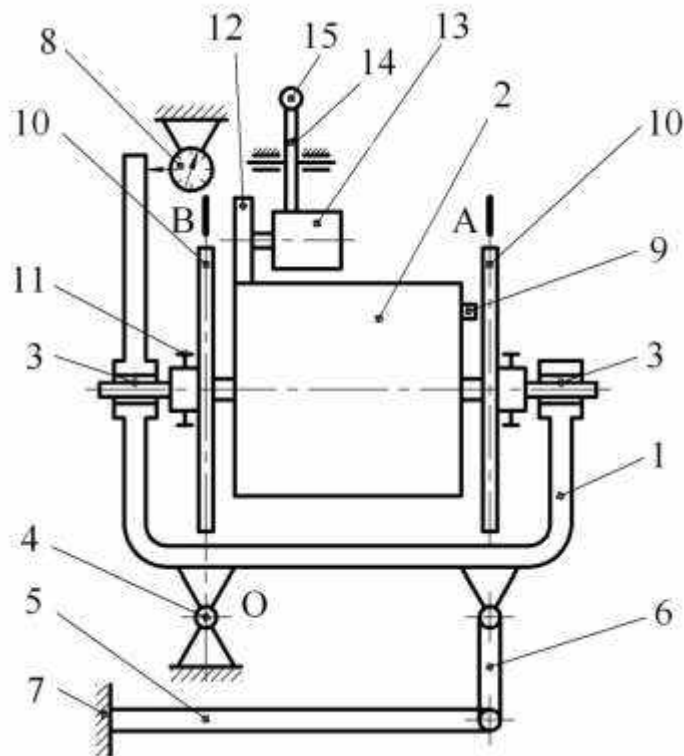


Рис. 10.4. Установка для балансування

Горизонтальна установка осі ротора 2 здійснюється з допомогою опорних гвинтів і контролюється бульбашковим рівнем в рамі 1.

Неврівноваженість ротора створюється болтом 9, угвинченим у торцеву стіну ротора 2. На вал ротора насаджено ретельно збалансовані диски 10 (A і B) з радіальними пазами для закріплення додаткових мас. Диски 10 можуть обертатися відносно ротора 2 і зупинятися гвинтами 11, а кут їх повороту контролюється спеціальними лімбами, які розташовано на маточинах дисків 8. У площині лівого диска 10 знаходиться вісь хитання маятникової рами 1.

Розгін ротора здійснюється за допомогою фрикційного диска 12, закріпленого на валу приводного електродвигуна 13, статор якого розміщено в хитному важелі 14. При натисканні на ручку 15 важеля фрикційний диск 12 контактує із зовнішньою поверхнею ротора 2 і автоматично вмикає приводний електродвигун.

### Порядок виконання роботи

1. Підготувати установку до роботи:
  - а) за допомогою опорних гвинтів станини встановити маятникову раму в горизонтальне положення, орієнтуючись на бульбашковий рівень;
  - б) диск A встановити в нульове положення за шкалою;
  - в) записати значення грубої шкали індикатора амплітуд, а шкалу точного відліку встановити на нуль.

2. Розігнати ротор до 200 ... 300 об/хв і спостерігати за його вибігом. Виміряти і записати амплітуду  $A$  коливань маятникової рами в момент настання резонансу. Амплітуду  $A$  виміряти тричі і визначити її середнє значення.

3. Вибрати масу додаткової протизаги  $m_d$  і радіус її закріплення на установці  $r_d$ . Додаткову протизагу встановити в одному з пазів диска  $A$  на вибраній відстані  $r_d$  від осі обертання.

4. Тричі виміряти амплітуду коливань  $A_1$  при резонансі і обчислити її середнє значення.

5. Відпустити гвинти, що фіксують диск  $A$  на валу, і повернути його відносно ротора на  $180^\circ$ , орієнтуючись на градусну шкалу.

6. Тричі виміряти амплітуду коливань  $A_2$  і обчислити її середнє значення, а додаткову протизагу з диска  $A$  зняти.

7. Розрахувати резонансну амплітуду коливань  $A_d$  додаткової маси  $m_d$  за формулою (10.1).

8. За формулою (10.2) встановити значення коефіцієнта пропорційності  $\mu$  між резонансними амплітудами і статичними дисбалансами неврівноважених мас.

9. Задавши масу протизаги  $m_A^n$ , за формулою (10.3) обчислити радіус її розташування на диску  $A$   $r_A^n$ .

10. За рівнянням (10.4) визначити кут  $\alpha$  встановлення врівноваженої протизаги  $m_A^n$ .

11. Знаючи величини  $r_A^n$  і  $\alpha$ , встановити на диску  $A$  вибрану врівноважену протизагу  $m_A^n$ .

12. Тричі виміряти залишкову амплітуду  $A_0$  коливань маятникової рами при резонансі. Визначити середнє значення амплітуди  $A_0$ .

Перевірку врівноваженості виконати при чотирьох значеннях кута: 1)  $\alpha$ ; 2)  $-\alpha$ ; 3)  $180^\circ - \alpha$ ; 4)  $180^\circ + \alpha$ . Це потрібно, оскільки, по-перше, одному значенню косинуса відповідають два значення кута  $\alpha$  і, по-друге, при початковому встановленні додаткової маси  $m_d$  і наявності двох діаметрально протилежних пазів на диску  $A$  є невідомою її орієнтація відносно початку відліку кутів. Менша з чотирьох виміряних амплітуд  $A_0$  відповідає правильному положенню врівноваженої протизаги  $m_A^n$ .

13. Оцінити залишкову неврівноваженість ротора після балансування в площині  $A$ , як

$$\delta = \frac{A_0}{A}.$$

14. Переставити площини дисків  $A$  і  $B$  місцями і, виконавши дії п. 2 – п. 12, провести балансування ротора в площині диска  $B$ .

15. Оформити звіт.

## Приклад динамічного балансування ротора при невідомому розташуванні неврівноважених мас

Виконав: студент \_\_\_\_\_ групи \_\_\_\_\_ « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.  
 Мета роботи: дослідне визначення величини і розташування противаг, що забезпечують повну врівноваженість ротора.  
 Прилади й приладдя: експериментальний стенд, індикатор максимальних амплітуд коливань, калькулятор.

### Параметри додаткової маси

Маса  $m_d = 10$  г.  
 Радіус установки  $r_A = 25$  мм.

### Протокол випробувань

Амплітуда	Значення резонансних амплітуд, мм	Середні значення амплітуд, мм
$A$	6,4; 6; 6,2	6,2
$A_1$	8; 8,5; 8,1	8,3
$A_2$	2,8; 2,5; 2,5	2,6

### Розрахунок параметрів противаги

$$A_d = \sqrt{\frac{A_1^2 + A_2^2 - 2A^2}{2}} = \sqrt{\frac{8,3^2 + 2,6^2 - 2 \cdot 6,2^2}{2}} = 4,15 \text{ мм}; \quad \mu = \frac{A_d}{m_d r_d} = \frac{4,15}{10 \cdot 25} = 0,0166 \text{ г}^{-1};$$

$$S_A = \frac{A}{\mu} = \frac{6,2}{0,0166} = 373,5 \text{ г} \cdot \text{мм}; \quad m_A^n = 50 \text{ г}; \quad r_A^n = \frac{S_A^n}{m_A^n} = \frac{373,5}{50} = 7,47 \text{ мм};$$

$$\alpha = \arccos \frac{A^2 + A_d^2 - A_2^2}{2AA_d} = \arccos \frac{6,2^2 + 4,15^2 - 2,6^2}{2 \cdot 6,2 \cdot 4,15} = \arccos \frac{48,9}{51,46} = 18,1^\circ.$$

### Перевірка випробувань

Кути розташування противаги, град	Залишкові амплітуди коливань $A_0$ , мм			Середні значення амплітуди коливань $A_0$ , мм
	1	2	3	
$\alpha = 18,1^\circ$	1,0	1,0	0,8	0,93
$-\alpha = -18,1^\circ$	0,7	0,5	0,6	0,6
$180^\circ + \alpha = 198,1^\circ$	1,1	1,2	1,2	1,17
$180^\circ - \alpha = 161,9^\circ$	0,9	1,1	1,0	1,0

Відносна величина залишкової неврівноваженості

$$\delta = \frac{A_{0min}}{A} = \frac{0,6}{6,2} = 0,097.$$

Підпис студента \_\_\_\_\_ Підпис викладача \_\_\_\_\_ Оцінка \_\_\_\_\_

## Практична робота № 11

### МОДЕЛЮВАННЯ І АНАЛІЗ РУХУ МЕХАНІЗМУ ЧЕБИШОВА ЗА ДОПОМОГОЮ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

*Мета роботи:* набуття навичок роботи в мобільному додатку Autodesk ForceEffect Motion.

*Прилади й приладдя:* планшет або телефон з цифровим екраном.

#### Теоретичне обґрунтування

*Механізм Чебишова* – це шарнірний чотириланковий механізм, що перетворює обертальний рух у рух, наближений до прямолінійного.

При певних розмірах ланок такого механізму, а саме співвідношеннях  $L_4:L_1:L_2 = 2:2,5:1 = 4:5:2$ ;  $L_1 = L_3$  і  $L_3 = L_2 + \sqrt{L_1^2 - L_4^2}$ , точка середини ланки 2  $C_2$  при обертанні коромисла 1 деякий час буде рухатись майже прямолінійно (рис. 11.1).

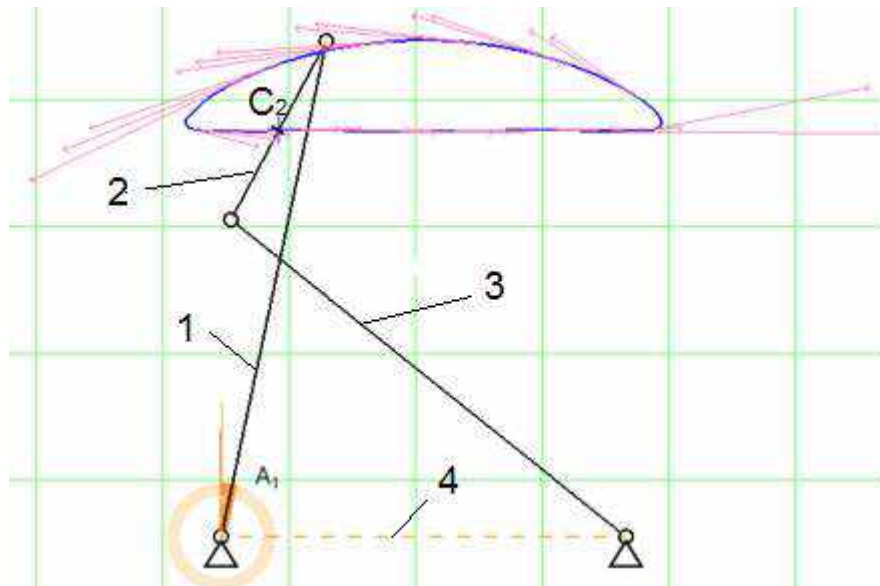


Рис. 11.1. Рух механізму Чебишова

На основі механізму Чебишова можна утворити безліч різноманітних механізмів, наприклад, *крокуючий механізм*, що знаходить застосування в робототехніці, або *інверсор*, який використовують у приладах верстатів і приборах, або так званий *парадоксальний механізм*, в якому передаточне відношення між ведучим і веденим валами механізму може змінюватися залежно від напрямку обертання ведучого вала.

Незважаючи на відносну простоту механізму Чебишова (всього три ланки і одна ступінь свободи), аналітичний розрахунок його руху і кінематики є досить складним. Це пов'язано з необхідністю розв'язання систем квадратних рівнянь, що приводить при знаходженні деяких параметрів до розв'язання рівнянь четвертого ступеня.

Приклади можливих механізмів Чебишова (див. рис. 11.1) наведено в табл. 11.1.

Таблиця 11.1

Варіанти механізмів Чебишова

№ п/п	Довжина $L_1$ , м	Довжина $L_2$ , м	Довжина $L_3$ , м	Довжина $L_4$ , м
1	0,8	0,32	0,8	0,64
2	1,25	0,5	1,25	1
3	0,5	0,2	0,5	0,4
4	0,6	0,24	0,6	0,48
5	0,35	0,14	0,35	0,28

У наш час існує безліч програм, за допомогою яких можна моделювати різноманітні механізми, наприклад, це Working Model, Універсальний механізм, SolidWorks та інші. Однак на опанування більшості цих програм знадобиться певний час, тому при самостійній роботі з курсу «Теорія механізмів та машин» рекомендується залишити свій вибір на мобільному додатку Autodesk ForceEffect Motion.

**Опис програми Autodesk ForceEffect Motion**

Програма Autodesk ForceEffect Motion дозволяє розробляти механічні системи з рухомими деталями. Цей спеціалізований інструмент дозволяє користувачам розробляти функціональні рухомі механічні системи прямо на своїх мобільних пристроях майже в любых умовах, в офісі або в класі. На відміну від традиційного підходу використання паперу, олівця і калькулятора для розв'язання рівнянь руху механізмів програма Autodesk ForceEffect Motion виконує всі симуляції і інженерні розрахунки прямо на мобільному пристрої, що дозволяє швидко і легко моделювати параметри проектування для різних механізмів і визначати їх життєздатність.

Деякі функції Autodesk ForceEffect Motion містять таке:

- 1) ескіз, виконаний від руки, елементів механізму за утвореними лініями з прив'язками, обмеженнями і розмірами;
- 2) імпорт зображення як фону;
- 3) створення функціональних механічних з'єднань (зварних і ковзаних) і опор (рухомих і нерухомих шарнірів, поршнів та ін.);
- 4) здійснення анімації і функціонального перетягування;
- 5) аналіз даних шляхом додавання точок трасування (траєкторії руху, векторів швидкості);
- 6) інтерактивний графік точок трасування (швидкості, переміщення, прискорення);



7) звіт про результати з рисунком, анімацією, графіком і таблицею даних;


8) експорт механізму безпосередньо в додаток ForceEffect для простого аналізу статичного навантаження.

Програма Autodesk ForceEffect Motion є дуже простою у використанні. Щоб моделювати механізми за її допомогою, в більшості варіантах просто слід натискати на об'єкти, щоб вибирати, а потім переміщати, обертати і масштабувати.

Коротко резюмуємо основні принципи роботи в додатку Autodesk ForceEffect Motion на мобільному пристрої:

1. При першому запуску програми Autodesk ForceEffect Motion з'являються кілька прикладів деяких вирішених завдань. Ознайомитися з ними можна, якщо натиснути на відповідне вікно прикладу на дисплеї. В кінці цих прикладів з'явиться чистий білий аркуш з написом «Tap here to create a new diagram ...». Натискаємо на нього, вибираємо «Engineering Paper» і опиняємося в області вирішення завдання.

Якщо вже раніше були змодельовані деякі механізми, то необхідно натискати на них і після цього проводити з ними операції перегляду, зміни, рисування і т.п.

2. Виконуємо рисунок елемента (ланки). При першому запуску елемент рисунка ланки вже вибрано автоматично в меню, що в лівій частині екрана. У разі необхідності вибираємо елемент  і потім рисуємо потрібну ланку. Натискаємо на будь-яку точку екрана і перетягуємо, щоб створити ланку. Якщо є потреба, повторюємо останні дії (рис. 11.2).

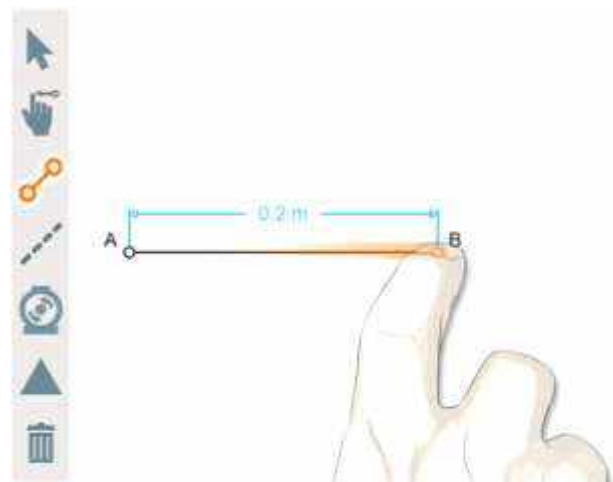









Рис. 11.2. Рисування ланки

3. Додаємо рух ланки. Щоб додати поступальний або обертальний рух,


натискаємо на мотор  в лівій панелі інструментів (див. рис. 11.2). Далі натискаємо на будь-яку точку нарисованої ланки, щоб розмістити там вибраний вид руху.

4. Додаємо механічні зв'язки. Для цього натискаємо на зафарбований трикутник  (див. рис. 11.2) і вибираємо в новому меню опцію закріплення: рухомий шарнір , нерухомий шарнір , жорстке закладення  або поршень . Після цього натискаємо на необхідну точку ланки, щоб розмістити там вибраний механічний зв'язок.

5. Запускаємо рух. Натискаємо на кнопку відтворення руху , яка знаходиться в точці, де був раніше в п. 3 заданий певний рух (див. рис. 11.1), або в нижній панелі інструментів. Якщо немає протиріч, починається анімаційне відтворення руху механізму і буде окреслюватися траєкторія вибраної точки.

6. Контекстне меню. Натискаємо і утримуємо будь-який об'єкт (ланку, зв'язок) на діаграмі, щоб відобразити радіальне контекстне меню для цього об'єкта. Після цього в ньому можна робити різні зміни.

7. Фон. Натискаємо одним пальцем на порожню область поряд з рисунком і утримуємо, щоб відобразити радіальне фонове меню, яке дозволяє управляти фоновим зображенням та іншими параметрами видимості.

8. Додавання точки трасування. Натискаємо і утримуємо будь-яку точку на діаграмі, щоб відобразити радіальне контекстне меню для цієї точки. Після цього встановлюємо точку трасування .

9. Масштабування. Зводимо або розводимо два пальці, щоб збільшити або зменшити зображення.

10. Переміщення. Одночасно двома пальцями натискаємо на екран дисплея і перетягуємо, щоб переміщати діаграму по екрану.

### Порядок виконання роботи

1. Установлюємо мобільний додаток Autodesk ForceEffect Motion на мобільному пристрою. Для цього в будь-якій пошуковій системі набираємо назву програми Autodesk ForceEffect Motion, скачуємо, встановлюємо і відкриваємо. В разі вже встановленої програми одразу відкриваємо.

2. Виконуємо рисунок шарнірного чотириланкового механізму в довільному положенні (рис. 11.3).

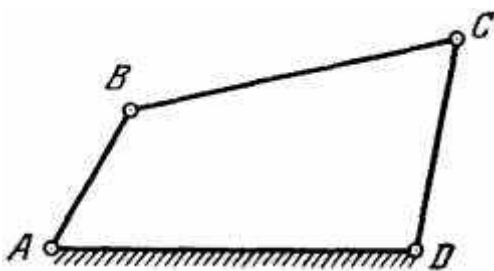


Рис. 11.3. Схема механізму



3. Цей механізм перетворюємо в механізм Чебишова. Для цього задаємо певні розміри ланок механізму, наприклад:


$$L_1 = L_{AB} = L_3 = L_{CD} = 1,0 \text{ м}; L_4 = L_{AD} = 0,8 \text{ м}; \\ L_2 = L_{BC} = 0,4 \text{ м (див. рис. 11.1 і 11.3).}$$



Найшвидше це можна зробити, якщо

використати кнопку  (допоміжна лінія),

щоб спочатку встановити розмір 0,8 м між шарнірами A і D (див. рис. 11.3), а потім натисканням на кожну ланку примусово встановити їх розміри в меню, що з'явиться.

4. Закріплюємо механізм в точці D нерухомим шарніром , а в точці A задаємо обертальний рух для ланки AB  (рис. 11.3 і 11.4).


5. Натискаємо на кнопку , яка знаходиться в панелі анімації внизу екрана, щоб відтворити рух механізму. Кутову швидкість коромисла  $L_1$  залишаємо за замовчуванням  $\omega = 1$  об/с. У разі необхідності її можна змінити в контекстному меню.


Після виконання п. 1 – п. 5 програма Autodesk ForceEffect Motion анімує механізм, тобто можна переглядати, як він рухається, і створювати відео-файл у форматі \* avi. Однак графік  і звіт  залишаються ще порожніми.

Для того, щоб відобразити рух серединної точки шатуна  $L_2$  необхідно вказати її на шатуні  $BC$ .


6. Видаляємо ланку  $BC$  .





7. З'єднуємо точки  $B$  і  $C$  допоміжною лінією .

8. Поверх допоміжної лінії послідовно одна за одною рисуємо дві ланки  розмірами 0,2 м.

9. У точці з'єднання між ланками встановлюємо елемент, який є звареним швом . Таким чином, посередині шатуна  $BC$  утворилася точка.

10. Викликаємо контекстне меню для створеної серединної точки і указуємо в ній точку трасування . Потім розміщуємо точку трасування  $T_1$ , що з'явилася на екрані дисплея в точці  $A$ .

11. Натискаємо в панелі анімації на кнопку , щоб відтворити рух механізму. В результаті на екрані бачимо траєкторію точки і її швидкість (див. рис. 11.1).

12. Натискаємо спочатку кнопку, що позначає графік , потім , щоб побачити зміну параметрів у динаміці при русі механізму. Закриваємо графік  і натискаємо звіт , щоб побачити статичний графік і таблицю розрахунку траєкторії, швидкості і прискорення вибраної точки трасування. В нашому випадку – це точка  $C_2$  (див. рис. 11.1).

Налаштовуємо тепер мотор  $A_1$  так, щоб точка трасування рухалася тільки між певними положеннями, наприклад, тільки по нижній ділянці траєкторії між положеннями, коли ланки  $AB$  і  $BC$ ,  $BC$  і  $CD$  знаходяться на одній лінії.

13. Натискаємо кнопки  і  в панелі анімації, щоб встановити початкове положення (ланки  $AB$  і  $BC$  розміщені на одній лінії) (рис. 11.5).

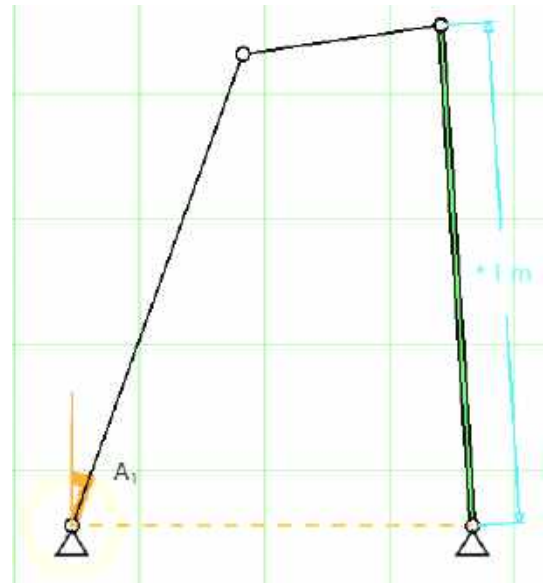
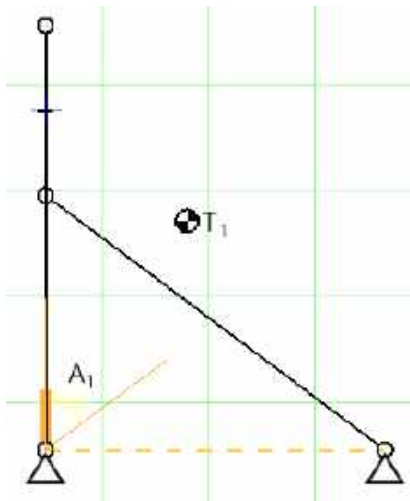




Рис. 11.4. Механізм Чебишова




14. Відкриваємо панель часу , натискаємо повзунок . У вікні Time zero start here натискаємо Ok. У разі необхідності натискаємо на лінію часу поруч з приводом, щоб вказати потрібний напрямок руху приводу.

15. Визначаємо кут, на який потрібно повернути мотор A1, щоб ланки механізму перейшли з початкового в кінцеве положення.

Кінцевому положенню відповідає таке розташування ланок, коли ланки CD і BC вишикуються в одну лінію, тобто потрібно симетрично перевернути рис. 11.5.

Рис.11.5. Початок руху Можна також повернути ланку  $L_1$  на кут  $\varphi$  проти годинникової стрілки. Кут  $\varphi$  можна знайти з прямокутного трикутника так:

$$\varphi = \arccos \frac{L_3 - L_2}{L_1} = \arccos \frac{1 - 0,4}{1} = \arccos 0,6 = 53,13^\circ.$$

16. Викликаємо контекстне меню мотора A1. Натискаємо кнопку  і задаємо кут повороту приводу  $53,13^\circ$ .

Тепер налаштуємо мотор A1 так, щоб він зробив тільки один рух з початкового в кінцеве положення і повернувся назад.

17. Змінюємо масштаб панелі часу (рис. 11.6). Для цього зводимо або розводимо два пальці на панелі часу і встановлюємо її діапазон до мінімуму.

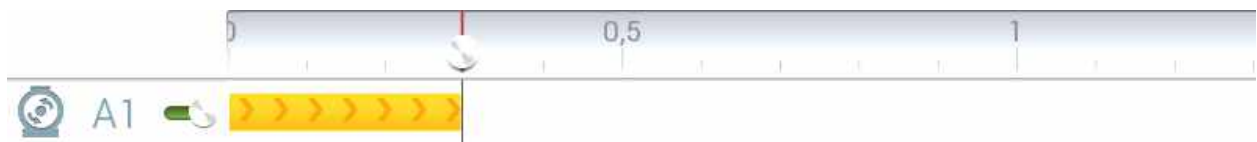







Рис. 11.6. Панель часу

18. Використовуючи кнопки  і  на панелі анімації, встановлюємо кінцеве положення механізму, коли ланки BC і CD вишикувані в одну лінію, і відстежуємо це положення за шкалою часу.

19. Обмежуємо шкалу часу за положенням повзунка  у крайньому положенні (див. рис. 11.6). Для цього натискаємо на нього і переводимо в необхідне положення.

20. Повертаємо механізм у початкове положення кнопкою  і повторно відтворюємо його рух кнопкою .

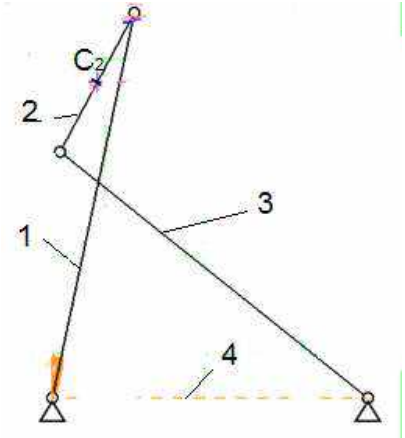
21. Натискаємо кнопку  або кнопку , щоб побачити параметри руху.

## Приклад моделювання і аналізу руху механізму Чебишова за допомогою програмного забезпечення

Виконав: студент \_\_\_\_\_ групи \_\_\_\_\_ «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.  
*Мета роботи:* набуття навичок роботи в мобільному додатку Autodesk ForceEffect Motion.  
*Прилади й приладдя:* планшет або телефон з цифровим екраном.

### Параметри механізму Чебишова

Довжина коромисла 1	$L_1 = 1,0$ м.
Довжина шатуна 2	$L_2 = 0,4$ м.
Довжина коромисла 3	$L_3 = 1,0$ м.
Довжина стійки 4	$L_4 = 0,8$ м.
Кутова швидкість коромисла 1	$\omega = 1$ об/с.



### Результати моделювання

Кут повороту привода А

$$\varphi = \arccos \frac{L_3 - L_2}{L_1} = \arccos \frac{1 - 0,4}{1} = \arccos 0,6 = 53,13^\circ.$$

Початкова координата точки $C_2$ :	за оссю x	0 м;
	за оссю y	0,8 м.
Кінцева координата точки $C_2$ :	за оссю x	0,774 м;
	за оссю y	0,8 м.
Мінімальна координата точки $C_2$	за оссю y	0,8 м.
Максимальна координата точки $C_2$	за оссю y	0,802 м.
Максимальна швидкість точки $C_2$		17,598 м/с.
Максимальне прискорення точки $C_2$		15546,268 м/с.
Час руху точки $C_2$		0,3 с.

Підпис студента \_\_\_\_\_ Підпис викладача \_\_\_\_\_ Оцінка \_\_\_\_\_

## БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

Белоконев, И. Н. Теория механизмов и машин: методы автоматизированного проектирования: учеб. пособие / И. Н. Белоконев; под ред. К. И. Заблонского. – Киев: Вища шк., 1990. – 208 с.

Головин, А. А. Динамика механизмов: учеб. пособие / А. А. Головин. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2006. – 160 с.

Горов, Э. А. Типовой лабораторный практикум по теории механизмов и машин: учеб. пособие для вузов / Э. А. Горов, С. А. Гайдай, С. В. Лушников; под ред. Э. А. Горова. – М.: Машиностроение, 1990. – 155 с.

Кіницький, Я. Т. Практикум з теорії механізмів і машин: навч. посіб. / Я.Т. Кіницький. – Львів: Афіша, 2004. – 453 с.

Меньшиков, В. О. Динаміка механізмів: навч. посіб. / В. О. Меньшиков, В. В. Усік. – Харків: ХАІ, 2016. – 88 с.

Поддубный, А. И. Структура и кинематика плоских механизмов: учеб. пособие / А. И. Поддубный, И. И. Головин, И. Г. Шебанов; под ред. А. И. Поддубного. – Харьков: ХАИ, 2010. – 95 с.

Поддубный, А. И. Теория механизмов и машин: лаб. практикум / А. И. Поддубный, И. И. Марулько. – Харків: ХАІ, 2010. – 63 с.

Усік, В. В. Курс теорії механізмів і машин : навч. посіб. / В. В. Усік, В. О. Меньшиков. – Харків: ХАІ, 2019. – 320 с.

Шебанов, І. Г. Синтез авіаційних механізмів: навч. посіб. / І. Г. Шебанов. – Харків: ХАІ, 1999. – 119 с.

## ЗМІСТ

Передмова .....	3
Практична робота № 1. Синтез важільного механізму за заданою структурною формулою його утворення.....	4
Практична робота № 2. Структурний аналіз плоского важільного механізму.....	11
Практична робота № 3. Визначення моменту інерції ланки механізму методом фізичного маятника.....	19
Практична робота № 4. Визначення моменту інерції ланки механізму методом крутильного маятника.....	23
Практична робота № 5. Визначення моменту інерції ланки механізму методом двониткового підвісу.....	26
Практична робота № 6. Визначення коефіцієнта тертя і коефіцієнта корисної дії гвинтової пари ковзання.....	29
Практична робота № 7. Моделювання процесу нарізання зубців евольвентного зубчастого колеса методом обкочування.....	35
Практична робота № 8. Розшифровка евольвентного зубчастого колеса зовнішнього зачеплення.....	43
Практична робота № 9. Статичне та динамічне балансування роторів з відомим розташуванням неврівноважених мас.....	47
Практична робота № 10. Динамічне балансування ротора при невідомому розташуванні неврівноважених мас.....	55
Практична робота № 11. Моделювання і аналіз руху механізму Чебишова за допомогою програмного забезпечення.....	63
Бібліографічний список.....	70

Навчальне видання

**Данилов Віталій Миколайович**  
**Піддубний Олександр Іванович**  
**Марунько Ірина Іванівна**

## **ПРАКТИКУМ З ТЕОРІЇ МЕХАНІЗМІВ ТА МАШИН**

Редактор В. М. Коваль

Зв. план, 2021

Підписано до друку 14.04.2021

Формат 60x84 1/16. Папір офс. Офс. друк

Ум. друк. арк. 4. Обл.-вид. арк. 4,5. Наклад 100 пр.

Замовлення 84. Ціна вільна

---

Видавець і виготовлювач  
Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського  
«Харківський авіаційний інститут»  
61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17  
[http:// www.khai.edu](http://www.khai.edu)  
Видавничий центр «ХАІ»  
61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17  
[izdat@khai.edu](mailto:izdat@khai.edu)

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи  
до Державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів  
видавничої продукції сер. ДК № 391 від 30.03.2001