МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут»

А. М. Субота, В. Г. Джулгаков, Д. В. Сокол

ПІЛОТАЖНО-НАВІГАЦІЙНІ КОМПЛЕКСИ

Конспект лекцій

Харків «ХАІ» 2021

УДК 629.735.33.054.7(076.5)
С89

Рецензенти: канд. техн. наук, доц. Ю. О. Кузнєцов,
канд. техн. наук С. М. Флерко

Субота, А. М.

С89 Пілотажно-навігаційні комплекси [Текст] : консп. лекцій / А. М. Субота, В. Г. Джулгаков, Д. В. Сокол. – Харків : Нац. аерокосм. ун-т ім. М. Є. Жуковського «Харків. авіац. ін-т», 2021. – 128 с.

ISBN 978-966-662-804-9

Викладено основні принципи побудови пілотажно-навігаційних комплексів (ПНК) та їх алгоритмічного забезпечення. Особливу увагу приділено алгоритмам оцінювання вимірюваних параметрів польоту, основам інерціальної навігації, особливостям і умовам побудови інерціальних навігаційних систем різного типу (платформних і безплатформних), а також методам діагностування окремих функціональних елементів і підсистем ПНК.

Для студентів, що навчаються за освітніми програмами «Авіоніка», «Авіаційний транспорт», «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології».

Іл. 50. Табл. 5. Бібліогр.: 18 назв

УДК 629.735.33.054.7(076.5)

© Субота А. М., Джулгаков В. Г., Сокол Д. В., 2021
© Національний аерокосмічний
університет ім. М. Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут», 2021

ISBN 978-966-662-804-9

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА …… 4
Лекція № 1. ПРИНЦИП ПОБУДОВИ І АЛГОРИТМІЧНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ПНК ……... 5
Лекція № 2. ПРИЗНАЧЕННЯ І ПРИНЦИПИ ПОБУДОВИ ОСНОВНИХ СИСТЕМ ПНК …….. 15
Лекція № 3. ОСНОВНІ АЛГОРИТМИ ОБРОБЛЕННЯ ІНФОРМАЦІЇ У ПНК ……... 22
Лекція № 4. АЛГОРИТМИ ВИЗНАЧЕННЯ ОСНОВНИХ ПІЛОТАЖНО-НАВІГАЦІЙНИХ ПАРАМЕТРІВ ПОЛЬОТУ …… 33
Лекція № 5. АЛГОРИТМ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАННЯ ЗГІДНО З МЕТОДОМ НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ ….. 42
Лекція № 6. РЕКУРЕНТНИЙ МЕТОД ОБРОБЛЕННЯ ІНФОРМАЦІЇ ….. 50
Лекція № 7. БЕЗПЛАТФОРМНІ ІНЕРЦІАЛЬНІ НАВІГАЦІЙНІ СИСТЕМИ (БІНС) …… 60
Лекція № 8 . ІНЕРЦІАЛЬНІ НАВІГАЦІЙНІ СИСТЕМИ …… 72
Лекція № 9. ХАРАКТЕРНІ ОСОБЛИВОСТІ І УМОВИ ПОБУДОВИ РІЗНОГО ТИПУ ІНЕРЦІАЛЬНИХ НАВІГАЦІЙНИХ СИСТЕМ …… 80
Лекція № 10. ОСНОВИ ІНЕРЦІАЛЬНОЇ НАВІГАЦІЇ …… 88
Лекція № 11. НАВІГАЦІЙНІ СИСТЕМИ …… 102
Лекція № 12. МЕТОДИ КОНТРОЛЮ ДАТЧИКІВ І ПІДСИСТЕМ ПЕРВИННОЇ НАВІГАЦІЙНОЇ ІНФОРМАЦІЇ СИСТЕМ ОРІЄНТАЦІЇ ТА НАВІГАЦІЇ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ …… 111
БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК…… 126

ПЕРЕДМОВА

Системи автоматичного польоту є одними з найважливіших на борту сучасних літальних апаратів. Без таких систем неможливе ефективне та безпечне використання авіації.

Проектування автоматичних та автоматизованих систем керування рухом літака нерозривно пов’язано з вирішенням проблеми раціонального розподілу функцій між людиною-оператором та автоматичними системами. Тільки при виконанні таких умов можна забезпечити високу ефективність усіх систем у цілому. З аналізу проведених досліджень випливає, що діяльність людини-оператора в автоматичній системі керування доцільно моделювати на багаторівневій основі, коли дані, отримані на нижніх рівнях, є вхідними для моделей вищого рівня.

У навчальному посібнику детально розглянуто як аспекти апаратної структури ПНК, так і побудови алгоритмічного забезпечення для різних підсистем ПНК. Апаратна структура ПНК може бути побудована на принципах ініціальної навігації і як безплатформна система. Переваги та недоліки кожного із підходів є темою окремих лекцій.

Завершальна частина посібника присвячена сучасним підходам до контролю датчиків і підсистем первинної навігаційної інформації.

Лекція № 1

ПРИНЦИП ПОБУДОВИ ТА АЛГОРИТМІЧНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ПНК

Поняття пілотажно-навігаційних комплексів (ПНК) з'явилося з впровадженням обчислювальної техніки на борту літального апарата (ЛА).

Згідно з нормативно-технічною документацією під пілотажним комплексом розуміють:

- сукупність бортових функціонально об'єднаних інформаційних засобів (датчиків), обчислювально-програмних систем автоматичного управління, систем індикації та сигналізації, призначених для вирішення завдань літаководіння і забезпечення роботи інших бортових систем ЛА.

Звідси випливає, що ПНК у своєму складі об'єднує два комплекси – пілотажний і навігаційний.

Під пілотажним комплексом розуміють:

- сукупність систем автоматичного управління, включаючи автомати завантаження, обмеження та зміни передавальних чисел.

Під навігаційним комплексом розуміють:

- сукупність бортових систем і пристроїв, призначених для вирішення завдань навігації і визначення координат місцезнаходження ЛА.

Загальне призначення ПНК:

- забезпечення літаководіння на всіх етапах польотів у простих і складних метеорологічних умовах, у будь-який час року і доби, при польоті над морем і сушею;
- вирішення задач пілотування, навігації та посадки;
- визначення та видача пілотажно-навігаційної інформації на індикатори та відповідним споживачам для вирішення спеціальних завдань польоту.

Крім того, на ПНК покладають вирішення таких завдань:

1. Завдання побудови навігаційної програми польоту з урахуванням:
   - автоматичного введення вихідних даних і програми польоту;
   - розрахунок даних, що визначають заданий маршрут, параметри ліній заданого шляху, набору висоти і зниження, розвороти і т. д.
2. Навігаційні задачі, які містять у собі:
   - перетворення координат, визначення параметрів польоту, комплексна обробка інформації;
   - контроль просторово-часового графіка польоту;
   - корекція координат місця розташування;
   - визначення параметрів вітру;
   - передпосадкове маневрування і захід на посадку.
3. Пілотажні задачі, які містять у собі:
   - автоматизацію управління при зльоті і наборі висоти;

- автоматичну стабілізацію кутового положення ЛА, швидкості і висоти;
- автоматизацію польоту за маршрутом, групового польоту, автоматизацію посадки.

4. Задачі контролю ПНК і режимів польоту, включаючи:
- безпосередній контроль працездатності підсистем ПНК;
- забезпечення реконфігурації ПНК при відмовах окремих підсистем;
- попередження екіпажу про аварійні ситуації або неприпустимі режими польоту.

Повний перелік завдань, що вирішуються ПНК, визначається тактико-технічними вимогами.

Тактико-технічні вимоги, що ставлять до ПНК

Ефективність ПНК, як правило, формується у вигляді ймовірності виконання авіаційним комплексом конкретних завдань у конкретних умовах.

Такими завданнями можуть бути:
- забезпечення основної цільової задачі – перевезення певної кількості пасажирів і багажу в заданий пункт маршруту за заданий час або відповідно до тимчасового графіка;
- визначення певного рівня безпеки польотів;
- забезпечення регулярності польотів;
- економічна ефективність і т. д.

Якщо врахувати, що часовий графік польоту ПС на дальність L для кожної поточної точки маршруту зумовлює обмеження відношення пройденого шляху $L(t)$ до середньої швидкості польоту $V_{сер}$, то умови, що відповідають виконанню основного завдання, можна записати так:

$$\Delta x_i(t) \langle \Delta_{iгр}(t), \left(i = \overline{1,n}\right), \tag{1.1}$$

$$t_ф = \frac{L(t)}{V_{сер}} \le t_з, \tag{1.2}$$

де $\Delta x_i(t) = x_{iз} - x_i(t)$ – відхилення параметра вектора стана $x_i(t)$ від програмного значення $x_{i\,задане}$;

$\Delta x_i(t)$ – граничнодопустимі значення i-ї координати;

$t_з$ – заданий час досягнення дальності L;

$t_ф$ – фактичний час досягнення дальності L.

З урахуванням введених позначень повна ймовірність виконання основної цільової задачі виражається таким чином:

$$P = \prod_{i=1}^{n} P_i \,, \tag{1.3}$$

де $P_1 = P\left(\Delta x_i < \Delta_{iгр}\right)$, $\left(i = \overline{1,n}\right)$;

$P_2 = \left(t_ф < t_з\right)$;

$P_i = P\left(\alpha_i < \alpha_{iгр}\right)$, α_i – деякі параметри ПНК (маса, вартість і т. д.), $\alpha_{iгр}$ – їх граничнодопустимі значення.

Розглянемо більш конкретно деякі вимоги, що ставляться до ПНК.

Точнісні вимоги до ПНК

Вектор пілотажно-навігаційних параметрів, який визначають за допомогою ПНК – $X_{ПНК}$, містить величини, що характеризують стан і рух відносно центру мас.

Точність роботи ПНК характеризується відхиленням поточних пілотажно-навігаційних параметрів від їх заданих значень. Кількісною характеристикою цих значень є вектор помилок

$$\Delta X_{ПНК} = X_{ПНК} - X_{ПНК}^{зад}, \tag{1.4}$$

де $X_{ПНК}^{зад}$ – вектор заданих значень пілотажно-навігаційних параметрів польоту ЛА.

Допустимі значення складових вектора помилок задають в окремих тактико-технічних вимогах (ОТТВ) у вигляді середньоквадратичних, здвоєних середньоквадратичних (2σ) або граничнодопустимих помилок. Як останні приймають трикратне значення середньоквадратичних помилок 3σ.

Розмірність вектора помилок ПНК визначається типом і призначенням ЛА. Нижче розглянуто вимоги до основних складових цього вектора з урахуванням можливості рішення авіаційних комплексів навігаційно-пілотажних завдань.

Головним завданням навігації є визначення горизонтальних координат місця розташування ЛА. При цьому основним методом їх визначення є обчислення шляху в інерціальному, інерціально-

доплерівському, курсо-доплерівському або курсо-аерометричному режимах з корекцією окремих ділянок маршруту.

У режимі обчислення шляху помилки наростають з часом. Для всіх чотирьох зазначених режимів збільшення середньоквадратичних помилок різні, проте для всіх режимів обчислення шляху вимоги задають у вигляді $\sigma_{\Delta z}$ $(\sigma_{\Delta x})$ за певний інтервал часу.

Приклади вимог до точності навігації для різних режимів обчислення шляху наведені в табл. 1.1.

Накопичені за час обчислення шляху помилки на інтервалі корекції списуються до рівня, зумовленого точністю системи корекції. Точність системи корекції, в свою чергу, залежить від типу системи, алгоритмів, часу корекції, режимів роботи, методів корекції і т. д.

Таблиця 1.1

Вимоги до точності навігації

Режим обчислення шляху	Вимоги точності
Інерціальний	$\sigma_{\Delta z}$ ≤ 5 км за 1 год
Інерціально-доплерівський	$\sigma_{\Delta z}$ ≤ 3 км за 1 год
Курсо-доплерівський	$\sigma_{\Delta z}$ ≤ 3 км за 20 хв
Курсо-аерометричний	$\sigma_{\Delta z}$ ≤10 км за 20 хв

Приклади вимог до точності корекції наведені в табл. 1.2.

Таблиця 1.2

Вимоги до точності корекції

Система корекції	Умови корекції	Час корекції	Точність корекції
РСБН	Пряма видимість	Практично миттєво	≤0,2 км
		100 с	≤0,1 км
РСДН	Зона дії наземних радіомаяків	Практично миттєво	≤2…3 км
		100 с	≤1…2 км
Оптичні, електронно-оптичні візири	Дальність до орієнтира 10 км	Практично миттєво	≤0,2 км
		10 с	≤0,15 км
РЛС	Дальність до орієнтира 50 км	Практично миттєво	≤1 км
		30 с	≤0,5 км
КЕНС (за полем рельєфу місцевості)	Середньопересічна (горбиста місцевість)	100 с	≤0,15 км

Закінчення табл. 1.2

Система корекції	Умови корекції	Час корекції	Точність корекції
КЕНС (за аномальним полем Землі)	Висота польоту 15 км	300 с	≤0,1 км
Супутникові системи навігації	У перспективі без обмежень		≤0,1 км

Нормативними показниками точності витримування заданої траєкторії для двовимірної й тривимірної навігації є горизонтальне ешелонування і витримування висоти заданого ешелону.

Розрізняють два види горизонтального ешелонування – поздовжнє і бічне.

Поздовжнє ешелонування – це відстань між ЛА уздовж лінії шляху або часовий інтервал прольоту пунктів обов'язкового повідомлення. Ці величини не мають бути менше, ніж затверджені. Поздовжнє ешелонування регулюється швидкістю польоту і часом прольоту пунктів повідомлення.

За наявності радіолокаційного контролю норми поздовжнього ешелонування становлять 30 км на трасах, 20 км у районі аеродрому. За відсутності радіолокаційного контролю норму поздовжнього ешелонування, яку вимірюють у часі, встановлено для трас при польоті по одному маршруту – 10 хв.

Бічне ешелонування – найкоротша відстань точки, що відповідає положенню центру мас ЛА до заданої лінії шляху. Його встановлюють для повітряних суден усіх відомств таким, що дорівнює 10 км (по 5 км у кожну сторону від осі повітряної траси).

Вертикальні ешелони поділяють залежно від географічного напрямку польоту (від магнітного курсу (МК)) – $МК = 0...179^0$ та $МК = 180...359^0$.

Схему ешелонування показано на рис. 1.1.

Інтервали по висоті між зустрічними маршрутами на малих і середніх висотах (до 6000 м) встановлені в 300 м, а між попутними – 600 м. На висотах до 12000 м ці інтервали збільшуються удвічі. Інтервали на висотах понад 12000 м дорівнюють 1000 м для зустрічних маршрутів і 2000 м – для попутних.

Ешелони відраховують від умовного рівня, що відповідає середньостатистичному рівню Балтійського моря. Висоту заданого ешелону вимірюють як баровисоту. При цьому нулю відліку висоти відповідає 760 мм рт. ст.

Мінімальна висота ешелону залежить від рельєфу місцевості. І нижній безпечний ешелон вибирають шляхом округлення безпечної істинної висоти (рис. 1.2).

Вимога до надійності і безпеки

У сучасних ПНК працездатність у режимі обчислення шляху має зберігатися за наявності одночасно двох відмов.

Це досягається за допомогою багаторазового резервування, надмірності вимірювань і розвиненої системи контролю.

Ергономічні вимоги

Ергономічні вимоги передбачають оптимальне поєднання (об'єднання) автоматичного, директорного і ручного управління ЛА. При цьому виходять із максимальної міри автоматизації і використання ручного управління як резервного при наділенні льотчика вищим пріоритетом у прийнятті рішень.

Вимоги до експлуатаційної технологічності ПНК

Однією з найважливіших експлуатаційних вимог до ПНК є:

- зручність проведення тарувальних, юстирувальних робіт;
- робіт, пов’язаних із виставкою ІНС, а також мінімум часу, необхідного для підготовки бортового обладнання ПНК до польоту.

Виставлення ІНС в азимуті може бути проведена за рахунок як гірокомпасування, так і дрібноструктурних географічних полів (КЕС) і орієнтирів, у тому числі і на етапах руління і розбігу ЛА.

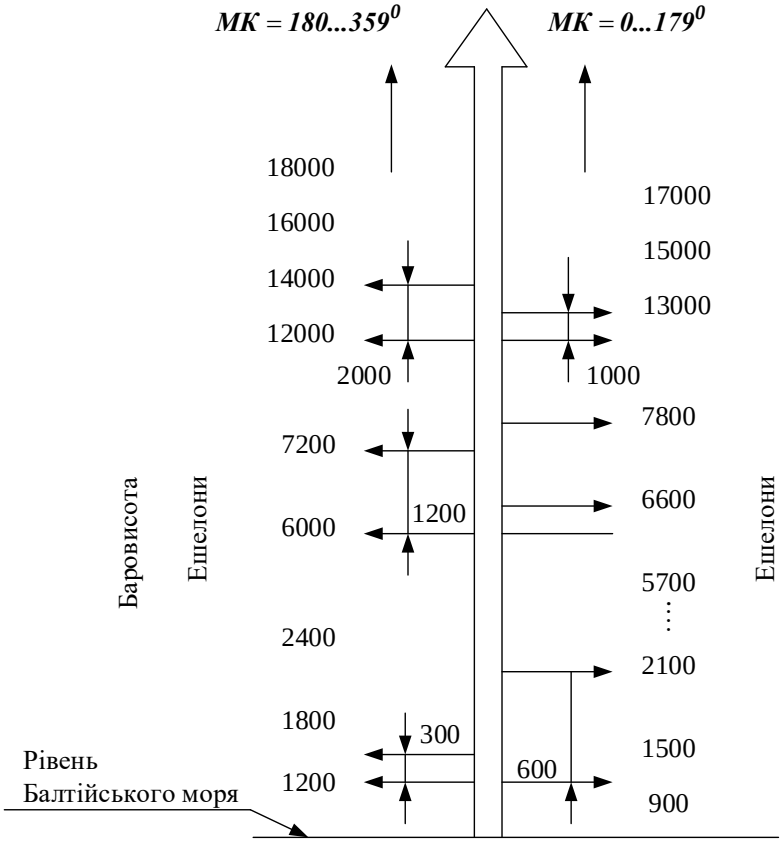

Рис. 1.1. Схема ешелонування

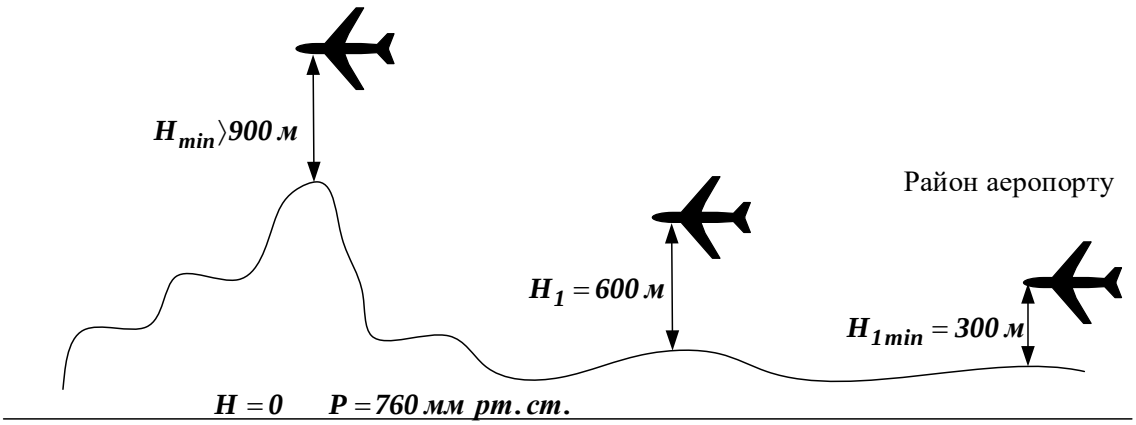

Рис. 1.2. Рівні відліку безпечної висоти

Загальна структура ПНК

ПНК – це раціонально цільове і конструктивне об'єднання окремих пристроїв, приводів і систем, керованих одним або декількома бортовими обчислювачами і призначених для вирішення взаємозв'язаних завдань автоматизованого літаководіння.

У даний час розроблено декілька вітчизняних і зарубіжних структур НК і ПК, що відрізняються складом, характером обчислювачів, навігаційними та іншими можливостями.

ПНК у своєму складі об'єднує два комплекси:

- навігаційний (НК);
- пілотажний (ПК).

З метою скорочення багатотипності останнім часом розробляють три типи базових ПНК:

- БПНК-1 – для регіональних літаків цивільної авіації;
- БПНК-2 – для середньомагістральних літаків;
- БПНК-3 – для магістральних літаків.

Для побудови таких ПНК використовують функціонально-блоковий принцип, перевагою якого є можливість комплексування окремих підсистем ПНК, використання уніфікованих блоків і забезпечення високої точності й надійності. Склад ПНК показано на рис. 1.3.

Датчики навігаційної інформації умовно ділять на дві групи:

- датчики навігаційних параметрів стану – призначені для визначення координат місцезнаходження ЛА відносно опорних ліній, навігаційних точок або положення об'єктів відносно літака;
- датчики навігаційних параметрів руху – вимірюють параметри вектора швидкості і його складові: шляхову та вертикальну швидкість, напрямок польоту.

Датчики пілотажної інформації:

- вимірюють параметри польоту, які характеризують кутовий рух ЛА: кути крену, тангажа, нишпорення та їх кутові швидкості;
- характеризують стан ЛА відносно набігаючого потоку: кути атаки і ковзання, повітряна швидкість, числа Маха.

Найважливішими з пілотажно-навігаційних датчиків і систем є такі:

- ІНС – інерціальна навігаційна система;
- інерціальна курсовертикаль;
- СКВ – система курсу і вертикалі;
- ДВШЗ – доплерівський вимірювач швидкості і кута зносу;
- ІК ВШП – інформаційний комплекс висотно-швидкісних параметрів;
- СПС – система повітряних сигналів.

Найбільш інформативною у даній групі датчиків і систем є ІНС, яка дозволяє автономно визначати складові прискорення і швидкості польоту ЛА, гіроскопічний або ортодромічний курс, кути крену, тангажа, і може бути отримана інформація про стан ЛА в просторі.

Якщо на ЛА ІНС відсутня, то основними датчиками кутового положення ЛА можуть бути:

- гіроскопічні датчики вертикалі – АГД (авіагоризонт дистанційний, ЦГВ або МГВ);
- БПНК-3 – для магістральних літаків, датчики курсу типу ГПК, ГІК, КС (гіроіндукційний комплекс, курсові системи);
- інерціальні курсовертикалі або системи курсовертикалі.

З метою збільшення точності і надійності на базі ДВШЗ реалізується інерціально-доплерівський режим обчислення шляху.

До навігаційних систем і датчиків, що визначають положення ЛА відносно навігаційних точок, орієнтирів, базових ліній, положення об'єктів відносно літака, відносяться:

- радіотехнічні системи ближньої навігації (РСБН);
- радіотехнічні системи дальньої навігації (РСДН);
- далекоміри (РД, СНС);
- бортові радіотехнічні станції (БРЛС);
- різноманітні візирні пристрої;
- автоматичний радіокомплекс (АРК);
- астрономічні навігаційні системи (АНС);
- кореляційно-екстремальні навігаційні системи (КЕНС);
- літакові відповідачі (ЛВ, ЛВМ).

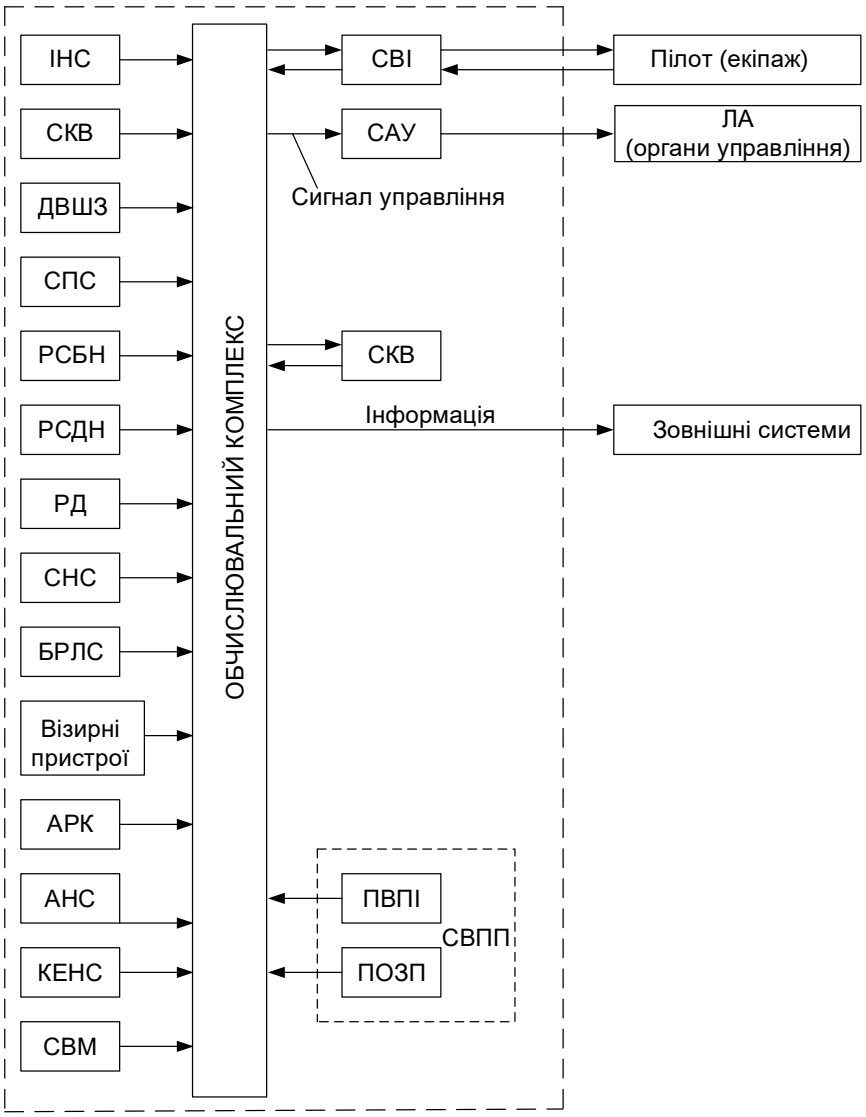

Рис. 1.3. Склад ПНК

РСБН дозволяє визначити на борту ЛА його полярні координати:

- азимут (істинний пеленг ЛА);
- дальність відносно наземного маяка, координати якого заздалегідь відомі.

РСДН дозволяє визначити на борту ЛА його гіперболічні координати (у вигляді тимчасових затримок сигналів або різниці фаз відносно наземних станцій з відомими координатами). Ці дані в бортовій цифровій обчислювальній машині (БЦОМ) перетворюються на систему координат, в якій задано програму польоту.

КЕНС та ІНС – це найбільш сучасні системи. Ці системи забезпечують екіпаж інформацією про координати місця розташування літака, про напрямок і швидкості його руху в будь-якій точці земної кулі, на будь-яких висотах і швидкостях. При цьому КЕНС потребує попереднього картографування фізичного поля Землі в районі польоту ЛА і запам'ятовування цих даних.

АРК використовують для вимірювання курсових кутів привідних і широкомовних радіостанцій при польоті по маршруту і під час передпосадкового маневрування.

Візирні пристрої забезпечують виявлення, розпізнавання і визначення координат орієнтирів відносно системи координат, пов'язаної з ЛА. Оптичні, електронно-оптичні, інфрачервоні, телевізійні пристрої визначають кутові координати орієнтира, тобто вимірюють кути місця і курсовий кут орієнтира, що потім використовують для корекції поточних координат ЛА. Як астронавігаційні системи в ПНК застосовують автоматичні секстанти, що вимірюють висоти і курсові кути навігаційних зірок, місяця і Сонця, що використовують для корекції координат ЛА.

ЛВ або ЛВМ – міжнародні СВ в автоматичному режимі передають наземним радіолокаційним станціям служби управління повітряним рухом інформацію про номер літака, висоту польоту, запас палива та інші параметри.

Об'єднуючою ланкою всіх засобів, що входять до складу ПНК, є навігаційний обчислювач (БЦОМ).

Важливим елементом ПНК є система введення програми польоту (СВПП), тобто в пам'ять ПНК вводять параметри, які характеризують задану траєкторію польоту. Програми вводять за допомогою пристроїв введення та індикації (ПВПІ), а також за допомогою пульта оперативної зміни програми польоту (ПОЗП).

Для індикації навігаційних параметрів служить система відображення індикації (СВІ), що містить пілотажно-навігаційні прилади, індикатор навігаційної обстановки, табло навігаційної сигналізації, картографічні планшети. На підставі цієї інформації льотчик і здійснює політ (управління польотом). Цю ж задачу може виконувати САУ. При заході на посадку САУ формує сигнал управління на командно-пілотажні індикатори, за допомогою яких пілот виконує складні траєкторні маневри.

Лекція № 2

ПРИЗНАЧЕННЯ І ПРИНЦИПИ ПОБУДОВИ ОСНОВНИХ СИСТЕМ ПНК

Бортовий обчислювальний комплекс (БЦОМ)

Переваги БЦОМ порівняно з аналоговими обчислювачами:

- можливість вирішення не тільки математичних, але й логічних задач, що підвищує ступінь автоматизації процесів управління ЛА;
- можливість необхідної точності вирішення навігаційних задач шляхом збільшення розрядності;
- можливість використання для вирішення навігаційних задач сучасних методів оптимального управління;
- значна гнучкість, зумовлена перепрограмуванням задач;
- можливість забезпечення глибокого контролю.

Для вирішення завдань навігації і управління перед БЦОМ встановлюють такі вимоги:

- висока точність обчислень;
- достатню швидкодію;
- зручність поводження з БЦОМ;
- живучість і ремонтопридатність;
- допустимі значення маси і габаритних розмірів.

Є ряд чинників, які обмежують застосування БЦОМ для повної автоматизації процесів управління ЛА. До цих чинників належать:

- є завдання, вирішення яких не піддається математичному опису;
- деякі характеристики окремих систем управління набагато гірше аналогічних характеристик екіпажу, наприклад, у здатності льотчика прийняти рішення в умовах нестачі інформації.

При проектуванні бортових цифрових обчислювачів для ПНК можуть бути використані такі структурні варіанти:

- бортові спеціалізовані цифрові обчислювачі (БСЦО);
- бортові цифрові обчислювальні машини (БЦОМ);
- бортові цифрові обчислювальні системи (БЦОС) або комплекси (БЦОК).

БСЦО – в основному використовують як обчислювачі окремих систем ПНК, наприклад, ІНС, СПС, САУ і т. д. Такі обчислювачі можуть бути виконані або за принципом універсальних машин, або за принципом цифрових диференціальних аналізаторів (ЦДА), структура яких нагадує аналогові ОЧП і призначені для виконання певних математичних операцій $(\times, /, +, -)$ і т. д.

БЦОМ – призначені для вирішення завдань навігації, стабілізації, управління і вирішення спеціальних завдань відповідно до закладених

алгоритмів. За наявності декількох БЦОМ на борту ЛА обмін інформації між ними зазвичай не здійснюється.

БЦОС – застосовується при проектуванні інтегрованих ПНК шляхом об'єднання БЦОМ в єдину систему з метою розширення процесів автоматизації контролю і управління. БЦОС поділяють на два класи:

- багатомашинні;
- мультипроцесорні.

При побудові багатомашинних БЦОС, оскільки зберігається структура і принцип функціонування кожної взятої окремо ОМ, то обмін інформацією між ними здійснюється за рахунок дуплексних, триплексних і дуальних СОІ.

Дуплексні й триплексні ОС складаються відповідно з двох і трьох БЦОМ, що вирішують одночасно одні й ті ж задачі. З метою підвищення надійності застосовують спеціальні тести, а в триплексному – схеми мажоритування.

У дуальних БЦОС набір задач, що підлягають вирішенню, розподіляють між двома БЦОМ.

У мультипроцесорних БЦОС є декілька процесорів, що працюють паралельно під керуванням єдиного блока управління.

БЦОМ у своїй структурі має ДЗП, ОЗП, ЗЗП.

У ДЗП зберігається підшивка алгоритмів роботи, ЗЗП зберігає тимчасово вхідну інформацію.

Основною характеристикою процесора є його швидкодія

$$\theta = \left[N^{-1} \sum_{i=1}^{N} P_i T_i \right], \qquad (2.1)$$

де P_i – частота виконання інформацій i-го типу;

T_i – час виконання i-ї операції;

N – загальна кількість операцій.

Інерціальні навігаційні системи (ІНС)

Принцип дії інерціальних навігаційних систем (ІНС) оснований на використанні механічних явищ, що виникають при русі тіл в гравітаційному полі Землі, і полягає у вимірюванні прискорення ЛА. Прискорення вимірюється акселерометрами. Основна перевага ІНС – це її автономність.

Розглянемо ІНС з точки зору застосування її в складі ПНК. У сучасних ПНК широке застосування ІНС знайшли з ортодромічною орієнтацією і довільною в азимуті орієнтацією осей чутливості акселерометрів. Встановлені на гіроплатформі акселерометри вимірюють

умовне прискорення, тобто різницю між абсолютним прискоренням ЛА і гравітаційним прискоренням:

$$\bar{a} = \bar{W} - \bar{g}, \tag{2.2}$$

де $\bar{a}$ – вимірюваний вектор прискорення (помірне або вдаване):

$\bar{W}$ – вектор абсолютного прискорення;

$\bar{g}$ – вектор гравітаційного прискорення.

Для ортогонального розміщення осей чутливості акселерометрів уздовж прямокутної системи координат $O\xi\eta\zeta$, пов'язаної з гіроплатформою, вимірювані акселерометром прискорення:

$$a_\xi = W_\xi - g_\xi, \tag{2.3}$$

$$a_\eta = W_\eta - g_\eta. \tag{2.4}$$

Як видно з виразів для прискорень, складові гравітаційного прискорення вносять помилки при вимірюванні абсолютних значень прискорення. Тому необхідна їх компенсація.

Компенсація гравітаційних складових по осях $O\xi$ і $O\eta$ здійснюється шляхом розташування ГСП у площині горизонту, а компенсація g_ξ здійснюється алгоритмічно.

Для компенсації g_ξ і g_η акселерометри встановлюють на гіровертикалі з періодом коливань Шулера $T = 84{,}4$ *хв*, виходи акселерометрів інтегруються і подаються на датчики моментів ГСП, які за рахунок прецесії зберігають горизонтальне положення.

В ІНС з ортодромічною орієнтацією осей чутливості акселерометрів вимірюють прискорення вздовж ортодромії і перпендикулярно до неї.

В ІНС з вільною (довільною) в азимуті орієнтацією гіроплатформи осі чутливості акселерометрів мають у площині горизонту незмінну орієнтацію відносно інерціального простору. Осі платформи при цьому відносно площини географічного меридіана будуть обертатися навколо вертикалі місця з кутовою швидкістю

$$\omega_\xi = -\left(\Omega_3 \sin\varphi + \frac{V_E}{R} tg\varphi\right), \tag{2.5}$$

де Ω_3 – кутова швидкість обертання Землі;

φ – географічна широта місця розташування ЛА;

V_E – східна складова лінійної швидкості ЛА;

R – радіус Землі.

Відмінності в орієнтації осей чутливості акселерометрів (ГСП різних типів ІНС) визначають відмінності в системах відліку швидкості, які видаються ІНС у БЦОМ ПНК.

ІНС з ортодромічною орієнтацією осей

ІНС з ортодромічною орієнтацією осей чутливості акселерометрів видають складові шляхової швидкості в проекціях на осі ортодромічної системи координат і ортодромічний курс ЛА. Ортодромічні координати ξ, η отримують шляхом інтегрування вихідних сигналів акселерометра

$$\begin{cases} \dot{V}_{n\xi} = a_{\xi} - \Delta\dot{V}_{n\xi}; \\ \dot{V}_{n\eta} = a_{\eta} - \Delta\dot{V}_{n\eta}, \end{cases} \tag{2.6}$$

де a_{ξ}, a_{η} – горизонтальні складові прискорення, вимірювані акселерометрами;

$\Delta\dot{V}_{n\xi}$, $\Delta\dot{V}_{n\eta}$ – поправки, що враховують переносне і коріолісове прискорення, що визначаються в БЦОМ згідно з виразом

$$\begin{cases} \dot{V}_{n\xi} = -2\dot{V}_{n\xi}\Omega_3 \sin\xi\cos\eta + \dfrac{V_{n\xi}}{R} tg\eta; \\ \dot{V}_{n\eta} = -2\dot{V}_{n\eta}\Omega_3 \sin\xi\cos\eta + \dfrac{V_{n\eta}^2}{R} tg\eta, \end{cases} \tag{2.7}$$

де ξ, η – кутові ортодромічні координати місця розташування ЛА (у градусах).

ІНС з довільною орієнтацією осей

ІНС з довільною орієнтацією осей чутливості акселерометрів видає складові абсолютної лінійної швидкості $V_{a\xi}$ і $V_{a\eta}$ уздовж горизонтальних осей платформи і гіроскопічний курс ЛА

$$\begin{cases} V_{a\xi}(t) = \int_0^t a_{\xi}(t)dt; \\ V_{a\eta} = \int_0^t a_{\eta}(t)dt. \end{cases} \tag{2.8}$$

Вирази (2.8) справедливі за відсутності помилок акселерометрів, гіроскопів, платформ, форми Землі тощо.

Характеристики деяких ІНС наведені в табл. 2.1.

Аерометричні ПНК

Аерометричні прилади забезпечують автономний безперервний процес вимірювання аерометричних параметрів з метою забезпечення заданих режимів пілотування та навігації. Існує велика різноманітність аерометричних приладів – висотомірів, коректорів висоти, вимірників $V_{ист}$, $V_{верт}$, $V_{пр}$, числа M, варіометрів і т. д. Однак найбільш раціональним вважається отримання великого числа параметрів у рамках єдиної системи, необхідних як для роботи системи індикації, так і для роботи САУ. Прикладами таких систем є системи типу ЦШВ (централі швидкості і висоти), системи СПС (система повітряних сигналів), ІКВШП (інформаційні комплекси висотно-швидкісних параметрів).

При обчисленні параметрів руху, оскільки в польоті температура не може бути виміряна через нагрівання приймача, то її розраховують за формулою

$$T = \frac{T_T}{1+0,2M^2},$$

де $T_Г$ – температура повного гальмування повітряного потоку (вимірюється датчиком типу П-69).

Визначення числа Маха:

$$M = \sqrt{\frac{2}{K-1}\left[\left(\frac{P_д}{P_н}+1\right)^{\frac{K-1}{K}}-1\right]} = f_M\frac{P_д}{P_н},$$

де $K = 1,4$ – стала адіабати;

$P_д$, $P_н$ – динамічний і статичний тиски.

Швидкість $V = aM = M\sqrt{KRT} = K_R\sqrt{T_Г}\,f_V(M)$, $a = \sqrt{KRT}$ – швидкість звуку, $f_V = \frac{M}{1+0,2M^2}$ – функція, яка формується схемою обчислення числа Маха M.

Таблиця 2.1

Характеристики ІНС

Тип ІНС	Метод виставки	Час виставки	Похибка σ			
			Координати за 1 годину польоту	Швидкість за 1 рік польоту	Кути крену і тангажа	Курс
МІС-45	ОГП ДГП ЗК	30 с 50 с 15 с	7 км	3 м/с	6'	15'
І-11	ОГП ДГП ЗК	30 с 70 с 15 с	3 км		2'	
ІС-1-72А	ГК МГК ОПТ	20 с 5 с 3 с	5 км	3 м/с	(3-4)'	
AN/ANP-185 (США, В-1А)			1,85 км			
AN/ANP-109 (США, F-15)		10 с				

Приладову швидкість $V_{пр} = f\left(P_д\right)$ отримують як функцію $P_{динамічне}$. Абсолютну барометричну висоту $H_{абс}$ обчислюють за геометричною формулою

$$H_{абс} = \frac{T_0}{\tau}\left[1 - \left(\frac{R_н}{P_0}\right)^{R\tau}\right],$$

де $T_0 = 15^0 C$ – температура на рівні моря;

$\tau = 6{,}5 \cdot 10^{-3}\, град/м$ – температурний градієнт;

$P_0 = 101{,}3 кПа \left(760 мм\ рт.ст.\right)$.

Відносну барометричну висоту $H_{відн}$ обчислюють як

$$H_{відн} = H_{абс} - H_{абс.зад},$$

де $H_{абс.зад} = f\left(P_з\right)$ – абсолютна баровисота заданої точки на поверхні Землі з тиском $P_з$.

Таким чином, для обчислення всіх вихідних величин досить вимірювати лише три вхідні величини: $P_н$, $P_д$ і температуру гальмування $T_Г$.

Динамічний тиск $P_д = P_п - P_н$, тобто віднімають від повного $P_п$ тиску статичний $P_н = P_{ст}$.

Принцип побудови електромеханічних СПС показано на рис. 2.1.

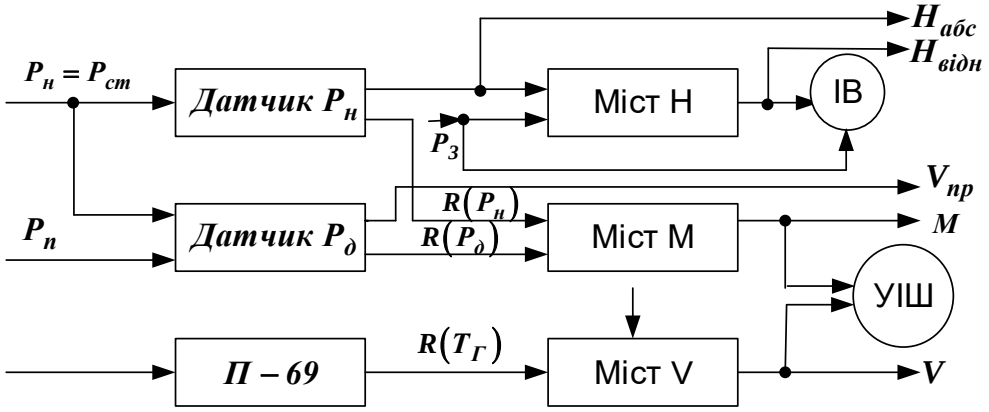

Рис. 2.1. Принцип побудови електромеханічних СПС

Параметри H, V, M обчислюють за допомогою трьох потенціометричних мостів: ІВ – індикатор висоти; УІШ – універсальний індикатор швидкості V і числа M. Величину $P_З$ вводять для отримання $H_{відн}$.

Застосовані мостові схеми мають такі системи-двигуни, підсилювачі, нелінійні елементи.

У більш розвинених СПС типу СПС-НП-5 застосовують масштабні підсилювачі, помножувачі, подільники, функціональні перетворювачі, що реалізують кусочно-лінійну апроксимацію і т. д. Операції множення іноді замінюють складанням при попередньому логарифмічному обробленні вхідних залежностей. У цифрових СПС типу СПС-2Ц всі параметри видають з підвищеною точністю через застосування спеціальних обчислювачів.

Лекція № 3

ОСНОВНІ АЛГОРИТМИ ОБРОБЛЕННЯ ІНФОРМАЦІЇ У ПНК

Основними завданнями ПНК з точки зору джерела інформаційного забезпечення ЛА є такі:

- узагальнена обробка навігаційної інформації, яка надходить на борт ЛА;
- забезпечення високої надійності функціонування бортових систем і комплексів ЛА за рахунок резервування джерел інформації.

До основних методів оброблення інформації в ПНК відносяться оптимальна фільтрація і оптимальне управління, реалізовані в сучасних ПНК. Найкращі результати підвищення якісних характеристик вимірювальних комплексів досягаються в системах зі структурною надмірністю і застосуванням методів комплексування.

У сучасних ПНК великого поширення набули такі способи сумарного оброблення однорідної інформації, яка надходить від декількох вимірників:

- взаємна компенсація і фільтрація помилок вимірювальних приладів, що призначені для одного і того ж параметра;
- оптимальна оцінка вектора стану з використанням апріорної інформації про контрольований процес і поточні вимірювання, які реалізують алгоритм оптимальної фільтрації Калмана.

Схема компенсації

Припустимо, що один і той же навігаційний параметр вимірюється двома або кількома вимірниками, виконаними на різних фізичних принципах. Тоді алгоритм компенсації, що дозволяє знизити похибку вимірювання даного навігаційного параметра, може бути реалізований відповідно до схеми, показаної на рис. 3.1.

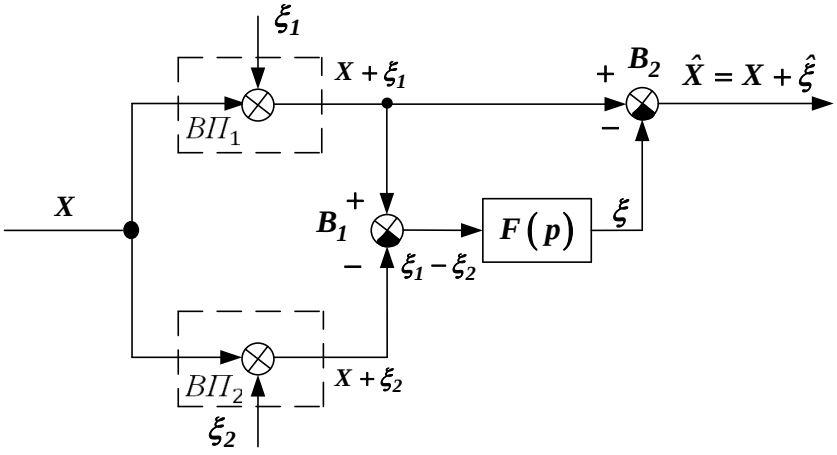

Рис. 3.1. Схема компенсації

Сигнали вимірювальних пристроїв $ВП_1$ і $ВП_2$ крім вимірюваної величини X містять сигнали помилок ξ_1, ξ_2 і надходять на вхід B_1. На вході B_1 формується сигнал

$$\xi = (X - \xi_1) - (X + \xi_2) = \xi_1 - \xi_2 .$$

Сигнал ξ пропускається через динамічний фільтр $F(p)$ и надходить на вхід B_2, на виході якого маємо

$$\hat{X} = X + \xi_1 - F(p)[\xi_1 - \xi_2]$$

або

$$\hat{X} = X + [1 - F(p)]\xi_1 + F(p)\xi_2 = X + \hat{\xi},$$

де $[1 - F(p)]\xi_1 + F(p)\xi_2$ – помилка комплексної системи.

Зазвичай фільтр низьких частот у найпростішому випадку являє собою аперіодичну ланку

$$F(p) = \frac{1}{TP + 1}, \qquad (3.1)$$

де T – стала часу.

Передавальна функція фільтра високих частот

$$[1 - F(p)] = \frac{TP}{TP + 1} \qquad (3.2)$$

практично являє собою реальну диференціальну ланку.

З урахуванням передавальних функцій фільтрів (3.1) і (3.2) вихідна схема (рис. 3.1) для отримання $\hat{X} = X + \xi_1$ показана на рис. 3.2.

З огляду на прогнозований характер спектральних характеристик ξ_1 і ξ_2 – спектральних щільностей $S_{\xi_1}(\omega)$ і $S_{\xi_2}(\omega)$ (рис. 3.3) можна показати графіки спектральних характеристик сигналів помилок ξ_1^* і ξ_2^* у вигляді дисперсій помилок $D(\xi_1^*)$ і $D(\xi_2^*)$, отриманих у результаті проходження

сигналів через відповідні фільтри з амплітудно-частотними характеристиками (АЧХ) $\left[1-F\left(j\omega\right)\right]$ і $F\left(j\omega\right)$:

$$D\left(\xi_1\right)=\sigma_{\xi_1}^2=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}S_{\xi_1}\left(\omega\right)d\omega; \tag{3.3}$$

$$D\left(\xi_2\right)=\sigma_{\xi_2}^2=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}S_{\xi_2}\left(\omega\right)d\omega, \tag{3.4}$$

де σ_{ξ_1}, σ_{ξ_2} – середньоквадратичні помилки вихідних сигналів.

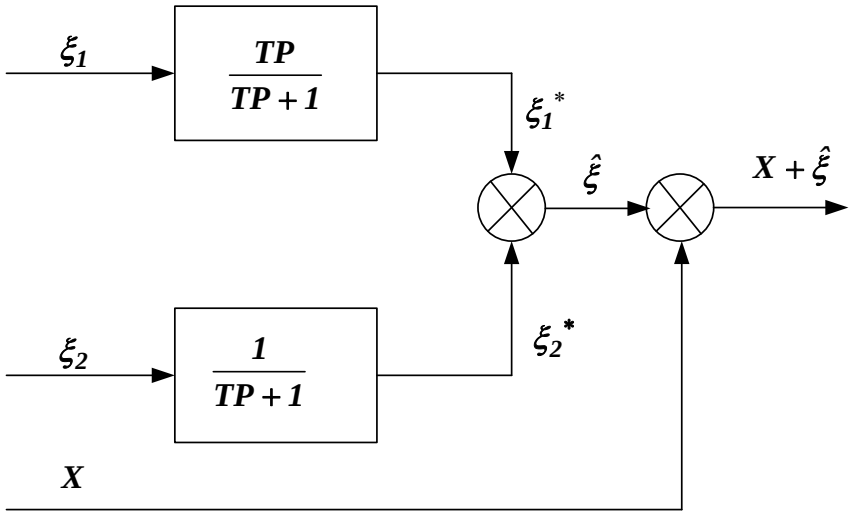

Рис. 3.2. Схема компенсації з урахуванням фільтрів

Спектральна щільність $S\left(\omega\right)$ для функції $x=z\left(t\right)$ визначається за допомогою співвідношення Хінчина-Вінера

$$S\left(\omega\right)=\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}R_{x_x}\left(\tau\right)e^{-i\omega t}d\tau=\frac{1}{\pi}\int_{0}^{\infty}R_{x_x}\left(\tau\right)\cos\omega t dt,$$

де $R_{x_x}=\int_{-\infty}^{\infty}S\left(\omega\right)e^{i\omega t}d\omega=2\int_{-\infty}^{\infty}S\left(\omega\right)\cos\omega\tau d\tau$.

В свою чергу, функція

$$X = \xi(t) = A_1 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(\omega_k t + \alpha_k) + \nu(t).$$

Якщо

$$X(t) = A_1 \cos(\omega_1 t + \alpha_1),$$

то

$$R_{x_x}(\tau) = \frac{1}{2} A_1^2 \cos \omega_1 \tau_1.$$

Дисперсія помилки системи при реалізації способу компенсації має вигляд

$$\sigma_\xi^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \left[1 - F(j\omega)\right]^2 S_{\xi_1}(\omega) + \left[F(j\omega)\right]^2 S_{\xi_2}(\omega) \right\} d\omega. \qquad (3.5)$$

На основі рис. 3.3 можна зробити висновок про те, що дисперсія помилки системи тим менше, чим більше відрізняються частотою спектральні щільності помилок вхідних сигналів. Таким чином, завдання комплексування двох вимірювачів полягає у виборі такої частотної характеристики фільтра $F(j\omega)$, щоб після підсумовування сигналів (див. рис. 3.2) параметр на виході схеми $\hat{X} = X + \hat{\xi}$ був близький до вимірюваного параметра $X(t)$.

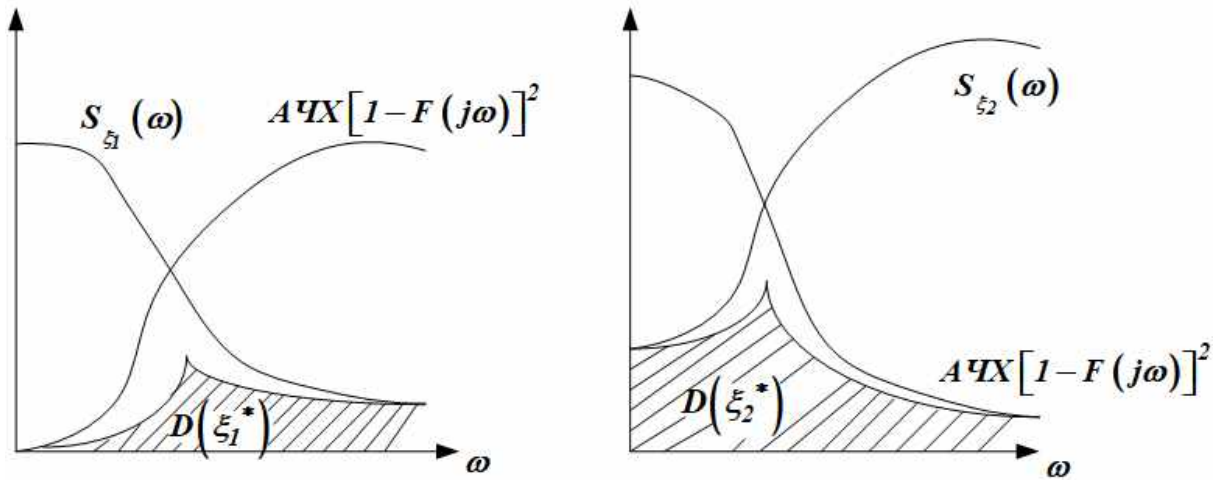

Рис. 3.3. Характеристики фільтрів

Схему компенсації можна реалізувати, використовуючи схему зі зворотним зв'язком (рис. 3.4). Рівняння помилок у цьому випадку еквівалентно отриманим раніше для схеми компенсації без зворотного зв'язку (див. рис. 3.1).

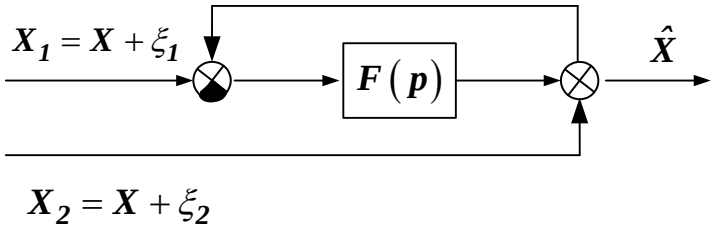

Рис. 3.4. Схема компенсації зі зворотним зв'язком

Для схеми компенсації, зображеної на рис. 3.4, можна записати як

$$\hat{X} = \left[\left(X + \xi_1 \right) - \hat{X} \right] F\left(p \right) + X + \xi_2 , \tag{3.6}$$

звідки маємо

$$\hat{X} = X + \frac{F\left(p \right)}{1 + F\left(p \right)} \xi_1 + \frac{1}{1 + F\left(p \right)} \xi_2 = X + \hat{\xi} , \tag{3.7}$$

де

$$\hat{\xi} = \frac{F\left(p \right)}{1 + F\left(p \right)} \xi_1 + \frac{1}{1 + F\left(p \right)} \xi_2 . \tag{3.8}$$

Якщо $F\left(p \right) = TP$, то рівняння помилок повністю збігаються.

Нехай ξ_1 – низькочастотна перешкода, ξ_2 – високочастотна перешкода.

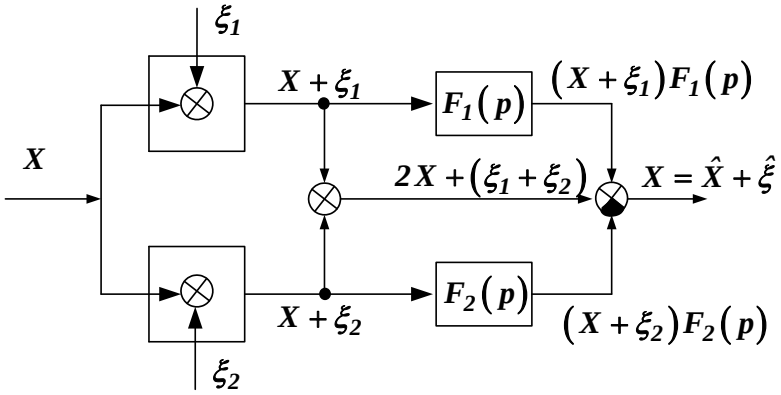

Рис. 3.5. Приклад комбінованої схеми компенсації

Фільтр низьких частот: $F_1 = \dfrac{1}{TP+1}$.

Високочастотний фільтр: $F_2 = \dfrac{TP}{TP+1}$.

$$X = \left[2X + (\xi_1 + \xi_2)\right] - \left[(X + \xi_1)F_1(p)\right] - \left[(X + \xi_2)F_2(p)\right] =$$
$$= 2X + \xi_1 - \xi_1 F_1(p) - XF_1(p) - XF_2(p) + \xi_2 - \xi_2 F_2(p) =$$
$$= 2X - \left[F_1(p) + F_2(p)\right]X + \left[1 - F_1(p)\right]\xi_1 + \left[1 - F_2(p)\right]\xi_2 =$$
$$\left\{\begin{array}{l} F_1(p) + F_2(p) = \dfrac{1}{TP+1} + \dfrac{TP}{TP+1} = \dfrac{TP+1}{TP+1} = 1 \\ 1 - F_1(p) = 1 - \dfrac{1}{TP+1} = \dfrac{TP+1-1}{TP+1} = \dfrac{TP}{TP+1} = F_2(p) \\ 1 - F_2(p) = 1 - \dfrac{TP}{TP+1} = \dfrac{TP+1-TP}{TP+1} = \dfrac{1}{TP+1} = F_1(p) \end{array}\right\} =$$
$$= \hat{X} + F_2(p)\xi_1 + F_1(p)\xi_2 = \hat{X} + \hat{\xi},$$

де $\hat{\xi} = F_2(p)\xi_1 + F_1(p)\xi_2$. Отже, в цьому випадку динамічні фільтри не пропускають відповідно на вихід високочастотну перешкоду ξ_2, тобто вона не може пройти через низькочастотний динамічний фільтр $F_1(p)$ і, навпаки, фільтр $F_2(p)$ не пропускає низькочастотну складову поміхи ξ_1.

Схема фільтрації

Схема фільтрації в разі, коли один і той же параметр вимірюється двома вимірювачами, має вигляд, показаний на рис. 3.6.

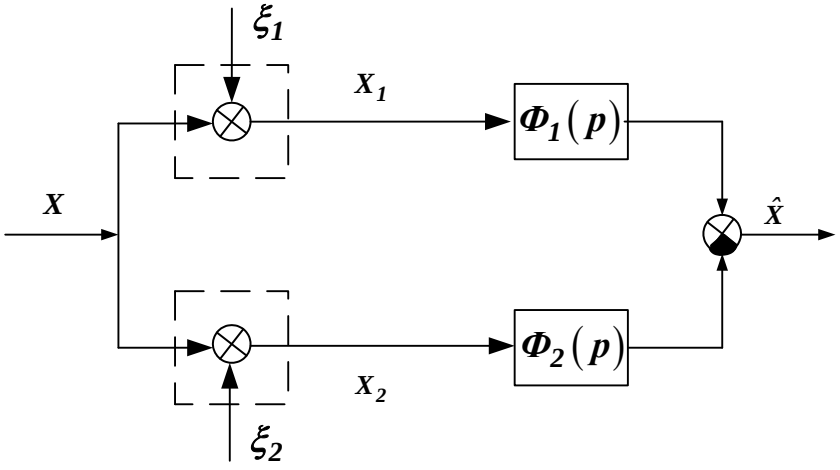

Рис. 3.6. Схема фільтрації з двома вимірювачами

Сигнал на виході такої системи описується рівнянням

$$\hat{X} = \Phi_1(p)(X + \xi_1) + \Phi_2(p)(X + \xi_2) \tag{3.9}$$

або

$$\hat{X} = \left[\Phi_1(p) + \Phi_2(p)\right]X + \Phi_1(p)\xi_1 + \Phi_2(p)\xi_2 . \tag{3.10}$$

Для того, щоб система не вносила динамічних помилок, необхідно виконувати умову

$$\Phi_1(p) + \Phi_2(p) = 1 . \tag{3.11}$$

У цьому випадку вихідний сигнал має вигляд

$$\hat{X} = X + \left[1 - \Phi_2(p)\right]\xi_1 + \Phi_2(p)\xi_2 = X + \hat{\xi} , \tag{3.12}$$

де $\hat{\xi} = \left[1 - \Phi_2(p)\right]\xi_1 + \Phi_2(p)\xi_2$.

Таким чином, при $\Phi_2(p) = F(p)$ вираз (3.12) перетворюється на вираз (3.1), що свідчить про еквівалентність схем компенсації і фільтрації.

Розглянемо параметричний синтез комплексної системи вимірювання висоти, яка використовує сигнал від радіовисотоміра і баровисотоміра.

Радіовисотомір має стаціонарну флуктуаційну помилку $\xi_{РВ} = \xi_{РВ}^{\Phi}$, що описується кореляційною функцією

$$K_{\xi_{РВ}}(\tau) = \sigma_{РВ}^2 e^{-\alpha_{РВ}|\tau|} . \tag{3.13}$$

Барометричний висотомір крім стаціонарної флуктуаційної складової помилки $\xi_{БВ}^{\Phi}$, яка описується кореляційною функцією

$$K_{\xi_{БВ}}(\tau) = \sigma_{БВ}^2 e^{-\alpha_{БВ}|\tau|} , \tag{3.14}$$

має регуляторну нестаціонарну складову

$$\xi_{БВ}^{P} = \lambda_0 , \tag{3.15}$$

де λ_0 – центрована випадкова величина із заданою дисперсією $D[\lambda_0]$.

Таким чином,

$$\xi_{БВ} = \xi_{БВ}^{Ф} + \xi_{БВ}^{Р}. \tag{3.16}$$

Спектр флуктуаційної помилки радіовисотоміра значно ширше спектра аналогічної помилки баровисотоміра ($\alpha_{РВ} > \alpha_{БВ}$), тому для реалізації комплексної системи вимірювання висоти раціонально вибрати схему з фільтром сигналу, що дорівнює різниці сигналів на низькій частоті, тобто оброблення інформації вимірників здійснювати відповідно до схеми компенсації, зображеної на рис. 3.7.

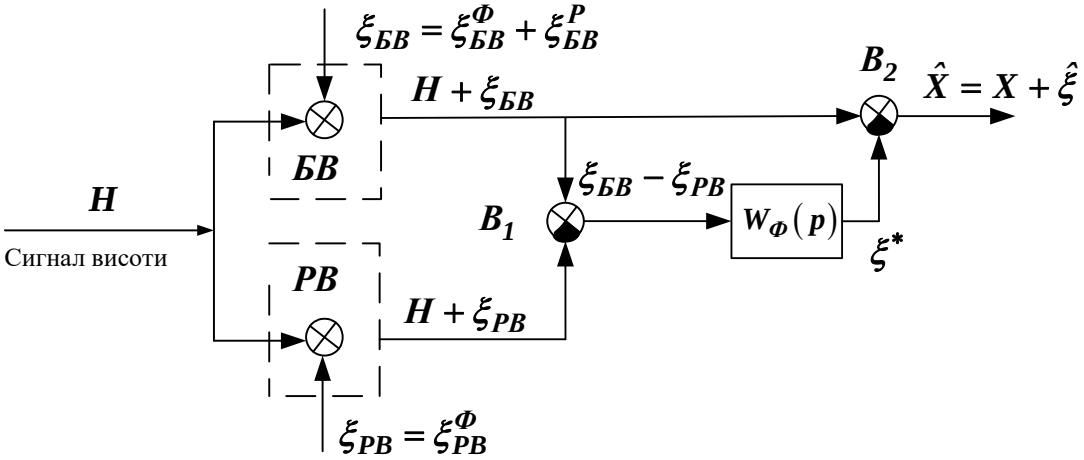

Рис. 3.7. Схема компенсації з фільтром сигналу

Вид передавальної функції фільтра з метою виділення регуляторної складової помилки баровисотоміра визначається з умов забезпечення астатизму першого порядку, тобто

$$W_Ф(p) = \frac{1}{1 + TP}, \tag{3.17}$$

де стала часу T визначається з умов мінімізації середньоквадратичної помилки комплексної системи.

У даному випадку параметричну мінімізацію зручніше проводити в частотній області. При переході до спектральних характеристик помилок має місце вираз для спектральної щільності РВ

$$S_{\xi_{РВ}}(\omega)=\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{+\infty}\sigma_{РВ}^2 e^{-\alpha_{РВ}^2|\tau|}\cdot e^{-j\omega t}d\tau=\frac{\sigma_{РВ}^2\alpha_{РВ}}{\pi\left(\alpha_{РВ}^2+\omega^2\right)}, \quad (3.18)$$

аналогічно спектральна щільність БВ

$$S_{\xi_{БВ}}(\omega)=\frac{\sigma_{БВ}^2\alpha_{БВ}}{\pi\left(\alpha_{БВ}^2+\omega^2\right)}. \quad (3.19)$$

З урахуванням того, що $\alpha_{РВ} >> \alpha_{БВ}$, спектр помилки радіовисотоміра в смузі пропускання фільтра низьких частот практично постійний і дорівнює значенню спектральної щільності при $\omega=0$:

$$S_{\xi_{РВ}}(\omega)=S_{\xi_{РВ}}(0)=\frac{\sigma_{РВ}^2}{\alpha_{РВ}\pi}. \quad (3.20)$$

Таким чином, помилку радіовисотоміра можна вважати білим шумом.

Складові помилки комплексної системи $D_i[\varepsilon]$ з урахуванням помилок окремих вимірників мають вигляд

$$D_i[\varepsilon]=\sum_{i=1}^{2}\int_{-\infty}^{+\infty}|W_i(j\omega)|^2 S_{\varepsilon i}(\omega)d\omega,\ i=\overline{1,n},\ (n=2). \quad (3.21)$$

Передавальна функція фільтра для сигналу $\xi_{БВ}$ дорівнює $\left[1-W_{Ф}(p)\right]$, і в такому випадку автоматично виконуються умови інваріантності при будь-яких параметрах фільтра $W_{Ф}(p)$. Відповідно дисперсії помилок БВ і РВ відповідно до формули (3.21) маємо

$$D_1[\varepsilon]=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\sigma_{РВ}^2}{\alpha_{РВ}\pi}\left|\frac{1}{1+j\omega T}\right|^2 d\omega=\frac{\sigma_{РВ}^2}{\alpha_{РВ}T}; \quad (3.22)$$

$$D_2[\varepsilon]=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\sigma_{БВ}^2\alpha_{БВ}}{\pi\left(\alpha_{БВ}^2+\omega^2\right)}\left|1-\frac{1}{1+j\omega T}\right|^2 d\omega=\frac{\sigma_{БВ}^2\alpha_{БВ}T}{\alpha_{БВ}T+1}. \quad (3.23)$$

Дисперсію помилки комплексної системи з урахуванням незалежності помилок вимірювачів визначають як

$$D_{\Sigma}[\varepsilon]=\sum_{i=1}^{2}D_i[\varepsilon]=\frac{\sigma_{РВ}^2}{\alpha_{РВ}T}+\frac{\sigma_{БВ}^2\alpha_{БВ}T}{\alpha_{БВ}T+1}. \qquad (3.24)$$

Вираз (3.24) є цільовою функцією, яку необхідно мінімізувати відносно параметра T. Обмеженням на параметр T є тільки його позитивність.

Позначимо

$$\alpha_{БВ}T=z;$$

$$\frac{\sigma_{БВ}^2\alpha_{РВ}}{\sigma_{РВ}^2\alpha_{БВ}}=m^2. \qquad (3.25)$$

Тоді, враховуючи (3.25), вираз (3.24) наведемо як

$$D_{\Sigma}[\varepsilon]=\sigma_{БВ}^2\left(\frac{1}{m^2z}+\frac{z}{1+z}\right)=\psi(z),\ z>0. \qquad (3.26)$$

Мінімум функції $\psi(z)$ визначають з умови

$$\frac{d\psi(z)}{dz}=0,$$

$$\frac{d^2\psi(z)}{dz^2}>0. \qquad (3.27)$$

Після диференціювання (3.26) і прирівнювання $\frac{d\psi(z)}{dz}=0$ маємо квадратичне рівняння

$$z^2\left(m^2-1\right)-2z-1=0,$$

звідки

$$z_1 = \frac{1}{m-1};$$

$$z_2 = \frac{-1}{m+1}.$$

Значення z_2 не задовольняє умову $z > 0$, тобто позитивності z. При $m > 1$ виконується $z_1 > 0$, оскільки $\sigma^2_{БВ}$ і $\sigma^2_{РВ}$ мають один порядок, а $\alpha_{РВ} >> \alpha_{БВ}$. Таким чином, рішенням (3.27) є z_1.

Досліджуючи умови для $\frac{d^2\psi(z)}{dz^2} > 0$, отримаємо

$$\frac{d^2\psi(z)}{dz^2} > 0\Big|_{z=\frac{1}{m-1}} = \frac{2\sigma^2_{БВ}}{m^2}(m-1)^3\left(1-\frac{1}{m}\right) > 0,$$

тобто $z_{опт} = \alpha_{БВ} T_{опт} = \frac{1}{m-1}$ дійсно визначає мінімум функції $\psi(z)$, що задана формулою (3.26).

Оптимальне значення сталої часу $T_{опт}$ визначають у вигляді

$$T_{опт} = \frac{1}{\alpha_{БВ}(m-1)}.$$

Лекція № 4

АЛГОРИТМИ ВИЗНАЧЕННЯ ОСНОВНИХ ПІЛОТАЖНО-НАВІГАЦІЙНИХ ПАРАМЕТРІВ ПОЛЬОТУ

Поточні значення параметрів руху ЛА в просторі з метою підвищення їх точності розраховують у вигляді оптимальних з точки зору середньоквадратичних похибок оцінки кожного з параметрів.

Для визначення таких оцінок можуть використовуватися методи оптимального оброблення інформації, а також значення математичних очікувань вимірювань параметрів за кілька циклів обчислень при дискретній обробці інформації або використанні інтеграторів із заданим значенням часу інтегрування.

Для навігаційних параметрів, що мають надмірність (структурну або інформаційну), можуть бути застосовані комплексні методи оброблення із застосуванням оптимальних фільтрів.

На сучасних ПНК ці методи застосовують найчастіше для оцінювання складової шляхової швидкості ЛА в інерціально-доплерівській системі навігації.

Можливий варіант побудови функціональної схеми таких систем показано на рис. 4.1.

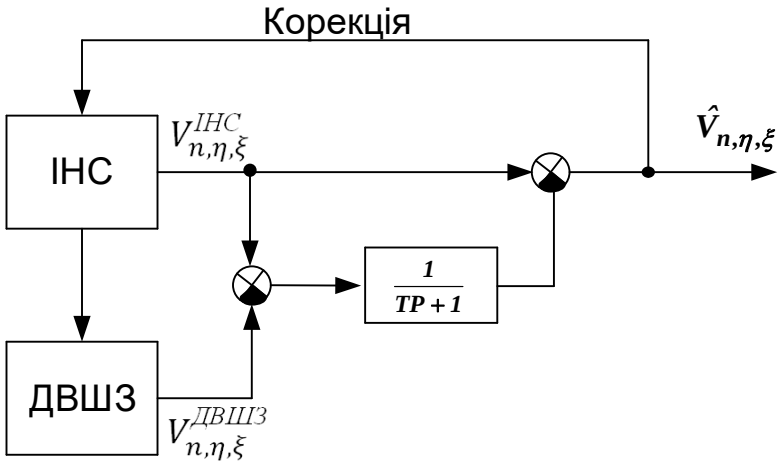

Рис. 4.1. Система оброблення та оцінювання шляхової швидкості системи ІНС-ДВШЗ

Як видно з рис. 4.1, у такій системі реалізується алгоритм оброблення інформації з ДВШЗ та ІНС за схемою компенсації. При цьому отримані в результаті комплексної обробки інформації значення проекцій шляхової швидкості $\hat{V}_{n,\eta,\xi}$ використовують для корекції інерціальної системи. У свою чергу, інформацію ІНС про кути крену γ, тангажа ϑ і

курсу ψ використовують у ДВШЗ для перерахунку вектора шляхової швидкості на осі гіроплатформи ІНС, тобто для обчислення $V_{n,\eta,\xi}^{ДВШЗ}$.

Приклад

Розглянемо особливості оцінювання висоти польоту.

1. Різні початки відліку у різних вимірників висоти і її похідних (баровисотомір, варіометр) пов'язані з ізобаричною поверхнею районів польоту; РВ – із земною поверхнею, вертикальний акселерометр – з полем прискорення.

2. Для різних умов польотів ЛА необхідно вимірювати різні висоти і їх похідні.

У зв'язку з цим виникають проблеми комплексування вимірювачів висоти через розбіжності польотної інформації.

Як приклади розглянемо деякі типові схеми субоптимальної фільтрації поздовжнього руху.

Оцінювання вертикальної швидкості

$$\hat{\dot{H}} = \dot{H} + \frac{TP^2}{TP+1}\Delta H + \frac{TP}{TP+1}\xi, \qquad (4.1)$$

де $\hat{\dot{H}}$ – оцінювання вертикальної швидкості;

$\dot{H}$ – дійсна вертикальна швидкість;

ξ – шум акселерометра.

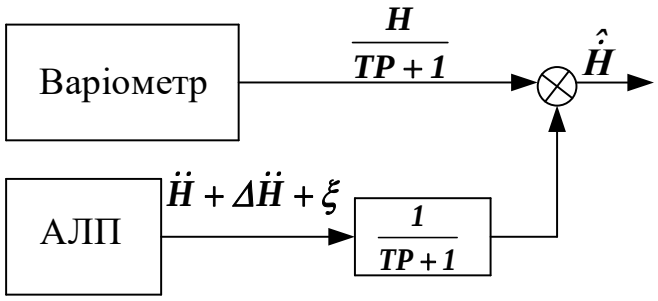

Рис. 4.2. Схема комплексування варіометра і акселерометра лінійних прискорень (АЛП)

Схема, показана на рис. 4.2, дозволяє ліквідувати інерційність варіометра. Помилка варіометра ΔH незначна, а шуми АЛП фільтруються інерційною ланкою. Однак необхідно в даній схемі забезпечити рівність сталих часу запізнювання варіометра і фільтра в ланцюзі сигналу акселерометра.

Для оцінки похідної істинної висоти шляхом диференціювання сигналу РВ доводиться стикатися з високим рівнем високочастотних шумів. Фільтрація такого сигналу призводить до запізнювання корисного сигнал, пов'язаного зі зміною висоти.

У цьому випадку позитивні результати можна отримати шляхом комплексування РВ із вертикальним акселерометром (рис. 4.3).

Для схеми рис. 4.3 вихідний сигнал в операторній формі має вигляд

$$\hat{\dot{H}}_i = \dot{H}_i + \frac{1}{TP+1}\ddot{h}_P + \frac{1}{TP+1}\xi_1 + \frac{T}{TP+1}\xi_2, \qquad (4.2)$$

де $\hat{\dot{H}}_i$ – оцінка швидкості істинної величини;

$\dot{H}_i$ – дійсна вертикальна швидкість;

$\ddot{h}_P$ – друга похідна висот рельєфу місцевості;

ξ_1 – шум РВ після диференціювання;

ξ_2 – шум акселерометра.

Тут шуми ξ_1 і ξ_2 інтенсивно фільтруються аперіодичними ланками, а наявність у вихідному сигналі складової $\ddot{h}_P$ можна розглядати як корисний ефект фільтрації дробової структури рельєфу в сигналі $\hat{\dot{H}}_i$.

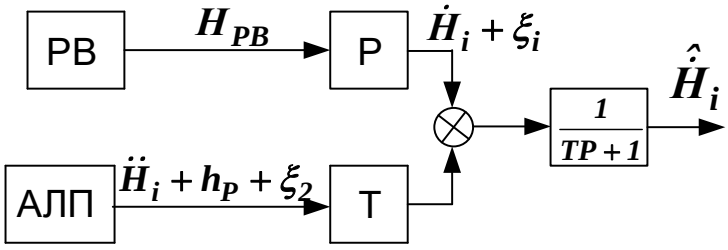

Рис. 4.3. Схема комплексування РВ і АЛП

Оцінювання усередненої істинної висоти

Таке оцінювання є необхідним при вирішенні завдань управління польотом на низькій висоті при посадці, контролі газових і нафтових трубопроводів, геологічній розвідці і т. д. З цією метою розглянемо схему комплексування вертикального каналу ІНС, радіовисотоміра і системи повітряних сигналів типу СПС (рис. 4.4).

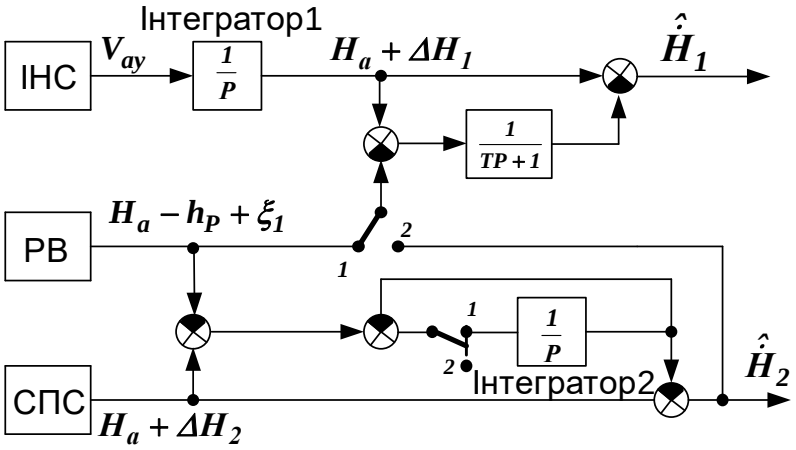

Рис. 4.4. Схема комплексування ІНС, РВ, СПС

Зведемо всі сигнали в систему відліку абсолютної висоти

$$\begin{cases} H_{IHC} = H_a + \Delta H_1; \\ H_{PB} = H_a - h_p + \xi_1; \\ H_{CПС} = H_a + \Delta H_2, \end{cases} \tag{4.3}$$

де H_{IHC}, H_{PB}, $H_{CПС}$ – вихідні сигнали відповідних вимірників;

H_a – істинна абсолютна висота польоту;

ΔH_1 і ΔH_2 – помилки, які змінюються повільно;

h_P – висота рельєфу місцевості;

ξ_1 – шум РВ.

Схема, показана на рис. 4.4, має два виходи, сигнали з яких $\hat{H}_1$ і $\hat{H}_2$ утворюються шляхом комплексного оброблення інформації РВ і ІНС – для $\hat{H}_1$, РВ і СПС – для $\hat{H}_2$. В операторній формі оцінка виходів 1 і 2

$$\hat{H}_{1,2} = H_a - \frac{1}{TP+1} h_P + \frac{TP}{TP+1} \Delta H_{1,2} + \frac{1}{TP+1} \xi_1. \tag{4.4}$$

Згідно з (4.4) H_1 і H_2 – це оцінки істинної висоти відносно усередненого рельєфу місцевості, оскільки висота рельєфу фільтрується аперіодичною ланкою.

Основним вихідним сигналом є сигнал $\hat{H}_1$. У разі відмови ІНС використовують сигнал $\hat{H}_2$. При відмові РВ контакти за схемою перемикаються в положення 2. На виході інтегратора 2 запам'ятовується усереднена висота рельєфу місцевості (спільно з помилкою ΔH_2), і сигнал

H_2 надходить замість сигналу РВ у верхню частину схеми для компенсації помилок вертикального каналу ІНС. Так забезпечується високий рівень функціонального резервування вимірювачів висоти.

Таким чином, з наведених вище прикладів випливає, що під час синтезу комплексної системи вимірювання параметрів руху ЛА важливим є вибір схеми комплексного оброблення інформації вимірників, а також визначення параметрів комплексної системи (коефіцієнтів посилення, сталих часу і т. д.).

Визначення координат місцезнаходження ЛА

Для вирішення навігаційних задач приймають модель руху центру мас ЛА в прямокутній системі координат

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = V_{nx}; \\ \dfrac{dy}{dt} = V_{ny}, \end{cases} \tag{4.5}$$

де x, y – координати місцезнаходження ЛА;

V_{nx}, V_{ny} – швидкість зміни координат у напрямку осей X і Y.

Таким чином, поточні координати місця розташування ЛА можуть бути отримані шляхом інтегрування (4.5) за умови $x(0) = x_0$ і $y(0) = y_0$:

$$\begin{cases} X = x_0 + \int_0^t V_{nx} dt; \\ Y = y_0 + \int_0^t V_{ny} dt. \end{cases} \tag{4.6}$$

У тому випадку, якщо за навігаційну систему координат використовують праву ортодромічну систему координат, єдину для всього району польотів, то рівняння (4.6) матиме вигляд

$$\begin{cases} X = X_0 + \int_0^t V_{nx} dt = X_0 + \int_0^t V_n \cos\psi_{opm} dt; \\ Y = Y_0 + \int_0^t \frac{V_{ny}}{\cos\frac{x}{R}} dt = Y_0 + \int_0^t \frac{V_n}{\cos\frac{x}{R}} \sin\psi_{opm} dt, \end{cases} \quad (4.7)$$

де ψ_{opm} – ортодромічний курс ЛА;

R – радіус Землі.

Реалізацію моделі (4.5) здійснюють у ПНК за допомогою ОЧП (аналогового або цифрового). В інших випадках вирішують такі рівняння:

$$\begin{cases} X_i = X_0 + \sum_{i=1}^{n} V_{nx_i} \Delta t; \\ Y_i = Y_0 + \sum_{i=1}^{n} V_{ny_i} \Delta t \end{cases} \quad (4.8)$$

або

$$\begin{cases} X_i = X_{i-1} + V_{nx_i} \Delta t; \\ Y_i = Y_{i-1} + V_{ny_i} \Delta t, \end{cases} \quad (4.9)$$

де X_{i-1} і Y_{i-1} – координати місця розташування ЛА на $(i-1)$-му кроці обчислень;

Δt – тривалість циклу обчислень $\left(\Delta t \in [0{,}1 ... 0{,}5]\right) c$ і залежить від умов польоту і типу БЦОМ.

У разі використання для обчислення шляху геоцентричної системи координат математична модель руху ЛА, яку використовують у БЦОМ, має вигляд

$$\begin{cases} \varphi_i = \varphi_{i-1} + \frac{V_{n\varphi_i}}{R} \cos\left(\psi_i \Delta t\right); \\ \lambda_i = \lambda_{i-1} + \frac{V_{n\lambda_i}}{R\cos\varphi_i} \sin\left(\psi_i \Delta t\right), \end{cases}$$

де ψ – істинний курс ЛА.

У сучасних навігаційних комплексах використовують такі режими обчислення шляху:

- інерціальний;
- інерціально-доплерівський;
- курсо-повітряний.

Основним режимом є інерційний або інерційно-доплерівський. Курсо-повітряний режим (курс – від КС або ІНС, повітряна швидкість – від СПС) розглядають як резервний.

Рівняння оцінки помилки у визначенні координати X розташування ЛА інерціальним способом має вигляд

$$\Delta x(t) = \Delta x_0 + \left(\frac{\Delta V_{x_0}}{\omega_{Ш}}\right)\sin\omega_{Ш}t + \frac{g\varepsilon_{x_0} + \delta_{a_x}}{\omega_{Ш}}\left(1 - \cos\omega_{Ш}t\right) + \left(\frac{g\omega_{qx}}{\omega_{Ш}^3}\right)\cdot\left(\omega_{Ш}t - \sin\omega_{Ш}t\right),$$

де Δx_0 – початкова помилка виставки ІНС за координатою X;

ΔV_{x_0} – початкова помилка виставки ІНС за швидкістю;

ε_{x_0} – початкова помилка виставки гіроплатформи ІНС;

δ_{a_x} – помилка вимірювання прискорення ЛА акселерометра;

ω_{qx} – кутова швидкість дрейфу гіроплатформи;

g – прискорення вільного падіння;

$\omega_{Ш}$ – частота Шулера.

Аналогічним є рівняння оцінки помилки визначення координати У. Таким чином, у загальному випадку помилка у визначенні координат місця розташування ЛА за допомогою ІНС складається з чотирьох складових:

- перша – сталої;
- друга – коливальної з періодом Шулера;
- третя – коливальної з періодом Шулера;
- четверта – збільшується з часом і моделюється коливаннями з періодом Шулера.

Якщо переваги ІНС очевидні – висока перешкодозахищеність, автономність, то система ІНС-ДВШЗ має деякі недоліки.

Сучасні ДВШЗ забезпечують високу точність вимірювання проекції швидкості польоту в напрямку випромінювання $\left(\sigma_{V_П} = [0{,}1...0{,}2]\%V_П\right)$. Але збереження такої точності – завдання, надзвичайно складне через перерахунок виміряних складових шляхової швидкості по осі системи координат обчислення шляху. Розглянемо схему алгоритму такого перерахунку.

ДВШЗ має три або чотири вимірювальних променя, орієнтованих під фіксованими кутами відносно площини антенної системи. Доплерівські

частоти F_{qi}, $i=\overline{1,4}$ спільно з інформацією про характер відбивальної поверхні (поправка $\Delta x_{0П}$) є вихідними сигналами ДВШЗ, згідно з якими в БЦОМ здійснюється обчислення складових швидкості ЛА в проекціях на осі системи координат, пов'язаної з антенною системою ДВШЗ, тобто V_{na1}, V_{na2}, V_{na3} (рис. 4.5).

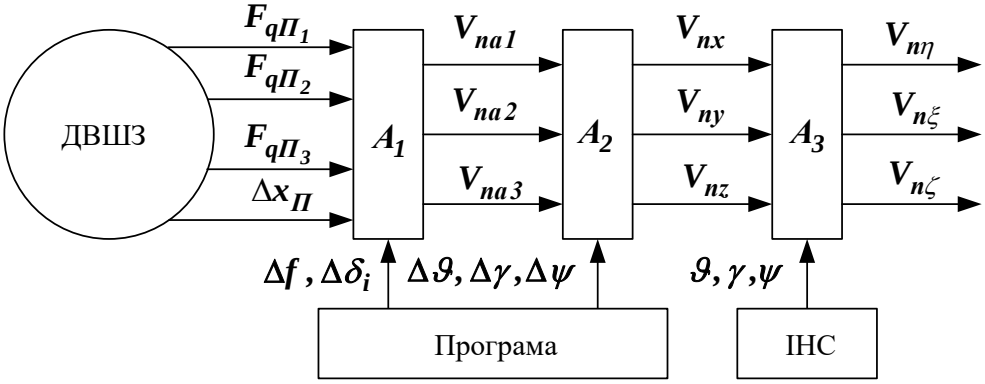

Рис. 4.5. Система перерахунку складових швидкостей з ДВШЗ у складові системи координат ІНС

Тут f – частота передавача; δ_i – кути установки променів; A_1 – алгоритм обліку похибок ДВШЗ; A_2 – алгоритми перерахунку складових шляхової швидкості на осі, пов'язані з корпусом гіроплатформи ІНС; $\Delta\vartheta$, $\Delta\gamma$, $\Delta\psi$, – помилки взаємної орієнтації ДВШЗ і ІНС; A_3 – алгоритм перерахунку швидкостей від пов'язаної системи координат з корпусом гіроплатформи в складові шляхової швидкості, наприклад, відносно інерціальної або стартової системи координат; ϑ, γ, ψ – кути, вимірювані ІНС.

Сучасні ДВШЗ вимірюють шляхову швидкість у діапазоні 150 ...2500 км/год, кут зносу $\delta=\pm 30^0$ і на висотах 15 ... 20000 м. Зауважимо, що при маневруванні, наборах висоти, крену і тангажа $5...10^0$ точності вимірювань V_{ni} і δ низькі.

Як було вказано, резервною системою є курсо-повітряна система обчислення координат місця розташування ЛА.

Складові шляхової швидкості ЛА V_{nx} і V_{ny} в разі повітряного обчислення і правої ортодромічної системи координат (рис. 4.6) можуть бути визначені так:

$$\begin{cases} V_{nx} = V\sin\psi_{opm} + W\sin\delta_0; \\ V_{ny} = V\cos\psi_{opm} + W\cos\delta_0, \end{cases}$$

де V – повітряна швидкість ЛА (вимірюється системою СПС);

ψ_{opm} – ортодромічний курс ЛА (вимірюється курсовою системою);

W – швидкість вітру;

δ_0 – ортодромічний напрямок вітру.

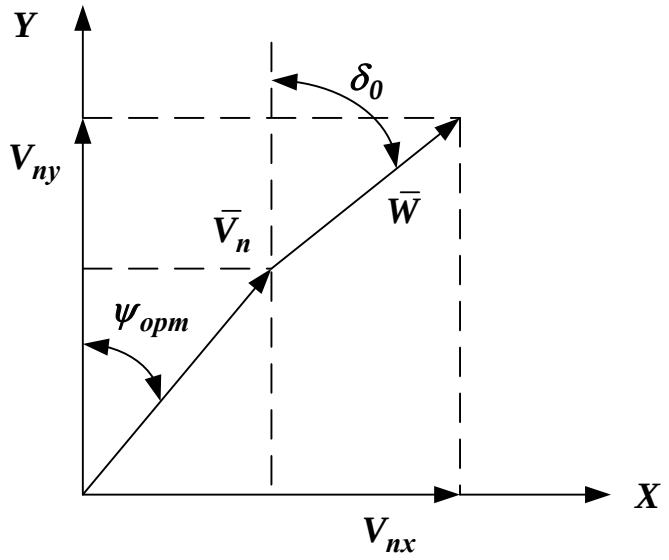

Рис. 4.6. Схематичне зображення складових шляхової швидкості ЛА

Характерні значення точності обчислення шляху для різних режимів роботи ПНК, що, як правило, наводять у вигляді лінійних залежностей середньоквадратичного відхилення (СКВ) кругової помилки від пройденого шляху S або часу польоту t, тобто $\sigma_r = K_S S$ або $\sigma_r = K_t t$ наведені в табл. 4.1.

Таблиця 4.1

Характерні значення точності обчислення шляху для різних режимів роботи ПНК

Режими обчислення		Помилка (СКО)
Курсо-повітряний		$\sigma_r \in [2\ldots10]\%S$
Інерціально-доплерівський		$\sigma_r \in [0{,}2\ldots0{,}5]\%S$
Інерційні	Грубі ІНС	$\sigma_r = 10км/1год\ польоту$
	Середній клас ІНС	$\sigma_r \in [3\ldots5]км/1год\ польоту$
	Прецизійні ІНС	$\sigma_r \in [0{,}2\ldots0{,}5]км/1год\ польоту$

Лекція № 5

АЛГОРИТМ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАННЯ ЗГІДНО З МЕТОДОМ НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ

Метод найменших квадратів застосовують для отримання оцінок оброблення накопичених вимірів. У тому випадку, якщо виконано m вимірювань координат X (параметрів) системи,

$$\dot{X}(t) = A(t)X(t) + B(t)V_x(t), \tag{5.1}$$

а оскільки компоненти вектора спостереження

$$Y(t) = H(t)X(t) \tag{5.2}$$

вимірюють з помилками, то, як наслідок вимірювань, отримують новий вектор, тобто вектор вимірювань

$$Z(t) = Y(t) + V_z(t). \tag{5.3}$$

У виразах (5.1) – (5.3) позначено: $\dot{X}(t)$ – n-вимірний вектор стану системи; $A(t)$ – квадратична матриця коефіцієнтів системи розмірності $n \times n$; $B(t)$ – матриця збурень розмірності $m \times k$; $V_x(t)$ – k-вимірний вектор збурень, що діють на вході динамічної системи; $H(t)$ – матриця зв'язку (спостережень); $Z(t)$ – вектор вимірювань.

Таким чином, згідно з вектором вимірювань Z і заданої матриці спостереження H потрібно найкращим чином оцінити стан вектора X. Критерієм такої оцінки згідно з методом найменших квадратів є функціонал

$$J = \sum_{i=1}^{m} V_{zi}^T V_{zi}, \tag{5.4}$$

який мінімізує суму квадратів помилок вимірювання V_{zi}.

У матричному вигляді критерій (5.4) має вигляд

$$J = \left|V_{z1}V_{z2}...V_{zm}\right| \begin{vmatrix} V_{z1} \\ V_{z2} \\ \vdots \\ V_{zm} \end{vmatrix} \tag{5.5}$$

або з урахуванням того, що $Z = HX + V_z$, запишеться так:

$$J = \left(Z - HX\right)^T \left(Z - HX\right). \tag{5.6}$$

Оцінку вектора стану $\hat{X}$ системи $\dot{X}$ можна отримати шляхом вирішення рівняння

$$\frac{d}{dX}\left(V^T V\right) = V^T \frac{dV}{dX} + V\frac{dV^T}{dX} = \frac{d}{dX}\left(Z - HX\right)^T \left(Z - HX\right) =$$
$$= \left(Z - HX\right)^T H + \left(Z - HX\right)H^T, \tag{5.7}$$

застосовуючи яке до (5.6), отримаємо

$$H^T\left(Z - H\hat{X}\right) + \left(Z - H\hat{X}\right)^T H = 0. \tag{5.8}$$

Вираз (5.8) набуває значення, яке дорівнює нулю в тому випадку, коли складові дорівнюють нулю

$$H^T\left(Z - H\hat{X}\right) = 0;$$
$$\left(Z - H\hat{X}\right)^T H = 0. \tag{5.9}$$

Із виразу

$$H^T\left(Z - H\hat{X}\right) = 0 \tag{5.10}$$

випливає

$$H^T Z - H^T H\hat{X} = 0,$$

звідки

$$\hat{X} = \left(H^T H\right)^{-1} H^T Z . \qquad (5.11)$$

Тепер сформуємо необхідні і достатні умови отримання оптимальних оцінок вектора стану $\hat{X}$ системи X методом найменших квадратів, який передбачає:

- наявність накопичення спостережень $Z_i, i = \overline{1,m}$;
- значення матриці спостереження H;
- перемноження матриць $H^T H$ так, що $\left|H^T H\right| \neq 0$.

Структурна схема отримання оптимальних оцінок методом найменших квадратів може бути показана у вигляді рис. 5.1:

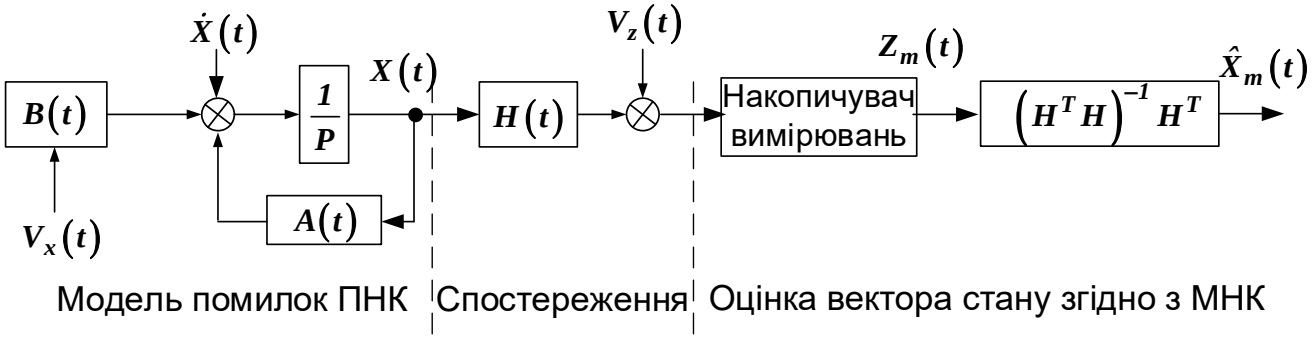

Рис. 5.1. Структурна схема отримання оптимальних оцінок методом найменших квадратів

Отримання оцінки $\hat{X}$ пов'язано з накопиченням спостережень Z_m, внаслідок чого нова оцінка параметра не збігається за часом з його поточним значенням через необхідність часу на накопичення спостережень. Тому алгоритм МНК для оцінювання X використовують у разі вимірювання одного і того ж параметра кількома датчиками.

Розглянемо приклад використання МНК для оцінювання пілотажно-навігаційних параметрів польоту.

Приклад

Розглянемо систему вимірювання кутового положення ЛА з використанням МНК. У даній системі на основі інформації від трьох ідентичних ІНС обчислюють кут крену ЛА. Показання першої, другої і третьої ІНС відповідно дорівнюють

$$\begin{cases} Z_1 = \gamma + \xi_1; \\ Z_2 = \gamma + \xi_2; \\ Z_3 = \gamma + \xi_3, \end{cases}$$

де γ – поточне значення кута крену;

ξ_1, ξ_2, ξ_3 – помилки ІНС (компоненти вектора V_Z).

У матричній формі система рівнянь ІНС має вигляд

$$Z = HX + V_Z,$$

де $Z = |Z_1 Z_2 Z_3|^T$; $H = |1\ 1\ 1|^T$; $X = \gamma$; $V_Z = |\xi_1 \xi_2 \xi_3|^T$.

Отже, необхідно відповідно до спостереження Z і заданої матриці спостереження H здійснити оцінку стану вектора X.

Оцінкою кута крену згідно з МНК є

$$\hat{X} = \left(H^T H\right)^{-1} H^T Z,$$

де а) $H^T H = |1\ 1\ 1| \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix} = 1 + 1 + 1 = 3$;

б) $\left(H^T H\right)^{-1} = \frac{1}{3}$;

в) $\left(H^T H\right)^{-1} H^T = \frac{1}{3}(1\ 1\ 1) = \left|\frac{1}{3}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{3}\right|$.

Отримані значення підставимо в попередній вираз:

$$\hat{X} = \left(H^T H\right)^{-1} H^T Z = \left|\frac{1}{3}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{3}\right| \begin{vmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{vmatrix} = \frac{Z_1 + Z_2 + Z_3}{3} = \gamma + \frac{\xi_1 + \xi_2 + \xi_3}{3}.$$

Таким чином, у даному випадку значення крену визначають як середнє арифметичне показань трьох інерційних систем.

Алгоритм оцінки згідно з методом максимуму правдоподібності (ММП)

Алгоритм оцінки згідно з ММП, як і алгоритм оцінки згідно з МНК, потребує накопичення вимірювань, тобто наявності вектора

спостереження. При цьому передбачається, що помилки вимірювань розподілені згідно з нормальним законом. Тоді щільність розподілу ймовірності вектора V_{Zm} (збурення) має вигляд

$$P(V_{Zm}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^m |R_Z|}} exp\left[-\frac{1}{2} V_{Zm}{}^T R_Z^{-1} V_{Zm} \right], \qquad (5.12)$$

де R_Z – кореляційна матриця помилок вимірювання;

$|R_Z|$ – визначник матриці R_Z.

Використання алгоритму ММП передбачає наявність неособливої матриці R_Z, тобто $|R_Z| \neq 0$.

Оскільки $Z_m = HX_m + V_{Zm}$, то звідси

$$V_{Zm} = Z_m - HX_m, \qquad (5.13)$$

і після підстановки (5.13) в (5.12) отримаємо функцію правдоподібності $\psi(X)$:

$$\psi(X) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^m |R_Z|}} exp\left[-\frac{1}{2} (Z_m - HX_m)^T R_Z^{-1} (Z_m - HX_m) \right], \qquad (5.14)$$

де $\psi(X)$ – функція правдоподібності.

Функція $\psi(X)$ являє собою щільність розподілу помилок вимірювання.

Необхідно вибрати таку оцінку $\hat{X}_m$, при якій функція правдоподібності $\psi(X)$ перетворюється на максимум, який відповідає мінімуму квадратів відхилень вимірюваних координат вектора X від їх дійсного значення, для чого необхідно, щоб

$$\frac{\partial \psi}{\partial X} = 0.$$

На практиці більш раціонально обчислення не самої функції правдоподібності, а її логарифма, тобто

$$Ln\psi(X) = Ln\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^m |R_Z|}} exp - \frac{1}{2}(Z_m - HX_m)^T R_Z^{-1}(Z_m - HX_m). \quad (5.15)$$

Знайшовши похідну рівняння (5.15) за компонентами вектора X_m і прирівнюючи отриманий результат нулю, визначимо

$$\frac{1}{2}H^T R_Z^{-1}\left(Z_m - H\hat{X}_m\right) + \frac{1}{2}HR_Z^{-1}\left(Z_m - H\hat{X}_m\right)^T = 0. \quad (5.16)$$

Як видно з (5.16), один доданок є транспонованим виразом іншого, тому досить прирівняти нулю, наприклад, перший доданок

$$H^T R_Z^{-1}\left(Z_m - H\hat{X}_m\right) = 0,$$

звідки

$$\hat{X}_m = \left(H^T R_Z^{-1} H\right)^{-1} H^T R_Z^{-1} Z_m. \quad (5.17)$$

Вираз (5.17) є вихідним для розроблення алгоритму оптимальної оцінки вектора стану системи вимірювань згідно з методом максимуму правдоподібності. Таким чином, для визначення даних оцінок перш за все необхідно:

- здійснити накопичення спостережень Z_m;
- визначити кореляційну матрицю R_Z помилок вимірювань;
- визначити матрицю зв'язку спостереження H.

Структурна схема отримання оптимальних оцінок згідно з методом ММП показана на рис. 5.2.

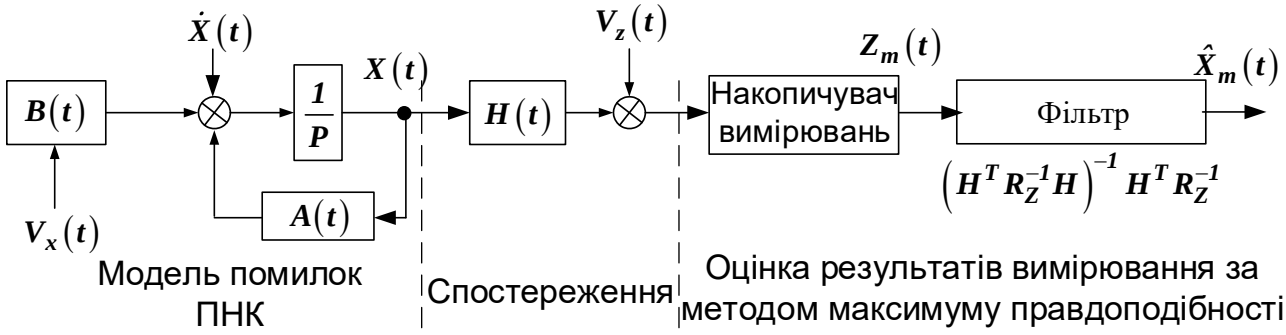

Рис. 5.2. Структурна схема отримання оптимальних оцінок згідно з методом максимуму правдоподібності

Як і для алгоритму за МНК при отриманні оцінки вектора стану $\hat{X}_m$, так і відповідно до ММП необхідно здійснювати накопичення результатів вимірювань Z_m. Тому метод ММП придатний за умови вимірювання одного і того ж параметра кількома системами в одні і ті ж моменти часу.

Приклад

Географічну широту ЛА φ вимірюють за допомогою ІНС і астроорієнтатора (зоряно-сонячного) ЗСО, помилки ІНС і ЗСО некорельовані. Згідно з паспортними даними дисперсії помилок ІНС і ЗСО становлять

$$\sigma^2_{ІНС} = (6')^2,\ \sigma^2_{ЗСО} = (3')^2.$$

Потрібно здійснити оцінку визначення широти, використовуючи метод максимальної правдоподібності за умови, що показання ІНС на даний момент часу становлять $50^0 24'$, а показання ЗСО – відповідно $50^0 30'$.

Рішення

Оцінка параметра методом ММП може бути здійснена відповідно до виразу (5.17), де $H = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix}$, $R_Z = \begin{vmatrix} \sigma^2_{ІНС} & 0 \\ 0 & \sigma^2_{ЗСО} \end{vmatrix}$, $Z = \begin{vmatrix} Z_{ІНС} \\ Z_{ЗСО} \end{vmatrix}$.

$$H^T \cdot R_Z^{-1} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \frac{1}{\sigma^2_{ІНС}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma^2_{ЗСО}} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1}{\sigma^2_{ІНС}} & \frac{1}{\sigma^2_{ЗСО}} \end{vmatrix};$$

$$H^T \cdot R_Z^{-1} \cdot H = \begin{vmatrix} \frac{1}{\sigma^2_{ІНС}} & \frac{1}{\sigma^2_{ЗСО}} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1}{\sigma^2_{ІНС}} + \frac{1}{\sigma^2_{ЗСО}} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\sigma^2_{ЗСО} + \sigma^2_{ІНС}}{\sigma^2_{ЗСО} \cdot \sigma^2_{ІНС}} \end{vmatrix};$$

$$\left(H^T \cdot R_Z^{-1} \cdot H\right)^{-1} = \left| \frac{\sigma^2_{ЗСО} + \sigma^2_{ІНС}}{\sigma^2_{ЗСО} \cdot \sigma^2_{ІНС}} \right|^{-1} = \left| \frac{\sigma^2_{ЗСО} \cdot \sigma^2_{ІНС}}{\sigma^2_{ЗСО} + \sigma^2_{ІНС}} \right|;$$

$$\left(\boldsymbol{H}^{\boldsymbol{T}}\cdot\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{Z}}^{-\boldsymbol{1}}\cdot\boldsymbol{H}\right)^{-\boldsymbol{1}}\cdot\boldsymbol{H}^{\boldsymbol{T}}=\left|\frac{\sigma_{\boldsymbol{3CO}}^{\boldsymbol{2}}\cdot\sigma_{\boldsymbol{IHC}}^{\boldsymbol{2}}}{\sigma_{\boldsymbol{3CO}}^{\boldsymbol{2}}+\sigma_{\boldsymbol{IHC}}^{\boldsymbol{2}}}\right|\cdot\left|\boldsymbol{1}\quad\boldsymbol{1}\right|=\left|\frac{\sigma_{\boldsymbol{IHC}}^{\boldsymbol{2}}\cdot\sigma_{\boldsymbol{3CO}}^{\boldsymbol{2}}}{\sigma_{\boldsymbol{3CO}}^{\boldsymbol{2}}+\sigma_{\boldsymbol{IHC}}^{\boldsymbol{2}}}\quad\frac{\sigma_{\boldsymbol{IHC}}^{\boldsymbol{2}}\cdot\sigma_{\boldsymbol{3CO}}^{\boldsymbol{2}}}{\sigma_{\boldsymbol{3CO}}^{\boldsymbol{2}}+\sigma_{\boldsymbol{IHC}}^{\boldsymbol{2}}}\right|;$$

$$\left(\boldsymbol{H}^{\boldsymbol{T}}\cdot\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{Z}}^{-\boldsymbol{1}}\cdot\boldsymbol{H}\right)^{-\boldsymbol{1}}\cdot\boldsymbol{H}^{\boldsymbol{T}}\cdot\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{Z}}^{-\boldsymbol{1}}=\left|\frac{\sigma_{\boldsymbol{IHC}}^{\boldsymbol{2}}\cdot\sigma_{\boldsymbol{3CO}}^{\boldsymbol{2}}}{\sigma_{\boldsymbol{3CO}}^{\boldsymbol{2}}+\sigma_{\boldsymbol{IHC}}^{\boldsymbol{2}}}\quad\frac{\sigma_{\boldsymbol{IHC}}^{\boldsymbol{2}}\cdot\sigma_{\boldsymbol{3CO}}^{\boldsymbol{2}}}{\sigma_{\boldsymbol{3CO}}^{\boldsymbol{2}}+\sigma_{\boldsymbol{IHC}}^{\boldsymbol{2}}}\right|\cdot\left|\begin{array}{cc}\dfrac{\boldsymbol{1}}{\sigma_{\boldsymbol{IHC}}^{\boldsymbol{2}}} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \dfrac{\boldsymbol{1}}{\sigma_{\boldsymbol{3CO}}^{\boldsymbol{2}}}\end{array}\right|=$$

$$=\left|\frac{\sigma_{\boldsymbol{3CO}}^{\boldsymbol{2}}}{\sigma_{\boldsymbol{3CO}}^{\boldsymbol{2}}+\sigma_{\boldsymbol{IHC}}^{\boldsymbol{2}}}\quad\frac{\sigma_{\boldsymbol{IHC}}^{\boldsymbol{2}}}{\sigma_{\boldsymbol{3CO}}^{\boldsymbol{2}}+\sigma_{\boldsymbol{IHC}}^{\boldsymbol{2}}}\right|.$$

Таким чином, оцінка координат φ за результатами вимірювань ІНС і ЗСО:

$$\hat{\boldsymbol{\varphi}}=\left(\boldsymbol{H}^{\boldsymbol{T}}\cdot\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{Z}}^{-\boldsymbol{1}}\cdot\boldsymbol{H}\right)^{-\boldsymbol{1}}\cdot\boldsymbol{H}^{\boldsymbol{T}}\cdot\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{Z}}^{-\boldsymbol{1}}\cdot\boldsymbol{Z}=\left(\boldsymbol{H}^{\boldsymbol{T}}\cdot\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{Z}}^{-\boldsymbol{1}}\cdot\boldsymbol{H}\right)^{-\boldsymbol{1}}\cdot\boldsymbol{H}^{\boldsymbol{T}}\cdot\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{Z}}^{-\boldsymbol{1}}\cdot\left|\begin{array}{c}\boldsymbol{Z}_{\boldsymbol{IHC}}\\ \boldsymbol{Z}_{\boldsymbol{3CO}}\end{array}\right|.$$

Після підстановки числових значень маємо

$$\hat{\boldsymbol{\varphi}}=\frac{\sigma_{\boldsymbol{3CO}}^{\boldsymbol{2}}}{\sigma_{\boldsymbol{3CO}}^{\boldsymbol{2}}+\sigma_{\boldsymbol{IHC}}^{\boldsymbol{2}}}\boldsymbol{Z}_{\boldsymbol{IHC}}+\frac{\sigma_{\boldsymbol{IHC}}^{\boldsymbol{2}}}{\sigma_{\boldsymbol{3CO}}^{\boldsymbol{2}}+\sigma_{\boldsymbol{IHC}}^{\boldsymbol{2}}}\boldsymbol{Z}_{\boldsymbol{3CO}}=$$

$$=\frac{\boldsymbol{3}'}{\boldsymbol{6}'+\boldsymbol{3}'}\times\boldsymbol{50^0 24}'+\frac{\boldsymbol{6}'}{\boldsymbol{6}'+\boldsymbol{3}'}\times\boldsymbol{50^0 30}'=\boldsymbol{50^0 28}'.$$

Лекція № 6

РЕКУРЕНТНИЙ МЕТОД ОБРОБЛЕННЯ ІНФОРМАЦІЇ

Рекурентний метод оброблення інформації (РМОІ) дозволяє отримати оцінку параметра після кожного випробування. Щоб це пояснити, вважаємо, що виконано вимірювань m параметрів X, тобто

$$Z_i = X + \nu_{zi}; \quad i = \overline{1,m},$$

де X – вимірюваний параметр;

ν_{zi} – помилка i-го спостереження (вимірювання).

За результатами оцінки вимірюваного параметра X_m під час проведення m спостереження приймемо

$$\hat{X}_m = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} Z_i \,. \tag{6.1}$$

Тоді на черговому кроці $(i+1)$вимірювання значення оцінки

$$\hat{X}_{m+1} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{m} Z_i\right) + Z_{m+1}}{m+1} = \frac{m}{m+1}\left(\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} Z_i\right) + \frac{1}{m+1} Z_{m+1} \tag{6.2}$$

або

$$\hat{X}_{m+1} = \frac{m}{m+1}\hat{X}_m + \frac{1}{m+1} Z_{m+1},$$

де Z_{m+1} – останнє $(m+1)$ спостереження.

До правої частини (6.2) додамо і віднімемо $\hat{X}_m$:

$$\hat{X}_{m+1} = \hat{X}_m + \left(\frac{m}{m+1} - 1\right)\hat{X}_m + \frac{1}{m+1} Z_{m+1} = \hat{X}_m - \frac{1}{m+1}\hat{X}_m + \frac{1}{m+1} Z_{m+1} =$$

$$= \hat{X}_m + \frac{1}{m+1}\left(Z_{m+1} - \hat{X}_m\right).$$

Позначимо $k = \dfrac{1}{m+1}$, де k – коефіцієнт ваги.

Тоді остаточно маємо

$$\hat{X}_{m+1} = \hat{X}_m + k\left(Z_{m+1} - \hat{X}_m\right). \qquad (6.3)$$

Таким чином, оцінку $\hat{X}_{m+1}$ можна отримати на підставі попередньої оцінки $\hat{X}_m$ шляхом додавання її з різницею між новим спостереженням Z_{m+1} і попередньою оцінкою, помноженою на коефіцієнт ваги k. У цьому випадку немає необхідності збереження m спостережень, отриманих на попередніх етапах вимірювання, оскільки вся попередня інформація об'єднана в апріорній оцінці $\hat{X}_m$.

Математична модель рекурентного методу оброблення інформації показана на рис. 6.1.

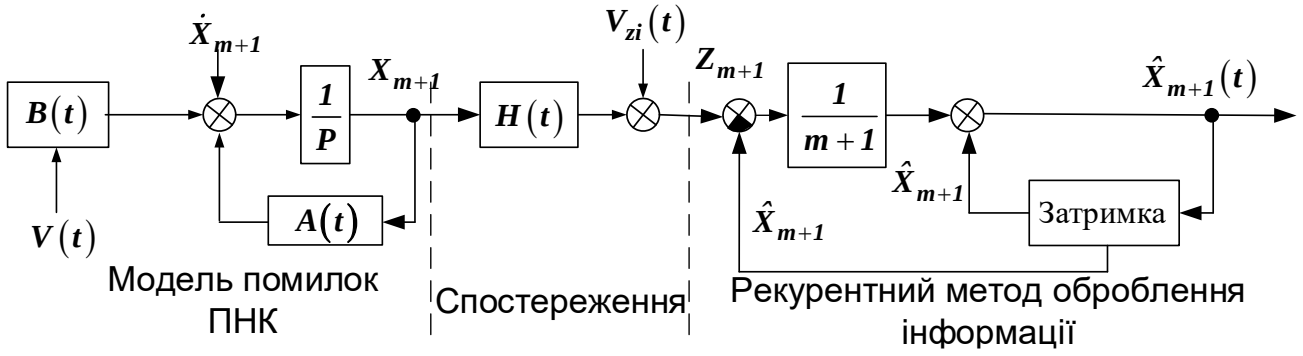

Рис. 6.1. Математична модель рекурентного методу оброблення інформації

Рекурентний алгоритм (6.3) пов'язує поточне значення оцінки $\hat{X}_{m+1}$ з її попереднім значенням $\hat{X}_m$.

Різниця $\left(Z_{m+1} - \hat{X}_m\right)$ стає показником якості або цінності інформації, яку отримують на етапі спостереження $m+1$ при отриманні Z_{m+1}. Дійсно, якщо різниця $\left(Z_{m+1} - \hat{X}_m\right) \approx 0$, то значення Z_{m+1} не несе нової інформації порівняно з апріорною, тобто $\hat{X}_m = \hat{X}_{m+1}$.

При $Z_{m+1} \neq \hat{X}_m$ з урахуванням вагового коефіцієнта k можна отримати істотне уточнення оцінки $\hat{X}_m$, отриманої на попередньому кроці.

Недоліком цього методу є те, що коефіцієнт ваги $k = \frac{1}{m+1}$ отримано без використання критерію оптимальності, і тому оцінка $\hat{X}_{m+1}$ є неоптимальною.

Приклад застосування рекурентного способу

Нехай є такі результати вимірювань:

Номер вимірювання	1	2	3	4	5	6
Результат вимірювання	1,00	1,01	1,05	1,03	1,02	1,04

Оцінимо результати вимірювань після 5-го і 6-го вимірювань, використовуючи оцінку у вигляді математичного очікування:

а) для п’яти вимірювань:

$$\hat{X}_5 = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5} X_i = \left(1.00 + 1.01 + 1.05 + 1.03 + 1.02\right) = \frac{5,11}{5} = 1.022;$$

б) для шести вимірювань:

$$\hat{X}_6 = \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6} X_i = \left(1.00 + 1.01 + 1.05 + 1.03 + 1.02 + 1,04\right) = \frac{6,15}{6} = 1,025.$$

Дамо оцінку 6-го вимірювання за рекурентним методом:

$$\hat{X}_6 = \hat{X}_5 + K\left(\hat{X}_6 - \hat{X}_5\right),$$

де коефіцієнт ваги $K = \frac{1}{m+1} = \frac{1}{5+6} = \frac{1}{6}$.

Отже,

$$\hat{X}_6 = 1,022 + \frac{1}{6}\left(1,04 - 1,022\right) = 1,022 + \frac{0,018}{6} = 1,022 + 0,003 = 1,025.$$

Таким чином, оцінки за формулами (А) і (Б) збігаються.

Алгоритм неперервного оптимального фільтра Калмана

Алгоритм неперервного оптимального фільтра Калмана (ОФК) об'єднує рішення двох завдань – спостереження і фільтрації. Принцип

побудови ОФК розглянемо для випадку лінійної системи, описуваної рівняннями

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = A(t)X(t) + B(t)V_x(t); \\ Z(t) = H(t)X(t) + V_z(t), \end{cases} \tag{6.4}$$

де $\dot{X}(t)$ – n-мірний вектор стану системи;

$A(t)$ – квадратична матриця коефіцієнтів системи розмірності $n \times n$;

$B(t)$ – матриця збурень;

$V_x(t)$ – k-мірний вектор збурення;

$H(t)$ – матриця зв'язку (матриця спостережень);

$V_z(t)$ – вектор помилок вимірювань $m \times n$.

При цьому ставлять задачу: знайти такі оцінки $\hat{X}$, щоб помилки оцінки були мінімальними, що відповідає необхідності забезпечення мінімуму суми діагональних елементів матриці

$$\Delta(t) = X(t) - \hat{X}(t); \tag{6.5}$$

$$P(t) = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \dots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} \dots & P_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ P_{n1} & P_{n2} \dots & P_{nn} \end{bmatrix} = M\left[\Delta(t)\Delta^T(t)\right], \tag{6.6}$$

де $P(t)$ – так звана квадратична матриця;

$P_{ii} = D_i = \sigma_i^2$ – діагональні елементи матриці характеризують дисперсії помилок оцінки координат X_i, що збігаються;

P_{ij} – елементи матриці, що характеризують взаємну кореляцію фазових координат X_i.

Відомо, що для динамічної системи (6.4) оптимальним фільтром, який забезпечує мінімум сліду матриці P, є алгоритм, що складається з трьох блоків:

1. Основного блока:

$$\dot{\hat{X}}(t) = A(t)\hat{X}(t) + K_\Phi(t)\left[Z(t) - H(t)\hat{X}(t)\right]. \tag{6.7}$$

2. Блока обчислення коефіцієнтів корекції:

$$K_{\Phi}(t) = P(t)H^{T}(t)R_{Z}^{-1}(t). \tag{6.8}$$

3. Блока рішення рівняння коваріації:

$$\begin{aligned} \dot{P}(t) &= A(t)P(t) + P(t)A^{T}(t) - \\ &- P(t)H^{T}(t)R_{Z}^{-1}(t)H(t)P(t) + B(t)R_{X}B^{T}(t). \end{aligned} \tag{6.9}$$

Цей алгоритм забезпечує оцінку всіх координат вектора X при виконанні умов спостережливості динамічної системи. Особливості такого алгоритму полягають у виборі коефіцієнтів матриці K_{Φ}. Вихідні значення оцінки $\hat{X}(0)$ визначають на підставі попередньої інформації про координати вектора X. Коваріаційну матрицю поточних помилок оцінки $P(t)$ необхідно обчислювати постійно в процесі оцінювання або попередньо (апріорно), якщо є така можливість.

Зміст рівняння коваріації, згідно з яким обчислюють матрицю $P(t)$, пояснюється так: якщо модель динамічної системи є ідеально точною, то реальні помилки оцінювання для фільтра, побудованого відповідно до цього рівняння, будуть збігатися з коваріацією $P(t)$ і при цьому вони будуть мінімальними. Таким чином, оптимальність фільтра буде досягнута тільки в разі точного опису структури моделі системи і правильно вибраних параметрів: A, B, H, R_X, R_Z.

Ось чому під час синтезу системи оцінювання особливу увагу приділяють процесу розроблення математичних моделей вимірників і досліджуваної системи.

Розглянемо фізичний зміст окремих елементів ОФК.

1. У рівнянні коваріації (6.9) член $A(t)P(t) + P(t)A^{T}(t)$ характеризує зміну помилки в результаті власного руху системи. Для стійкої системи елементи матриці $A(t)$ ($a_{ij} < 0$), що означає зменшення швидкості зміни дисперсій помилок оцінювання збіжних координат ($P_{ii} < 0$) і приводить до зменшення помилок, оскільки l – стійка система і $X(t) \to 0$ та $\hat{X}(t) \to 0$, тобто початкова невизначеність з часом зменшується.

2. Множник $P(t)H^{T}(t)R_{Z}^{-1}(t)H(t)P(t)$ характеризує ефект корекції оцінок від вимірників і завжди визначає $\dot{P}_{ii} < 0$, тобто вказує на зменшення помилок оцінювання.

3. Множник $B(t)R_X B^T(t)$ характеризує величину невизначеності контрольованого процесу і завжди визначає, що $\dot{P}_{ii} > 0$, а отже, помилки оцінювання не можуть бути повністю зведені до нуля.

Зауважимо, що оскільки рівняння коваріацій (6.9) є автономним і не пов'язано з реальними вимірами $Z(t)$, то його рішення може бути виконано окремо від основного алгоритму фільтра і навіть задовго. Перед рішенням рівняння коваріацій необхідно оцінити і задати початкове значення $P(0)$ на основі аналізу точності інформації про координати вектора $X(t)$ і початкові значення оцінки $\hat{X}(0)$, яка існує до включення фільтра. На практиці зазвичай обмежуються завданням головної діагоналі $\dot{P}_{ii} < 0$, тобто вихідними дисперсіями помилок оцінювання, вважаючи, що $\dot{P}_{ij} = 0, (i \neq j)$.

Згодом процес вирішення рівняння коваріацій (рис. 6.2) приводить до сталого значення P_{cm}, при якому виконується рівняння

$$P_{cm} H^T R_Z^{-1} H P_{cm} = A P_{cm} + P_{cm} A^T + B R_X B^T .$$

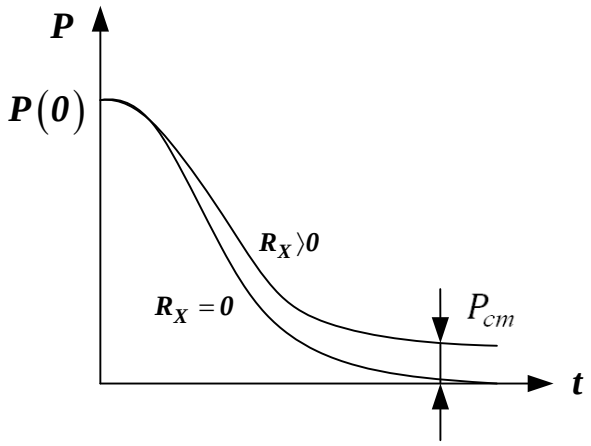

Рис. 6.2. Вирішення рівняння коваріацій

Завдання оцінювання параметрів полягає в знаходженні компромісу при фільтрації перешкоди, спектр якої визначено R_Z і корисним сигналом, спектр якого визначено R_X, з урахуванням динамічних характеристик процесу, тобто матрицею коефіцієнтів системи ЛА.

Зауважимо, що для стійкої і детермінованої системи, тобто за відсутності випадкових збурень ($R_X = 0$), завжди $\dot{P}_{ii} < 0$, а $\lim\limits_{x \to \infty} P_{cm} = 0$.

Таким чином, з часом помилка в оцінюванні наближається до нуля. При цьому шуми вимірників не впливають на помилку оцінювання, оскільки

самі вимірювачі відключаються від схеми фільтра при $\boldsymbol{P(0)}$ і як наслідок відповідно від рівняння коефіцієнтів корекції $\boldsymbol{K_\Phi}$.

Під час синтезу фільтрів цей ефект необхідно враховувати і до збурення, що діє на ЛА, а також враховувати і можливі неточності задання моделей процесу і вимірювання управління.

У рівнянні коефіцієнтів корекції (6.8) матриця $\boldsymbol{K_\Phi}$ має вигляд

$$\boldsymbol{K_\Phi} = \begin{bmatrix} K_{\Phi 11} & K_{\Phi 12} & \dots & K_{\Phi 1m} \\ K_{\Phi 21} & K_{\Phi 22} & \dots & K_{\Phi 2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ K_{\Phi_n 1} & K_{\Phi_n 2} & \dots & K_{\Phi_n m} \end{bmatrix}.$$

Елементи цієї матриці $\boldsymbol{K_{\Phi_{ij}}}$ характеризують зв'язок сигналу вимірювача $\boldsymbol{Z_j}$ з оцінкою координати $\boldsymbol{\hat{X}_i}$. Матриця спостережень $\boldsymbol{H^T}$ у рівнянні коефіцієнтів корекції визначає такий факт: якщо координата $\boldsymbol{X_i}$ не бере участь у формуванні сигналу $\boldsymbol{Z_j}$, то коефіцієнт $\boldsymbol{K_{\Phi_{ij}} = 0}$. Між коефіцієнтами $\boldsymbol{K_{\Phi_{ij}}}$ і $\boldsymbol{P_{ij}}$ відповідно до рівняння корекції існує пряма залежність, що свідчить про те, що посилення корекції оцінок здійснюється сильніше в тих координатах, у яких більше передбачені помилки оцінювання, а протилежна залежність коефіцієнтів $\boldsymbol{K_{\Phi_{ij}}}$ і $\boldsymbol{R_{Z_{ij}}}$ (у рівнянні корекції $\boldsymbol{K_\Phi = f\left(R_Z^{-1}\right)}$) визначає більш значущі сигнали корекції від більш точних вимірників.

Як висновок зобразимо структурну схему алгоритму ОФК, який відповідає наведеним вище рівнянням (рис. 6.3).

Зауважимо, що оскільки при обчисленні $\boldsymbol{K_\Phi}$ необхідно обчислити обернену матрицю $\boldsymbol{R_Z^{-1}}$, то не для одного з вимірників не можна ставити $\boldsymbol{R_{Z_{ij}} = 0}$, а якщо такий вимірювач існує, то необхідно штучно задати незначну величину $\boldsymbol{R_{Z_{ij}}}$.

Приклад

Застосуємо ОФК до спільного оброблення інформації про поздовжню складову шляхової швидкості ЛА, тобто $\boldsymbol{V_x}$, яка вимірюється ІНС і ДВШЗ. Необхідно побудувати структурну схему ОФК і вибрати коефіцієнти ОФК, які забезпечать отримання оптимальної оцінки $\boldsymbol{V_x}$.

З метою спрощення завдання припустимо, що контрольований процес описується рівнянням $\boldsymbol{\dot{V} = \xi_V}$, тобто матриця коефіцієнтів системи

$A = 0$. Як збурення ξ_V приймаємо білий шум зі спектральною щільністю R_V.

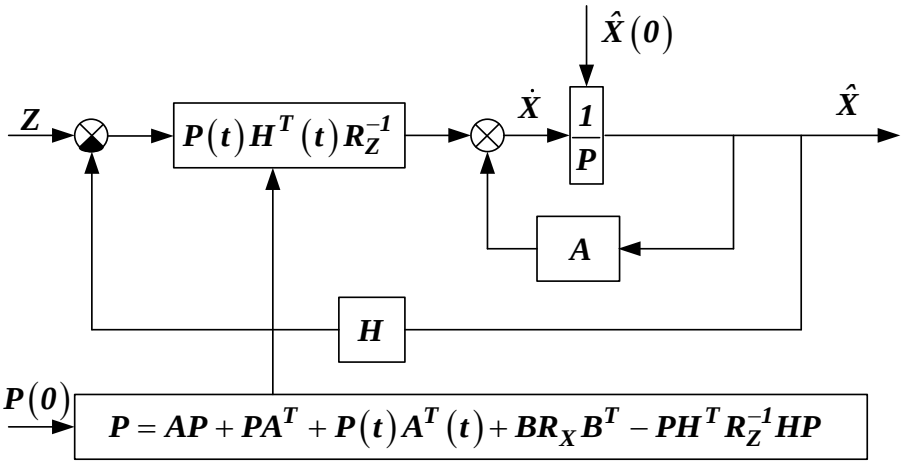

Рис. 6.3. Структурна схема алгоритму оптимального фільтра Калмана

Результати вимірювань такі:

- $Z_1 = V_x + \xi_1$ – вимірювання за допомогою ІНС;
- $Z_2 = V_x + \xi_2$ – вимірювання за допомогою ДВШЗ,

де ξ_1 і ξ_2 – помилки вимірників зі спектральними щільностями R_{Z1} і R_{Z2} відповідно.

Визначимо матрицю коефіцієнтів K_Φ для сталого режиму оцінювання, тобто при $P = 0$. Тоді з урахуванням наведених вище зауважень рівняння ОФК матимуть вигляд

$$\dot{\hat{X}} = K_\Phi\left(Z - H\hat{X}\right);$$

$$K_\Phi = PH^TR_Z^{-1};$$

$$PH^TR_Z^{-1}HP = R_{\dot{V}},$$

де $K_\Phi = \left|K_{\Phi_1}K_{\Phi_2}\right|$; $H = \begin{vmatrix}1\\1\end{vmatrix}$; $R_Z^{-1} = \begin{vmatrix}R_{Z_1}^{-1} & 0\\ 0 & R_{Z_2}^{-1}\end{vmatrix}$; $Z = \begin{vmatrix}Z_1\\Z_2\end{vmatrix}$.

Коваріаційне рівняння в цьому випадку має вигляд

$$P\begin{vmatrix}1 & 1\end{vmatrix}\begin{vmatrix}R_{Z_1}^{-1} & 0\\ 0 & R_{Z_2}^{-1}\end{vmatrix}\begin{vmatrix}1\\1\end{vmatrix}P = R_V.$$

У скалярному вигляді отримаємо

$$P_{11}^2 \frac{R_{Z_1} + R_{Z_2}}{R_{Z_1} R_{Z_2}} = R_V .$$

Позначимо $\left(R_{Z_1} R_{Z_2}\right)\left(R_{Z_1} + R_{Z_2}\right)^{-1} = R_{Z_\Sigma}$ і знайдемо дисперсію помилок оцінювання як

$$P_{11} = R_{Z_\Sigma} \sqrt{R_V \left(R_{Z_\Sigma}\right)^{-1}} = C R_{Z_\Sigma} ,$$

де $C = \sqrt{R_V \left(R_{Z_\Sigma}\right)^{-1}}$.

Запишемо вираз для коефіцієнтів корекції

$$K_\Phi = \left| K_{\Phi_1} K_{\Phi_2} \right| = P \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} R_{Z_1}^{-1} & 0 \\ 0 & R_{Z_2}^{-1} \end{vmatrix}$$

або в скалярній формі

$$K_{\Phi_1} = \frac{P_{11}}{R_{Z_1}} = \frac{C R_{Z_\Sigma}}{R_{Z_1}} = K_1 C ;$$

$$K_{\Phi_2} = \frac{P_{11}}{R_{Z_2}} \frac{C R_{Z_\Sigma}}{R_{Z_2}} = K_2 C ,$$

де $K_1 = \frac{R_{Z_\Sigma}}{R_{Z_1}}$; $K_2 = \frac{R_{Z_\Sigma}}{R_{Z_2}}$.

На рис. 6.4 показано структурну схему одержання оцінки для даного прикладу. Коефіцієнти K_1 і K_2 відповідають оптимальним значенням, які визначають на етапі попереднього комплексування вимірників. Оскільки сума коефіцієнтів $K_1 + K_2 = 1$, то схема фільтра, показана на рис. 6.4, може бути перетворена у вигляді рис. 6.5.

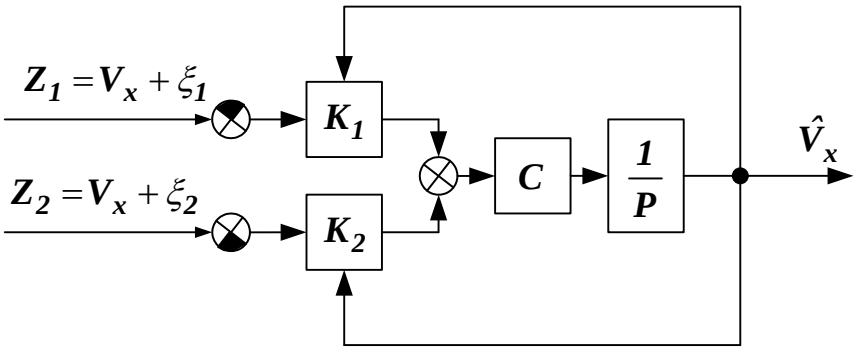

Рис. 6.4. Структурна схема отримання оцінки

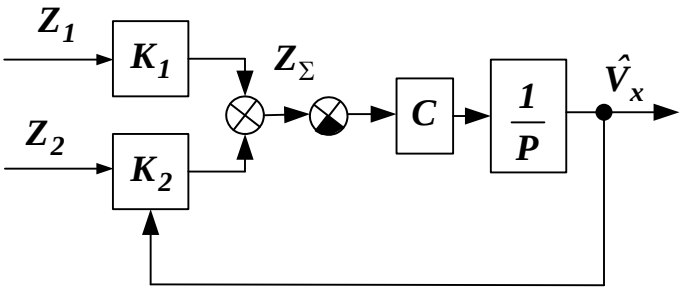

Рис. 6.5. Перетворена структурна схема отримання оцінки

Отже, для такої задачі показано можливість попереднього комплексування вимірювачів без порушення оптимального фільтра. Але для визначення оптимальної оцінки недостатньо просто використовувати вихід комплексного вимірювача Z_Σ, а необхідний додатковий фільтр у вигляді аперіодичної ланки зі сталою часу

$$T = \frac{1}{C} = \sqrt{\frac{S_{Z_\Sigma}}{S_{Z_2}}}.$$

Оптимальний фільтр з урахуванням характеристик контрольованого процесу мінімізує помилку оцінювання.

Лекція № 7

БЕЗПЛАТФОРМНІ ІНЕРЦІАЛЬНІ НАВІГАЦІЙНІ СИСТЕМИ (БІНС)

1. Принцип роботи і основні уніфіковані схеми БІНС:

- висока інформативність і універсальність, тобто за допомогою ІНС визначають всю сукупність пілотажно-навігаційних параметрів, необхідних для управління ЛА;
- повна автономність функціонування;
- висока перешкодозахищеність;
- можливість високошвидкісної видачі інформації (до 100 Гц і вище).

Крім того, відносно платформних ІНС БІНС має такі потенційні переваги:

- менші розміри, масу і енергомісткість;
- підвищену надійність через відсутність складної механіки;
- відсутність обмежень по кутах розвороту;
- скорочення часу початкової виставки;
- універсальність системи, оскільки перехід до визначення тих чи інших параметрів навігації здійснюється алгоритмічно;
- спрощення вирішення завдань резервування і контролю працездатності системи та її елементів.

В основі принципу функціонування ІНС лежить використання законів Ньютона для визначення координат, проекції швидкості і кутової орієнтації об'єкта.

Згідно з другим законом Ньютона:

- вектор абсолютного прискорення центру мас матеріального тіла може бути виражений через вектор рівнодійних всіх прикладених до тіла сил $\boldsymbol{F}$ і масу цього тіла $\boldsymbol{m}$:

$$\boldsymbol{a} = \frac{\boldsymbol{F}}{\boldsymbol{m}}. \qquad (7.1)$$

Наведемо силу $\boldsymbol{F}$ у вигляді двох складових:

- $\boldsymbol{F_{акт}}$ – негравітаційні або активні сили (сил тяги, аеродинамічних, керуючих);
- $\boldsymbol{G}$ – сила гравітаційного впливу:

$$\boldsymbol{a} = \frac{\boldsymbol{F_{акт}} + \boldsymbol{G}}{\boldsymbol{m}}. \qquad (7.2)$$

Відношення

$$\frac{\boldsymbol{F_{акт}}}{\boldsymbol{m}} = \boldsymbol{n}$$

визначає удаване прискорення, а відношення

$$\frac{\boldsymbol{G}}{\boldsymbol{m}} = \boldsymbol{g_{гр}}$$

визначає гравітаційне прискорення і залежить від геопотенціалу в даній точці, величина якого є функцією геоцентричного радіуса-вектора місцезнаходження.

Абсолютне прискорення об'єкта виражається через другу похідну геоцентричного радіуса-вектора місцезнаходження $\boldsymbol{R}$

$$\boldsymbol{a} = \frac{\boldsymbol{d^2 R}}{\boldsymbol{dt^2}}. \qquad (7.3)$$

Підставивши (7.3) в (7.2), отримаємо основне рівняння інерційної навігації

$$\frac{\boldsymbol{d^2 R}}{\boldsymbol{dt^2}} = \boldsymbol{n} + \boldsymbol{g_{гр}}\left(\boldsymbol{R}\right). \qquad (7.4)$$

Тут вектор – удаване прискорення, яке може бути виміряно трьома ортогонально розташованими акселерометрами, гравітаційне прискорення $\boldsymbol{g_{гр}}\left(\boldsymbol{R}\right)$ задається у вигляді відомої функції від радіуса-вектора $\boldsymbol{R}$ для конкретної моделі фігури Землі.

Рівняння (7.4) в формі Коші буде мати вигляд

$$\frac{\boldsymbol{dV}}{\boldsymbol{dt}} = \boldsymbol{n} + \boldsymbol{g_{гр}(R);} \qquad (7.5)$$

$$\frac{\boldsymbol{dV}}{\boldsymbol{dt}} = \boldsymbol{V,} \qquad (7.6)$$

де $\boldsymbol{V}$ – вектор абсолютної швидкості рух ЛА.

Якщо система координат обертається з кутовою швидкістю Ω, то

$$\begin{cases} \dfrac{dV}{dt} = \dfrac{\tilde{dV}}{dt} + \Omega x V; \\ \dfrac{dR}{dt} = \dfrac{\tilde{dR}}{dt} + \Omega x R, \end{cases} \tag{7.7}$$

де $\dfrac{\tilde{dV}}{dt}$ і $\dfrac{\tilde{dR}}{dt}$ – локальні похідні від векторів R і V, взяті в базі, що обертається з кутовою швидкістю Ω.

Після підстановки (7.7) в (7.5) і (7.6) отримаємо

$$\begin{cases} \dfrac{\tilde{dV}}{dt} = -\Omega x V + n + g_{гр}(R); \\ \dfrac{\tilde{dR}}{dt} = -\Omega x R + V. \end{cases} \tag{7.8}$$

Якщо визначити не вектор абсолютної швидкості руху ЛА V, а вектор відносної швидкості U, то основне рівняння навігації запишемо у вигляді

$$U = V - u x R, \tag{7.9}$$

де u – вектор кутової швидкості обертання Землі, модуль якого u= 15,0407 град / год = $7{,}292116 \cdot 10^{-5}$ $с^{-1}$;

U – вектор, який визначає швидкість руху відносно Землі;

V – вектор абсолютної швидкості руху ЛА;

R – вектор положення об'єкта (геоцентричний радіус-вектор місцезнаходження ЛА).

Підставляючи (7.9) в (7.5) і (7.6), запишемо основне рівняння інерційної навігації в формі Коші

$$\begin{cases} \dfrac{dV}{dt} = -u x U + n + g; \\ \dfrac{dR}{dt} = u x R + U, \end{cases} \tag{7.10}$$

де $g = g_{гр}(R) - ux(uxR)$ – вектор градієнта поля сили тяжіння (при виведенні було прийнято $\frac{dU}{dt} = 0$, оскільки вектор кутової швидкості обертання Землі відомий з високою точністю).

Система (7.10) дозволяє визначити місцезнаходження і відносну швидкість в інерціальній системі координат. Для отримання цієї інформації в обертовому базисі необхідно скористатися співвідношеннями (7.7). При цьому

$$\frac{dU}{dt} = \frac{\tilde{dU}}{dt} + \Omega x U, \tag{7.11}$$

де $\frac{\tilde{dU}}{dt}$ – локальна похідна від вектора U, взятого в базисі, що обертається з кутовою швидкістю Ω.

Враховуючи вирази (7.7) і (7.11), основне рівняння інерційної навігації можна записати у формі, що забезпечує обчислення відносно швидкості U та місцеположення R у системі координат, що обертається з кутовою швидкістю Ω:

$$\begin{cases} \frac{\tilde{dU}}{dt} = -(\Omega + u) xU + n + g; \\ \frac{\tilde{dR}}{dt} = (u - \Omega) xR + U. \end{cases} \tag{7.12}$$

Векторні системи рівнянь (7.5), (7.6), (7.8), (7.10), (7.12) можуть служити основою для синтезу функціональних алгоритмів БІНС різного призначення.

Ту чи іншу векторну форму вибирають для отримання скалярного еквівалента функціональних алгоритмів, що служать для розроблення чисельних алгоритмів БІНС.

Скалярний вид основного рівняння ІНС визначається навігаційним базисом, тобто базисом, в якому визначають основні навігаційні параметри – координати і проекції швидкостей, а також тип ЛА.

Для КЛА, що здійснює орбітальний рух, використовують рішення в інерціальній системі координат рівнянь (7.5), (7.6). При цьому позиційну інформацію для БІНС ЛА, що рухаються в атмосфері, в тому числі БПЛА, найчастіше використовують систему координат з базовою площиною місцевого горизонту і певною орієнтацією осей в азимут. Під орієнтацією

осей в азимуті розуміють можливість їх орієнтації або по сторонах світу, коли дві горизонтальні осі спрямовані в східному і північному напрямках, або вільна або напіввільна орієнтація, коли горизонтальні осі, спочатку виставлені в певному напрямку, в подальшому обертаються з певною кутовою швидкістю ($\Omega = 0$ у першому випадку і $\Omega = u \cdot sin\varphi$ у другому випадку). При цьому позиційну інформацію визначають широтою, довготою і висотою, виміряною на еліпсоїді Красовського СК-42 або на еліпсоїді міжнародної системи WGS-84 (World Geodetic System 84), швидкість визначають на східну, північну і вертикальні осі, якщо як навігаційну систему вибрано систему з орієнтацією осей по сторонах світу, або проекціями на осі горизонтального базису з іншою орієнтацією. Орієнтація при цьому визначається кутами крену, тангажа і справжнього курсу. Узагальнені функціональні схеми БІНС показані на рис. 7.1 і 7.2.

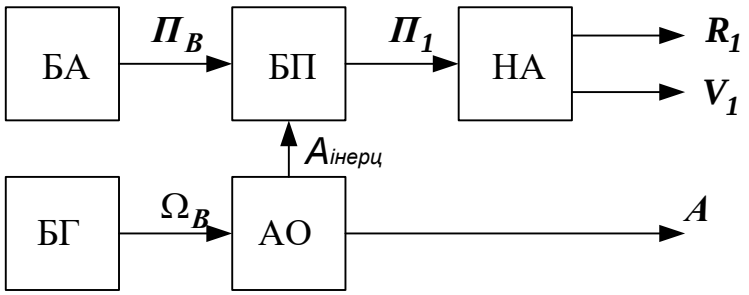

Рис. 7.1. Узагальнена блок-схема БІНС, що працює в інерціальній системі координат

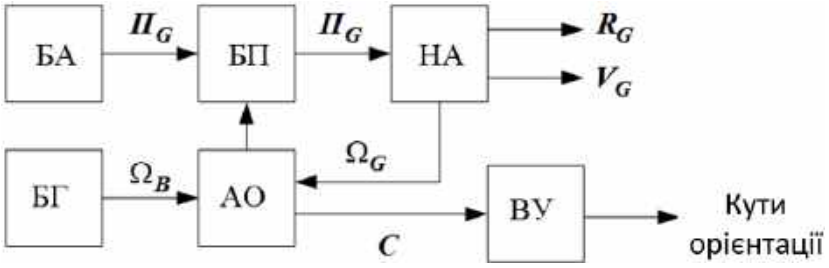

Рис. 7.2. Узагальнена блок-схема БІНС, що працює в системі координат, що обертається

Умовні позначення, показані на рис. 7.1, 7.2: БА – блок акселерометрів; БГ – блок гіроскопів; БП – блок перерахунків; АО – алгоритм орієнтації; НА – навігаційний алгоритм; C – матриця напрямних косинусів.

На рис. 7.1 інформацію з блока гіроскопів (БГ) використовують у вигляді проекцій кутової швидкості Ω_B на зв'язані з ЛА осі, а в алгоритмі орієнтації (АО) – для формування матриці А напрямних косинусів між

пов'язаними з інерційними осями ($A_{пов\ \overline{інерц}}$). Дані з блока акселерометра (БА) у вигляді проекцій вектора вдаваного прискорення Π_B на зв'язані з ЛА в блоці перерахунку (БП) перераховують до інерціальних осей з використанням отриманої матриці орієнтації. Перераховані проекції умовного прискорення на інерціальні осі (вектор Π_1) передають у блок рішення навігаційного алгоритму (НА), векторна форма якого задана системою (7.5) і (7.6). Вихідні параметри БІНС у цьому випадку визначаються інерційними декартовими координатами радіуса-вектора місцезнаходження $R_1 = [X_1, Y_1, Z_1]^T$, проекціями абсолютної швидкості руху $V_1 = [V_{X1}, V_{Y1}, V_{Z1}]^T$, а також матрицею орієнтації ЛА у вибраній інерціальній системі координат A. Звичайно, що за необхідності з матриці орієнтації A можуть бути отримані кути орієнтації ЛА відносно осей інерційної системи координат.

Друга типова схема побудови БІНС (рис. 7.2) реалізує алгоритм системи, що працює в системі координат, що обертається (частіше – горизонтальній).

Інформацію з БГ у вигляді проекції кутової швидкості Ω_B на зв'язані з ЛА осі використовують в АО, матрицю напрямних косинусів C між зв'язаними з ЛА осями і осями, які обертаються з кутовою швидкістю Ω_G. Це приводить до модифікації алгоритму орієнтації і необхідності реалізації в НА проекцій вектора Ω_G. Проекції вектора умовного прискорення Π_B на зв'язані з ЛА осі передаються в БП для приведення їх до навігаційних осей за допомогою матриці C. Обчислені проекції вектора Π_G передаються в блок рішення НУ, векторна форма якого задається (7.8) або (7.12) залежно від виду певної швидкості. На виході БІНС формується:

- радіус-вектор місцезнаходження ЛА: R_G;
- вектор швидкості: $V_G = [V_{XG}, V_{YG}, V_{ZG}]^T$;
- кути орієнтації.

Якщо як навігаційний базис вибраний горизонтальний, орієнтований по сторонах світу тригранник, на виході системи будуть сформовані географічні координати:

- радіуса-вектора місцезнаходження $R_G = [\varphi, \lambda, h]$;
- проекції відносної швидкості руху $U_G = [U_N, U_E, U_Z]$;
- кути орієнтації в географічній системі координат: істинний курс ψ, тангаж ϑ і крен γ.

З огляду на сказане розглянемо варіант побудови алгоритмів БІНС.

Перший алгоритм (рис. 7.2) відповідає БІНС, що працює з географічною системою координат, тобто служить для визначення:

- широти φ;
- довготи λ;
- висоти h;
- північної U_N, східної U_E і вертикальної U_Z проекцій відносної швидкості;
- кутів орієнтації ψ, ϑ і γ.

Такий алгоритм широко використовують у БІНС авіаційного застосування, в тому числі і для безпілотних ЛА.

Визначимо навігаційний географічний координатний тригранник $OXYZ$ з ортами i_E, j_N і r, для якого O_Z (орт r) направляє по зовнішній нормалі до поверхні еліпсоїда Красовського вісь O_Y (орт j_N) – по меридіану на північ і вісь O_X (орт i_E) – на схід (рис. 7.3).

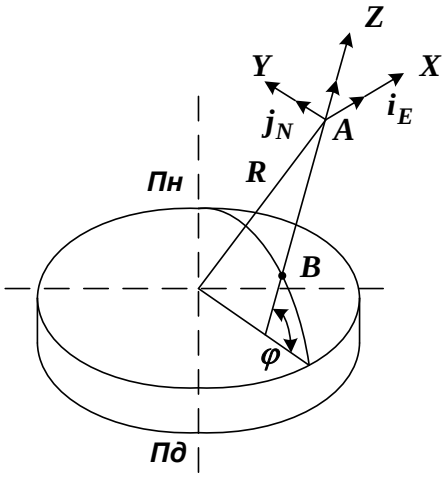

Рис. 7.3. Географічний навігаційний тригранник

Нижче розглянемо найбільш загальний алгоритм БІНС, що визначає проекції відносної швидкості на горизонтальні (північна і східна проекції) і вертикальні осі, широту, довготу, висоту, кути крену γ, тангажа ϑ і істинного курсу ψ.

Алгоритм БІНС укрупнено можна розділити на дві взаємозалежні частини:

- навігаційний алгоритм, в якому визначаються проекції швидкостей і координати;
- алгоритм визначення параметрів орієнтації, який обчислює матриці орієнтації чутливих елементів у просторі і кути орієнтації ЛА в горизонтальній системі координат.

Уявімо в координатній формі вектори, що входять в (7.12), і запишемо (7.12) в осях вибраного базису i_E, j_N і r

$$U = i_E U_E + j_N U_N + r U_Z; \quad n = i_E n_x + j_N n_y + r n_z, \tag{7.13}$$

де n_x, n_y, n_z – проекції вектора n на осі базису i_E, j_N, r (n – прискорення, викликане силами негравітаційного походження, тобто активними силами).

Вектор абсолютної кутової швидкості вибраного навігаційного тригранника наведемо у вигляді

$$\Omega_G = u + \dot{\varphi} + \dot{\lambda}, \tag{7.14}$$

де $\dot{\varphi}, \dot{\lambda}$ – вектор швидкості зміни координат φ, λ.

У координатній формі співвідношення (7.14) має вигляд

$$\Omega_G = -i_E \dot{\varphi} + j_N \left(u + \dot{\lambda}\right) \cos\varphi + r\left(u + \dot{\lambda}\right) \sin\varphi. \tag{7.15}$$

Введемо позначення для відносних кутових швидкостей і проекцій кутової швидкості обертання Землі:

$$\left.\begin{array}{c} \omega_x = -\dot{\varphi}; \quad \omega_y = \dot{\lambda}\cos\varphi; \quad \omega_z = \dot{\lambda}\sin\varphi \\ U_Y = U\cos\varphi; \quad U_Z = U\sin\varphi \end{array}\right\}. \tag{7.16}$$

Тоді векторну суму $\Omega + U$ в рівнянні (7.12) можна навести як

$$\Omega + U = i_E \omega_x + j_N \left(\omega_y + 2U_Y\right) + r\left(\omega_z + 2U_Z\right). \tag{7.17}$$

Ось Z вибраного базису спрямована по нормалі, опущеної з точки місця об'єкта А до поверхні земного еліпсоїда, і перетинає цю поверхню в точці В. Визначення орієнтації цієї осі пов'язано з наведенням моделі фігури Землі. Як таку модель у нашій країні використовують двовісний еліпсоїд обертання з параметрами, отриманими Ф. М. Красовським.

До основних параметрів відносяться:

- велика піввісь земного еліпсоїда (радіус земного екватора) $a = 6378245\,м$;
- мала піввісь земного еліпсоїда $в = 6356863\,м$;
- квадрат ексцентриситету еліпсоїда $c^2 = \dfrac{a^2 - в^2}{a^2} = 0{,}0066934216$.

Використовуючи математичний опис цієї моделі, величини $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ можна виразити через лінійні швидкості руху точки А і радіуси кривизни нормальних перетинів еліпсоїда

$$\omega_x = -\frac{U_C}{\rho_1 + h}; \omega_y = \frac{U_B}{\rho_2 + P}; \omega_z = \omega_y tq\varphi, \quad (7.18)$$

де ρ_1 – радіус кривизни меридіонального перетину еліпсоїда (площа перетину визначена векторами r, j_N);

ρ_2 – радіус кривизни перетину площиною, яка визначається векторами r і i_E;

h – висота польоту над поверхнею Землі.

Величини ρ_1 і ρ_2 визначають таким чином:

$$\rho_1 = a\left(1 - e^2\right)\left(1 - e^2 \sin^2 \varphi\right)^{-\frac{3}{2}}; \quad \rho_2 = a\left(1 - e^2 \sin^2 \varphi\right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (7.19)$$

При напрямку осі Z по нормалі до поверхні еліпсоїда

$$h = U_Z. \quad (7.20)$$

Для скалярного запису (7.12) наведено в координатній формі вектор g:

$$g = i_E g_x + j_N g_y + r g_z. \quad (7.21)$$

Оскільки точка (т. А) місця ЛА не належить поверхні Землі, то вектор градієнта нормального поля сили тяжіння в цій точці буде спрямований по лінії нормалі, опущеній на неї до поверхні земного еліпсоїда (вісь Z). Однак цей вектор буде розташований в площині меридіана точки А, тобто в площині, яка визначається векторами U, r. Тоді (7.21) набуває вигляду

$$g = j_N g_y + r g_z. \quad (7.22)$$

Вираз для проекцій g_y, g_z отримують на основі функції нормального поля тяжіння земного сфероїда

$$g_{y_{zp}} = \frac{1}{2} g_e \left[\frac{h}{a}\left(e^2 - 5q\right) + q e^2 \sin^2 \varphi\right] \sin 2\varphi; \quad (7.22)$$

$$g_{z_{гр}} = -g_e\left\{1-2\frac{h}{a}-\left(e^2+2q-3\frac{h}{a}\right)\frac{h}{a}+\left[\frac{1}{2}\left(5q-e^2\right)-\frac{1}{8}e^4+\frac{17}{8}qe^2+\right.\right.$$
$$\left.\left.+\left(3e^2-5q\right)\frac{h}{a}\right]sin^2\varphi-\frac{1}{2}qe^2\,sin^4\varphi+\frac{1}{16}e^2\left(\frac{1}{2}e^2-7q\right)sin^2 2\varphi\right\}, \quad (7.23)$$

де $g_e = 9{,}78049 м/с^2$ – прискорення сили тяжіння на екваторі;

$q = \frac{ua^2}{g_e} = 0{,}00346775$ – відношення відцентрової сили, обумовленої обертанням Землі, до сили тяжіння на екваторі;

$u = 15{,}0407\ град/год$ – кутова швидкість обертання Землі.

У формулах (7.22), (7.23) прийнято $\frac{h}{a} \approx e^2$, що відповідає висотам, характерним для авіаційних об'єктів і безпілотних ЛА. Дані формули можуть бути спрощені, якщо в них зберегти лише члени порядку e^2. Тоді

$$g_y \approx 0; \quad g_z = -g_e\left[1-2\frac{h}{a}+\frac{1}{2}\left(5q-e^2\right)sin^2\varphi\right].$$

На підставі (7.16) і (7.18) отримаємо таку систему диференціальних рівнянь, що визначають φ, λ:

$$\dot{\varphi} = -\frac{U_C}{\rho_1+h}; \dot{\lambda} = \frac{U_B}{\left(\rho_2+h\right)cos\varphi}. \quad (7.24)$$

Функції $\frac{1}{\rho_1+h}$ і $\frac{1}{\rho_2+h}$ з точністю до e^2 набувають вигляду

$$\frac{1}{\rho_1+h} \approx \frac{1}{a}\left[1-e^2-\frac{h}{a}-\frac{3}{2}e^2\,sin^2\varphi\right];$$
$$\frac{1}{\rho_2+h} \approx \frac{1}{a}\left[1-\frac{1}{a}-\frac{1}{2}e^2\,sin^2\varphi\right]. \quad (7.25)$$

З урахуванням наведених співвідношень скалярний еквівалент векторної системи (7.12), що дозволяє обчислювати складові вектора швидкості ЛА в географічній системі координат, можна записати так:

$$\frac{d}{dt}\begin{vmatrix} U_E \\ U_N \\ U_Z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & (\omega_z + 2U_Z) & -(\omega_y + 2U_Y) \\ -(\omega_x + 2U_Z) & 0 & \omega_x \\ (\omega_y + 2U_Y) & -\omega_x & 0 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} U_E \\ U_N \\ U_Z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} g_x \\ g_y \\ g_z \end{vmatrix}, \quad (7.26)$$

де ω_x, ω_y, ω_z – компоненти вектора кутової швидкості географічного базису відносно Землі (7.18);

U_Y, U_Z – компоненти вектора кутової швидкості Землі (7.16);

n_x, n_y, n_z – компоненти вектора вдаваного прискорення, виміряні акселерометрами;

g_x, g_y, g_z – компоненти вектора градієнта нормального поля сили тяжіння (7.23).

Радіуси кривизни земного еліпсоїда, що входять у вираз (7.18), можуть бути обчислені через свої зворотні функції за (7.25) або безпосередньо за формулами

$$\rho_1 = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2\varphi)^{\frac{3}{2}}}; \ \rho_2 = \frac{a}{\sqrt{(1-e^2\sin^2\varphi)}}, \quad (7.27)$$

де a – велика піввісь еліпсоїда Красовського;

e – перший ексцентриситет еліпсоїда Красовського.

Проекції кутової швидкості обертання географічного базису відносно Землі в географічній системі координат з урахуванням (7.27) виразяться в такий спосіб:

$$\omega_x = -\frac{U_C}{\rho_1 + h}; \omega_y = \frac{U_B}{\rho_2 + h}; \omega_z = \frac{U_B}{\rho_2 + h} tq\varphi. \quad (7.28)$$

Проекції кутової швидкості обертання Землі визначені відповідно до (7.16):

$$U_Y = U\cos\varphi; \quad U_Z = U\sin\varphi, \quad (7.29)$$

де $U = 7,292116 \cdot 10^{-5} c^{-1}$ – модуль кутової швидкості обертання Землі.

Алгоритм обчислення координат місцезнаходження і висоти ЛА у напрямку нормалі до поверхні земного еліпсоїда визначається рівняннями

$$\frac{d\varphi}{dt}=\omega_x;\ \frac{d\lambda}{dt}=\frac{\omega_x}{\cos\varphi};\ \frac{dh}{dt}=U_Z. \tag{7.30}$$

Алгоритм обчислення проекції прискорення сили тяжіння Землі з точністю до величини порядку e^4:

$$g_y\approx 0;\quad g_N=-g_0\sin(2\varphi)+\frac{5}{2}q\sin^2\varphi\frac{h}{2}\left(\frac{e^2}{2}-2q\right);$$

$$g_z=-g_0\left[\begin{array}{l}1-\frac{e^2}{2}\sin^2\varphi+\frac{3}{2}q\sin^2\varphi+e^4\left(-\frac{1}{8}\sin^2\varphi+\frac{1}{32}\sin^2(2\varphi)\right)+\\ +e^2q\left(\begin{array}{l}-\frac{17}{28}\sin^2\varphi-\frac{5}{16}\sin^2(2\varphi)+\frac{h}{a}e^2\left(3\sin^2\varphi-1\right)+\\ \frac{hq}{a}\left(-1-6\sin^2\varphi\right)-\frac{2h}{a}+\frac{3h^2}{a^2}\end{array}\right)\end{array}\right], \tag{7.31}$$

де q – відношення відцентрової сили, що виникає внаслідок обертання Землі, до сили тяжіння по екватору ($q=0{,}00346775$);

$g_0=9{,}7849\ м/с^2$.

Сукупність співвідношень (7.26) – (7.31) являє собою навігаційний алгоритм БІНС визначення параметрів орієнтації.

Алгоритм орієнтації служить для вирішення двох основних завдань:

- визначення взаємної орієнтації ортогонального базису, утвореного вимірювальними осями акселерометрів, і базису, використовуваного як навігаційний (в нашому випадку географічного), а так само для перерахунку показань акселерометрів у навігаційний базис (перша задача);
- визначення кутових параметрів орієнтації – кутів курсу (нишпорення), тангажа, крену (друга задача).

Без вирішення першого завдання неможливо визначення місцезнаходження і швидкості ЛА за допомогою БІНС. Такий алгоритм є ключовим у структурі БІНС. Вирішення другого завдання необхідно для управління ЛА і наведення його на ціль у горизонтальній системі координат.

Лекція № 8

ІНЕРЦІАЛЬНІ НАВІГАЦІЙНІ СИСТЕМИ

Фізичні принципи інерціальної навігації та побудови інерціальних навігаційних систем

1. Фізичні принципи інерціальної навігації

Метод інерціальної навігації та інерціальні навігаційні системи (ІНС) у даний час знаходять широке застосування для навігації літальних апаратів. З усіх навігаційних систем ІНС є єдиними, які найкращим чином задовольняють цілому комплексу таких важливих вимог, як універсальність, повна автономність, перешкодозахищеність і стійкість перед перешкодами, а також скритність роботи. Разом із тим уже при існуючому рівні розвитку техніки ці системи можуть забезпечувати достатньо високу точність навігації, яка обмежується тільки точністю датчиків первинної інформації і буде підвищуватися в міру їх вдосконалення.

Фізичні принципи інерціальної навігації нерозривно пов'язані з рішенням основної задачі динаміки: при відомих силах, що діють на тіло, а так само його початковому положенні і швидкості необхідно визначити його положення в будь-який момент часу відносно вибраної системи відліку.

Вирішення цього завдання розбивають на два етапи:

- визначення руху центру мас;
- визначення руху тіла навколо центру мас.

Припустимо, що на рухомому поблизу поверхні Землі об'єкті встановлено трикомпонентний акселерометр. Модель такого акселерометра можна уявити у вигляді матеріальної точки одиничної маси (чутливого елемента), встановленої в трикомпонентному пружному підвісі (рис. 8.1).

При вирішенні завдань загальної теорії інерціальної навігації рух цієї матеріальної точки розглядають як поступальний рух об'єкта. Крім того, вважають, що на чутливий елемент (ЧЕ) акселерометра діє дві сили:

- сила тяжіння Землі;
- сила пружної деформації підвісу.

Початок інерційної системи координат пов'яжемо з центром Землі. Одну з цих осей направимо уздовж осі власного обертання Землі.

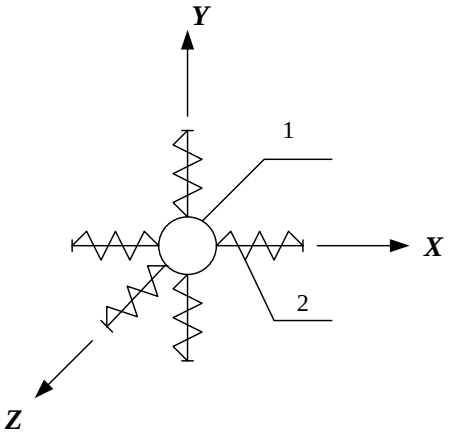

Рис. 8.1. Модель трикомпонентного акселерометра:
1 – чутливий елемент (ЧЕ); 2 – елемент пружного підвісу

Рівняння руху ЧЕ акселерометра в цій системі координат наведемо як

$$\frac{d\bar{r}}{dt}=\bar{V}; \quad \frac{d\bar{V}}{dt}=\bar{g}\left(r,t\right)+\bar{n}, \tag{8.1}$$

де $\bar{r}$ – радіус-вектор, який поєднує ЧЕ з початком інерційної системи координат;

$\bar{V}$ – швидкість ЧЕ в інерціальній системі координат;

$\bar{n}$ – пружна сила підвісу;

$\bar{g}$ – напруженість гравітаційного поля Землі у точці положення ЧЕ.

Приймемо модель поля тяжіння Землі у вигляді сфери. Тоді

$$\bar{g}\left(\bar{r}\right)=\frac{\mu\bar{r}}{r^3}, \tag{8.2}$$

де μ – константа.

Якщо виміряти деформацію підвісу, то при відомій його жорсткості можна знайти силу $\bar{n}$ в осях, пов'язаних з корпусом акселерометра, відносно інерціальної системи координат, і при початкових умовах

$$\bar{r}_0=\bar{r}\left(t=0\right); \quad \bar{V}=\frac{d\bar{r}}{dt}\left(t=0\right),$$

у результаті інтегрування рівняння (8.1) можуть бути отримані поточні значення векторів $\bar{r}$ і $\bar{V}$ (відповідно до положення і швидкості рухомого об'єкта).

Орієнтація осей, пов'язаних із корпусом акселерометра, визначається за допомогою гіроскопів. У найпростішому випадку

акселерометр може бути встановлений на гіростабілізованій платформі, що зберігає задану орієнтацію в інерціальній системі координат.

Інтегрування рівняння (8.1) можна виконати в системі координат, пов'язаній з корпусом акселерометра, який обертається відносно інерціальної системи координат із довільною кутовою швидкістю $\bar{\omega}$. У цьому випадку рівняння (8.1) з урахуванням співвідношення (8.2) набуває вигляду

$$\dot{\bar{r}} = \bar{\omega} \times \bar{r} = \bar{V};$$

$$\dot{\bar{V}} + \dot{\omega} \times \bar{V} + \frac{\mu \bar{r}}{r^3} = \bar{n}, \tag{8.3}$$

де точкою позначені локальні похідні в рухомій системі координат.

Якщо кутова швидкість $\bar{\omega}$ відома (наприклад, за свідченнями гіроскопічних датчиків кутової швидкості) як функція $\bar{r}$, $\bar{V}$, t, то інтегрування рівнянь (8.3) дає координати і швидкість ЛА в системі координат з початком в центрі Землі і осями, паралельними осям корпусу акселерометра.

Для вирішення навігаційного завдання необхідно визначити взаємну орієнтацію обертових і нерухомих (інерційних) осей. Позначимо орти інерційних осей $\bar{\xi}$, $\bar{\eta}$, $\bar{\zeta}$, а орти рухомих осей $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$. Тоді взаємна орієнтація осей визначається рішенням у рухомих осях трьох кінематичних рівнянь Пуассона

$$\dot{\bar{\xi}} + \bar{\omega} \times \bar{\xi} = 0; \quad \bar{\eta} + \bar{\omega} \times \bar{\eta} + 0; \quad \dot{\bar{\zeta}} + \bar{\omega} \times \bar{\zeta} = 0. \tag{8.4}$$

Для інтегрування рівняння необхідно задати початкове положення ортів рухомих осей відносно нерухомих.

Подальший перерахунок координат і швидкості зводиться до алгебраїчних операцій. Наприклад, якщо кінцевою метою є визначення координат і швидкості в основній (інерційній) системі координат, то

$$\begin{cases} \xi = \bar{r} \cdot \bar{\xi}; \; V_\xi = \bar{V} \cdot \bar{\xi}; \\ \eta = \bar{r} \cdot \bar{\eta}; \; V_\eta = \bar{V} \cdot \bar{\eta}; \\ \zeta = \bar{r} \cdot \bar{\zeta}; \; V_\zeta = \bar{V} \cdot \bar{\zeta}. \end{cases} \tag{8.5}$$

У загальному випадку система автономної інерціальної навігації може бути реалізована за допомогою таких основних функціональних елементів:

1. Трикомпонентного акселерометра або еквівалентних йому трьох однокомпонентних акселерометрів.

2. Гіростабілізованої платформи, системи вільних гіроскопів або системи датчиків абсолютної кутової швидкості.

3. Обчислювального пристрою, що містить задатчик часу.

Перші дві групи елементів (первинні перетворювачі або чутливі елементи) виробляють поточну інформацію про компоненти векторів $\bar{n}$ і $\bar{\omega}$ (про вектори вдаваного прискорення і абсолютної кутової швидкості обертання ЛА).

Завданням обчислювального пристрою є рішення рівняння (8.1) або (8.3) – (8.5), тобто моделювання руху ЧЕ акселерометра і зміни взаємної орієнтації рухомого і нерухомого тригранників. Для цього в обчислювальний пристрій має бути введена інформація у вигляді функції $\bar{g}(\bar{r},t)$, про кутову швидкість обертання Землі, про параметри форми Землі і т. д.

Підготовка ІНС до початку роботи полягає у визначенні та введенні в обчислювальний пристрій початкових значень розташування і швидкості об'єкта і параметрів початкової орієнтації рухомого та нерухомого (основного) тригранників.

ІНС поділяють на два основні класи: платформні і безплатформні. У платформних ІНС всі чутливі елементи (акселерометри розміщуються на гіростабілізованій платформі). У безплатформної ІНС чутливі елементи розміщують безпосередньо на корпусі ЛА.

При підготовці до роботи ІНС платформного типу гіростабілізовану платформу встановлюють у задане положення відносно географічної системи координат (тобто відносно місцевих географічних вертикалі та меридіана).

У даний час найбільшого поширення набули платформні ІНС.

2. Узагальнені схеми ІНС на базі ГСП

Узагальнена схема ІНС зображена на рис. 8.2.

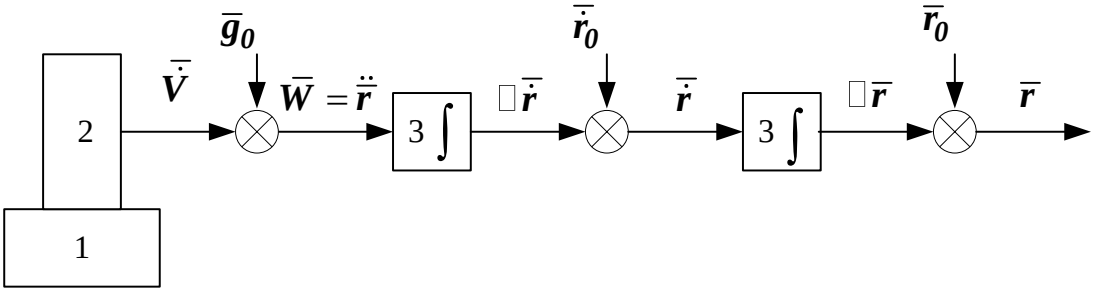

Рис. 8.2. Узагальнена схема ІНС:
1 – гіростабілізована платформа; 2 – трикомпонентний акселерометр;
3 – інтегрувальний пристрій

Трикомпонентний акселерометр розташований на гіростабілізованій платформі (ГСП). Акселерометр вимірює вектор прискорення $\dot{\bar{V}}$ активними силами. Після підсумовування прискорення $\dot{\bar{V}}$ з вектором гравітаційного прискорення утворюється вектор повного прискорення $\bar{W} = \ddot{\bar{r}}$.

Уточнимо схему ІНС стосовно навігації об'єкта поблизу поверхні сферичної Землі. Географічна система координат при навігації поблизу Землі показана на рис. 8.3.

Цю систему координат прийнято за базову. Вісь ζ спрямована по радіусу-вектору $\bar{r}$, що з'єднує центр Землі з точкою знаходження об'єкта. Дві інші осі лежать у площині місцевого горизонту. Вісь η спрямована по дотичній до паралелі на схід E, вісь ξ - по дотичній до місцевого меридіана на північ $P_{сев.}$. Координати розташування об'єкта визначаються довжиною радіуса-вектора $\bar{r}$, широтою φ и довготою λ. Якщо знехтувати висотою, то $|\bar{r}| = R = const$, R – радіус Землі, а об'єкт рухається по поверхні Землі зі швидкістю $\bar{V}$ (рис. 8.4).

Тоді

$$V_N = V_П \cos\psi; V_E = V_П \sin\psi; \psi = arctg\frac{V_E}{V_N}, \qquad (8.6)$$

де V_N, V_E – північна і східна складові швидкості об'єкта;

ψ – істинний курс об'єкта.

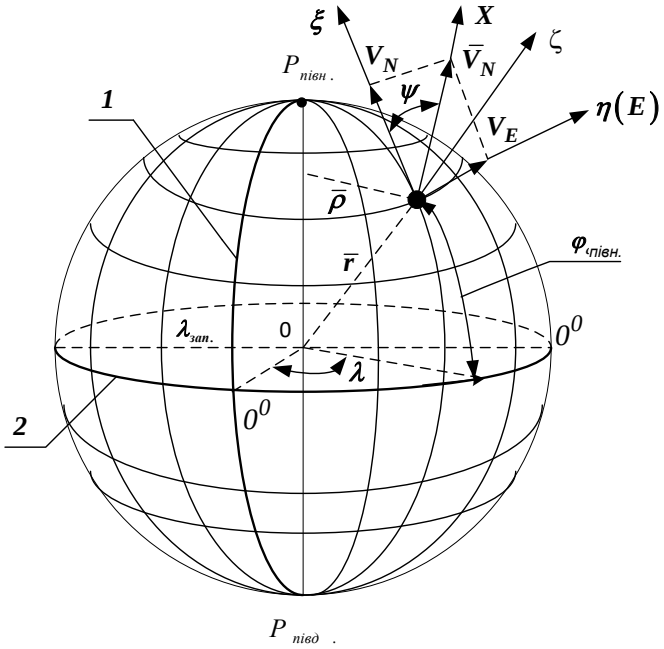

Рис. 8.3. Географічна система координат:
1 – нульовий меридіан; 2 – екватор, λ – довгота, φ – широта

На основі рис. 8.3 можна отримати таке співвідношення:

$$\dot{\varphi} = \frac{V_N}{R}; \dot{\lambda} = \frac{V_E}{\rho}, \begin{cases} V_N = \dot{\varphi} R \\ V_E = \dot{\lambda}\rho = \dot{\lambda} R \cos\varphi \end{cases}, \tag{8.7}$$

де $\rho = R\cos\varphi$ – радіус паралелі.

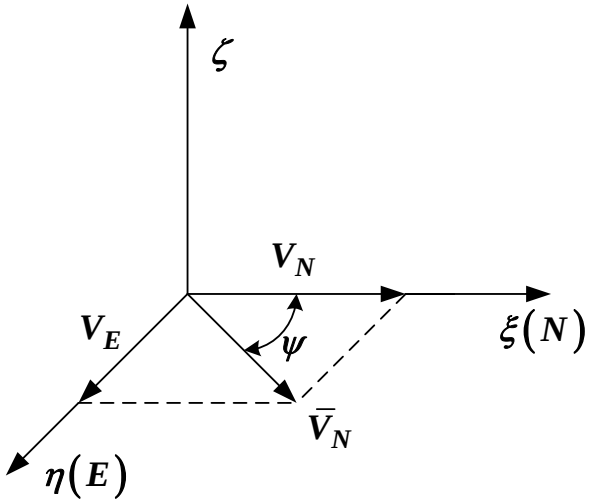

Рис. 8.4. Вектор швидкості руху об'єкта і його складові

Припустимо, що за допомогою гіростабілізованої платформи (ГСП) змодельовано на борту об'єкта географічну систему координат $\xi\eta\zeta$ і на ній встановлено два однокомпонентних акселерометри. Акселерометри на ГСП встановлені так, що вимірювальна вісь одного з них орієнтована на північ (північний акселерометр A_N), а вимірювальна вісь іншого – на схід (східний акселерометр A_E). Тоді географічні координати місцезнаходження об'єкта φ і λ можуть бути обчислені на основі співвідношень (8.6) і (8.7). Схема ІНС, що вирішить завдання, показано на рис. 8.5.

Акселерометри A_N і A_E вимірюють відповідно північну $\dot{V}_N$ і східну $\dot{V}_E$, що складають прискорення об'єкта. Після інтегрування на перших інтеграторах $\dot{I}_{1N}$ північного і східного $\dot{I}_{1E}$ каналів отримують приріст швидкостей ΔV_N і ΔV_E. Якщо ΔV_N і ΔV_E підсумувати з початковими значеннями швидкостей V_{N_0} і V_{E_0}, то в результаті отримаємо проекції векторів швидкостей північного та східного напрямів

$$V_N = V_{N_0} + \Delta V_N \text{ і } V_E = V_{E_0} + \Delta V_E. \tag{8.8}$$

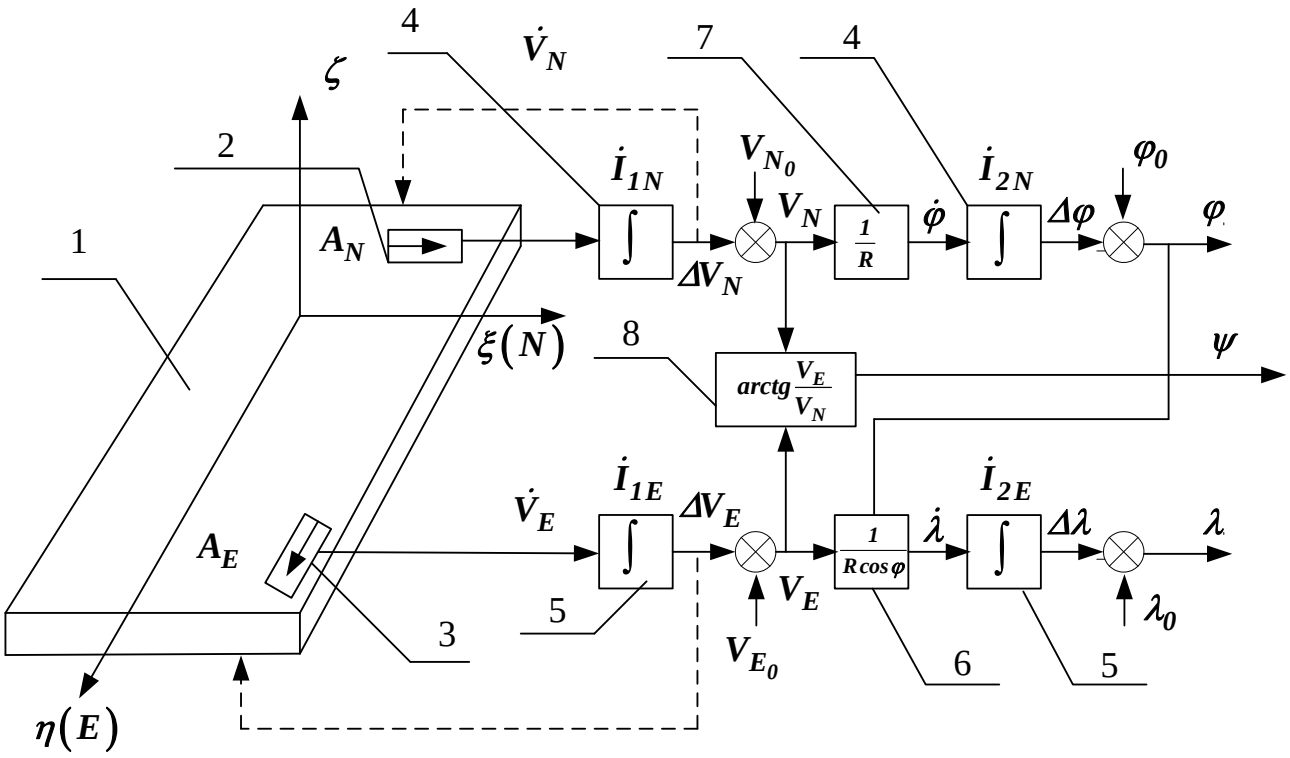

Рис. 8.5. Схема принципу побудови інерціальної навігаційної системи: 1 – ГСП; 2 – акселерометр північного напрямку; 3 – акселерометр східного напрямку; 4 – інтегратори північного каналу; 5 – інтегратори східного каналу; 6,7 – масштабуючі елементи; 8 – обчислювальний канал курсу

На основі сигналів V_N і V_E за допомогою масштабуючих елементів $\frac{1}{R}$ і $\frac{1}{R\cos\varphi}$ формуються сигнали $\dot{\varphi}$ і $\dot{\lambda}$, які далі надходять на входи інших інтеграторів: північного $\dot{I}_{2N}$ і східного $\dot{I}_{2E}$. Із входів других інтеграторів отримують приріст географічних координат об'єкта $\Delta\varphi$ і $\Delta\lambda$. Після підсумовування $\Delta\varphi$ і $\Delta\lambda$ з початковими значеннями географічних координат місцеположення остаточно отримують інформацію про поточні значення широти і довготи

$$\varphi = \varphi_0 + \Delta\varphi; \quad \lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda.$$

Істинний курс об'єкта визначають в обчислювальному каналі курсу 8 за допомогою складових V_N і V_E.

Для нормального функціонування ІНС (рис. 8.5) необхідно виконати початкову виставку ГСП, тобто осі ГСП $\xi\eta\zeta$ мають бути суміщені з осями географічної системи координат $\xi_0\eta_0\zeta_0$ у момент початку роботи системи.

Надалі моделювання системи координат $\xi\eta\zeta$ за допомогою ГСП може здійснюватися двома шляхами:

- у розімкнутих ІНС – без використання акселерометрів;
- у замкнутих ІНС – за сигналами акселерометрів.

3. Класифікація ІНС

На ЛА, призначених для здійснення далеких польотів у повітряному просторі, розташованому в безпосередній близькості від поверхні Землі, використовують двох- або трьохканальні автономні ІНС замкнутого типу, тобто системи із зворотними зв'язками. Застосування негативних зворотних зв'язків дозволяє істотно підвищити точність навігації і отримати систему, яка не збурюється силами інерції. Залежно від способу побудови ланцюга зворотного зв'язку, від способу реалізації на рухомій основі горизонтальної системи координат або вертикалі ІНС поділяють на напівавтоматичні, геометричні та аналітичні.

У системах геометричного типу є геометричні образи площини місцевого горизонту, кутів широти і довготи місця розташування об'єкта.

У системах напіваналітичного типу площину місцевого горизонту будують геометрично, а широту і довготу місця обчислюють аналітично в обчислювальному пристрої.

У системах аналітичного типу побудова вертикалі, визначення географічних координат місця здійснюються аналітично в обчислювальному пристрої.

ІНС напіваналітичного типу ще класифікують за типом азимутної орієнтації осей чутливості акселерометрів у площині горизонту:

- системи з географічною орієнтацією, в яких виробляють географічні координати місця об'єкта;
- системи з ортодромічною орієнтацією, в яких виробляють пройдений об'єктом шлях уздовж заданої траєкторії і переміщення об'єкта в напрямку, перпендикулярному до ортодромії;
- системи з вільною в азимуті орієнтацією – за допомогою додаткового перерахункового пристрою виробляють географічні координати місця об'єкта.

Щоб ІНС мала властивість незбурюваності прискореннями руху об'єкта, побудову вертикалі налаштовують на період маятника Шуллера T = 84,36 хв.

Лекція № 9

ХАРАКТЕРНІ ОСОБЛИВОСТІ Й УМОВИ ПОБУДОВИ РІЗНОГО ТИПУ ІНЕРЦІАЛЬНИХ НАВІГАЦІЙНИХ СИСТЕМ

У загальному випадку при побудові інерційних систем необхідно враховувати таке:

- способи вимірювання навігаційних параметрів ЛА відносно навігаційної системи відліку $O_0\xi\eta\zeta$;
- види орієнтації акселерометрів;
- особливості моделювання систем координат;
- методи гравітаційного прискорення;
- методи початкових параметрів руху.

У зв'язку з цим до складу будь-якої інерціальної системи входять такі функціональні елементи:

- система акселерометрів, що вимірює складові вектора прискорення руху центру мас ЛА під дією активних сил;
- датчики кутової орієнтації, що моделюють навігаційну систему координат або вимірюють її кутову швидкість обертання;
- датчики первинної і вихідної інформації, в тому числі і даних про гравітаційне поле;
- лічильно-вирішальний пристрій для обчислення навігаційних алгоритмів;
- системи відображення вихідної інформації або видачі вихідних сигналів різним споживачам;
- системи управління і корекції похибок.

Введемо в розгляд два базових ортогональних тріедри:

$O_1X_1Y_1Z_1$ – перший базовий тріедр, утворений осями чутливості акселерометрів;

$O_2X_2Y_2Z_2$ – другий базовий тріедр, що збігається з осями чутливості датчиків кутової орієнтації (моделює навігаційну систему координат).

Тріедр $O_1X_1Y_1Z_1$ обертається з абсолютною кутовою швидкістю $\bar{\omega}_1$ відносно системи відліку $O_0\xi\eta\zeta$.

Вектор виміряного прискорення в системі координат $O_1X_1Y_1Z_1$ дорівнює

$$\bar{a} = a_x\bar{i}_1 + a_y\bar{j}_1 + a_z\bar{k}_1, \qquad (9.1)$$

де $\bar{i}_1$, $\bar{j}_1$, $\bar{k}_1$ – орти системи координат $O_1X_1Y_1Z_1$.

Запишемо навігаційне рівняння, що враховує абсолютне прискорення центру мас ЛА, у вигляді

$$\dot{\bar{V}} = \bar{a} + \bar{g} - \bar{\omega}_1 \cdot \bar{V}, \qquad (9.2)$$

де $\dot{\bar{V}}$ – похідна за часом від вектора швидкості в системі координат $O_1X_1Y_1Z_1$, що обертається з кутовою швидкістю ω_1.

У рівнянні (9.2) компоненти прискорення $\bar{a}$ вимірюють акселерометрами, гравітаційне прискорення задають одним з яких-небудь способів, швидкість $\bar{V}$ отримують з виходу інтеграторів прискорення, $\bar{\omega}_1$ отримують від датчиків кутових швидкостей або датчиків кутової орієнтації.

Положення акселерометрів відносно датчиків кутової орієнтації має такі особливості. Якщо зв'язок між акселерометрами і датчиками кутової орієнтації жорсткий, то перший $O_1X_1Y_1Z_1$ і другий $O_2X_2Y_2Z_2$ базові тріедри збігаються. За допомогою карданових рамок зв'язок між акселерометрами і датчиками кутової орієнтації ЛА може бути гнучким. У цьому випадку тріедри $O_1X_1Y_1Z_1$ і $O_2X_2Y_2Z_2$ можуть бути повернені відносно один одного на деякі кути. Отже, значення величин цих кутів мають бути відомими. Тоді перехід від першого базового тріедра до другого можна здійснювати на підставі відомих матриць напрямних косинусів

$$\begin{Vmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{Vmatrix} = M_{12} \begin{Vmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{Vmatrix} \quad \text{і} \quad \begin{Vmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{Vmatrix} = M_{12}^T \begin{Vmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{Vmatrix}, \qquad (9.3)$$

де $M_{12} = \|n_{ij}\| \quad (i = 1,2,3;\ j = 1,2,3)$;

M_{12}^T – транспонована матриця від матриці M_{12}.

Другий базовий тріедр $O_2X_2Y_2Z_2$ може обертатися відносно інерціального простору з кутовою швидкістю $\bar{\omega}_2$. Швидкість $\bar{\omega}_2$ задається чи вимірюється як

$$\bar{\omega}_2 = \omega_{X_2}\bar{i}_2 + \omega_{Y_2}\bar{j}_2 + \omega_{Z_2}\bar{k}_2, \qquad (9.4)$$

де $\bar{i}_2$, $\bar{j}_2$, $\bar{k}_2$ – орти системи координат $O_2X_2Y_2Z_2$.

Для вирішення навігаційного завдання відповідно до рівняння (9.2) необхідно визначити вектор кутової швидкості $\bar{\omega}_1$:

$$\bar{\omega}_1 = \omega_{X_1}\bar{i}_1 + \omega_{Y_1}\bar{j}_1 + \omega_{Z_1}\bar{k}_1 = \bar{\omega}_2 + \bar{\omega}_{21}, \qquad (9.5)$$

де $\bar{\omega}_{21}$ – вектор кутової швидкості тріедрів $O_1X_1Y_1Z_1$ і $O_2X_2Y_2Z_2$ відносно один одного.

Тоді навігаційне рівняння (9.2) з урахуванням (9.5) набуває вигляду

$$\dot{\bar{V}} = \bar{a} + \bar{g} - \left(\bar{\omega}_2 + \bar{\omega}_{21}\right)\cdot\bar{V}. \qquad (9.6)$$

Виходячи з виразу (9.6), можна виділити характерні особливості і умови побудови різного типу інерційних систем навігації.

Інерціальна система аналітичного типу

В ІНС такого типу перший і другий базові тріедри збігаються і не обертаються в інерціальній просторі. Орієнтація тріедра зазвичай збігається з навігаційною системою $O_0X_0Y_0Z_0$. Тоді характерними особливостями такої системи є

$$\bar{i}_1 = \bar{i}_2 = \bar{i}_0;\ \ \bar{j}_1 = \bar{j}_2 = \bar{j}_0;\ \bar{k}_1 = \bar{k}_2 = \bar{k}_0;\ \ \bar{\omega}_1 = \bar{\omega}_2 = \bar{\omega}_0 = 0. \qquad (9.7)$$

Інерціальна навігаційна система напіваналітичного типу

В ІНС такого типу обидва базові тріедри збігаються з географічною (горизонтальною) системою координат $O\xi\eta\zeta$.

У загальному вигляді така ІНС характеризується такими умовами:

$$\bar{i}_1 = \bar{i}_2 = \bar{\xi},\ \bar{j}_1 = \bar{j}_2 = \bar{\eta},\ \bar{k}_1 = \bar{k}_2 = \bar{\zeta},\ \bar{\omega}_1 = \bar{\omega}_2 = \bar{\omega}_\xi + \bar{\omega}_\eta + \bar{\omega}_\zeta, \qquad (9.8)$$

де $\bar{\omega}_\xi, \bar{\omega}_\eta, \bar{\omega}_\zeta$ – абсолютні кутові швидкості відносно відповідних осей горизонтальної системи координат.

Для отримання виразу для $\bar{\omega}_\xi, \bar{\omega}_\eta, \bar{\omega}_\zeta$ розглянемо рис. 9.1.

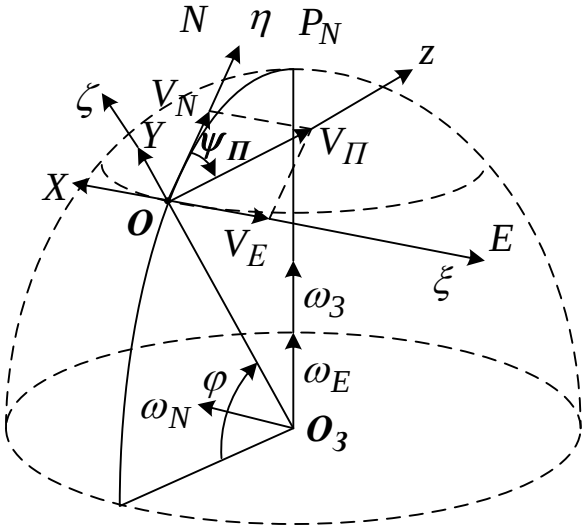

Рис. 9.1. Параметри руху в проекціях на осі географічної (горизонтальної) системи координат:
$V_П$ – вектор шляхової швидкості; $\omega_З$ – вектор кутової швидкості обертання Землі; $\psi_П$ – шляховий кут

На основі рис. 9.1

$$\omega_\xi = \omega_E \cos\varphi + \omega_З \cos\varphi = \frac{V_\eta}{R\cos\varphi}\cos\varphi + \omega_З \cos\varphi = \frac{V_П}{R}\sin\psi_П + \omega_З \cos\varphi;$$

$$\bar{\omega}_\eta = -\omega_N = -\frac{V_\xi}{R} = \frac{V_П}{R}\cos\psi_П; \qquad (9.9)$$

$$\omega_\zeta = \omega_E \sin\varphi + \omega_З \sin\varphi = \frac{V_\eta}{R\cos\varphi}\sin\varphi + \omega_З \sin\varphi = \frac{V_П}{R} tg\varphi \cdot \sin\psi_П + \omega_З \sin\varphi \cdot$$

Залежно від способу орієнтації в азимуті напіваналітичні системи підрозділяють на такі:

а) вільні в азимуті, в яких вертикальна складова кутової швидкості базового тріедра $\omega_\zeta = 0$;

б) меридіональні, у яких:

- одна з горизонтальних осей тріедра поєднується з напрямком географічного меридіана;
- вертикальна складова кутової швидкості

$$\omega_\zeta = \omega_З \sin\varphi + \frac{V_П}{R} tg\varphi \cdot \sin\psi_П;$$

в) ортодромічні, у яких одна з горизонтальних осей орієнтована у напрямку ортодромії ($\psi_П = 0$), а $\omega_\zeta = \omega_3 \sin\varphi$.

Інтегральна система пов’язаного типу

Базові тріедри ІНС такого типу збігаються зі пов'язаною з ЛА системою координат $OXYZ$.

Така ІНС називається безплатформною (БІНС). Всі чутливі елементи в БІНС встановлюють не на ГСП, а жорстко кріплять на корпусі ЛА.

БІНС характеризується такими умовами

$$\bar{\omega}_1 = \bar{\omega}_2 = \bar{\omega},$$

де $\bar{\omega}$ – кутова швидкість пов'язаної системи координат $OXYZ$ відносно нерухомої (інерційної).

Інерціальна система напівпов’язаного типу

У ІНС такого типу базові тріедри збігаються з напівпов’язаною системою координат $OX'Y'Z'$. Система координат $OX'Y'Z'$ має свободу руху відносно пов'язаної з ЛА системи координат $OXYZ$.

Напівпов’язана система координат зазвичай моделюється різними гіростабілізаторами.

Інерціальна система геометричного типу

У таких ІНС перший базовий тріедр поєднують із горизонтальною системою координат, а друга – не обертається відносно інерціального простору.

ІНС геометричного типу характеризується такими умовами:

$$\bar{i}_1 = \bar{\xi};\ \bar{j}_1 = \bar{\eta};\ \bar{k}_1 = \bar{\zeta};\ \bar{i}_2 = \bar{X}_0;\ \ \bar{j}_2 = \bar{Z}_0;\ \bar{k}_2 = \bar{Y}_0;\ \bar{\omega}_1 = \bar{\omega}_\xi + \bar{\omega}_\eta + \bar{\omega}_\zeta;\ \bar{\omega}_2 = 0,$$

де $\bar{X}_0$, $\bar{Y}_0$, $\bar{Z}_0$ – орти інерціальної системи координат $OX_0Y_0Z_0$.

За інерційну систему координат найчастіше приймають екваторіальну систему координат.

Як приклад розглянемо схему ІНС із системою координат, що обертається (рис. 9.2).

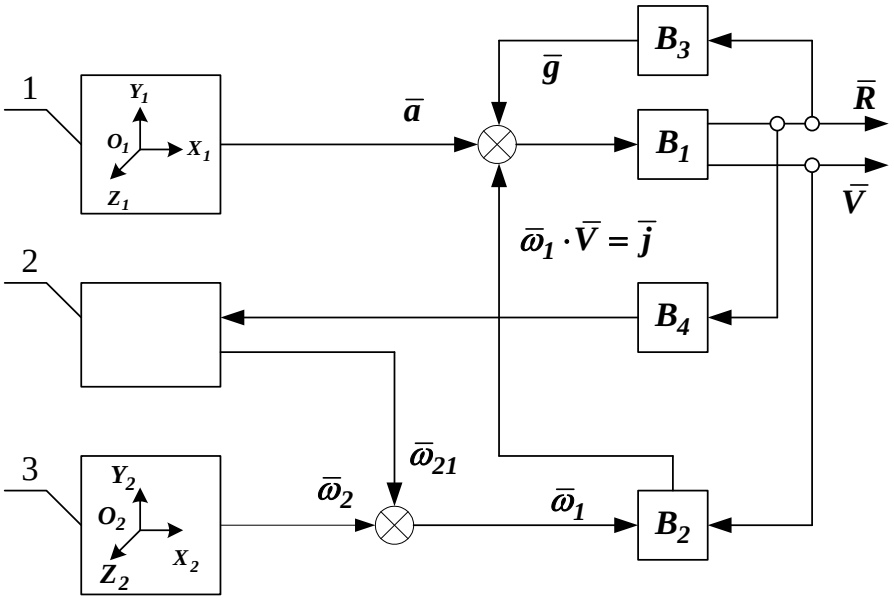

Рис. 9.2. Функціональна схема ІНС із системою координат, що обертається:
1 – блок акселерометрів; 2 – ГСП; 3 – блок датчиків кутової орієнтації;
$B_1 \ldots B_4$ – обчислювальні пристрої

Принцип побудови даної ІНС оснований на використанні акселерометра і датчиків кутової орієнтації. Блок акселерометрів 1 вимірює вектор прискорення; гіростабілізована платформа 2 здійснює кінематичний зв'язок акселерометрів із датчиками кутової орієнтації 3. Кінематичний зв'язок між першим $O_1X_1Y_1Z_1$ та другим $O_2X_2Y_2Z_2$ базовими тріедрами визначають за допомогою матриці напрямних косинусів M_{12}. Обчислювач B_1 є основним навігаційним обчислювачем. Його завдання полягає у виробленні поточної інформації про координати центру мас ЛА $\bar{R}$ і вектора швидкості $\bar{V}$. Обчислювач B_2 призначений для обчислення коріолісова прискорення $\bar{\omega}_1 \cdot \bar{V}$; B_3 – обчислювач вектора гравітаційного прискорення $\bar{g}$; B_4 – обчислювач керуючих сигналів системи кутової стабілізації акселерометрів.

Інерціальна навігаційна система може бути побудована тільки на датчиках лінійних прискорень (акселерометрах). Для реалізації таких ІНС може бути використано шість, дев'ять і більше однокомпонентних акселерометрів, що мають різні орієнтації осей чутливості.

Якщо гравітаційне прискорення задають або обчислюють у спеціальному обчислювачі, то для побудови ІНС досить шести акселерометрів. Нехай осі чутливості акселерометрів $A_{X_1}, A_{Y_1}, A_{Z_1}$ утворюють перший базовий тріедр $O_1X_1Y_1Z_1$, а осі чутливості акселерометрів $A_{X_2}, A_{Y_2}, A_{Z_2}$ – відповідно другий базовий тріедр

$O_2X_2Y_2Z_2$. Розташуємо акселерометри на загальній жорсткій основі 1. Відстань між полюсами тріедра $O_1\,O_2$ позначимо через ρ. Загалом $\bar{\rho}$ – це радіус-вектор, що поєднує точки O_1 і O_2. Однойменні осі тріедрів розташуємо паралельно ($O_1X_1 \| O_2X_2$, $O_1Y_1 \| O_2Y_2$, $O_1Z_1 \| O_2Z_2$).

Функціональну схему ІНС на базі шести акселерометрів показано на рис. 9.3.

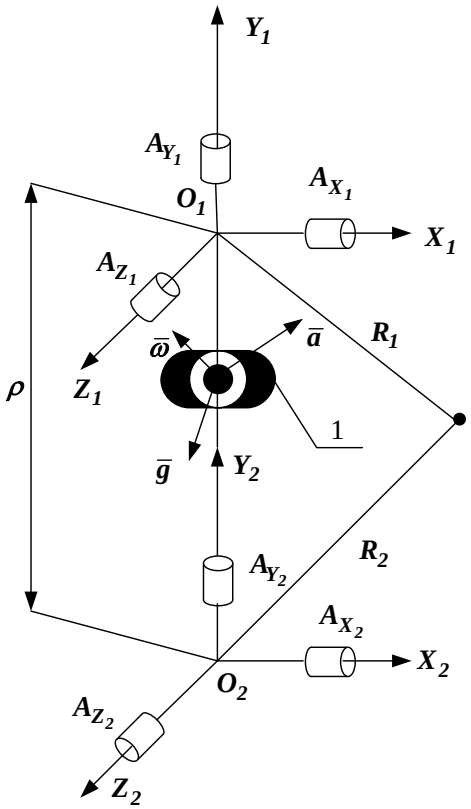

Рис. 9.3. НС на основі шести акселерометрів:
1 – жорстка основа; $A_{X_1}, A_{Y_1}, A_{Z_1}, A_{X_2}, A_{Y_2}, A_{Z_2}$ – акселерометри

Виходячи з сигналів акселерометрів отримаємо такі навігаційні рівняння:

$$\frac{\tilde{d}^2\bar{R}_1}{\partial t^2} = \bar{a}_1 + \bar{g}_1 - \bar{\omega}_1\frac{d\bar{R}_1}{dt}; \tag{9.10}$$

$$\frac{\tilde{d}^2\bar{R}_2}{\partial t^2} = \bar{a}_2 + \bar{g}_2 - \bar{\omega}_2\frac{d\bar{R}_2}{dt}; \tag{9.11}$$

$$\bar{R}_2 = \bar{R}_1 + \bar{\rho}; \tag{9.12}$$

$$\bar{g}_1 = \frac{fM_3}{R_1^3}\bar{R}_1; \quad \bar{g}_2 = \frac{fM_3}{R_2^3}\bar{R}_2; \tag{9.13}$$

$$\bar{\omega}_1 = \bar{\omega}_2 = \bar{\omega}; \quad \bar{a}_1 = \bar{a}_2 = \bar{a}\ .$$

Таким чином, два векторних рівняння (9.10) і (9.11) містять дві невідомі величини $\bar{\omega}$ і $\bar{a}$. Спільне рішення рівнянь (9.10) – (9.13) з урахуванням заданого вектора $\bar{g}$ дозволяє повністю вирішити навігаційну задачу.

Лекція № 10

ОСНОВИ ІНЕРЦІАЛЬНОЇ НАВІГАЦІЇ

Принципове рішення задачі створення інерціальної навігаційної системи

Постановка задачі

В просторі рухається об'єкт. На його борту в кожен момент часу необхідно отримувати інформацію про орієнтацію, швидкості і координати цього об'єкта відносно планети. А планета рухається відносно системи відліку. Поставимо завдання створення системи, яка генерує в кожен момент часу руху об'єкта зазначену інформацію.

Для вирішення поставленого завдання розглянемо рухи об'єкта відносно планети (рис. 10.1).

Введемо позначення.

Системи координат і їх орти:

$O_X X_1 X_2 X_3$ – система координат, пов’язана з об’єктом , $\bar{X}_i$ – її орти, O_X – полюс об’єкта;

$O_Y Y_1 Y_2 Y_3$ – система координат, пов’язана з планетою, $\bar{Y}_i$ – її орти;

$O_Z Z_1 Z_2 Z_3$ – система координат, пов’язана з інерціальною системою відліку, $\bar{Z}_i$ – її орти.

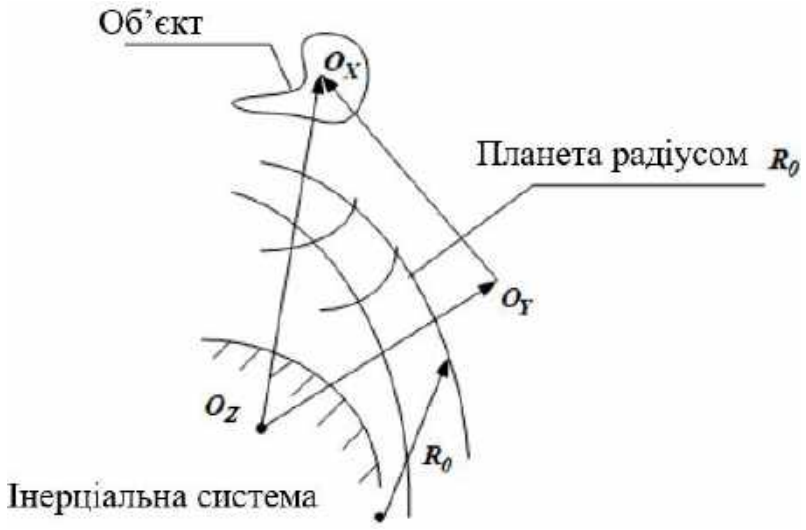

Рис. 10.1. Рухи об'єкта відносно планети

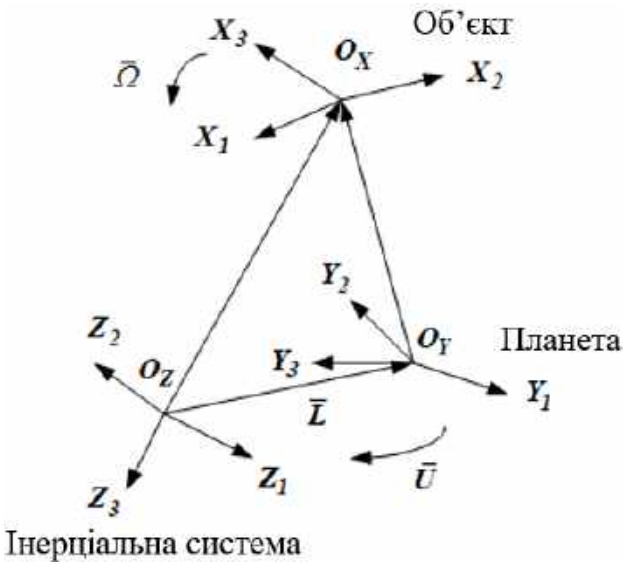

Рис. 10.2. Рухи об'єкта відносно планети з позначенням систем координат

Вектори:

$\bar{W}, \bar{V}$ – прискорення і швидкості полюса відносно інерціальної системи відліку;

$\bar{R}$ – радіуси-вектори полюса об'єкта відносно початку планетної системи відліку;

$\bar{U}$ – абсолютна кутова швидкість планети;

$\bar{\Omega}$ – абсолютна кутова швидкість об'єкта;

$\bar{A}$ – умовне прискорення полюса об'єкта;

$\bar{\delta}$ – гравітаційне прискорення полюса об'єкта.

Проекції векторів наведені в табл. 10.1.

Таблиця 10.1

Системи координат	Проекції векторів						
	$\bar{W}$	$\bar{V}$	$\bar{R}$	$\bar{\Omega}$	$\bar{U}$	$\bar{\delta}$	$\bar{A}$
$O_X X_1 X_2 X_3$	$\bar{W}_i^X$	$\bar{V}_i^X$	$\bar{R}_i^X$	$\bar{\Omega}_i^X$	-	$\bar{\delta}_i^X$	$\bar{A}_i^X$
$O_Y Y_1 Y_2 Y_3$	-	$\bar{V}_i^Y$	$\bar{R}_i^Y$	-	$\bar{U}_i^Y$	$\bar{\delta}_i^Y$	-

Напрямні косинуси від планетної системи координат до об'єктної

$$C_{ij} = \bar{Y}_i \cdot \bar{X}_j, \ (i, j = 1, 2, 3), \qquad (10.1)$$

де $\bar{X}_j$, $\bar{Y}_i$ – орти відповідних координатних осей $\bar{X}_j$, $\bar{Y}_i$.

Початкові умови:

$C_{ij}(t_0) = C_{ij}^0$ – значення напрямних косинусів у початковий момент часу $t = t_0$;

$V_i^X(t_0) = V_i^{X_0}$, $R_i^X(t_0) = R_i^{X_0}$ – значення проекцій векторів $\bar{V}$, $\bar{R}$ на осі системи координат $O_X X_1 X_2 X_3$.

Застосувавши операцію абсолютного диференціювання за часом (АДЧ) до рівності (10.1), отримаємо

$$\dot{C}_{ij} = \dot{\bar{Y}} \cdot \bar{X} + \bar{Y}_i \cdot \dot{\bar{X}}_j . \tag{10.2}$$

Таким чином, якщо орт $\bar{Y}_i$ належить планетній системі координат, що обертається відносно інерціальної системи відліку з кутовою швидкістю $\bar{U}$, а орт $\bar{X}_j$ належить об'єктній системі координат, що обертається відносно інерціальної з кутовою швидкістю $\bar{\Omega}$, то

$$\begin{cases} \dot{\bar{Y}}_i = \bar{U} \cdot \bar{Y}_i ; \\ \dot{\bar{X}}_j = \bar{\Omega} \cdot \dot{\bar{X}}_j . \end{cases} \tag{10.3}$$

Підставивши (10.3) в (10.1), отримаємо

$$\dot{C}_{ij} = \left(\bar{U} \cdot \bar{Y}_i\right) \cdot \bar{X}_j + \bar{Y}_i \cdot \left(\bar{\Omega} \cdot \bar{X}_j\right). \tag{10.4}$$

Вектор $\bar{U}$ заданий проекціями в планетній системі координат, а вектор $\bar{\Omega}$ наведено через проекції в об'єктній системі координат

$$\begin{cases} \bar{U} = \sum_{k=1}^{3} U_k \cdot \bar{Y}_k ; \\ \bar{\Omega} = \sum_{k=1}^{3} \Omega_k \cdot \bar{X}_k . \end{cases} \tag{10.5}$$

Підставивши (10.1) в (10.4), отримаємо

$$\dot{C}_{ij} = \sum \left[\left(U_k \cdot \bar{Y}_k \cdot \bar{Y}_i\right) \cdot \bar{X}_j + \bar{Y}_i \cdot \left(\Omega_k \cdot \bar{X}_k \cdot \bar{X}_j\right) \right]. \tag{10.6}$$

Використовуючи (10.1), отримуємо вираз

$$\begin{cases} \bar{X}_j = \sum_{m=1}^{3} C_{mi} \cdot \bar{Y}_m; \\ \bar{Y}_i = \sum_{m=1}^{3} C_{mi} \cdot \bar{X}_m. \end{cases} \tag{10.7}$$

Підставивши (10.7) в (10.6), отримаємо

$$\dot{C}_{ij} = \sum_{k=1}^{3}\sum_{m=1}^{3}\left\{\left[\left(U_k \cdot \bar{Y}_k\right)\cdot \bar{Y}_m\right]\cdot U_k \cdot C_{mj} + \left[\bar{X}_m \cdot \left(\bar{X}_k \cdot \bar{X}_j\right)\right]\cdot \Omega_k \cdot C_{mi}\right\}. \tag{10.8}$$

Використовуючи символ Леві–Чивіти:

$$\in_{kim} = \begin{cases} 1, \text{якщо } k_{im} \text{ набуває значення } 123\ 231\ 312; \\ -1, \text{якщо } k_{im} \text{ набуває значення } 213\ 132\ 321; \\ 0 - \text{в останніх випадках,} \end{cases} \tag{10.9}$$

перепишемо (10.8):

$$\dot{C}_{ij} = \sum_{k=1}^{3}\sum_{m=1}^{3}\left(\in_{kim} \cdot U_k \cdot C_{mj} + \in_{kim} \cdot \Omega_k \cdot C_{mi}\right). \tag{10.10}$$

За визначенням кінематики

$$\begin{aligned} \dot{\bar{V}} &= \bar{W}; \\ \dot{\bar{R}} &= \bar{V}. \end{aligned} \tag{10.11}$$

Використаємо визначення удаваного прискорення полюса об'єкта

$$\bar{A} = \bar{W} - \bar{\delta}, \tag{10.12}$$

де $\bar{\delta}$ – гравітаційне прискорення.

З урахуванням (10.12) перепишемо (10.11) так:

$$\bar{W} = \dot{\bar{V}} = \bar{A} + \bar{\delta}. \tag{10.13}$$

Задавши вектори $\bar{V}, \bar{R}$ в об'єктній системі координат, що обертаються відносно інерціальної з кутовою швидкістю $\bar{\Omega}$, запишемо $\bar{V}$, $\bar{R}$ і отримаємо рівняння

$$\dot{\bar{V}} + \bar{\Omega} \cdot \bar{V} = \bar{A} + \bar{\delta}\,; \tag{10.14}$$

$$\dot{\bar{R}} + \bar{\Omega} \cdot \bar{R} = \bar{V}\,, \tag{10.15}$$

де $\dot{\bar{V}}, \dot{\bar{R}}$ – локальні похідні за часом в об'єктній системі координат.

Перепишемо (10.14), (10.15) у вигляді

$$\dot{\bar{V}} = \bar{A} + \bar{\delta} - \bar{\Omega} \cdot \bar{V}\,; \tag{10.16}$$

$$\dot{\bar{R}} = \bar{V} - \bar{\Omega} \cdot \bar{R}\,. \tag{10.17}$$

При сферичному полі тяжіння планети силова функція цього поля має вигляд

$$\Phi = \frac{\mu}{R_0 + R} = \frac{\mu}{R_0 + \sqrt{\left(R_1^Y\right)^2 + \left(R_2^Y\right)^2 + \left(R_3^Y\right)^2}}\,, \tag{10.18}$$

де μ – константа, яка дорівнює добутку маси планети на її гравітаційну сталу;

R_0 – радіус планети.

Тоді вектор $\bar{\delta}$ визначають як

$$\bar{\delta} = \mathbf{grad}\Phi = \sum_{i=1}^{3} \frac{\partial \Phi}{\partial R_i^Y} \cdot \bar{Y}_i\,, \tag{10.19}$$

де в силу (10.18)

$$\frac{\partial \Phi}{\partial R_i^Y} = \frac{\mu R_i^Y}{\left(R_0 + R\right)^2 R}\,, \tag{10.20}$$

$$R = \sqrt{\left(R_1^Y\right)^2 + \left(R_2^Y\right)^2 + \left(R_3^Y\right)^2} \equiv R_0 + \sqrt{\left(R_1^X\right)^2 + \left(R_2^X\right)^2 + \left(R_3^X\right)^2}\,. \tag{10.21}$$

Підставивши (10.20) в (10.21), отримаємо

$$\bar{\delta} = -\sum_{i=1}^{3} \frac{\mu R_i^Y \bar{Y}_i}{\left(R_0 + R\right)^2 R} = \frac{\mu}{\left(R_0 + R\right)^2 R} \cdot \sum_{i=1}^{3} R_i^Y \bar{Y}_i \,. \qquad (10.22)$$

Оскільки

$$\sum_{i=1}^{3} R_i^Y \bar{Y}_i = \bar{R}, \qquad (10.23)$$

то

$$\bar{\delta} = -\frac{\mu \bar{R}}{\left(R_0 + R\right)^2 R}. \qquad (10.24)$$

Позначимо

$$\frac{\mu}{\left[R_0 + \sqrt{\left(R_1^X\right)^2 + \left(R_2^X\right)^2 + \left(R_3^X\right)^2}\right]^2 \cdot \sqrt{\left(R_1^X\right)^2 + \left(R_2^X\right)^2 + \left(R_3^X\right)^2}} \qquad (10.25)$$

і помітимо, що це функція змінних R_i^X. Використовуючи (10.24), перепишемо (10.25):

$$\bar{\delta} = \varphi \bar{R}. \qquad (10.26)$$

Спроектувавши (10.26) на осі системи координат $O_X X_1 X_2 X_3$, отримаємо його в скалярній формі

$$\bar{\delta}_i^X = \varphi R_i^X, \quad \left(i = 1,2,3\right). \qquad (10.27)$$

Отже, при сферичному поясі тяжіння планети проекції вектора гравітаційного прискорення полюса об'єкта на осі об'єктної системи координат є нелінійними функціями проекцій радіуса-вектора полюса об'єкта на осі цієї ж системи координат.

Запишемо векторні рівняння (10.16), (10.17) в скалярній формі. Для цього помножимо кожне з них на орт $\bar{X}_j$ і отримаємо

$$\dot{V}_i^X = A_i + \delta_i^X - \left(\bar{\Omega} \cdot \bar{V}\right) \cdot \bar{X}_j; \tag{10.28}$$

$$\dot{R}_i^X = V_i^X - \left(\bar{\Omega} \cdot \bar{R}\right) \cdot \bar{X}_j. \tag{10.29}$$

Вектори $\bar{\Omega}$, $\bar{V}$, $\bar{R}$ задані проекціями в об'єктній системі координат, тому (10.28), (10.29) перепишемо у вигляді

$$\dot{V}_i^X = A_i + \delta_i^X - \left(\sum_{k=1}^{3} \Omega_k \bar{X}_k \cdot \sum_{m=1}^{3} V_m^X \bar{X}_m \right) \cdot \bar{X}_j; \tag{10.30}$$

$$\dot{R}_i^X = V_i^X - \left(\sum_{k=1}^{3} \Omega_k \bar{X}_k \cdot \sum_{m=1}^{3} R_m^X \bar{X}_m \right) \cdot \bar{X}_j. \tag{10.31}$$

Використовуючи символ Леві-Чивіти (10.9), перепишемо (10.30), (10.31) як

$$\dot{V}_i^X = A_i + \delta_i^X - \sum_{k=1}^{3} \sum_{m=1}^{3} \in_{kim} \Omega_k X_m^X; \tag{10.32}$$

$$\dot{R}_i^X = V_i^X - \sum_{k=1}^{3} \sum_{m=1}^{3} \in_{kim} \Omega_k R_m^X. \tag{10.33}$$

Вектори $\dot{\bar{V}}$, $\dot{\bar{R}}$ представлені виразом через їх проекції на осі об'єктної системи координат

$$\bar{V} = \sum_{j=1}^{3} V_j^X \bar{X}_j, \quad \bar{R} = \sum_{m=1}^{3} R_j^X \bar{X}_j. \tag{10.34}$$

Помноживши кожне з цих вихідних рівності на орт скалярно і використавши (10.1), отримаємо

$$V_i^Y = \sum_{j=1}^{3} C_{ij} V_j^X \; ; \qquad (10.35)$$

$$R_i^Y = \sum_{j=1}^{3} C_{ij} R_j^X \; . \qquad (10.36)$$

Отже, отримані рівняння (10.10), (10.32), (10.33), формули (10.25) і залежності (10.27), (10.35), (10.36) , які дозволяють вказати склад системи, що генерує на борту об'єкта інформацію про його орієнтації, швидкості і координати в просторі.

Ця система має, по-перше, генерувати в кожен момент часу інформацію про проекції A_i, Ω_i векторів A, Ω. По-друге, вона має запам'ятати інформацію про гравітаційне поле (величини μ, R_0 або силову функцію $\Phi = \Phi\left(R_i^Y, i = 1,2,3\right)$) і проекції U_i^Y вектора $\bar{U}$ кутової швидкості планети. По-третє, необхідно, щоб вона мала інформацію про початкові умови $C_{ij}(t_0)$, $V_i^X(t_0)$, $R_i^X(t_0)$. По-четверте, ця система повинна мати в своєму складі обчислювальний пристрій, здатний вирішувати диференціальні рівняння (10.10), (10.32), (10.33) в реальному масштабі часу.

Описано систему, в якій інформація про проекції A_i, Ω_i генерується на інерціальній навігаційній системі (ІНС).

Узагальнена блок-схема ІНС

Введемо деякі поняття і визначення:

- положення об'єкта в просторі визначатимемо координатами його полюса відносно базової системи координат;
- рух об'єкта в просторі визначатимемо проекціями вектора швидкості його полюса на осі об'єктної або базової системи координат;
- орієнтацію об'єкта в просторі визначатимемо напрямними косинусами від базової до об'єктної системі координат;
- навігаційною інформацією (НІ) називається сукупність змінних, що визначають положення, рух і орієнтацію об'єкта в просторі в кожен момент часу;
- апріорною інформацією (АІ) називається сукупність величин і функцій, що визначають гравітаційне поле, обертання планети і значення навігаційної інформації в початковий момент часу;
- вимірюваною інформацією ($В_{вим}І$) називається сукупність вихідних сигналів інерційних датчиків та інших датчиків;

• інерціальною інформацією ($I_H I$) називається сукупність шести скалярних змінних, три з яких визначають поступальний рух, інші три – його кутовий рух, найчастіше це три проекції вектора вдаваного прискорення полюса об'єкта і три проекції вектора його абсолютної кутової швидкості на осі об'єктної системи координат;

• алгоритмом функціонування ІНС називається послідовність вимірювальних і обчислювальних операцій, виконання яких дозволяє отримати навігаційну інформацію.

На рис. 10.3 зображено узагальнену блок-схему ІНС, де вказані такі блоки:

0 – блок зберігання апріорної інформації (АІ);
1 – блок вимірюваної інформації ($B_{вим} I$);
2 – блок інерційної інформації ($I_H I$);
3 – блок навігаційної інформації (НІ);
4 – базовий обчислювальний пристрій (БОП);
5 – джерело енергії (ДЕ).

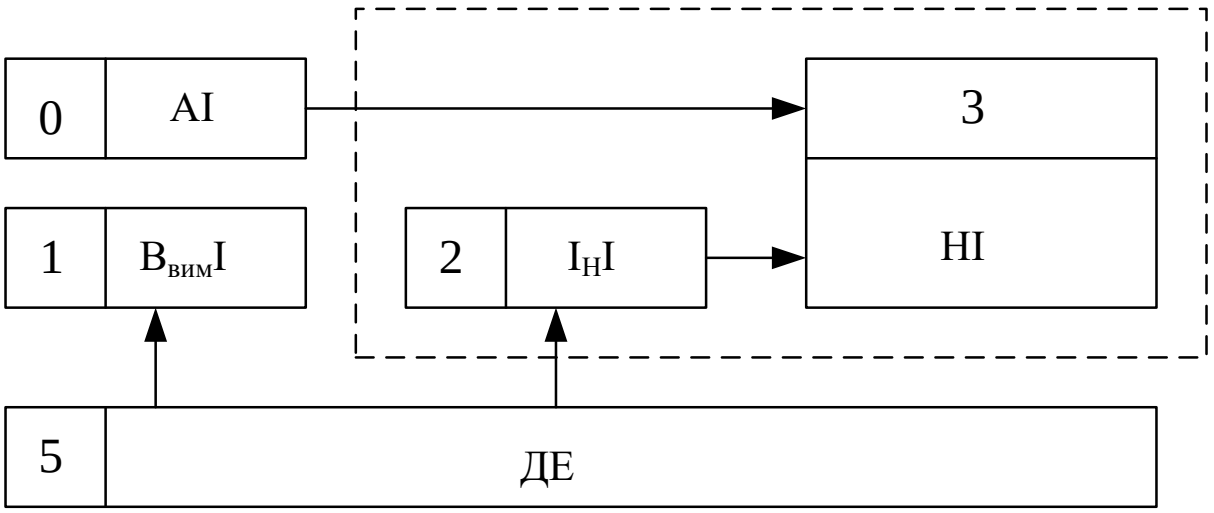

Рис. 10.3. Узагальнена блок-схема ІНС

Блок «0» зберігання апріорної інформації – це ЗП БЦОМ.

Блок «1» вимірюваної інформації – це блок інерціальних датчиків та інших датчиків, що генерують чи безпосередньо дають інерційну інформацію або інформацію, що дозволяє її обчислити.

Блок «2» інерційної інформації – це або вбудований в блок «1» спеціальний обчислювальний пристрій, або частина БЦОМ, що обробляє вимірювану інформацію з метою отримання інерційної інформації.

Блок «3» навігаційної інформації – це БОП, в якому на основі апріорної й інерційної інформації обчислюють навігаційну інформацію.

Джерело енергії «5» є необхідним для забезпечення працездатності блоків «1» – «4».

Функціонування ІНС

Математична модель функціонування ІНС – сукупність рівнянь і формул, що дозволяють скласти алгоритм функціонування ІНС. Раніше були отримані рівняння (10.10), (10.32), (10.33) і формули (10.27), (10.35), (10.36). Запишемо їх у розгорнутій формі

$$\begin{cases}
\dot{C}_{11} = U_3 C_{21} - U_2 C_{31} + \Omega_3 C_{12} - \Omega_2 C_{13}; \\
\dot{C}_{12} = U_3 C_{22} - U_2 C_{32} + \Omega_1 C_{13} - \Omega_3 C_{11}; \\
\dot{C}_{13} = U_3 C_{23} - U_2 C_{33} + \Omega_2 C_{11} - \Omega_1 C_{12}; \\
\dot{C}_{21} = U_1 C_{31} - U_3 C_{11} + \Omega_3 C_{22} - \Omega_2 C_{23}; \\
\dot{C}_{22} = U_1 C_{32} - U_3 C_{12} + \Omega_1 C_{23} - \Omega_3 C_{21}; \\
\dot{C}_{23} = U_1 C_{33} - U_3 C_{13} + \Omega_2 C_{21} - \Omega_1 C_{22}; \\
\dot{C}_{31} = U_2 C_{11} - U_1 C_{21} + \Omega_3 C_{32} - \Omega_2 C_{33}; \\
\dot{C}_{32} = U_2 C_{12} - U_1 C_{22} + \Omega_1 C_{33} - \Omega_3 C_{31}; \\
\dot{C}_{33} = U_2 C_{13} - U_1 C_{23} + \Omega_2 C_{31} - \Omega_1 C_{32}; \\
\dot{V}_1^X = A_1 + \delta_1^X - \Omega_2 V_3^X + \Omega_3 V_2^X; \\
\dot{V}_2^X = A_2 + \delta_2^X - \Omega_1 V_3^X + \Omega_3 V_1^X; \\
\dot{V}_3^X = A_3 + \delta_3^X - \Omega_1 V_1^X + \Omega_2 V_1^X; \\
\dot{R}_1^X = V_1^X - \Omega_2 R_3^X + \Omega_3 R_2^X; \\
\dot{R}_2^X = V_2^X - \Omega_1 R_3^X + \Omega_3 R_1^X; \\
\dot{R}_3^X = V_3^X - \Omega_1 R_2^X + \Omega_2 R_1^X;
\end{cases} \tag{10.37}$$

$$\begin{cases}
R_i^Y = \sum_{j=1}^{3} C_{ij} R_j^X \quad (i = 1,\ 2,\ 3); \\
\overline{\delta}_i^X = -\varphi R_i^X; \\
V_i^Y = \sum_{j=1}^{3} C_{ij} V_j^X.
\end{cases} \tag{10.38}$$

Запишемо (10.37) в матричній формі. Для цього введемо матриці

$$Y^{\bar{V}} = \left\| C_{11}C_{12}C_{13}C_{21}C_{22}C_{23}C_{31}C_{32}C_{33}V_1^X V_2^X V_3^X R_1^X R_2^X R_3^X \right\| \qquad (10.39)$$

$$\begin{vmatrix}
0 & \Omega_3 & -\Omega_2 & U_3 & 0 & 0 & -U_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\Omega_3 & 0 & \Omega_1 & 0 & U_3 & 0 & 0 & -U_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\Omega_2 & -\Omega_1 & 0 & 0 & 0 & U_3 & 0 & 0 & -U_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-U_3 & 0 & 0 & 0 & \Omega_3 & -\Omega & U_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -U_3 & 0 & -\Omega_3 & 0 & \Omega_1 & 0 & U_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -U_3 & \Omega_2 & -\Omega_1 & 0 & 0 & 0 & U_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
U_2 & 0 & 0 & -U_1 & 0 & 0 & 0 & \Omega_3 & -\Omega_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & U_2 & 0 & 0 & -U_1 & 0 & -\Omega_3 & 0 & \Omega_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & U_2 & 0 & 0 & -U_1 & \Omega_2 & -\Omega_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Omega_3 & -\Omega_2 & -\varphi & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\Omega_3 & 0 & \Omega_1 & 0 & -\varphi & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Omega_2 & -\Omega_1 & 0 & 0 & 0 & -\varphi \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \Omega_3 & -\Omega_2 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\Omega_3 & 0 & \Omega_1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \Omega_2 & -\Omega_1 & 0
\end{vmatrix}$$

$$A^{\bar{V}} = \left\| 00000000 A_1 A_2 A_3 000 \right\|. \qquad (10.40)$$

Використавши ці матриці, запишемо диференціальні рівняння (10.37):

$$\dot{Y} = PY + A \cong \dot{Y} = \sum_{j=1}^{15} P_{ij} + A_j \,, \qquad (10.41)$$

якби множник φ в (10.38) не був функцією змінних R_1^X, R_2^X, R_3^X, то компоненти матриці P були б тільки функціями часу. Тому в загальному випадку матричне диференціальне рівняння (10.41) є нелінійним. В окремому випадку, коли величину φ можна вважати сталою, рівняння (10.41) є лінійним з коефіцієнтом P, який залежить тільки від часу.

Алгоритм функціонування ІНС

На основі попередніх результатів складемо алгоритм функціонування ІНС. Він являє собою такі операції.

1. Задати:

t_0, $t_П$ – інтервал часу функціонування;

τ – крок дискретності обчислень;
μ – гравітаційна стала;
R_0 – радіус планети (Землі).

$$\begin{cases} R_i^{x_0} = R_i^x(t_0); \\ V_i^{x_0} = V_i^x(t_0); \\ \dot{C} = C_{ij}(t_0) \end{cases}$$ – початкові умови.

1. $t = t_0$

$$Y_{3_{(i-1)+j}} = C_{ij}^0,\ (i,j=1,2,3);\quad Y_1 \ldots Y_Y;$$

$$Y_{(\vartheta+i)} = V_i^{X_0},\ (i,j=1,2,3);\quad Y_{10} \ldots Y_{12};$$

$$Y_{(12+i)} = R_i^{X_0},\ (i,j=1,2,3);\quad Y_{13} \ldots Y_{15}.$$

2.

$$R = \sqrt{\sum_{i=1}^{3}\left[Y_{(12+i)}\right]^2};$$

$$U = U_i(t),\quad \Omega_i = \Omega_i(t);$$

$$A_i = A_i(t).$$

3. $$\varphi = \frac{\mu}{(R_0 + R)^2 * R}.$$

4. $$A_{10} = A_1,\quad A_{11} = A_2,\quad A_{12} = A_3;$$

$$P_{ij} = 0, (i,j=1,\ldots,15);\ A_i = 0, (i,j=1,\ldots,15);$$

$$P_{1,2} = \Omega_3;\quad P_{1,3} = -\Omega_2;\quad P_{1,4} = U_3;\quad P_{1,7} = -U_2;$$

$$P_{15,12} = 1;\quad P_{15,13} = \Omega_2;\quad P_{15,14} = -\Omega_1.$$

5. $$Y_i = Y_i + \tau\left(\sum_j^{15} P_{ij}Y_j + A_i\right),\ (i,=1,...,15).$$

6. Вивести Y_i – змінні навігаційної інформації.

7. $t = t + \tau$.

8. Якщо $(t + t_П) \le 0$, тоді перейти до 2. Якщо $(t + t_П) > 0$, тоді перейти до 3.

9. Закінчити.

Виходячи з цього алгоритму можна поставити вимоги до бортового обчислювального пристрою ІНС, тобто визначити обсяг пам'яті, визначити швидкодію цього пристрою.

Основні класи ІНС

Схема безплатформної ІНС (БІНС) показана на рис. 10.4. Блок «1» вимірюваної інформації являє собою три датчики поступального руху і три датчики кутового руху, що встановлені по осях зв'язаної з об'єктом системи координат. Блоки «0», «3» мають ті ж функціональні призначення, що і в узагальненій блок-схемі (рис. 10.3).

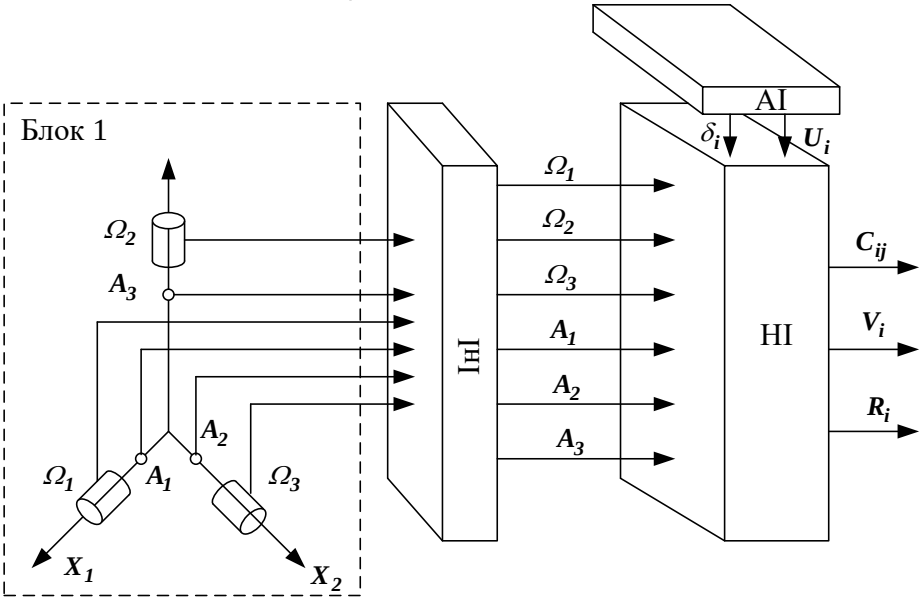

Рис. 10.4. Схема БІНС

Якщо як датчики поступального руху використовують акселерометри, а як датчики кутового руху – гіроскопічні датчики кутової швидкості, то блок «1» видає спеціальну інформацію, а значить – блок «2» в цьому випадку не потрібен.

Алгоритмом функціонування БІНС є загальний алгоритм функціонування ІНС.

Схему платформної ІНС показано на рис. 10.5.

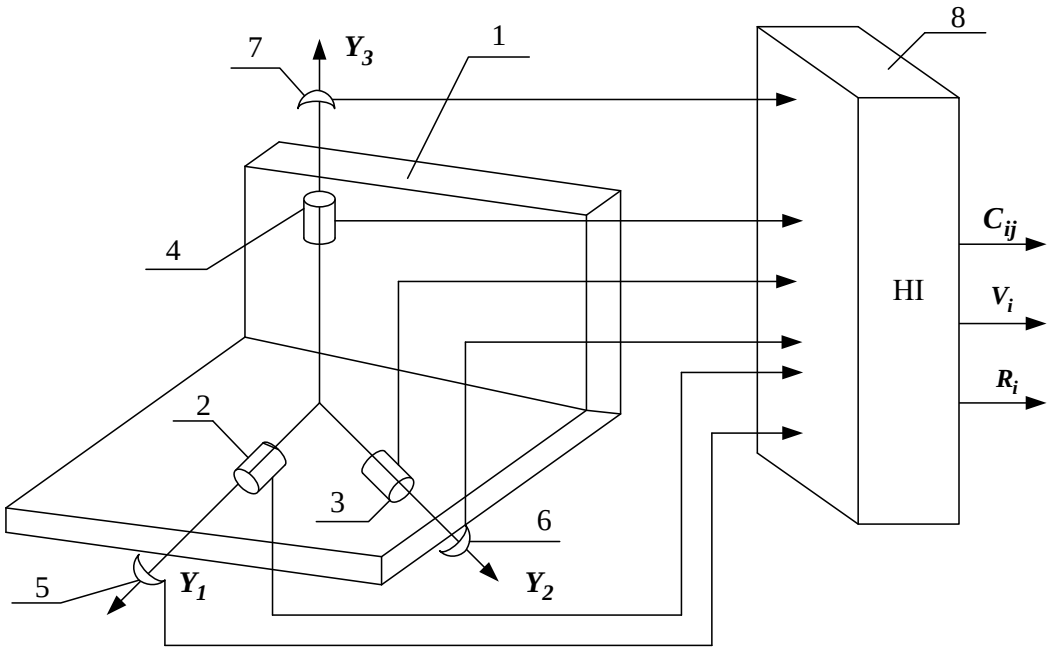

Рис. 10.5. Схема платформної ІНС

На об'єкті 0 встановлено стабілізаційну платформу 1, на якій жорстко закріплені інерціальні датчики 2, 3, 4 поступального руху. По осях стабілізації платформи встановлені (ДК) датчики кутів 5, 6, 7 її поворотів відносно об'єкта. ДК та інерціальні датчики підключені до БЦОМ (8). За інформацією з ДК у БЦОМ обчислюють інформацію про орієнтацію об'єкта, а за інформацією з інерційних датчиків поступального руху – інформацію про рух і положення об'єкта.

Стабілізована платформа може бути реалізована за допомогою ГСП (трьохосьовий ГС). Інерціальні датчики поступального руху – це або акселерометри, або гідроінтегратори лінійних прискорень.

Існує три типи платформних ІНС: геометрична, напіваналітична, аналітична. Вони відрізняються одна від одної видом стабілізованої платформи і кількістю обчислювальних операцій, необхідних для обчислення інформації про рух і положення об'єкта. В ІНС геометричного типу таких операцій найменша кількість, в ІНС аналітичного типу – найбільша.

Найпростіша схема платформної ІНС – це система, в якій платформа фізично моделює географічну систему координат, а на платформі встановлено взаємно ортогонально три акселерометри, а сигнали з цих акселерометрів подаються на інші інтегратори; вихідні сигнали тих та інших інтеграторів – це і є вихідна інтегруюча інформація.

Лекція № 11

НАВІГАЦІЙНІ СИСТЕМИ

Загальні відомості

Основним завданням навігації або літаководіння є виведення ЛА з допустимим ступенем точності в заданий пункт по заданому маршруту і в заданий час.

У навігаційній практиці існує кілька навігацій, що являють собою сукупність взаємозв'язаних обчислювальних операцій, що дозволяють визначити поточне значення координат місцезнаходження і складові швидкості ЛА у вибраній системі відліку на підставі вимірювань первинних навігаційних параметрів.

Навігаційні пристрої, що використовують різні методи навігації, відрізняються один від одного способами отримання первинної навігаційної інформації (інерційні, радіотехнічні, астрономічні, світлотехнічні, геотехнічні), характером взаємодії з навколишнім середовищем (автономні, неавтономні, змішані) і способом визначення координат місцезнаходження ЛА (обчислення шляху, ліній і поверхонь положення і оглядово-порівняльний).

Метод обчислення шляху

Цей метод навігації оснований на отриманні координат місцезнаходження шляхом інтегрування за часом виміряних швидкостей або прискорень і реалізується на основі повітряного, доплерівського і інерціального способів їх вимірювання.

Повітряне обчислення шляху полягає у визначенні координат місцезнаходження ЛА шляхом інтегрування складових його повітряної істинної швидкості V^*_{icm} і швидкості вітру U в горизонтальній системі координат XOY, поверненій відносно географічної системи координат на кут $\varphi_к$. При цьому вісь OY збігається із заданим напрямом польоту. Тоді складові шляху являтимуть собою шлях, пройдений в заданому напрямку (складова по осі OY), і бокове відхилення від заданого напрямку (складова по осі OX). Умовою польоту по заданій траєкторії буде $X = 0$.

Нехай літак у даний момент часу знаходиться в точці O (рис. 11.1). Його рух характеризується істинною швидкістю V і курсом ψ. Переміщення ЛА відносно Землі визначається шляховою швидкістю W і шляховим кутом ПК, що дорівнює сумі

$$ШК = \Psi + \beta_з,$$

де $\beta_з$ – кут зносу.

Кут β_c – це кут між горизонтальними проекціями істинної повітряної швидкості V і шляхової швидкості W, де $\bar{W} = \bar{V} + \bar{U}$.

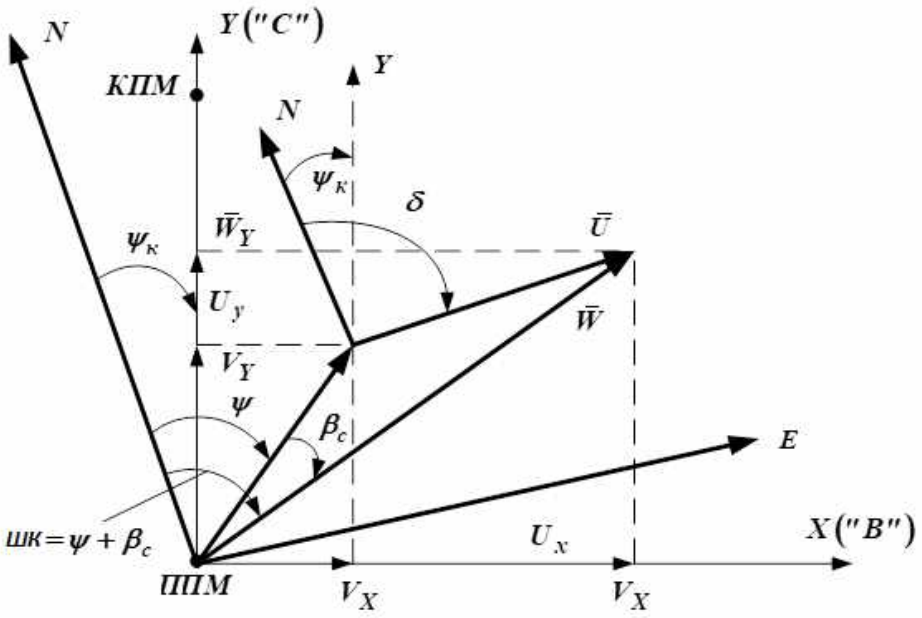

Рис. 11.1. Умовна прямокутна система координат

Параметрами, котрі характеризують вітер, є швидкість вітру і його напрямок δ.

Проекціями $\bar{W}$ на осі кутової системи координат XOY будуть

$$\begin{cases} W_Y = W\cos(ПУ - \psi_к) = V\cos(\psi - \psi_к) + U\cos(\delta - \psi_к) = V_y + U_y \\ W_X = W\sin(ПУ - \psi_к) = V\sin(\psi - \psi_к) + U\sin(\delta - \psi_к) = V_x + U_x \end{cases}.$$

Оскільки вектори $\bar{V}$ і $\bar{U}$ в процесі польоту не є постійними, то для отримання складових шляху в напрямку координатних осей необхідно інтегрувати складові шляхової швидкості W_X і W_Y:

$$Y = Y_0 \int_0^t (V_y + U_y)dt = Y_0 + \int_0^t [V\cos(\psi - \psi_к) + U\cos(\delta - \psi_к)]dt; \qquad (11.1)$$

$$X = X_0 + \int_0^t (V_x + U_y)dt = X_0 + \int_0^t [V\sin(\psi - \psi_к) + U\sin(\delta - \psi_к)]dt. \qquad (11.2)$$

Системи, що визначають координати ЛА відповідно до рівнянь (11.1) і (11.2), називаються навігаційними автоматами, наприклад, НОП-ВІ – навігаційний обчислювальний пристрій.

У всіх системах обчислення шляху справжня повітряна швидкість вимірюється датчиком типу ДПШ або видається централлю швидкості чи висоти (ЦШП чи ВПШ).

Сигнали курсу ψ надходять або від компаса, або від курсової системи.

Кут нишпорення $\psi_к$, а також швидкість повітря U і кут напряму вітру δ вводять вручну в пристрій, який називається задатчиком вітру (ЗВ). Дані про вітер видають метеостанції або вимірюються на борту оптичними або радіотехнічними засобами.

Метод доплерівського обчислення шляху

Метод доплерівського обчислення шляху є більш точним, оскільки для своєї реалізації він не потребує даних про параметр вітру.

Тут координати ЛА визначають шляхом інтегрування горизонтальних складових шляхової швидкості W, вимірюваної бортовою доплерівською станцією. Вимірювачі шляхової швидкості й зносу ДВШЗ мають похибку вимірювання $W \le \pm 0{,}5\%$, а $\beta_c = \pm 0{,}3^0$. При доплерівському обчисленні шляху координати X, Y визначаються рівняннями

$$X = X_0 + \int_0^t W_x dt = X_0 + \int_0^t W \sin\left(\psi - \psi_к + \beta_c\right) dt; \qquad (11.3)$$

$$Y = Y_0 + \int_0^t W_y dt = Y_0 + \int_0^t W \cos\left(\psi - \psi_к + \beta_c\right) dt. \qquad (11.4)$$

Система ЗКК – задатчик кута карти служить для введення в навігаційний пристрій кутів курсу ψ і кута нишпорення $\psi_к$.

Доплерівське обчислення шляху – основний режим роботи ряду сучасних комплексних навігаційних систем, прикладом якого служить автоматичний навігаційний пристрій АНП-1.

Автоматичний навігаційний пристрій АНП-1

У навігаційному пристрої АНП-1 використовують доплерівське і повітряне обчислення шляху, що підвищує його надійність і

перешкодозахищеність. В обох випадках для визначення координат необхідно інтегрувати шляхову швидкість W .

Обчислення шляху відбувається в умовній прямокутній системі координат XOY , розгорнутій відносно географічної системи координат NOE на кут карти $\psi_к$ (див. рис. 11.1). При цьому вісь Y (напрямок на умовний північ «П») проходить вихідний ІПМ і кінцевий КПМ пункти маршруту. При цьому вісь X спрямована на умовний схід «С».

При доплерівському обчисленні шляху на основі інформації про таке:

- курс ψ , що надходить від курсової системи КС;
- кут нишпорення $\psi_к$, введений вручну льотчиком;
- кут зносу β_c і шляхової швидкості W , вимірюваних за допомогою ДВШЗ, будує вектор $\bar{W}$ і розкладає на складові W_x і W_y.

Інтегруючи ці складові з урахуванням початкових координат X_0 і Y_0, отримують за допомогою рівнянь (11.3) і (11.4) поточні координати в напрямку на умовний північ «П» і в напрямку на умовний схід «С».

Доплерівський вимірювач схильний до дій природних (при польоті над морем і в горах) і штучних перешкод, тому в зазначених випадках ДВШЗ відключається – і координати X , Y визначають методом повітряного обчислення. При цьому обчислюють вектори істинної повітряної швидкості $\bar{V}$, виміряні за допомогою датчика істинної повітряної швидкості $\bar{V}$ і швидкості вітру $\bar{U}$ (передають швидкість вітру і кута вітру з метеостанцій по каналу радіозв'язку або вимірюють на борту). Потім вектори $\bar{V}$ і $\bar{U}$ розкладають по осях умовної системи координат і їх суми інтегрують за допомогою рівнянь (11.1) та (11.2).

Функціональну схему АНП-1 показано на рис. 11.2.

АНП-1 має три режими роботи:

1. ДВШЗ – режим доплерівського обчислення шляху (основний)

Перемикач В1 включений і значення W і β_c, виміряні ДВШЗ, подаються в блок комутації (БК). При цьому W надходить на синусно-косинусний потенціометр СКП1, а β_c – на суматор С1, де додають β_c з $(\psi - \psi_к)$, що подається від задатчика ЗКК. Величина $\psi - \psi_к + \beta_c$ подається також у СКП1, на виході якого формуються складові шляхової швидкості:

$$W_y = W \cos(\psi - \psi_к + \beta_c)$$

і

$$W_x = W \sin(\psi - \psi_к + \beta_c).$$

Потім ці складові через нормально замкнуті контакти реле $P1-3$ і $P2-2$ поступають на лічильник координат $C4$, де інтегрують за допомогою інтегруючих двигунів з урахуванням початкових координат, в результаті чого стрілки «П» і «С» лічильника повернуться на кути, пропорційні обчисленим координатам Y і X у кілометрах.

Одночасно складові W_y і W_x через нормально замкнуті контакти реле $P1-2$ поступають на суматор $C2$ кута «Пам'ять вітру» КПВ. На цей суматор подають складові $V_y = V\cos(\psi - \psi_к)$ і $V_x = V\sin(\psi - \psi_к)$ істинної повітряної швидкості, що формуються синусно-косинусним потенціометром $СКП2$, на який від $ЗУК$ надходить різниця $\psi - \psi_к$, а від датчика повітряної швидкості ДПШ – величина V, що обчислюється ДПШ на основі повного $P_п$ і статичного $P_{ст}$ тисків, які подаються від ППТ, і температури $T_З$ зовнішнього повітря, що поступає від приймача t^0C $П-1$.

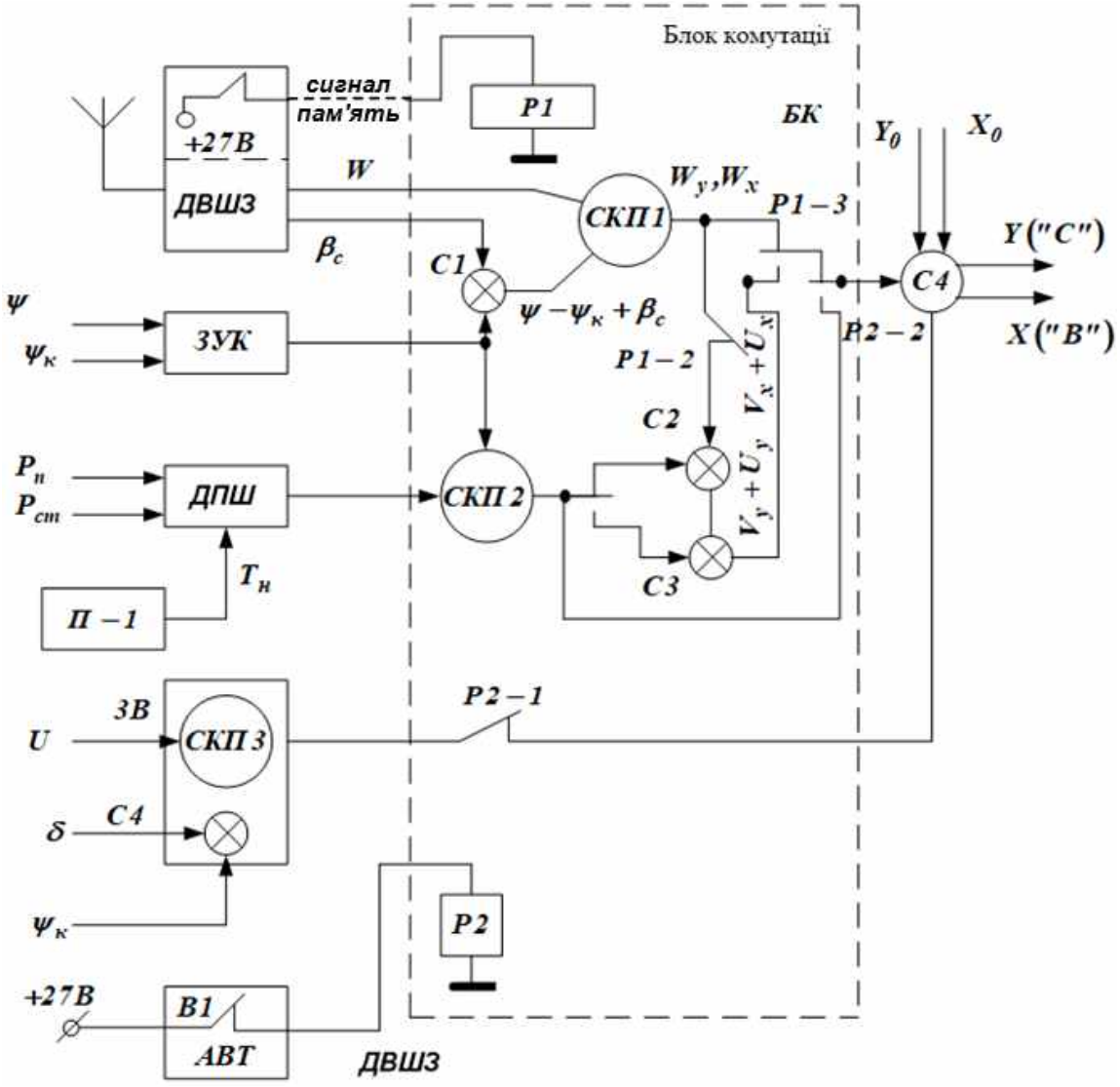

Рис. 11.2. Автоматичний навігаційний пристрій АНП-1

У суматорі $C2$ обчислюють складові швидкості вітру у вигляді $U_y = W_y - V_y$ та $U_x = W_x - V_x$.

2. «Пам'ять»

«Пам'ять» – проміжний режим роботи АНП-1, який використовують для формування складових W_y і W_x, обчислених у вузлах «Пам'ять вітру» значення U_y і U_x, а також складові V_y і V_x, що йдуть з виходу $СКП2$.

У разі природних і штучних перешкод, а так само при великих кутах крену ДВШЗ автоматично відключається. При цьому з ДВШЗ на реле $P1$ блока комутації ($БК$) надходить сигнал «пам'ять» у вигляді сигналу $+27В$, що призводить до відключення виходу $СКП1$ від $C4$ (контакти $P1-3$ встановлюють вниз) і від суматора $C2$ (контакт $P1-2$ розмикають), а так само до перемикання виходу $СКП2$ від суматора $C2$ до суматора $C3$ (контакти $P1-1$ встановлюють вниз).

У результаті на суматор $C3$ надходять обчислені і після успішної реєстрації в $C2$ складові U_y і U_x швидкості вітру і від $СКП2$ складові V_y і V_x істинної повітряної швидкості. В суматорі $C3$ додають $V_y + U_y$ та $V_x + U_x$ і через замкнуті контакти $P1-3$ та $P2-2$ подають для інтегрування в лічильник.

Інформація про вітер після успішної реєстрації в $C2$ швидко застаріває, тому через 20, 30 хвилин після відключення ДВШЗ необхідно перейти в автономний режим.

3. «Автономний режим»

Автономний режим АНП-1 базується на повітряному обчисленні. Для переходу системи в цьому режимі перемикач $B1$ встановлюють «$АВТ$», що призводить до спрацьовування реле $P2$, контакти якого $P2-1$ замикають, а $P2-2$ – встановлюють вниз.

На задатчику вітру $3B$ вручну вводять значення U швидкості вітру (надходить на синусно-косинусний потенціометр $СКП3$), кута вітру δ і кута карти $\psi_к$ (які спочатку поступають у суматор $C4$, а потім – у $СКП3$). При цьому на виході $3B$ формуються складові вітру у вигляді $U_y = U\cos(\delta - \psi_к)$ та $U_x = U\sin(\delta - \psi_к)$.

Складові U_y і U_x швидкості вітру і V_y, V_x істинної повітряної швидкості подають на лічильник $C4$ для додавання.

При поновленні роботи ДВШЗ реле $P1$ знеструмлюється, перемикач $B1$ ставлять у положення «ДВШЗ», при цьому реле $P2$ знеструмлюється і схема приходить у режим «ДВШЗ».

Похибка обчислення у відсотках від пройденого шляху становить у режимі «ДВШЗ» – $1,75\%$; у режимі «пам'ять» – $1,75...3\%$; в режимі «Автономний» – до 6%.

Навігаційний обчислювальний пристрій НОП-ВІ

НОП-ВІ служить для вирішення таких завдань:

- визначення умовних прямокутних координат X, Y ЛА;
- визначення полярних координат об'єкта (цілі) з відомими прямокутними координатами;
- корекція за даними РЛС обчислюваних прямокутних координат літального апарата;
- розшифрування об'єктів, видимих на екрані РЛС.

Комплектація НОП-ВІ показана на рис. 11.3.

НОП-ВІ складається з таких компонентів:

- вказівника-задатчика координат $В-2А$ для обчислювача і відліку прямокутних координат X, Y і введення координат цілі;
- блока навігаційного побудовника $В-4В$ для визначення вектора шляхової швидкості;
- блока перетворювача координат $В-3Б$ прямокутних у полярні;
- вказівника дальності до мети $В-5А$;
- задатчика вітру і кута карти $В-6В$;
- блоку живлення $В-3А$.

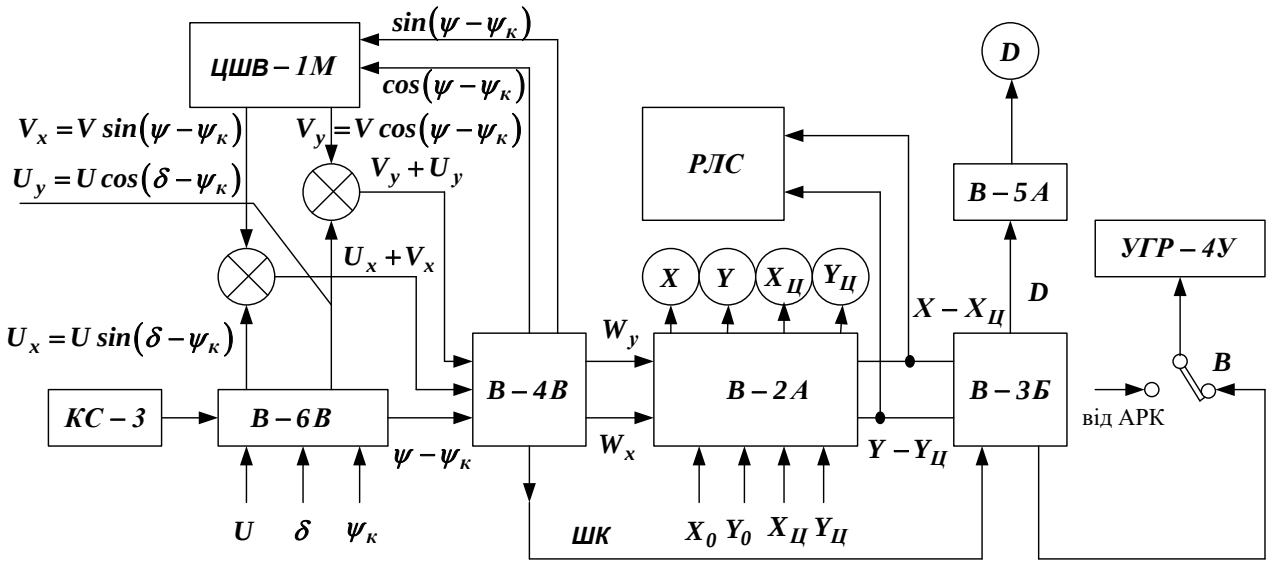

Рис. 11.3. Навігаційний обчислювальний пристрій НОП-ВІ

Для своєї роботи НОП-ВІ від курсової системи $КС-3$ використовує сигнали курсу, від централі швидкості і висоти ЦШВ – 1М (або СПШ) – сигнали про істинну повітряну швидкості, сигнали від і для радіолокаційного прицілу.

Принцип дії НОП-ВІ оснований на використанні методу повітряного обчислення шляху.

Координати X, Y літака визначають в умовній системі координат (див. рис. 11.1) за формулами (11.1) і (11.2). Вибором $\psi_к$ зазвичай сполучають вісь Y із заданим напрямом польоту, наприклад з ортодромії.

Початкові координати X_0, Y_0 і $\psi_к$, швидкість вітру U, кут вітру δ вводять вручну.

На задатчику швидкості вітру формуються складові

$$U_y = U\cos(\delta - \psi_к);$$

$$U_x = U\sin(\delta - \psi_к);$$

$$\psi - \psi_к.$$

Різниця $\psi - \psi_к$ надходить у блок навігаційного побудовника, де формуються $\sin(\psi - \psi_к)$ і $\cos(\psi - \psi_к)$, що подаються далі на $ЦСВ - 1М$ для формування V_x та V_y і формування $U_x + V_x$ і $V_y + U_y$. В блоці $В - 4В$ обчислюють W і шляховий кут ШК, відлічуваний від осі Y і що визначається зі співвідношення (рис. 11.4).

$$\text{ШК} = arctg\frac{W_x}{W_y}.$$

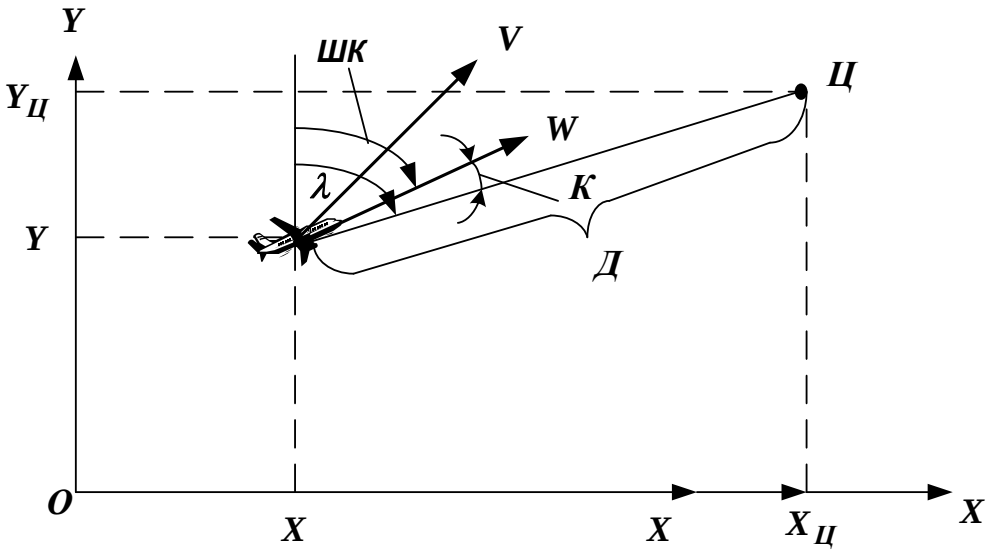

Рис. 11.4. Полярна система координат

Сигнали ШК із навігаційного побудовника $В - 4В$ надходять у блок перетворювача координат $В - 3Б$ для визначення кута довороту на ціль.

Модуль вектора шляхової швидкості W у блоці $В - 4В$ обчислюють за формулою

$$W = \sqrt{W_y^2 + W_x^2} = \sqrt{\left(V_y + U_y\right)^2 + \left(U_x + V_x\right)^2}\,.$$

Складові W_x і W_y інтегрують у вказівнику задатчика координат $B-2A$.

Обчислювані координати літака X, Y, які вводяться вручну, координати цілі $X_Ц$ і $Y_Ц$ відображаються на лічильниках вказівника-задатчика. Вихід блока $X_Ц - X$ і $Y_Ц - Y$ надходять у перетворювач координат і радіолокаційний приціл. У блоці перетворення координат обчислюють полярні координати цілі $Ц$ – дальність до цілі $Д$ і кут довороту $К$ (КД) на ціль.

Дальність до цілі знаходиться зі співвідношення

$$Д = \sqrt{\left(V_y + U_y\right)^2 + \left(U_x + V_x\right)^2}\,.$$

Кут довороту $К$ (кут між вектором $\bar{W}$ і напрямком на ціль) визначають як

$$К = \lambda - ПУ\,,$$

де $\lambda = arctg\dfrac{X_Ц - X}{Y_Ц - Y}$ – пеленг цілі – кут між віссю Y і напрямком на ціль.

Сигнали дальності відпрацьовуються й індиціюються на покажчику дальності $B-5A$, а кут $К$ – вказником $УГР-4У$ курсової системи.

Похибка системи – $\leq 2{,}2\%$ від пройденої відстані.

Лекція № 12

МЕТОДИ КОНТРОЛЮ ДАТЧИКІВ І ПІДСИСТЕМ ПЕРВИННОЇ НАВІГАЦІЙНОЇ ІНФОРМАЦІЇ СИСТЕМ ОРІЄНТАЦІЇ І НАВІГАЦІЇ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ

Контроль і діагностика інерціальної навігаційної системи

Одним із показників, що характеризують якість інформаційно-вимірювальних систем (ІВС), є надійність, тобто властивість об'єкта зберігати в часі значення всіх параметрів у встановлених межах і виконувати необхідні функції для заданих умов експлуатації. Теоретичні та практичні дослідження, спрямовані на підвищення надійності ІВС, безпосередньо пов'язані з вирішенням завдань зниження кількості відмов, несправностей та збоїв ІВС.

Метою даної роботи є узагальнення вже відомих і перспективних методів підвищення надійності та відмовостійкості окремих компонент і в цілому інформаційних систем орієнтації і навігації літальних апаратів (ЛА) під час розв'язання задачі комплексним методом, тобто – вироблення рішення про порушення в системі в умовах відсутності можливості використання вхідних тестових сигналів. Це питання розглянемо на базі інерціальної навігаційної системи (ІНС).

Пілотажно-навігаційні комплекси ЛА можуть бути побудовані із застосуванням гіростабілізованих платформ і без них. Як у платформних, так і безплатформних ІНС особливе місце займають прилади орієнтації і навігації, від надійності і точності роботи яких залежать надійність і точність виконання навігаційних завдань, поставлених перед всім ЛА і його місією. У зв'язку з цим далі розглянуто принцип побудови системи контролю безплатформної інерціальної навігаційної системи (БІНС) безпілотного літального апарата (БПЛА). Вважаємо, що для вирішення навігаційного завдання на корпусі БПЛА розташовані тріади акселерометрів і датчиків кутових швидкостей, а також приймачі супутникової навігаційної системи (GPS/ГЛОНАСС). З метою спрощення розгляду цього питання обмежимося двома системами координат: пов'язаної з корпусом – OXYZ літального апарата і $O\xi\eta\zeta$ – всесвітньої геодезичної системи координат WGS-84, відносно якої визначають координати і швидкості центру мас ЛА за допомогою супутникової навігаційної системи (СНС). Відносне положення зазначених систем координат після відповідних послідовних поворотів на кути нишпорення, тангажа та крену показано на рис. 12.1.

Суть методу контролю ІНС полягатиме в такому. Як відомо, прискорення центру мас об'єкта в інерціальній системі координат може бути наведено у вигляді

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{W} - \boldsymbol{g}\ , \tag{12.1}$$

де $\boldsymbol{a}$ – вектор вдаваного прискорення;

$\boldsymbol{g}$ – вектор сили тяжіння;

$\boldsymbol{W}$ – вектор абсолютного прискорення.

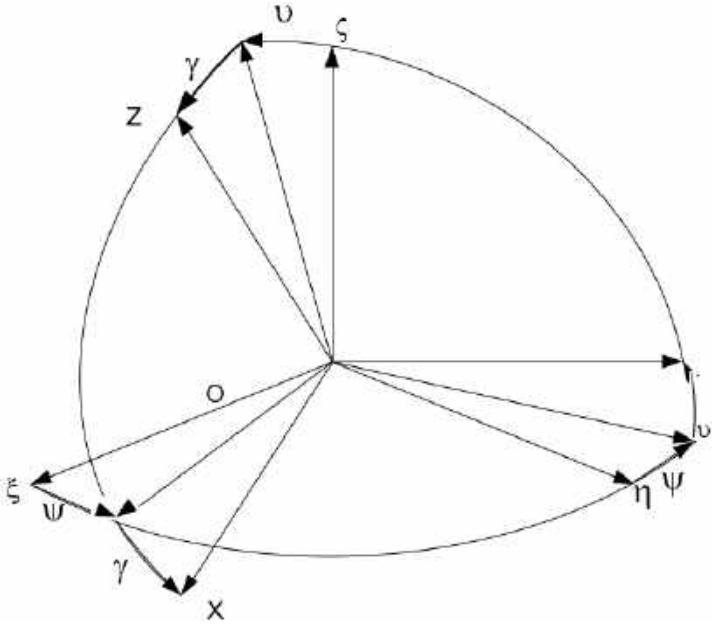

Рис.12.1. Відносне положення пов'язаної OXYZ і нерухомої $\boldsymbol{O\xi\eta\zeta}$ систем координат

Величина і напрямок вдаваного прискорення $\boldsymbol{a}$ задані проекціями $\boldsymbol{a_X}$, $\boldsymbol{a_Y}$, $\boldsymbol{a_Z}$ на осі XYZ пов'язаної системи координат, величини $\boldsymbol{W}$ і $\boldsymbol{g}$ відповідно задані проекціями $\boldsymbol{W_X}$, $\boldsymbol{W_Y}$, $\boldsymbol{W_Z}$ та $\boldsymbol{g_X}$, $\boldsymbol{g_Y}$, $\boldsymbol{g_Z}$ теж на осі пов'язаної системи координат XYZ.

Проекції $\boldsymbol{a_X}$, $\boldsymbol{a_Y}$, $\boldsymbol{a_Z}$ вимірюються акселерометрами лінійних прискорень, осі чутливості яких паралельні осям пов'язаної системи координат XYZ. Для визначення проекцій $\boldsymbol{W_X}$, $\boldsymbol{W_Y}$, $\boldsymbol{W_Z}$ абсолютного прискорення скористаємося співвідношенням

$$\boldsymbol{W} = \frac{\boldsymbol{dV}}{\boldsymbol{dt}} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{V} \tag{12.2}$$

або відповідно у проекціях:

$$\boldsymbol{W_X} = \frac{\boldsymbol{dV_X}}{\boldsymbol{dt}} + \boldsymbol{\omega_Y \omega_Z} - \boldsymbol{\omega_Z \omega_Y}\ ; \tag{12.3}$$

$$W_Y = \frac{dV_Y}{dt} + \omega_Z \omega_X - \omega_X \omega_Z ; \qquad (12.4)$$

$$W_Z = \frac{dV_Z}{dt} + \omega_X \omega_Y - \omega_Y \omega_X , \qquad (12.5)$$

де $V = \left[V_X, V_Y, V_Z\right]^T$ – вектор лінійної швидкості об'єкта, величина та напрям якого визначаються проекціями V_X, V_Y, V_Z на осі пов'язаної системи координат XYZ;

$\omega = \left[\omega_X, \omega_Y, \omega_Z\right]^T$ – вектор лінійної швидкості об'єкта, величина та напрям якого визначаються проекціями ω_X, ω_Y, ω_Z на осі пов'язаної системи координат XYZ.

Для визначення проекцій g_X, g_Y, g_Z прискорення сили тяжіння на осі пов'язаної системи координат XYZ використовуємо відношення

$$\left[g_X, g_Y, g_Z\right]^T = M_\gamma M_\vartheta M_\psi \left[0, -g_Y, 0\right]^T , \qquad (12.6)$$

де $g = \left[0, -g_Y, 0\right]^T$ – вектор прискорення сили тяжіння, величина та напрям якого задані на осі горизонтальної земної нерухомої системи координат. Відповідні матриці переходу M_γ, M_ϑ, M_ψ мають такий вигляд:

$$\begin{cases} M_\gamma = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix}; \\ M_\vartheta = \begin{bmatrix} \cos\vartheta & \sin\vartheta & 0 \\ -\sin\vartheta & \cos\vartheta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \\ M_\psi = \begin{bmatrix} \cos\psi & 0 & -\sin\psi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\psi & 0 & \cos\psi \end{bmatrix}. \end{cases} \qquad (12.7)$$

Матриці повороту пов'язаної системи координат відносно земної нерухомої системи координат $X_0 Y_0 Z_0$, у якій прискорення сили тяжіння

спрямоване вниз по осі Y_0, дозволяють отримати проекції вектора прискорення сили тяжіння на осі OX, OY, OZ у вигляді

$$\begin{cases} g_X = -g \cdot \sin\vartheta; \\ g_Y = -g \cdot \cos\vartheta\cos\gamma; \\ g_Z = g \cdot \sin\gamma\cos\vartheta, \end{cases} \tag{12.8}$$

де ϑ і γ – кути орієнтації БПЛА можуть бути отримані за рахунок: а – обчислювальних процедур, що безпосередньо перевіряються ІНС; б – з виходу надлишкових датчиків кутів; в – шляхом інтегрування вихідних сигналів ДКШ; г – за рахунок відповідного оброблення інформації надлишкових приймачів СНС.

Аналогічно для визначення проекцій V_X, V_Y, V_Z вектора V лінійної швидкості використовуємо вираз

$$\left[V_X,\ V_Y,\ V_Z\right]^T = M_\gamma M_\vartheta M_\psi \left[V_\xi,\ V_\eta,\ V_\zeta\right]^T, \tag{12.9}$$

де V_ξ, V_η, V_ζ – проекції вектора V лінійної швидкості БПЛА на осі нерухомої географічної системи координат $O\xi\eta\zeta$, які відповідно дорівнюють

$$\begin{cases} V_X = V_\xi\cos\vartheta\sin\psi + V_\eta\cos\vartheta\cos\psi + V_\zeta\sin\vartheta; \\ V_Y = V_\xi\left(\sin\gamma\cos\psi - \sin\vartheta\cos\gamma\sin\psi\right) - \\ \quad - V_\eta\left(\sin\gamma\sin\psi + \sin\vartheta\cos\gamma\cos\psi\right) + V_\zeta\cos\vartheta\cos\gamma; \\ V_Z = V_\xi\left(\cos\gamma\cos\psi + \sin\vartheta\sin\gamma\sin\psi\right) + \\ \quad + V_\eta\left(-\cos\gamma\sin\psi + \sin\vartheta\sin\gamma\cos\psi\right) + V_\zeta\cos\vartheta\sin\gamma. \end{cases} \tag{12.10}$$

Отримані вище вирази (12.3) – (12.5), (12.7), (12.8) і (12.10) підставимо у вихідний вираз (12.1). Тоді остаточно отримаємо критерій оцінки працездатності каналів ІНС відповідно осей OX, OY і OZ у такому вигляді:

$$\begin{cases} \dfrac{dV_X}{dt} + \omega_Y\omega_Z - \omega_Z\omega_Y - a_X = g_X; \\ \dfrac{dV_Y}{dt} + \omega_Z\omega_X - \omega_X\omega_Z - a_Y = g_Y; \\ \dfrac{dV_Z}{dt} + \omega_X\omega_Y - \omega_Y\omega_X - a_Z = g_Z. \end{cases} \quad (12.11)$$

Як видно з виразів (12.11), при виконанні умови рівності лівих і правих частин, канали ІНС по осях OX, OY і OZ вважають справними, в іншому випадку той канал вважають несправним, в якому ця рівність не виконується.

Контроль і діагностика ДУС при їх дуальній схемі включення

Далі розглянемо варіант перевірки працездатності датчиків кутової швидкості при їх дуальній схемі включення. При цьому датчик ДКШ1 безпосередньо включений у схему автопілота, і його відключення для перевірки працездатності зі схеми автопілота неприпустимо. Другий датчик ДКШ2 знаходиться у гарячому резерві. За допомогою перемикачів К1 і К2 вихідні сигнали ДКШ1 і ДКШ2 можуть підключатися до системи діагностики, яка, в свою чергу, пов'язана з блоком прийняття рішення (рис. 12.2). Введемо такі позначення:

$$\begin{cases} \omega_1^n = \omega_X + \xi_1^n; \\ \omega_2^n = \omega_X + \xi_2^n, \end{cases} \quad (12.12)$$

де ω_1^n, ω_2^n – відповідно сигнали на виходах датчиків кутової швидкості ДКШ1 і ДКШ2 за умови функціонування поза схемою автопілота та встановлення їх на контрольній платформі, що обертається;

ω_X – вхідний сигнал кутової швидкості, що формується за допомогою платформи;

ξ_1^n, ξ_2^n – помилки вимірювання відповідно ДКШ1 і ДКШ2.

Надалі вважаємо: $\xi_1^n = \xi_2^n$.

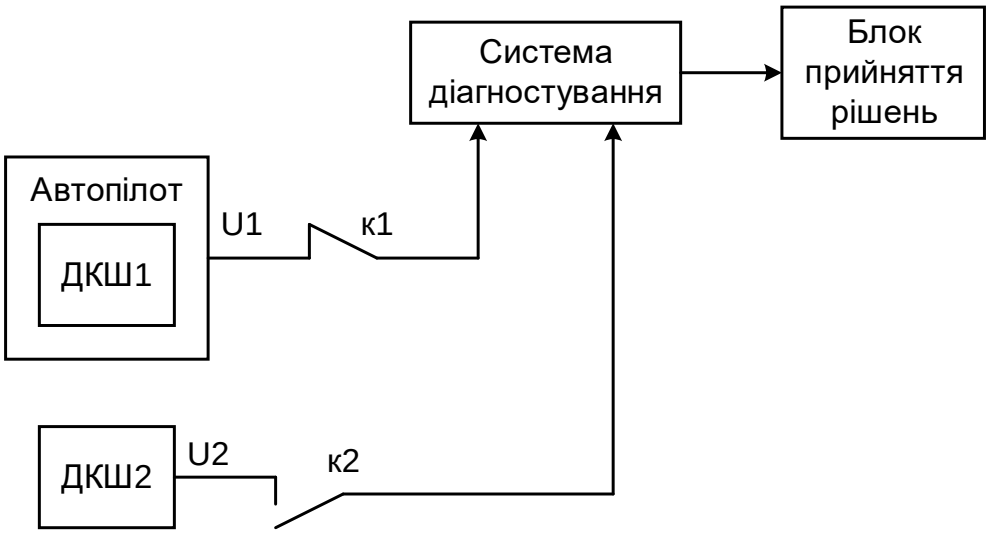

Рис. 12.3. Схема дуальної системи діагностики датчика кутової швидкості ДКШ1, безпосередньо включеного у схему автопілота

Вихідний сигнал датчика кутової швидкості ДКШ1, включеного у схему автопілота, наведемо у вигляді

$$\omega_1^p = \omega_X + \xi_1^н + \xi_1^p , \qquad (12.13)$$

де ω_1^p і ξ_1^p – відповідно вихідний сигнал ДКШ1 і його додаткова похибка при функціонуванні у схемі автопілота при вимірюванні кутової швидкості ДКШ1 у режимі обертання ЛА з кутовою швидкістю ω_X .

За допомогою ключів К1 і К2 подаються вихідні сигнали ДКШ1 і ДКШ2 на вхід системи діагностики. В результаті отримаємо

$$\omega_1^p - \omega_2^н = \left(\omega_X + \xi_1^н + \xi_1^p\right) - \left(\omega_X + \xi_2^н\right) = \left(\xi_1^н - \xi_2^н\right) + \xi_1^p = \xi_1^p . \qquad (12.14)$$

У тому випадку, якщо отриманий результат відповідає умові

$$\xi_1^p \le \xi_{доп}^p , \qquad (12.15)$$

де $\xi_{доп}^p$ – допустиме значення похибки датчика кутової швидкості ДКШ1, то датчики ДКШ1 і ДКШ2 є справними, в іншому випадку необхідно з'ясувати, який з датчиків не відповідає технічним вимогам експлуатації.

У тому випадку, якщо результатом обчислень відповідно до виразу (12.14) є величина

$$\omega_1^p - \omega_2^u = \left(\omega_X + \xi_1^u + \xi_1^p\right) - \xi_2^u = \left(\omega_X + \xi_1^p\right), \quad (12.16)$$

то це буде свідчити про несправності датчика кутової швидкості ДКШ2. При результаті обчислень за формулою (12.14)

$$\omega_1^p - \omega_2^u = \xi_1^u - \left(\omega_X + \xi_2^u\right) = -\omega_X \quad (12.17)$$

несправним є датчик кутової швидкості ДКШ1.

До недоліків такої системи діагностики слід віднести необхідність для льотчика виконувати тестовий розворот по крену з певною кутовою швидкістю. Однак такий контроль не потребує відключення ДКШ з функціонуючої схеми автопілота.

Спосіб контролю пілотажно-навігаційних комплексів, що базується на вимірюванні величини і напряму швидкості літака відносно навколишнього середовища і Землі

Суть методу діагностики пілотажно-навігаційних комплексів (ПНК) полягає в одночасному порівнянні обчисленої величини і напряму вимірюваного вектора швидкості вітру за допомогою датчиків і обчислювача контрольованого ПНК

$$\hat{U} = \left[U_X,\ U_Y\right] \quad (12.18)$$

з обчисленою за метеоданими оцінкою цього вектора

$$\hat{U} = \left[\hat{U}_X,\ \hat{U}_Y\right], \quad (12.19)$$

як функції лінійних переміщень X, Y повітряного судна по ортодромії. При цьому необхідно використовувати відоме співвідношення для горизонтальних проекцій векторів

$$W - V - U = 0, \quad (12.20)$$

де $W = \left[W_X,\ W_Y\right]$ – вектор шляхової швидкості, м/с;

$V = \left[V_X,\ V_Y\right]$ – вектор повітряної швидкості, м/с;

$U = \left[U_X,\ U_Y\right]$ – вектор швидкості вітру, м/с.

У справному ПНК в основному режимі в обчислювачі безперервно здійснюється рішення трикутника швидкостей відносно проекцій вектора швидкості вітру у вигляді

$$\boldsymbol{U = W - V} \tag{12.21}$$

або

$$\left[\boldsymbol{U_X},\ \boldsymbol{U_Y}\right] = \left[\boldsymbol{W_X},\ \boldsymbol{W_Y}\right] - \left[\boldsymbol{V_X},\ \boldsymbol{V_Y}\right]. \tag{12.22}$$

З огляду на розташування векторів у трикутнику швидкостей, останній вираз можна навести у вигляді

$$\begin{aligned}\left[\boldsymbol{U_X},\ \boldsymbol{U_Y}\right] &= \left[\boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{sin}\left(\boldsymbol{ИК} - \Psi_{\boldsymbol{K}} + \boldsymbol{КЗ}\right),\ \boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{cos}\left(\boldsymbol{ИК} - \Psi_{\boldsymbol{K}} + \boldsymbol{КЗ}\right)\right] - \\ &- \left[\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{sin}\left(\boldsymbol{ИК} - \Psi_{\boldsymbol{K}}\right),\ \boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{cos}\left(\boldsymbol{ИК} - \Psi_{\boldsymbol{K}}\right)\right],\end{aligned} \tag{12.23}$$

або

$$\begin{aligned}\left[\boldsymbol{U_X},\ \boldsymbol{U_Y}\right] &= \left[\boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{sin}\left(\boldsymbol{ИК} - \Psi_{\boldsymbol{K}} + \boldsymbol{УС}\right) - \boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{sin}\left(\boldsymbol{ИК} - \Psi_{\boldsymbol{K}}\right),\right. \\ &\left.\boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{cos}\left(\boldsymbol{ИК} - \Psi_{\boldsymbol{K}} + \boldsymbol{УС}\right) - \boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{cos}\left(\boldsymbol{ИК} - \Psi_{\boldsymbol{K}}\right)\right],\end{aligned} \tag{12.24}$$

де ІК, КЗ і Ψк – відповідно істинний курс, кут знесення та гіроскопічний курс.

Безперервне визначення $\boldsymbol{U_X}$ і $\boldsymbol{U_Y}$ у процесі польоту входить у повний алгоритм роботи і перевіряється, наприклад, повітряно-доплерівською системою обчислення шляху. Однак цю інформацію в основному режимі обчислення шляху не використовують, оскільки ПНК здійснює обчислення шляху у часі на базі складових шляхової швидкості $\boldsymbol{W_X}$ і $\boldsymbol{W_Y}$:

$$\begin{cases}\boldsymbol{X = X_0 + \int W_X dt;} \\ \boldsymbol{Y = Y_0 + \int W_Y dt,}\end{cases} \tag{12.25}$$

де $\boldsymbol{W_X}$ і $\boldsymbol{W_Y}$ – горизонтальні проекції вектора шляхової швидкості ПС на осі X і Y в умовній прямокутній ортодромічній системі координат.

Використовуючи координати X і Y розташування ПС, а також карту метеопрогнозу $U_X(X, Y)$, $U_Y(X, Y)$, можна визначити напрям вітру. Оскільки метеопрогноз надається у географічних системах координат, а місце розташування ПС обчислюють в умовних прямокутних ортодромічних системах координат на базі датчиків курсу, задатчика кута карти, датчика кута зносу, то оцінки значень проекцій швидкості вітру визначають через приріст ΔU_X і ΔU_Y у вигляді

$$\begin{cases} \hat{U}_X = U_{X0} + \Delta U_X(X, Y); \\ \hat{U}_Y = U_{Y0} + \Delta U_Y(X, Y). \end{cases} \tag{12.26}$$

Таким чином, для основного режиму польоту, коли вирішують завдання обчислення шляху, алгоритм контролю ПНК без використання надлишкових інформаційних засобів може бути наведений у такому вигляді:

$$[W_X, W_Y] = [W \cdot sin(ІК - \Psi_К + КЗ), W \cdot cos(ІК - \Psi_К + КЗ)];$$

$$\begin{cases} X = X_0 + \int W_X dt; \\ Y = Y_0 + \int W_Y dt; \end{cases}$$

$$[U_X, U_Y] = [W \cdot sin(ІК - \Psi_К + КЗ) - V \cdot sin(ІК - \Psi_К),$$
$$W \cdot cos(ІК - \Psi_К + КЗ) - V \cdot cos(ІК - \Psi_К)];$$

$$\begin{cases} \hat{U}_X = U_{X0} + \Delta U_X(X, Y); \\ \hat{U}_Y = U_{Y0} + \Delta U_Y(X, Y); \end{cases}$$

$$[U_X, U_Y] - [\hat{U}_X, \hat{U}_Y] = [Ф1, Ф2];$$

$$F1 = 0, \text{ при } [F1] \le [Ф1, Ф2] - \text{відмова};$$
$$F2 = 1, \text{ при } [F2] \ge [Ф1, Ф2] - \text{норма},$$

де Ф1, Ф2 – допустимі значення областей визначення векторів вітру.

Синтез динамічних моделей пілотажно-навігаційних комплексів ЛА при їх контролі та діагностиці на основі тензорного аналізу і теорії образів

Як відомо, проведення льотних випробувань з метою виявлення дефектів ПНК є не дуже раціональним і дорогим методом. Рішення таких завдань є можливим на базі динамічної моделі всього пілотажно-навігаційного обладнання як єдиного вимірювально-обчислювального комплексу при використанні таких математичних інструментів, як теорія образів У. Гренадера і теорії тензорного аналізу Г. Крона. При цьому під динамічною моделлю розуміють: безліч регулярних конфігурацій $\boldsymbol{\rho(k)}$, де $\boldsymbol{k}$ являє собою набір правил і обмежень, а сама безліч $\boldsymbol{\rho(k)}$ є просторово-тимчасовим чинником повної структури ПНК, що відображає всі пілотажні та навігаційні завдання, що виконуються ПНК у польоті.

Таким чином, завдання апаратних і алгоритмічних засобів діагностики зводиться до порівняння отриманого образу ПНК з реально існуючим оригіналом.

Конкретне завдання, яке вирішується ПНК, подається у вигляді будь-якої конфігурації $\boldsymbol{C_i \in \rho(k)}$ з певним складом і структурою. Склад будь-якої конфігурації $\boldsymbol{C_i}$ – це набір $\boldsymbol{C_i = \{G_i\}}$, $\boldsymbol{i = 1...n}$, де $\boldsymbol{G_i}$ утворюється зі стандартних блоків і агрегатів та моделює ПНК та її зв'язки.

Як приклад розглянемо побудову конфігурації ПНК для завдання підтримки ЛА на заданій траєкторії польоту літака типу Ан-140 (рис. 12.4).

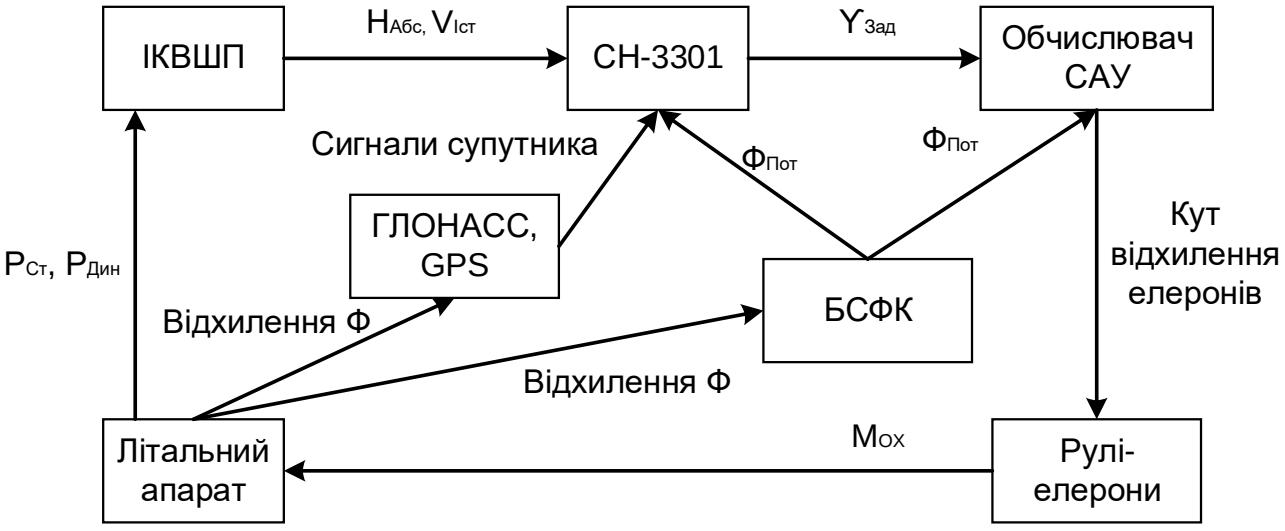

Рис. 12.4. Загальний вигляд конфігурації (образу) ПНК для вирішення завдання підтримки літака на заданій траєкторії

На рис. 12.4 введені такі позначення:
ІКВШП – інерціальна курсовертикаль швидкісних параметрів;
СН – 3301 – супутниковий приймач;
Відхилення Ф – відхилення від заданої широти;
M_{OX} – момент відносно осі ОХ;
$P_{Ст}$, $P_{Дин}$ – відповідно статичний і динамічний повітряний тиск;
$H_{Абс}$,$V_{Ист}$ – відповідно абсолютна висота і істинна швидкість;
$Ү_{Зад}$ – задане положення літака;
БСФК – бортова система формування курсу літака;
$Ф_{Пот}$ – поточне значення широти.

У рамках вирішення даного завдання окремі системи ПНК взаємодіють таким чином:

1. У бортовій системі прийому супутникової навігаційної інформації з проміжного пункту маршруту (ППМ) програмується траєкторія польоту на базі інформації від СНС ГЛОНАСС і GPS, значень істинної повітряної швидкості від ІКВШП і поточного курсу $Ф_{Пот}$ від БСФК.

2. Апаратура СН-3301 формує і видає у САУ сигнал заданого кута крену

$$Ү_{зад} = f(z, W_z, \beta, \Delta ЗКК), \tag{12.27}$$

де W_Z – складова шляхової швидкості;

β – кут знесення;

ΔЗКК – відхилення від заданого колійного кута;

Z – відхилення по осі OZ.

3. Отримавши $\gamma_{зад}$, обчислювач САУ формує закон управління за каналом крену

$$\Delta_{ел} = f\left(\gamma_{зад}\right), \tag{12.28}$$

після чого літак повертається на задану траєкторію, замикаючи тим самим зворотний зв’язок усього процесу регулювання.

4. Звіривши поточні координати ЛА із заданими, маємо інформацію про правильне чи неправильне функціонування САУ.

Таким чином, якщо ставити зміни вхідних впливів з урахуванням часу їх відпрацювання, то можна сформувати бази даних для двох експертних систем:

- для нормально функціонуючого ПНК і його агрегатів і підсистем;
- для наявності відмов агрегатів і підсистем ПНК.

Загалом апаратні засоби контролю і діагностики (АЗКД), будучи скомплексованими в єдиний комплекс для перевірки, має забезпечувати

формування та подання як на входи систем і агрегатів ПНК, що перевіряють, так і на вхід інтегрованої у вигляді просторово-часового образу моделі ПНК оптимальну безліч впливів $\boldsymbol{X_i} = \{\boldsymbol{X_{i1}}, \boldsymbol{X_{i2}}, \boldsymbol{X_{i3}} \ldots \boldsymbol{X_{iN}}\}$. При цьому на виході систем і агрегатів ПНК буде сформовано безліч $\boldsymbol{Y_i} = \{\boldsymbol{Y_{i1}}, \boldsymbol{Y_{i2}}, \boldsymbol{Y_{i3}} \ldots \boldsymbol{Y_{iN}}\}$, а на виході просторово-часової моделі ПНК – $\boldsymbol{Y_{im}} = \{\boldsymbol{Y_{im1}}, \boldsymbol{Y_{im2}}, \boldsymbol{Y_{im3}} \ldots \boldsymbol{Y_{imN}}\}$ вихідних параметрів, які є ідеальною реакцією при повністю справному ПНК. Після порівнянь множин $\boldsymbol{Y_i}$ і $\boldsymbol{Y_{im}}$ в аналізаторі виконують операцію

$$\boldsymbol{Y_i} - \boldsymbol{Y_{im}} \geq \boldsymbol{\Delta Q_i}, \tag{12.29}$$

де $\boldsymbol{\Delta Q_i}$ – порогове значення, задане для кожного контрольованого параметра.

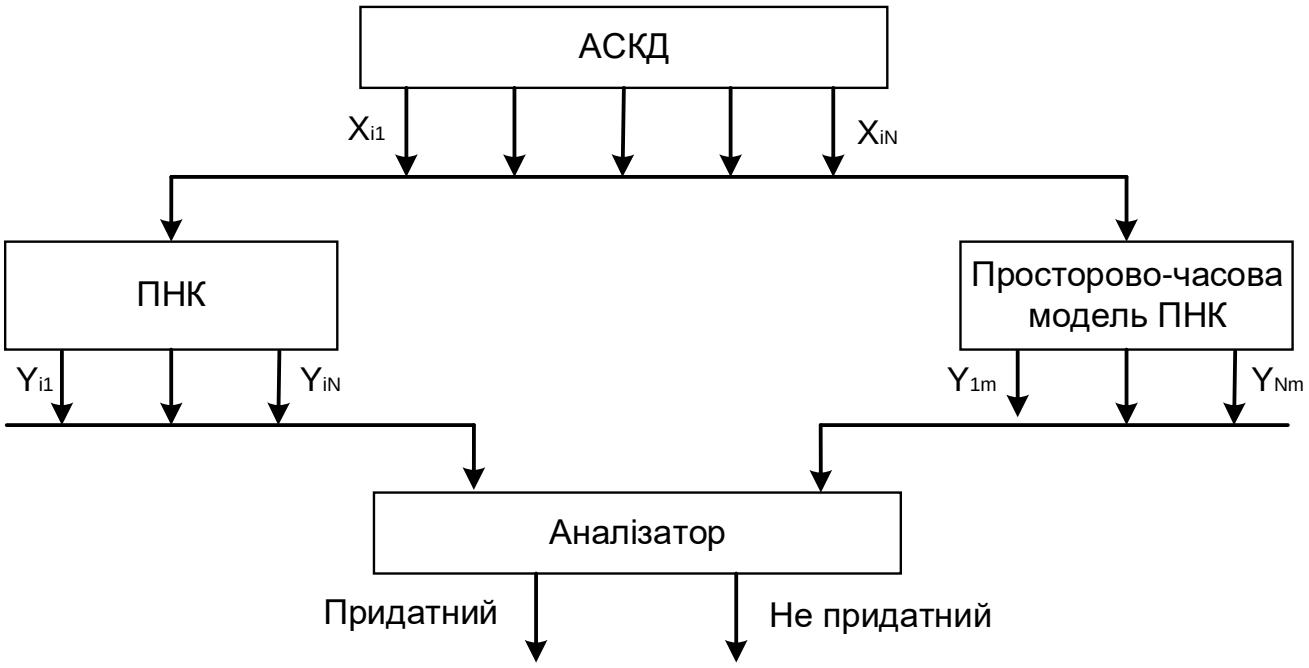

Рис. 12.5. Апаратні засоби контролю і діагностики

Далі розглянемо деякі підходи до подання образу автоматичної бортової системи управління (АБСУ) як складної ієрархічної структури з метою спрощення розроблення алгоритмів контролю та діагностики.

Зазвичай систему АБСУ наведено як складений об'єкт, частини якого розглядають у вигляді підсистем, закономірно об'єднаних в одне ціле відповідно до визначених правилами і обмеженнями. При цьому образ системи АБСУ подають у вигляді багатошарової структури (рис. 12.6).

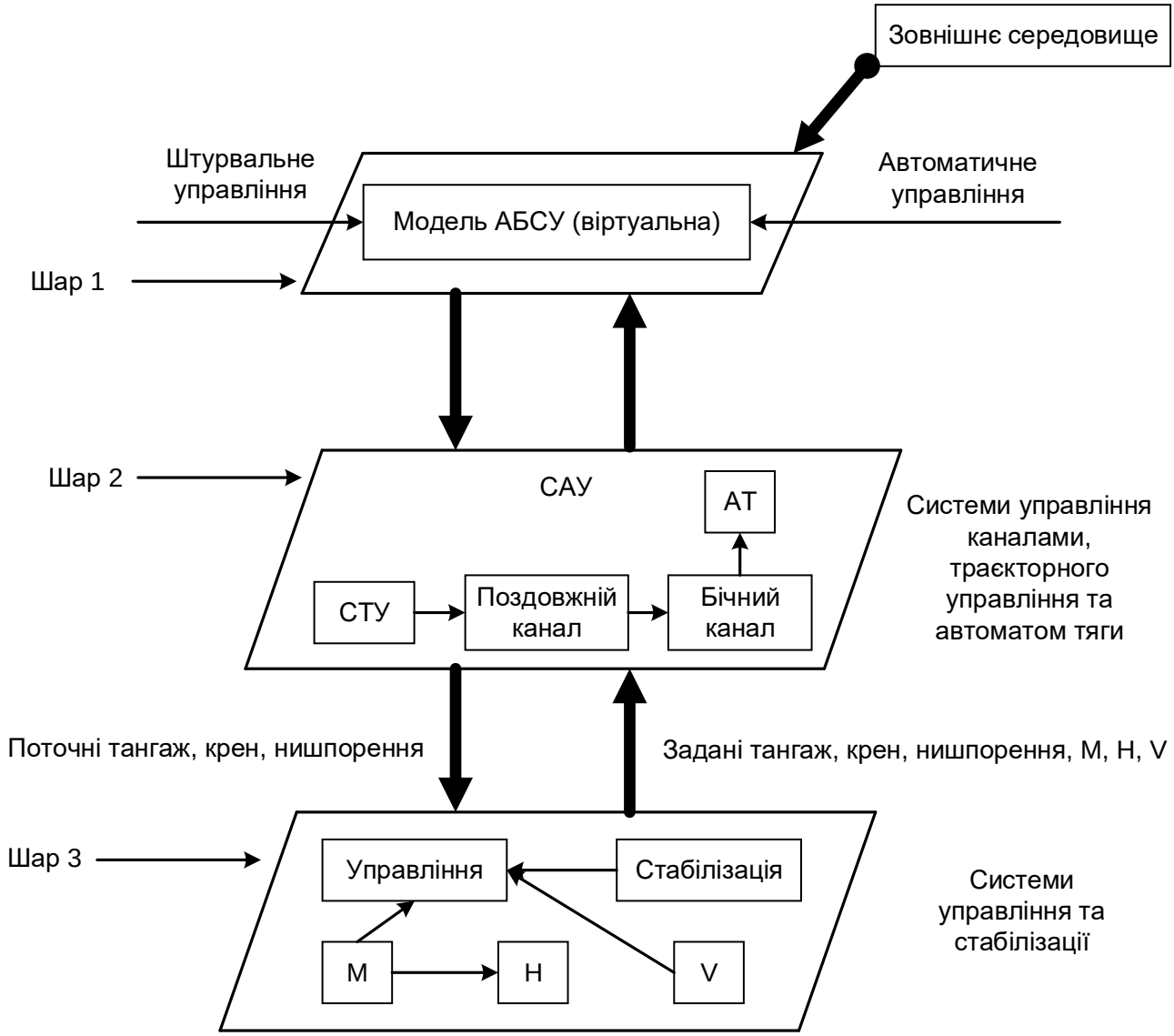

Рис. 12.6. Образ багатошарової моделі АБСУ

Як видно з рис. 12.6, образ системи АБСУ є багатошаровою структурою. Все для структурного аналізу об'єднується у вигляді якби спрямованого ієрархічного графа. Підсистеми Шару 1 також є складними системами (підсистемами нижчого рівня), а з іншого боку – елементами Шару 2 і систем старшого рівня. Алгоритм діагностики задає процес обчислення $\boldsymbol{X \to Y}$, тобто передавальна функція подана у вигляді аналітичного виразу, що пов'язує вхідні сигнали і вихідні параметри АБСУ: $\boldsymbol{Y = A \cdot X}$, де $\boldsymbol{X}$ – потік вхідних сигналів системи ($\boldsymbol{\Delta H}$, $\boldsymbol{\Delta V}$, $\boldsymbol{\Delta M}$, $\boldsymbol{\Delta\vartheta}$, $\boldsymbol{\Delta\psi}$, $\boldsymbol{\Delta\gamma}$, $\boldsymbol{\omega_X}$, $\boldsymbol{\omega_Y}$, $\boldsymbol{\omega_Z}$, $\boldsymbol{U_X}$, $\boldsymbol{U_Y}$, $\boldsymbol{U_Z}$ …), $\boldsymbol{Y}$ – потік вихідних характеристик системи ($\boldsymbol{\delta_{PB}}$, $\boldsymbol{\delta_{PH}}$, $\boldsymbol{\delta_{PE}}$), $\boldsymbol{A}$ – оператор, що характеризує перетворення.

Структура бортової системи технічного обслуговування, діагностики та контролю пілотажно-навігаційних комплексів (ПНК)

Бортова система технічного обслуговування (БСТО) (рис. 12.7) є засобом узагальнення, об'єднання і кореляції результатів вбудованого контролю усіх бортових систем літака з централізованим доступом до інформації як систем, що обладнані засобами контролю (BITE-системи, ARINC-604), так і систем, що не обладнані такими засобами, за допомогою вбудованих алгоритмів контролю шляхом аналізу параметричної інформації від цих систем. До складу БСТО входять такі основні компоненти: авіаційний обчислювач технічного обслуговування (АОТО), виносний термінал (ВТ), програмне забезпечення АОТО і ВТ.

АОТО – призначений для організації взаємодії з системами бортового радіоелектронного обладнання з метою збирання, оброблення і виведення на багатофункціональні пульти управління (БФПУ) і ВТ для льотного екіпажу і наземного техперсоналу інформації про стан функціональних систем ЛА у діапазоні температур -25 град ... + 60 град за Цельсієм. При цьому АОТО виконує функції: реєстрацію у незалежній пам'яті даних про виявлені у польоті несправності, видачу повідомлень про відмовний стан літакових систем у польоті і на землі, інтеграцію усіх рішень щодо виявлення відмов і несправностей, висновок параметричної інформації та кодів відмов у поєднані системи, організацію обміну інформацією між системами і БФПУ за ARINC-739 для відображення інформації.

ВТ-виносний термінал, що підключається до АОТО, забезпечує доступ до інформації про поточні відмови і несправності літакових систем. Може використовуватися при контролі емуляції БФПУ у наземних умовах.

БСТО знайшли широке застосування на літаках Ан-148 (БСТО-А148), Ан-158, Ан-178 (БСТО-1А148).

На рис.12.7 окремі функціональні блоки і підсистеми позначені так:

ВСК – вбудована система контролю;

АОТО – автоматичний обчислювач технічного обслуговування;

БФ ПУ КЕ, БФ ПУ ПК – багатофункціональні пульти управління;

СУ ОСО – системи управління органами орієнтації та стабілізації;

ЕЗПП – енергонезалежний пристрій пам’яті;

ACARS – система авіаційного зв’язку.

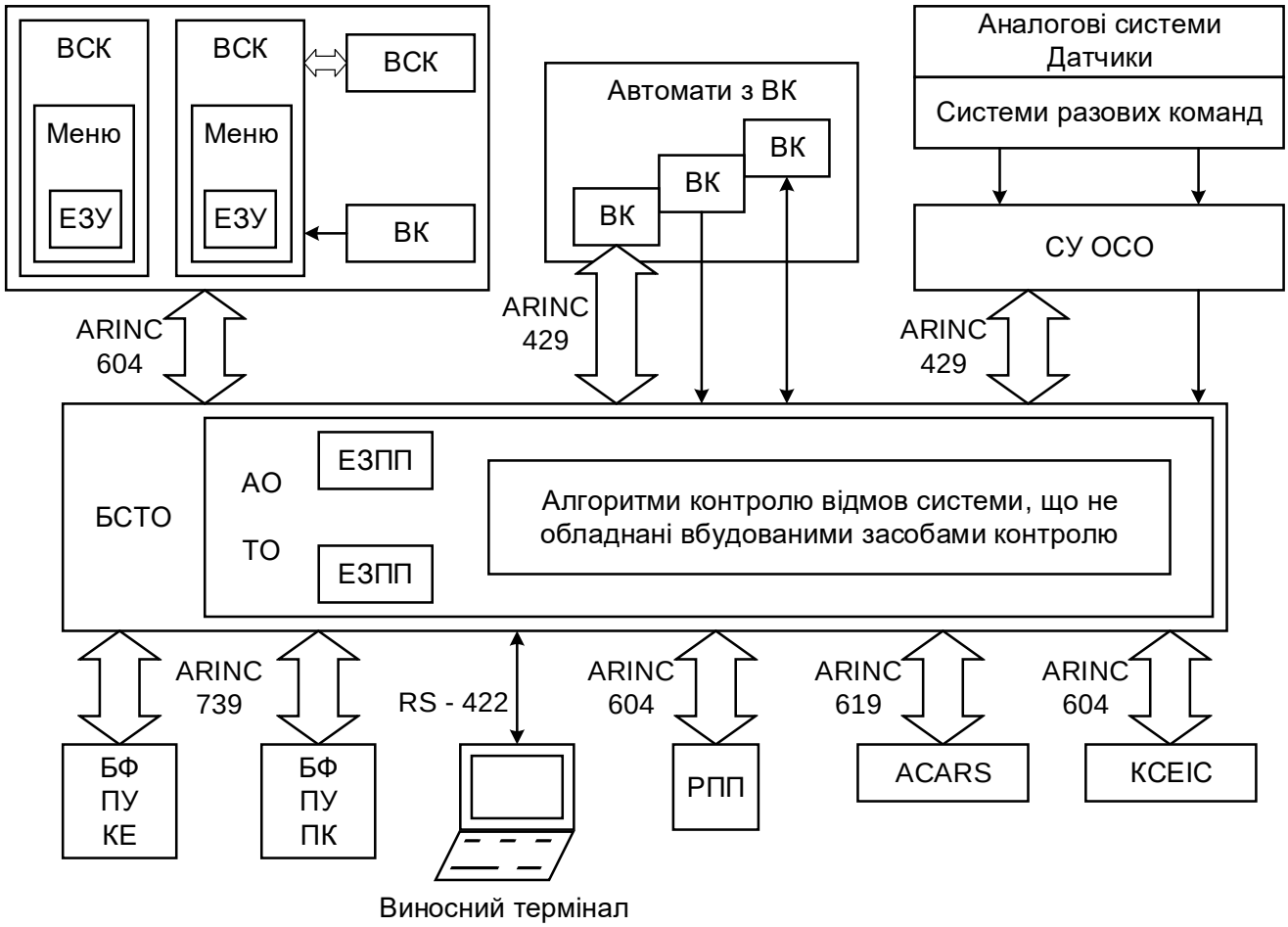

Рис. 12.7. Структура БСТО

У результаті оснащення літаків бортовими системами технічного обслуговування для авіакомпаній скоротився обсяг робіт щодо ТО літаків і підвищилася ймовірність відправлення літаків у рейс за розкладом.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Воробьёв, В. Г. Авиационные приборы, информационно-измерительные системы и комплексы [Текст] / В. Г. Воробьев, В. В. Глуханов, И. К. Кадышев. – М. : Машиностроение, 1998. – 308 с.

2. Рогожин, В. О. Пілотажно-навігаційні комплекси повітряних суден [Текст] / В. О. Рогожин, В. М. Синєглазов, М. К. Філяшкін. – Київ : Книжк. вид-во НАУ, 2005. – 316 с.

3. Селезнёв, В. П. Навигационные устройства [Текст] / В. П. Селезнёв. – М. : Машиностроение, 1974. – 610 с.

4. Синєглазов, В. М. Автоматизовані системи управління повітряних суден [Текст] / В. М. Синєглазов, М. К. Філяшкін. – Київ : Книжк. вид-во НАУ, 2004. – 502 с.

5. Субота, А. М. Функціональні системи і інформаційно-вимірювальні комплекси аерокосмічної техніки [Текст] : навч. посіб. до лаб. практикуму. У 2 ч. Ч. 2. / А. М. Субота, С. М. Фірсов. – Харків : ХАІ, 2005. – 55 с.

6. Браславский, В. А. Авиационные приборы и автоматы [Текст] / В. А. Браславский, С. С. Логунов, Д. С. Пельпор. – М. : Машиностроение, 1978. – 432 с.

7. Брехин, Н. И. Методы и средства измерения параметров движения самолетов [Текст] / Н. И. Брехин, Н. Д. Кошевой. – Харьков : Факт, 2004. – 344 с.

8. Авиационные приборы, навигационные системы и системы обеспечения жизнедеятельности экипажей ЛА [Текст] : науч.-метод. материалы / под ред. О. А. Бабича. – ВВИА им. Жуковского, 1989. – 175 с.

9. Бабич, О. А. Обработка информации в навигационных комплексах [Текст] / О. А. Бабич. – М. : Машиностроение, 1991. – 512 с.

10. Вовк, А. А. Пилотажно-навигационный комплекс. [Текст] : учеб. пособие / А. А. Вовк, В. Ф. Шмырев ; ХВАУЛ им. С. И. Грицевца. Каф. самолетовождения. – Харьков, 1990. – 76 с.

11. Єрпілов, О. В. Прицільний навігаційно-пілотажний комплекс ПНПК-76 та його застосування [Текст] : навч. посіб. / О. В. Єрпілов, Г. О. Казін ; Харків. ін-т ВПС ім. І. Кожедуба. – Харків : ХУПС, 2003. – 157 с.

12. Зарубин, А. Н. Навигационные системы летательных аппаратов [Текст] : материалы лекций / А. Н. Зарубин, А. Е. Зенович ; ХВВАИУ. – Харьков, 1991. – 270 с.

13. Зарубін, А. М. Системи орієнтації та навігації [Текст] : конс. лекцій. Ч.1. Системи орієнтації / А. М. Зарубін ; М-во оборони України. Харк. ін-т ВПС ім. І. Кожедуба. – Харків : ХІВПС, 2004. – 113 с.

14. Зарубін, А. М. Системи орієнтації та навігації [Текст] : курс лекцій. Ч.2. Навігаційні системи літальних апаратів / А. М. Зарубін ; М-во оборони України. ХУПС ім. І. Кожедуба. – Харків : ХУПС, 2012. – 122 с.

15. Иванченко, А. И. Пилотажно-навигационный комплекс ближней навигации и посадки [Текст] / А. И. Иванченко, Е. И. Калашников. – Киев : КВВАИУ, 1984. – 76 с.

16. Ишлинский, А. Ю. Ориентация, гироскопы и инерциальная навигация [Текст] / А. Ю. Ишлинский. – М. : Наука, 1976. – 671 с.

17. Лиходєєв, О. С. Система навігації літака-винищувача [Текст] : навч. посіб. / О. С. Лиходєєв ; М-во оборони України, ХУПС ім. І. Кожедуба. – Харків : ХУПС, 2006. – 59 с.

18. Навигационные системы летательных аппаратов [Текст] : науч.-метод. материалы / под ред. О. А. Бабича. – ВВИА им. Н. Е. Жуковского, 1987. – 190 с.

Навчальне видання

Субота Анатолій Максимович
Джулгаков Віталій Георгійович
Сокол Дмитро Вадимович

ПІЛОТАЖНО-НАВІГАЦІЙНІ КОМПЛЕКСИ

Редактор Т. Г. Кардаш

Зв. план, 2021
Підписано до друку 14.04.2021
Формат 60х84 1/16. Папір офс. Офс. друк
Ум. друк. арк. 7,1. Обл.-вид. арк. 8. Наклад 50 пр.
Замовлення 87. Ціна вільна

Видавець і виготовлювач
Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут»
61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17
http/www.khai.edu
Видавничий центр «ХАІ»
61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17
izdat@khai.edu

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів
видавничої продукції сер. ДК № 391 від 30.03.2001