

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут»

К. С. Єпіфанов, П. Г. Гакал, Т. П. Михайленко

ТЕРМОДИНАМІКА І ТЕПЛООБМІН

Частина 2

ТЕПЛООБМІН

Конспект лекцій

Харків «ХАІ» 2022

УДК 536.2/.3:372.853
Є67

Рецензенти: д-р техн. наук, проф. А. О. Костіков,
д-р техн. наук, проф. О. В. Кравченко

Єпіфанов, К. С.

Є67 Термодинаміка і теплообмін [Текст] : консп. лекцій. В 2 ч. Ч. 2. Теплообмін / К. С. Єпіфанов, П. Г. Гакал, Т. П. Михайленко. – Харків: Нац. аерокосм. ун-т ім. М. Є. Жуковського «Харків. авіац. ін-т», 2022. – 96 с.

ISBN 978-966-662-888-9

Викладено основні поняття і закони теплообміну. Розглянуто методики математичного опису і розрахунків теплопровідності, конвекції, теплового випромінювання.

Для студентів, що навчаються за галузями знань «Механічна інженерія», «Транспорт».

Іл. 46. Табл. 3. Бібліогр.: 6 назв

УДК 536.2/.3:372.853

ISBN 978-966-662-888-9

© Єпіфанов К. С., Гакал П. Г.,
Михайленко Т. П., 2022
© Національний аерокосмічний
університет ім. М. Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут», 2022

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, ІНДЕКСІВ І СКОРОЧЕНЬ

- A – площа, м^2
 Ar – критерій Архімеда
 C – теплоємність, Дж/К ; водяний еквівалент, Вт/К
 Fr – критерій Фруда
 Ga – критерій Галілея
 Gr – критерій Грасгофа
 H – ентальпія, Дж
 Ja – критерій Якоба
 K – безрозмірний комплекс
 Kn – критерій Кнудсена
 Ku – критерій Кутателадзе
 L_e – яскравість інтегрального випромінювання, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{ср})$
 L_{el} – яскравість монохроматичного випромінювання, $\text{Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{ср})$
 M – термічний опір $(\text{м}^2 \cdot \text{К})/\text{Вт}$ (до одиниці площини) або $(\text{м} \cdot \text{К})/\text{Вт}$ (до одиниці довжини)
 Ma – критерій Маха
 Nu – критерій Нуссельта
 P – периметр
 Pe – критерій Пекле
 Pr – критерій Прандтля
 Q – теплота, Дж
 R – газова стала, $\text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$
 Re – критерій Рейнольдса
 T – температура, К
 Tu – ступінь турбулентності
 ρ – відбивна здатність
 U – внутрішня енергія, Дж
 V – об'єм, м^3
 a – коефіцієнт температуропровідності, $\text{м}^2/\text{с}$
 c – питома теплоємність, $\text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$; швидкість звуку, м/с ; швидкість світла, м/с
 d – діаметр, м
 g – прискорення вільного падіння, м/с^2
 h – висота, м ; стала Планка, $\text{Дж} \cdot \text{с}$; питома ентальпія, Дж/кг
 k – коефіцієнт теплопередачі, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$
 l – довжина, м
 \dot{m} – масова витрата, кг/с
 n – нормаль, м
 q_v – об'ємна витрата, $\text{м}^3/\text{с}$
 r – радіус, м ; коефіцієнт відновлення; питома теплота пароутворення, Дж/кг
 u – швидкість, м/с

x – лінійний розмір, м; масовий витратний паровміст
 y – лінійний розмір, м
 z – лінійний розмір, м
 Φ – тепловий потік, Вт
 Γ – відношення термокапілярних сил до сил в'язкості
 α – коефіцієнт тепловіддачі, Вт/(м²·К); поглинальна здатність (коефіцієнт поглинання)
 α_v – коефіцієнт об'ємного розширення, К⁻¹
 α' – коефіцієнт поглинання середовища, м⁻¹
 β – об'ємний витратний паровміст
 γ – показник адіабати
 δ – товщина, м; товщина гідродинамічного примежового шару, м
 ε – поправковий коефіцієнт; випромінювальна здатність (ступінь чорноти)
 κ – товщина теплового примежового шару, м
 λ – коефіцієнт теплопровідності, Вт/(м·К); довжина хвилі, м
 μ – коефіцієнт динамічної в'язкості, Па·с
 ν – коефіцієнт кінематичної в'язкості, м²/с; частота коливань, Гц
 φ – густина теплового потоку, Вт/м²; густина інтегрального випромінювання, Вт/м²
 φ_v – густина об'ємних джерел теплоти, Вт/м³
 φ_λ – густина монохроматичного випромінювання, Вт/м³
 Ψ – кут, рад; дійсний об'ємний паровміст
 ρ – густина, кг/м³
 σ – коефіцієнт поверхневого натягу, Н/м
 τ – час, с; прозорість
 θ – відносна температура
 ΔT – різниця температур, К
 ξ – температурний коефіцієнт поверхневого натягу, К⁻¹
 Ω – просторовий кут, стерадіан

A – поглинання (absorption)
 R – віддзеркалення (reflection)
 D – прозорість (diffusion)
 $a.w$ – адіабатна стінка (adiabatic wall)
 f – рідина (fluid)
 L – довжина
 m – парогазова суміш (mixture)
 p – ізобаричний
 q – кипіння
 sat – насичення (saturation)
 v – ізохоричний; об'ємний
 w – стінка (wall); вимушена конвекція однофазної рідини
 z – протитечія

0 – незбурений потік; течія рідини без фазових перетворень; абсолютно чорне тіло
1 – гарячий теплоносій
2 – холодний теплоносій
б – більший
вх – вхід
вих – вихід
г – гідравлічний
з – зведений
е – екран
к – колірний
кр – критичний
лог – логарифмічний
м – менший
п – початковий; прямотечія
пм – примежовий
пер – переріз
прот – протитечія
п.т – початкова термічна (ділянка)
р – радіаційний
сер – середній
ф – фазовий
я – яскравісний
δ – товщина (плівки)
λ – монохроматичний
' – рідина
” – пар

ЕОМ – електронно-обчислювальна машина, комп'ютер
ТОА – теплообмінний апарат

Лекція 1. ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ ТЕОРІЇ ТЕПЛООБМІНУ

1.1. Вступ

Наука про теплообмін налічує кілька століть, але справжнього розквіту вона досягла тільки в ХХ столітті, знайшовши широке застосування при вирішенні виникаючих в ході розвитку техніки практичних завдань. Визначимо ряд завдань, що потребують для свого вирішення застосування теорії теплообміну в авіації та ракетобудуванні.

Політ літака у вологому повітрі може призвести до утворення льоду на його поверхні. Методики теплообміну дозволяють моделювати це явище та спроектувати ефективні *системи запобігання обмерзанню*.

Одна з проблем надзвукової авіації – *тепловий бар'єр*. При русі літального апарата (ЛА) в атмосфері повітря попереду них стискається. Процес стиснення супроводжується підвищенням температури, що призводить до нагрівання повітряних потоків, що обтікають ЛА. Точці подолання звукового бар'єра відповідає підвищення температури на 60 °С. Це не так істотно і не здатне обмежити конструкторські рішення. Але якщо швидкість руху збільшується до двох швидкостей звуку, значення температури наближається вже до 250 °С. При проектуванні такого літака необхідні теплові розрахунки для урахування *термічних напружень і теплового розширення* деталей конструкції.

Збільшення швидкості до трьох швидкостей звуку призводить до нагрівання повітряних потоків до 500 °С. Такий літальний апарат потребує нетрадиційних конструкційних матеріалів і організації теплового захисту і охолодження елементів конструкції. Наприклад, літак *SR-71 Blackbird* має максимально допустиму швидкість $Ma = 3,2$. 85 % деталей його планера виготовлено з титанового сплаву, а більшість інших деталей виготовлялася з композитних матеріалів. Охолодження літака забезпечувалося циркуляцією палива під титановими поверхнями перед його попаданням в двигуни. Додаткове зниження температури конструкції досягалось застосуванням спеціальної фарби, що збільшувала теплове випромінювання обшивки літака.

Збільшення швидкості польоту ще удвічі дозволяє досягнути будь-якої точки Землі менш ніж за півтори години, що відкриває великі можливості як для цивільної, так і для військової авіації. Але така швидкість призводить до нагрівання повітряних потоків до 820 °С. При створенні такого літального апарата повинні використовуватись інноваційні теплозахисні матеріали, надсучасні системи охолодження конструкції (наприклад, пористе охолодження). Нині в цьому напрямку ведуться інтенсивні дослідження.

Нарешті, при швидкості руху 10 км/с і більше практично будь-яке тіло починає плавитися, настільки високою стає температура повітряних потоків. Наприклад, температура на поверхні космічного апарата під час входження в атмосферу досягає декількох тисяч градусів. Методики теорії

теплообміну дозволяють вирахувати теплове навантаження та запропонувати адекватні запобіжні заходи – *абляційний захист* або використання *термостійких теплозахисних плиток*.

Не менш важливі і складні проблеми теплообміну виникають при конструюванні сучасних авіаційних двигунів. Наприклад, обтічники і лопатки першого ступеня компресора потребують систем запобігання обмерзанню. Для запобігання втратам енергії необхідно забезпечити мінімальні зазори між деталями ротора і статора двигуна, що потребує точних розрахунків температурних деформацій деталей двигуна. Для збільшення потужності авіаційних двигунів (як газотурбінних, так і поршневих) застосовують уприскування води. Це приводить до необхідності теплових розрахунків з метою визначення часу випаровування крапель і оцінювання температурного поля після їх випаровування. Високі температури газів у камері згоряння і турбіні створюють необхідність установлення систем охолодження деталей камери згоряння і турбіни, розрахунки яких без теорії теплообміну неможливі.

Теорію теплообміну необхідно застосовувати і при у вирішенні загальнотехнічних проблем. Нині обмеженість енергоресурсів так чи інакше зачіпає всі держави і стає проблемою глобального масштабу. Актуальність змінення ставлення до енергоресурсів пов'язана з високою енергоємністю продукції. Ця проблема в свою чергу тягне за собою такі наслідки, як неефективність економіки, неконкурентоспроможність продукції, мала реалізація на світових і внутрішніх ринках, витрати на експорт, закриття малоефективних підприємств та ін. Україна – одна з країн з найменшою енергетичною ефективністю у світі. Впровадження системи *енергетичного менеджменту*, основаної на теорії теплообміну, дозволяє вирішувати ці проблеми.

До 40 % видобутого на планеті палива витрачається на опалення приміщень. Застосування сучасних методів розрахунку теплових потоків і ефективних теплоізоляційних матеріалів дозволяє знизити ці витрати енергії майже на порядок.

Людство широко застосовує кондиціонування і промислове охолодження. Це дозволяє значно підвищити ефективність праці і комфорт, але потребує значної кількості енергії. Теорія теплообміну дозволяє підвищити ефективність систем кондиціонування і охолодження і значні витрати енергії на цей вид діяльності. Ряд інженерних заходів забезпечив зниження енергоспоживання холодильної техніки за останні 50 років більш ніж у чотири рази.

1.2. Види теплообміну

Теорія теплообміну – це наука про процеси перенесення теплоти в просторі з неоднорідним розподілом температур.

Під процесом поширення теплоти розуміють обмін внутрішньою енергією між окремими областями середовища, що розглядається.

Виділяють три основних види *теплообміну* (теплопередачі): *теплопровідність, конвекція і теплове випромінювання*.

Теплопровідністю називають самочинний необоротний процес перенесення внутрішньої (теплової) енергії в просторі з неоднорідним розподілом температури, обумовлений рухом і взаємодією мікрочастинок тіла. У газах і рідинах такими частинками є молекули, у твердих тілах – електрони, іони, атоми.

Конвекція – це процес перенесення теплоти при переміщенні об'ємів рідини або газу між областями з різною температурою.

Тепловим випромінюванням називається процес перенесення теплоти у вигляді електромагнітних хвиль з подвійним взаємним перетворенням теплової енергії на променисту і навпаки, променистої на теплову.

1.3. Середовище теплообміну

При розгляданні завдань теплообміну передбачається, що навколишнє *середовище є суцільним*. Дискретною структурою речовини (наявність молекул, атомів та іонів) нехтують. Макроскопічні характеристики такого середовища розподілені у просторі безперервним чином. Дискретність реальних тіл, якщо вона впливає на процес теплообміну, враховують, приписуючи середовищу деякі макроскопічні властивості, які також розподілені безперервно.

Виділяють різні типи середовищ теплообміну.

Гомогенне середовище — однорідна система, *хімічний склад і фізичні властивості* якої в усіх частинах однакові або змінюються безперервно (між частинами системи немає поверхонь розділу). Складові частини гомогенного середовища не можна відокремити одна від одної механічним шляхом. Кожній точці гомогенного середовища в умовах *рівноваги* відповідають однакові значення *тиску, температури та концентрації*.

Гомогенними сумішами є змішані гази та істинні розчини, а також суміші деяких рідин і твердих речовин, наприклад сплави.

Гетерогенне середовище — неоднорідне середовище, що складається з однорідних *частин (фаз)*, розділених *поверхнею розділу*. Однорідні частини (фази) можуть відрізнятися одна від одної за складом і властивостями. Фази гетерогенного середовища можна відокремити одна від одної механічними методами (відстоюванням, фільтруванням, магнітною сепарацією і т. п.). Прикладами гетерогенних систем можуть бути: рідина — *насичена пара; насичений розчин з осадом; багато сплавів*.

Ізотропне середовище – це середовище, що має однакові фізичні властивості речовини (теплопровідність, електропровідність, пружність,

оптичні властивості тощо) в усіх напрямках. Ізотропність характерна для рідин, газів та аморфних тіл.

Анізотропне середовище — це середовище, що має відмінність властивостей у різних напрямках. Анізотропія характерна для кристалів, деревини та деяких композитних матеріалів.

1.4. Методи вивчення теплообміну

На основі подання сучасної фізики явища природи взагалі і теплопровідності зокрема можна описати і дослідити на основі феноменологічного і статистичного методів.

Метод опису процесу, при якому не враховується мікроскопічна структура речовини, який розглядає її як суцільне середовище (континуум), називається *феноменологічним*.

Феноменологічний метод дослідження дає можливість установити деякі загальні співвідношення між параметрами, що характеризують певне явище в цілому. Феноменологічні закони мають досить загальний характер, а участь конкретного фізичного середовища враховується коефіцієнтами, обумовленими безпосередньо з досвіду.

Інший шлях вивчення фізичних явищ оснований на вивченні внутрішньої структури речовини. Середовище розглядається як деяка фізична система, що складається з великої кількості молекул, іонів або електронів з заданими властивостями і законами взаємодії. Отримання макроскопічних характеристик за заданими мікроскопічними властивостями середовища є основним завданням такого методу, який називається *статистичним*.

Як перший, так і другий методи мають свої достоїнства і недоліки. Феноменологічний метод дозволяє відразу встановити загальні зв'язки між параметрами, що характеризують процес, і використовувати експериментальні дані, точність яких обумовлює і точність самого методу. У цьому переваги використання феноменологічного підходу при вивченні явища.

Однак сам факт проведення дослідів для виявлення характеристики фізичного середовища є одночасно і недоліком методу, оскільки цим обмежуються межі застосування феноменологічних законів. Крім того, сучасний експеримент є дуже складним і часто дорогим.

Статистичний метод дозволяє отримати феноменологічні співвідношення на підставі заданих властивостей мікроскопічної структури середовища без додаткового проведення експерименту – в цьому його перевага. Недоліком статистичного методу є його складність, через що отримати кінцеві розрахункові співвідношення можна лише для найпростіших фізичних моделей речовини. Крім того, для реалізації методу потрібне знання деяких параметрів, визначення яких є предметом дослідження спеціальних розділів фізики.

В основу дослідження процесів теплопровідності покладено феноменологічний метод. Аналітична теорія теплопровідності не враховує молекулярну будову речовини і розглядає речовину як суцільне середовище. Такий підхід є правомірним, якщо розміри об'єктів дослідження досить великі порівняно з відстанями ефективної міжмолекулярної взаємодії.

1.5. Температурне поле

Будь-яке фізичне явище в загальному випадку супроводжується зміненням у просторі і часі істотних для даного явища фізичних величин. Будь-який вид теплообміну може мати місце лише за умови, що в різних точках тіла (або системи тіл) температура відрізняється. У загальному випадку процес передачі теплоти теплопровідністю у твердому тілі супроводжується зміненням температури як у просторі, так і в часі.

Аналітичне дослідження теплообміну зводиться до вивчення просторово-часового змінення температури, тобто до знаходження рівняння

$$T = T(x, y, z, \tau). \quad (1.1)$$

Рівняння (1.1) являє собою математичний вираз температурного поля. Таким чином, температурне поле є сукупністю значень температури в усіх точках досліджуваного простору для кожного моменту часу.

Розрізняють стаціонарне і нестаціонарне температурні поля. Рівняння (1.1) є записом найбільш загального вигляду температурного поля, коли температура змінюється з плином часу від однієї точки до іншої. Таке поле відповідає несталому тепловому режиму і називається *нестаціонарним* температурним полем.

Якщо тепловий режим є сталим, то температура в кожній точці поля з плином часу залишається незмінною і таке температурне поле називається *стаціонарним*. У цьому випадку температура є функцією тільки координат.

Температура може бути функцією однієї, двох або трьох координат. Відповідно до цього температурне поле називається *одно-, дво- і тривимірним*.

При будь-якому температурному полі в тілі завжди є точки з однаковою температурою. Геометричне місце таких точок утворює *ізотермічну поверхню*. Оскільки в одній і тій самій точці простору одночасно не може бути двох різних температур, то ізотермічні поверхні одна з одною не перетинаються, всі вони або замикаються самі на себе, або закінчуються на межах тіла. Приклад розташування ізотермічних поверхонь у температурному полі показано на рис. 1.1.

Отже, змінення температури в тілі спостерігається лише в напрямках, які перетинають ізотермічні поверхні. При цьому найбільш різке змінення температури виходить у напрямку нормалі до ізотермічної поверхні. Границя відношення змінення температури ΔT до відстані між ізотермами

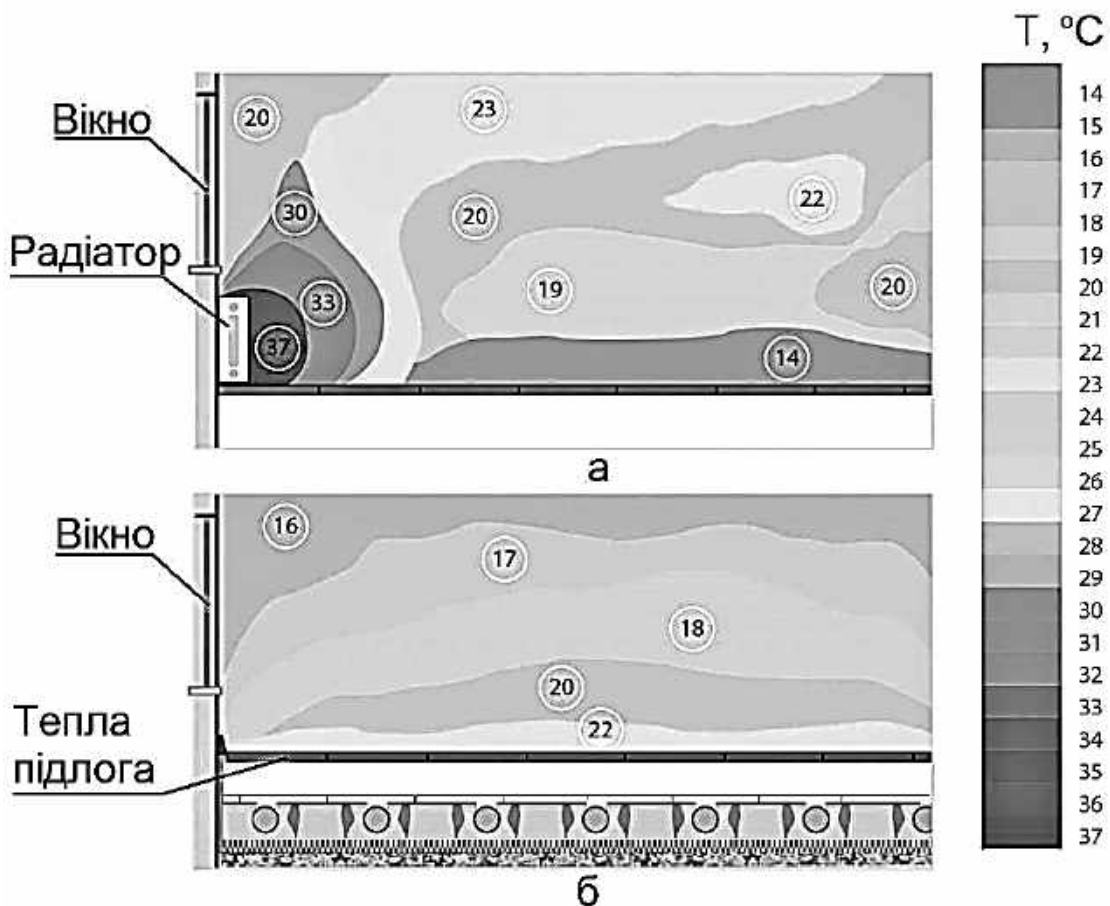


Рис. 1.1. Температурне поле у приміщенні:
а – радіаторне опалення; б – тепла підлога

по нормалі Δn називається градієнтом температур і позначається одним з таких символів:

$$\lim_{\Delta \vec{n} \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta \vec{n}} = \vec{\text{grad}} T = \vec{\nabla} T = \vec{n} \cdot \frac{\partial T}{\partial n}, \quad (1.2)$$

де $\vec{\nabla} \dots = \vec{i} \cdot \frac{\partial \dots}{\partial x} + \vec{j} \cdot \frac{\partial \dots}{\partial y} + \vec{k} \cdot \frac{\partial \dots}{\partial z}$ – векторний диференціальний оператор

Гамільтона;

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – орти осей x, y, z ;

\vec{n} – орт-нормаль до поверхні.

Температурний градієнт $\vec{\text{grad}} T$, К/м, є вектором, направленим по нормалі до ізотермічної поверхні у бік підвищення температури (рис. 1.2).

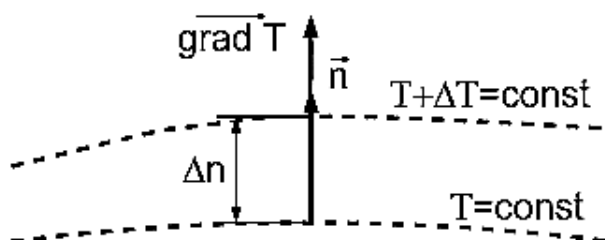


Рис. 1.2. Температурний градієнт

1.6. Тепловий потік

Теплота мимовільно переноситься тільки у бік зменшення температури. Кількість теплоти, що переноситься через якусь ізотермічну поверхню в одиницю часу, називається *тепловим потоком* Φ , Вт.

Тепловий потік, віднесений до одиниці площі ізотермічної поверхні, називається густиною теплового потоку $\vec{\varphi}$, Вт/м². *Густина теплового потоку* – вектор, напрямком якого збігається з напрямком поширення теплоти у цій точці.

Контрольні запитання

1. Дайте визначення поняття «теплопередача».
2. Назвіть види теплопередачі.
3. Яке середовище називають однорідним?
4. У чому різниця між ізотропним та анізотропним середовищами?
5. Що таке «фаза» багатофазного середовища?
6. Які існують методи дослідження теплопередачі?
7. Поясніть поняття «температурне поле».
8. Поясніть поняття «температурний градієнт».
9. Дайте визначення понять «тепловий потік» та «густина теплового потоку».

Лекція 2. ТЕПЛОПРОВІДНІСТЬ

2.1. Основний закон теплопровідності

Явище теплопровідності є процесом поширення теплової енергії при безпосередньому зіткненні окремих частинок тіла або окремих тіл, що мають різні температури. Теплопровідність обумовлена рухом мікрочастинок речовини.

При цьому в газах перенесення енергії здійснюється шляхом дифузії молекул і атомів, а в рідинах і твердих тілах-діелектриках – шляхом пружних хвиль. У металах перенесення енергії в основному здійснюється шляхом дифузії вільних електронів, а роль пружних коливань кристалічної решітки тут є другорядною.

Слід зазначити, що в рідинах і газах чиста теплопровідність може бути реалізована при виконанні умов, що виключають перенесення тепла конвекцією.

Основний закон теплопровідності (закон Фур'є) встановлює пропорційність векторів густини теплового потоку і градієнта температури у вигляді

$$\vec{\varphi} = -\lambda \vec{\nabla} T, \quad (2.1)$$

де λ – коефіцієнт теплопровідності, Вт/(м·К).

Перетворюючи (2.1), можна отримати вираз

$$\lambda = \frac{|\vec{\phi}|}{|\vec{\nabla} T|} = \frac{\Phi}{A \cdot \Delta T / \Delta n}. \quad (2.2)$$

З (2.2) випливає фізичний сенс коефіцієнта теплопровідності: це кількість теплоти, що проходить у одиницю часу через 1 м^2 ізотермічної поверхні при температурному градієнті, що дорівнює 1 К/м .

Коефіцієнт теплопровідності залежить від структури речовини, густини, вологості, тиску, температури. Зазвичай зі збільшенням температури коефіцієнт теплопровідності речовини зростає. Закон адитивності для газових сумішей, суспензій, розчинів, сплавів тощо не може бути застосований, тому їх теплопровідність не може бути визначена на підставі властивостей компонентів за простими залежностями, наприклад теплоємність.

Коефіцієнт теплопровідності різних газів лежить в діапазоні $0,005 \dots 0,5 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$. В області помірних значень тиску коефіцієнт теплопровідності слабо залежить від тиску, при малих і великих тисках – зростає зі збільшенням тиску.

Коефіцієнт теплопровідності рідин лежить в діапазоні $0,08 \dots 0,7 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$.

Коефіцієнт теплопровідності будівельних і теплоізоляційних матеріалів лежить в діапазоні $0,02 \dots 3 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$, металів – $20 \dots 400 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$.

2.2. Диференціальне рівняння теплопровідності

Отримаємо диференціальне рівняння теплопровідності. Інтегруючи його, можна отримати аналітичну залежність між величинами для усієї області задачі і всього проміжку часу.

Розглянемо енергетичний баланс об'єму $dV = dx \cdot dy \cdot dz$ (рис. 2.1) за проміжок часу $d\tau$. Зробимо такі припущення:

- тіло однорідне і ізотропне;
- фізичні параметри постійні;
- деформація об'єму, пов'язана зі змінням температурного поля, дуже мала порівняно з самим об'ємом;

- внутрішні джерела теплоти розподілені рівномірно.

Закон збереження енергії для об'єму dV :

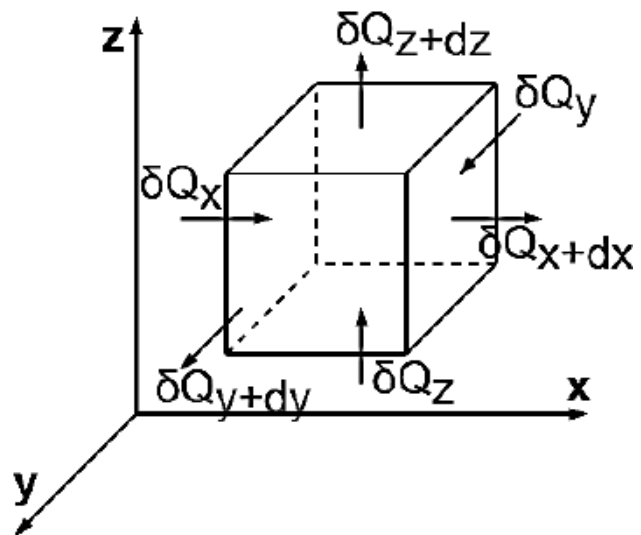


Рис. 2.1. До виведення диференціального рівняння теплопровідності

$$dU = \delta Q_1 + \delta Q_2, \quad (2.3)$$

де dU – змінення внутрішньої енергії в об'ємі dV за проміжок часу $d\tau$;

δQ_1 – теплота, що входить в об'єм за час $d\tau$;

δQ_2 – теплота, що виділяється у об'ємі за час $d\tau$.

Змінення внутрішньої енергії в об'ємі можна подати як

$$dU = c_v \cdot \rho \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} \cdot dV \cdot d\tau, \quad (2.4)$$

де c_v – питома теплоємність при постійному об'ємі речовини, Дж/(кг·К);

ρ – густина речовини, кг/м³;

T – температура, К.

Теплоту, що виділяється в об'ємі за час $d\tau$, визначимо за формулою

$$\delta Q_2 = \varphi_v \cdot dV \cdot d\tau, \quad (2.5)$$

де φ_v – густина об'ємних джерел теплоти, Вт/м³.

Згідно з рис. 2.1

$$\delta Q_1 = \delta Q_x - \delta Q_{x+dx} + \delta Q_y - \delta Q_{y+dy} + \delta Q_z - \delta Q_{z+dz}. \quad (2.6)$$

Тепловий потік через будь-яку грань можна подати у вигляді

$$\delta Q_x = \varphi_x \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau; \quad (2.7)$$

$$\delta Q_{x+dx} = \varphi_{x+dx} \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau, \quad (2.8)$$

де φ_x – густина теплового потоку на грані об'єму, Вт/м².

Залежність густини теплового потоку φ_{x+dx} з рівняння (2.8) від координати x можна розкласти у ряд Фур'є:

$$\varphi_{x+dx} = \varphi_x + \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \cdot dx + \frac{1}{2!} \cdot \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial x^2} \cdot dx^2 + \frac{1}{3!} \cdot \frac{\partial^3 \varphi_x}{\partial x^3} \cdot dx^3 + \dots,$$

$$\varphi_{x+dx} \approx \varphi_x + \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \cdot dx. \quad (2.9)$$

З урахуванням рівняння (2.9) з формул (2.7) і (2.8) отримуємо

$$\begin{aligned} Q_x - Q_{x+dx} &\approx \varphi_x \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau - \left(\varphi_x + \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \cdot dx \right) \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau = \\ &= -\frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau = -\frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \cdot dV \cdot d\tau. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Тоді

$$Q_1 = -\left(\frac{\partial \varphi_x}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_z}{\partial z} \right) \cdot dV \cdot d\tau = -\text{div} \vec{\varphi} \cdot dV \cdot d\tau. \quad (2.11)$$

Підставимо (2.4), (2.5), (2.10) у (2.3):

$$c_v \cdot \rho \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} \cdot dV \cdot d\tau = -\text{div} \vec{\varphi} \cdot dV \cdot d\tau + \varphi_v \cdot dV \cdot d\tau. \quad (2.12)$$

З урахуванням основного закону теплопровідності (2.1)

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = -\frac{1}{c_v \cdot \rho} \operatorname{div}(-\lambda \vec{\nabla} T) + \frac{\varphi_v}{c_v \cdot \rho},$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{1}{c_v \cdot \rho} \cdot \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] + \frac{\varphi_v}{c_v \cdot \rho},$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{c_v \cdot \rho} \cdot \nabla^2 T + \frac{\varphi_v}{c_v \cdot \rho}, \quad (2.13)$$

де $a = \frac{\lambda}{c_v \cdot \rho}$ – коефіцієнт температуропровідності, м²/с, величина, що

характеризує швидкість змінення температури;

$\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа.

Залежність (2.13) називається *диференціальним рівнянням теплопровідності*.

2.3. Умови однозначності для процесів теплопровідності

Диференціальне рівняння (2.13) отримано на підставі загальних законів фізики, воно описує явище теплопровідності у загальному вигляді. Конкретне явище з класу описується за допомогою приєднання до диференціального рівняння усіх окремих особливостей розглянутого процесу. Ці окремі особливості називаються *умовами однозначності*, або *крайовими умовами*.

Умови однозначності містять:

- геометричні умови (геометричні розміри задачі);
- фізичні умови (теплофізичні властивості рідини);
- початкові умови (поле температур у початковий момент часу);
- граничні умови (умови взаємодії простору задачі та навколишнього середовища).

Граничні умови можуть бути:

- I роду (задається температура на межі);
- II роду (задається густина теплового потоку на межі);
- III роду (задається закон взаємодії простору задачі та навколишнього середовища, наприклад, задається температура навколишнього середовища та закон Ньютона для конвективної тепловіддачі);
- IV роду (суміщена задача теплопровідності – задається рівність температур і густини теплових потоків на загальних межах задач).

2.4. Стационарна теплопровідність

2.4.1. Загальні умови

Розглянемо ряд задач стаціонарної теплопровідності $\left(\frac{\partial T}{\partial \tau} = 0\right)$ за відсутності внутрішніх джерел теплоти ($\varphi_v = 0$). У цих умовах рівняння (2.13) має вигляд

$$\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0.$$

2.4.2. Теплопровідність пласкої стінки

2.4.2.1. Одношарова пласка стінка. Граничні умови I роду

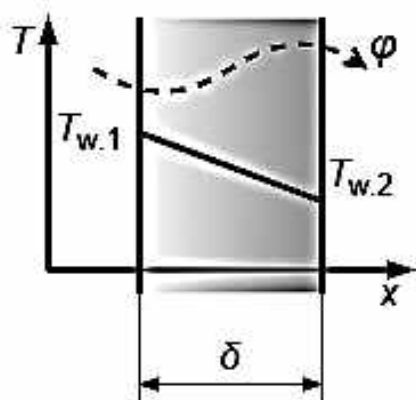


Рис. 2.2. Пласка стінка, граничні умови I роду

Розглянемо процес теплопровідності через пласку стінку, ширина та висота якої значно вище її товщини δ (рис. 2.2). Температура однієї поверхні стінки $T_{w.1}$, іншої – $T_{w.2}$. У цьому випадку ізотермічні поверхні – це плоскості, паралельні поверхням стінки, а температурне поле – одновимірне.

Зробимо припущення: $\lambda = \text{const}$. Тоді основний закон теплопровідності (2.1) має вигляд

$$\varphi = -\lambda \cdot \frac{dT}{dx}. \quad (2.14)$$

Граничні умови:

$$\text{при } x = 0 \quad T = T_{w.1}; \quad (2.15)$$

$$\text{при } x = \delta \quad T = T_{w.2}. \quad (2.16)$$

Перетворимо (2.14)

$$dT = -\frac{\varphi}{\lambda} \cdot dx. \quad (2.17)$$

Виконавши інтегрування (2.17), отримаємо

$$T = -\frac{\varphi}{\lambda} \cdot x + C. \quad (2.18)$$

Знайдемо константу інтегрування C з граничної умови (2.15):

$$T_{w.1} = -\frac{\varphi}{\lambda} \cdot 0 + C = C. \quad (2.19)$$

Підставимо (2.19) у (2.16). Тоді

$$T_{w.2} = -\frac{\varphi}{\lambda} \cdot \delta + T_{w.1};$$

$$\varphi = \frac{\lambda}{\delta} \cdot (T_{w.1} - T_{w.2}). \quad (2.20)$$

Величина λ/δ називається тепловою провідністю стінки, δ/λ – тепловим опором стінки.

Підставивши (2.20) та (2.19) у (2.18), отримаємо розподіл температури у стінці

$$T = T_{w.1} - \frac{T_{w.1} - T_{w.2}}{\delta} \cdot x. \quad (2.21)$$

2.4.2.2. Одношарова пласка стінка. Граничні умови III роду

Розглянемо процес теплопровідності через пласку стінку, ширина та висота якої значно більше її товщини δ (рис. 2.3). Одна поверхня стінки омивається рідиною при температурі $T_{f.1}$, інша – рідиною при температурі $T_{f.2}$. Коефіцієнти тепловіддачі поверхонь – α_1 та α_2 відповідно. У цьому випадку ізотермічні поверхні – теж площини, паралельні поверхням стінки, а температурне поле – одновимірне.

Зробимо припущення: $\lambda = \text{const}$.

Запишемо рівняння теплопровідності через стінку сумісно з рівняннями Ньютона для тепловіддачі:

$$\begin{cases} \varphi = \frac{\lambda}{\delta} \cdot (T_{w.1} - T_{w.2}); \\ \varphi = \alpha_1 \cdot (T_{f.1} - T_{w.1}); \\ \varphi = \alpha_2 \cdot (T_{w.2} - T_{f.2}). \end{cases} \quad (2.22)$$

Перетворивши систему (2.22), отримаємо

$$\varphi = \frac{T_{f.1} - T_{f.2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} = k \cdot (T_{f.1} - T_{f.2}), \quad (2.23)$$

де k – коефіцієнт теплопередачі, Вт/(м²·К).

2.4.2.3. Багатошарова пласка стінка. Граничні умови I роду

Розглянемо наведену на рис. 2.4 багатошарову пласку стінку, що має n шарів. Задано температури $T_{w.1}$ та $T_{w.n+1}$.

Для кожного з шарів стінки можна записати вираз (2.20). Всього можна записати n рівнянь:

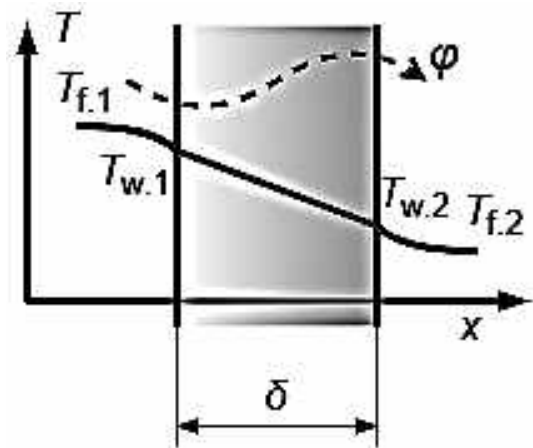


Рис. 2.3. Пласка стінка, граничні умови III роду

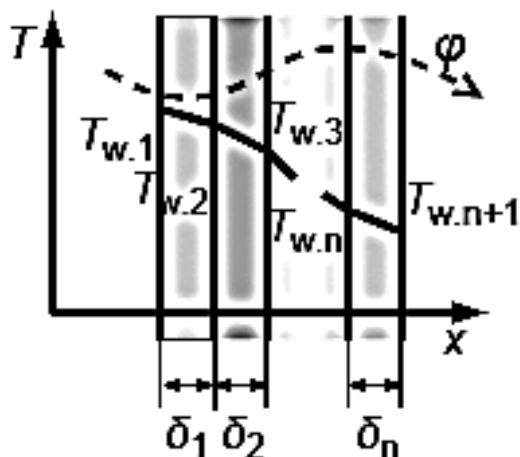


Рис. 2.4. Багатошарова пласка стінка, граничні умови I роду

$$\left\{ \begin{aligned} \varphi &= \frac{\lambda_1}{\delta_1} \cdot (T_{w.1} - T_{w.2}); \\ \varphi &= \frac{\lambda_2}{\delta_2} \cdot (T_{w.2} - T_{w.3}); \\ &\dots \\ \varphi &= \frac{\lambda_n}{\delta_n} \cdot (T_{w.n} - T_{w.n+1}). \end{aligned} \right. \quad (2.24)$$

Перетворивши (2.24), отримаємо

$$\varphi = \frac{T_{w.1} - T_{w.n+1}}{\sum_{j=1}^n \left(\frac{\delta_j}{\lambda_j} \right)} = \frac{T_{w.1} - T_{w.n+1}}{M}, \quad (2.25)$$

де $M = \sum_{j=1}^n \left(\frac{\delta_j}{\lambda_j} \right)$ – повний термічний опір

теплопровідності багатошарової стінки, м²·К/Вт.

Еквівалентний коефіцієнт теплопровідності багатошарової стінки можна знайти за формулою

$$\lambda_{екв} = \frac{\sum_{j=1}^n \delta_j}{\sum_{j=1}^n \left(\frac{\delta_j}{\lambda_j} \right)}. \quad (2.26)$$

2.4.2.4. Багатошарова пласка стінка. Граничні умови III роду

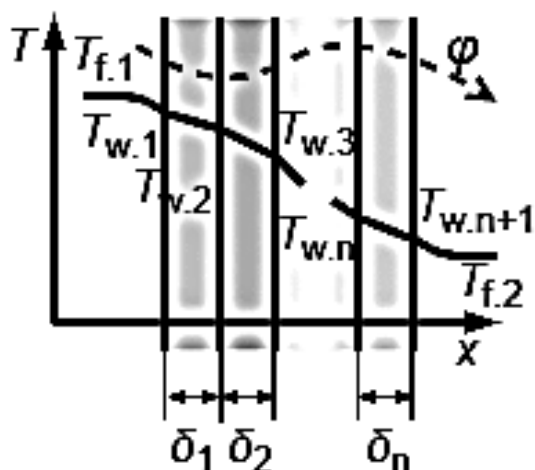


Рис. 2.5. Багатошарова пласка стінка, граничні умови III роду

Розглянемо наведену на рис. 2.5 багатошарову пласку стінку, що має n шарів. Задано температури рідин, що омивають зовнішні поверхні ($T_{f.1}$ та $T_{f.2}$), а також коефіцієнти тепловіддачі поверхонь α_1 та α_2 відповідно.

Запишемо рівняння теплопровідності через стінку сумісно з рівняннями Ньютона для тепловіддачі:

$$\begin{cases} \varphi = \alpha_1 \cdot (T_{f.1} - T_{w.1}); \\ \varphi = (T_{w.1} - T_{w.n+1}) / \sum_{j=1}^n \left(\frac{\delta_j}{\lambda_j} \right); \\ \varphi = \alpha_2 \cdot (T_{w.n+1} - T_{f.2}). \end{cases} \quad (2.27)$$

Перетворивши (2.27), отримаємо

$$\varphi = \frac{T_{f.1} - T_{f.2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{j=1}^n \left(\frac{\delta_j}{\lambda_j} \right) + \frac{1}{\alpha_2}} = k \cdot (T_{f.1} - T_{f.2}), \quad (2.28)$$

де $k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{j=1}^n \left(\frac{\delta_j}{\lambda_j} \right) + \frac{1}{\alpha_2}}$ – коефіцієнт теплопередачі багат шарової пласкої стінки, Вт/(м²·К).

2.4.3. Теплопровідність циліндричної стінки

2.4.3.1. Одношарова циліндрична стінка. Граничні умови I роду

Розглянемо процес теплопровідності через циліндричну стінку, висота якої L значно більше її товщини $r_2 - r_1$ (рис. 2.6). Температура однієї поверхні стінки – $T_{w.1}$, іншої – $T_{w.2}$. У цьому випадку ізотермічні поверхні – це циліндри, паралельні поверхням стінки, а температурне поле – одновимірне у циліндричній системі координат.

Зробимо припущення: $\lambda = \text{const}$. Тоді основний закон теплопровідності (2.1) має вигляд

$$\Phi = -\lambda \cdot A \cdot \frac{dT}{dr} = -2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot L \cdot r \cdot \frac{dT}{dr}. \quad (2.29)$$

Граничні умови:

$$\text{при } r = r_1 \quad T = T_{w.1}; \quad (2.30)$$

$$\text{при } r = r_2: \quad T = T_{w.2}. \quad (2.31)$$

Перетворимо (2.29):

$$dT = -\frac{\Phi}{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot L} \cdot \frac{dr}{r}. \quad (2.32)$$

Виконавши інтегрування (2.32), отримаємо

$$T = -\frac{\Phi}{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot L} \cdot \ln(r) + C. \quad (2.33)$$

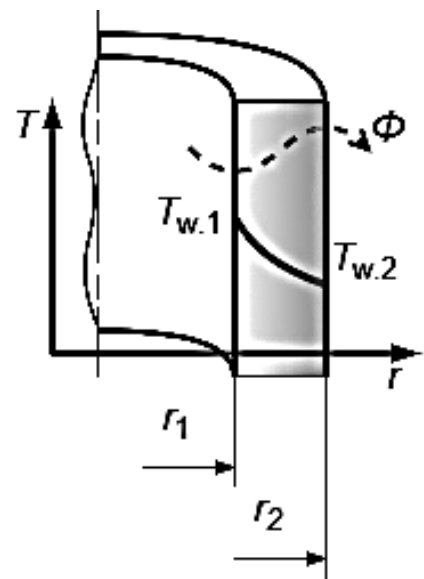


Рис. 2.6. Циліндрична стінка, граничні умови I роду

Знайдемо константу інтегрування C з граничних умов (2.30) і (2.31) та отримаємо

$$\Phi = \frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot L}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \cdot (T_{w.1} - T_{w.2}); \quad (2.34)$$

$$T = T_{w.1} - \frac{\ln(r/r_1)}{\ln(r_2/r_1)} \cdot (T_{w.1} - T_{w.2}). \quad (2.35)$$

2.4.3.2. Одношарова циліндрична стінка. Граничні умови III роду

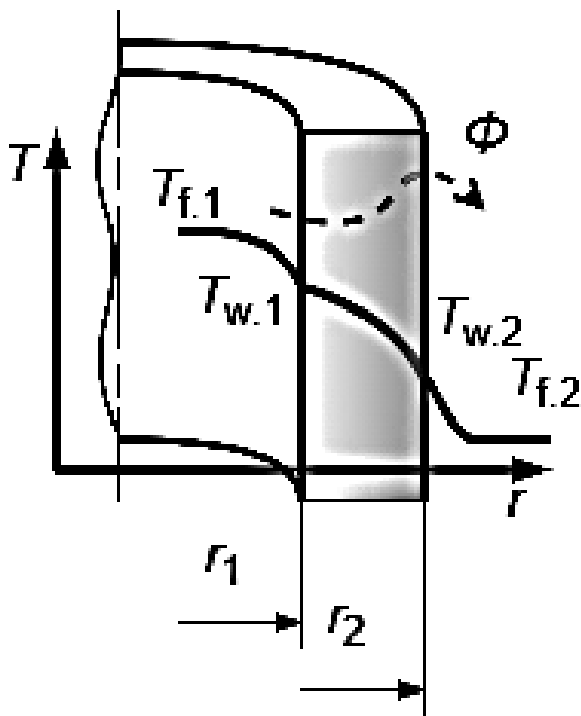


Рис. 2.7. Циліндрична стінка, граничні умови III роду

Розглянемо процес теплопровідності через циліндричну стінку, висота якої L значно більше її товщини $r_2 - r_1$ (рис. 2.7). Внутрішня поверхня стінки омивається рідиною при температурі $T_{f.1}$, зовнішня – рідиною при температурі $T_{f.2}$. Коефіцієнти тепловіддачі поверхонь – α_1 та α_2 відповідно.

Запишемо рівняння теплопровідності через стінку сумісно з рівняннями Ньютона для тепловіддачі:

$$\begin{cases} \Phi = \alpha_1 \cdot (2\pi r_1 L) \cdot (T_{f.1} - T_{w.1}); \\ \Phi = \frac{2\pi \lambda L}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \cdot (T_{w.1} - T_{w.2}); \\ \Phi = \alpha_2 \cdot (2\pi r_2 L) \cdot (T_{w.2} - T_{f.2}). \end{cases} \quad (2.36)$$

Перетворимо (2.36) та отримаємо

$$\Phi = \frac{2 \cdot \pi \cdot L}{\frac{1}{\alpha_1 \cdot r_1} + \frac{1}{\lambda} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\alpha_2 \cdot r_2}} \cdot (T_{f.1} - T_{f.2}) = \pi \cdot k_L \cdot L \cdot (T_{f.1} - T_{f.2}), \quad (2.37)$$

де $k_L = \frac{1}{\frac{1}{2\alpha_1 r_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{2\alpha_2 r_2}} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}}$ – коефіцієнт теплопередачі одношарової циліндричної стінки, Вт/(м·К).

2.4.3.3. Критичний діаметр циліндричної стінки

Згідно з формулою (2.37) термічний опір циліндричної стінки $M_L = 1/k_L$ можна подати як

$$M_L = \frac{1}{\alpha_1 \cdot d_1} + \frac{1}{2 \cdot \lambda} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 \cdot d_2} = M_1 + M_w + M_2, \quad (2.38)$$

де $M_1 = \frac{1}{\alpha_1 \cdot d_1}$ – термічний опір внутрішньої поверхні;

$M_w = \frac{1}{2 \cdot \lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}$ – внутрішній термічний опір стінки;

$M_2 = \frac{1}{\alpha_2 \cdot d_2}$ – термічний опір зовнішньої поверхні.

Слід зазначити, що внутрішній термічний опір стінки та термічний опір зовнішньої поверхні залежать від діаметра зовнішньої поверхні, причому зі збільшенням діаметра зовнішньої поверхні M_w збільшується, а M_2 – зменшується. Це може привести до того, що зі збільшенням товщини стінки тепловий потік буде не зменшуватися, а збільшуватися (рис. 2.8).

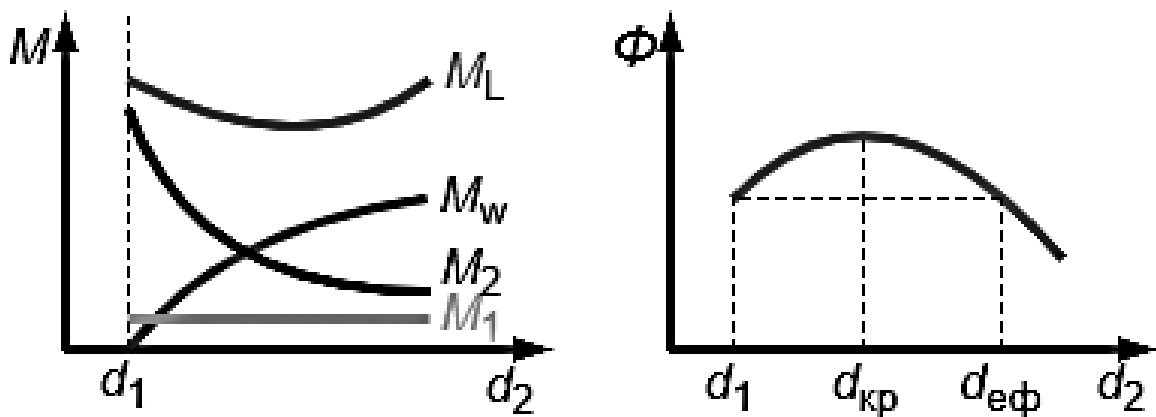


Рис. 2.8. Термічний опір і тепловий потік циліндричної стінки

Визначимо, за яких умов це можливо. Знайдемо екстремум залежності термічного опору циліндричної стінки від зовнішнього діаметра стінки:

$$\frac{dM_L}{dd_2} = \frac{d}{dd_2} \left(\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2} \right) = \frac{1}{2\lambda d_2} - \frac{1}{\alpha_2 d_2^2} = 0, \quad (2.39)$$

$$d_{кр} = \frac{2\lambda}{\alpha_2}, \quad (2.40)$$

де $d_{кр}$ – критичний діаметр ізоляції.

Якщо $d_1 < d_{кр}$, зі збільшенням товщини стінки тепловий потік буде не зменшуватися, а збільшуватися.

2.4.3.4. Багат шарова циліндрична стінка. Граничні умови III роду

Розглянемо багат шарову циліндричну стінку, що має n шарів (рис. 2.9). Задано температури рідин, що омивають внутрішню і зовнішні поверхні ($T_{f.1}$ та $T_{f.2}$), а також коефіцієнти тепловіддачі поверхонь α_1 та α_2 відповідно.

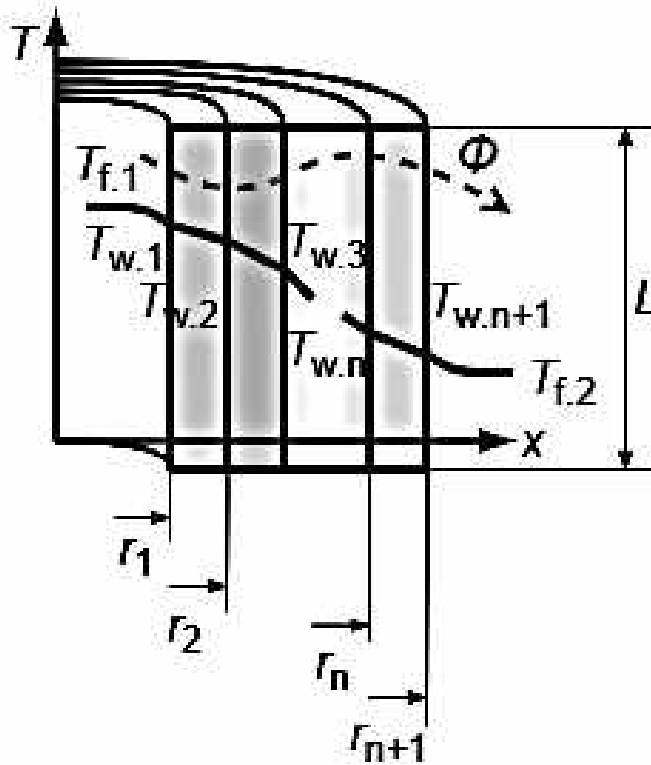


Рис. 2.9. Багат шарова циліндрична стінка, граничні умови III роду

Запишемо рівняння теплопровідності через стінку сумісно з рівняннями Ньютона для тепловіддачі:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi = \alpha_1 \cdot (2 \cdot \pi \cdot r_1 \cdot L) \cdot (T_{f.1} - T_{w.1}); \\ \Phi = \frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda_1 \cdot L}{\ln(r_2/r_1)} \cdot (T_{w.1} - T_{w.2}); \\ \dots \\ \Phi = \frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda_n \cdot L}{\ln(r_{n+1}/r_n)} \cdot (T_{w.n} - T_{w.n+1}); \\ \Phi = \alpha_2 \cdot (2 \cdot \pi \cdot r_{n+1} \cdot L) \cdot (T_{w.n+1} - T_{f.2}). \end{array} \right. \quad (2.41)$$

Перетворимо (2.38) та отримаємо

$$\Phi = \pi \cdot k_L \cdot L \cdot (T_{f.1} - T_{f.2}), \quad (2.42)$$

де $k_L = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 \cdot d_1} + \sum_{j=1}^n \frac{1}{2 \cdot \lambda_j} \cdot \ln \frac{d_{j+1}}{d_j} + \frac{1}{\alpha_2 \cdot d_{n+1}}}$ – коефіцієнт теплопередачі
одношарової циліндричної стінки, Вт/(м·К).

2.4.4. Теплопровідність кульової стінки

Розглянемо процес теплопровідності через кульову стінку, створену двома концентричними сферами радіусами r_1 та r_2 (рис. 2.10). Температура однієї поверхні стінки – $T_{w.1}$, іншої – $T_{w.2}$. У цьому випадку ізотермічні поверхні – це сфери, а температурне поле – одновимірне у сферичній системі координат.

Зробимо припущення: $\lambda = \text{const}$. Тоді основний закон теплопровідності (2.1) має вигляд

$$\begin{aligned} \Phi &= -\lambda \cdot A \cdot \frac{dT}{dr} = \\ &= -4 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot r^2 \cdot \frac{dT}{dr}. \end{aligned} \quad (2.43)$$

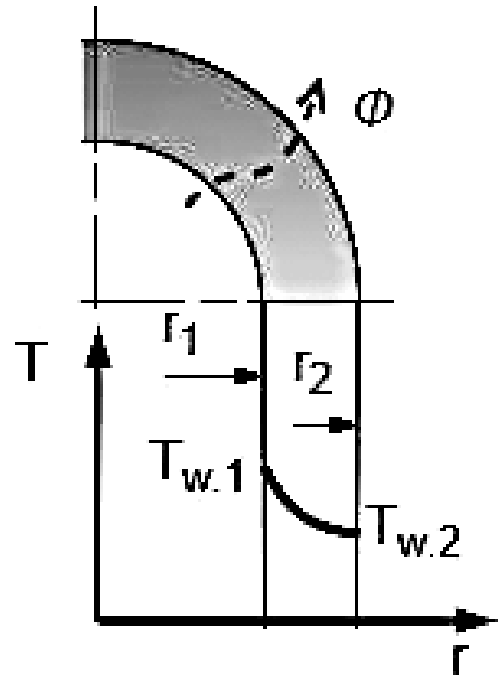


Рис. 2.10. Кульова стінка

Граничні умови:

$$\text{при } r = r_1 \quad T = T_{w.1}; \quad (2.44)$$

$$\text{при } r = r_2: \quad T = T_{w.2}. \quad (2.45)$$

Перетворимо (2.43):

$$dT = -\frac{\Phi}{4 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \frac{dr}{r^2}. \quad (2.46)$$

Виконавши інтегрування (2.46), отримаємо

$$T = \frac{\Phi}{4 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \frac{1}{r} + C. \quad (2.47)$$

Знайдемо константу інтегрування C з граничних умов (2.44) і (2.45) та отримаємо

$$\Phi = \frac{4 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot (T_{w.1} - T_{w.2})}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} = \pi \cdot \lambda \cdot (T_{w.1} - T_{w.2}) \cdot \frac{d_1 \cdot d_2}{\delta}; \quad (2.48)$$

$$T = T_{w.1} - \frac{T_{w.1} - T_{w.2}}{\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}} \cdot \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d} \right). \quad (2.49)$$

2.4.5. Теплопровідність тіл неправильної форми

Усі наведені у підрозд. 2.4 залежності для теплових потоків можна подати однією формулою:

$$\Phi = \frac{\lambda}{\delta} \cdot A_x \cdot (T_{w.1} - T_{w.2}), \quad (2.50)$$

де $A_x = \frac{1}{2} \cdot (A_1 + A_2)$ для будь-якої стінки при $A_2/A_1 < 2$;

$A_x = (A_2 - A_1)/\ln(A_2/A_1)$ для циліндричної стінки при $A_2/A_1 > 2$;

$A_x = \sqrt{A_1 \cdot A_2}$ для шарової стінки при $A_2/A_1 > 2$;

A_1 – площа меншої (внутрішньої) поверхні;

A_2 – площа більшої (зовнішньої) поверхні.

При розрахунках тіл неправильної форми їх розділяють на ділянки правильної форми перпендикулярно до ізотермічних поверхонь. Якщо температура поверхні ділянки різниться, то її усереднюють:

$$\bar{T} = \frac{1}{A} \cdot \int_A T \cdot dA. \quad (2.51)$$

Загальний тепловий потік визначається як сума теплових потоків усіх ділянок.

Контрольні запитання

1. Дайте визначення поняття «теплопровідність».
2. Які існують механізми теплопровідності в різних середовищах?
3. Напишіть математичний вираз основного закону теплопровідності (закону Фур'є).
4. Який фізичний зміст має коефіцієнт теплопровідності?
5. Отримайте диференціальне рівняння теплопровідності для ізотропного середовища.
6. Які існують окремі випадки диференціального рівняння теплопровідності?
7. Дайте класифікацію умов однозначності для процесів теплопровідності.
8. Отримайте математичний вираз формули для розрахунків теплового потоку при переносенні теплоти через пласку стінку при граничних умовах I роду.
9. Отримайте математичний вираз формули для розрахунків теплового потоку при перенесенні теплоти через пласку стінку при граничних умовах III роду.
10. Дайте визначення понять «термічний опір» і «теплова провідність шару стінки».

11. Отримайте математичний вираз формули для розрахунків теплового потоку при перенесенні теплоти через багат шарову пласку стінку.

12. Який механізм виникнення контактного термічного опору?

13. Як визначити тепловий потік через циліндричну стінку?

14. Поясніть, для чого застосовується поняття «критичний діаметр циліндричної стінки».

15. Як визначити тепловий потік через кульову стінку?

16. Як приблизно визначити тепловий потік теплопровідності у тілах неправильної форми?

Лекція 3. КОНВЕКЦІЯ І КОНВЕКТИВНИЙ ТЕПЛООБМІН

3.1. Конвекція і система рівнянь конвективного теплообміну

Конвекція – це процес перенесення теплоти при переміщенні об’ємів рідини або газу у просторі з області з однією температурою в область з іншою температурою.

Якщо в одиницю часу через одиницю контрольної поверхні перпендикулярно до неї проходить маса рідини $\rho \cdot \vec{v}$, то разом з нею переноситься теплота густиною

$$\vec{\varphi}_{\text{конв}} = \rho \cdot \vec{v} \cdot h. \quad (3.1)$$

Конвекція завжди супроводжується теплопровідністю. У результаті тепловий потік при конвекції описується рівнянням

$$\vec{\varphi} = \vec{\varphi}_{\text{конв}} + \vec{\varphi}_{\text{мп}} = \rho \cdot \vec{v} \cdot h - \lambda \cdot \vec{\nabla} T. \quad (3.2)$$

Для того щоб розв’язати рівняння (3.2), необхідно доповнити його рівнянням енергії (законом збереження енергії), рівнянням руху (законом збереження імпульсу) і рівнянням суцільності (законом збереження маси). Отримана система рівнянь називається системою диференціальних рівнянь конвективного теплообміну. Наприклад, для перебігу нестисливої ньютонівської рідини ця система має вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\varphi} = \rho \cdot \vec{v} \cdot h(T, \rho) - \lambda \cdot \vec{\nabla} T; \\ \frac{dT}{d\tau} = a \cdot \nabla^2 T + \frac{\varphi_v}{\rho \cdot c_p}; \\ \rho \cdot \frac{d\vec{v}}{d\tau} = \rho \cdot \vec{g} - \vec{\nabla} p + \mu \cdot \nabla^2 \vec{v} + \frac{1}{3} \cdot \mu \cdot \vec{\nabla} (\text{div}(\vec{v})); \\ \frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial(\rho \cdot v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot v_z)}{\partial z} = 0. \end{array} \right. \quad (3.3)$$

Для розв’язання системи рівнянь (3.3) її доповнюють умовами однозначності: геометричними умовами; фізичними умовами; початковими умовами; граничними умовами. Система рівнянь (3.3) застосовується для розрахунків задач конвективного теплообміну на ЕОМ.

3.2. Тепловіддача. Закон Ньютона–Ріхмана. Рівняння тепловіддачі

Конвективний теплообмін (теповіддача) – процес перенесення теплоти між поверхнею твердого тіла і рідиною або газом, що її омивають.

При розрахунках тепловіддачі використовується *закон Ньютона–Ріхмана*:

$$\varphi_w = \alpha \cdot (T_w - T_f), \quad (3.4)$$

де α – коефіцієнт тепловіддачі, Вт/(м²·К), – кількість теплоти, яка передана в одиницю часу через одиницю площі поверхні за різниці температур 1 К між поверхнею та середовищем-теплоносієм; характеризує інтенсивність тепловіддачі.

Коефіцієнт тепловіддачі залежить від багатьох факторів, зокрема форми та розмірів тіла, швидкості та режиму руху рідини, температури, теплофізичних властивостей рідини.

З іншого боку, вважається, що рідина біля поверхні твердого тіла гальмується до нульової відносної швидкості. Це припущення, так звана *гіпотеза прилипання*, є правильним, якщо газ досить щільний, щоб виконувалися припущення про його *суцільність*. Ступінь розрідження потоку визначається *критерієм Кнудсена*:

$$Kn = \bar{L}/L_0, \quad (3.5)$$

де \bar{L} – середня довжина вільного пробігу молекули газу;

L_0 – характерний розмір області поширення процесу.

Якщо $Kn < 0,001$, можна вважати, що умова прилипання виконується.

За замовчуванням будемо розглядати тільки теплообмін у суцільних середовищах.

Якщо гіпотеза прилипання виконується, то рідина біля поверхні твердого тіла є нерухомою і густина теплового потоку біля поверхні підкоряється основному закону теплопровідності (2.1):

$$\varphi_w = -\lambda \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_{n=0}, \quad (3.6)$$

де \vec{n} – нормаль до поверхні тіла.

З іншого боку, рівняння Ньютона–Ріхмана (3.4) теж виконується. Прирівнявши (3.4) і (3.6), отримуємо

$$\alpha = -\frac{\lambda}{T_w - T_f} \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_{n=0}. \quad (3.7)$$

Рівняння (3.7) називається *рівнянням тепловіддачі*.

3.3. Вільна і вимушена конвекція

Розрізняють *вимушену і природну (вільну) конвекцію*. У першому випадку просторове переміщення рідкого або газоподібного середовища

відбувається внаслідок поверхневих сил, а саме, перепаду тиску, який створюється зовнішнім джерелом (насосом, компресором). Наприклад, вимушеною є конвекція при прокачуванні пального по каналах охолодження камери рідинного ракетного двигуна. Природна конвекція виникає в результаті дії поля масових сил на рідке або газоподібне середовище з неоднорідним розподілом густини, обумовленим змінністю температури середовища. Прикладом природної конвекції може бути передача теплоти від батареї опалення до повітря житлового приміщення.

Відповідно до наведених видів конвекції прийнято розрізняти конвективний теплообмін при вимушеному і природний рух рідкого або газоподібного середовища.

3.4. Гідродинамічний і тепловий примежові шари

3.4.1. Гідродинамічний примежовий шар

Гідродинамічним примежовим шаром називається тонкий шар загальмованого газу, що утворюється біля поверхні тіл, що обтікається потоком (рис. 3.1).

Таким чином, при омиванні тіла потік рідини або газу розділяється на дві частини: *гідродинамічний примежовий шар* і зовнішній потік. У середині примежового шару $\frac{\partial v_x}{\partial y} \neq 0$, у

зовнішньому потоці $\frac{\partial v_x}{\partial y} = 0$, $v_x \approx v_0$.

У зовнішньому потоці переважають сили інерції, у гідродинамічному примежовому шарі сили інерції та в'язкості є порівнянними.

Чим більше відстань від передньої кромки тіла, тим більше *товщина гідродинамічного примежового шару* δ .

Під товщиною гідродинамічного примежового шару розуміють таку відстань від стінки, на якій швидкість буде відрізнятися від швидкості зовнішнього потоку v_0 на малу величину. При $y = \delta$ $v_x = (1 - \varepsilon) \cdot v_0$, де ε – мала величина, наприклад $\varepsilon = 0,01$.

3.4.2. Тепловий примежовий шар

Тепловий примежовий шар – шар рідини біля стінки, у межах якого температура змінюється від температури стінки до температури зовнішнього потоку (рис. 3.2).

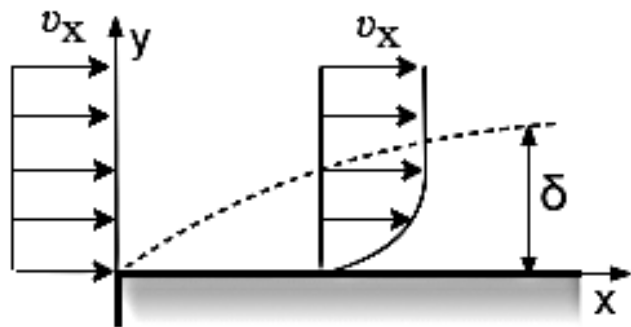


Рис. 3.1. Гідродинамічний примежовий шар

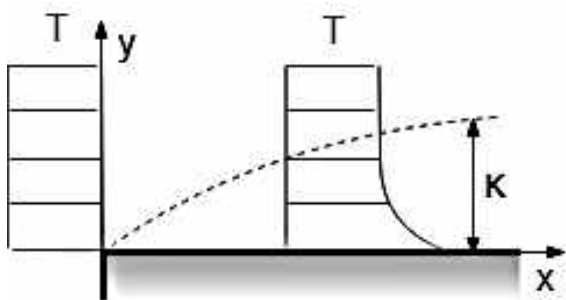


Рис. 3.2. Тепловий примежовий шар

примежового шару, хоча це величини одного порядку.

3.4.3. Примежові шари при вільній конвекції

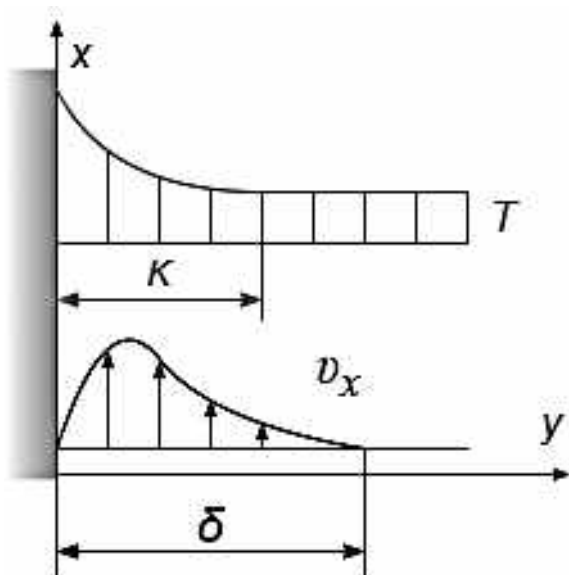


Рис. 3.3. Примежові шари при вільній конвекції

Для області всередині теплового примежового шару $\frac{\partial T}{\partial y} \neq 0$, для області зовнішнього потоку $\frac{\partial T}{\partial y} = 0$, $T = T_0$, де T_0 – температура зовнішнього потоку.

Товщина теплового примежового шару k у загальному випадку не дорівнює товщині гідродинамічного

Своєрідно будується примежовий шар у разі вільної теплової течії, спричиненої різницею густини більш і менш нагрітих частинок рідини. Наведене раніше визначення примежових шарів залишається справедливим і для вільного руху. Однак у багатьох випадках швидкість на великій відстані від тіла, у якого виник вільний рух, дорівнює нулю. На рис. 3.3 показано зразковий розподіл температур і швидкостей у певному перерізі вільного потоку у гарячого тіла. У цьому випадку товщини теплового і гідродинамічного шарів також можуть не збігатися.

3.5. Ламінарний і турбулентний режими течії

Є два основні режими течії рідини: ламінарний і турбулентний. При ламінарному режимі частинки рідини рухаються без перемішування, шарувато, при турбулентному – невпорядковано, хаотично, напрямок і величина швидкості окремих частинок постійно змінюються. Ці режими течії спостерігаються і в примежовому шарі.

Тепловіддача істотно залежить від режиму течії. Більш того, отримана раніше система рівнянь (3.3) описує теплообмін тільки в ламінарному примежовому шарі.

Турбулентна течія істотно відрізняється від ламінарної. Турбулентна течія строго нестационарна, але якщо середнє значення параметрів не змінюється, її можна розглядати як квазістатичну.

Нині створено велику кількість *різноманітних моделей* для розрахунку турбулентних течій. Вони відрізняються одна від одної складністю розв'язання і точністю опису течії.

Основна ідея моделей зводиться до припущення про існування середньої швидкості потоку \bar{v} і середнього відхилення від нього v' : $v = \bar{v} + v'$ (рис. 3.4). Після спрощення *рівнянь Нав'є-Стокса* в них крім невідомих середніх швидкостей з'являються добутки середніх відхилень швидкості $v_i' \cdot v_j'$. Різні моделі по-різному їх моделюють. Усі моделі мають переваги і недоліки. Області застосування, для яких отримано моделі на основі порівняння результатів розрахунку з експериментальними даними, обмежені. Для прикладу наведемо одну з можливих систем рівнянь.

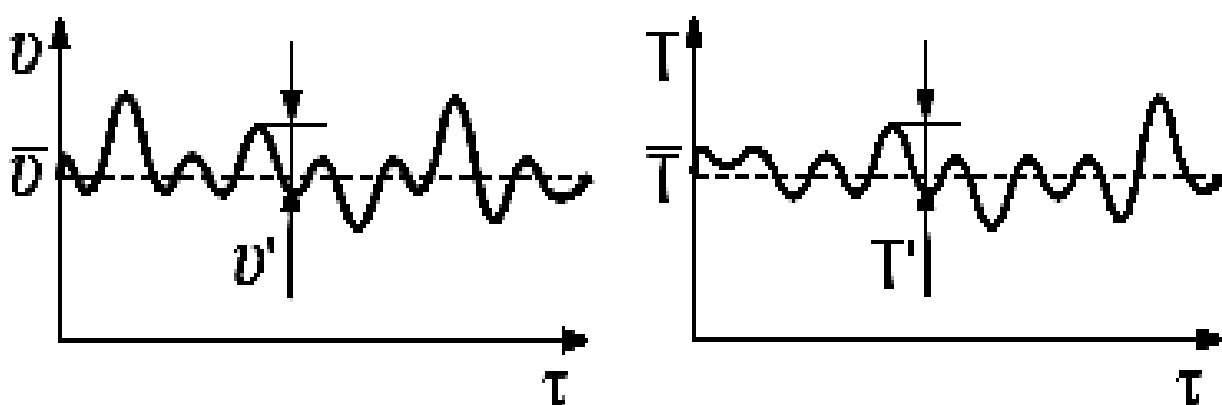


Рис. 3.4. Змінення швидкості v і температури T в нерухомій точці турбулентного потоку

При квазістаціонарній двовимірній течії нестисливої рідини за відсутності об'ємних джерел теплоти

$$\begin{cases} \bar{\varphi} = \bar{\rho} \cdot \bar{v} \cdot h(\bar{T}, \bar{\rho}) - \lambda \cdot \nabla \bar{T}; \\ \rho \cdot c_p \cdot \left(\bar{v}_x \cdot \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + \bar{v}_y \cdot \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left[(\lambda + \lambda_m) \cdot \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right]; \\ \rho \cdot \left(\bar{v}_x \cdot \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial x} + \bar{w}_y \cdot \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left[(\mu + \mu_m) \cdot \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial y} \right]; \\ \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial y} = 0, \end{cases} \quad (3.8)$$

де λ_m – турбулентний коефіцієнт теплопровідності;

μ_m – турбулентний коефіцієнт динамічної в'язкості.

Турбулентний коефіцієнт теплопровідності і турбулентний коефіцієнт динамічної в'язкості залежать від факторів, що впливають на поля середніх швидкостей та середніх температур.

λ_m і μ_m знаходять за допомогою емпіричних залежностей.

Інтенсивність турбулентності течії може бути охарактеризована ступенем турбулентності Tu :

$$Tu = \frac{\sqrt{\frac{1}{3} \cdot (\overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2})}}{v_0}. \quad (3.9)$$

3.6. Основи теорії подібності

Відповідно до *теорії подібності* для узагальнення результатів одиничного досвіду їх треба подати у безрозмірному вигляді як функціональний зв'язок між шуканим параметром і відношеннями факторів, що визначають розглядуване явище. Такий зв'язок мають усі подібні явища, якщо у них чисельно збігаються наведені відношення. У цьому випадку явища, що зіставляються, називають подібними, а відношення чинників – критеріями (числами) подібності.

Вираз критеріїв через характерні значення (масштаби) параметрів процесу в теорії подібності визначають, зводячи до безрозмірної форми відповідне диференціальне рівняння, оскільки саме його члени є важливими для процесу факторами.

Можна сформулювати *умови подібності фізичних явищ*:

- подібні процеси мають бути якісно однаковими, тобто вони повинні мати однакову фізичну природу і описуватися однаковими рівняннями;
- умови однозначності подібних процесів мають бути однаковими в усьому, крім числових значень розмірних сталих у цих умовах;

– однойменні безрозмірні змінні подібних процесів повинні мати однакові числові значення.

Отримаємо критерії подібності, розглянувши теплообмін при вимушеній конвекції біля плоскої стінки (рис. 3.5). Диференціальні рівняння енергії, руху та нерозривності мають вигляд:

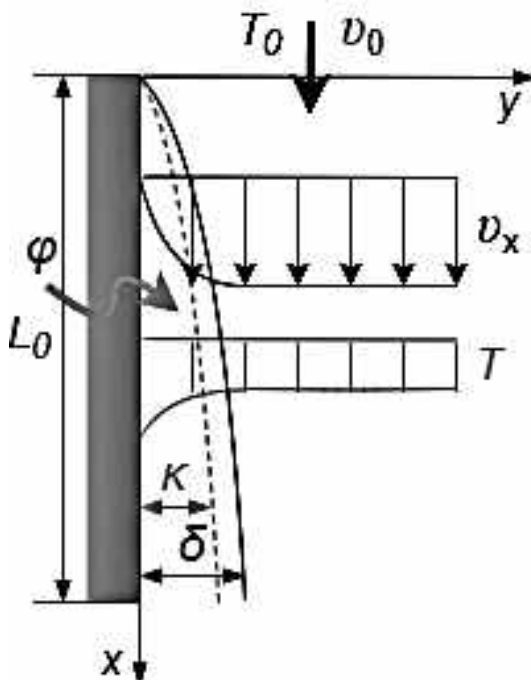


Рис. 3.5. Вимушена конвекція біля плоскої стінки

$$\begin{cases} v_x \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial y} (\partial \vartheta / \partial y) = a \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2}; \\ v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + g \alpha_v \vartheta; \\ \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0, \end{cases} \quad (3.10)$$

де $\vartheta = T - T_0$, K ;

ν – коефіцієнт кінематичної в'язкості, m^2/s ;

g – прискорення вільного падіння, м/с^2 ;

$\alpha_v = -\frac{1}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$ – коефіцієнт об'ємного розширення, К^{-1} .

Граничні умови:

$y \rightarrow \infty$: $\vartheta = \vartheta_0 = 0$; $v_x = v_0$; $v_y = 0$; $v_z = 0$;

$y = 0$, $0 \leq x \leq L_0$, $-\infty \leq z \leq +\infty$: $\vartheta = \vartheta_w = T_w - T_0 = \text{const}$; $v_x = 0$; $v_y = 0$; $v_z = 0$.

Введемо масштаби величин, отримаємо безрозмірні параметри:

$\bar{x} = x/L_0$; $\bar{y} = y/L_0$; $\bar{v}_x = v_x/v_0$; $\bar{v}_y = v_y/v_0$; $\theta = \vartheta/\vartheta_w$.

Перетворимо рівняння енергії:

$$v_x \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + v_y \frac{\partial \vartheta}{\partial y} = a \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2}; \quad (3.11)$$

$$(\bar{v}_x \cdot v_0) \frac{\partial(\theta \cdot \vartheta_w)}{\partial(\bar{x} \cdot L_0)} + (\bar{v}_y \cdot v_0) \frac{\partial(\theta \cdot \vartheta_w)}{\partial(\bar{y} \cdot L_0)} = a \frac{\partial^2(\theta \cdot \vartheta_w)}{\partial(\bar{y} \cdot L_0)^2}; \quad (3.12)$$

$$\frac{v_0 L_0}{a} \left(\bar{v}_x \frac{\partial \theta}{\partial \bar{x}} + \bar{v}_y \frac{\partial \theta}{\partial \bar{y}} \right) = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \bar{y}^2}. \quad (3.13)$$

Перетворимо рівняння руху:

$$v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + g \alpha_v \vartheta; \quad (3.14)$$

$$(\bar{v}_x v_0) \frac{\partial(\bar{v}_x v_0)}{\partial(\bar{x} L_0)} + (\bar{v}_y v_0) \frac{\partial(\bar{v}_y v_0)}{\partial(\bar{y} L_0)} = \nu \frac{\partial^2(\bar{v}_x v_0)}{\partial(\bar{y} L_0)^2} + g \alpha_v (\theta \vartheta_w);$$

$$\frac{v_0 L_0}{\nu} \left(\bar{v}_x \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial \bar{x}} + \bar{v}_y \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial \bar{y}} \right) = \frac{\partial^2 \bar{v}_x}{\partial \bar{y}^2} + \frac{g \alpha_v \vartheta_w L_0^3}{\nu^2} \cdot \frac{\nu}{v_0 L_0} \cdot \theta. \quad (3.15)$$

Перетворимо рівняння нерозривності:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0; \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial(\bar{v}_x v_0)}{\partial(\bar{x} L_0)} + \frac{\partial(\bar{v}_y v_0)}{\partial(\bar{y} L_0)} = 0; \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial \bar{y}} = 0. \quad (3.18)$$

Граничні умови:

$\bar{y} \rightarrow \infty$: $\theta = 0$; $\bar{v}_x = 1$; $\bar{v}_y = 0$; $\bar{v}_z = 0$;

$\bar{y} = 0$, $0 \leq \bar{x} \leq 1$, $-\infty \leq \bar{z} \leq +\infty$: $\theta = 1$; $\bar{v}_x = 0$; $\bar{v}_y = 0$; $\bar{v}_z = 0$.

Рівняння тепловіддачі (3.7) після перетворення набуває вигляду

$$\frac{\alpha L_0}{\lambda} = - \cdot \left(\frac{\partial \theta}{\partial \bar{y}} \right)_{\bar{y}=0} . \quad (3.19)$$

Тепер рівняння стали безрозмірними. Кожне з них буде ідентичним у двох порівнюваних випадках тепловіддачі, якщо для цих випадків чисельно збігаються безрозмірні комплекси з масштабів. Отже, ці комплекси є *критеріями теплової подібності*. З'ясуємо їх фізичний зміст.

Критерій Нуссельта

$$Nu = \frac{\alpha L_0}{\lambda} . \quad (3.20)$$

Критерій Нуссельта є, по суті, шуканою безрозмірною величиною (безрозмірним коефіцієнтом тепловіддачі). Його можна розглядати як відношення питомих термічних провідностей тепловіддачі α і теплопровідності λ/L_0 рідкого або газоподібного середовища. Згідно з фізичним змістом коефіцієнта тепловіддачі критерій Нуссельта виражає відношення інтенсивностей конвективного теплоперенесення і теплопровідності біля поверхні теплообміну. Випадок $Nu = 1$ означає, що процес тепловіддачі здійснюється тільки теплопровідністю, тому критерій Нуссельта характеризує збільшення інтенсивності теплообміну біля стінки завдяки конвекції у рідкому або газоподібному середовищі. Оскільки до критерію Нуссельта входить шукана величина (коефіцієнт тепловіддачі), він є не визначальним, а обчислюваним критерієм подібності.

Критерій Рейнольдса

$$Re = \frac{v_0 L_0}{\nu} = \frac{\rho v_0 L_0}{\mu} . \quad (3.21)$$

Критерій Рейнольдса характеризує співвідношення сил інерції та в'язкості.

Критерій Пекле

$$Pe = \frac{v_0 L_0}{a} = \frac{\rho c_p v_0 \Delta T}{(\lambda/L_0) \Delta T} . \quad (3.22)$$

Критерій Пекле є визначальним критерієм теплової подібності. Як видно з рівняння енергії, він виражає відношення питомих термічних провідностей конвекції і теплопровідності в потоці рідкого або газоподібного середовища.

Критерій Прандтля

$$Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda} = \frac{\nu}{a} = \frac{\nu L_0}{a} \cdot \frac{\nu}{\nu L_0} = \frac{Pe}{Re} . \quad (3.23)$$

Критерій Прандтля цілком складений з фізичних властивостей середовища і тому є безрозмірною їх характеристикою (інакше кажучи, він безрозмірно характеризує фізичні умови однозначності). З урахуванням того, що критерій Рейнольдса вже входить до системи критеріїв динамічної

подібності, які для задач конвективного теплообміну є визначальними, тут замість критерію Пекле зазвичай використовують критерій Прандтля.

Критерій Грасгофа

$$Gr = \frac{g\alpha_v\Delta TL_o^3}{\nu^2}. \quad (3.24)$$

Критерій Грасгофа характеризує піднімальну силу, що виникає внаслідок різниці густини рідини.

Якщо теплообмін відбувається в умовах дії поля масової сили, яка відрізняється від гравітаційної, то в критерій Грасгофа замість g підставляють напруженість результуючого поля масових сил (сумарне прискорення).

Модифікацією критерію Грасгофа є *критерій Архімеда*

$$Ar = \frac{gL_o^3}{\nu^2} \cdot \frac{\Delta\rho}{\rho}. \quad (3.25)$$

Іноді замість критерію Грасгофа використовують *критерій Фруда*

$$Fr = \frac{\nu^2}{gL_o} = \frac{\nu^2 L_o^2}{\nu^2} \cdot \frac{\nu^2}{g\alpha_v\Delta TL_o^3} \cdot \alpha_v\Delta T = \frac{Re^2}{Gr} \cdot \alpha_v\Delta T. \quad (3.26)$$

Критерій Фруда характеризує співвідношення сили інерції і зовнішньої сили, у полі якої відбувається рух, що діють на елементарний об'єм рідини або газу:

З урахуванням викладеного результати експериментального дослідження стаціонарної тепловіддачі до нестисливого рідкого середовища слід оформляти у вигляді критеріального рівняння

$$Nu = f(Re, Gr, Pr, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \dots). \quad (3.27)$$

3.7. Аналіз розмірностей при дослідженні тепловіддачі

Структуру критеріїв подібності можна також визначити, спираючись на уявлення *аналізу розмірностей*. В основі його лежать три теореми:

- будь-яке співвідношення між розмірними величинами можна звести до співвідношення *безрозмірних величин*;
- *розмірності* похідних величин мають форму степеневого одночлена розмірностей основних величин;
- кількість безрозмірних комплексів, що характеризують процес, дорівнює різниці кількостей похідних і основних величин, які є істотними для процесу.

Остання теорема дозволяє перевірити правильність використання аналізу розмірностей для пошуку критеріїв подібності. Техніка пошуку полягає в переході від розмірних величин до безрозмірних (цей перехід допускає перша теорема) із застосуванням другої теореми. Попередньо слід визначити повну систему величин, які є істотними для цього явища.

Виконаємо згаданий перехід для стаціонарного випадку вимушеної конвекції рідини в трубі. Зрозуміло, що коефіцієнт тепловіддачі залежить від обставин перебігу (вони визначені за характерним розміром L_0 і швидкістю v_0), а також від властивостей рідини (її густини ρ , в'язкості μ , теплопровідності λ , теплоємності c_p). Згідно з другою теоремою аналізу розмірностей маємо

$$[\alpha] = [L_0]^a \cdot [v_0]^b \cdot [\rho]^c \cdot [\mu]^d \cdot [\lambda]^e \cdot [c_p]^f, \quad (3.28)$$

де μ – коефіцієнт динамічної в'язкості, Па·с;

Виразимо розмірності всіх параметрів через розмірності основних величин (довжини, часу, маси, температури), позначивши їх відповідно L , t , M , T . Знаючи, що $[\alpha] = \text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$, $[\mu] = \text{Па} \cdot \text{с}$, $[\lambda] = \text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$, $[c_p] = \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$, причому $\text{Вт} = \text{Дж}/\text{с}$, $\text{Па} = \text{Н}/\text{м}^2$, $\text{Дж} = \text{Н} \cdot \text{м}$, $\text{Н} = \text{кг} \cdot \text{м}/\text{с}^2$, отримуємо

$$\frac{M}{t^3 T} = L^a \left(\frac{L}{t}\right)^b \left(\frac{M}{L^3}\right)^c \left(\frac{M}{Lt}\right)^d \left(\frac{ML}{t^3 T}\right)^e \left(\frac{L^2}{t^2 T}\right)^f. \quad (3.29)$$

Оскільки розмірності правої і лівої частин цього виразу мають збігатися, значення показників степенів в обох частинах у L , t , M , T мають бути однакові. Прирівнюючи зазначені показники, отримуємо систему алгебраїчних рівнянь:

- для L : $0 = a + b - 3c - d + e + 2f$,
- для t : $-3 = -b - d - 3e - 2f$,
- для M : $1 = c + d + e$;
- для T : $-1 = -e - f$.

Вона містить шість невідомих, тому два показники степеня слід задати. Беручи степені c і f , виражаємо через них інші показники: $e = 1 - f$; $d = f - c$; $b = c$; $a = c - 1$.

Підставивши отримані показники у вихідний вираз, одержимо

$$[\alpha] = \frac{[L_0]^c}{[L_0]} \cdot [w_0]^c \cdot [\rho]^c \cdot \frac{[\mu]^f}{[\mu]^c} \cdot \frac{[\lambda]}{[\lambda]^f} \cdot [c_p]^f. \quad (3.30)$$

Узагальнюючи отриману степеневу залежність між розмірностями, запишемо

$$\alpha = A \frac{L_0^c}{L_0} w_0^c \rho^c \frac{\mu^f}{\mu^c} \frac{\lambda}{\lambda^f} c_p^f, \quad (3.31)$$

де A – числовий множник. Об'єднавши величини з однаковими показниками степеня, отримаємо

$$\frac{\alpha L_0}{\lambda} = A \left(\frac{\rho w_0 L_0}{\mu}\right)^c \left(\frac{\mu c_p}{\lambda}\right)^f. \quad (3.32)$$

Перевірка показує, що тут усі комплекси параметрів є безрозмірними. Порівнюючи (3.32) з виразами (3.20) – (3.24), бачимо, що ці комплекси являють собою критерії Нуссельта, Рейнольдса і Прандтля відповідно. Сама ж залежність (3.32) є згідно з (3.29) основою критеріального рівняння тепловіддачі при вимушеній конвекції рідини в трубі.

Як видно, аналіз розмірностей дозволив визначити вид визначальних критеріїв подібності (Re , Pr) і безрозмірного коефіцієнта тепловіддачі (певного критерію Nu). Цей аналіз виявив також структуру критеріального рівняння тепловіддачі (має вигляд степеневого одночлена). Значення множника A і показників степеня s , f у цьому рівнянні не визначені – їх знаходять за допомогою експерименту. Ті значення A , s , f , які знайдені в одиничному досліді з деяким діапазоном змінення визначальних і параметричних критеріїв, справедливі для всіх подібних випадків вимушеної конвекції, подібних дослідженому (тобто мають значення зазначених критеріїв, що потрапляють у зазначений діапазон).

Аналогічна процедура для стаціонарної природної конвекції приводить до рівняння

$$Nu = BGr^{m_1} Pr^{m_2}, \quad (3.33)$$

де Gr – число Грасгофа згідно з (3.24). Тут враховано, що при природній конвекції умови перебігу визначаються характерним лінійним розміром L_0 (наприклад, висотою вертикальної стінки) і комплексом $g\alpha_v\Delta T$, що входить до формули піднімальної сили.

Зіставлення виразів (3.32) і (3.33) дозволяє стверджувати, що в тих випадках стаціонарної вимушеної конвекції, коли істотний внесок робить природна конвекція, основою критеріального рівняння тепловіддачі є вираз

$$Nu = CGr^{n_1} Pr^{n_2}, \quad (3.34)$$

де числовий множник C і показники степенів n_1 , n_2 , n_3 знаходять дослідним шляхом.

До рівнянь (3.32) – (3.34) можуть також входити параметричні критерії, що відображають вплив геометричних і граничних умов однозначності.

Якщо порівняти залежності (3.28) і (3.33), можна зазначити, що після переходу до безрозмірної форми рівняння кількість параметрів знизилась з шести до двох. Цей висновок відповідає так званій пі-теоремі.

Пі-теорема Букінгема — це ключова теорема в аналізі розмірностей. Це формалізація методу аналізу розмірностей Релея. Отже, теорема стверджує, що якщо рівняння включає певну кількість n фізичних змінних, то початкове рівняння можна переписати за допомогою множини з $p = n - k$ безрозмірних параметрів, створених з початкових змінних. (Тут k – кількість використаних фізичних розмірностей).

Зменшення кількості параметрів залежності при її перетворенні дозволяє значно зменшити обсяг експериментів при отриманні емпіричних залежностей тепловіддачі.

3.8. Тепловіддача плоскої поверхні при вимушеній конвекції

3.8.1. Постановка задачі

Нехай плоска поверхня омивається потоком нестисливої рідини, швидкість і температура якої за межами гідродинамічного і теплового прилежових шарів постійні і дорівнюють v_0 і T_0 (рис. 3.6).

Характер течії різний, від самого початку ламінарна течія

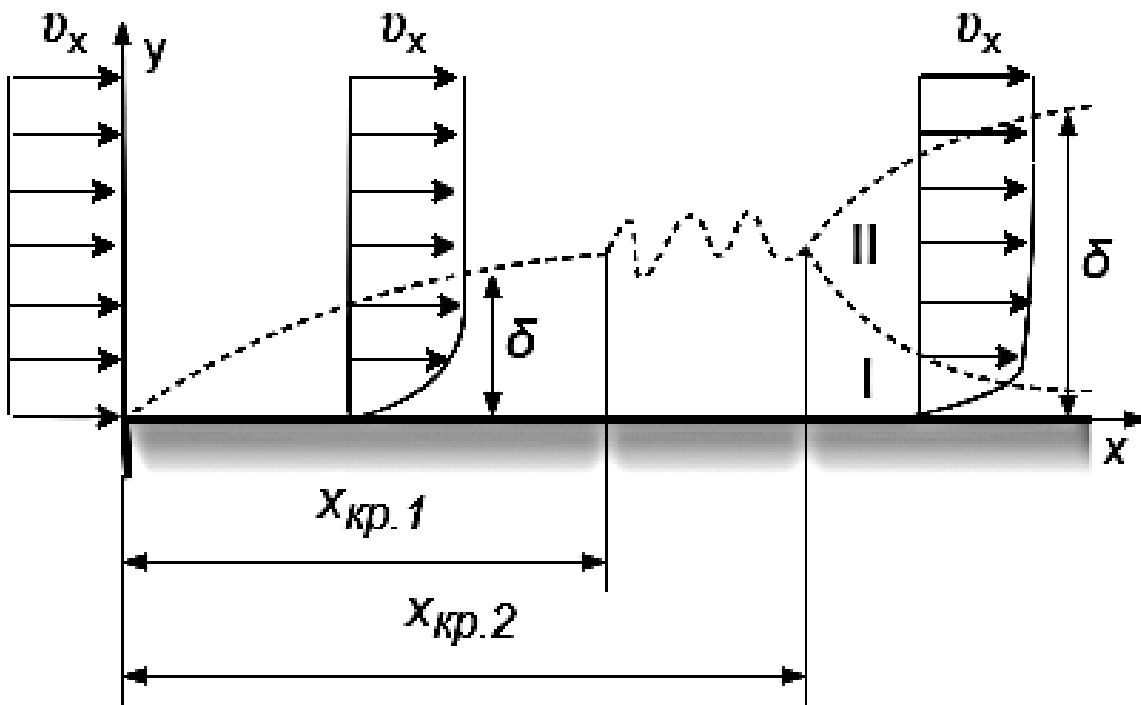


Рис. 3.6. Гідродинамічний прилежовий шар біля плоскої стінки

перетворюється на турбулентну. Перехід відбувається на деякій ділянці, що називається областю перехідної течії. Її межі обмежуються координатами $x_{кр.1}$ і $x_{кр.2}$:

$$x_{кр.1} = \frac{Re_{кр.1} \cdot \nu}{v_0}, \quad x_{кр.2} = \frac{Re_{кр.2} \cdot \nu}{v_0}, \quad (3.35)$$

де $Re_{кр.1}$ і $Re_{кр.2}$ – відповідно перше та друге критичні значення критерію Рейнольдса.

Критичне значення критерію Рейнольдса значно залежить від турбулентності зовнішнього потоку. Так, при $Tu = 0$ $Re_{кр.1} \approx 2,8 \cdot 10^6$, $Re_{кр.2} \approx 3,8 \cdot 10^6$, при $Tu \geq 0,02$ $Re_{кр.1} \approx Re_{кр.2} \approx 10^5$. Для більшості практичних випадків можна взяти $Re_{кр.1} \approx Re_{кр.2} \approx 10^5$.

В області $0 \dots x_{кр.1}$ прилежовий шар – ламінарний, при $x > x_{кр.2}$ прилежовий шар – турбулентний, але при цьому він має ламінарний (I) і турбулентний (II) підшари.

3.8.2. Теплообмін на ділянці ламінарного примежового шару

Розглянемо теплообмін на ділянці ламінарного примежового шару. Товщина гідродинамічного примежового шару δ по довжині стінки зростає і може бути оцінена як

$$\delta \approx 4,64 \cdot \sqrt{\frac{x \cdot \nu}{v_0}}, \quad (3.36)$$

а товщина теплового примежового шару

$$\kappa \approx \frac{\delta}{\sqrt[3]{Pr}} \approx \frac{4,64 \cdot x}{\sqrt{Re_x} \cdot \sqrt[3]{Pr}}, \quad (3.37)$$

де $Re_x = \frac{v_0 \cdot x}{\nu}$.

Коефіцієнт тепловіддачі з рівняння (3.7) можна знайти як

$$\alpha = \frac{\lambda}{T_w - T_0} \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\lambda}{\kappa}. \quad (3.38)$$

Залежність (3.38) у безрозмірному вигляді:

$$Nu_x = 0,33 \cdot Re_x^{0,5} \cdot Pr^{0,33}. \quad (3.39)$$

Крім зазначених у залежності (3.39) чинників на теплообмін впливають:

- залежність фізичних параметрів рідини від температури (внаслідок викривлення епюр швидкості і температури (рис. 3.7);

- змінення температури по довжині стінки;

- можлива наявність початкової ділянки без теплообміну.

Для врахування цих факторів залежність (3.39) набуває вигляду

$$Nu_{f,x_1} = 0,33 \cdot \varepsilon \cdot Re_{f,x_1}^{0,5} Pr_f^{0,33} \times \left(\frac{x_1}{x} \right)^{0,2} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25}, \quad (3.40)$$

де $x_1 = x - x_0$;

x_0 – довжина початкової ділянки без теплообміну;

$\left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25}$ – поправка, що враховує

залежність фізичних параметрів рідини від температури;

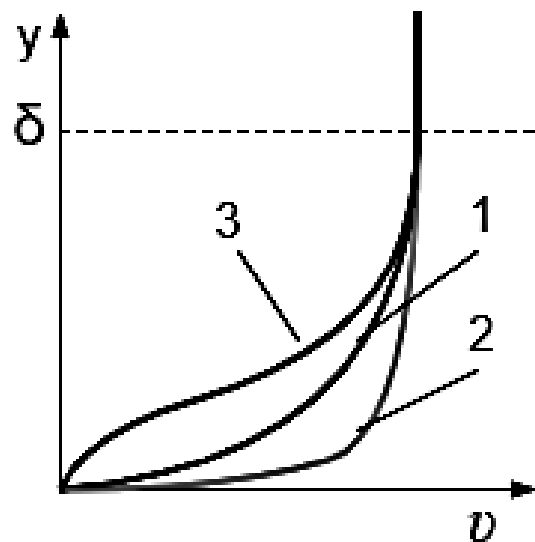


Рис. 3.7. Деформація примежового шару при течії крапельної рідини:

1 – ізоترمичний потік;

2 – нагрівання; 3 – охолодження

ε – коефіцієнт, що враховує змінення температури по довжині стінки, яка береться із довідкової температури.

У залежності (3.40) індекс f означає, що фізичні параметри для розрахунку критерію подібності слід визначати при температурі зовнішнього потоку, а індекс w – при температурі стінки.

За відсутності ділянки без теплообміну і постійності температури по довжині стінки локальний коефіцієнт тепловіддачі знаходять за формулою

$$Nu_{f,x} = 0,33 \cdot Re_{f,x}^{0,5} Pr_f^{0,33} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25}, \quad (3.41)$$

а середній коефіцієнт тепловіддачі –

$$\overline{Nu}_{f,L} = 0,66 \cdot Re_{f,L}^{0,5} Pr_f^{0,33} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25}. \quad (3.42)$$

3.8.3. Теплообмін на ділянці турбулентного примежового шару

Локальний коефіцієнт теплообміну можна знайти за емпіричною залежністю

$$Nu_{f,x} = 0,296 Re_{f,x}^{0,8} Pr_f^{0,43} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25}, \quad (3.43)$$

а середній коефіцієнт тепловіддачі –

$$\overline{Nu}_{f,L} = 0,037 \cdot Re_{f,L}^{0,8} Pr_f^{0,43} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25}. \quad (3.44)$$

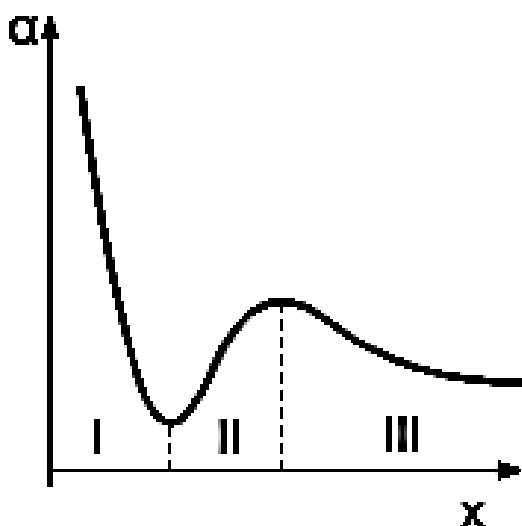


Рис. 3.8. Графік залежності коефіцієнта тепловіддачі від відстані від початку пластини: I – ламінарна ділянка; II – ділянка перехідного потоку; III – турбулентна ділянка

Загальний вигляд графіка залежності коефіцієнта тепловіддачі від відстані від початку пластини показано на рис. 3.8.

3.9. Тепловіддача плоскої поверхні при високій швидкості потоку газу

Велика швидкість руху рідкого або газоподібного середовища приводить до виявлення її стисливості.

У стисливих середовищах можливим є взаємне перетворення кінетичної і внутрішньої енергій, тому істотне виявлення стисливості позначається на конвективному теплообміні між потоком газу і

поверхнею твердого тіла. Дійсно, гальмування газу в примежовому шарі, що супроводжується перетворенням кінетичної енергії на внутрішню (теплову), приводить до збільшення температури газу в примежовому шарі. Цей процес називається *дисипацією енергії руху*.

Залежність повної температури від швидкості має вигляд

$$T^* = T_f + \frac{v^2}{2 \cdot c_p} = T_f \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot Ma^2 \right), \quad (3.45)$$

де $Ma = v/c$ – критерій Маха;

c – швидкість звуку; для ідеального газу $c = \sqrt{\gamma R_i T}$.

Оскільки частина теплоти, що виділяється при гальмуванні потоку з примежового шару, потрапляє в ядро потоку, температура у примежовому шарі за відсутності теплообміну зі стінкою $T_{a.w}$ не досягає значення повної температури і визначається як

$$T_{a.w} = T_f + r \cdot \frac{W^2}{2 \cdot c_p} = T_f \cdot \left(1 + r \cdot \frac{\gamma - 1}{2} \cdot Ma^2 \right), \quad (3.46)$$

де r – безрозмірний коефіцієнт відновлення, який можна приблизно визначити як $r = \sqrt{Pr}$ при ламінарному примежовому шарі і $r = \sqrt[3]{Pr}$ при турбулентному примежовому шарі.

При великих значеннях Ma через витрати енергії на дисоціацію молекул газу температура у примежовому шарі значно менша значень, знайдених за формулою (3.45).

Кінетичне нагрівання газу в примежовому шарі приводить до змінення його властивостей, що позначається на величині коефіцієнта тепловіддачі. Більш того, значне збільшення температури примежового шару може змінити напрямок теплового потоку (рис. 3.9). У результаті густину теплового потоку в високошвидкісному потоці необхідно розраховувати за формулою

$$\varphi = \alpha \cdot (T_w - T_{a.w}), \quad (3.47)$$

де T_w – температура стінки.

Підвищення температури у примежовому шарі при гальмуванні потоку значно впливає на конструкцію швидкісних літаків і космічних апаратів. Точці подолання звукового бар'єра відповідає підвищення значення температури на 18 % (наприклад, з 15 до 66 °C). Таке змінення температури

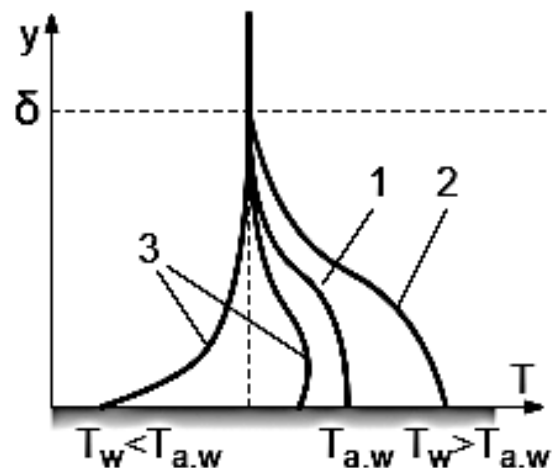


Рис. 3.9. Термічний примежовий шар при великій швидкості:

- 1 – ізотермічна стінка;
- 2 – нагрівання газу;
- 3 – охолодження газу

не може вплинути на конструкцію літального апарата. Але при $Ma = 2$ значення температури наближається вже до $220\text{ }^\circ\text{C}$. Збільшення швидкості до $Ma = 3$ призводить до нагрівання повітряних потоків до $500\text{ }^\circ\text{C}$. Нарешті, при швидкості руху 10 км/с і більше практично будь-яке тіло починає плавитися, настільки високою стає температура повітряних потоків. Простий приклад – входження космічного тіла, такого як астероїд або метеорит, в атмосферу Землі. Подібні космічні об'єкти (відносно невеликих розмірів) зазвичай рухаються зі швидкістю понад 10 км/с і практично повністю згорають в атмосфері через нагрівання поверхні тіла. Процеси випаровування (або сублімації), плавлення, згорання і руйнування поверхні тіла, що супроводжується винесенням речовини потоком газу при великій швидкості, називаються *абляцією*.

Комплекс проблем з теплообміну, що утрудняє створення надзвукових і гіперзвукових літальних апаратів, називається *тепловим бар'єром*. Для подолання теплового бар'єра передні кромки літального апарата при $Ma > 3$ потребують інтенсивного охолодження. Іноді при високих швидкостях польоту поверхні, що нагріваються, покривають спеціальними покриттями, що руйнуються, на нагрівання, плавлення та сублімацію яких витрачається значна кількість тепла, що надходить з високотемпературними швидкісними газовими потоками (так званий *абляційний захист*).

3.10. Тепловіддача при вимушеній конвекції у каналах

3.10.1. Примежовий шар при вимушеній конвекції у каналах

При обтіканні пластини рідина далеко від стінки не зазнає впливу процесів, що відбуваються біля стінки. Оскільки поперечний переріз труби має кінцеві розміри, то, починаючи з деякої відстані, рідина по всьому перерізу зазнає гальмівного впливу сил в'язкості (рис. 3.10). Також має місце змінення температури як по перерізу, так і по довжині каналу (рис. 3.11). Ці явища впливають на тепловіддачу.

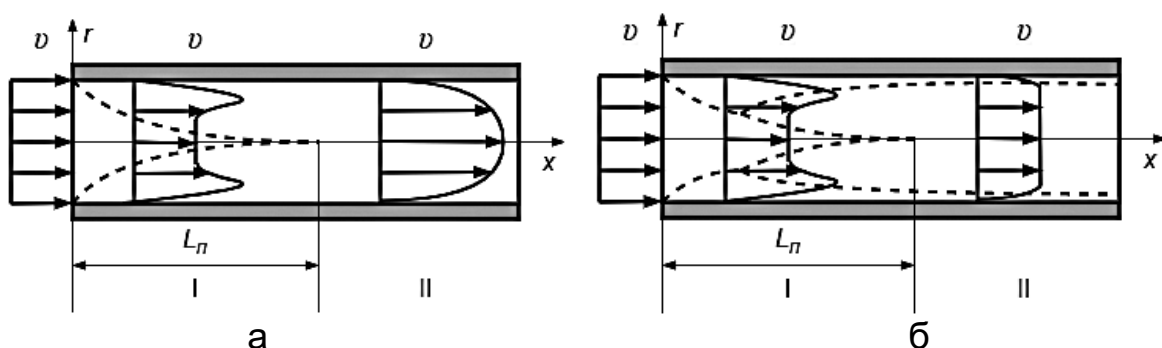


Рис. 3.10. Гідродинамічний примежовий шар у каналі:
а – ламінарна течія; б – турбулентна течія; I – ділянка гідродинамічної стабілізації; II – ділянка стабілізованої течії

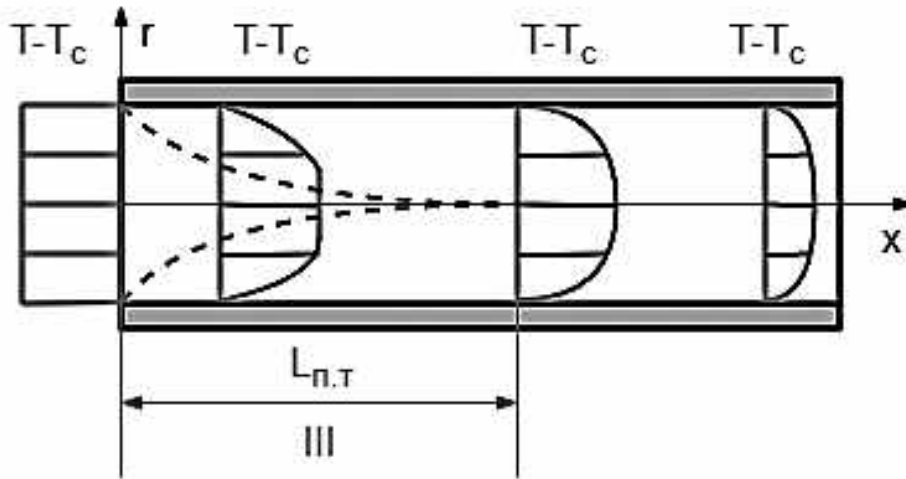


Рис. 3.11. Термічний примежовий шар при течії в каналі

Розглянемо стаціонарну течію в гладких прямих трубах постійного перерізу. У рідини відсутні внутрішні джерела теплоти.

Як і в інших випадках, режим течії в каналах може бути ламінарним, турбулентним або перехідним.

При $Re < 2000$ течія ламінарна, при $Re > 10^4$ течія турбулентна, при $2000 < Re < 10^4$ має місце перехідний режим течії. При цьому критерій Рейнольдса розраховують за формулою

$$Re = \frac{\bar{w} d_e}{\nu}, \quad (3.48)$$

де $\bar{v} = \frac{1}{A_{пер}} \cdot \int_{A_{пер}} v \cdot dA = \frac{\dot{m}}{\rho \cdot A_{пер}}$ – середня швидкість у перерізі;

$A_{пер}$ – площа поперечного перерізу;

\dot{m} – масова витрата через поперечний переріз;

$d_e = \frac{4 \cdot A_{пер}}{P}$ – гідравлічний діаметр каналу;

P – периметр поперечного перерізу.

Коефіцієнт кінематичної в'язкості ν для визначення критерію Рейнольдса треба знаходити при так званій *визначальній температурі*, яка у цьому випадку дорівнює $(T_w + T_f)/2$.

Течію в каналі можна розділити на ділянку гідродинамічної стабілізації і ділянку стабілізованої течії (див. рис. 3.10). На ділянці гідродинамічної стабілізації розподіл швидкості по поперечному перерізу залежить від початкового поля швидкостей, а на ділянці стабілізованої течії – ні.

Довжину ділянки гідродинамічної стабілізації L_n завжди відлічують від входу в трубу. При ламінарному режиму течії довжина L_n може бути оцінена як $L_n = 0,05 \cdot d_e \cdot Re_{d_e}$, при турбулентному режиму течії – $L_n \approx 15 \cdot d_e$.

Розглянувши теплову картину течії (див. рис. 3.11), можна виявити наявність початкової теплової ділянки, на якому поле температур залежить від її початкового розподілу. Довжину початкової теплової ділянки течії $L_{п.т}$ відлічують від початку ділянки теплообміну. При ламінарному режимі течії довжина $L_{п.т}$ може бути оцінена як $L_{п.т} = 0,05 \cdot d_e \cdot Pr \cdot Re_{d_e}$ при постійній температурі стінки каналу або $L_{п.т} = 0,07 \cdot d_e \cdot Pr \cdot Re_{d_e}$ при постійній густині теплового потоку через стінку каналу, при турбулентному режиму течії $L_{п.т} \approx 10 \dots 15 \cdot d_e$.

Відмінність теплової картини полягає в тому, що на ділянці стабілізованої течії температура продовжує змінюватися. З диференціального рівняння теплообміну (3.7)

$$\alpha = -\frac{\lambda}{T_w - T_f} \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=r_0} \quad (3.49)$$

впливає, що на початковій тепловій ділянці у міру віддалення від входу коефіцієнт тепловіддачі зменшується у зв'язку зі зменшенням градієнта температури біля поверхні теплообміну $\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=r_0}$,

стабілізованої течії $\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=r_0}$ та $T_w - T_f$ зменшуються приблизно

пропорційно, на цій ділянці коефіцієнт тепловіддачі є приблизно постійним. Характер змінення коефіцієнта тепловіддачі по довжині каналу показано на рис. 3.12.

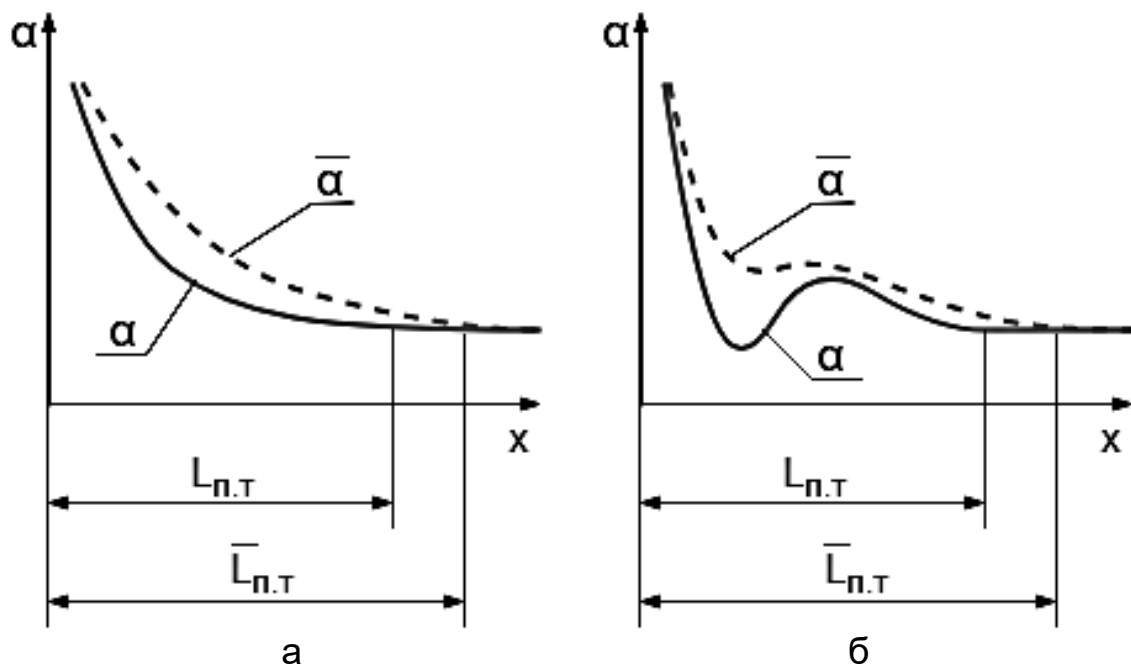


Рис. 3.12. Коефіцієнт тепловіддачі при течії в каналі:
а – ламінарний режим; б – турбулентний режим

3.10.2. Тепловіддача при вимушеній конвекції у каналах при ламінарній течії

Ламінарна течія у каналі може мати два режими неізотермічної течії: в'язкісний і в'язкісно-гравітаційний.

При *в'язкісному режимі течії* сили в'язкості переважають над піднімальними силами. Він має місце, якщо $Gr_{d_e} \cdot Pr < 8 \cdot 10^5$. При постійній густині теплового потоку при $x < L_{п.м}$ локальний коефіцієнт тепловіддачі у прямих гладких каналах можна знайти за формулою [2]

$$Nu_{f(x).x} = 0,33 \cdot Re_{f(x).x}^{0,5} \cdot Pr_{f(x)}^{0,43} \cdot \left(\frac{Pr_{f(x)}}{Pr_{w(x)}} \right)^{0,25} \cdot \left(\frac{x}{d} \right)^{0,1}, \quad (3.50)$$

де індекс $f(x)$ означає, що теплофізичні властивості рідини треба брати за середньою температурою рідини на координаті x , а індекс $w(x)$ означає, що теплофізичні властивості рідини треба брати за температурою стінки на координаті x .

Для каналів довжиною $L > L_{п.м}$, якщо теплообмін має місце з початку каналу, середній коефіцієнт тепловіддачі у прямих гладких каналах при $\frac{1}{Pe} \cdot \frac{L}{d} < 0,01$ і $0,07 \leq \frac{\mu_w}{\mu_f} \leq 1500$ можна буде визначити за формулою [2]

$$\overline{Nu}_d = 1,55 \cdot \left(Pe_d \cdot \frac{d}{L} \right)^{1/3} \cdot \left(\frac{\mu_w}{\mu_f} \right)^{-0,14} \cdot \varepsilon_L, \quad (3.51)$$

де ε_L – поправка на довжину каналу. При $\frac{1}{Re} \cdot \frac{L}{d} < 0,1$

$$\varepsilon_L = 0,1 \cdot \left(\frac{1}{Re} \cdot \frac{d}{L} \right)^{-1/7} / \left(1 + 2,5 \cdot \frac{1}{Re} \cdot \frac{d}{L} \right). \quad (3.52)$$

У формулі (3.51) під температурою стінки T_w розуміють її середнє значення на ділянці теплообміну, а фізичні властивості рідини для визначення Nu і Pe , а також значення μ_f розраховуються [3] за температурою $T_f = T_w \pm \Delta T_{лог}$, де $\Delta T_{лог}$ – середній логарифмічний тепловий напір (див. підрозд. 3.5.10), знак «+» або «-» ставиться залежно від напрямку теплообміну.

При *в'язкісно-гравітаційному режимі течії* сили в'язкості та піднімальні сили можна порівняти. Він має місце, якщо $Gr_{d_e} \cdot Pr \geq 8 \cdot 10^5$. Піднімальні сили можуть підвищити коефіцієнт тепловіддачі у декілька разів. Середній коефіцієнт тепловіддачі при в'язкісно-гравітаційному режимі течії у прямих гладких каналах знаходять за формулою [2]

$$\overline{Nu}_{f.d} = 0,15 \cdot Re_{f.d}^{0,33} \cdot Pr_f^{0,33} \cdot (Gr_{f.d} \cdot Pr_f)^{0,1} \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} \cdot \overline{\varepsilon}_L, \quad (3.53)$$

де $\overline{\varepsilon_L}$ – поправка на довжину каналу (табл. 3.1). При $L/d > 50$ $\overline{\varepsilon_L} = 1$.

У формулі (3.53) під температурою стінки T_w розуміють її середнє значення на ділянці теплообміну, а температуру рідини T_f визначають як середнє арифметичне між значеннями температури рідини на вході $T_{f,ex}$ та виході $T_{f,вух}$ з ділянки теплообміну [4]:

$$T_f = (T_{f,ex} + T_{f,вух})/2.$$

Таблиця 3.1

Значення $\overline{\varepsilon_L}$ при в'язкісно-гравітаційному режимі течії в каналі

L/d	1	2	5	10	15	20	30	40	50
$\overline{\varepsilon_L}$	1,9	1,7	1,44	1,28	1,18	1,13	1,05	1,02	1

3.10.3. Тепловіддача при вимушеній конвекції у каналах при турбулентній течії

При *турбулентному режимі течії* сили в'язкості завжди переважають над піднімальними силами.

Місцеві коефіцієнти тепловіддачі при турбулентному режимі течії у прямих гладких круглих трубах можна знайти за формулою [2]

$$Nu_{f(x).d} = 0,022 \cdot Re_{f(x).d}^{0,8} \cdot Pr_{f(x)}^{0,43} \cdot \varepsilon_L, \quad (3.54)$$

де ε_L – поправка на довжину каналу. При $x/d \leq 15$

$$\varepsilon_L = 1,38 \cdot (x/d)^{-0,12}; \quad (3.55)$$

при $x/d > 15$ $\varepsilon_L = 1$.

Середній коефіцієнт тепловіддачі можна знайти за формулою Міхеєва [2]

$$\overline{Nu}_{f,d} = 0,021 \cdot Re_{f,d}^{0,8} \cdot Pr_f^{0,43} \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} \cdot \overline{\varepsilon_L}, \quad (3.56)$$

де $\overline{\varepsilon_L}$ – поправка на довжину каналу:

$$\overline{\varepsilon_L} = \begin{cases} \approx 1 + 2d/L & , L/d \leq 50; \\ = 1 & , L/d > 50. \end{cases} \quad (3.57)$$

У формулі (3.57) під температурою стінки T_w розуміють її середнє значення на ділянці теплообміну, а температуру рідини T_f визначають як середнє арифметичне між значеннями температури рідини на вході $T_{f,ex}$ та виході $T_{f,вух}$ з ділянки теплообміну:

$$T_f = (T_{f,ex} + T_{f,вух})/2.$$

3.10.4. Тепловіддача при вимушеній конвекції у каналах при перехідному режимі течії

Перехідний режим течії характеризується комбінацією ламінарної і турбулентної течій. У цьому випадку коефіцієнт тепловіддачі можна розрахувати за формулою [3]

$$\overline{Nu}_{f,d} = K_0 \cdot Pr_f^{0,43} \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} \cdot \overline{\varepsilon}_L, \quad (3.58)$$

де K_0 – безрозмірний комплекс (табл. 3.2);

$\overline{\varepsilon}_L$ – поправка на довжину каналу, який знаходять за формулою (3.57).

У формулі (3.58) під температурою стінки T_w розуміють її середнє значення на ділянці теплообміну, а температуру рідини T_f визначають як середнє арифметичне між значеннями температури рідини на вході $T_{f,ex}$ та виході $T_{f,еux}$ з ділянки теплообміну:

$$T_f = (T_{f,ex} + T_{f,еux})/2.$$

Таблиця 3.2

Залежність комплексу K_0 від критерію Рейнольдса

$Re \cdot 10^{-3}$	2,2	2,3	2,5	3	3,5	4	5	6	7	8	9	10
K_0	2,2	3,6	4,9	7,5	10	12,2	16,5	20	24	27	30	33

3.10.5. Визначення теплового потоку тепловіддачі конвекції у каналах

Густину теплового потоку на поверхні каналу визначають за загальною формулою Ньютона–Ріхмана (3.4). Однак визначення загального теплового потоку між стінкою каналу і рухомим середовищем ускладнюється, оскільки середня температура рідини або газу в поперечному перерізі каналу внаслідок теплообміну змінюється (рис. 3.13).

Тому в цьому випадку тепловий потік визначають за формулою

$$\Phi = \overline{\alpha} \cdot A \cdot \Delta T_{лог}, \quad (3.59)$$

де $\overline{\alpha}$ – середній коефіцієнт тепловіддачі, Вт/(м²·К);

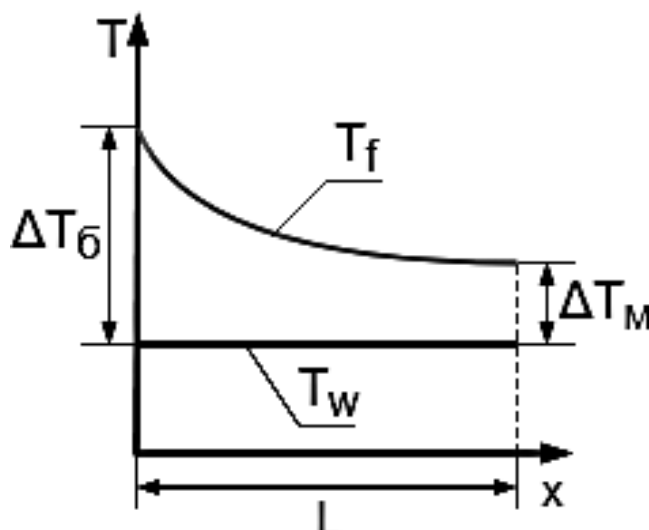


Рис. 3.13. Змінення температур у каналі

A – площа теплообмінної поверхні, м^2 ;

$\Delta T_{\text{лог}}$ – середній логарифмічний тепловий напір, який можна знайти за формулою

$$\Delta T_{\text{лог}} = \frac{\Delta T_6 - \Delta T_M}{\ln(\Delta T_6 / \Delta T_M)}, \quad (3.60)$$

де ΔT_6 – найбільша різниця температур між рідиною і поверхнею, К (див. рис. 3.13);

ΔT_M – найменша різниця температур між рідиною і поверхнею, К.

3.11. Тепловіддача при поперечному обтіканні одиночної труби

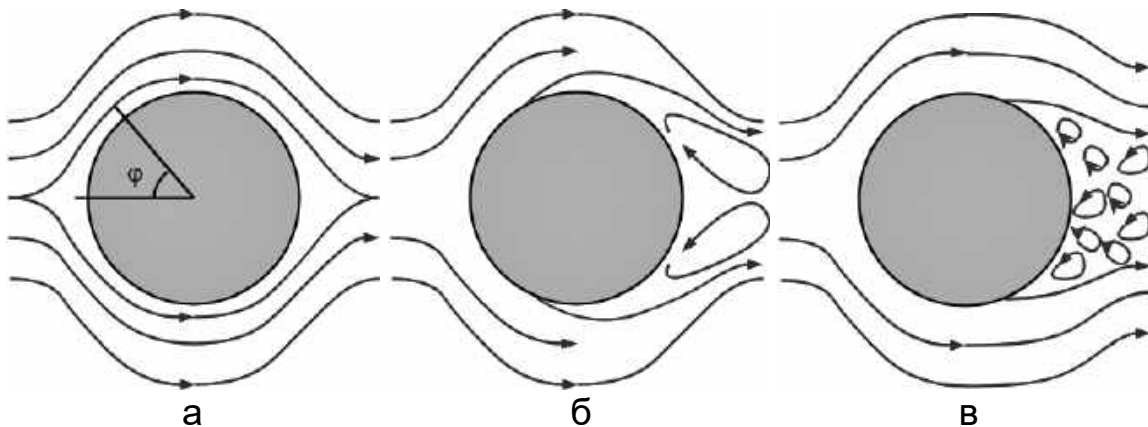


Рис. 3.14. Картина обтікання циліндра: а – потенційне обтікання ($Re_d < 5$); б – ламінарна течія ($5 < Re_d < 2 \cdot 10^5$); в – турбулентна течія ($Re_d > 2 \cdot 10^5$)

Процес тепловіддачі при поперечному обтіканні труб має ряд особливостей, які пояснюються гідродинамічною картиною руху поблизу поверхні труби. Досвід показує, що плавний, безвідривний характер обтікання труби має місце тільки при дуже малих числах Рейнольдса ($Re_d < 5$) (рис. 3.14, а). При значно більших числах Re_d обтікання труби завжди супроводжується утворенням в кормовій частині вихрової зони (рис. 3.14, б, в). При цьому характер і умови омивання передньої і задньої половин циліндра абсолютно різні.

У лобовій точці потік, що набігає, розділяється на дві частини і плавно обтікає передню частину периметра труби. На поверхні труби утворюється примежовий шар, який має найменшу товщину в лобовій точці і далі поступово збільшується в розмірах. При цьому швидкість шарів рідини, що примикають до зовнішньої межі примежового шару, збільшується уздовж периметра труби, а тиск відповідно до *рівняння Бернуллі* зменшується.

При досягненні $\varphi = 90^\circ$ (див. рис. 3.14) швидкість досягає максимальних значень і далі починає зменшуватися, що супроводжується збільшенням тиску. У цій області примежовий шар стає нестійким, в ньому

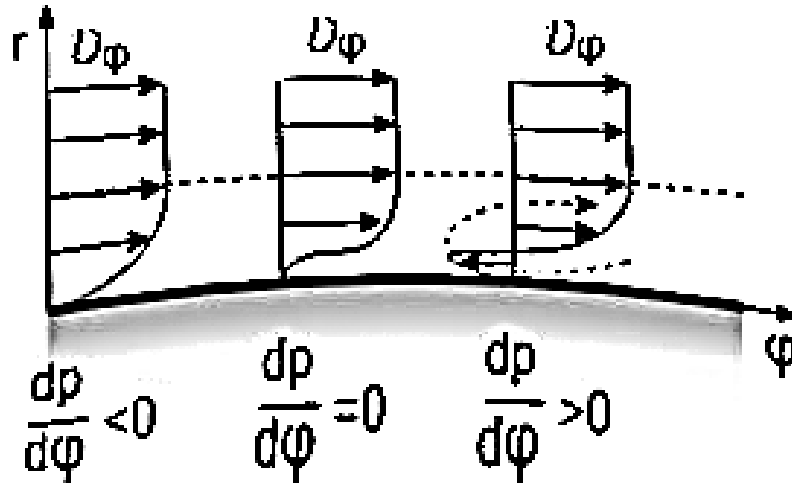


Рис. 3.15. Відрив примежового шару при обтіканні циліндра

виникає зворотна течія, що спричиняє відрив потоку і утворення вихрової зони в кормовій частині труби (рис. 3.15). При ламінарному примежовому шарі ($Re_d < 2 \cdot 10^5$) зона початку відриву примежового шару відповідає $\varphi = 80 \dots 85^\circ$, при турбулентному ($Re_d > 2 \cdot 10^5$) – $\varphi = 120 \dots 140^\circ$.

Складний характер обтікання циліндра призводить до складного характеру розподілення інтенсивності теплообміну по поверхні циліндра (рис. 3.16). Теплообмін описується емпіричними залежностями. Наприклад, середній коефіцієнт тепловіддачі можна знайти за формулами [2]

$$\text{при } 5 < Re_d < 10^3 \quad \overline{Nu}_{f,d} = 0,5 \cdot Re_{f,d}^{0,5} Pr_f^{0,38} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} \varepsilon_q \varepsilon_\psi; \quad (3.61)$$

$$\text{при } 10^3 < Re_d < 2 \cdot 10^5 \quad \overline{Nu}_{f,d} = 0,25 \cdot Re_{f,d}^{0,6} Pr_f^{0,38} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} \varepsilon_q \varepsilon_\psi; \quad (3.62)$$

$$\text{при } 2 \cdot 10^5 < Re_d < 2 \cdot 10^6 \quad \overline{Nu}_{f,d} = 0,023 Re_{f,d}^{0,8} Pr_f^{0,37} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} \varepsilon_q \varepsilon_\psi, \quad (3.63)$$

де ε_q – поправка на звуження потоку у вузькому перерізі каналу:

$$\varepsilon_q = \left[1 - (d/h)^2 \right]^{0,8}; \quad (3.64)$$

h – висота каналу, м;

ε_ψ – поправка на кут атаки потоку, що набігає, при $30^\circ < \psi < 90^\circ$:

$$\varepsilon_\psi = 1 - 0,54 \cdot \cos^2 \psi; \quad (3.65)$$

ψ – кут між вектором швидкості і віссю труби, при строго поперечному обтіканні $\psi = 90^\circ$.

На коефіцієнт тепловіддачі також впливає штучна турбулізація потоку, наприклад завдяки решіткам, виходу з вентилятора або насоса. В інтервалі

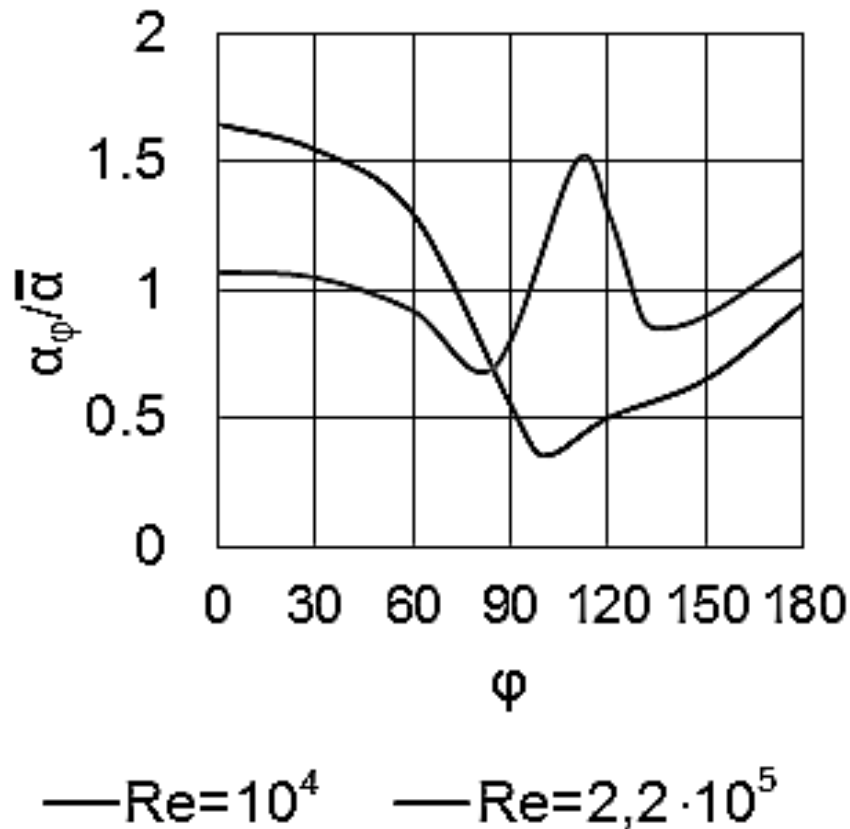


Рис. 3.16. Розподілення інтенсивності теплообміну по поверхні циліндра $100 \leq Re_d Tu \leq 10^4$ і $Tu \leq 14\%$ вплив турбулентності можна врахувати рівнянням

$$\overline{Nu} = \overline{Nu}_0 \cdot \left(1 + 0,09 \cdot (Re_d \cdot Tu)^{0,2}\right), \quad (3.66)$$

де \overline{Nu}_0 розраховують за формулами (3.61) – (3.63).

3.12. Тепловіддача при поперечному обтіканні пучків труб

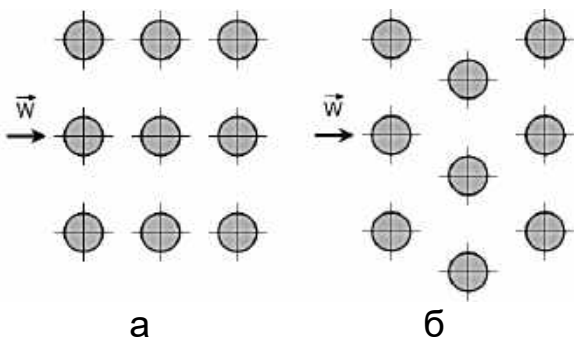


Рис. 3.17. Пучки труб:
а – коридорний; б – шаховий

Теплообмінні апарати порівняно рідко виконуються з однієї труби, оскільки поверхня теплообміну при цьому невелика. Зазвичай труби збирають в пучок. У техніці найчастіше зустрічаються два основних типи трубних пучків: шаховий і коридорний (рис. 3.17).

Омивання першого ряду труб шахового і коридорного пучків аналогічне омиванню одиночного циліндра. Характер омивання інших

труб сильно залежить від типу пучка. У коридорних пучках усі труби другого і наступних рядів знаходяться у вихровій зоні труб, що стоять попереду. У шахових пучках характер омивання глибоко розташованих трубок якісно мало відрізняється від характеру омивання труб першого ряду.

При невисокому ступені турбулентності потоку тепловіддача першого ряду шахового пучка становить приблизно 60 % тепловіддачі третього і наступного рядів, тепловіддача другого ряду становить приблизно 70 %. У коридорному пучку тепловіддача першого ряду також становить приблизно 60 % тепловіддачі третього і наступних рядів, а тепловіддача другого – 90 %. Зростання тепловіддачі по рядах пояснюється додатковою турбулізацією потоку в пучку.

Тепловіддача глибоких рядів труби шахових пучків вище, ніж у коридорних, однак тепловіддача другого ряду коридорного пучка вище, ніж у шахового. Тому глибокі пучки труб вигідніше робити шаховими, а дрібні – коридорними.

Кореляційні залежності для пучків труб записують для теплообміну у третьому ряду труб. Коефіцієнт тепловіддачі у першому та другому рядах зменшують. Середній коефіцієнт тепловіддачі у пучці знаходять за формулою

$$\bar{\alpha} = \frac{\sum_{j=1}^m (\alpha_j \cdot A_j)}{\sum_{j=1}^m A_j}, \quad (3.67)$$

де α_j – коефіцієнт тепловіддачі в j -му ряду;

A_j – площа теплообміну в j -му ряду.

Теплообмін у коридорному пучці труб можна розрахувати за формулами [3]

$$\bar{Nu}_{d.f} = 0,56 Re_{d.f}^{0,5} Pr_f^{0,36} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25}, \quad \text{якщо } Re_{d.f} < 10^3; \quad (3.68)$$

$$\bar{Nu}_{d.f} = 0,22 Re_{d.f}^{0,65} Pr_f^{0,36} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25}, \quad \text{якщо } Re_{d.f} \geq 10^3. \quad (3.69)$$

Теплообмін у шаховому пучці труб може бути розрахований за формулами

$$\bar{Nu}_{d.f} = 0,56 Re_{d.f}^{0,5} Pr_f^{0,36} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25}, \quad \text{якщо } Re_{d.f} < 10^3; \quad (3.70)$$

$$\bar{Nu}_{d.f} = 0,4 Re_{d.f}^{0,6} Pr_f^{0,36} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25}, \quad \text{якщо } Re_{d.f} \geq 10^3. \quad (3.71)$$

3.13. Тепловіддача при вільному русі рідини

Розрізняють природну конвекцію рідкого або газоподібного середовища у великому об'ємі і в обмеженому просторі. У першому випадку основою критеріального рівняння тепловіддачі є вираз

$$Nu = B \cdot Gr^{m_1} \cdot Pr^{m_2}, \quad (3.72)$$

в якому константи B , m_1 і m_2 є функціями положення теплообмінної поверхні відносно вектора результуючого прискорення та режиму руху середовища (ламінарного, перехідного або турбулентного).

Як характерне значення температури тут беруть температуру T_f середовища далеко від стінки або середню арифметичну температуру прилежого шару; характерним лінійним розміром є «висота» теплообмінної поверхні, що відраховується в напрямку вектора результуючого прискорення. Особливістю критеріального рівняння є рівність значень m_1 і m_2 .

Наприклад, результати численних досліджень тепловіддачі при природній конвекції біля вертикальної стінки узагальнені залежністю

$$\overline{Nu}_{\text{пм}} = B \cdot (Gr_{\text{пм}} \cdot Pr_{\text{пм}})^m, \quad (3.73)$$

де індекс «пм» означає, що роль характерної величини відіграє температура прилежого шару $T_{\text{пм}} = (T_w + T_f)/2$. Значення B і m залежать від величини добутку $Gr_{\text{пм}} \cdot Pr_{\text{пм}}$ (табл. 3.3).

Таблиця 3.3

Коефіцієнти залежності (3.73) для розрахунків при вільному русі рідини при $Pr_{\text{пм}} \geq 0,7$

Діапазон	m	B	Режим теплообміну
$10^{-3} < Gr_{\text{пм}} Pr_{\text{пм}} < 500$	1/8	1,18	Теплопровідність
$500 < Gr_{\text{пм}} Pr_{\text{пм}} < 2 \cdot 10^7$	1/4	0,54	Ламінарна конвекція
$2 \cdot 10^7 < Gr_{\text{пм}} Pr_{\text{пм}} < 10^{13}$	1/3	0,135	Перехідна і турбулентна конвекція

Рівняння (3.73) можна застосувати і для горизонтальних труб, а також для куль (тут характерним розміром є діаметр). Допустимо використовувати (3.73) і в разі горизонтально розташованих плоских поверхонь, якщо за характерний розмір взяти меншу довжину поверхні. Однак тут коефіцієнт тепловіддачі слід збільшити порівняно з (3.73) на 30 %, коли біля поверхні можлива розвинена природна конвекція, і зменшити на 30 %, коли такий рух ускладнений. Наприклад, при $T_w > T_f$ першому випадку відповідає розташування середовища над горизонтальною поверхнею теплообміну, другому – під нею.

3.14. Теплообмін при вільному русі рідини в обмеженому просторі

Теплообмін в результаті природної конвекції в обмеженому просторі прийнято схематизувати передачею теплоти від гарячої стінки до холодної через відокремлювальний зазор, заповнений рідким або газоподібним середовищем. Такий теплообмін залежить від виду зазору (розрізняють вертикальні, горизонтальні, циліндричні, сферичні зазори) і взаємного розташування гарячої і холодної стінок (у разі зазорів останніх трьох типів). Його описують критеріальними рівняннями вигляду (3.73), в які для вертикальних зазорів вводять поправку $(h/\delta)^n$, де h і δ – висота і товщина зазору.

В інженерній практиці допустимим є використання єдиної для всіх зазорів розрахункової залежності, основаної на формулі теплопровідності:

$$\varphi = \frac{\lambda_{\text{екв}}}{\delta} (T_{w_1} - T_{w_2}), \quad (3.74)$$

де $\lambda_{\text{екв}} = \varepsilon_\kappa \cdot \lambda$ – еквівалентний коефіцієнт теплопровідності в зазорі, що враховує вплив природної конвекції на теплообмін між стінками, що мають температуру T_{w_1} і T_{w_2} , Вт/(м·К);

λ – коефіцієнт теплопровідності середовища, Вт/(м·К).

Поправку ε_κ подають функцією

$$\varepsilon_\kappa = B \cdot (Gr_f \cdot Pr_f)^m, \quad (3.75)$$

де $B = 0,105$ і $m = 1/3$ при $10^3 < Gr_f Pr_f < 10^6$; $B = 0,4$ і $n = 1/5$ при $10^6 < Gr_f Pr_f < 10^{10}$. Якщо $Gr_f Pr_f < 10^3$, впливом природної конвекції нехтують ($\varepsilon_\kappa = 1$). Індекс f означає, що при знаходженні критеріїв Грасгофа і Прандтля як характерну взято середню температуру середовища в зазорі, яка умовно обчислюється як $T_f = (T_{w_1} + T_{w_2})/2$. Характерним лінійним розміром у цьому разі є товщина зазору δ .

Контрольні запитання

1. Дайте визначення терміна «конвекція».
2. Що таке «конвективний теплообмін (тепловіддача)»?
3. Напишіть рівняння конвекції.
4. Напишіть рівняння тепловіддачі (рівняння Ньютона для тепловіддачі).
5. У чому полягає різниця між вільною та вимушеною конвекцією?
6. Дайте визначення коефіцієнтів динамічної та кінематичної в'язкості. Які вони мають одиниці виміру?
7. Дайте визначення коефіцієнта об'ємного розширення.

8. Напишіть систему диференціальних рівнянь конвективного теплообміну.

9. Які існують умови однозначності диференціальних рівнянь конвективного теплообміну?

10. Для яких середовищ виконується умова прилипання?

11. Дайте визначення критерію Кнудсена.

12. Напишіть рівняння тепловіддачі.

13. Що таке «гідродинамічний примежовий шар»?

14. Дайте визначення терміна «тепловий примежовий шар».

15. Напишіть диференціальні рівняння примежового шару при ламінарному режиму течії.

16. Які особливості мають примежові шари при вимушеній конвекції?

17. У чому полягає різниця між ламінарним і турбулентним режимами течії?

18. Які фізичні явища називаються подібними?

19. Напишіть диференціальні рівняння конвекції у безрозмірному вигляді.

20. Які умови застосовності теорії подібності?

21. Які існують умови теплової подібності?

22. Напишіть рівняння подібності явищ конвекції.

23. Що таке «визначальні параметри» для конвекції?

24. Які існують критерії подібності для явищ конвективного теплоперенесення, який їх фізичний сенс?

25. Покажіть теплову та гідравлічну картину течії при вимушеному русі рідини уздовж пласкої поверхні з теплообміном.

26. Які спрощення можна зробити в математичній моделі основного потоку при обтіканні пласкої стінки?

27. Як визначити тепловіддачу при ламінарному і турбулентному примежових шарах при обтіканні пласкої стінки?

28. Які існують особливості теплообміну при великих швидкостях?

29. Як визначити тепловіддачу при вимушеному обмиванні одиночної кругової труби?

30. Які особливості має розрахунок тепловіддачі при вимушеному обмиванні пучків труб?

31. Що таке «шаховий пучок труб»?

32. В яких умовах теплообміну коридорний пучок труб є кращим, у яких – шаховий?

33. Як визначити тепловіддачу при вимушеній течії рідини в каналах при ламінарному режимі течії?

34. Як визначити тепловіддачу при вимушеній течії рідини в каналах при турбулентному режимі течії?

35. Як визначити тепловіддачу при вимушеній течії рідини в каналах при перехідному режимі течії?

36. Які особливості має тепловіддача в полях масових сил?

37. Як розрахувати тепловіддачу при вільній конвекції?

38. Як розрахувати тепловіддачу при вільному русі рідин у необмеженому об'ємі?

39. Як розрахувати тепловіддачу при вільному русі рідини в обмеженому просторі?

Лекція 4. ТЕПЛООБМІН ПРИ ФАЗОВИХ ПЕРЕТВОРЕННЯХ

4.1. Теплообмін при кипінні

4.1.1. Класифікація процесів кипіння

Кипіння – це процес інтенсивного пароутворення, що відбувається в усьому об'ємі рідини, що знаходиться при температурі насичення або кілька перегрітій, з утворенням парових бульбашок.

Різниця між температурою рідини T_f і температурою насичення T_{sat} називається перегрівом $\Delta T_{f.sat} = T_f - T_{sat}$.

Перегрів рідини можна забезпечити або на поверхні, нагріваючи її (поверхнєве кипіння), або в об'ємі, різко зменшивши тиск (об'ємне кипіння). Розглянемо лише поверхнєве кипіння. У цьому випадку істотно перегрівається лише шар рідини, що безпосередньо дотикається твердої поверхні. Цей перегрів можна характеризувати як

$$\Delta T_{w.sat} = T_w - T_{sat}, \quad (4.1)$$

де T_w – температура поверхні теплообміну (стінки).

Саме від величини перегріву стінки залежать інтенсивність пароутворення і вид поверхонь розділу фаз.

При малому значенні зазначений перегрів не може забезпечити фазовий перехід, оскільки теплота передається до рідини природною конвекцією (див. підрозд. 3.13). Після досягнення потрібного для кипіння перегріву в пристінковому шарі рідини починають утворюватися поверхні розділу фаз. Спочатку вони мають сферичний вигляд: у разі змочуваності в западинах мікрошорсткості стінки виникають бульбашки пари, які збільшуються в результаті

випаровування в них рідини. Коли діаметр бульбашки зростає до

$$d_o = 0,02 \cdot \theta \cdot \sqrt{\frac{\sigma}{(\rho' - \rho'') \cdot g}}, \quad (4.2)$$

де θ – крайовий кут змочування (рис. 4.1);

σ – коефіцієнт поверхневого натягу, Н/м;

ρ' – густина рідини, кг/м³;

ρ'' – густина пари, кг/м³;

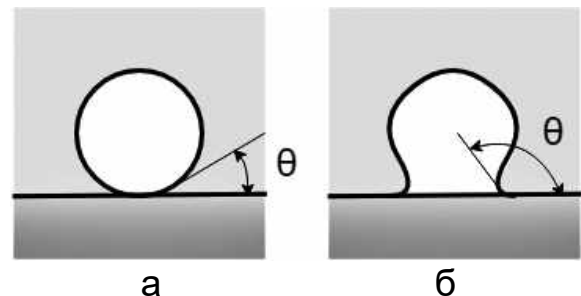


Рис. 4.1. Крайовий кут змочування бульбашки:
а – поверхня, що змочується;
б – поверхня, що не змочується

g – прискорення вільного падіння, м/с^2 ,
бульбашка відривається від поверхні нагрівання і спливає під дією піднімальної сили.

Бульбашки зароджуються лише в западинах, розміри яких достатні для розміщення в них сфери з критичним діаметром

$$d_{кр} = \frac{4 \cdot \sigma \cdot T_{sat}}{r \cdot \rho'' \cdot (T_w - T_{sat})}, \quad (4.3)$$

що характеризує мінімально можливий об'єм бульбашки в момент зародження (тут r – питома теплота пароутворення, Дж/кг).

Як видно, $d_{кр}$ тим менше, чим більше температурний напір $\Delta T_{w,sat}$, який пропорційний густині теплового потоку на стінці φ . Тому із збільшенням φ все більше западин мікрошорсткості стають центрами пароутворення, і кількість бульбашок пари збільшується. Відповідно посилюється перемішування пристінкового шару рідини бульбашками, обумовлене їх зростанням і відривом.

На думку більшості дослідників, саме це перемішування забезпечує дуже високі значення коефіцієнтів тепловіддачі α при такому *бульбашковому кипінні* внаслідок відведення від стінки теплоти перегріву $c' \Delta T_{w,sat}$ добре турбулізованної рідини (c' – питома теплоємність рідини на лінії її насичення). Далі теплота витрачається на випаровування рідини на поверхні бульбашки під час її збільшення на стінці і подальшого спливання. Інтенсивність теплообміну при кипінні тим вище, чим більше кількість центрів паротворення і частота відриву бульбашок.

Однак збільшення кількості діючих центрів пароутворення призводить також до того, що поверхні сусідніх бульбашок стають все ближче. Врешті-решт вони зливаються, утворюючи суцільну парову плівку на поверхні нагрівання. При цьому остання виявляється відокремленою від рідини, внаслідок чого коефіцієнт тепловіддачі значно зменшується: теплота передається до рідини через шар пари з малою теплопровідністю. Безпосередній контакт рідини зі стінкою стає можливим тільки у момент періодичних проривів плівки (у вигляді великих об'ємів пари) в товщу рідини. Такий режим кипіння називають *плівковим*; через малі значення α його намагаються уникати, коли процес кипіння організують з метою передачі теплоти від поверхні нагрівання до рідини. Перехід від бульбашкового кипіння до плівкового називають *кризою кипіння I роду* (лінія А-В на рис. 4.2). Зворотний перехід від плівкового кипіння до бульбашкового теж супроводжується різким змінням перегріву поверхні (лінія С-Д на рис. 4.2). Це явище називається *кризою кипіння II роду*. За деяких умов (наприклад, мінімальною кількістю ймовірних центрів пароутворення внаслідок низької шорсткості поверхні теплообміну) можлива *криза теплообміну III роду* – перехід від плівкового кипіння до вільної конвекції.

Викладене ілюструє типова крива кипіння (див. рис. 4.2), що характеризує залежність коефіцієнта тепловіддачі від температурного напору $\Delta T_{w.sat}$. Область I відповідає режиму вільної конвекції, II – розвиненому бульбашковому кипінню; III – перехідному режиму кипіння; IV – плівковому режиму кипіння. Для води при атмосферному тиску вільна конвекція обмежена температурним напором $\Delta T_{w.sat} = 5$ К і тепловим потоком густиною $\varphi = 5,8 \cdot 10^3$ Вт/м²; криза кипіння I роду настає при $\Delta T_{w.sat} = 25$ К ($\varphi_{кр.1} = 8,3 \cdot 10^5$ Вт/м²). При кризі кипіння досягається максимум коефіцієнта тепловіддачі $\alpha_{кр.1} = 3 \cdot 10^4$ Вт/(м²·К).

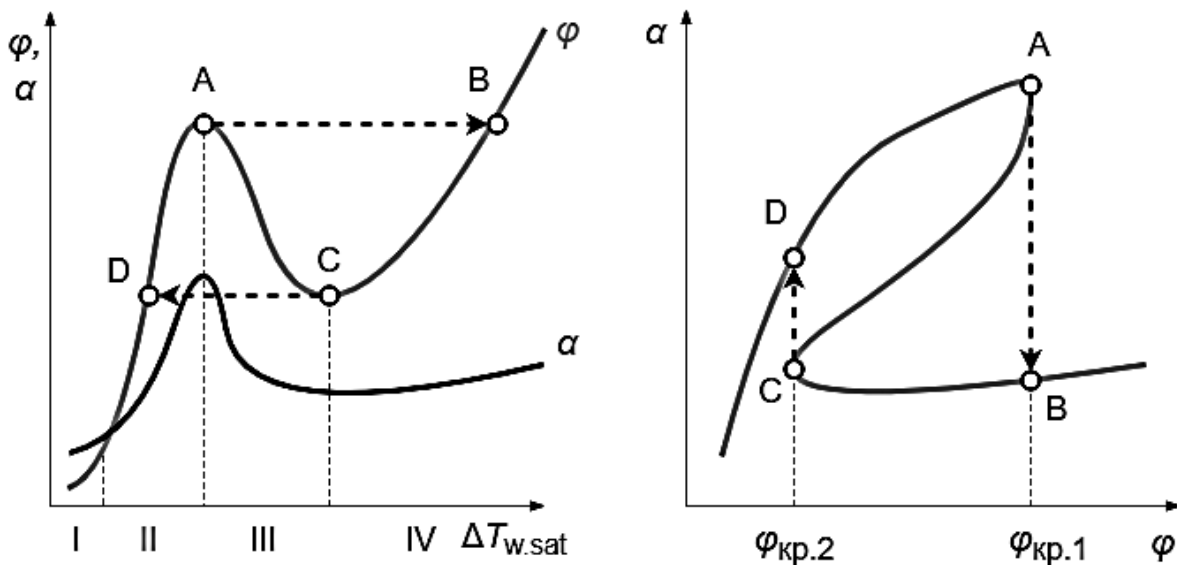


Рис. 4.2. Крива кипіння: I – конвективний теплообмін; II – розвинене бульбашкове кипіння; III – перехідний режим кипіння; IV – плівковий режим кипіння; A-B – криза кипіння I роду; C-D – криза кипіння II роду

4.1.2. Розрахунок коефіцієнтів тепловіддачі при бульбашковому кипінні

Наявність кривих кипіння конкретних рідин дозволяє отримувати прості залежності для розрахунку коефіцієнтів тепловіддачі. Так, при кипінні води ділянці кривої кипіння, що відповідає розвиненому бульбашковому кипінню при $p = 1 \dots 40$ бар, відповідає залежність

$$\alpha = 3,14 \cdot q^{0,7} \cdot p^{0,15} . \quad (4.4)$$

У залежності (4.4) тиск p вимірюється у барах (1 бар = 10^5 Па).

Для інших рідин можна використовувати інші залежності, наприклад

$$\alpha = \frac{3,4 \cdot p^{0,18}}{1 - 0,0045 \cdot p} \cdot \varphi^{2/3} . \quad (4.5)$$

Значний масив дослідних даних щодо бульбашкового кипіння у великому об'ємі при $Re_* = 10^{-5} \dots 10^4$, $Pr_{sat} = 0,86 \dots 7,6$ узагальнено критеріальним рівнянням Лабунцова [2]

$$Nu_* = B \cdot Re_*^n \cdot Pr_{sat}^{0,33}, \quad (4.6)$$

де $Nu_* = \frac{\alpha \cdot L_*}{\lambda'}$ – критерій Нуссельта;

$$Re_* = \frac{\rho'' \cdot v_{кип} \cdot L_*}{\mu'} = \frac{\varphi \cdot L_*}{r \cdot \mu'} \text{ – критерій Рейнольдса;}$$

$$v_{кип} = \frac{\varphi}{r \cdot \rho''} \text{ – швидкість відведення пари від поверхні теплообміну (об'єм}$$

пари, що виникає протягом одиниці часу на одиниці площини теплообміну);

r – питома теплота пароутворення, Дж/кг;

$L_* = 0,25 \cdot d_{кр} \cdot Ja$ – характерний лінійний розмір, пропорційний діаметру бульбашки у момент зародження;

$$Ja = \frac{c' \cdot \Delta T_{w.sat} \cdot \rho'}{r \cdot \rho''} \text{ – критерій Якоба (відношення ентальпії перегріву}$$

одиниці об'єму рідини до об'ємної теплоти пароутворення, характеризує швидкість зростання парових бульбашок);

B, n – коефіцієнти; при $Re_* < 0,01$ $B = 0,0625$ і $n = 0,5$; у разі $Re_* > 0,01$ слід брати $B = 0,125$ і $n = 0,65$;

Pr_{sat} – критерій Прандтля для насиченої рідини.

Густину критичного теплового потоку I роду можна знайти за формулою Кутателадзе

$$\varphi_{кр} = (0,13 \dots 0,16) \cdot r \cdot \sqrt{\rho''} \cdot \sqrt[4]{\sigma \cdot g \cdot (\rho' - \rho'')}. \quad (4.7)$$

4.1.3. Розрахунок коефіцієнтів тепловіддачі при плівковому кипінні

При плівковому режимі кипляча рідина відділена від поверхні нагрівання паровою плівкою, причому температура поверхні T_w значно перевищує температуру насичення T_{sat} . Тому поряд з конвективним теплообміном між поверхнею і паровою плівкою при високих температурах значна частина у перенесенні теплоти належить тепловому випромінюванню.

Інтенсивність конвективного теплообміну при плівковому кипінні визначається термічним опором парової плівки, характером руху пари у плівці і її розташуванням у полі тяжіння, а також умовами руху рідини.

При плівковому кипінні на вертикальній стінці висотою h коефіцієнт тепловіддачі можна знайти за формулою

$$\alpha = 0,943 \cdot \sqrt[4]{\frac{\lambda''^3 \cdot r \cdot \rho'' \cdot (\rho' - \rho'') \cdot g}{\mu'' \cdot \Delta T_{w.sat} \cdot h}}. \quad (4.8)$$

При плівковому кипінні на горизонтальному циліндрі діаметром d коефіцієнт тепловіддачі можна знайти за формулою

$$\alpha = 0,728 \cdot \sqrt[4]{\frac{\lambda''^3 \cdot r \cdot \rho'' \cdot (\rho' - \rho'') \cdot g}{\mu'' \cdot \Delta T_{w,sat} \cdot d}} \quad (4.9)$$

4.1.4. Кипіння при русі рідини в трубах

Особливістю цього випадку є підвищення температури рідини T_f у міру просування її уздовж труби, що обігривається. Через це по довжині труби мають місце різні режими тепловіддачі (рис. 4.3).

На вхідній (економайзерній) ділянці (ділянка 1 на рис. 4.3) $T_f < T_{sat}$ і теплообмін підпорядковується закономірностям вимушеної конвекції в трубах (див. підрозд. 3.10). Після досягнення в пристінковому шарі рідини перегріву $T_f - T_{sat}$, необхідного для кипіння, починається утворення парових бульбашок. Це так звана ділянка поверхневого кипіння, або перехідна ділянка (ділянка 2 на рис. 4.3). Двофазна зона потоку поступово збільшується, поки не заповнить весь переріз труби (розвинене бульбашкове кипіння, або емульсійний режим, ділянка 3 на рис. 4.3).

Подальше збільшення перегріву призводить до утворення великих бульбашок, поперечний розмір яких близький до діаметра труби (корковий режим кипіння, ділянка 4 на рис. 4.3). Коли такі бульбашки пробки зливаються, центральна частина перерізу труби виявляється повністю зайнятою паром, а рідина розташовується на стінці порівняно тонким шаром (ділянка 5 на рис. 4.3). Такий режим руху двофазного потоку називають стрижневим (за паром) або кільцевим (за рідиною). Кипіння кільцевого шару рідини супроводжується викидом крапель у потік пари і поступовим оголенням стінки. У підсумку увесь переріз труби займає паровий потік з розташованими в ньому краплями рідини. Ця волога пара далі перетворюється на суху і потім – на перегріву (ділянка 6 на рис. 4.3).

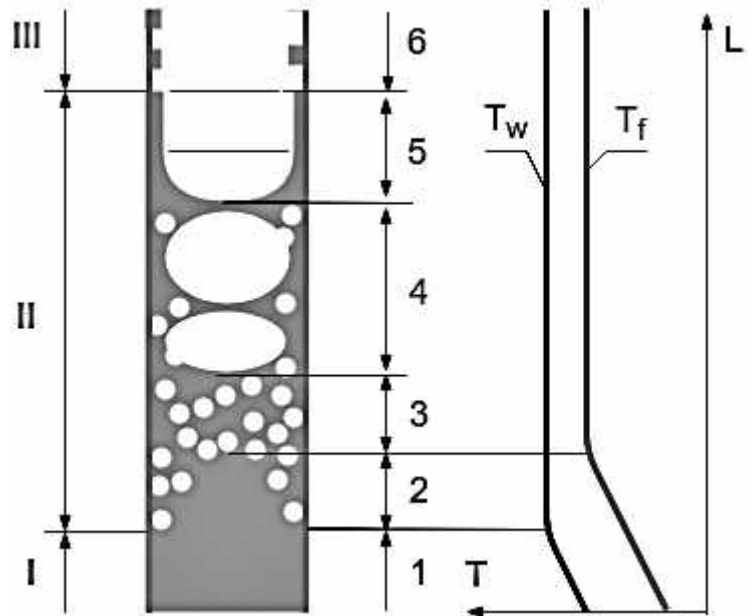


Рис. 4.3. Структура потоку при кипінні у вертикальній трубі: I – область підігріву; II – область кипіння; III – область підсихання; 1 – економайзерна ділянка; 2 – ділянка поверхневого кипіння; 3 – ділянка емульсійного режиму; ділянка коркової течії; 4 – ділянка стрижневої течії; 5 – ділянка підсихання

Коли такі бульбашки пробки зливаються, центральна частина перерізу труби виявляється повністю зайнятою паром, а рідина розташовується на стінці порівняно тонким шаром (ділянка 5 на рис. 4.3). Такий режим руху двофазного потоку називають стрижневим (за паром) або кільцевим (за рідиною). Кипіння кільцевого шару рідини супроводжується викидом крапель у потік пари і поступовим оголенням стінки. У підсумку увесь переріз труби займає паровий потік з розташованими в ньому краплями рідини. Ця волога пара далі перетворюється на суху і потім – на перегріву (ділянка 6 на рис. 4.3).

Все сказане стосується вертикальних труб. У разі горизонтального розташування спостерігається порушення осьової симетрії структури двофазного потоку. Зокрема, на режимах корковому і стрижневому рідка і парова фази розшаровуються так, що парова частина потоку займає верхню зону перерізу труби.

Максимальні значення коефіцієнта тепловіддачі α при кипінні рідини в трубах відповідають стрижневому режиму, коли термічний опір створює лише тонкий сильно турбулентний шар рідини на стінці. Однак цей режим загрожує можливим оголенням стінки, що спричиняє різке зменшення коефіцієнтів тепловіддачі і зростання температури поверхні обігріву. Тому пристрої з кипінням рідини в трубах зазвичай проектують зважаючи на реалізацію емульсійного і коркового режимів.

Для них коефіцієнти тепловіддачі α найчастіше обчислюють за інтерполяційною формулою Лабунцова [1]:

$$\alpha = \begin{cases} \alpha_L, & \alpha_q/\alpha_L < 0,5; \\ \alpha_L \cdot \frac{4\alpha_L + \alpha_q}{5\alpha_L - \alpha_q}, & 0,5 \geq \alpha_q/\alpha_L \geq 2; \\ \alpha_q, & \alpha_q/\alpha_L > 2, \end{cases} \quad (4.10)$$

де α_w – коефіцієнт тепловіддачі при вимушеній конвекції однофазної рідини;
 α_q – коефіцієнт тепловіддачі при розвиненому бульбашковому режимі кипіння у великому об'ємі.

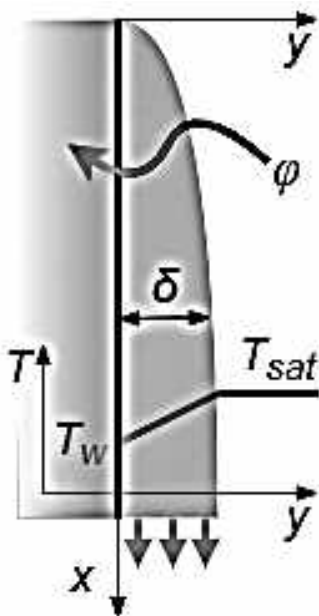


Рис. 4.4. Плівкова конденсація на вертикальній поверхні

Формулу (4.10) складено для потоків з об'ємним витратним паровмістом β (відношенням об'ємних витрат пари q_v'' і парорідинної суміші $q_{v.mix}$, $\beta = q_v''/q_{v.mix}$) $\beta \leq 0,7$.

4.2. Теплообмін при конденсації

4.2.1. Класифікація процесів конденсації

Конденсація – процес переходу газу або насиченої пари в рідину або тверде тіло внаслідок їх охолодження або стиснення. Конденсація можлива в об'ємі (наприклад, утворення туману) і на поверхні (рис. 4.4).

У теплотехнічних пристроях конденсація пари, тобто перетворення її на рідину, найчастіше відбувається при зіткненні пари зі стінкою, температура якої T_w нижча за температуру насичення T_{sat} . Існують *два види конденсації на поверхні*: крапельна і плівкова.

Крапельна конденсація має місце на поверхні, яка не змочується рідиною.

Зазвичай відбувається плівкова конденсація, коли рідина, що утворюється, стікає по стінці у вигляді плівки товщиною δ , яка поступово збільшується (див. рис. 4.4).

4.2.2. Розрахунки процесів плівкової конденсації

Фазовому переходу відповідає стрибок температури $\Delta T''_{\phi}$, який у більшості випадків дуже малий (приблизно 0,03 К для водяної пари при атмосферному тиску). Тому температуру поверхні плівки вважають такою, що дорівнює T_{sat} , а це при лінійному розподілі температури дозволяє виразити тепловий потік від пари до стінки формулою (2.20)

$$\varphi = \frac{\lambda'}{\delta} \cdot (T_{sat} - T_w), \quad (4.11)$$

де λ' – коефіцієнт теплопровідності конденсату;
 δ – товщина плівки.

У той же час за законом Ньютона–Ріхмана

$$\varphi = \alpha \cdot (T_{sat} - T_w). \quad (4.12)$$

Прирівнявши (4.11) та (4.12), отримаємо

$$\alpha = \frac{\lambda'}{\delta}. \quad (4.13)$$

Отже, для обчислення коефіцієнта тепловіддачі при плівковій конденсації необхідно знати товщину плівки.

Теоретичну залежність для плівки, що стікає по вертикальній стінці у ламінарному режимі, уперше отримав Нуссельт з умови рівності сил тертя і тяжіння (сили інерції і поверхневого натягу, а також взаємодію плівки з парю Нуссельт не брав до уваги). Його розв'язання приводить до такої формули:

$$\alpha = \left[\frac{\lambda'^3 \cdot r \cdot g \cdot (\rho' - \rho'')}{4 \cdot \nu' \cdot (T_{sat} - T_w) \cdot x} \right]^{0,25}, \quad (4.14)$$

де g – гравітаційне прискорення, м/с²;

r – питома теплота пароутворення, Дж/кг;

λ' – коефіцієнт теплопровідності конденсату, Вт/(м·К);

ν' – коефіцієнт кінематичної в'язкості конденсату, м²/с;

ρ' , ρ'' – густина конденсату і пари, кг/м³.

З формули (4.14) випливає, що уздовж поверхні теплообміну коефіцієнт тепловіддачі буде монотонно зменшуватися.

Інтегруємо (4.14) і отримуємо залежність для середнього по висоті стінки h коефіцієнта тепловіддачі:

$$\bar{\alpha} = 0,943 \cdot \left[\frac{\lambda'^3 \cdot r \cdot g \cdot (\rho' - \rho'')}{\nu' \cdot (T_{sat} - T_w) \cdot h} \right]^{0,25} \quad (4.15)$$

Формулі (4.15) еквівалентним є критеріальне рівняння

$$\overline{Nu}_h = 0,943 \cdot (Ga_h \cdot Pr \cdot Ku)^{0,25}, \quad (4.16)$$

де $\overline{Nu}_h = \frac{\bar{\alpha} \cdot h}{\lambda'}$ – критерій Нуссельта, знайдений за висотою стінки h ;

$Ga_h = \frac{\rho'^2 \cdot g \cdot h^3}{\mu'^2}$ – критерій Галілея, який характеризує співвідношення

масової сили і сили в'язкості;

$Pr = \frac{\mu' \cdot c'}{\lambda'}$ – критерій Прандтля, знайдений за властивостями конденсату;

$Ku = \frac{r}{c' \cdot (T_{sat} - T_w)}$ – критерій Кутателадзе, що являє собою масове число

фазового переходу, знайдене за температурним напором $T_{sat} - T_w$.

Значення теплофізичних властивостей рідини для розрахунків за формулою (4.16) беруться за температурою $(T_w + T_{sat})/2$.

Критерій Рейнольдса для плівки конденсату

$$Re_\delta = \frac{\rho' \cdot w' \cdot \delta}{\mu'} = \frac{\dot{m}'}{\mu' \cdot L}, \quad (4.17)$$

де v' – швидкість течії конденсату, м/с;

\dot{m}' – масова витрата конденсату, кг/с;

L – ширина стінки, м.

Якщо зазначити, що критерій Рейнольдса для плівки конденсату виражається через коефіцієнт тепловіддачі $\bar{\alpha}$, то рівняння (4.16) можна переписати у вигляді

$$Re_\delta = 0,943 \cdot Ga_h^{0,25} \cdot (Pr \cdot Ku)^{-0,75}. \quad (4.18)$$

Дійсно, масова витрата конденсату на одиницю ширини плівки $\dot{m}'/L = \rho' \cdot v' \cdot \delta$ в перерізі $x = h$ визначається кількістю сконденсованої пари

$$\dot{m}'/L = \bar{\alpha} \cdot \Delta T_{w.sat} \cdot h / r. \quad (4.19)$$

Тоді (4.17) можна записати у вигляді

$$Re_\delta = \frac{\dot{m}'}{\mu' \cdot L} = \frac{\bar{\alpha} \cdot \Delta T_{w.sat} \cdot h}{r \cdot \mu'} = \frac{\overline{Nu}_h}{Pr \cdot Ku}. \quad (4.20)$$

Експерименти підтверджують справедливість формули (4.16) при $Ku > 5$, $Pr < 100$. Якщо значення критеріїв подібності не відповідають цим умовам, у формулу вводять поправки.

При великих температурних напорах слід враховувати залежність теплофізичних властивостей конденсату від температури. Це можна зробити, додавши до формул (4.15), (4.16), (4.18) множники Міхеєва $(Pr_{sat}/Pr_w)^{0,25}$ або Лабунцова $(\lambda'_w/\lambda'_{sat})^{3/8} \cdot (\mu'_{sat}/\mu'_w)^{1/8}$.

Наведені вище рівняння відповідають строго ламінарній течії, яка зберігається лише у разі дуже малих чисел Рейнольдса. Вже при $Re_\delta \approx 3 \dots 8$ на поверхні плівки починають з'являтися хвилі. Накладення їх на ламінарну плівку змінює інтенсивність теплообміну. Для урахування цієї обставини Лабунцов рекомендує поправковий множник $Re_\delta^{0,04}$.

Хвильова течія перетворюється на турбулентну при $100 < Re_\delta < 400$. Якщо критерій Рейнольдса більше зазначених значень, на послідовно розташованих ділянках плівки спостерігаються ламінарний, хвильовий і турбулентний режими течії. Для такого загального випадку середній коефіцієнт тепловіддачі обчислюють за критеріальним рівнянням

$$Re_{\delta, sat} = \left\{ 89 + 0,024 \cdot Pr_{sat}^{0,5} \cdot (Pr_{sat}/Pr_w)^{0,25} \times \right. \\ \left. \times \left[Ga_{h, sat}^{1/3} \cdot (Pr_{sat} \cdot Ku_{sat})^{-1} - 2300 \right] \right\}^{4/3}. \quad (4.21)$$

Індекс «sat» означає, що теплофізичні властивості конденсату взяті при температурі насичення T_{sat} .

Наведені співвідношення використовують і для розрахунку плівкової конденсації нерухомої пари на зовнішній поверхні горизонтальної труби, якщо в критеріях Ga , Nu , Re_δ замінити висоту стінки h на діаметр труби d .

4.2.3. Розрахунки процесів крапельної конденсації

Крапельна конденсація має місце на поверхні, яка не змочується рідиною. Краплі збільшуються до певного розміру, а потім скочуються з поверхні теплообміну (або їх здуває).

Незважаючи на краплі, на поверхні теплообміну знаходиться тонка плівка конденсату.

Коефіцієнт тепловіддачі при крапельній конденсації можна знайти за критеріальними залежностями [2].

$$\text{При } Re_* = 8 \cdot 10^{-4} \dots 3,3 \cdot 10^{-3}$$

$$\overline{Nu} = 3,2 \cdot 10^{-4} \cdot Re_*^{-0,84} \cdot \Pi_K^{1,16} \cdot Pr^{1/3}; \quad (4.22)$$

$$\text{при } Re_* = 3,3 \cdot 10^{-3} \dots 3,5 \cdot 10^{-2}$$

$$\overline{Nu} = 5,0 \cdot 10^{-6} \cdot Re_*^{-1,57} \cdot \Pi_K^{1,16} \cdot Pr^{1/3}, \quad (4.23)$$

де $\overline{Nu} = \frac{\overline{\alpha} \cdot 2 \cdot \sigma \cdot T_{sat}}{\lambda' \cdot r \cdot \rho' \cdot (T_{sat} - T_w)}$ – критерій Нуссельта;

$Re_* = \frac{\lambda' \cdot (T_{sat} - T_w)}{r \cdot \mu'}$ – критерій Рейнольдса для руху краплі;

$\Pi_\kappa = \frac{2 \cdot \xi \cdot \sigma^2 \cdot T_{sat}}{r \cdot \rho'^2 \cdot v'^2}$ – відношення термокапілярних сил до сил в'язкості;

$\xi = \frac{1}{\sigma} \cdot \left(\frac{\partial \sigma}{\partial T} \right)$ – температурний коефіцієнт поверхневого натягу, K^{-1} ;

$Pr = \frac{v'}{a'}$ – критерій Прандтля.

4.2.4. Тепловіддача при конденсації пари в каналах

Особливістю процесу є те, що плівка конденсату заповнює поперечний переріз, що змінює умови теплообміну по довжині каналу.

Середній коефіцієнт тепловіддачі в каналі $\overline{\alpha}$ можна оцінити за допомогою формули

$$\overline{\alpha} = \frac{1}{2} \cdot \overline{\alpha}_L \cdot \left[\sqrt{\left(\frac{\rho'}{\rho_{mix}} \right)_{ex}} + \sqrt{\left(\frac{\rho'}{\rho_{mix}} \right)_{eux}} \right], \quad (4.24)$$

де $\overline{\alpha}_L$ – середній коефіцієнт теплообміну для турбулентної течії рідини у каналі;

ρ' / ρ_{mix} – відношення густини рідини до густини парорідинної суміші, яке можна знайти за формулою

$$\frac{\rho'}{\rho_{mix}} = 1 + \frac{\rho' - \rho''}{\rho''} \cdot x, \quad (4.25)$$

де $x = \dot{m}'' / \dot{m}$ – масовий витратний паровміст;

\dot{m}'' – масова витрата пари у перерізі;

\dot{m} – масова витрата парорідинної суміші у перерізі.

Контрольні запитання

1. Дайте визначення терміна «кипіння».
2. Які є умови виникнення кипіння?
3. Які є режими кипіння у великому об'ємі?
4. Опішіть механізм процесу кипіння. Що може слугувати центрами пароутворення?

5. Як режимні чинники впливають на процес кипіння?
6. Дайте визначення поняття «перегрів рідини» при кипінні.
7. Накресліть криву кипіння у великому об'ємі та визначіть на ній основні режими кипіння.
8. Які існують кризи кипіння у великому об'ємі?
9. Які особливості має тепловіддача при кипінні в трубах?
10. Як визначити коефіцієнт тепловіддачі при кипінні у трубі?
11. Дайте визначення терміна «конденсація».
12. В яких умовах починається конденсація?
13. У чому різниця між плівковою і краплинною конденсаціями? В яких умовах реалізуються ті чи інші режими конденсації?
14. Напишіть формулу для розрахунку тепловіддачі при конденсації на вертикальній поверхні при ламінарній течії плівки конденсату.
15. Які є режимні параметри при конденсації?
16. Запишіть систему рівнянь і умов однозначності при конденсації.

Лекція 5. ТЕПЛООБМІН ВИПРОМІНЮВАННЯМ

5.1. Основні поняття і визначення

Теплове випромінювання – це електромагнітне випромінювання, що створюється тепловим рухом заряджених частинок у речовині. Вся матерія з температурою вище абсолютного нуля випромінює теплове випромінювання. Коли температура тіла більше абсолютного нуля, міжатомні зіткнення спричиняють змінення кінетичної енергії атомів або молекул. Це приводить до прискорення зарядів і/або дипольних коливань, які, у свою чергу, зумовлюють електромагнітне випромінювання, широкий спектр якого відображає широкий спектр енергій і прискорень, які реалізуються навіть при одній температурі. Тобто це електромагнітне випромінювання з безперервним спектром, що емітується нагрітими тілами завдяки їх тепловій енергії.

При однаковій температурі тіл системи усі тіла, що входять до цієї системи, випромінюють і поглинають однакову кількість променевої енергії.

З квантової точки зору теплове випромінювання – це потік *фотонів*, енергія кожного з яких дорівнює $h \cdot \nu$, де $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – стала Планка, ν – частота коливань еквівалентного електромагнітного поля.

Крім частоти коливань застосовується поняття *довжини хвилі* випромінювання λ . Частота коливань і довжина хвилі зв'язані співвідношенням:

$$\lambda \cdot \nu = c, \quad (5.1)$$

де $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – швидкість світла у вакуумі.

Теплове випромінювання відповідає діапазону довжин хвиль 0,8 мкм...0,8 мм.

5.2. Види променевих потоків

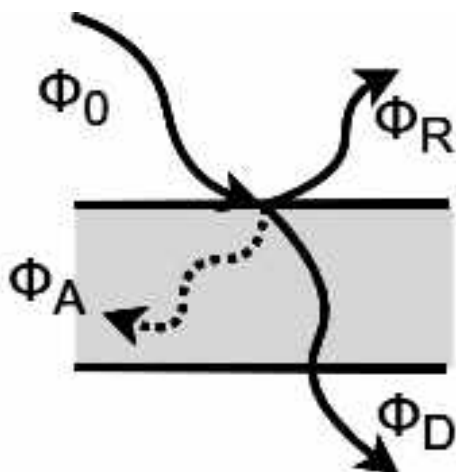
Потік випромінювання Φ , Вт, – це випромінювання, що проходить крізь довільну поверхню A в одиницю часу.

Інтегральним випромінюванням називають випромінювання в усьому діапазоні довжин хвиль (від нуля до нескінченності). Інтегральне випромінювання характеризується густиною інтегрального випромінювання φ , Вт/м², – відношенням випромінювання $d\Phi$, що проходить крізь елементарну поверхню dF у одиницю часу, до площини цієї поверхні:

$$\varphi = d\Phi/dA. \quad (5.2)$$

Монохроматичним випромінюванням називають випромінювання, що відповідає вузькому інтервалу довжин хвиль (від λ до $\lambda+d\lambda$). Воно характеризується густиною монохроматичного випромінювання φ_λ , Вт/м³, – відношенням випромінювання у вузькому інтервалі довжин хвиль $d^2\Phi$, що проходить крізь елементарну поверхню dA у одиницю часу, до добутку площини цієї поверхні і ширини вибраного інтервалу довжин хвиль:

$$\varphi_\lambda = d^2\Phi/(dA \cdot d\lambda). \quad (5.3)$$



Розглянемо процес взаємодії тіла з тепловим потоком Φ_0 , що падає на нього (рис. 5.1). Тепловий потік частково поглинається (Φ_A), частково відбивається (Φ_R), а остання частка проходить крізь тіло (Φ_D). Якщо процес теплообміну стаціонарний, то

$$\Phi = \Phi_A + \Phi_R + \Phi_D. \quad (5.4)$$

Рівняння (5.4) дозволяє ввести декілька понять.

Поглинальна здатність α – це відношення потоку випромінювання, що поглинається тілом, до падаючого на нього потоку:

$$\alpha = \Phi_A/\Phi_0. \quad (5.5)$$

Якщо $\alpha = 1$, тіло називається *абсолютно чорним*.

Відбивна здатність ρ – це відношення потоку випромінювання, що відбивається тілом, до падаючого на нього потоку:

$$\rho = \Phi_R/\Phi_0. \quad (5.6)$$

Якщо $\rho = 1$, тіло називається дзеркальним (у разі відбиття за законами геометричної оптики) або абсолютно білим (у разі ненаправленого відбиття).

Прозорість (пропускна здатність) τ – це відношення потоку випромінювання, що проходить крізь тіло, до падаючого на нього потоку:

$$\tau = \Phi_D / \Phi_0. \quad (5.7)$$

Якщо $\tau = 1$, тіло називається абсолютно прозорим або діатермічним. Більшість тіл непрозора для теплового випромінювання ($\tau = 0$).

З формули (5.4) випливає, що

$$\alpha + \rho + \tau = 1. \quad (5.8)$$

Розглянемо взаємодію непрозорого тіла ($\tau = 0$) з потоком випромінювання (рис. 5.2). На поверхню тіла падає зовнішній потік випромінювання густиною Φ_2 . Він частково поглинається ($\Phi_A = \alpha_1 \Phi_2$, де α_1 – поглинальна здатність тіла, що розглядається), а інша частка випромінювання відбивається ($\Phi_D = (1 - \alpha_1) \Phi_2$). Крім того, тіло створює власний потік випромінювання густиною Φ_1 . Тоді від поверхні тіла виходить сума відбитого і власного випромінювання тіла. Ця сума називається *ефективним випромінюванням тіла*:

$$\Phi_{\text{еф}} = \Phi_D + \Phi_1 = (1 - \alpha_1) \Phi_2 + \Phi_1. \quad (5.9)$$

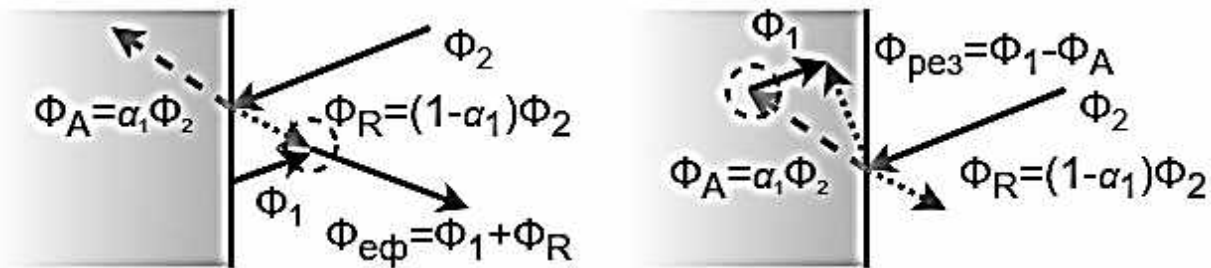


Рис. 5.2. Ефективний і результуючий потоки

Тепловий баланс тіла визначається *результуючим тепловим потоком*, що знаходять як різницю власного випромінювання тіла і потоку випромінювання, що поглинається тілом:

$$\Phi_{\text{рез}} = \Phi_1 - \Phi_A = \Phi_1 - \alpha_1 \Phi_2. \quad (5.10)$$

5.3. Кутова густина і яскравість випромінювання

Густина потоку випромінювання може змінюватися у певних напрямках випромінювання (рис. 5.3). Кількість енергії, що випускається у певному напрямку \vec{k} , який визначається кутом з нормаллю до поверхні \vec{n} (рис. 5.4) одиницею елементарної площадки в одиницю часу в межах елементарного тілесного кута, називається *кутовою густиною випромінювання*. Кутова густина спектрального $L_{\nu\lambda}$, Вт/(м³·ср), та інтегрального L_{ν} , Вт/(м²·ср), випромінювання виражаються співвідношеннями

$$L_{\psi\lambda} = \frac{d^3\Phi_{\psi\lambda}}{dS \cdot d\lambda \cdot d\Omega}; \quad (5.11)$$

$$L_{\psi} = \frac{d^2\Phi_{\psi}}{dS \cdot d\Omega}. \quad (5.12)$$

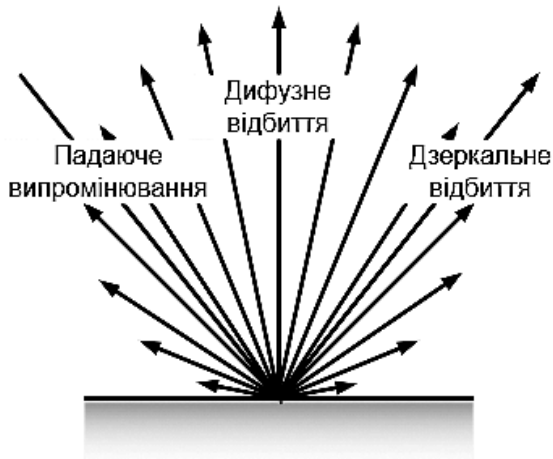


Рис. 5.3. Види відбиття

Яскравість випромінювання – це кількість променевої енергії, що випускається у певному напрямку \vec{k} , який визначається кутом з нормаллю до поверхні \vec{n} (рис. 5.4) одиницею елементарної площадки в одиницю часу в межах елементарного тілесного кута, віднесене до проекції цієї площадки на поверхню, яка є ортогональною до напрямку випромінювання. Яскравість спек-

трального $L_{e\lambda}$, Вт/(м³·ср), та інтегрального L_e , Вт/(м²·ср), випромінювання виражаються співвідношеннями

$$L_{e\lambda} = \frac{d^3\Phi_{\psi\lambda}}{dS_n \cdot d\lambda \cdot d\Omega} = \frac{L_{\psi\lambda}}{\cos\psi}, \quad (5.13)$$

$$L_e = \frac{d^2\Phi_{\psi}}{dS_n \cdot d\Omega} = \frac{L_{\psi}}{\cos\psi}. \quad (5.14)$$

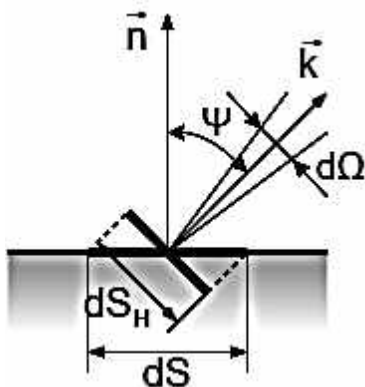


Рис. 5.4. До визначення яскравості випромінювання

Випромінювання, що характеризується інтенсивністю, однаковою в усіх напрямках, називається *ізотропним*.

Випромінювання, що виходить з поверхні твердого тіла, яке характеризується інтенсивністю, однаковою в усіх напрямках, називається *ідеально дифузним випромінюванням*.

Для ідеально дифузного випромінювання

$$L_e = \varphi/\pi. \quad (5.15)$$

5.4. Закони теплового випромінювання

5.4.1. Закон випромінювання Планка

Закон випромінювання Планка – це вираз для монохроматичної (спектральної) густини потоку випромінювання (спектральної густини енергетичної світності) абсолютно чорного тіла $E_{0\lambda}$, виведений Максом Планком для густини енергії випромінювання

$$\varphi_{0\lambda} = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1}, \quad (5.16)$$

де $c_1 = 3,74 \cdot 10^{-16}$ Вт/м²;

$c_2 = 1,44 \cdot 10^{-2}$ м·К – константи.

Приклади залежності спектральної густини потоку випромінювання абсолютно чорного тіла від довжини хвилі показано на рис. 5.5. На рисунку видно, що більш гаряче тіло має більшу спектральну густину потоку випромінювання для хвиль будь-якої довжини, але максимум залежності відрізняється.

Оскільки закон Планка отриманий для абсолютно чорного тіла, то

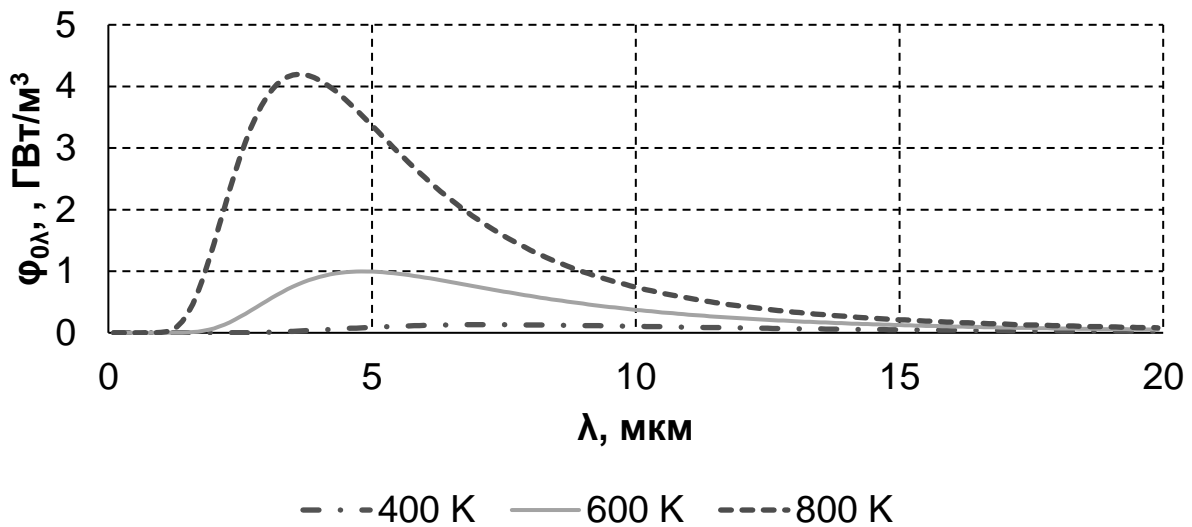


Рис. 5.5. Густина монохроматичного потоку випромінювання абсолютно чорного тіла

стосовно до реальних тіл він дає значення максимально можливої густини потоку випромінювання. Спектральну густину потоку випромінювання тіла φ_λ можна записати як

$$\varphi_\lambda(\lambda, T) = \varepsilon_\lambda \cdot \varphi_{0\lambda}(\lambda, T), \quad (5.17)$$

де $\varphi_{0\lambda}$ – спектральна густина потоку випромінювання абсолютно чорного тіла;

ε_λ – спектральна випромінювальна здатність (ступінь чорноти) тіла:

$$0 \leq \varepsilon_\lambda \leq 1.$$

Спектральна випромінювальна здатність у загальному випадку залежить від довжини хвилі. Тіло, спектральна випромінювальна здатність якого не залежить від довжини хвилі, називається *сірим*.

5.4.2. Закон випромінювання Релея–Джинса

Закон випромінювання Релея–Джинса – це інший вираз для спектральної густини потоку випромінювання. Формула описує частотну та температурну залежності інтенсивності рівноважного випромінювання абсолютно чорного тіла при великих довжинах хвиль. Якщо у формулі Планка $\lambda T \gg c_2$, то вираз (5.16) набуває вигляду

$$\varphi_{0\lambda} = \frac{2c_1\pi T}{c_2\lambda^4}. \quad (5.18)$$

5.4.3. Закон зміщення Віна

Згідно з законом зміщення Віна вираз залежності довжини хвилі, на якій потік випромінювання енергії чорного тіла досягає свого максимуму, від температури чорного тіла має вигляд

$$\lambda_{\max} T = 2,89 \cdot 10^{-3} \text{ м}\cdot\text{К}. \quad (5.19)$$

Справедливість залежності підтверджує рис. 5.5. На рисунку видно, що у більш гарячого тіла максимум залежності монохроматичної густини потоку випромінювання чорного тіла припадає на меншу довжину хвилі. У свою чергу, значення цього максимуму пропорційне п'ятому степеню температури:

$$(\varphi_{0\lambda})_{\max} = c_3 T^5, \quad (5.20)$$

де $c_3 = 1,307 \text{ Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}^5)$.

5.4.4. Закон випромінювання Стефана–Больцмана

Згідно із законом Стефана–Больцмана можна отримати формулу залежності енергії випромінювання з одиниці площі поверхні в одиницю часу від ефективної температури тіла, що випромінює.

Виконавши інтегрування залежності (5.16) в усьому діапазоні довжин хвиль, отримаємо

$$\varphi_0 = \int_0^{\infty} \varphi_{0\lambda} \cdot d\lambda = \sigma_0 T^4 = c_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4, \quad (5.21)$$

де $\sigma_0 = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ – стала Стефана–Больцмана;

$c_0 = 5,67 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$.

Для реальних тіл

$$\varphi = \varepsilon \varphi_0 = \varepsilon \sigma_0 T^4 = \varepsilon c_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4, \quad (5.21)$$

де ε – інтегральна випромінювальна здатність (ступінь чорноти) тіла: $0 \leq \varepsilon \leq 1$.

5.4.5. Закон випромінювання Кірхгофа

Закон Кірхгофа – це закон про хвильове радіаційне випромінювання та поглинання матеріальним тілом у термодинамічній рівновазі, включаючи рівновагу радіаційного обміну.

Згідно із законом Кірхгофа відношення здатності випромінювання тіла до його здатності поглинання для всіх тіл при певній температурі і певній частоті не залежить від форми і хімічної природи:

$$\varepsilon_{\lambda} = \alpha_{\lambda}. \quad (5.22)$$

5.4.6. Закон Ламберта

Закон Ламберта – фізичний закон, згідно з яким яскравість поверхні, що ідеально розсіює світло, однакова в усіх напрямках:

$$L_{\psi} = L_{\psi=0^{\circ}} \cos \psi, \quad (5.23)$$

де L_{ψ} – кутова густина випромінювання у вибраному напрямку (див. рис. 5.4);

$L_{\psi=0^{\circ}}$ – кутова густина випромінювання у напрямку, перпендикулярному до поверхні, що випромінює;

ψ – кут між вибраним напрямком і перпендикуляром до поверхні, що випромінює.

5.5. Чорні температури

Чорна температура – це така умовна температура, яку мало б тіло, якщо випромінювання, що емітується ним, було б чорним. Відрізняють декілька видів чорних температур.

Радіаційна температура T_p – дорівнює такій температурі абсолютно чорного тіла φ_0 , при якій його густина інтегрального випромінювання дорівнює густині інтегрального випромінювання тіла φ :

$$\varphi(T) = \varphi_0(T_p). \quad (5.24)$$

З формули (5.24) випливає, що реальна T і радіаційна T_p температури тіла пов'язані співвідношенням

$$T = T_p \cdot \sqrt[4]{1/\varepsilon}. \quad (5.25)$$

Радіаційна температура застосовується у *пірометрії* для дистанційного вимірювання температури тіл.

Колірна температура джерела світла T_k характеризує спектральний склад випромінювання джерела світла. Вона визначається порівнянням двох спектральних потоків випромінювання:

$$\frac{\varphi_{\lambda}(T, \lambda_1)}{\varphi_{\lambda}(T, \lambda_2)} = \frac{\varphi_{0\lambda}(T_k, \lambda_1)}{\varphi_{0\lambda}(T_k, \lambda_2)}. \quad (5.26)$$

З формули (5.26) випливає, що реальна T і колірна T_p температури тіла пов'язані співвідношенням

$$T = \left(\frac{1}{T_k} - \frac{\ln(\varepsilon_{\lambda 1} / \varepsilon_{\lambda 2})}{c_2 \cdot (1/\lambda_1 - 1/\lambda_2)} \right)^{-1}, \quad (5.27)$$

де $c_2 = 1,44 \cdot 10^{-2} \text{ м} \cdot \text{К}$ – константа;

$\varepsilon_{\lambda 1}$, $\varepsilon_{\lambda 2}$ – спектральна випромінювальна здатність тіла при довжинах хвиль λ_1 і λ_2 .

Колірна температура застосовується в *колориметрії*, *астрофізиці* (при вивченні розподілу енергії в спектрах зірок).

Яскравісна температура T_j – величина, що характеризує інтенсивність випромінювання. Яскравісна температура в діапазоні довжин хвиль $\lambda \dots \lambda + \Delta\lambda$ — це така температура, яку мало б абсолютно чорне тіло з такою ж інтенсивністю випромінювання у певному діапазоні довжин хвиль:

$$L_\lambda(T) = L_{0\lambda}(T_j). \quad (5.28)$$

З формули (5.28) випливає, що реальна T і яскравісна T_j температури тіла пов'язані співвідношенням

$$T = \left(\frac{1}{T_j} + \frac{\lambda}{c_2} \cdot \ln \varepsilon_\lambda \right)^{-1}. \quad (5.29)$$

Яскравісна температура часто застосовується в радіоастрономії.

5.6. Променевий теплообмін між тілами

Розглянемо систему тіл 1 і 2 (рис. 5.6), що мають великі розміри порівняно з відстанню між ними. Речовина між поверхнями прозора для теплового випромінювання. Поглинальні здатності α_1 і α_2 , а також випромінювальні здатності тіл ε_1 і ε_2 не залежать від температури і координат точки на поверхнях. Температури T_1 , T_2 і густина потоків власного випромінювання φ_1 , φ_2 уздовж поверхні тіл не змінюються. Потрібно знайти потік результуючого випромінювання.

Потік результуючого випромінювання φ_{12} знайдемо за формулою

$$\varphi_{12} = \varphi_1 - \varphi_{11} - \varphi_{21}, \quad (5.30)$$

де φ_1 – густина власного випромінювання тіла 1;

φ_{11} – густина випромінювання тіла 1, повернутого назад і ним же поглинутого;

φ_{21} – густина випромінювання тіла 2, поглинутого тілом 1.

Згідно з рис. 5.6

$$\begin{aligned} \varphi_{11} &= \alpha_1(1 - \alpha_2)\varphi_1 + \alpha_1(1 - \alpha_2)\rho\varphi_1 + \alpha_1(1 - \alpha_2)\rho^2\varphi_1 + \dots = \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_1(1 - \alpha_2)\rho^n\varphi_1 = \frac{\alpha_1(1 - \alpha_2)\varphi_1}{1 - \rho}, \end{aligned} \quad (5.31)$$

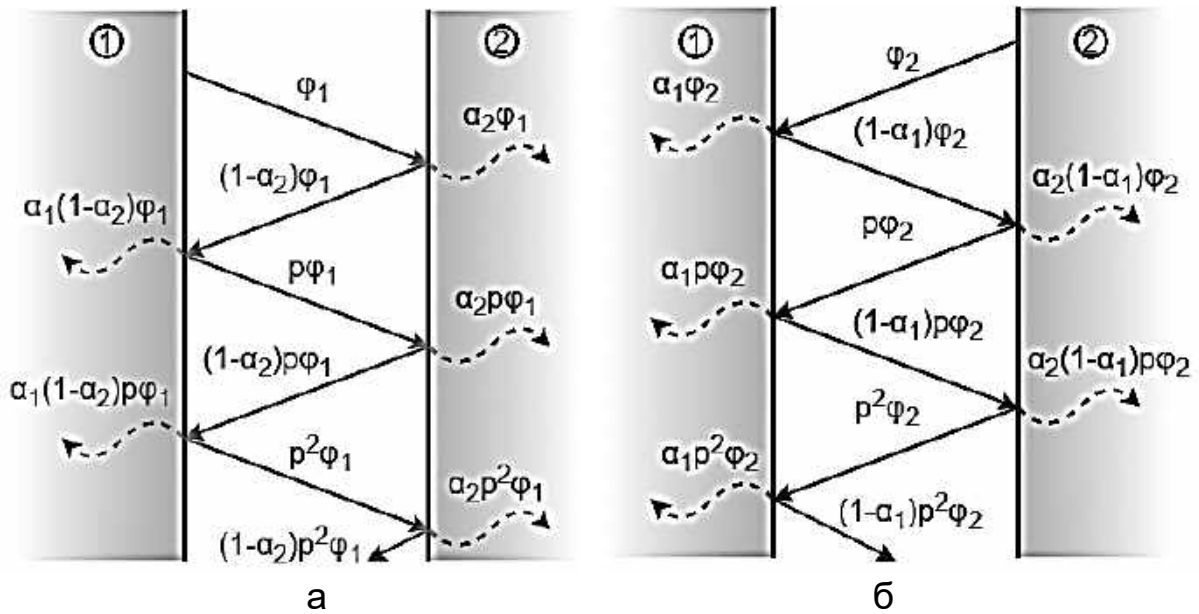


Рис. 5.6. Променевий теплообмін між двома плоскими поверхнями:
 а – поглинання власного випромінювання тіла 1; б – поглинання
 власного випромінювання тіла 2

де $\rho = (1 - \alpha_1)(1 - \alpha_2)$;

$$\varphi_{21} = \alpha_1\varphi_2 + \alpha_1\rho\varphi_2 + \alpha_1\rho^2\varphi_2 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_1\rho^n\varphi_2 = \frac{\alpha_1\varphi_2}{1 - \rho}. \quad (5.32)$$

Підставивши вирази (5.31) і (5.32) у рівняння (5.30), отримаємо

$$\varphi_{12} = \varphi_1 - \frac{\alpha_1(1 - \alpha_2)\varphi_1}{1 - \rho} - \frac{\alpha_1\varphi_2}{1 - \rho} = \frac{\varphi_1\alpha_2 - \varphi_2\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_1\alpha_2}. \quad (5.33)$$

Для сірих тіл згідно з законом Кірхгофа $\varepsilon_1 = \alpha_1$, $\varepsilon_2 = \alpha_2$. Тоді густину власних теплових потоків тіл можна записати як

$$\varphi_1 = \varepsilon_1 c_0 \left(\frac{T_1}{100} \right)^4; \quad (5.34)$$

$$\varphi_2 = \varepsilon_2 c_0 \left(\frac{T_2}{100} \right)^4. \quad (5.35)$$

Підставивши вирази (5.34) і (5.35) у рівняння (5.33), отримаємо

$$\varphi_{12} = \varepsilon_3 c_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \quad (5.34)$$

де $\varepsilon_3 = \frac{1}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1}$ – зведена випромінювальна здатність системи тіл:

$$0 \leq \varepsilon_3 \leq 1.$$

Якщо теплообмін відбувається у замкнутому просторі між поверхнями нерівної площі, то формула (5.34) набуває вигляду

$$\Phi_{12} = \varepsilon_3 c_0 A_1 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \quad (5.35)$$

де $\varepsilon_3 = \frac{1}{1/\varepsilon_1 + (A_1/A_2)(1/\varepsilon_2 - 1)}$ – зведена випромінювальна здатність системи

тіл;

A_1 – площа меншої поверхні, яка має бути пласкою або випуклою;

A_2 – площа більшої поверхні.

5.7. Променевий теплообмін між тілами за наявності екранів

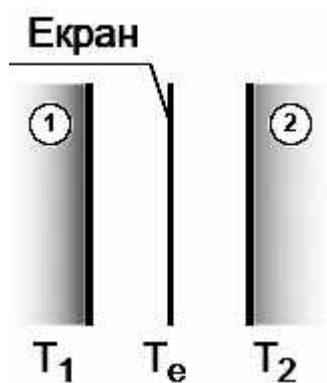


Рис. 5.7. Теплообмін між тілами за наявності екранів

Для зменшення променевого теплообміну між тілами застосовують екрани. Розглянемо дію екрана на простому прикладі, коли теплообмін відбувається між двома паралельними нескінченними поверхнями (рис. 5.7) при температурах поверхонь T_1 і T_2 , причому $T_1 > T_2$. Між стінками встановлено екран.

Розглянемо випадок, коли коефіцієнти поглинання обох стінок і екрана однакові:

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_e = \alpha. \quad (5.36)$$

Якщо екрана немає, то густина теплового потоку, переданого випромінюванням від стінки 1 до стінки 2, визначиться

рівнянням (5.34):

$$\varphi_{12} = \varepsilon_{3.12} c_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \quad (5.37)$$

де $\varepsilon_{3.12} = \frac{1}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1} = \frac{1}{2/\alpha - 1}$.

За наявності одного екрана густину теплового потоку φ_{1e} , переданого від стінки 1 до екрана, знаходять за формулою

$$\varphi_{1e} = \varepsilon_{3.1e} c_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_e}{100} \right)^4 \right], \quad (5.38)$$

де $\varepsilon_{3.1e} = \frac{1}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_e - 1} = \frac{1}{2/\alpha - 1}$.

Відповідно, густина теплового потоку φ_{e2} , переданого від екрана до стінки 2,

$$\varphi_{e2} = \varepsilon_{3,e2} C_0 \left[\left(\frac{T_e}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \quad (5.39)$$

$$\text{де } \varepsilon_{3,e2} = \frac{1}{1/\varepsilon_e + 1/\varepsilon_2 - 1} = \frac{1}{2/\alpha - 1}.$$

Для стаціонарного теплового режиму $\varphi_{1e} = \varphi_{e2}$, тоді тепловий потік, переданий випромінюванням від стінки 1 до стінки 2 через екран φ_e , можна знайти за формулою

$$\varphi_e = 0,5 \varepsilon_{3,12} C_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \quad (5.40)$$

Порівнявши (5.37) і (5.40), отримаємо

$$\frac{\varphi_e}{\varphi_{12}} = 0,5. \quad (5.41)$$

Таким чином, установлення одного екрана за певних умов, послаблює випромінювання у 2 рази. Можна показати, що установлення n екранів послаблює випромінювання в $(n+1)$ разів.

Якщо коефіцієнти поглинання стінок ε і екранів ε_e відрізняються, зменшення теплообміну можна визначити за формулою

$$\frac{\varphi_e}{\varphi_{12}} = \frac{1}{1 + n \cdot \frac{2 - \varepsilon_e \cdot \varepsilon}{2 - \varepsilon \cdot \varepsilon_e}}, \quad (5.42)$$

де n – кількість екранів.

5.8. Теплообмін випромінюванням між газом і оболонкою

Теплова радіація газу залежить від його складу і термодинамічного стану. Спектр випромінювання газу – переривчастий. Він складається з ліній, смуг і безперервних ділянок, розташованих у широкому діапазоні довжин хвиль, що пояснюється внеском випромінювання всіма складовими газу (молекул, атомів, іонів).

Радіаційні властивості газу характеризують за допомогою коефіцієнтів випромінювання, поглинання і розсіювання (останній коефіцієнт вводять для газів, що містять тверді або рідкі частинки, коли газ набуває властивостей дисперсного середовища). Одноатомні гази і двоатомні, що складаються з однорідних атомів (азот, кисень, водень), мають малу радіаційну і поглинальну здатності. Тому в інженерних розрахунках їх зазвичай розглядають як прозорі середовища. Значну здатність випромінювати і поглинати променисту енергію мають багатоатомні гази, зокрема вуглекислий газ і водяна пара (вони входять до складу продуктів згоряння вуглеводневих палив). Для таких газів зазначений вище підхід є неприйнятним, і якщо вони знаходяться між твердими тілами, то подані у

підрозд. 5.6 залежності для розрахунку теплової взаємодії поверхонь є непридатними. Необхідно отримати рівняння, що описують перенесення енергії у середовищі.

При коректній постановці задачі слід розв'язувати рівняння перенесення енергії у поглинальному і випромінювальному середовищах:

$$dL_\lambda/dx = \alpha'_\lambda \cdot (L_{0,\lambda} - L_\lambda), \quad (5.43)$$

де L_λ – спектральна інтенсивність випромінювання у напрямку x ;

$L_{0,\lambda}$ – спектральна інтенсивність випромінювання абсолютно чорного тіла, що знаходиться при температурі газу;

α'_λ – спектральний коефіцієнт поглинання (відносне змінення зменшення інтенсивності випромінювання на одиницю довжини променя), m^{-1} .

Для середовищ, де відбувається ще й розсіювання випромінювання, рівняння перенесення (5.43) істотно ускладнюється, перетворюючись на інтегрально-диференціальне.

Інженерні теплотехнічні розрахунки зазвичай ведуть з використанням усереднених характеристик газового об'єму, таких, як сумарна енергія його випромінювання і сумарне поглинання ним зовнішнього променистого потоку. Ці характеристики, в принципі, можуть бути отримані розв'язанням записаного вище рівняння перенесення енергії (5.43) при відповідних граничних умовах. Однак такий шлях реалізують у край рідко через його складність. На практиці використовують експериментальні дані щодо власного випромінювання газів, а також їх здатності поглинати падаюче випромінювання навколишніх стінок. Ці дані зазвичай подаються у довідниках у вигляді номограм.

Оскільки випромінювання і поглинання газів мають об'ємний характер, відповідні властивості газу залежать від товщини шару середовища і концентрації випромінювальних і поглинальних об'єктів (молекул, атомів, іонів). Тому коефіцієнти теплового випромінювання газового об'єму залежать від добутку парціального тиску p на середню довжину δ променя в межах шару газу. Власне випромінювання газового об'єму можна обчислювати за співвідношенням

$$\varphi = \varepsilon_f \sigma_o T^4, \quad (5.44)$$

де ε_f – випромінювальна здатність газу.

Випромінювальна здатність газу ε_f , що застосована у формулі (5.44), буде функцією температури, оскільки випромінювана газом енергія пропорційна абсолютній температурі у степені, меншому чотирьох.

Номограми для ε_f складені таким чином, що обчислювана за наведеною формулою густина теплового потоку φ буде визначати випромінювання, що проходить через одиничну площадку з оточуючої її газової півсфери. У цьому випадку довжина шляху променя δ в усіх напрямках однакова і дорівнює радіусу півсфери. Випромінювання інших

об'ємів можна замінити випромінюванням такої еквівалентної газової півсфери, якщо радіус її обчислити як

$$\delta = 3,6 \cdot V / A, \quad (5.45)$$

де V – величина розглянутого об'єму;

A – площа поверхні його оболонки.

Номограми $\varepsilon_f = f(T, \rho\delta)$ зазвичай є для вуглекислого газу (CO_2) і водяної пари (H_2O). Випромінювальна здатність для суміші цих газів

$$\varepsilon_f = \varepsilon_{\text{CO}_2} + \varepsilon_{\text{H}_2\text{O}} - \varepsilon_{\text{CO}_2} \cdot \varepsilon_{\text{H}_2\text{O}}, \quad (5.46)$$

де $\varepsilon_{\text{CO}_2}$ – випромінювальна здатність вуглекислого газу;

$\varepsilon_{\text{H}_2\text{O}}$ – зведена випромінювальна здатність водяної пари.

Ступінь чорноти $\varepsilon_{\text{CO}_2}$ беруть безпосередньо за номограмою, а величину $\varepsilon_{\text{H}_2\text{O}}$ обчислюють з використанням формули

$$\varepsilon_{\text{H}_2\text{O}} = 1 - (1 - \varepsilon'_{\text{H}_2\text{O}})^n, \quad (5.47)$$

де $\varepsilon'_{\text{H}_2\text{O}}$ – випромінювальна здатність водяної пари, що знаходиться за номограмою;

$$n = 1 + m \cdot \rho_{\text{H}_2\text{O}};$$

m – коефіцієнт, що враховує вплив тиску водяної пари її на випромінювальну здатність;

$\rho_{\text{H}_2\text{O}}$ – парціальний тиск водяної пари.

При $T = 0 \dots 2000$ °С випромінювальна здатність нескінченно товстого шару газів дорівнює $\varepsilon_{\text{H}_2\text{O}} = 0,4 \dots 0,75$ і $\varepsilon_{\text{CO}_2} = 0,2 \dots 0,32$.

Викладене вище дозволяє визначити власне випромінювання газового об'єму. Якщо останній оточений оболонкою, необхідно враховувати випромінювання стінок, часткове поглинання його газом і відбиття від стінок випромінювання газу. Такі розрахунки потребують знання коефіцієнта поглинання газового об'єму α_{fw} відносно ефективного випромінювання стінок; вони досить наближені.

Коефіцієнт α_{fw} не є фізичною характеристикою газу, оскільки залежить від спектра падаючого випромінювання і температури стінок. Тільки при рівноважному випромінюванні ($T_f = T_w$) він стає таким, бо відповідно до закону Кірхгофа $\alpha_f = \varepsilon_f$.

Для величини α_{fw} газового об'єму, що має всюди температуру T_f , відносно випромінювання абсолютно чорної оболонки з температурою T_w отримано такі емпіричні залежності:

$$\alpha_{fw} = \varepsilon'_{fw} \left(T_f / T_w \right)^{0,65}; \quad (5.48)$$

$$\alpha_{fw} = \varepsilon'_{fw} (T_f/T_w)^{0,45}, \quad (5.49)$$

де ε'_{fw} – випромінювальна здатність газового об'єму при температурі T_w , дійсній середній довжині променя і «перерахованому» парціальному тиску $p' = p \cdot (T_w/T_f)$; значення ε'_{fw} знаходять за номограмами.

Залежність (5.48) відповідає випроміненню вуглекислого газу, формула (5.49) – випроміненню водяної пари.

Якщо визначати α_{fw} згідно з формулами (5.48), (5.49), то густину променевого потоку від газу до «сірої» стінки при випромінювальній здатності стінки $\varepsilon_w \geq 0,8$ можна знайти за формулою

$$\varphi = \varepsilon'_w \sigma_o (\varepsilon_f T_f^4 - \alpha_{fw} T_w^4), \quad (5.50)$$

де $\varepsilon'_w = 0,5(1 + \varepsilon_w)$ – зведена випромінювальна здатність стінки.

Рекомендовані вище розрахункові співвідношення використовують у разі незмінних значень температур газового об'єму і оболонки. Якщо поле температури газу неоднорідне, а різні частини поверхні оболонки мають різні оптичні характеристики і значення температури, ситуація істотно ускладнюється. Виходом з неї може бути використання *зонального методу*, коли газ і оболонку поділяють на певну кількість об'ємів і майданчиків, які можна вважати ізотермічними. Для кожної такої комірки записують рівняння балансу енергії, після чого отриману систему рівнянь розв'язують щодо невідомих променистих потоків теплоти.

Ще складніша ситуація при описі випромінювання рухомого газу і горіння в ньому твердих або рідких частинок. Такі завдання характерні для камер згорання двигунів літальних апаратів. Методи їх вирішення розглянуто в спеціальній літературі.

Контрольні запитання

1. Дайте визначення поняття «теплове випромінювання».
2. Дайте визначення поняття «потік випромінювання».
3. Дайте визначення поняття «густина потоку випромінювання».
4. Дайте визначення поняття «інтегральне випромінювання».
5. Дайте визначення поняття «монохроматичне випромінювання».
6. Які існують види променистих потоків?
7. Дайте визначення поняття «коефіцієнт відбиття».
8. Дайте визначення поняття «коефіцієнт поглинання».
9. Дайте визначення поняття «коефіцієнт прозорості».
10. Як визначити власне випромінювання тіла?
11. Як визначити результуюче випромінювання тіла?
12. Дайте математичне визначення закону Планка для теплового випромінювання.

13. Дайте математичне визначення закону Стефана–Больцмана для теплового випромінювання.
14. Що таке ступінь чорноти тіла?
15. Що таке абсолютно чорне тіло?
16. Чи може залежати монохроматичний ступінь чорноти тіла від довжини хвилі випромінювання?
17. Дайте математичне визначення закону Віна для теплового випромінювання.
18. Дайте математичне визначення закону Кірхгофа для теплового випромінювання.
19. Як визначити кутову густину випромінювання?
20. Що таке «яскравість випромінювання»?
21. Дайте математичне визначення закону Ламберта для теплового випромінювання.
22. Яке теплове випромінювання називається ізотропним?
23. Яке теплове випромінювання називається ідеально дифузним?
24. Як визначити теплообмін випромінюванням між двома плоскими необмеженими стінками?
25. Що таке «зведений ступінь чорноти» системи двох тіл?
26. Як визначити теплообмін випромінюванням між тілами з нерівними поверхнями?
27. Як розрахувати теплообмін випромінюванням між тілами за наявності екранів?
28. Які особливості має теплове випромінювання газів?
29. Як визначити інтенсивність випромінювання у поглинальному середовищі?
30. Дайте визначення поняття «коефіцієнт поглинання середовища».
31. Як визначити теплообмін випромінюванням між поверхнею і випромінювальним середовищем?

Лекція 6. ТЕПЛООБМІННІ АПАРАТИ

6.1. Класифікація теплообмінних апаратів

Теплообмінні апарати (ТОА) – це пристрої, в яких теплота переходить від одного середовища до іншого.

До теплообмінних апаратів висувають такі вимоги:

- надійність;
- мінімальна маса і габарити;
- висока ефективність;
- зручність компонування;
- малі гідравлічні втрати;
- технологічність конструкції;
- зручність експлуатації.

За способом передачі теплоти розрізняють поверхневі й контактні теплообмінні апарати.

У поверхневих ТОА відсутній безпосередній контакт теплоносіїв, а передача тепла відбувається через стінку приладу. Їх поділяють

- на рекуперативні (рис. 6.1, а);
- регенеративні (рис. 6.1, б);
- ТОА з внутрішніми джерелами теплоти.

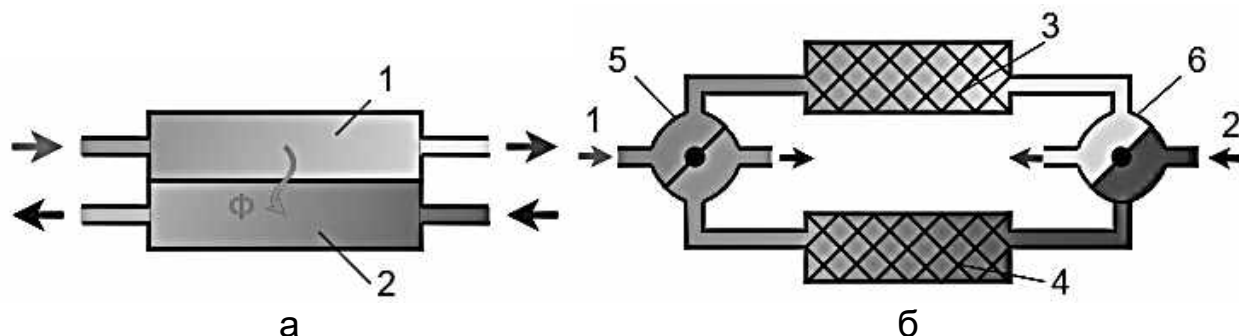


Рис. 6.1. Поверхневі теплообмінні апарати: а – рекуперативний; б – регенеративний; 1– гарячий теплоносій; 2 – холодний теплоносій; 3, 4 – насадки регенератора; 5, 6 – клапан-перемикач

У контактних ТОА теплоносії безпосередньо стикаються. Їх поділяють:

- на теплообмінники змішування;
- барботажні ТОА.

Рекуперативний теплообмінник – теплообмінник поверхневого типу, в якому теплообмін між теплоносіями здійснюється безперервно через стінку, що їх розділяє. На відміну від регенеративних теплообмінників траси потоків теплоносіїв у рекуператорі не змінюються (див. рис. 6.1, а).

Регенеративний теплообмінник (регенератор) – теплообмінник, в якому передача теплоти здійснюється за допомогою почергового контакту теплоносіїв різної температури з одними і тими ж поверхнями пристрою (див. рис. 6.1, б).

У теплообмінниках з внутрішнім джерелом енергії застосовується один теплоносій, який відводить теплоту, що виділилася в апараті. Прикладом можуть бути *електронагрівники*.

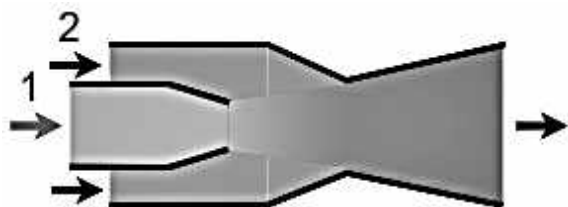


Рис. 6.2. Змішувальний теплообмінник: 1– гарячий теплоносій; 2 – холодний теплоносій

Змішувальний теплообмінник – теплообмінник, призначений для здійснення тепло- і масообмінних процесів шляхом прямого змішування середовищ. Найбільш поширені пароводяні струменеві апарати – теплообмінники струминного типу, що використовують в своїй основі струменевий інжектор (рис. 6.2).

Змішувальні теплообмінники конструктивно влаштовані простіше, ніж поверхневі, більш повно використовують тепло. Однак придатні вони лише у випадках, коли за технологічними умовами виробництва допустимим є змішання робочих середовищ.

У *барботажному* ТОВА передача теплоти від одного теплоносія до іншого здійснюється при їх безпосередньому зіткненні без змішування. Прикладом подібних теплообмінних апаратів є *градирні*, що широко використовуються в промисловості для охолодження води (рис. 6.3).

За *агрегатним* станом теплоносіїв рекуперативні ТОВА поділяють:

- на парорідинні;
- рідинно-рідинні;
- газорідинні;
- газо-газові;
- парогазові.

За *конфігурацією* поверхні теплообміну рекуперативні ТОВА поділяють (рис. 6.4):

- на трубчасті ТОВА з прямими трубками;
- трубчасті ТОВА з U-подібним трубним пучком;
- спіральні;
- пластинчасті;
- змійовикові;
- ребристі.

За *компонуванням* поверхні нагріву рекуперативні ТОВА поділяють на такі типи:

- труба у трубі;
- кожухотрубчастий ТОВА;
- зрошувальний ТОВА.

6.2. Основні положення і рівняння теплового розрахунку

Виділяють проектувальний і перевірний теплові розрахунки теплообмінного апарата.

Проектувальний тепловий розрахунок теплообмінного апарата виконується для визначення поверхні теплообміну.

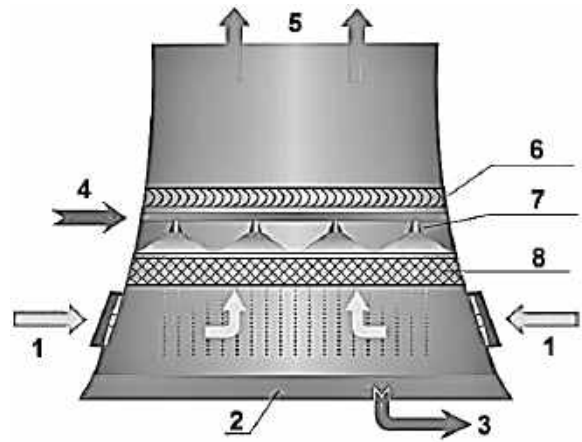


Рис. 6.3. Градирня: 1 – вхід повітря; 2 – басейн збору води, 3 – вихід води; 4 – вхід води; 5 – вихід повітря; 6 – краплеуловлювач; 7 – водорозподільна система; 8 – зрошувачі

При *перевірному тепловому розрахунку* теплообмінного апарата за відомою поверхнею теплообміну визначається кількість переданої теплоти і кінцеві температури робочих рідин.

Розглянемо тепловий розрахунок рекуперативних теплообмінників.

Тепловий розрахунок зводиться до сумісного розв'язання рівнянь теплового балансу і теплопередачі. Назвемо гарячий теплоносій –

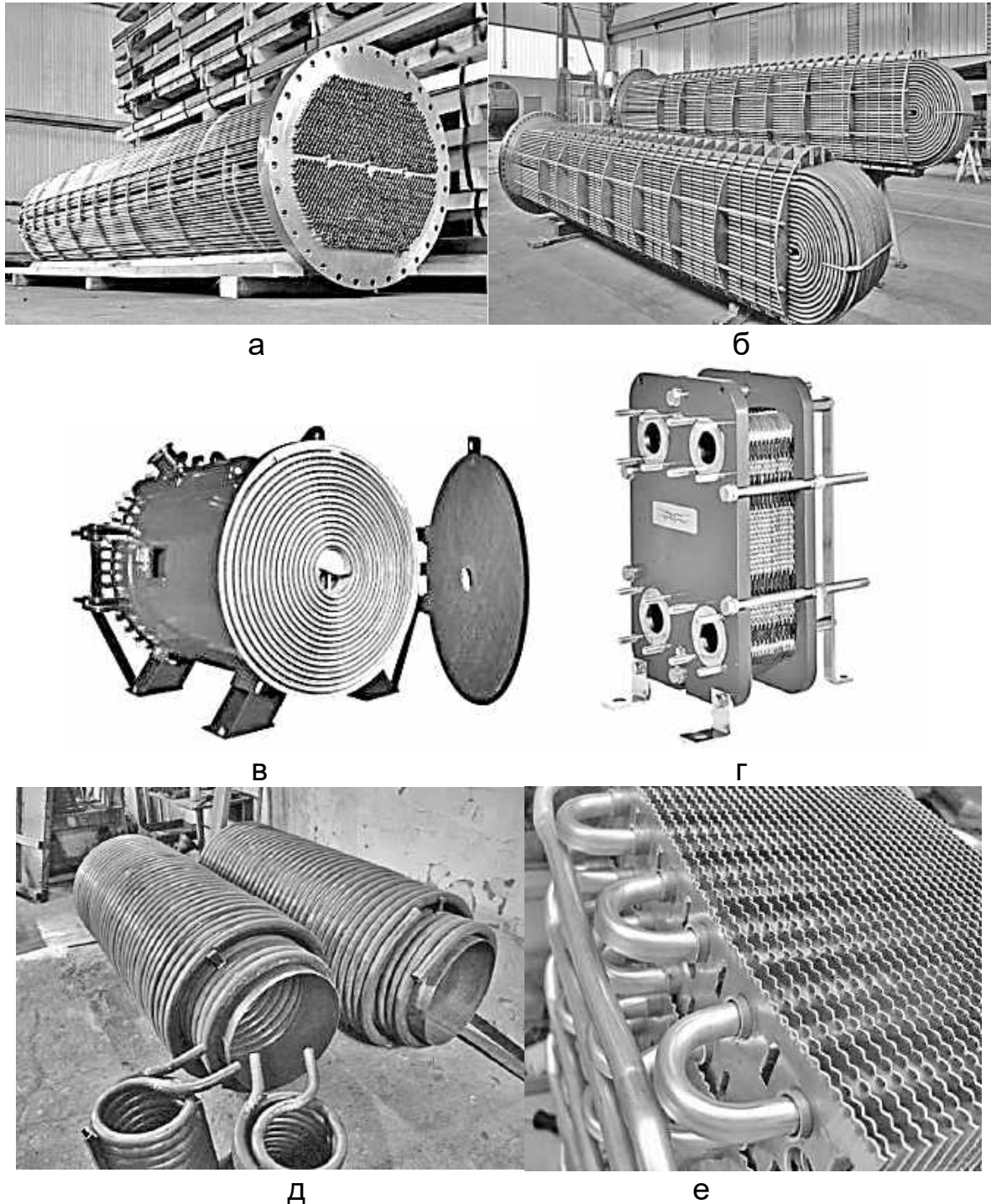


Рис. 6.4. Рекуперативні ТОА: а – трубчастий з прямими трубками; б – трубчастий з U-подібним трубним пучком; в – спіральний; г – пластинчастий; д – змійовиковий; е – трубчасто-ребристий

первинним (індекс "1"), холодний теплоносієй – вторинним (індекс "2"). Розглянемо елемент теплообмінного апарата з площею dA . Тоді можна записати рівняння теплового балансу:

$$\delta\Phi = -\dot{m}_1 \cdot dh_1 = \dot{m}_2 \cdot dh_2, \quad (6.1)$$

де \dot{m}_1, \dot{m}_2 – масові витрати теплоносіїв, кг/с.

Для всього теплообмінника

$$\Phi = \dot{m}_1 \cdot (h_{\text{ex.1}} - h_{\text{вух.1}}) = \dot{m}_2 \cdot (h_{\text{вух.2}} - h_{\text{ex.2}}), \quad (6.2)$$

де $h_{\text{ex.1}}, h_{\text{вух.1}}$ – ентальпія гарячого теплоносія на вході і виході з теплообмінного апарата;

$h_{\text{ex.2}}, h_{\text{вух.2}}$ – ентальпія холодного теплоносія на вході і виході з теплообмінного апарата.

Розглянемо тепловий баланс рекуперативного теплообмінного апарата без фазових перетворень. Тоді рівняння (6.1) та (6.2) набувають вигляду

$$\delta\Phi = -\dot{m}_1 \cdot c_{p,1} \cdot dT_1 = \dot{m}_2 \cdot c_{p,2} \cdot dT_2; \quad (6.3)$$

$$\Phi = \dot{m}_1 \cdot c_{p,1} \cdot (T_{\text{ex.1}} - T_{\text{вух.1}}) = \dot{m}_2 \cdot c_{p,2} \cdot (T_{\text{вух.2}} - T_{\text{ex.2}}). \quad (6.4)$$

Рівняння (6.3) і (6.4) отримані за умов $c_{p,1} = \text{const}, c_{p,2} = \text{const}$. Якщо теплоємність істотно залежить від температури, то треба застосовувати середнє значення теплоємності у діапазоні температур між температурами на вході і виході.

Часто використовують повну теплоємність масової витрати теплоносія в одиницю часу $C = \dot{m} \cdot c_p$, Вт/К. Цю величину називають *водяним еквівалентом*.

Згідно з формулою (6.4) відношення водяних еквівалентів теплоносіїв у рекуперативному теплообмінному апараті без фазових перетворень можна знайти як

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{T_{\text{вух.2}} - T_{\text{ex.2}}}{T_{\text{ex.1}} - T_{\text{вух.1}}} = \frac{\delta T_2}{\delta T_1}. \quad (6.5)$$

Рівняння теплопередачі використовують для визначення площі поверхні теплообміну A :

$$\delta\Phi = k \cdot (T_1 - T_2) \cdot dA; \quad (6.6)$$

$$\Phi = \bar{k} \cdot \overline{\Delta T} \cdot A; \quad (6.7)$$

$$A = \Phi / (\bar{k} \cdot \overline{\Delta T}), \quad (6.8)$$

де k – коефіцієнт теплопередачі поверхні теплообміну;

$\overline{\Delta T}$ – середня різниця температур між теплоносіями (середній температурний напір), К;

\bar{k} – середній коефіцієнт теплопередачі поверхні теплообміну; для пласкої стінки

$$\bar{k} = \frac{1}{1/\alpha_1 + \sum_{j=1}^n (\delta_j/\lambda_j) + 1/\alpha_2}; \quad (6.9)$$

α_1, α_2 – коефіцієнти тепловіддачі поверхні теплообміну, які можуть враховувати і теплообмін випромінюванням, наприклад

$$\alpha_j = \alpha_{\text{конв.}j} + \alpha_{\text{рад.}j}, \quad (6.10)$$

де $\alpha_{\text{конв.}j}$ – коефіцієнт тепловіддачі, що враховує конвективну тепловіддачу;

$\alpha_{\text{рад.}j}$ – коефіцієнт тепловіддачі, що враховує радіаційний теплообмін.

6.3. Середня різниця температур і методи її обчислення

6.3.1. Основні схеми течій теплоносіїв у рекуперативному ТОА

Середня різниця температур між теплоносіями $\overline{\Delta T}$ залежить від схеми течії теплоносіїв у теплообміннику. Основними схемами течій є:

- прямотечія (рис. 6.5, а);
- протитечія (рис. 6.5, б);
- перехресна течія (рис. 6.5, в);
- змішана схема течії (рис. 6.5, г);
- багатократно перехресна течія (рис. 6.5, д).

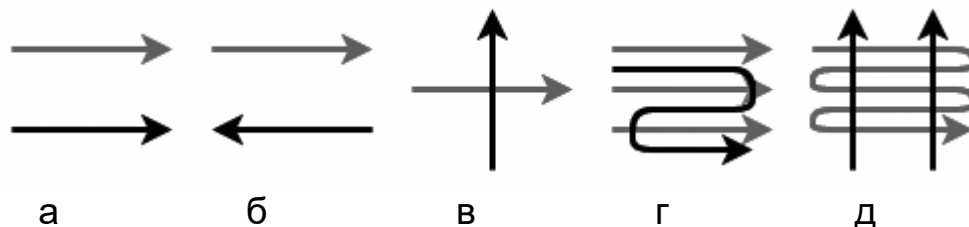


Рис. 6.5. Схеми течій у рекуперативному теплообміннику:
а – прямотечія; б – протитечія; в – перехресна течія; г – змішана схема течії; д – багатократно перехресна течія

6.3.2. Різниця температур теплоносіїв при прямотечії

Розглянемо найпростіший ТОА, який працює за схемою прямотечії (рис. 6.6).

Запишемо рівняння теплопередачі для елемента поверхні dA :

$$\delta\Phi = k \cdot (T_1 - T_2) \cdot dA. \quad (6.11)$$

Рівняння теплового балансу для елемента поверхні dA :

$$\delta\Phi = -C_1 \cdot dT_1 = C_2 \cdot dT_2; \quad (6.12)$$

$$dT_1 = -\delta\Phi/C_1, \quad dT_2 = \delta\Phi/C_2.$$

$$d(T_1 - T_2) = dT_1 - dT_2 = -\delta\Phi \cdot (1/C_1 + 1/C_2) = -m \cdot \delta\Phi, \quad (6.13)$$

де $m = 1/C_1 + 1/C_2$.

Підставивши (6.11) у (6.13), отримаємо

$$d(T_1 - T_2) = -m \cdot k \cdot (T_1 - T_2) \cdot dA. \quad (6.14)$$

Позначивши $\Delta T = T_1 - T_2$,

перетворюємо (6.14):

$$\frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = -m \cdot k \cdot dA. \quad (6.15)$$

Якщо $m = const$, $k = const$, то для ділянки теплообміну від 0 до A

$$\int_{\Delta T_{ex}}^{\Delta T} \frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = -m \cdot k \int_0^A dA; \quad (6.16)$$

$$\ln \frac{\Delta T}{\Delta T_{ex}} = -m \cdot k \cdot A; \quad (6.17)$$

$$\Delta T = \Delta T_{ex} \cdot e^{-m \cdot k \cdot A}. \quad (6.18)$$

Згідно з формулою (6.18)

різниця температур при прототечії змінюється за експоненціальним законом.

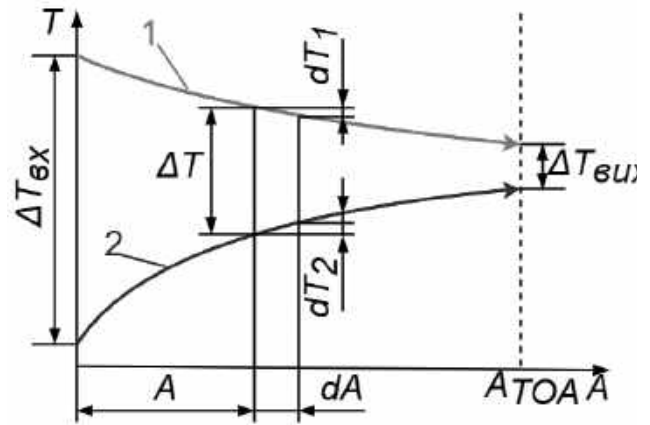


Рис. 6.6. Розподіл температур при прототечії

6.3.3. Різниця температур теплоносіїв при протитечії

Тепер розглянемо найпростіший ТОА, який працює за схемою протитечії (рис. 6.7).

Запишемо рівняння теплопередачі для елемента поверхні dA :

$$\delta\Phi = k \cdot (T_1 - T_2) \cdot dA. \quad (6.19)$$

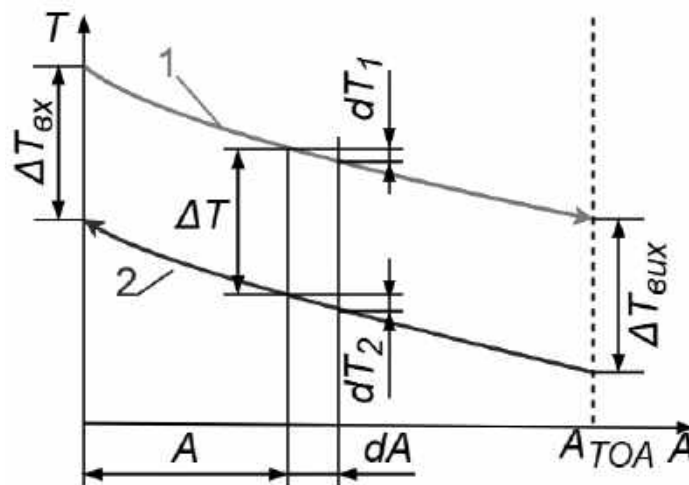


Рис. 6.7. Розподіл температур при протитечії

Рівняння теплового балансу для елемента поверхні dA :

$$\delta\Phi = -C_1 \cdot dT_1 = -C_2 \cdot dT_2; \quad (6.20)$$

$$dT_1 = -\delta\Phi/C_1, \quad dT_2 = -\delta\Phi/C_2;$$

$$d(T_1 - T_2) = dT_1 - dT_2 = -\delta\Phi \cdot (1/C_1 - 1/C_2) = -m \cdot \delta\Phi, \quad (6.21)$$

де $m = 1/C_1 - 1/C_2$.

Підставивши (6.19) у (6.21), отримаємо

$$d(T_1 - T_2) = -m \cdot k \cdot (T_1 - T_2) \cdot dA. \quad (6.22)$$

Згідно з формулою (6.22) різниця температур при прямотечії змінюється за тим же, що і при прямотечії, експоненціальним законом (6.18), тільки величина m визначається за іншою формулою.

6.3.4. Середня різниця температур при прямотечії і протитечії

При прямотечії або протитечії середню різницю температур можна знайти за формулами

$$\overline{\Delta T} = \frac{1}{A_{TOA}} \cdot \int_0^{A_{TOA}} \Delta T \cdot dA; \quad (6.23)$$

$$\overline{\Delta T} = \frac{\Delta T_{ex}}{A_{TOA}} \cdot \int_0^{A_{TOA}} e^{-mkA} \cdot dA = \frac{\Delta T_{ex}}{S_{TOA}} \cdot (e^{-mkA_{TOA}} - 1); \quad (6.24)$$

$$\overline{\Delta T} = \frac{\Delta T_{ex}}{\ln \frac{\Delta T_{eux}}{\Delta T_{ex}}} \cdot \left(\frac{\Delta T_{eux}}{\Delta T_{ex}} - 1 \right). \quad (6.25)$$

Перетворивши (6.25), отримаємо

$$\overline{\Delta T} = \frac{\Delta T_{\delta} - \Delta T_M}{\ln(\Delta T_{\delta}/\Delta T_M)}, \quad (6.26)$$

де ΔT_{δ} – найбільша різниця температур між гарячим і холодним теплоносіями;

ΔT_M – найменша різниця температур між гарячим і холодним теплоносіями.

Якщо різниця температур теплоносіїв уздовж поверхні теплообміну змінюється незначно ($\Delta T_{\delta}/\Delta T_M < 2$), то формулу (6.26) можна спростити:

$$\overline{\Delta T} = \frac{\Delta T_{\delta} + \Delta T_M}{2}. \quad (6.27)$$

6.3.5. Середня різниця температур при складних схемах течії теплоносіїв

При складних схемах течії теплоносіїв середню різницю температур можна знайти за формулою

$$\overline{\Delta T} = \overline{\Delta T}_{\text{прот}} \cdot \varepsilon_{\Delta T}, \quad (6.28)$$

де $\overline{\Delta T}_{\text{прот}}$ – середня різниця температур при протитечії;

$\varepsilon_{\Delta T}$ – поправка на схему течії: $0 < \varepsilon_{\Delta T} \leq 1$.

Коефіцієнт $\varepsilon_{\Delta T}$ знаходять за емпіричними методиками. Наприклад, за емпіричною залежністю $\varepsilon_{\Delta T} = f(P, R)$ [1, 6], де вигляд залежності залежить від схеми течії. Приклад багатократно перехресної течії з загальною протитечією показано на рис. 6.8. У цій залежності P, R – допоміжні величини. Їх можна знайти за формулами

$$P = \frac{T_{\text{вих.2}} - T_{\text{вх.2}}}{T_{\text{вх.1}} - T_{\text{вх.2}}}, \quad R = \frac{T_{\text{вх.1}} - T_{\text{вих.1}}}{T_{\text{вих.2}} - T_{\text{вх.2}}}. \quad (6.29)$$

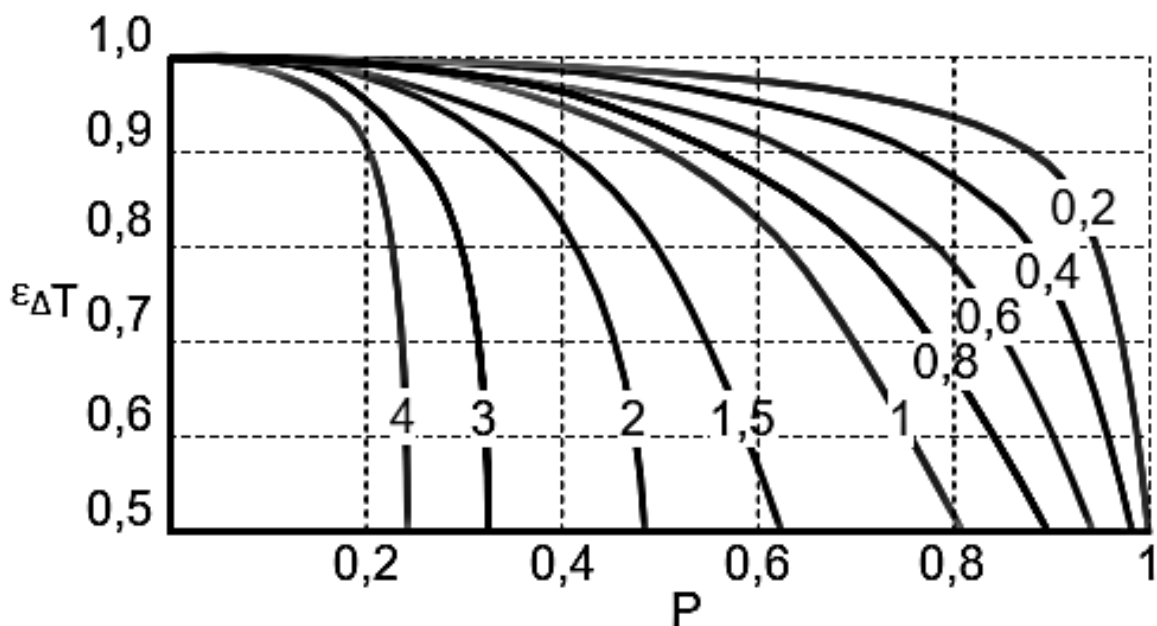


Рис. 6.8. Поправка на схему течії при багатократно перехресній течії з загальною протитечією при різних значеннях коефіцієнтів P, R

6.4. Розрахунок кінцевих температур теплоносіїв

6.4.1. Наближена методика розрахунку кінцевих температур теплоносіїв

При перевірному розрахунку теплообмінного апарата за відомими розмірами теплообмінної поверхні знаходять тепловий потік Φ , який передається від гарячого до холодного теплоносія, і температури теплоносіїв на виході з теплообмінного апарата $T_{\text{вих.1}}$ і $T_{\text{вих.2}}$.

Основою розрахунків є рівняння теплового балансу і рівняння теплопередачі:

$$\Phi = C_1 \cdot (T_{\text{вх.1}} - T_{\text{вих.1}}) = C_1 \cdot \delta T_1 = C_2 \cdot (T_{\text{вих.2}} - T_{\text{вх.2}}) = C_2 \cdot \delta T_2; \quad (6.30)$$

$$\Phi = \bar{k} \cdot \overline{\Delta T} \cdot A. \quad (6.31)$$

Розглянемо випадок, коли $\Delta T_{\bar{\delta}}/\Delta T_M < 2$. У цьому разі розподіл різниці температур можна вважати лінійним. Тоді середня різниця температур

$$\overline{\Delta T} = \frac{\Delta T_{\bar{\delta}} + \Delta T_M}{2} = \left(\frac{T_{\text{ex.1}} + T_{\text{вух.1}}}{2} - \frac{T_{\text{вух.2}} + \Delta T_{\text{ex.2}}}{2} \right). \quad (6.32)$$

Згідно з (6.30)

$$T_{\text{вух.1}} = T_{\text{ex.1}} - \Phi/C_1, \quad T_{\text{вух.2}} = T_{\text{ex.2}} + \Phi/C_2. \quad (6.33)$$

Підставивши (6.33) у (6.32), отримаємо

$$\overline{\Delta T} = (T_{\text{ex.1}} - T_{\text{ex.2}}) - \left(\frac{1}{2C_1} + \frac{1}{2C_2} \right) \cdot \Phi. \quad (6.34)$$

Підставивши (7.34) у (7.31), отримаємо

$$\Phi = \frac{T_{\text{ex.1}} - T_{\text{ex.2}}}{\frac{1}{\bar{k} \cdot A} + \frac{1}{2 \cdot C_1} + \frac{1}{2 \cdot C_2}}. \quad (6.35)$$

Визначивши за формулою (6.35) тепловий потік Φ , за формулами (6.33) знаходимо температури теплоносіїв на виході з теплообмінного апарата.

Така методика розрахунків є наближеною.

6.4.2. Розрахунок кінцевих температур теплоносіїв при проточці

Згідно з формулою (6.18)

$$\begin{aligned} \Delta T_{\text{вух}} &= \Delta T_{\text{ex}} \cdot e^{-m \cdot k \cdot A}; \\ T_{\text{вух.1}} - T_{\text{вух.2}} &= (T_{\text{ex.1}} - T_{\text{ex.2}}) \cdot e^{-k \cdot A \cdot (1/C_1 + 1/C_2)}; \\ \frac{T_{\text{вух.1}} - T_{\text{вух.2}}}{T_{\text{ex.1}} - T_{\text{ex.2}}} - 1 &= e^{-\frac{k \cdot A}{C_1} \cdot (1 + C_1/C_2)} - 1; \end{aligned} \quad (6.36)$$

$$(T_{\text{ex.1}} - T_{\text{вух.1}}) + (T_{\text{вух.2}} - T_{\text{ex.2}}) = (T_{\text{ex.1}} - T_{\text{вух.2}}) \cdot \left[1 - e^{-\frac{k \cdot A}{C_1} \cdot (1 + C_1/C_2)} \right].$$

Оскільки $\delta T_1 = T_{\text{ex.1}} - T_{\text{вух.1}}$, $\delta T_2 = T_{\text{вух.2}} - T_{\text{ex.2}}$, $\Delta T_{\text{ex}} = T_{\text{ex.1}} - T_{\text{ex.2}}$, то

$$\delta T_1 + \delta T_2 = \Delta T_{\text{ex}} \cdot \left[1 - e^{-\frac{k \cdot A}{C_1} \cdot (1 + C_1/C_2)} \right]. \quad (6.37)$$

З рівняння теплового балансу

$$\Phi = C_1 \cdot \delta T_1 = C_2 \cdot \delta T_2 \quad (6.38)$$

впливає, що

$$\delta T_2 = \delta T_1 \cdot C_1/C_2. \quad (6.39)$$

Підставивши (6.39) у (6.37), отримаємо

$$\delta T_1 + \delta T_1 \cdot C_1/C_2 = \Delta T_{\text{ex}} \cdot \left[1 - e^{-\frac{k \cdot A}{C_1}(1+C_1/C_2)} \right];$$

$$\delta T_1 = \Delta T_{\text{ex}} \cdot \frac{1 - e^{-\frac{k \cdot A}{C_1}(1+C_1/C_2)}}{1 + C_1/C_2} = \Delta T_{\text{ex}} \cdot f_n \left(\frac{k \cdot A}{C_1}; \frac{C_1}{C_2} \right), \quad (6.40)$$

де $f_n \left(\frac{k \cdot A}{C_1}; \frac{C_1}{C_2} \right) = \frac{1 - e^{-\frac{k \cdot A}{C_1}(1+C_1/C_2)}}{1 + C_1/C_2}$.

Аналогічно

$$\delta T_2 = \Delta T_{\text{ex}} \cdot \frac{C_1}{C_2} \cdot \frac{1 - e^{-\frac{k \cdot A}{C_1}(1+C_1/C_2)}}{1 + C_1/C_2} = \Delta T_{\text{ex}} \cdot \frac{C_1}{C_2} \cdot f_n \left(\frac{k \cdot A}{C_1}; \frac{C_1}{C_2} \right). \quad (6.41)$$

Кількість переданої теплоти

$$\Phi = C_1 \cdot \delta T_1 = C_1 \cdot (T_{\text{ex.1}} - T_{\text{ex.2}}) \cdot f_n \left(\frac{k \cdot A}{C_1}; \frac{C_1}{C_2} \right). \quad (6.42)$$

6.4.3. Розрахунок кінцевих температур теплоносіїв при протитечії

Згідно з формулою (6.18)

$$\Delta T_{\text{вух}} = \Delta T_{\text{ex}} \cdot e^{-m \cdot k \cdot A}; \quad (6.43)$$

$$T_{\text{вух.1}} - T_{\text{ex.2}} = (T_{\text{ex.1}} - T_{\text{вух.2}}) \cdot e^{-k \cdot A / (C_1 - 1/C_2)};$$

$$\frac{T_{\text{вух.1}} - T_{\text{ex.2}}}{T_{\text{ex.1}} - T_{\text{вух.2}}} - 1 = e^{-\frac{k \cdot A}{C_1}(1 - C_1/C_2)} - 1.$$

Аналогічно викладкам для прямиотечії

$$\delta T_1 = \Delta T_{\text{ex}} \cdot \frac{1 - e^{-\frac{k \cdot A}{C_1} \left(1 - \frac{C_1}{C_2} \right)}}{1 - (C_1/C_2) \cdot e^{-\frac{k \cdot A}{C_1} \left(1 - \frac{C_1}{C_2} \right)}} = \Delta T_{\text{ex}} \cdot f_z \left(\frac{k \cdot A}{C_1}; \frac{C_1}{C_2} \right), \quad (6.44)$$

де $f_z \left(\frac{k \cdot A}{C_1}; \frac{C_1}{C_2} \right) = \frac{1 - e^{-\frac{k \cdot A}{C_1} \left(1 - \frac{C_1}{C_2} \right)}}{1 - (C_1/C_2) e^{-\frac{k \cdot A}{C_1} \left(1 - \frac{C_1}{C_2} \right)}}$.

Аналогічно

$$\delta T_2 = \Delta T_{\text{ex}} \cdot \frac{C_1}{C_2} \cdot \frac{1 - e^{-\frac{k \cdot A}{C_1} \left(1 - \frac{C_1}{C_2} \right)}}{1 - (C_1/C_2) \cdot e^{-\frac{k \cdot A}{C_1} \left(1 - \frac{C_1}{C_2} \right)}} = \Delta T_{\text{ex}} \cdot \frac{C_1}{C_2} \cdot f_z \left(\frac{k \cdot A}{C_1}; \frac{C_1}{C_2} \right). \quad (6.45)$$

Кількість переданої теплоти

$$\Phi = C_1 \cdot \delta T_1 = C_1 \cdot (T_{\text{ex.1}} - T_{\text{ex.2}}) \cdot f_z \left(\frac{k \cdot A}{C_1}; \frac{C_1}{C_2} \right). \quad (6.46)$$

6.4.4. Окремі випадки розрахунків кінцевих температур теплоносіїв

Якщо водяні еквіваленти потоків теплоносіїв рівні ($C_1 = C_2 = C$), то формула (6.18) набуває вигляду

$$T_{\text{ex.1}} - T_{\text{вух.1}} = T_{\text{вух.2}} - T_{\text{ex.2}}. \quad (6.47)$$

Тоді

$$T_{\text{вух.2}} = T_{\text{ex.1}} - T_{\text{вух.1}} + T_{\text{ex.2}}. \quad (6.48)$$

З рівнянь теплопередачі і теплового балансу (6.30), (6.31) виходить

$$T_{\text{вух.2}} = T_{\text{ex.1}} - \frac{C}{k \cdot A} \cdot (T_{\text{ex.1}} - T_{\text{вух.1}}). \quad (6.49)$$

Прирівнявши (6.48) до (6.49), отримаємо

$$\begin{aligned} T_{\text{ex.1}} - T_{\text{вух.1}} + T_{\text{ex.2}} &= T_{\text{ex.1}} - \frac{C}{k \cdot A} \cdot (T_{\text{ex.1}} - T_{\text{вух.1}}); \\ T_{\text{ex.1}} - T_{\text{вух.1}} = \delta T_1 &= \frac{T_{\text{ex.1}} - T_{\text{ex.2}}}{1 + C / (\bar{k} \cdot A)} = (T_{\text{ex.1}} - T_{\text{ex.2}}) \cdot \frac{\bar{k} \cdot A}{\bar{k} \cdot A + C}. \end{aligned} \quad (6.50)$$

Кількість переданої теплоти

$$\Phi = C_1 \cdot \delta T_1 = C \cdot (T_{\text{ex.1}} - T_{\text{ex.2}}) \cdot \frac{\bar{k} \cdot A}{\bar{k} \cdot A + C}. \quad (6.51)$$

Якщо гарячий теплоносій конденсується, то $T_{\text{ex.1}} = T_{\text{вух.1}} = T_1$, $C_1 \rightarrow \infty$.

Тоді

$$T_{\text{вух.2}} = T_1 - (T_1 - T_{\text{ex.2}}) \cdot e^{-\bar{k} \cdot A / C_2}. \quad (6.52)$$

Кількість переданої теплоти

$$\Phi = C_2 \cdot \delta T_2 = C_2 \cdot (T_1 - T_{\text{ex.2}}) \cdot (1 - e^{-\bar{k} \cdot A / C_2}). \quad (6.53)$$

Якщо холодний теплоносій кипить, то $T_{\text{ex.2}} = T_{\text{вух.2}} = T_2$, $C_2 \rightarrow \infty$. Тоді

$$T_{\text{вух.1}} = T_2 + (T_{\text{ex.1}} - T_2) \cdot e^{-\bar{k} \cdot A / C_1}. \quad (6.54)$$

Кількість переданої теплоти

$$\Phi = C_1 \cdot \delta T_1 = C_1 \cdot (T_{\text{ex.1}} - T_2) \cdot (1 - e^{-\bar{k} \cdot A / C_1}). \quad (6.55)$$

6.4.5. Порівняння кількості переданої теплоти при прямотечії і протитечії

На рис. 6.9 показано залежність співвідношення кількості переданої теплоти у ТОА з прямотечією Φ_n і протитечією Φ_z від комплексів $\bar{k} \cdot A / C_1$ і C_1 / C_2 .

З рисунка випливає, що при прямотечії неможливо передати більше теплоти, ніж при протитечії. Прямоточна і протиточна схеми течії можуть бути рівноцінні тільки при дуже великих або дуже малих значеннях C_1/C_2 або дуже малих значеннях комплексу $\bar{k} \cdot A/C_1$, тобто у випадках, коли:

- температура одного з теплоносіїв змінюється незначно, наприклад у випадку кипіння або конденсації;
- температурний напір великий порівняно зі змінням температури теплоносіїв.

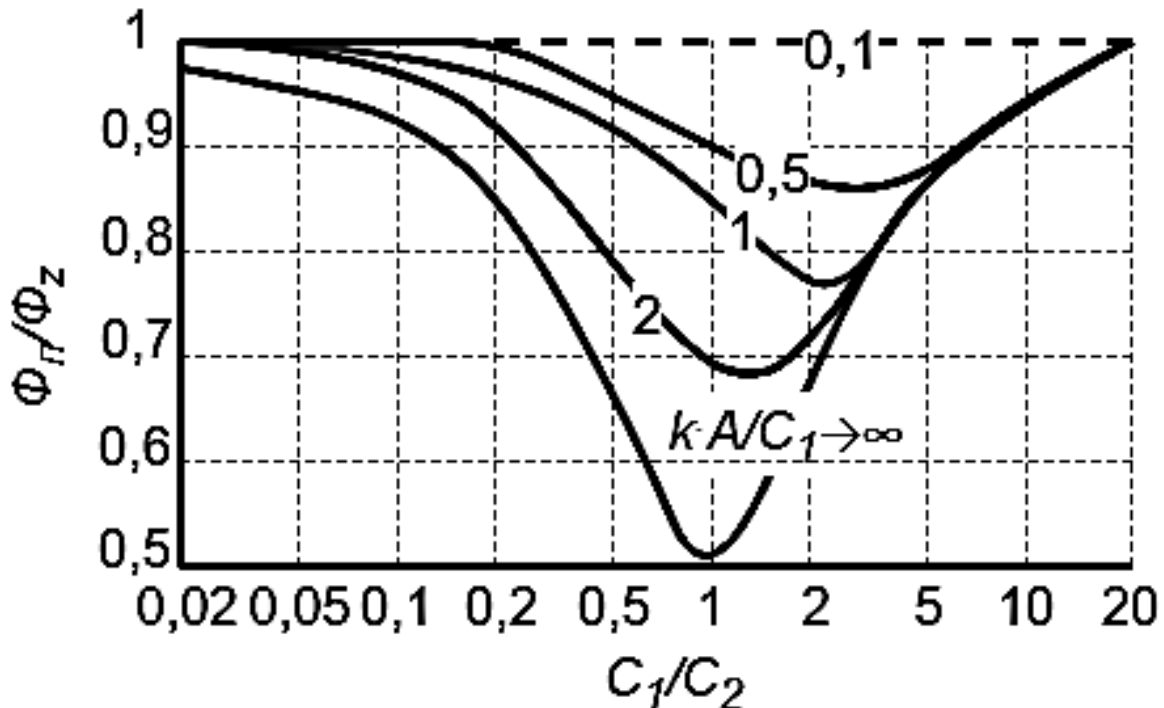


Рис. 6.9. Порівняння кількості переданої теплоти при прямотечії і протитечії $(\Phi_{пр}/\Phi_{з}) = f(kA/C_1; C_1/C_2)$

6.5. Визначення температур поверхні теплообміну

Розглянемо задачу визначення температур поверхні теплообміну у вигляді одношарової пласкої стінки. Система рівнянь тепловіддачі поверхонь і теплопровідності має вигляд

$$\begin{cases} \varphi = \alpha_1 \cdot (T_1 - T_{w,1}); \\ \varphi = \frac{\lambda}{\delta} \cdot (T_{w,1} - T_{w,2}); \\ \varphi = \alpha_2 \cdot (T_{w,2} - T_2), \end{cases} \quad (6.56)$$

де T_1, T_2 – температури теплоносіїв;

$T_{w,1}, T_{w,2}$ – температури стінок поверхні теплообміну;

δ – товщина стінки;

λ – коефіцієнт теплопровідності матеріалу стінки.

Розв'язавши систему рівнянь (6.56), отримаємо значення температур стінок поверхні теплообміну:

$$\begin{cases} T_{w.1} = \frac{(\alpha_1 \cdot \delta / \lambda + \alpha_1 / \alpha_2) \cdot T_1 + T_2}{1 + \alpha_1 \cdot \delta / \lambda + \alpha_1 / \alpha_2}; \\ T_{w.2} = \frac{(\alpha_2 \cdot \delta / \lambda + \alpha_2 / \alpha_1) \cdot T_2 + T_1}{1 + \alpha_2 \cdot \delta / \lambda + \alpha_2 / \alpha_1}. \end{cases} \quad (6.57)$$

При визначенні температур поверхні теплообміну у вигляді багат шарової пласкої стінки у формулах (6.57) замість λ і δ слід використовувати еквівалентний коефіцієнт тепловіддачі $\lambda_{екв}$ і сумарну товщину стінки.

Розглянемо задачу визначення температур поверхні теплообміну у вигляді одношарової циліндричної стінки. Для тонкостінної циліндричної стінки ($d_2/d_1 < 2$) система рівнянь тепловіддачі поверхонь і теплопровідності має вигляд

$$\begin{cases} \Phi = \alpha_1 \cdot A_1 \cdot (T_1 - T_{w.1}); \\ \Phi = \frac{\lambda}{\delta} \cdot A_{сер} \cdot (T_{w.1} - T_{w.2}); \\ \Phi = \alpha_2 \cdot A_2 \cdot (T_{w.2} - T_2), \end{cases} \quad (6.58)$$

де A_1 , A_2 , $A_{сер}$ – площа поверхонь теплообміну.

Розв'язавши систему рівнянь (6.58), отримаємо значення температур стінок поверхні теплообміну:

$$\begin{cases} T_{w.1} = \frac{T_1 \cdot (\alpha_1 \cdot A_1 / (\alpha_2 \cdot A_2) + \alpha_1 \cdot A_1 \cdot \delta / (\lambda \cdot A_{сер})) \cdot T_1 + T_2}{1 + \alpha_1 \cdot A_1 / (\alpha_2 \cdot A_2) + \alpha_1 \cdot A_1 \cdot \delta / (\lambda \cdot A_{сер})}; \\ T_{w.2} = \frac{T_2 \cdot (\alpha_2 \cdot A_2 / (\alpha_1 \cdot A_1) + \alpha_2 \cdot A_2 \cdot \delta / (\lambda \cdot A_{сер})) \cdot T_2 + T_1}{1 + \alpha_2 \cdot A_2 / (\alpha_1 \cdot A_1) + \alpha_2 \cdot A_2 \cdot \delta / (\lambda \cdot A_{сер})}. \end{cases} \quad (6.59)$$

Для товстостінної циліндричної стінки ($d_2/d_1 > 2$) система рівнянь тепловіддачі поверхонь і теплопровідності має вигляд

$$\begin{cases} \Phi = \alpha_1 \cdot A_1 \cdot (T_1 - T_{w.1}); \\ \Phi = \frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot L}{\ln(d_2/d_1)} \cdot (T_{w.1} - T_{w.2}); \\ \Phi = \alpha_2 \cdot A_2 \cdot (T_{w.2} - T_2), \end{cases} \quad (6.60)$$

де L – довжина стінки.

Розв'язавши систему рівнянь (6.60), отримаємо значення температур стінок поверхні теплообміну:

$$\begin{cases} T_{w,1} = \frac{T_1(\alpha_1 A_1 / (\alpha_2 A_2) + \alpha_1 A_1 \ln(d_2 / d_1) / (2\pi\lambda L)) T_1 + T_2}{1 + \alpha_1 A_1 / (\alpha_2 A_2) + \alpha_1 A_1 \ln(d_2 / d_1) / (2\pi\lambda L)}, \\ T_{w,2} = \frac{T_2(\alpha_2 A_2 / (\alpha_1 A_1) + \alpha_2 A_2 \ln(d_2 / d_1) / (2\pi\lambda L)) T_2 + T_1}{1 + \alpha_2 A_2 / (\alpha_1 A_1) + \alpha_2 A_2 \ln(d_2 / d_1) / (2\pi\lambda L)}. \end{cases} \quad (6.61)$$

Контрольні запитання

1. Які вимоги ставляться до теплообмінних апаратів?
2. Як поділяють теплообмінні апарати за способом передачі теплоти?
3. У чому різниця між регенеративними та рекуперативними теплообмінними апаратами?
4. У чому різниця між змішувальними і барботажними теплообмінними апаратами?
5. Класифікуйте рекуперативні теплообмінні апаратами за агрегатним станом теплоносіїв.
6. Які є види теплових розрахунків теплообмінних апаратів?
7. Запишіть основні рівняння теплового розрахунку рекуперативного теплообмінного апарата.
8. Яку величину називають «водяним еквівалентом»?
9. Назвіть основні схеми течії теплоносіїв у рекуперативних теплообмінних апаратах.
10. Опишіть метод визначення середньої різниці температур теплоносіїв у рекуперативних теплообмінних апаратах при простих схемах течії.
11. Опишіть метод визначення середньої різниці температур теплоносіїв у рекуперативних теплообмінних апаратах при складних схемах течії.
12. Опишіть методику наближеного розрахунку кінцевих температур теплоносіїв у рекуперативних теплообмінних апаратах.
13. Опишіть методику точного розрахунку кінцевих температур теплоносіїв у рекуперативних теплообмінних апаратах при проточній схемі течії теплоносіїв.
14. Опишіть методику точного розрахунку кінцевих температур теплоносіїв у рекуперативних теплообмінних апаратах при протиточній схемі течії теплоносіїв.
15. Які існують окремі випадки розрахунків кінцевих температур теплоносіїв у рекуперативних теплообмінних апаратах і як спрощуються ці розрахунки?

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Мухачев, Г. А. Термодинамика и теплопередача / Г. А. Мухачев, В. К. Щукин. – М. : Высш. шк., 1991. – 480 с.
2. Исаченко, В. П. Теплопередача : учеб. для втузов / В. П. Исаченко, В. А. Осипова, А. С. Сукомел. – М. : Энергоиздат, 1981 . – 416 с.
3. Михеев, М. А. Основы теплопередачи / М. А. Михеев. – М.; Л.: ГЭИ, 1956. – 390 с.
4. Бухмиров, В. В. Расчет коэффициента теплоотдачи: метод. указания к вып. практич. и лаб. занятий / В. В. Бухмиров. – Иваново : Иванов. гос. энергет. ун-т, 2007. – 39 с.
5. Костиков, О. Н. Термодинамика и теплообмен: консп. лекций / О. Н. Костиков. – Харьков: ХАИ, 2007. – 180 с.
6. Якоб, М. Вопросы теплопередачи / М. Якоб. – М.: Изд-во иностр. лит., 1960. – 520 с.

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, ІНДЕКСІВ І СКОРОЧЕНЬ.....	3
Лекція 1. ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ ТЕОРІЇ ТЕПЛООБМІНУ.....	6
1.1. Вступ.....	6
1.2. Види теплообміну.....	7
1.3. Середовище теплообміну.....	8
1.4. Методи вивчення теплообміну.....	9
1.5. Температурне поле.....	10
1.6. Тепловий потік.....	12
Контрольні запитання.....	12
Лекція 2. ТЕПЛОПРОВІДНІСТЬ.....	12
2.1. Основний закон теплопровідності.....	12
2.2. Диференціальне рівняння теплопровідності.....	13
2.3. Умови однозначності для процесів теплопровідності.....	15
2.4. Стаціонарна теплопровідність.....	16
2.4.1. Загальні умови.....	16
2.4.2. Теплопровідність пласкої стінки.....	16
2.4.3. Теплопровідність циліндричної стінки.....	19
2.4.4. Теплопровідність кульової стінки.....	23
2.4.5. Теплопровідність тіл неправильної форми.....	24
Контрольні запитання.....	24
Лекція 3. КОНВЕКЦІЯ І КОНВЕКТИВНИЙ ТЕПЛООБМІН.....	25
3.1. Конвекція і система рівнянь конвективного теплообміну.....	25
3.2. Тепловіддача. Закон Ньютона–Ріхмана. Рівняння тепловіддачі.....	26
3.3. Вільна і вимушена конвекція.....	26
3.4. Гідродинамічний і тепловий примежові шари.....	27
3.4.1. Гідродинамічний примежовий шар.....	27
3.4.2. Тепловий примежовий шар.....	27
3.4.3. Примежові шари при вільній конвекції.....	28
3.5. Ламінарний і турбулентний режими течії.....	28
3.6. Основи теорії подібності.....	30
3.7. Аналіз розмірностей при дослідженні тепловіддачі.....	33
3.8. Тепловіддача пласкої поверхні при вимушеній конвекції.....	36

3.8.1. Постановка задачі	36
3.8.2. Теплообмін на ділянці ламінарного примежового шару	37
3.8.3. Теплообмін на ділянці турбулентного примежового шару	38
3.9. Тепловіддача пласкої поверхні при високій швидкості потоку газу .	38
3.10. Тепловіддача при вимушеній конвекції у каналах	40
3.10.1. Примежовий шар при вимушеній конвекції у каналах.....	40
3.10.2. Тепловіддача при вимушеній конвекції у каналах при ламінарній течії	43
3.10.3. Тепловіддача при вимушеній конвекції у каналах при турбулентній течії	44
3.10.4. Тепловіддача при вимушеній конвекції у каналах при перехідному режимі течії	45
3.10.5. Визначення теплового потоку тепловіддачі конвекції у каналах.....	45
3.11. Тепловіддача при поперечному обтіканні одиночної труби	46
3.12. Тепловіддача при поперечному обтіканні пучків труб	48
3.13. Тепловіддача при вільному русі рідини	50
3.14. Теплообмін при вільному русі рідини в обмеженому просторі.....	51
Контрольні запитання.....	51
Лекція 4. ТЕПЛООБМІН ПРИ ФАЗОВИХ ПЕРЕТВОРЕННЯХ.....	53
4.1. Теплообмін при кипінні.....	53
4.1.1. Класифікація процесів кипіння	53
4.1.2. Розрахунок коефіцієнтів тепловіддачі при бульбашковому кипінні.....	55
4.1.3. Розрахунок коефіцієнтів тепловіддачі при плівковому кипінні ...	56
4.1.4. Кипіння при русі рідини в трубах	57
4.2. Теплообмін при конденсації	58
4.2.1. Класифікація процесів конденсації.....	58
4.2.2. Розрахунки процесів плівкової конденсації	59
4.2.3. Розрахунки процесів крапельної конденсації	61
4.2.4. Тепловіддача при конденсації пари в каналах	62
Контрольні запитання.....	62
Лекція 5. ТЕПЛООБМІН ВИПРОМІНЮВАННЯМ	63
5.1. Основні поняття і визначення.....	63
5.2. Види променевих потоків.....	64

5.3. Кутова густина і яскравість випромінювання	65
5.4. Закони теплового випромінювання	66
5.4.1. Закон випромінювання Планка	66
5.4.2. Закон випромінювання Релея–Джинса	68
5.4.3. Закон зміщення Віна	68
5.4.4. Закон випромінювання Стефана–Больцмана	68
5.4.5. Закон випромінювання Кірхгофа	69
5.4.6. Закон Ламберта	69
5.5. Чорні температури	69
5.6. Променевий теплообмін між тілами	70
5.7. Променевий теплообмін між тілами за наявності екранів	72
5.8. Теплообмін випромінюванням між газом і оболонкою	73
Контрольні запитання	76
Лекція 6. ТЕПЛООБМІННІ АПАРАТИ	77
6.1. Класифікація теплообмінних апаратів	77
6.2. Основні положення і рівняння теплового розрахунку	79
6.3. Середня різниця температур і методи її обчислення	82
6.3.1. Основні схеми течій теплоносіїв у рекуперативному ТОВА	82
6.3.2. Різниця температур теплоносіїв при прямотечії	82
6.3.3. Різниця температур теплоносіїв при протитечії	83
6.3.4. Середня різниця температур при прямотечії і протитечії	84
6.3.5. Середня різниця температур при складних схемах течії теплоносіїв	84
6.4. Розрахунок кінцевих температур теплоносіїв	85
6.4.1. Наближена методика розрахунку кінцевих температур теплоносіїв	85
6.4.2. Розрахунок кінцевих температур теплоносіїв при прямотечії	86
6.4.3. Розрахунок кінцевих температур теплоносіїв при протитечії	87
6.4.4. Окремі випадки розрахунків кінцевих температур теплоносіїв ..	88
6.4.5. Порівняння кількості переданої теплоти при прямотечії і протитечії	88
6.5. Визначення температур поверхні теплообміну	89
Контрольні запитання	91
БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК	92

Навчальне видання

**Єпіфанов Костянтин Сергійович
Гакал Павло Григорійович
Михайленко Тарас Петрович**

ТЕРМОДИНАМІКА І ТЕПЛООБМІН

Частина 2

ТЕПЛООБМІН

Редактор Н. М. Сікульська

Зв. план, 2022

Підписано до друку 31.01.2023

Формат 60x84 1/16. Папір офс. Офс. друк

Ум. друк. арк. 5,3. Обл.-вид. арк. 6. Наклад 20 пр.

Замовлення 117. Ціна вільна

Видавець і виготовлювач

Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського

«Харківський авіаційний інститут»

61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17

<http://www.khai.edu>

Видавничий центр "ХАІ"

61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17

izdat@khai.edu

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів
видавничої продукції сер. ДК № 391 від 30.03.2001