

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського  
«Харківський авіаційний інститут»

**А. М. Анікін**

**ОСНОВИ ПРОЄКТУВАННЯ ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ**

Навчальний посібник до курсового проєктування

Харків «ХАІ» 2022

УДК 681.518.3.01(075.8)  
А67

Рецензенти: д-р техн. наук, проф. Н. В. Доценко,  
канд. техн. наук, доц. І. В. Ільїна

**Анікін, А. М.**

А67 Основи проєктування засобів вимірювальної техніки [Текст] : навч. посіб. до курс. проєктування / А. М. Анікін. – Харків : Нац. аерокосм. ун-т ім. М. Є. Жуковського «Харків. авіац. ін-т», 2022. – 48 с.

ISBN 978-966-662-906-0

Розглянуто основні поняття, термінологію, етапи й види процесу проєктування, а також найбільш поширені види критеріїв, що застосовуються під час проєктування. Наведено основні поняття оптимізації, алгоритми оптимізації та їх застосування. Описано математичні моделі, їх властивості, класифікацію та застосування.

Для студентів, які навчаються за спеціальностями 175 «Методологія та інформаційно-вимірювальна техніка» і 176 «Мікро- та наносистемна техніка».

Іл. 18. Табл. 3. Бібліогр.: 7 назв

**УДК 681.518.3.01(075.8)**

© Анікін А. М., 2022  
© Національний аерокосмічний  
університет ім. М. Є. Жуковського  
«Харківський авіаційний інститут», 2022

ISBN 978-966-662-906-0

## ЗМІСТ

1 ПРОЄКТУВАННЯ.....	5
1.1 Поняття, означення.....	5
1.2 Запропоновані вимоги до проєктів технічних систем (показники якості).....	5
1.3 Багатоваріантність під час проєктування.....	7
1.4 Системний підхід під час проєктування.....	8
1.5 Типова логічна схема процесу проєктування.....	9
1.6 Види проєктування.....	10
1.7 Класифікація типових процедур проєктування.....	11
1.8 Параметри технічних систем.....	12
1.9 Принципи проєктування.....	12
Контрольні запитання.....	13
2 ОПТИМІЗАЦІЯ ПІД ЧАС ПРОЄКТУВАННЯ.....	13
2.1 Види вибору.....	14
2.2 Пряма або однокритеріальна оптимізація.....	14
2.3 Призначення обмежень.....	15
2.4 Постановка задач оптимізації.....	16
2.5 Окремі критерії.....	17
2.6 Адитивні критерії.....	17
2.7 Експертні оцінки під час визначення вагових коефіцієнтів.....	18
2.7.1 Метод ранжування.....	18
2.7.2 Метод приписування балів.....	19
2.8 Мультиплікативний критерій.....	20
2.9 Критерій форми функції.....	20
2.10 Мінімаксний критерій.....	21
2.11 Етапи пошуку екстремуму.....	22
2.12 Класифікація методів пошуку екстремуму.....	23
2.13 Метод прямого перебору.....	25
2.14 Властивості унімодальної функції.....	25
2.15 Метод половинного розподілу.....	26
2.16 Методи випадкового пошуку.....	27
2.17 Метод координатного спуску-підйому.....	27

2.18	Метод градієнта.....	28
2.19	Метод найшвидшого спуску-підйому.....	28
	Контрольні запитання.....	29
3	МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ПІД ЧАС ПРОЄКТУВАННЯ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ.....	29
3.1	Вимоги до математичних моделей.....	30
3.2	Класифікація математичних моделей.....	31
3.3	Методика одержання математичних моделей.....	33
3.4	Імітаційне моделювання під час проєктування.....	34
3.5	Моделі апарату сіткового аналізу (моделі теорії графів).....	35
3.6	Статистичні моделі. Теорія планування експерименту.....	38
	Контрольні запитання.....	41
4	СИСТЕМИ АВТОМАТИЗОВАНОГО ПРОЄКТУВАННЯ.....	42
4.1	Техніко-економічні показники ефективності САПР.....	42
4.2	Базове забезпечення САПР.....	43
4.3	Основні принципи побудови САПР.....	45
	Контрольні запитання.....	46
	БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК.....	47

# 1 ПРОЄКТУВАННЯ

## 1.1 Поняття, означення

Проєктування – це процес складання опису, необхідного для створення об'єкта, шляхом перетворення первинного опису, оптимізації заданих характеристик об'єкта й алгоритму його функціонування, усунення некоректності первинного опису й послідовного подання опису об'єкта, що вивчається, на різних рівнях проєктування.

Процес проєктування реалізується відповідно до певного плану, що відображає черговість виконання основних проєктних процедур та операцій.

Під проєктною процедурою розуміють формалізовану сукупність дій, виконання яких закінчується проєктним рішенням (процедури контролю, оптимізації тощо).

Проєктним рішенням називають проміжний або кінцевий опис об'єкта проєктування, що є необхідним і достатнім для розгляду й визначення подальшого напрямку або закінчення проєктування.

Результат проєктування – сукупність проєктних рішень, що задовольняють заданим вимогам, необхідним для створення об'єкта проєктування.

Проєкт – сукупність документів відповідно до встановленого переліку, у якому наведено результат проєктування.

Проєктування розглядають як цілеспрямовану послідовність етапів прийняття рішення, унаслідок яких здійснюється побудова опису проєктованого об'єкта із заданим ступенем деталізації [1].

## 1.2 Запропоновані вимоги до проєктів технічних систем (показники якості)

Якість – це сукупність властивостей і характеристик продукції або послуг, що надають їм здатність задовольняти передбачувані потреби.

Характеристики якості можуть бути одиничними, тобто такими, що характеризують один параметр, або комплексними, тобто такими, що характеризують групу властивостей об'єктів проєктування.

Комплексний показник якості можна подати у вигляді множини

$$K = \{K_i\}, i = 1, \dots, n,$$

де  $K_i$  – одиничний показник, що входить до складу узагальненого показника;

$n$  – кількість одиничних показників, що входять до складу комплексного показника.

Нині використовуються такі показники якості технічних систем, з яких формується набір вимог під час проєктування систем (рисунок 1.1).



Рисунок 1.1 – Показники якості технічних систем

1. Показники функціонування характеризують корисний ефект від використання технічної системи й області її застосування.

2. Показники надійності відображають здатність технічних систем визначати властивості технічної системи, зберігати свою роботоздатність у заданому інтервалі часу з виконанням необхідного переліку завдань. Це показники безвідмовної роботи системи та показники живучості й довговічності.

3. Показники технологічності характеризують ефективність конструкторсько-технічних систем. До цієї групи показників належать:

- коефіцієнт використання металів;
- показники трудомісткості;
- коефіцієнт складання.

Коефіцієнт складання характеризує простоту складання й монтажу виробу й визначається формулою

$$K = \frac{Q_{кр}}{Q_3},$$

де  $Q_{кр}$  – кількість конструктивних рішень щодо виробу;

$Q_3$  – загальна кількість елементів, що входять до складу виробу.

4. Показники стандартизації та уніфікації характеризують ступінь використання в технічній системі стандартних виробів і рівень уніфікації їх складових частин. Цей показник характеризується коефіцієнтом повторюваності та коефіцієнтом застосовності.

Коефіцієнт повторюваності – це ступінь уніфікації складових частин виробу, що визначається формулою

$$K_{пов} = \frac{K_{заг} \sum K_{однотип}}{K_{заг}},$$

де  $K_{\text{заг}}$  – загальна кількість елементів проєктованої системи;  
 $\sum K_{\text{однотип}}$  – сума однотипних елементів у проєктованому виробі.

5. Ергономічні показники характеризують систему "людина – виріб – середовище – людина" та враховують комплекс психофізіологічних, антропологічних та інших властивостей людини, що виявляються у виробництві.

6. Естетичні показники характеризують дизайн проєктованої технологічної системи.

7. Патентно-правові показники характеризують ступінь захищеності конструкторських рішень у проєктній системі – у країні, за рубежом, а також її патентну частоту. Офіційний документ – патентний формуляр щодо патентної здатності виробу, у якому вказується, що і якими авторськими свідоцтвами було захищено.

Показник патентної частоти

$$H = \frac{(N - \sum Ni)}{N},$$

де  $N$  – загальна кількість складових у проєктованому виробі;

$Ni$  – кількість складових, що мають новизну.

8. Економічні показники характеризують витрати на розроблення, виготовлення й експлуатацію технічної системи.

Показники якості є основою в комплексі критеріїв, що використовуються для оцінювання прийнятих рішень на різних етапах проєктування технічної системи. Критерії можуть бути різними, що відповідно приводить до багатоваріантності проєктних рішень.

### 1.3 Багатоваріантність під час проєктування

Основне завдання, що виникає в проєктуванні, – це визначення, з одного боку, безлічі можливих кінцевих варіантів побудови технічної системи, а з іншого – безлічі варіантів, на основі яких можна побудувати технічну систему. Кожну технічну систему можна подати у вигляді  $N$ -ї кількості ієрархічних рівнів (рисунок 1.2).

Для якісного вирішення завдань багатоваріантності необхідно ретельно вибирати одиничні критерії або узагальнений критерій якості, з огляду на який буде визначатися оптимальний варіант проєктованої технічної системи.

Оптимальний варіант технічної системи слід оцінювати з системних позицій, розглядаючи проєктовану систему як комплекс взаємозалежних блоків, вузлів, елементів тощо.

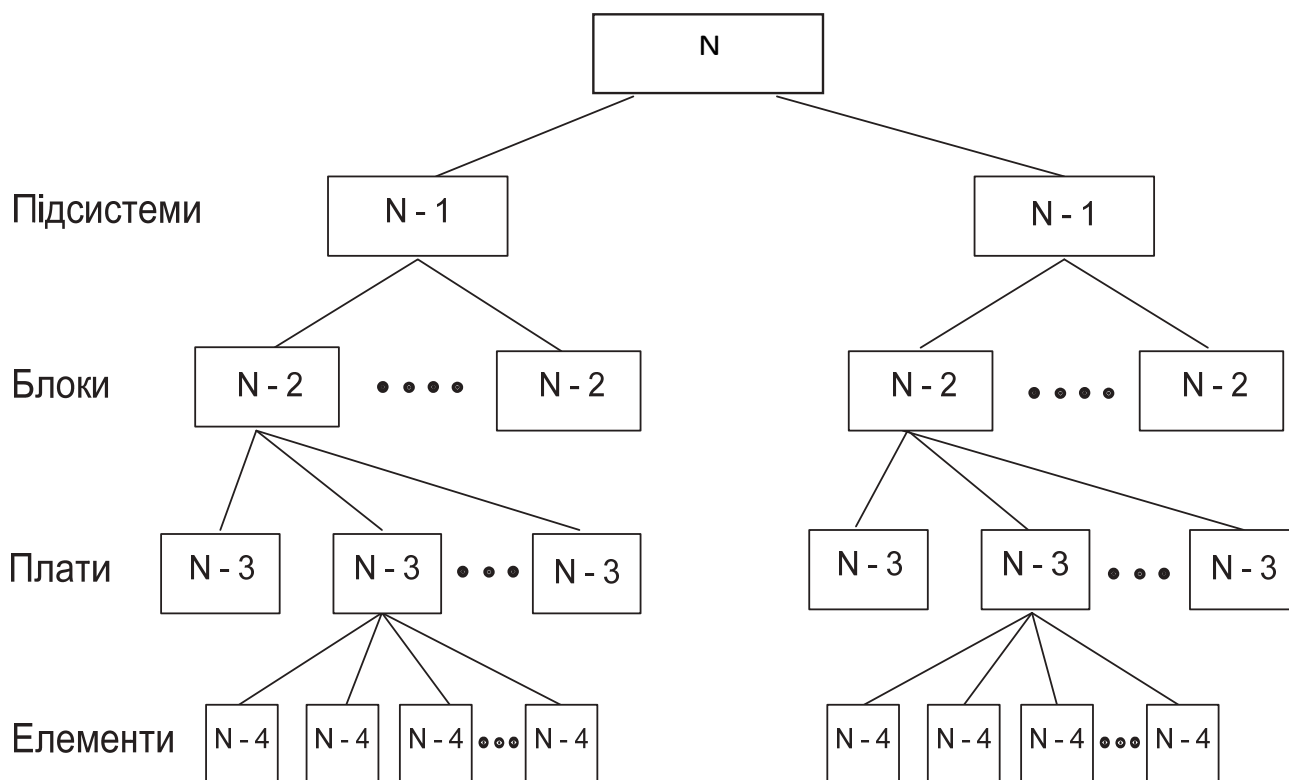


Рисунок 1.2 – Система ієрархічних рівнів під час розбиття системи

#### 1.4 Системний підхід під час проєктування

Системний підхід – це метод аналізу об'єктів у процесі проєктування із системних позицій. Його застосування пов'язане з вирішенням двох завдань:

- раціональне розбиття проєктованої системи на складові частини;
- прийняття оптимального рішення.

Основи системного підходу – це критерії, узяті з позиції оцінювання технічної системи як частини системи більш високого рівня й проєктування технічної системи як єдиного цілого, що складається із блоків, вузлів, елементів тощо, що мають єдиний характер функціонування.

При системному підході будь-який проєктований об'єкт розглядається як деяка система, яку можна розбити на  $n$ -ту кількість підсистем.

Кожну із цих підсистем можна розбити на підсистеми нижчого рівня, тобто на елементи, внутрішня структура яких не становить інтересу для вирішення завдань певного рівня, але властивості підсистеми нижчого рівня впливають на інші підсистеми й систему в цілому.

Очевидно, що отримані ієрархії рівнів містять дуже велику кількість підсистем. Під час вирішення технічних завдань на практиці зазвичай обмежуються мінімумом підсистем з наявністю підсистеми на два рівні вище або нижче порівняно з рівнем, який розглядається [2].



## 1.5 Типова логічна схема процесу проєктування

**Етап 1. Технічне завдання (ТЗ).** Розробляється виконавцем. Основний документ для розроблення проєктованої технічної системи, що містить техніко-економічне обґрунтування для розроблення й основні вимоги, пропонувані до системи.

Технічне завдання складається з таких розділів:

- підстава для проведення робіт;
- мета й призначення роботи;
- перелік вихідних даних;
- вимоги до кінцевого результату;
- вимоги до умов експлуатації;
- етапи виконання робіт;
- плановані показники ефективності;
- порядок контролю та здавання робіт.

**Етап 2. Технічна пропозиція.** Формується завдання й визнається напрямок пошуку рішення. Вибирається найкраще рішення на основі аналізу техніко-економічних показників. Технічна пропозиція – сукупність конструкторських документів, які мають містити уточнені технічні та техніко-економічні обґрунтування доцільності розроблення документації виробу на основі аналізу технічного завдання замовника та різних варіантів можливих конструктивних рішень, порівняльного оцінювання рішень з урахуванням конструктивних та експлуатаційних особливостей розроблюваного та існуючих виробів та інших показників.

**Етап 3. Попереднє або пошукове проєктування** починається з вибору структури об'єкта та засобів її реалізації, а також визначення характеристик об'єкта та блоків, з яких він складається.

Складається з таких розділів:

- загальне положення, призначення створюваної технічної системи, область застосування, основні блоки проєктованої структури та їх взаємозв'язок;
- аналіз можливих варіантів побудови системи;
- обґрунтування й опис вибраного варіанта побудови технічної системи;
- техніко-економічне обґрунтування;
- уточнення вимог до переліку робіт на наступних стадіях розроблення технічної системи.

**Етап 4. Ескізне проєктування.** Сукупність конструкторських документів, які містять принципові конструкторські рішення, що дають загальне уявлення про пристрій і принцип роботи проєктованої системи, а також основні визначальні параметри системи.

**Етап 5. Технічне проєктування.** Сукупність конструкторських документів, що містять остаточне технічне рішення і дають повне уявлення про

пристрій і принцип роботи проєктованого виробу.

Технічне проєктування містить таке:

- вихідні дані для розроблення робочої документації;
- принципові схеми;
- розрахунок витрат на виготовлення й експлуатацію технічної системи.

**Етап 6. Розроблення робочої документації.** Уточнення й коректування технічної документації за результатами випробування дослідних зразків, розроблення робочої документації.

Розроблення робочої документації полягає у виконанні креслень з технічними умовами до виготовлення й експлуатації, що містять усі дані, необхідні для виготовлення й контролю виробів, а також складальних креслень.

## 1.6 Види проєктування

**Зовнішнє проєктування** – це частина проєктування, що складається з виконання попередніх досліджень, формування вихідного варіанта технічного завдання на проєктування складної технічної системи, його подальшого уточнення й коректування на результат внутрішнього проєктування.

Мета зовнішнього проєктування – збір, оброблення, аналіз та узагальнення інформації, необхідної для формування технічного завдання.

**Внутрішнє проєктування** – частина проєктування, пов'язана з подальшою реалізацією сформованого технічного завдання.

Мета внутрішнього проєктування – доведення до логічного кінця завдань і вимог до об'єкта проєктування, сформованих у технічному завданні.

**Висхідне проєктування** – проєктування знизу вгору. Це проєктування, коли виконання процедур з отримання описів низьких ієрархічних рівнів передують виконанню процедур з отримання описів високих рівнів. Таке проєктування є характерним для уніфікованих об'єктів, призначених для багатьох застосувань.

**Спадне проєктування** – проєктування зверху вниз. Це проєктування, коли спочатку створюються описи об'єкта на більш високих рівнях, а потім уже на більш низьких.

При спадному проєктуванні система розробляється в умовах, коли її елементи є ще невизначеними, а відомості про їх можливості та властивості мають імовірнісний характер. При висхідному проєктуванні, навпаки, елементи створюються раніше систем, а ймовірнісний характер мають вимоги до системи.

В обох випадках мають місце відхилення від оптимального варіанта через наявність невизначеності та неповної інформації. На практиці зазвичай застосовується комбінований метод, що складається із цих двох.

## 1.7 Класифікація типових процедур проєктування

Проектна процедура називається типовою, якщо вона призначена для багаторазового застосування під час проєктування різних класів об'єктів (рисунок 1.3).

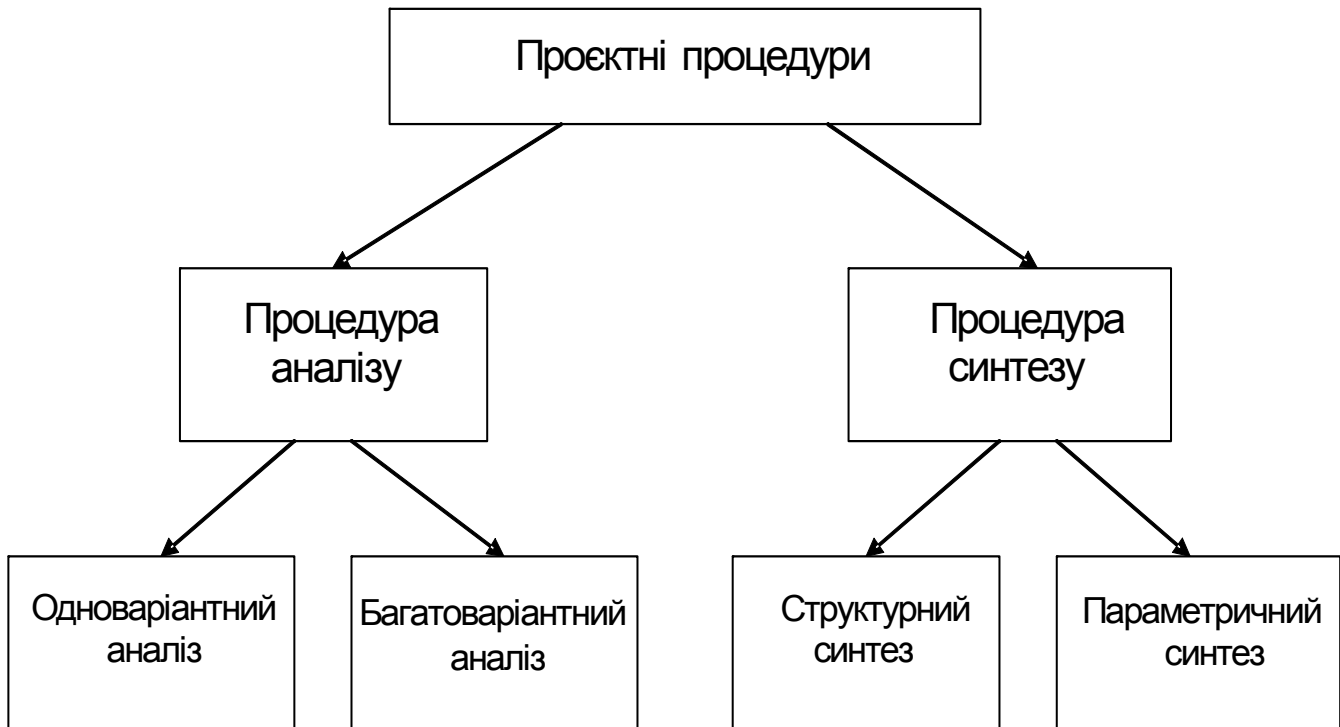


Рисунок 1.3 – Класифікація типових процедур проєктування

**Синтез** – це з'єднання окремих елементів у проєктованій системі як єдине ціле і створення опису об'єкта.

Таким чином, при синтезі створюються проєкти технічних систем, а при аналізі вони оцінюються.

Продукти синтезу підрозділяються на процедури структурного й параметричного синтезу.

Метою структурного синтезу є визначення структури об'єкта проєктування, що складається з вузлів, блоків, і топології зв'язку між блоками в проєктованому об'єкті.

Параметричний синтез полягає у визначенні числових значень параметрів елементів, блоків при вже визначеній структурі об'єкта.

**Аналіз** – визначення властивостей об'єкта проєктування і дослідження його роботоздатності відповідно до опису.

Одноваріантний аналіз полягає в дослідженні властивостей об'єкта в деякій області простору внутрішніх параметрів, багатоваріантний – у дослідженні властивостей об'єкта в деякій області простору внутрішніх пара-

метрів, значення яких є неоднозначними і знаходяться в певному діапазоні.

## 1.8 Параметри технічних систем

Відповідно до проєктованої технічної системи та її цільового призначення встановлюються режими робіт та експлуатації цієї системи за допомогою таких параметрів:

**1. Вихідні параметри** – кількісні показники, що характеризують одну або кілька функцій проєктованої системи.

**2. Внутрішні параметри** – параметри складових об'єкта проєктування.

**3. Зовнішні параметри** – параметри зовнішнього відносно об'єкта проєктування середовища (розбіжність температур, наявність механічних та електромагнітних впливів тощо).

Загальний взаємозв'язок між вихідними, внутрішніми та зовнішніми параметрами можна показати у вигляді обмежень.

Припустимо, що маємо вектори значень вихідних  $Y$ , внутрішніх  $X$  і зовнішніх  $Q$  параметрів:

$$\begin{aligned} Y &= \{y_1, y_2, \dots, y_n\}; \\ X &= \{x_1, x_2, \dots, x_n\}; \\ Q &= \{q_1, q_2, \dots, q_n\}. \end{aligned}$$

Тоді взаємозв'язок між цими параметрами можна подати в такому вигляді:

$$Y = F(x, q).$$

Отримана залежність належить до будь-якого класу об'єкта проєктування і є спрощеним варіантом математичної моделі [1].

## 1.9 Принципи проєктування

Існує п'ять принципів проєктування:

**1. Декомпозиційний принцип.** Для проєктування складних технічних систем характерним є декомпозиційний принцип, тобто розбиття системи можна здійснювати за кількісними ознаками, за ступенем подробности або деталізації розглядуваного об'єкта тощо.

З математичної точки зору декомпозиційний підхід дає змогу звести одну задачу великої розмірності до декількох задач меншої розмірності й розв'язати задачу шляхом розв'язання отриманих окремих задач.

**2. Ієрархічний принцип.** Розбиття за ступенем подробности проєктованого об'єкта приводить до ієрархічного принципу, тобто проєктування характеризується етапами або рівнями проєктування, чим складніше завдання, тим більше рівнів проєктування: те, що на певному рівні було системою, на наступному стає підсистемою або елементом.

**3. Ітераційний принцип.** Перевірку правильності проєктних рішень і відповідності необхідним параметрам треба забезпечити ще до виготовлення дослідного зразка. Послідовні наближення до виконання заданої вимоги й оптимізації на кожному етапі проєктування є суттю ітераційного методу проєктування. Ітерації можуть виконуватися як усередині одного етапу, так і між декількома етапами.

**4. Принцип уніфікації.** Уніфікація спрощує процес проєктування й дає можливість подавати об'єкт проєктування в більш компактному вигляді. Основний ланцюг – мінімізація складових частин об'єкта проєктування.

**5. Принцип контрольованості.** Контроль може бути об'єднаним з етапами проєктування або бути окремою процедурою на кожному етапі. Процедуру контролю називають верифікацією.

### **Контрольні запитання**

1. Поняття проєктування. Проєктна процедура. Проєкт.
2. Показники якості під час проєктування.
3. Показники ефективності та надійності.
4. Показники технологічності та стандартизації.
5. Показники ергономічності й естетичності.
6. Показники патентно-правові й економічні.
7. Поняття багатоваріантності під час проєктування.
8. Поняття системного підходу до проєктування.
9. Типова логічна схема процесу проєктування.
10. Технічне завдання.
11. Висхідне, спадне проєктування. Переваги й недоліки.
12. Внутрішнє та висхідне проєктування.
13. Класифікація типових процедур проєктування.
14. Параметри технічних систем. Вихідні, внутрішні, зовнішні параметри.
15. Декомпозиційний принцип проєктування.
16. Ієрархічний принцип проєктування.
17. Ітераційний принцип проєктування.
18. Принцип уніфікації проєктування.
19. Принцип контрольованості проєктування.

## **2 ОПТИМІЗАЦІЯ ПІД ЧАС ПРОЄКТУВАННЯ**

Оптимізація об'єкта технічної системи – це вибір найкращого варіанта з безлічі можливих. Вибір здійснюється відповідно до взятих критеріїв.

Якщо область оптимізації обмежити завданнями практики, то можна виділити два основні правила:

- одержання бажаного ефекту при мінімальних витратах;

- одержання максимального ефекту при використанні заданих ресурсів. Оптимізація є можливою, коли існують різні варіанти проєктованого об'єкта й різні критерії вибору.

## 2.1 Види вибору

Вибір є основою при оптимізації. Вагомість вибраного рішення залежить від способу вибору. Рішення може прийматися на основі різного роду вибору: критеріального, вольового і випадкового.

**Критеріальний вибір** – це раціоналізація дії, пов'язаної із прагненням використати критерії вибору, для яких необхідно мати елементи множини, з яких можна вибрати оптимальний елемент цієї множини; наявність повної інформації стосовно всього комплексу критеріїв.

**Вольовий вибір** – усвідомлений і відповідальний вибір в умовах недостатньої повноти комплексу критеріїв. Вольовий вибір здійснюється, коли немає повного переліку необхідних критеріїв (значення по всьому переліку) і є необхідність заповнення інформаційного пробілу при повному розумінні ризику такої ситуації. У цьому випадку виявляється така дилема розроблювача, керівника:

- 1) заповнення інформаційного пробілу завдяки інтуїції та особистих якостей особи, що приймає рішення;
- 2) для зменшення ризику при прийнятті рішення зважитися на подальший пошук відсутніх значень критеріїв, але при цьому втрати часу є неминучими.

**Випадковий метод проб і помилок.** Може бути використаний при повній відсутності інформації про проєктований об'єкт. Рішення приймаються випадковим чином.

## 2.2 Пряма або однокритеріальна оптимізація

Пряма оптимізація застосовується у випадку розв'язання простих задач і пов'язана з використанням ліквідного критерію як бази для оцінювання вибору проєктованої системи.

Нехай будь-яка технічна система належить до якоїсь множини технічних характеристик. Відомою є також основа оцінювання величини  $X$ . Залежність між вхідними величинами ( $X$ ) і вихідною величиною ( $Y$ ) – теж відома.

Цільова функція – це скалярна функція одного або декількох керованих параметрів, що характеризує якість системи, що оптимізується (рисунок 2.1).

Якщо екстремум цільової функції шукається в необмеженій області визначення керованих параметрів, то його називають безумовним.

Якщо ж область пошуку є обмеженою, то маємо справу з умовним екстремумом цільової функції.

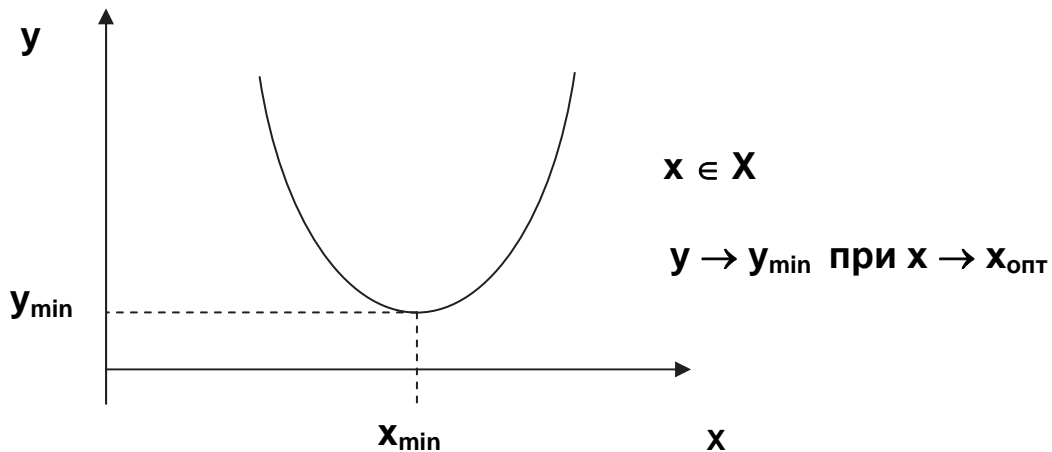


Рисунок 2.1 – Графік функції при однокритеріальній оптимізації

Керовані параметри – це внутрішні та зовнішні параметри, значення яких можуть змінитися в процесі оптимізації та є аргументами цільової функції, тобто вихідної характеристики.

Околом точки  $\mathbf{x}$  називають множину точок  $\mathbf{S}$ , які знаходяться від точки  $\mathbf{x}'$  на відстані, що не перевищує  $\mathbf{S}(\mathbf{x})$  на будь-яке задане значення  $\varepsilon$ :

$$\mathbf{S}(\mathbf{x}) = \{|\mathbf{x}' - \mathbf{x}| < \varepsilon\},$$

де  $|\mathbf{x}' - \mathbf{x}|$  – норма вектора, що ототожнює собою відстань між цими двома точками.

Максимумом або мінімумом функції  $\mathbf{F}(\mathbf{x})$  називають її значення в точці  $\mathbf{F}(\mathbf{x}^*)$ , при якому для будь-якої точки  $\mathbf{x}$  виконується відповідно одна з таких нерівностей:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) - \mathbf{F}(\mathbf{x}^*) < 0;$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) - \mathbf{F}(\mathbf{x}^*) > 0.$$

Значення цільової функції у точці  $\mathbf{x}^*$  (**min** або **max**) – це локальний екстремум функції. Їх може бути кілька в аналізованому інтервалі дослідження.

Глобальним екстремумом називають точку, у якій цільова функція набуває найбільшого або найменшого значення серед усіх локальних екстремумів, що лежать в області допустимих розв'язків.

### 2.3 Призначення обмежень

Під час постановки задач оптимізації враховування обмежень найчастіше є принципово необхідним. Обмеження звужують область пошуку, і локальний екстремум стає умовним. Наприклад, якщо є така вихідна характеристика, яку зображено на рисунку 2.2, то неможливо визначити її мінімум або максимум доти, доки до неї не будуть застосовані обмеження. Наприклад, величина  $\mathbf{X}$  змінюється в діапазоні від 2 до 8, тоді пошук екстремуму буде коректним.

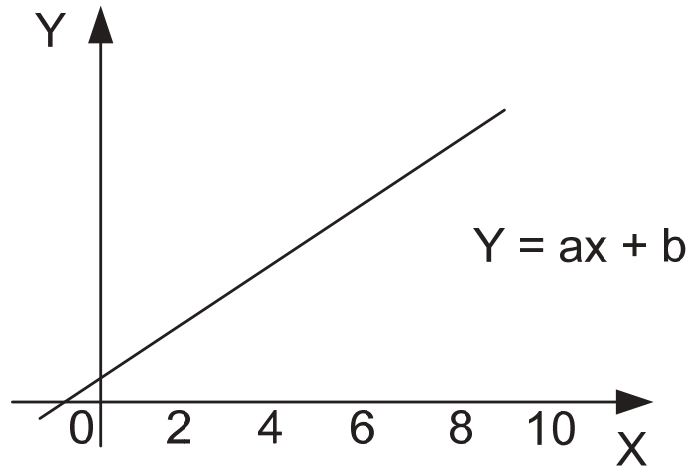


Рисунок 2.2 – Вихідна характеристика без обмежень

Розрізняють прямі й функціональні обмеження.

Прямі обмеження мають вигляд нерівностей

$$X_{\min} < X_i < X_{\max}, \quad i = 0, 1, 2, 3 \rightarrow n,$$

де  $X_{\min}$  і  $X_{\max}$  – мінімальне й максимальне значення параметра;

$n$  – кількість керованих параметрів, тобто прямі обмеження, що накладаються на вхідні керовані або зовнішні параметри.

Функціональне обмеження являє собою умови роботоздатності вихідних параметрів, що не ввійшли в цільову функцію:

$$Y_1 = 0, \quad Y_2 < Y_i.$$

Прямі й функціональні обмеження формують допустиму область пошуку розв'язків.

Приклад:

$$Y = X_1 + 3X_2 - 4X_3 \dots$$

Прямі обмеження вигляду  $X_1 < 3$ ,  $X_2 > 4$ ,  $X_3 \geq 5$  легше виконати.

Умови роботоздатності – це необхідні співвідношення між технічними вимогами до вихідних параметрів і величинами цих вихідних параметрів.

## 2.4 Постановка задач оптимізації

Оптимізація має дві складові:

1. Постановка задачі, формулювання поняття «оптимальний».
2. Розв'язання задачі, що вже має математичний опис.

Постановка задачі складається з таких етапів:

- вибір цільової функції та керованих параметрів;
- визначення обмежень;
- нормування керованих і вихідних параметрів.

Під час вибору цільової функції основною проблемою є те, що цільова функція (або критерій оптимізації) має векторний характер критеріїв оптимізації (багатокритеріальність), причому збільшення одного з вихідних па-



раметрів зазвичай приводить до зменшення іншого, тому що всі вихідні параметри є функціями тих самих керованих параметрів  $i$ , отже, не можуть відрізнятися один від одного.

Також вихідні параметри називаються конфліктними.

Цільова функція має бути одна. За наявності кількох цільових функцій необхідно виконати зв'язання, тобто звести багатокритеріальну задачу до однокритеріальної, наклавши на інші критерії функціональні обмеження.

Розглянемо окремі, адитивні, мультиплікативні та мінімаксні критерії.

## 2.5 Окремі критерії

Окремі критерії застосовуються тоді, коли серед вихідних параметрів можна виокремити один основний, який найбільш повно відображає ефективність проєктованої системи. Цей параметр беруть за цільову функцію. Умови роботи всіх інших вихідних параметрів записують у вигляді функціональних обмежень.

У цьому випадку задача оптимізації має такий вигляд:

$$F(x) \rightarrow (\max(\min)) \text{ при } x \rightarrow x_{\text{опт}}.$$

Перевага – простота реалізації, а недолік – відносно невелика точність і неповна відповідність технічному завданню.

## 2.6 Адитивні критерії

Цільова функція адитивного критерію утворюється внаслідок додавання нормованих значень окремих критеріїв, тому що окремі критерії мають різну розмірність, і під час формування узагальненого адитивного критерію слід оперувати не фактичними, а нормованими значеннями окремих критеріїв.

Нормовані значення являють собою відношення фактичного окремого критерію до деякої величини, що вимірюється в тих самих одиницях, що й сам критерій.

Найпоширенішими є два підходи до вибору нормувального дільника:

- 1) нормувальний дільник – максимальне значення окремих критеріїв;
- 2) нормувальний дільник – різниця між максимальним і мінімальним значеннями окремих критеріїв.

Припустимо, що під час проєктування системи існує  $n$  окремих критеріїв. Тоді цільова функція в задачі оптимізації в разі застосування адитивного критерію матиме такий вигляд:

$$F = \sum_i^n C_i \frac{F_{rx}}{F_{rx}(\mathbf{0})} = \sum_i^n C_i f_i,$$

де  $F_{rx}$  – нормувальне значення;

$C_i$  – ваговий коефіцієнт  $i$ -го окремого критерію;

$F_{гх}^{(0)}$  – нормувальний дільник (величина);

$f_i$  – нормоване значення  $i$ -го окремого критерію.

Вагові коефіцієнти мають урахувати різну значущість окремих критеріїв під час формування адитивного критерію.

Усі коефіцієнти найчастіше визначають із застосуванням методів експертних оцінок.

Із уведенням узагальненого критерію зникають проблеми з установленням взаємозв'язку між окремими критеріями. Залишаються лише обчислювальні труднощі.

Недоліки застосування адитивного критерію:

1. Адитивний критерій не виходить із об'єктивних значень окремих критеріїв.

2. В адитивному критерії може відбуватися взаємна компенсація окремих критеріїв, тобто збільшення одного приводить до зменшення іншого. Для ослаблення цього недоліку вводять обмеження на мінімальне або максимальне значення окремих критеріїв та їх вагові коефіцієнти.

У багатьох випадках застосування узагальненого критерію адитивної форми дає змогу успішно розв'язувати багатокритеріальне задачі і це є перевагою.

## 2.7 Експертні оцінки під час визначення вагових коефіцієнтів

У теорії експертних оцінок є багато методів визначення вагових коефіцієнтів на основі аналізу апріорної (достовірної, своєчасної) інформації опитування фахівців.

Найбільш поширеними є два методи – метод ранжування й метод приписування балів.

### 2.7.1 Метод ранжування

Нехай експертиза проводиться групою експертів, які є кваліфікованими фахівцями в тій області, де потрібно застосувати певне рішення.

Метод ранжування базується на тому, що кожному експерту пропонують розставити окремі критерії проекрованої системи в порядку їх важливості: де 1 – найбільш важливий окремий критерій, 2 – наступний за ступенем важливості критерій і т.д., тобто кожний критерій одержує свій ранг. На розгляд видано  $n$  окремих критеріїв.

Потім ці ранги перетворюють таким чином, що 1-й ранг одержує оцінку  $n$ ; 2-й ранг одержує оцінку  $(n-1)$  ... і т. д. до критерію, який матиме значення 1.

Тоді ваговий коефіцієнт можна визначити за формулою

$$C_i = \frac{\sum r_i^{(k)}}{\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m r_i^{(k)}},$$

де  $r_i^{(k)}$  – ранг  $i$ -го критерію.

Приклад застосування методу ранжирування. Є група з чотирьох експертів.

Мета методу – визначення вагових коефіцієнтів показників, що впливають на складання іспиту (таблиця 2.1).

Таблиця 2.1 – Приклад методу ранжування

№ п/п	Показник	Експерти							
		Іванюк		Петренко		Сидоренко		Гриценко	
		Місце	Ранг	Місце	Ранг	Місце	Ранг	Місце	Ранг
1	Випадок	3	2	4	1	2	3	3	2
2	Настрій викладача	4	1	3	2	3	2	4	1
3	Знання	1	4	2	3	1	4	2	3
4	Шпаргалки	2	3	1	4	4	1	1	4

Отримано вагові коефіцієнти критеріїв, що мають такий вигляд:

$$1 = (2 + 1 + 3 + 2) = 8/40 = 0,2;$$

$$2 = (1 + 2 + 2 + 1) = 6/40 = 0,15;$$

$$3 = (4 + 3 + 4 + 3) = 11/40 = 0,35;$$

$$4 = (3 + 4 + 1 + 4) = 8/40 = 0,3.$$

## 2.7.2 Метод приписування балів

Експерти оцінюють важливість кожного критерію за заздалегідь вибраною шкалою, однаковою для всіх експертів, наприклад (0...10), або якоюсь дугою. При цьому дозволяється приписувати те саме значення декільком критеріям одночасно. Знаючи бал  $n$  критерію будь – якого експерта, ваговий коефіцієнт можна визначити за формулою:

$$C_i = \frac{h_i^k}{\sum_{i=1}^n h_i^{(k)}}, \quad k = 1,$$

де  $h_i^{(k)}$  – бал,  $i$ -го критерію.

Переваги методів: 1-го – однозначність під час призначення рангу, а 2-го – більш точна оцінка завдяки відсутності неоднозначності.

Недоліків стільки ж, скільки й переваг.

На вірогідність експертизи впливають такі фактори:

- кількісний склад групи експертів;
- рівень компетентності кожного експерта;
- перелік показників, пропонованих експертам;
- випадкові фактори (настрій, самопочуття, обстановка тощо).

## 2.8 Мультиплікативний критерій

Під час розв'язання багатьох проєктних задач доцільно оперувати не абсолютними, а відносними значеннями окремих критеріїв.

Принцип раціональної відносної компенсації формується в такий спосіб: раціональним слід уважати такий компроміс, коли сумарний рівень зменшення значень одного або декількох критеріїв не перевищує сумарного рівня відносного збільшення значень інших критеріїв.

Принцип раціональної відносності є основою мультиплікативного критерію, який має такий вигляд:

$$F(x) = \prod_{i=1}^n f(x)_i .$$

Цей критерій утворюється внаслідок перемноження окремих критеріїв.

У випадку нерівноцінності окремих критеріїв вводяться нові вагові коефіцієнти, що відображають важливість кожного окремого критерію:

$$F(x) = \prod_{i=1}^n G_i f(x)_i .$$

Перевага застосування мультиплікативного критерію: не потребується нормування окремих критеріїв при їх використанні в узагальненому критерії.

Недоліком цього критерію є те, що недостатню величину одного окремого критерію критерій компенсує надлишковою величиною іншого й має тенденцію згладжувати рівні окремих критеріїв унаслідок нерівнозначності первинних значень.

## 2.9 Критерій форми функції

Критерій форми функції застосовується, коли ставиться завдання забезпечити найкращий збіг заданої за ТЗ характеристики з отриманою, а також коли недоцільно описувати аналітично вихідну характеристику об'єкта проєктування або взагалі неможливо.

До таких завдань належать, наприклад:

- проєктування систем автоматичного регулювання;
- визначення параметрів транзисторів та інших напівпровідникових елементів тощо.

Використання критерію оптимізації в цих випадках зводиться до заміни неперервних характеристик скінченною множиною вузлових точок і вибору функції, що підлягає мінімізації:

$$F(x) = \sum_{(n)} C_i |I_{T3} - I_{np}|_i \rightarrow \min ,$$

де  $n$  – кількість вузлових точок, на яку було розбито досліджувану характеристику (вихідний параметр) (рисунок 2.3).

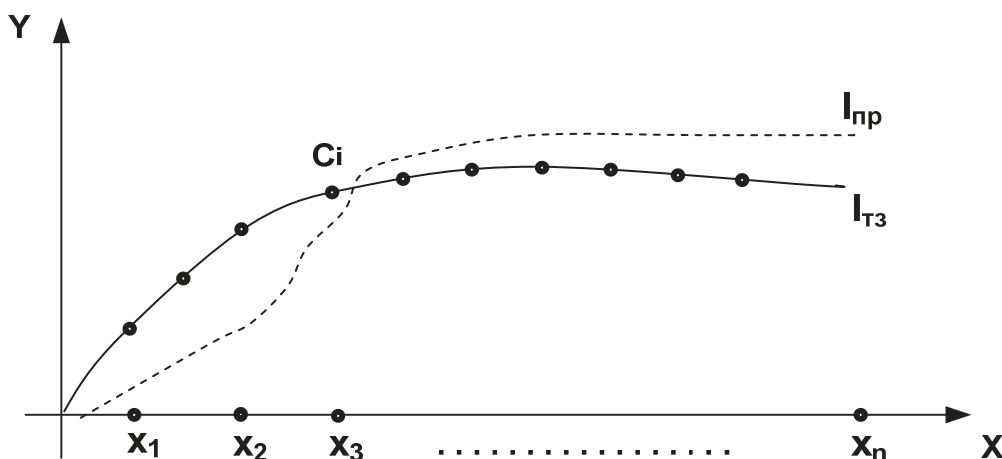


Рисунок 2.3 – Вигляд критерію форми функції

де  $I_{T3}$  – вихідна характеристика, необхідна за ТЗ;

$I_{np}$  – вихідна характеристика, отримана внаслідок проектування або розрахунку;

$C_i$  – вагові коефіцієнти, значення яких є тим більшими, чим менші їх відхилення (різницю) потрібно одержати в будь-якій  $i$ -й точці.

Перевагами критерію форми функції є простота і наочність, а недоліком – громіздкість у разі наявності великої кількості вузлових точок.

## 2.10 Мінімаксний критерій

Під час проектування складних систем у разі наявності великої кількості окремих критеріїв досить важко, а іноді й неможливо визначити аналітичні залежності між цими критеріями.

Тому, ґрунтуючись на ідеї раціонального компромісу, намагаються знайти такі значення змінних характеристик проектування, при яких нормовані значення всіх окремих критеріїв стають порівнянними.

Принцип мінімаксу полягає в пошуку такої варіації значень змінних проектування, коли послідовно «підтягуються» нормовані критерії, числове значення яких у вихідному розв'язку виявилися найменшими, тому що дія відбувається в області компромісу, а «підтягування» критерію, що відстає, неминуче приводить до зменшення значень інших критеріїв.

Але при проведенні кількох кроків можна добитися певного ступеня вирівнювання конфліктної частини критеріїв, що і є метою максимінного критерію.

Формально принцип максиміну формується таким чином. Необхідно вибрати яке-небудь значення  $\mathbf{x}_0$ , що належить множині  $\mathbf{X}$ , на якому реалізується максимум з мінімальних значень  $\mathbf{n}$  критеріїв:

$$F(\mathbf{x}) = \max_{\mathbf{x}} \min_{\mathbf{x}} \{f_{x_i}\}, \quad \mathbf{x} \in \mathbf{X}.$$

Такий принцип вибору цього значення часто називають принципом гарантованого результату.

Якщо окремі критерії  $f_x$  необхідно мінімізувати, то критеріями, що відстають, є ті, значення яких є максимальним. У цьому випадку маємо справу з мінімаксом критерієм.

Геометрична інтерпретація цього принципу має такий вигляд.

Припустимо, що система проектується за  $\mathbf{n}$  окремими критеріями. Кожний варіант проекту можна подати у вигляді будь-якої точки  $\mathbf{A}$  з координатами  $(\mathbf{n}_2, \mathbf{n}_1)$ , а множину отриманих варіантів можна зобразити як скінченну множину точок (рисунок 2.4).

$\mathbf{A} = \{\mathbf{A}^{(1)}, \mathbf{A}^{(2)}, \dots, \mathbf{A}^{(n)}\}$ , що знаходяться у виділеній області  $\mathbf{S}(\mathbf{A})$ .

Таким чином, область прийняття рішення обмежена областю  $\mathbf{S}(\mathbf{A})$ .

Нехай всі  $\mathbf{n}$  критерії необхідно мінімізувати. Тоді область найкращого компромісу є ліва нижня межа оболонки  $\mathbf{S}(\mathbf{A})$ , а необхідне рішення знаходиться на кордоні цей оболонки.

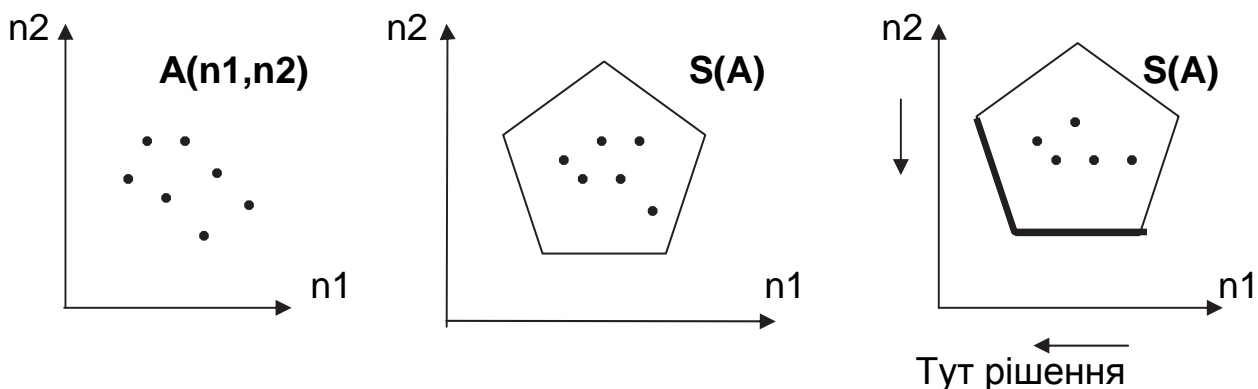


Рисунок 2.4 – Графічний вигляд мінімаксного критерію

## 2.11 Етапи пошуку екстремуму

Під час застосування всіх методів оптимізації прагнуть побудувати таку послідовність значень

$$\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n,$$

при якій би значення цільової функції зменшувалося чи збільшувалося залежно від того, мінімум чи максимум шукаємо:

$$F(\mathbf{x}_0) > F(\mathbf{x}_1) > F(\mathbf{x}_2).$$

У цьому випадку застосований метод забезпечує збіжність алгоритму, і можна сподіватися, що мінімум функції буде знайдено.

Важливою характеристикою методів оптимізації є швидкість збіжності, яка залежить від вигляду цільової функції вибору алгоритму оптимізації й початкової точки. Тому швидкість збіжності іноді розглядають як порівняльну характеристику тих або інших методів оптимізації.

Вибір вихідної точки  $X_0$  багато в чому визначає успіх вирішення усього завдання:  $X_0$  належить області визначення цільової функції, і чим ближче до екстремуму вибрана точка  $X_0$ , тим швидше завдання буде виконано.

Суть методу визначається 2-м і 5-м етапами, на яких вибираються напрямок і крок подальшого пошуку (рисунок 2.5). Потім відбувається обчислення значення цільової функції й порівняння отриманого результату з попереднім. Залежно від отриманого значення здійснюється перехід або до п. 2, або до п. 6.

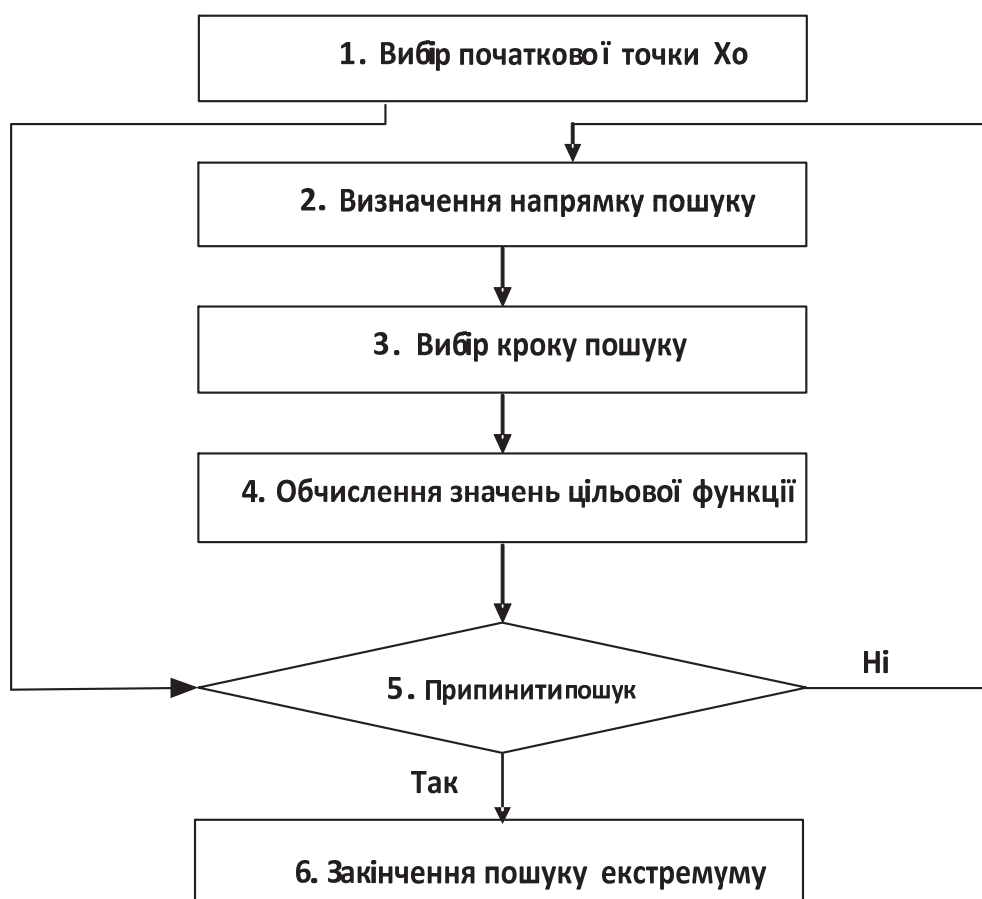


Рисунок 2.5 – Блок-схема пошуку екстремуму в загальному вигляді

## 2.12 Класифікація методів пошуку екстремуму

Залежно від типу шуканого екстремуму розрізняють методи локальної, глобальної, умовної та безумовної оптимізації [5].

До найбільш численної групи належать методи безумовної оптимізації, тому що й задачі умовної оптимізації можуть бути сформульовані у вигляді задач безумовної оптимізації.

Залежно від порядку використовуваних похідних цільової функції за керованими параметрами методи безумовної оптимізації підрозділяють на методи нульового, першого й другого порядку:

- у методах нульового порядку інформація про похідні не використовується;
- у методах першого порядку необхідно обчислювати як значення функції, так і її перших частинних похідних;
- у методах другого порядку організація пошуку екстремуму здійснюється з урахуванням значень перших і других частинних похідних цільової функції.

Залежно від кількості керованих параметрів цільової функції розрізняють методи одновимірного та багатовимірного пошуку (рисунок 2.6).

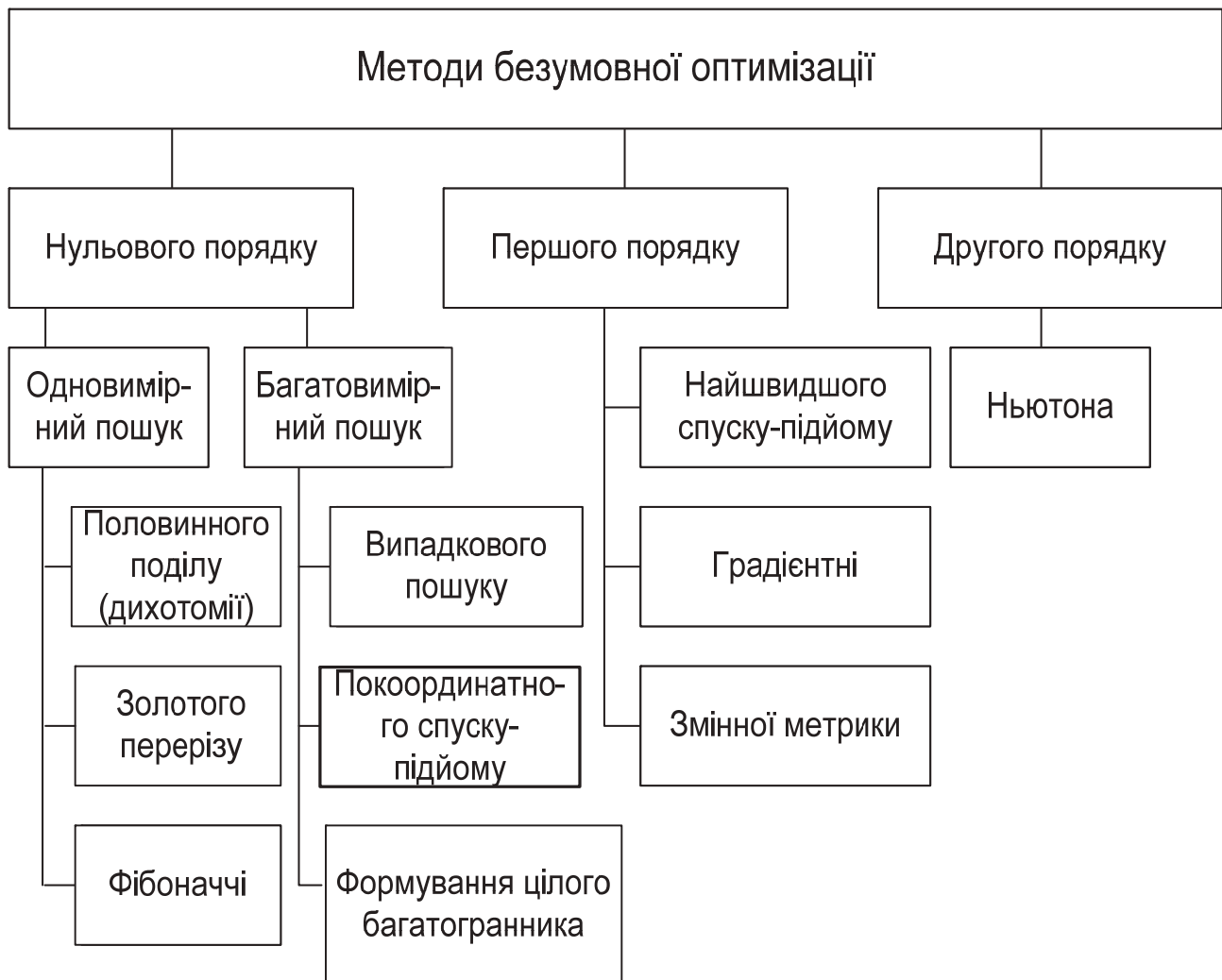


Рисунок 2.6 – Класифікація методів пошуку екстремуму



## 2.13 Метод прямого перебору

Метод прямого перебору застосовується, якщо відомим є функціональний зв'язок між цільовою функцією та шуканим параметром  $X$ , тоді можна послідовно обчислити значення цільової функції для деяких значень цього параметра (рисунок 2.7).

Обчислення проводяться доти, доки не буде знайдено мінімальне або максимальне значення цільової функції:

$$Y = f\{x_0, x_1, x_2, \dots, a_n\};$$
$$x_k = x_0 + \Delta x \cdot k, \quad k = (1, 2, \dots, n),$$

де  $\Delta x$  – мінімальний вибраний крок дослідження заданого інтервалу;

$k$  – номер кроку.

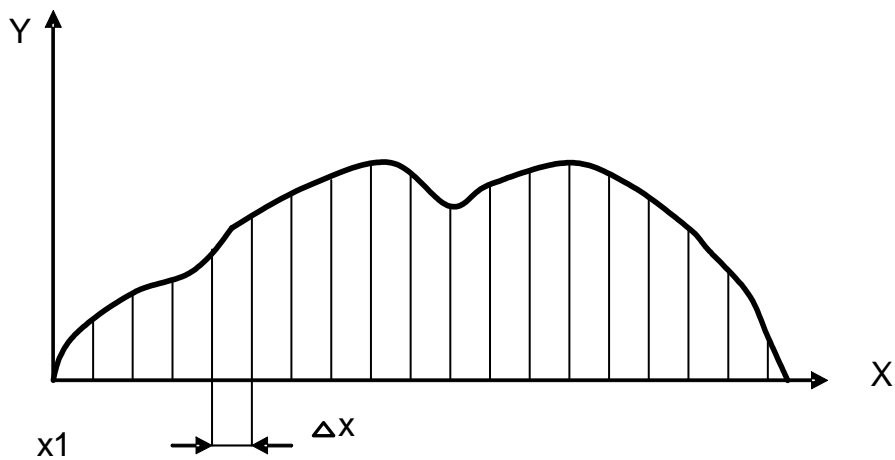


Рисунок 2.7 – Ілюстрація методу прямого перебору

Цей метод може бути використаний при наявності однієї або декількох змінних з невеликим діапазоном змінення.

Переваги методу прямого перебору:

- можливість визначення глобального екстремуму функції;
- незалежність пошуку від вигляду й характеру цільової функції;
- простота алгоритму й програмної реалізації.

Недоліками цього методу є великі трудомісткість і час розрахунку, а також неефективність у разі наявності великої кількості змінних або великого діапазону їх змінення.

## 2.14 Властивості унімодальної функції

Функцію однієї змінної, що має в інтервалі дослідження одну вершину або западину, називають унімодальною:

$$X_1 < X_{\text{опт}}, \quad X_2 < X_{\text{опт}} \quad \text{і} \quad X_1 < X_2, \quad \text{отже,} \quad F(x_1) < F(x_2).$$

Якщо цільова функція є унімодальною, то можна звужити інтервал дослідження функції шляхом визначення двох значень цільової функції в заданому інтервалі й подальшого поінтервального порівняння.

Можливі три варіанти (рисунок 2.8):

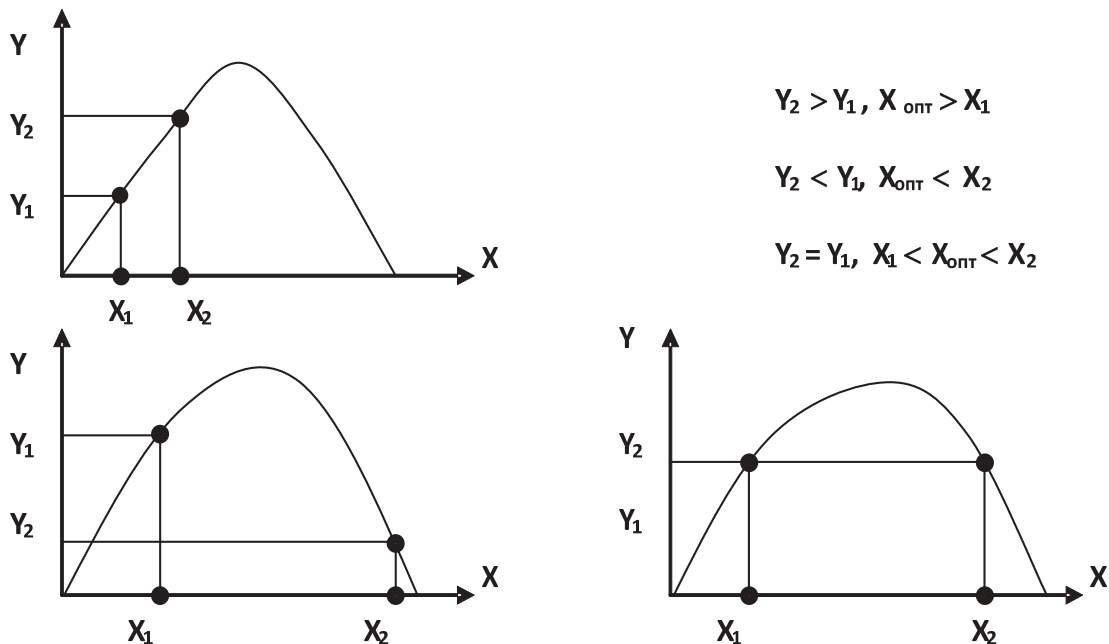


Рисунок 2.8 – Ілюстрація властивостей унімодальної функції

У значній частині задач цільова функція має унімодальний вигляд. Послідовно звужуючи інтервал дослідження виходячи із властивостей унімодальної функції, можна знайти максимум або мінімум функції за меншу кількість кроків або ітерацій порівняно з іншими методами оптимізації.

Властивість унімодальності функції є основою методів одновимірного пошуку нульового порядку.

### 2.15 Метод половинного розподілу

У методі половинного розподілу шукана довжина інтервалу  $X$  оптимізації значення зменшується з кожним кроком майже у два рази.

Алгоритм методу полягає в такому:

1. Вибирають найменший інтервал змінення керованого параметра  $X$ .
2. Поділяють вихідний інтервал дослідження навпіл.
3. Зліва і справа від точки розподілу обчислюють значення  $X_1$  і  $X_2$ :

$$X_1 = \frac{X_A + X_B}{2} - \Delta X/2;$$

$$X_2 = \frac{X_A - X_B}{2} + \Delta X/2,$$

де  $\mathbf{X}_A$  і  $\mathbf{X}_B$  – початок і кінець досліджуваного інтервалу.

4. Обчислюють значення цільової функції  $f(\mathbf{x}_1)$  і  $f(\mathbf{x}_2)$  у точках  $\mathbf{x}_1$  і  $\mathbf{x}_2$ .

5. Порівнюють значення  $f(\mathbf{x}_1)$  і  $f(\mathbf{x}_2)$  і, ґрунтуючись на властивостях унімодальної функції, відкидають з розгляду відповідний інтервал.

6. На інтервалі дослідження, що залишився, повторюють п. 2–5 доти, доки не буде виконуватися умова

$$|\mathbf{X}_B - \mathbf{X}_A| \leq \Delta X.$$

## 2.16 Методи випадкового пошуку

Ідея методів випадкового пошуку полягає в тому, щоб перебором сукупності випадкових значень керованих параметрів знайти мінімальне або максимальне значення цільової функції.

Використання методу випадкового пошуку є доцільним у таких випадках:

- відсутність аналітичного опису цільової функції;
- наявність великої кількості випадкових факторів у досліджуваній моделі або в досліджуваній цільовій функції;
- наявність великої кількості керованих параметрів.

Одним із методів випадкового пошуку є метод Монте-Карло, суть якого полягає в багаторазовому моделюванні незалежних випадкових варіантів розв'язку з області допустимих значень. На кожному кроці обчислюється значення цільової функції та запам'ятовуються мінімальне й максимальне значення.

Теоретично при досить великій кількості вибірок за керованим параметром можна отримати екстремум з достатньою точністю. Однак на практиці накладаються обмеження за часом, тому при використанні методу випадкового пошуку обчислення виконуються відповідно до блок-схеми пошуку екстремуму та часто застосовуються комбіновані методи пошуку.

Недоліки цього методу: необхідність проведення великої кількості випробувань для одержання розв'язку, досить близького до оптимального, тобто наявність повільної збіжності до екстремуму.

Переваги методу є такими самими, як і переваги методів, описаних у підрозд. 2.13–2.15.

## 2.17 Метод координатного спуску-підйому

Суть методу координатного спуску-підйому полягає в почерговій послідовній оптимізації за кожним керованим параметром для досягнення екстремуму цільової функції.

Спочатку оптимізація проводиться за одним параметром  $\mathbf{X}_1$ . Нехай точка  $\mathbf{X}_0$  – початкова точка пошуку, результат першої ітерації виходить із

$\mathbf{X}_0$  при виконанні оптимізації за параметром  $\mathbf{X}_1$ . При цьому цільова функція  $F(\mathbf{x}_0)$  у точці  $\mathbf{X}_0$  буде наближатися до  $\min(\mathbf{x}_1)$ , тобто до оптимального значення за  $\mathbf{X}_1$ . Результат другої точки  $\mathbf{X}_2$  унаслідок оптимізації за параметром  $\mathbf{X}_2$ , потім знову перехід до оптимізації за параметром  $\mathbf{X}_1$  і т.д. доти, доки значення цільової функції не припинить зменшуватися або збільшуватися.

Недоліки методу координатного спуску-підйому:

- забезпечення одержання тільки локального екстремуму;
- можливість оптимізації лише неперервно змінної функції;
- значна залежність результату від вибору початкової точки.

Перевагою цього методу є простота алгоритму та його програмної реалізації.

## 2.18 Метод градієнта

Процес оптимізації за методом градієнта полягає у визначенні напрямку найбільшого змінення цільової функції та деякому переміщенні в цьому напрямку.

Напрямок найбільшого змінення цільової функції визначає напрямок градієнта цієї функції. Для визначення складових градієнта необхідно обчислити частинні похідні цільової функції за параметрами, що оптимізуються.

$$\text{Градiєнт функції } \mathbf{grad}f(\mathbf{x}_1) = \frac{df_1}{dx_1}; \frac{df_2}{dx_2} \dots \frac{df_n}{dx_n} \text{ у точках } \mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_n$$

характеризує напрямок найшвидшого збільшення цільової функції; антиградієнт – напрямок найшвидшого зменшення цільової функції.

Для визначення оптимуму під час мінімізації цільової функції для кожної точки пошуку необхідно визначити градієнт і зробити крок у напрямку антиградієнта.

Недоліки методу градієнта:

- необхідність обчислення частинних похідних цільової функції в кожній точці пошуку;
- необхідність аналізу перед кожним наступним кроком;
- відносно невелика швидкість одержання екстремуму.

Перевагою цього методу є висока точність, тому що на кожному кроці робиться спроба рухатися в найкращому напрямку.

## 2.19 Метод найшвидшого спуску-підйому

Метод найшвидшого спуску-підйому належить до градієнтних методів. Цей метод забезпечує меншу кількість кроків під час визначення оптимуму порівняно з методом градієнта (під час мінімізації).

Суть методу полягає в такому. Після визначення градієнта цільової функції робиться крок у напрямку, протилежному до напрямку градієнта. Якщо значення цільової функції зменшується порівняно з вихідним, то робиться черговий робочий крок у цьому ж напрямку, а не обчислюється заново градієнт і не аналізується напрямок подальшого пошуку. Якщо ж значення цільової функції збільшується порівняно з попереднім, то рух припиняється. Заново визначається градієнт, аналізується напрямок пошуку й повторюється попередня операція.

### **Контрольні запитання**

1. Вольовий вибір.
2. Критеріальний і випадковий вибір.
3. Пряма, однокритеріальна оптимізація.
4. Призначення обмежень при оптимізації.
5. Постановка задач оптимізації.
6. Окремий критерій.
7. Адитивний критерій.
8. Експертні оцінки при визначенні вагових коефіцієнтів.
9. Метод ранжування.
10. Метод приписування балів.
11. Мультиплікативний критерій.
12. Критерій форми функції.
13. Мінімаксний критерій.
14. Етапи пошуку екстремуму.
15. Класифікація методів пошуку екстремуму.
16. Метод прямого перебору.
17. Властивості унімодальної функції.
18. Метод половинного розподілу.
19. Методи випадкового пошуку.
20. Метод координатного спуску-підйому.
21. Метод градієнта.
22. Метод найшвидшого спуску-підйому.

### **3 МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ПІД ЧАС ПРОЄКТУВАННЯ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ**

Математична модель технічної системи – це сукупність математичних об'єктів, тобто чисел, змінних, матриць, множин та відношень між ними, які адекватно відображають властивості технічної системи, що проєктується.

### 3.1 Вимоги до математичних моделей

Основні вимоги до математичних моделей – це адекватність, універсальність та економічність.

Математична модель вважається **адекватною**, якщо відображає задані властивості об'єкта проектування із прийнятною точністю. Точність визначають як ступінь збіжності значень вихідних параметрів моделі та вихідних параметрів об'єкта проектування. При цьому потрібно враховувати абсолютні й відносні похибки моделі.

Похибка моделі за сукупністю вихідних параметрів оцінюється однією з норм вектора похибки:

$$\varepsilon = \{\overline{\varepsilon_1}, \overline{\varepsilon_2}, \dots, \overline{\varepsilon_n}\}$$

Відносні похибки

$$\varepsilon_i = \sqrt{\sum_{r=1}^n \varepsilon_r^2}$$

Точність моделі є різною в різних умовах функціонування об'єкта, які характеризуються внутрішніми параметрами об'єкта проектування.

Якщо задатися гранично допустимою похибкою, то в просторі внутрішніх параметрів можна виділити область, що задовольняє умову

$$\varepsilon_1 < \varepsilon_{\text{доп}}.$$

Цю область називають областю адекватності (ОА) математичної моделі.

Визначення області адекватності для конкретної моделі – складна процедура, що потребує значних обчислювальних витрат. Трудомісткість визначення зростає зі збільшенням розмірності простору внутрішніх параметрів. Тому для моделей заново проєктованих об'єктів, що не мають аналогів, область адекватності зазвичай не розглядається, однак для моделей уніфікованих об'єктів розрахунок області адекватності є виправданим або доцільним.

Знання області адекватності дає змогу правильно вибирати моделі елементів серед наявних і таким чином підвищити вірогідність результатів унаслідок перетинання областей (рисунок 3.1).

**Універсальність** математичної моделі характеризується повнотою відображення моделлю властивостей об'єкта проектування.

Визначаючи область адекватності моделі, необхідно вибрати сукупність внутрішніх і зовнішніх параметрів, які відображають властивості, що враховуються в моделі. Зі збільшенням кількості параметрів, що враховуються, розширюється область застосування моделі, але підвищується трудомісткість робіт з визначення області адекватності, тобто адекватність характеризується положенням і розмірами області адекватності, а універ-

сальність математичної моделі визначається кількістю і діапазоном вимірів параметрів, що враховуються в моделі.

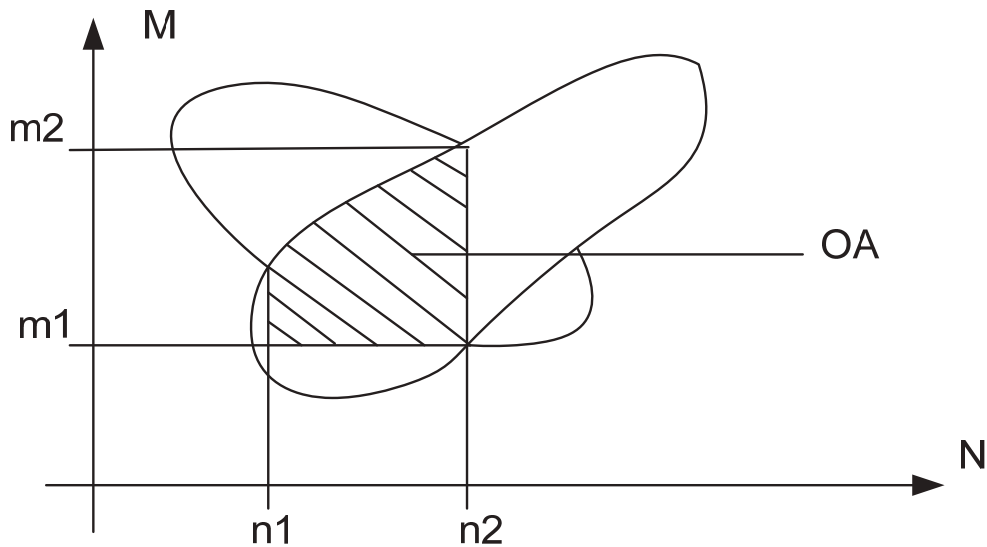


Рисунок 3.1 – Область адекватності математичної моделі

**Економічність** математичної моделі об'єкта проєктування характеризується витратами обчислювальних засобів для його реалізації.

Вимоги до математичної моделі (з одного боку, велика область адекватності й високий ступінь універсальності, а з іншого – висока економічність) є суперечливими (конфліктними).

Найкращим є компромісне рішення, своє для кожного конкретного об'єкта. Це зумовлено застосуванням у процесі проєктування багатьох моделей навіть під час проєктування об'єктів, що належать до одного класу.

### 3.2 Класифікація математичних моделей

Класифікацію математичних моделей наведено в таблиці 3.1.

Структурна математична модель призначена для відображення структурних властивостей проєктованого об'єкта.

Функціональна математична модель призначена для відображення фізичних або інформаційних процесів, що відбуваються в об'єкті проєктування під час його функціонування. Звичайно функціональна модель являє собою рівняння або систему рівнянь, що зв'язує вихідні параметри із внутрішніми й зовнішніми параметрами об'єкта.

Функціональні моделі є більш складними, ніж структурні, тому що в них також відображаються відомості щодо структури проєктованого об'єкта. Ці моделі застосовуються зазвичай на завершальних етапах проєктування системи.

Таблиця 3.1 – Класифікація математичних моделей

Ознака класифікації	Математична модель
Характер відображуваних властивостей об'єкта	Структурні, функціональні математичні моделі
Належність до ієрархічного рівня	Математичні моделі мікрорівня, макрорівня й метарівня
Ступінь деталізації	Повні математичні моделі та макромоделі
Способи подання властивостей об'єкта проєктування	Аналітичні, алгоритмічні, імітаційні математичні моделі, моделі теорії графів
Способи одержання моделей	Теоретичні та емпіричні математичні моделі

Використання принципів блоково-ієрархічного підходу до проєктування приводить до появи ієрархії математичних моделей проєктованих систем. Кількість рівнів при моделюванні системи визначається складністю проєктованої системи й можливостями засобів проєктування.

Здебільшого наявні ієрархічні рівні можна віднести до одного із трьох узагальнених рівнів: мікрорівень, макрорівень і метарівень.

Особливостями математичної моделі на мікрорівні є відображення фізичних процесів, що мають місце в об'єкті проєктування. Типовою математичною моделлю на цьому рівні є диференціальні рівняння в частинних похідних.

На макрорівні використовується укріплена дискретизація системи за функціональною ознакою. Характерною математичною моделлю на макрорівні є система диференціальних рівнянь. На макрорівні математична модель характеризується проявом зовнішніх властивостей елементів при їх взаємодії між собою та зовнішнім навколишнім середовищем.

На метарівні як елементи моделей беруть досить складні сукупності елементів або деталей проєктованого об'єкта, поряд з диференціальними рівняннями застосовують апарати теорії масового обслуговування, теорії графів, імітаційного моделювання тощо.

Повна математична модель – це модель, що складається з моделей елементів, які входять у проєктовану систему, з урахуванням міжелементних зв'язків, тобто модель описує як стан виходів системи, так і стан виходів кожного елемента, що входить у систему.



При переході на більш високий рівень проектування роблять спрощення повної моделі, виключаючи з розгляду процеси, що відбуваються всередині елемента. Отримана модель має набагато меншу розмірність, ніж повна, і її називають макромоделлю.

Поняття повної моделі й макромоделі є відносними й застосовуються під час проектування того самого об'єкта, тільки на різних рівнях деталізації.

Аналітичні математичні моделі являють собою аналітичну залежність вихідних параметрів як функції зовнішніх і внутрішніх параметрів. Ці моделі є досить економічними, але одержати їх не завжди можливо або можливо, але не при наявності певних припущень та обмежень, що знижує їх точність та адекватність.

Алгоритмічні математичні моделі відображають зв'язок між вихідними параметрами та відповідно зовнішніми й внутрішніми параметрами, поданими у формі алгоритму.

Імітаційна математична модель – це алгоритмічна або аналітична математична модель, що відображає поведження досліджуваного об'єкта в реальному часі.

### 3.3 Методика одержання математичних моделей

У загальному випадку процедура одержання математичних моделей складається з таких етапів:

а) вибір властивостей об'єкта проектування, які підлягають відображенню в математичній моделі; вибір базується на аналізі можливих застосувань математичної моделі й характеризує універсальність отриманої моделі;

б) збір вихідної (априорної) інформації про властивості спроектованої системи; як джерела для збору використовуються результати експериментів, статистична інформація з аналізу моделей певного класу, довідкові дані, досвід і знання розробника;

в) синтез структури математичної моделі, тобто одержання загального вигляду математичних співвідношень моделі без конкретизації числових значень параметрів, що фігурують у ній;

г) розрахунок числових значень параметрів математичної моделі; завдання ставиться як задача мінімізації похибки моделі ( $\min \epsilon_m$ ) заданої структури  $\mathbf{x} \in \mathbf{X}_B$ , де  $\mathbf{X}$  – вектор параметрів моделі;  $\mathbf{X}_B$  – область варіювання параметрів;  $\epsilon_m$  – похибка, що визначає точність математичної моделі;

д) оцінювання точності отриманої математичної моделі й визначення області її адекватності; якщо результат задовільний, то одержання математичної моделі закінчено, якщо ні, то треба повторити пункти в–д.

### 3.4 Імітаційне моделювання під час проєктування

Імітаційне моделювання – це окремий випадок математичного моделювання. Існує клас об'єктів, для яких з різних причин не розроблено аналітичні моделі або створення аналітичної моделі є принципово неможливим, не розроблено методи розв'язання отриманої моделі або розв'язки є нестійкими. У цьому випадку аналітична модель замінюється імітатором або імітаційною моделлю.

На відміну від аналітичного моделювання, коли сформована формула чітко вказує, які параметри впливають на систему, що моделюється, як ці параметри зв'язані один з одним, унаслідок імітаційного моделювання одержують набір чисел, що дає змогу встановити зв'язок між параметрами.

До імітаційного моделювання вдаються в таких випадках:

- коли дорого або неможливо експериментувати з реальним об'єктом;
- якщо неможливо побудувати аналітичну модель, оскільки в системі є фактор часу, наслідок, нелінійності, стохастичні (випадкові) змінні;
- коли необхідно імітувати поведінку системи в реальному масштабі часу.

Мета імітаційного моделювання – відтворення поведінки досліджуваної системи на основі результатів аналізу найбільш суттєвих взаємозв'язків між її елементами або розроблення симулятора (англ. Simulation modeling) досліджуваної предметної області для проведення різних експериментів.

Цей метод дослідження ґрунтується на тому, що проєктована система замінюється її імітатором, з яким проводяться експерименти для одержання інформації про об'єкт проєктування.

Імітатори – зазвичай програмні або електромеханічні – реалізують конкретний моделювальний алгоритм, відповідно до якого в машині імітується робота проєктованої системи в часі з урахуванням вибраного рівня деталізації.

Поширеним є два підходи до реалізації імітаційних моделей:

- суть першого підходу полягає в тому, що кожний елемент складної схеми подається в конкретній стандартній формі, далі описуються взаємозв'язки між елементами та конструюється модель складної системи;
- другий підхід полягає у створенні універсальної моделі, що може настроюватися на будь-який об'єкт певного класу.

Ці підходи породжують велику різманітність мов моделювання, конструкції яких дають змогу детально описувати як імітатор, так і його елементи для певного класу об'єктів.

Переваги імітаційного моделювання: висока точність опису й одержання вихідних характеристик проєктованої системи.

Недоліки: складність і трудомісткість розроблення; неможливість одержання аналітичної залежності при малій кількості розрахунків.

### 3.5 Моделі апарату сіткового аналізу (моделі теорії графів)

Моделі та методи **сіткового** аналізу дають змогу:

- 1) побудувати моделі складної системи;
- 2) скласти формалізовані процедури для визначення якісних і кількісних характеристик системи;
- 3) точно описувати багато різних реально існуючих або проєктованих систем;
- 4) знаходити більш ефективне рішення під час аналізу великих систем, наприклад, порівняно з класичними методами апарату дослідження операцій [6].

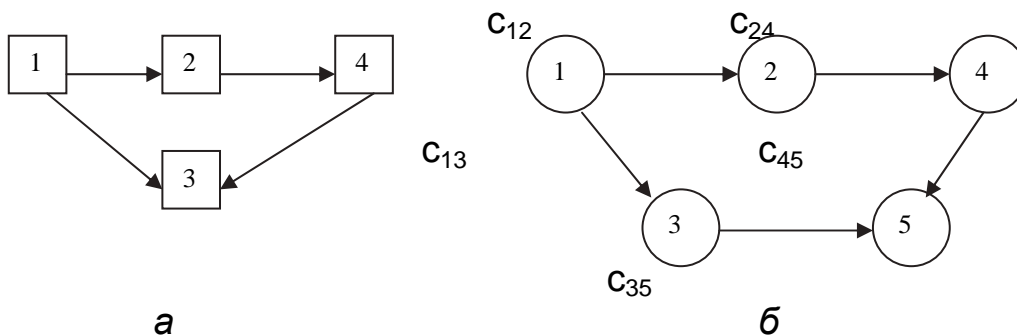


Рисунок 3.2 – Фрагмент блок-схеми пристрою (а) та його подання у вигляді графа (б)

На рисунку 3.2  $C_{ij}$  – вектор, що характеризує значущість дуги залежно від розв'язуваного завдання (під завданням розуміють визначення надійності, швидкодії, вартості, довжини тощо).

**Сітка (граф)** – це непорожня множина вузлів або вершин і множина дуг, що з'єднують їх:

$$G = \{N, A\},$$

де  $N$  – кількість вершин у графі;

$A$  – кількість дуг.

**Орієнтована сітка** – непорожня множина вершин  $N$  та орієнтованих дуг, що зв'язують ці вершини. Вона не містить петель.

Дуги можуть бути неорієнтовані, орієнтовані та біорієнтовані (рисунок 3.3).



Рисунок 3.3 – Вигляд дуг у теорії графів

Ланцюгом з вузла  $i$  у вузол  $j$  називають послідовність дуг і вузлів, що

чергуються, у якій кінцевий вузол кожної дуги є початковим вузлом наступної.

Петля утворюється однією дугою й одним вузлом (рисунок 3.4).

Шлях відрізняється від ланцюга тим, що в ньому одна або кілька дуг можуть бути спрямовані не до вузла  $j$ , а до вузла  $i$ .

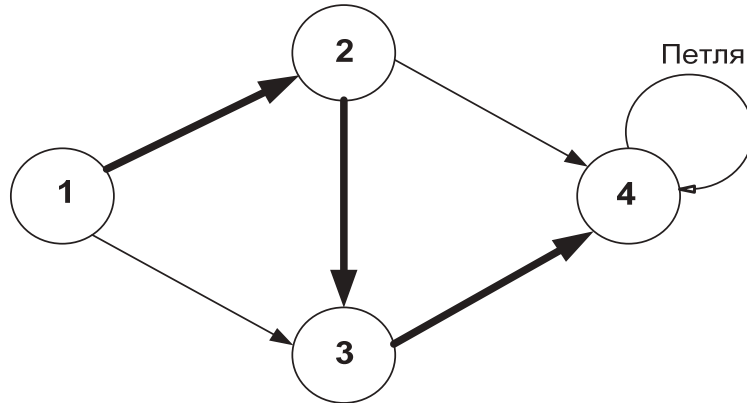


Рисунок 3.4 – Ланцюг і петля у графі

Дерево – неорієнтований зв'язаний ланцюг без циклів (рисунок 3.5).

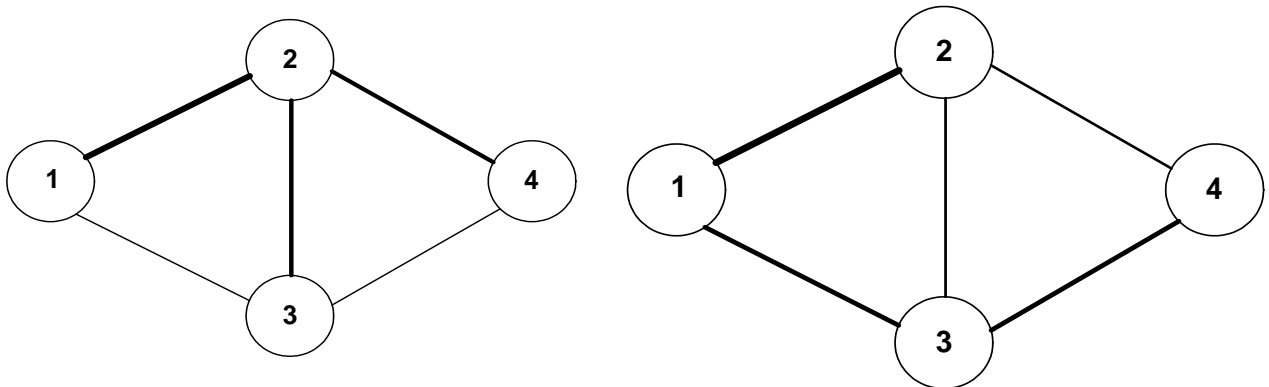


Рисунок 3.5 – Приклади дерев у графі

Сітка називається зв'язаною, якщо для будь-яких двох вузлів існує принаймні один шлях, що з'єднує їх.

Є дві основні форми подання сіток: у вигляді матриці суміжності; у вигляді матриці інцидентності.

**Матриця суміжності.** Будь-яку мережу можна подати у вигляді матриці розмірністю  $N \times N$  з кількістю вузлів  $N$ .

Сітка  $G(N,A)$  задається масивом  $X_{ij}$ , у якому  $X_{ij}$  може набувати двох значень:

$$X_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{якщо зв'язку між вузлами } i \text{ та } j \text{ не існує,} \\ 1, & \text{якщо дуга спрямована від } i \text{ до } j. \end{cases}$$

Для неорієнтованого графа матриця буде симетричною.  
Розглянемо орієнтований граф, зображений на рисунку 3.6.

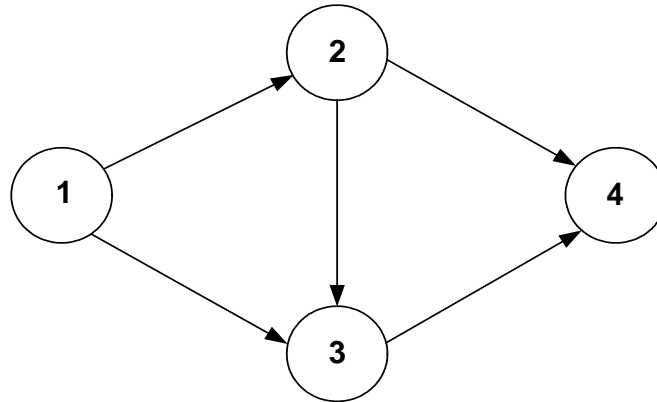


Рисунок 3.6 – Орієнтований граф

Матриця суміжності для цього графа має такий вигляд:

$$X_{ij} = \begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

**Матриця інцидентності** орієнтованого графа задається масивом  $X_{ij}$ :

$$X_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{якщо вузол } i \in \mathbf{N} \text{ є початковим вузлом дуги } a_n \in \mathbf{A}; \\ -1, & \text{якщо вузол } i \in \mathbf{N} \text{ є кінцевим вузлом дуги } a_n \in \mathbf{A}; \\ 0, & \text{якщо вузол не зв'язаний з } a_n. \end{cases}$$

Розглянемо граф, який зображено на рисунку 3.7.

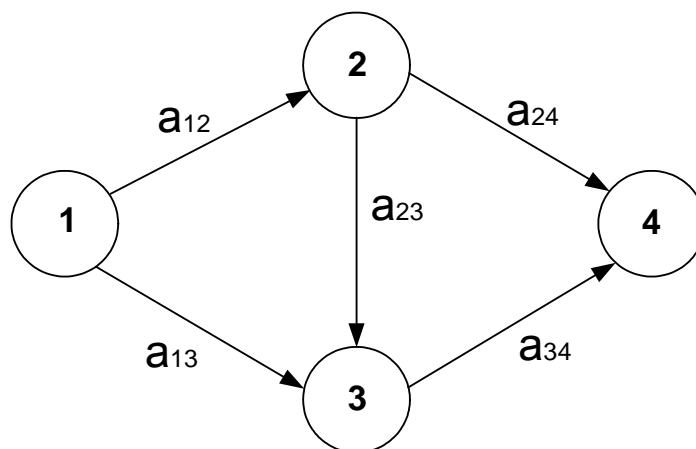


Рисунок 3.7 – Приклад орієнтованого графа

Матриця інцидентності для цього графа має такий вигляд:

$$X_{ij} = \begin{array}{c|ccccc} & a_{12} & a_{13} & a_{23} & a_{24} & a_{34} \\ \hline 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{array}$$

### 3.6 Статистичні моделі. Теорія планування експерименту

Застосування статистичних моделей є доцільним у таких випадках:

1. Немає аналітичних залежностей між значеннями цільової функції та керованих параметрів.
2. Відсутність знань про вплив керованих параметрів на значення цільової функції (відсутність знань – вага кожного параметра й напрямку впливів на цільову функцію).
3. Наявність великої кількості неопрацьованої статистичної інформації [3, 7].

Як приклад статистичної моделі розглянемо модель регресійного аналізу.

Фактори – керовані параметри, які входять у праву частину цільової функції (функції відгуку).

Рівні факторів – мінімальні й максимальні значення керованих параметрів у діапазоні їх змінення.

Існують такі види моделі: лінійна та нелінійна.

**Модель регресійного аналізу** – рівняння регресії, що визначає взаємозв'язок між керованими параметрами  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , постійними ваговими коефіцієнтами і значенням функції відгуку.

Модель у загальному випадку має вигляд :

$$Y = f(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n, x_1, x_2, \dots, x_n).$$

Якщо модель є лінійною відносно параметрів  $X$ , тобто ці параметри не зв'язані між собою і змінення параметра не впливає на інші параметри моделі, то рівняння регресії має такий вигляд:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_n X_n.$$

Якщо модель є нелінійною, тобто параметри  $X_1, X_2, \dots, X_n$  – взаємозалежні, то рівняння регресії набуває такого вигляду:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_1 X_2 + \beta_3 X_2 X_3 + \beta_{nk} X_n X_k.$$

**Повним факторним експериментом** називають такий експеримент, у якому реалізуються всі можливі комбінації рівнів факторів.

Якщо фактори варіюються на двох рівнях, то кількість необхідних наборів дослідів (експериментів) буде такою:  $N = 2^n$ , якщо на трьох рівнях, то  $N = 3^n$ .

Матрицю двофакторного експерименту подамо у вигляді таблиці 3.2.

Таблиця 3.2 – Матриця двофакторного експерименту

Номер експерименту	Рівні факторів		Значення функції відгуку			Середнє значення функції відгуку
	$x_1$	$x_2$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$Y_{\text{сер}}$
1	-1	-1	$Y_{11}$	$Y_{12}$	$Y_{13}$	$Y_{1\text{сер}}$
2	-1	+1	$Y_{21}$	$Y_{22}$	$Y_{23}$	$Y_{2\text{сер}}$
3	+1	-1	$Y_{31}$	$Y_{32}$	$Y_{33}$	$Y_{3\text{сер}}$
4	+1	+1	$Y_{41}$	$Y_{42}$	$Y_{43}$	$Y_{4\text{сер}}$

Значення  $y_1, y_2, \dots, y_n$  відповідають кількості паралельно проведених дослідів; чим більше кількість паралельних дослідів, тим вище точність обумовленої функції відгуків.

**Рандомізація** – процес організації випадкових послідовностей дослідів.

**Активний експеримент** не враховує реального часу, тобто дослідник задає сам необхідні рівні змінних.

**Пасивний експеримент** проводиться з урахуванням реального часу, отже, потребує значно більше часу, ніж активний, але при цьому дає змогу одержати точні дані.

Коефіцієнти рівняння регресії визначаються так:

$$\beta_0 = \frac{1}{4} \sum_{n_{21}}^n y_n; \quad \beta_1 = \frac{1}{4} \sum_{n_{21}}^n y_n x_{14}; \quad \beta_2 = \frac{1}{4} \sum_{n_{21}}^n y_n x_{24}; \quad \dots \quad \beta_4 = \frac{1}{N} \sum_{n_{21}} y_n x_{jn},$$

де  $y_n$  – середнє значення функції відгуку в рядку.

Наприклад, розрахуємо вагові коефіцієнти в разі двофакторного експерименту:

<b>N</b>	<b><math>x_1</math></b>	<b><math>x_2</math></b>	<b><math>y_4</math></b>
1	-1	-1	4
2	+1	-1	8
3	-1	+1	2
4	+1	+1	6

$$\beta_0 = \frac{1}{4}(4 + 8 + 2 + 6) = 5;$$

$$\beta_1 = \frac{1}{4}(-4 + 8 - 2 + 6) = 2;$$

$$\beta_2 = \frac{1}{4}(-4 - 8 + 2 + 6) = -1.$$

Функція відгуку (лінійна модель рівняння регресії) матиме такий вигляд:

$$Y = 5 + 2X_1 - 1X_2 .$$

**Критерії при обробленні й оцінюванні статистичної інформації**

**Критерії Стьюдента** застосовуються в таких випадках:

1. Для виключення грубих випадкових похибок, які можуть значно спотворити отриманий результат, у рядках значення функції проводиться перевірка однорідності значень функції відгуку.

Критерії Стьюдента розраховують за такими формулами:

$$t_p = \frac{|y_n^* - y_n|}{S_n}; \quad t_p < t;$$

$$S_n = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{y=1}^n (y^* - \bar{y})^2},$$

де  $y_n^*$  – найменше або найбільше значення функції відгуку в  $y$ -му рядку;

$y_n$  – середні значення функції відгуку в певному рядку без урахування значення  $y^*$ ;

$S_n$  – оцінка середньоквадратичного відхилення рядка;

$n$  – кількість експериментів.

Розрахункове значення критерію порівнюється з табличним значенням: якщо воно є меншим за норму, то значення функції відгуку враховується, якщо більшим – то ні.

2. Оцінювання значущості отриманих коефіцієнтів повного рівняння регресії:

$$t_p = \frac{|\beta_1|}{S_{bi}}, \quad t_p < t;$$

$$S_{bi} = \frac{S_n}{\sqrt{Nn}},$$

де  $S_{bi}$  – дисперсія першого коефіцієнта рівняння регресії

$n$  – кількість паралельних експериментів;

$N$  – кількість експериментів.

**Критерій Фишера** застосовується для перевірки отриманої математичної моделі на адекватність:

$$F = \frac{S_{ад}^z}{S_y^2}; \quad F_p < F_1,$$

де  $S_{ад}$  – дисперсія адекватності;

$S_y$  – дисперсія відтворюваності.



Під дисперсією адекватності розуміють характеристику розкиду середніх значень цільової функції відносно значень рівняння регресії, отриманих відносно розрахункових.

**Методика одержання статистичної моделі:**

- 1) вибирають фактори, що впливають на функції відгуку;
- 2) вибирають вид рівняння регресії і функції відгуку (лінійність або нелінійність);
- 3) проводять експеримент або обробляють статистичні матеріали, унаслідок чого одержують матрицю повнофакторного експерименту;
- 4) оцінюють значення отриманих функцій відгуку за критерієм Стьюдента для виключення грубих випадкових похибок;
- 5) розраховують коефіцієнти рівнянь регресії;
- 6) перевіряють значущість коефіцієнтів у рівняннях за критерієм Стьюдента;
- 7) перевіряють адекватність отриманої математичної моделі.

Якщо  $F_p < F_1$ , то побудову закінчено і модель отримано.

Якщо  $F_p > F_1$ , то модель є неадекватною і, отже, потрібно або збільшити кількість факторів, що входять у рівняння, або зменшити інтервал варіювання факторів, або змінити вид рівняння з лінійного на нелінійний.

### Контрольні запитання

1. Поняття математичної моделі.
2. Властивості математичних моделей.
3. Класифікація математичних моделей.
4. Структурні, функціональні математичні моделі.
5. Математичні моделі мікрорівня, макрорівня та метарівня.
6. Повна математична модель.
7. Аналітичні, алгоритмічні математичні моделі.
8. Методика одержання математичних моделей.
9. Імітаційне моделювання.
10. Моделі апарату сіткового аналізу (моделі теорії графів).
11. Подання сіток у вигляді матриці суміжності.
12. Подання сіток у вигляді матриці інцидентності.
13. Статистичні моделі. Область застосування.
14. Лінійні й нелінійні математичні моделі.
15. План повного експерименту.
16. Критерій Стьюдента. Застосування.
17. Критерій Фишера. Застосування.
18. Вагові коефіцієнти. Розрахунок. Призначення.
19. Методика одержання статистичної моделі.

## 4 СИСТЕМИ АВТОМАТИЗОВАНОГО ПРОЄКТУВАННЯ

Системи автоматизованого проєктування (САПР) – це організація технічної системи, що являє собою комплекс засобів автоматизації проєктування, що взаємодіє з підрозділами проєктної організації й виконує автоматизоване проєктування.

Мета створення САПР – підвищення якості проєктування, зниження матеріальних витрат, зменшення трудомісткості [1, 7].

### 4.1 Техніко-економічні показники ефективності САПР

Основні показники ефективності створення та впровадження САПР:

- річна економія;
- річний економічний ефект;
- коефіцієнт економічної ефективності;
- термін окупності.

**Річною економією** називають сумарну економію поточних витрат під час проєктування, виготовлення та експлуатації системи за рік, грн:

$$E_p = E_1 + E_2 + E_3 .$$

**Річний економічний ефект** визначається як різниця повних (поточних і капітальних) витрат до й після впровадження САПР, помножена на річний обсяг випуску продукції:

$$E = [(V_{11} + H_n K_{11}) - (V_{12} + E_n K_{12})] * V,$$

де  $V_{11}$ ,  $V_{12}$  – поточні витрати;

$K_{11}$ ,  $K_{12}$  – капітальні витрати на одиницю продукції до й після впровадження САПР;

$H_n$  – нормативний коефіцієнт, що характеризує ефективність капітальних вкладень;

$V$  – обсяг річної продукції.

Якщо САПР на певному виробництві впроваджується вперше, то

$$E = [V_{11} - (V_{12} + H_n K_{12})] * V.$$

**Коефіцієнт економічної ефективності** – відношення річної економії до середньорічних капітальних витрат під час розроблення та впровадження САПР:

$$K_e = K / L = \sum_{i=1}^n K_i / L;$$
$$E_{\text{нор}} = \frac{E_r}{K},$$

де  $K$  – капітальні витрати на розроблення та впровадження САПР;

$L$  – тривалість розроблення та впровадження САПР.

Якщо  $E_{\text{нор}} < E_n$ , то розроблена система вважається неефективною.

**Термін окупності** капітальних вкладень характеризує період часу, протягом якого витрати на створення та впровадження САПР відшкодовуються за рахунок річної економії:

$$T = K / E_p < \approx 3...4 \text{ роки.}$$

## 4.2 Базове забезпечення САПР

Система автоматизованого проєктування (САПР) – це сукупність засобів і методів для здійснення автоматизованого проєктування, що складається з декількох частин, а саме з технічного, математичного, програмного, лінгвістичного, інформаційного, методичного та організаційного забезпечення.

**Технічне забезпечення** САПР являє собою сукупність взаємозалежних і взаємодійних технічних засобів, призначених для виконання автоматизованого проєктування. Технічне забезпечення поділяється на групи засобів програмного оброблення даних, підготовки й уведення даних, засобів відображення й документування, архіву проєктних рішень, засобів передавання даних.

Засоби програмного оброблення даних – це процесор та запам'ятовувальні пристрої, тобто пристрої ЕОМ, у яких реалізуються перетворення даних і програмне керування обчисленнями. Засоби підготовки, уведення, відображення й документування даних призначено для спілкування людини з ЕОМ. Засоби архіву проєктних рішень – це зовнішні запам'ятовувальні пристрої. Засоби передавання даних використовуються для організації зв'язків між територіально рознесеними ЕОМ і терміналами (кінцевими пунктами).

Основні вимоги до технічних засобів САПР полягають у такому:

- ефективність;
- універсальність;
- сумісність;
- надійність.

Технічні засоби у САПР вирішують завдання:

- уведення вихідних даних опису об'єкта проєктування;
- відображення введеної інформації з метою її контролю та редагування;
- перетворення інформації (змінення форми та структури подання даних, перекодування тощо);
- зберігання інформації;
- відображення підсумкових і проміжних результатів вирішення завдань;
- оперативного спілкування проєктувальника із системою в процесі вирішення завдань.

**Математичне забезпечення САПР** складається з математичних моделей (ММ) проєктованих об'єктів, методів та алгоритмів проєктних процедур, що використовуються при автоматизованому проєктуванні. Елементи математичного проєктування САПР є дуже різноманітними. До них належать принципи побудови функціональних моделей, методи числового розв'язання алгебраїчних і диференціальних рівнянь, постановки екстремальних завдань, задач пошуку екстремуму тощо. Основу математичного забезпечення становлять алгоритми, за якими розробляється програмне забезпечення САПР. Елементи математичного забезпечення САПР є надзвичайно різноманітними, залежать зазвичай від особливостей об'єкта проєктування і можуть бути як достатньо інваріантними, так і вельми специфічними. Скажімо, у всіх системах, що проєктують тривимірні об'єкти, мають використовуватися методи побудови та опису таких об'єктів, тобто математичний апарат обчислювальної геометрії, який певною мірою можна вважати інваріантним. Під час розв'язання оптимізаційних задач використовуються різні методи пошуку екстремумів, багато з яких застосовуються лише в конкретній предметній області. Форми подання математичного забезпечення також є досить різноманітними, і його практично використовують після реалізації програмного забезпечення.

**Програмне забезпечення САПР** поєднує програми для систем оброблення даних на машинних носіях і програмну документацію, що є необхідною для експлуатації програми. Програмне забезпечення (ПЗ) поділяється на загальносистемне, базове й прикладне (спеціальне). Загальносистемне ПЗ призначене для організації функціонування технічних засобів, тобто для планування й керування обчислювальним процесом розподілу наявних ресурсів, реалізується операційними системами ЕОМ і ПЗ. Загальносистемне ПЗ звичайно створюється для багатьох додатків і специфіки САПР не відображає. Базове й прикладне ПЗ створюється для потреб САПР. Базове ПЗ містить програми, що забезпечують правильне функціонування прикладних програм.

У прикладному ПЗ реалізується математичне забезпечення для безпосереднього виконання проєктних процедур. Прикладне ПЗ звичайно має форму пакетів прикладних програм (ППП), кожний з яких обслуговує певний етап процесу проєктування або групу однотипних завдань усередині різних етапів.

**Інформаційне забезпечення САПР** поєднує всілякі дані, необхідні для виконання автоматизованого проєктування. Ці дані можуть бути подані у вигляді тих або інших документів на різних носіях, що містять відомості довідкового характеру про комплектувальні матеріали, типові проєктні рішення, параметри елементів, відомості про стан поточних розробок у вигляді проміжних та остаточних проєктних рішень, структур і параметрів проєктованих об'єктів тощо. Основна частина інформаційного забезпечення САПР – банк даних, що являє собою сукупність засобів для централізо-

ваного накопичення й колективного використання даних у САПР. Банк даних (БНД) складається з бази даних і системи керування нею.

База даних (БД) – самі дані в запам'ятовувальних пристроях ЕОМ, які структуровано відповідно до певного правила. Система керування базою даних (СУБД) – сукупність програмних засобів, що забезпечують функціонування БД. За допомогою СУБД виконуються запис даних у БД та вибірка на запит користувачів і прикладних програм, забезпечується захист даних від перекручувань, несанкціонованого доступу тощо.

**Лінгвістичне забезпечення** САПР – це сукупність мов, що застосовуються для опису процедур автоматизованого проектування й проектних рішень. Основна частина лінгвістичного забезпечення – мови спілкування людини з ЕОМ. У розвинених САПР таких мов може бути кілька, причому кожна з них ґрунтується на правилах формалізації природної мови й використовує методи стиснення та розгортання тексту.

**Методичне забезпечення** САПР становлять документи, що характеризують склад, правила відбору й експлуатації засобів автоматизованого проектування. Допускається більш широке тлумачення поняття методичного забезпечення, при якому під методичним забезпеченням мають на увазі сукупність математичного і лінгвістичного забезпечення та названих документів, що реалізують правила використання засобів проектування.

**Організаційне забезпечення** САПР містить положення, інструкції, накази, штатні розклади, кваліфікаційні вимоги та інші документи, що регламентують організаційну структуру підрозділів проектної організації та їх взаємодію з комплексом засобів.

### 4.3 Основні принципи побудови САПР

Сучасні САПР створюються за певними принципами.

1. САПР – це людино-машинна система. Усе створене й створюване за допомогою САПР є автоматизованим, де основна роль у прийнятті рішень відводиться для людини.

2. САПР – ієрархічна система, що реалізує комплексний підхід до автоматизації всіх рівнів проектування. Ієрархія рівнів проектування відображається у структурі спеціального програмного забезпечення САПР. Комплексна автоматизація всіх рівнів проектування дає змогу внести такі зміни у структуру проектних підприємств, форми документів, які відповідають цілям автоматизації: скороченню матеріальних і часових витрат, підвищенню якості проектування, збереженню кількості інженерно-технічних працівників на колишньому рівні, незважаючи на ускладнення проєктованих об'єктів.

3. САПР – сукупність інформаційно узгоджених підсистем. Це означає, що всі або більшість можливих послідовностей завдань проектування обслуговуються інформаційно узгодженими програмами.

4. САПР – відкриті системи, що розвиваються. Існує дві причини того, що САПР має бути системою, що змінюється в часі:

– розроблення такої складної системи, як САПР, забирає багато часу, тому економічно вигідно вводити в експлуатацію систему частинами, у міру їх готовності, тобто постійно розширювати;

– постійний прогрес техніки приводить до розширення функціональних можливостей, а отже, і до розширення функцій, можливостей САПР.

Властивість відкритості системи означає можливість унесення змін у систему під час її експлуатації. Зміни можуть полягати в додаванні нових або заміні старих елементів у програмному, інформаційному, а можливо, і в технічному та лінгвістичному забезпеченні. Зміни мають бути максимально спрощеними й доступними для користувачів САПР. Відкритість сприяє збільшенню терміну експлуатації системи, підвищує її універсальність.

5. САПР – це система з максимальним використанням уніфікованих модулів або попередніх САПР. Цей принцип має значення в тих випадках, коли автоматизоване проектування впроваджується на вже діючому підприємстві зі сформованими структурою, взаємозв'язками підрозділів, формами й способами використання проектної документації. Саме в цих умовах є доцільним еволюційний шлях упровадження САПР, при якому зміни, зумовлені особливостями автоматизованого проектування, протягом тривалого часу не будуть порушувати нормального функціонування підприємства.

### **Контрольні запитання**

1. Техніко-економічні показники ефективності САПР.
2. Річна економія.
3. Річний економічний ефект.
4. Коефіцієнт економічної ефективності.
5. Термін окупності.
6. Базове забезпечення.
7. Технічне забезпечення.
8. Математичне забезпечення.
9. Програмне забезпечення.
10. Інформаційне забезпечення.
11. Лінгвістичне забезпечення.
12. Методичне забезпечення.
13. Організаційне забезпечення.
14. Основні принципи побудови САПР.

## БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Норенков, И. П. Основы автоматизированного проектирования : учеб. для вузов / И. П. Норенков. – М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2002. – 336 с.
2. Агеев, В. М. Приборные комплексы летательных аппаратов и их проектирование / В. М. Агеев, Н. В. Павлова. – М. : Машиностроение, 1990. – 430 с.
3. Проектирование измерительно-вычислительных комплексов : учеб. пособие по курс. и диплом. проектированию / А. Н. Аникин, А. С. Савельев, Е. В. Аникина, Н. В. Доценко. – Харьков : ХАИ, 2003. – 75 с.
4. Кудрявцев, Е. М. Исследование операций в задачах, алгоритмах и программах / Е. М. Кудрявцев. – М. : Радио и связь, 1984. – 184 с.
5. Филипс, Д. Методы анализа сетей / Д. Филипс, А. Гарсия-Диаз. – М : Мир, 1986. – 496 с.
6. Криницкий, И. И. Основы научных исследований : учеб. пособие для вузов / И. И. Криницкий. – Киев–Одесса : Вища шк. Головное изд-во, 1989. – 208 с.
7. Автоматизация проектирования систем и средств управления : учеб. пособие / А. Ф. Иванько, М. А. Иванько, В. Г. Сидоренко, Г. Б. Фалк. – М. : Изд-во МГУП, 2001. – 148 с.

Навчальне видання

**Анікін Андрій Миколайович**

## **ОСНОВИ ПРОЄКТУВАННЯ ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ**

Редактор Т. О. Іващенко

Зв. план, 2022

Підписано до друку 26.05.2023

Формат 60x84 1/16. Папір офс. Офс. друк

Ум. друк. арк. 2,7. Обл.- вид. арк. 3. Наклад 40 пр.

Замовлення 132. Ціна вільна

---

Видавець і виготовлювач  
Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського  
«Харківський авіаційний інститут»  
61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17  
[http:// www.khai.edu](http://www.khai.edu)  
Видавничий центр «ХАІ»  
61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17  
[izdat@khai.edu](mailto:izdat@khai.edu)

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи  
до Державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів  
видавничої продукції сер. ДК № 391 від 30.03.2001