



Теплоенергетика та енергозбереження

УДК 621.1.016.7

ДОСЛІДЖЕННЯ НЕСТАЦІОНАРНОГО ПРОЦЕСУ НАГРІВУ ЦИЛІНДРУ ОБМЕЖЕНОЇ ДОВЖИНИ ПРИ НАДЗВУКОВИХ ШВИДКОСТЯХ НАБІГАЮЧОГО ПОТОКУ

М. В. Амброжевич, М. А. Шляхова, М. В. Шляхов

*Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського
"Харківський авіаційний інститут"*

Актуальність. На цьому етапі розвитку людство стоїть напередодні швидкої еволюції штучного інтелекту. Це неминуче в цивілізаційному плані, так само, як свого часу калькулятор замінив логарифмічну лінійку. Але як наявність калькулятора не звільняло індивіда від знання таблиці множення, також і зараз наявність різних обчислювальних пакетів не звільняє інженера від уміння розраховувати класичні завдання теплофізики «вручну», особливо в тих випадках, коли завдання має аналітичне рішення, тим паче, що у самих пакетах прошиті ті ж самі алгоритми розрахунку. Варто зазначити, що завдання нестационарної теплопровідності у загальному вигляді було вирішено французьким математиком Жаном-Батистом Фур'є (1768-1830) на межі XVIII та XIX ст.

Постановка завдання дослідження

Знайти закон розподілу температури в осьовому та радіальному напрямку в циліндрі діаметром $d_0 = 2r_0$ довжиною $z_0 = 2\delta$ та часом τ , що летить в атмосфері із заданою надзвуковою швидкістю w на висоті $H = 7$ км.

Початкова температура циліндра дорівнює температурі атмосферного повітря на висоті 7 км $t_0 = t_{\text{атм}} = 242,7$ К.

Фізичні властивості матеріалу циліндра вказані у Таблиці 1.

Таблиця 1 – Вихідні дані

$d_0 \cdot 10^3$, м	$z_0 \cdot 10^3$, м	$t_{\text{атм}}$, °С	Теплофізичні властивості матеріалу циліндра			Швидкість польоту w , числа Маха
			ρ , кг/м ³	λ , Вт/(м·К)	c , кДж/(кг·К)	
205	920	-30,5	7800	45	0,38	1,2; 2; 5

Таблиця 2 – Розрахунок коефіцієнтів тепловіддачі з боку повітря при різних числах Маха

N	Параметр потоку	I	II	III
1	Число Маха потоку, що набігає	1,2	2	5
2	Температура гальмування, К	312,5	436,8	1455,9
	Критична швидкість потоку, м/с	323,5	382,4	698,2
3	λ перед прямим стрибком ущільнення	1,158	1,633	2,236

Продовження таблиці 2

4	λ поза прямим стрибком ущільнення	0,863	0,612	0,447
---	---	-------	-------	-------



5	Статична температура поза прямим стрибком ущільнення, К	273,7	409,5	1407,4
6	Статичний тиск поза прямим стрибком, бар	0,623	1,85	11,93
7	Показник адіабати повітря k поза стрибком	1,4018	1,386	1,201
8	Швидкість повітря за прямим стрибком, м/с	279,3	234,2	312,2
9	Щільність повітря поза стрибком, кг/м ³	0,792	1,575	2,953
10	Коефіцієнт кінематичної в'язкості повітря поза стрибком, $10^6 \cdot \nu$, м ² /с	17,73	14,14	18,36
11	Коефіцієнт теплопровідності повітря поза стрибком, λ , Вт/(м · К)	0,02787	0,04112	0,08748
12	Комплекс β [1, стор. 314]	2139,3	1793,9	2391,8
13	Число Рейнольдса у критичній точці $10^{-6} \cdot Re$ [1, стор. 314]	1,268	1,334	1,369
14	Число Прандтля Pr	0,7049	0,6996	0,7422
15	Число Нуссельта Nu	747,10	763,82	792,47
16	Коефіцієнт тепловіддачі на передній торцевій поверхні, α , Вт/(м ² · К)	203,1	306,4	676,4
17	Коефіцієнт тепловіддачі на бічній циліндричній поверхні, α , Вт/(м ² · К)	135,4	122,6	169,1
18	Коефіцієнт температуропровідності матеріалу циліндра a , м ² /с	1,5182 · 10 ⁻⁵		
19	Характерний лінійний розмір для пластини, δ , м	$z_0/2 = 0,46$		
20	Характерний лінійний розмір для циліндра, r_0 , м	$d_0/2 = 0,1025$		
21	Число Біо з боку плоского торця Bi_z	2,0765	3,1320	6,9138
22	Число Біо з боку циліндричної поверхні Bi_r	0,308	0,279	0,385

Обмежений циліндр можна розглядати як результат перетину безмежних циліндрів діаметром $d = 2r_0$ та пластини товщиною $z_0 = 2\delta$. Отже, і безрозмірну температуру обмеженого циліндра Θ можна записати як добуток (суперпозицію) двох безрозмірних температур

$$\Theta = \Theta_z \cdot \Theta_r. \quad (1)$$

де сама безрозмірна температура Θ :

$$\Theta = \frac{t_f - t}{t_f - t_0}, \quad \Theta = 0 \dots 1, \quad (2)$$

де t , К (°С) – поточна температура у заданій точці обмеженого циліндра у заданий момент часу τ ; t_f , К (°С) – температура потоку, що набігає.

Розрахунок безрозмірної температури для нескінченної пластини Θ_z [2].

Диференціальне рівняння теплопровідності для нестационарного одновимірного випадку



$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}, \quad (3)$$

де a , $\text{м}^2/\text{с}$ – коефіцієнт температуропровідності матеріалу циліндра,

$$a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c}.$$

Характерний лінійний розмір – напівтовщина пластини δ :

$$\delta = z_0/2.$$

Критерій Фур'є Fo_z (виступає як безрозмірний час τ):

$$Fo_z = \frac{a \cdot \tau}{\delta^2}.$$

Критерій Біо Bi_z пов'язаний з граничними умовами III роду:

$$Bi_z = \frac{\alpha \cdot \delta}{\lambda}.$$

Загалом безрозмірна температура Θ_z обчислюється як сума нескінченного ряду

$$\Theta_z = \sum_{n=1}^{n \rightarrow \infty} A_n \cdot \cos(\mu_n \cdot Z) \cdot \exp(-\mu_n^2 \cdot Fo_z), \quad (4)$$

де Z – безрозмірна координата у осьовому напрямку:

$$Z = z/\delta, \quad Z = 0 \dots 1;$$

μ_n – коріння характеристичного трансцендентального рівняння, знайдені методом половинного поділу:

$$\mu \cdot \text{tg} \mu = Bi_z \quad \text{или} \quad \text{ctg} \mu = \mu/Bi_z; \quad (5)$$

A_n – коефіцієнти (постійні), що визначаються з початкових умов:

$$A_n = \frac{2 \sin \mu_n}{\mu_n + \sin \mu_n \cdot \cos \mu_n}. \quad (6)$$

Розрахунок безрозмірної температури для нескінченного циліндра Θ_r [2]
Диференціальне рівняння теплопровідності для нестационарного одновимірного випадку

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} \right), \quad (7)$$

де a – коефіцієнт температуропровідності матеріалу циліндра.

Характерний лінійний розмір – радіус циліндра r_0

$$r_0 = d/2.$$

Критерій Фур'є (виступає як безрозмірний час)

$$Fo_r = \frac{a \cdot \tau}{r_0^2}.$$

Критерій Біо



$$Bi_r = \frac{\alpha \cdot r_0}{\lambda}.$$

Загалом безрозмірна температура Θ_r обчислюється як сума нескінченного ряду

$$\Theta_r = \sum_{n=1}^{n \rightarrow \infty} C_n \cdot \frac{J_0(\mu_n \cdot R)}{J_0(\mu_n)} \cdot \exp(-\mu_n^2 \cdot Fo_r), \quad (8)$$

де R – безрозмірний радіус (координата у радіальному напрямі)

$$R = r/r_0, \quad R = 0 \dots 1;$$

μ_n – коріння характеристичного трансцендентального рівняння, перші шість коренів якого, було знайдено методом половинного поділу.

$$\frac{\mu_n}{Bi_r} = \frac{J_0(\mu_n)}{J_1(\mu_n)}, \quad (9)$$

C_n – коефіцієнти (постійні), що визначаються з початкових умов

$$C_n = \frac{2 \cdot Bi_r}{Bi_r^2 + \mu_n^2}, \quad (10)$$

J_0, J_1 – функція Бесселя першого роду нульового та першого порядку обчислюються за допомогою вбудованої інженерної функції БЕССЕЛЬ.J(x;n) програми excel.

Самі безрозмірні температури Θ_z і Θ_r є відношенням (2).

З рівнянь (4) та (8) видно, що безрозмірна температура пластини Θ_z є функцією трьох безрозмірних параметрів $\Theta_z = f(Bi_z, R, Fo_z)$, а безрозмірна температура циліндра Θ_r – функцією трьох безрозмірних параметрів

$$\Theta_r = f(Bi_r, R, Fo_r).$$

Зворотній перерахунок з безрозмірної температури на розмірну температуру

$$t = t_f - \Theta(t_f - t_0).$$

Приклади розрахунків температури у радіальному напрямку при числах Маха 5M представлені на графіках рис. 1, 2.

Висновки

1. У двовимірній нестационарній постановці було теоретично досліджено температурне поле та отримано аналітичну формулу визначення температури будь-якої точки обмеженого ізотропного циліндра в залежності від висоти, швидкості та часу надзвукового польоту та теплофізичних властивостей матеріалу циліндра.

2. Поставлена задача була приведена до безрозмірного виду, рішення проводилося з використанням критеріальних чисел Фур'є, Біо, Прандтля, Рейнольдса, Нуссельта, безрозмірних осьової та радіальної координат циліндра і безрозмірної температури циліндра.

3. Перші шість коренів μ_n неявних трансцендентальних критеріальних рівнянь (5) і (9) було знайдено аналітично методом половинного поділу.

4. Була вирішена пов'язана аеродинамічна задача розрахунку прямого стрибка ущільнення в головній частині циліндра, на основі чого визначено



коефіцієнт тепловіддачі з боку повітря в залежності від висоти та швидкості польоту.

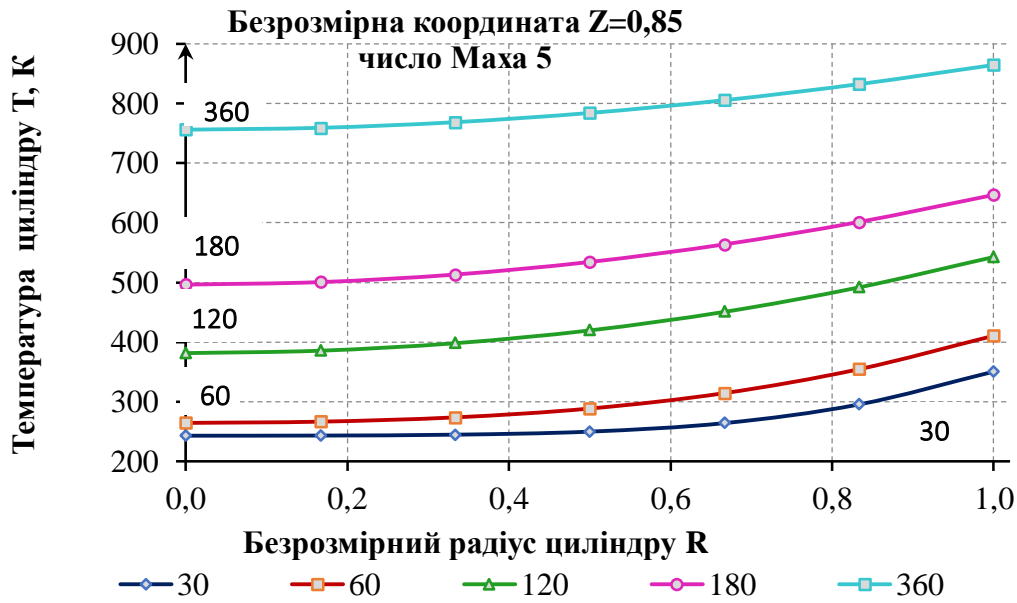


Рис. 1 – Зміна температури в циліндрі у радіальному напрямку, цифрами позначено час польоту в секундах

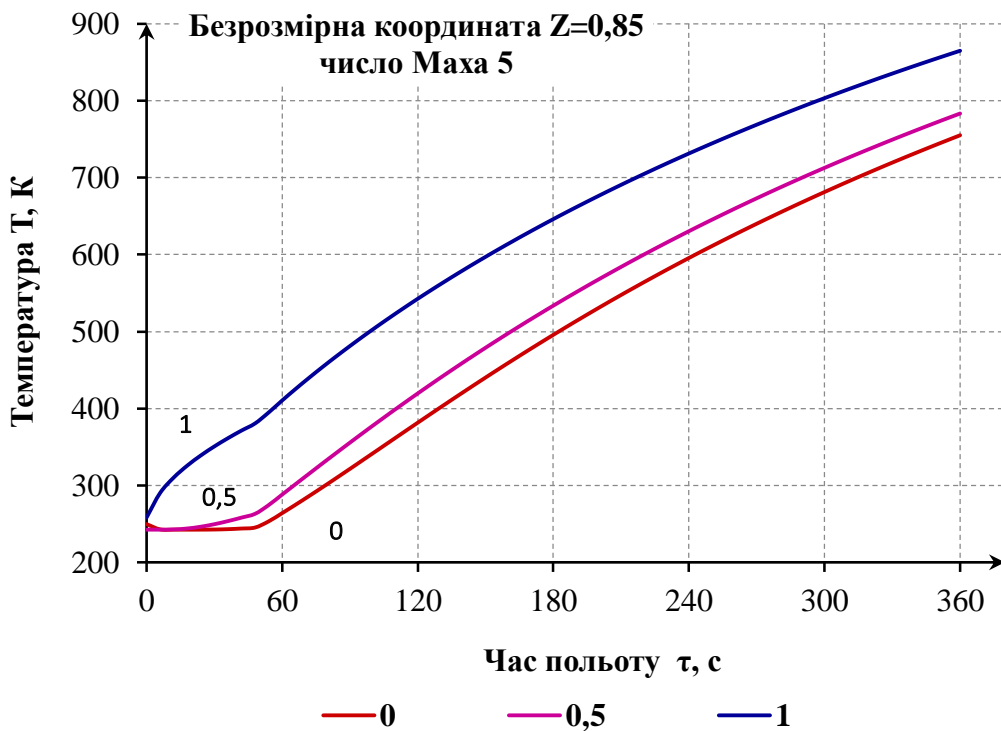


Рис. 2 – Зміна температури в трьох радіальних перерізах з часом: $R = 0$ – центр, $R = 1$ – периферія; $R = 0,5$ – напіврадіус.

Перелік використаної літератури

1. Мухачев, Г. А. Термодинамика и теплопередача [Текст] : учеб. для авиац. вузов / Г. А. Мухачев, В. К. Щукин. – М. : Высш. шк., 1991. – 480 с.
2. Исаченко, В. П. Теплопередача [Текст] / В. П. Исаченко, В. А. Осипова, А. С. Сукомел. – М.: Энергия, 1975. – 486 с.