УДК 621.452.3

ПОРІВНЯННЯ ЗМІНИ ТИСКУ ВЗДОВЖ ТРУБИ ДЛЯ СТИСНЕНОГО ТА НЕСТИСНЕНОГО РОБОЧОГО ТІЛА

К. В. Рябчук, О. В. Кіслов
Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського
“Харківський авіаційний інститут”

З гідрогазодинаміки відомо, що для труби з заданою шорсткістю [1]:

$$\Delta p = \left(\frac{l}{D}\right) \cdot \xi(\mathrm{Re}) \cdot \frac{\rho_1 {c_1}^2}{2}; \quad (1)$$

де $\Delta p = p_1 - p_2$, а $\bar{l} = \frac{l}{D}$.

У диференціальному вигляді для елементарного відрізку труби це виглядає:

$$\frac{dp}{d\bar{l}} = -\xi(\mathrm{Re}) \cdot \frac{\rho c^2}{2}. \quad (2)$$

Для порівняння законів зміни тиску вздовж труби $p(\bar{l})$ треба розв’язати рівняння (2) для двох випадків: коли $\rho = \mathrm{const}$ та коли $\rho = \frac{p}{RT}$.

Число Рейнольдса можна представити в залежності від секундних масових витрат робочого тіла G та площі поперечного перерізу F і діаметра D труби:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho c D}{\mu} = \frac{G}{F} \cdot \frac{D}{\mu}.$$

Очевидно, що $\mathrm{Re} = \mathrm{const}$ вздовж труби, якщо знехтувати зміною $\mu = f(T)$. Тоді і $\xi(\mathrm{Re}) = \mathrm{const}$ вздовж труби.

Швидкісний напір можна представити у вигляді:

$$\frac{\rho c^2}{2} = \frac{(\rho c)\cdot c}{2} = \frac{G}{F} \cdot \frac{c}{2} = \left| c = \frac{G}{F\cdot\rho} \right| = \left(\frac{G}{F}\right)^2 \cdot \frac{1}{2\rho}. \quad (3)$$

а) Для нестисненого робочого тіла $\rho = \mathrm{const}$, тому і $\frac{\rho c^2}{2} = \left(\frac{G}{F}\right)^2 \cdot \frac{1}{2\rho} = \mathrm{const}$ та не залежить від зміни p вздовж труби.

З урахуванням незмінності вздовж труби $\xi(\mathrm{Re})$ і $\frac{\rho c^2}{2}$, незмінною залишається і похідна тиску вздовж труби $\frac{dp}{d\bar{l}}$:

$$\frac{dp}{d\bar{l}} = -\xi(\mathrm{Re}) \cdot \frac{\rho c^2}{2} = -\xi\left(\frac{G}{F} \cdot \frac{D}{\mu}\right) \cdot \left(\frac{G}{F}\right)^2 \cdot \frac{1}{2\rho} = \mathrm{const}, \quad (4)$$

а залежність $p(\bar{l})$ є лінійною відносно $\bar{l} = \frac{l}{D}$ і описується формулою:

$$p_1 - p_2 = \xi\left(\frac{G}{F} \cdot \frac{D}{\mu}\right) \cdot \left(\frac{G}{F}\right)^2 \cdot \frac{1}{2\rho} \cdot \bar{l}, \quad (5)$$

б) Для стислого робочого тіла густина ρ змінюється відповідно з рівнянням стану $\rho = \frac{p}{RT}$, тому

$$\frac{\rho c^2}{2} = \left(\frac{G}{F}\right)^2 \cdot \frac{1}{2\rho} = \left(\frac{G}{F}\right)^2 \cdot \frac{RT}{2p} = \frac{A}{p},$$

де $A = \left(\frac{G}{F}\right)^2 \cdot \frac{RT}{2} = \mathrm{const}$, якщо знехтувати зміною T вздовж труби.

Тоді

$$\frac{dp}{d\bar{l}} = -\xi\left(\frac{G}{F}\cdot\frac{D}{\mu}\right)\cdot\left(\frac{G}{F}\right)^2 \cdot \frac{RT}{2p} = -\frac{B}{p}, \quad (6)$$

де $B = \xi\left(\frac{G}{F}\cdot\frac{D}{\mu}\right)\cdot\left(\frac{G}{F}\right)^2 \cdot \frac{RT}{2} = \mathrm{const}.$

Після інтегрування диференційного рівняння (6), одержимо закон зміни тиску вздовж труби $p(\bar{l})$:

$$\int p dp = -\int B \cdot d\bar{l} \quad ,$$

$$\text{і} \quad \frac{p^2}{2} = -B\bar{l} + \mathrm{const}. \quad (7)$$

Постійна у рівнянні (7) визначається з граничних умов на вході у трубу. При $\bar{l} = 0$ $p = p_1$, тому $\mathrm{const} = \frac{{p_1}^2}{2}$ і рівняння (7) можна представити у вигляді

$$\frac{{p_1}^2 - {p_2}^2}{2} = B\,\bar{l}. \quad (8)$$

З (8) можна одержати закон зміни тиску вздовж труби для стислого робочого тіла:

$$p_2 = \sqrt{{p_1}^2 - 2B\,\bar{l}}, \quad (9)$$

або у повному вигляді:

$$p_2 = \sqrt{{p_1}^2 - \xi\left(\frac{G}{F}\cdot\frac{D}{\mu}\right)\cdot\left(\frac{G}{F}\right)^2 \cdot RT\,\bar{l}} \quad (10)$$

На відміну від нестисненого робочого тіла, залежність $p(\bar{l})$ для газу є нелінійною.

За допомогою формул (5) та (10) можна порівняти закони зміни тиску вздовж труби для стислого та нестислого робочого тіла.

Для прикладу розглядається ділянка магістрального газопроводу з діаметром труби D = 1,420 м, у якій тече метан з початковими тиском p_1 = 75 бар і температурою 20°С. Секундні масові витрати газу G = 700 кг/с.

Розрахунки виконані для двох випадків: коли густина метану стала вздовж труби і коли вона залежить від тиску.

При заданих p_1 та T_1 динамічна в'язкість $\mu = 1{,}29\cdot10^{-5}$ Па·с [2].

Тоді число $Re = \frac{G}{F}\cdot\frac{D}{\mu} = 4{,}87\cdot10^{-7}$.

З [1] визначається, що lg(100*ξ) = 0,3, звідки ξ = 0,019953.

Результати розрахунку тиску вздовж труби для стислого та нестислого робочого тіла представлені на рис. 1

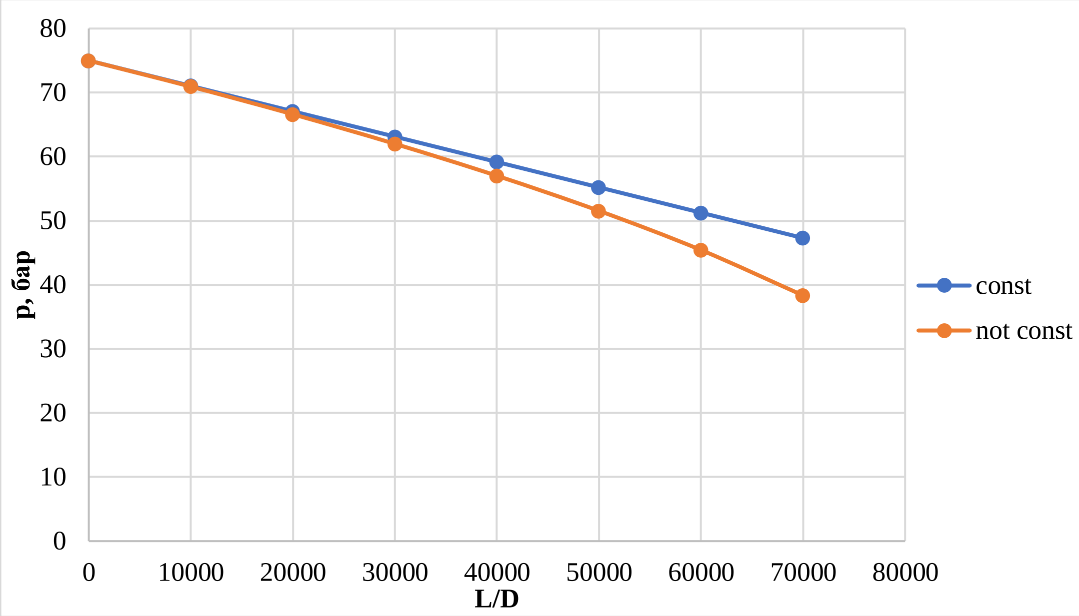

Рис. 1 – Зміна тиску вздовж труби для стисненого та нестисненого робочого тіла

З наведених результатів випливає, що втрати тиску більші для стисненого робочого тіла, а різниця розподілів тиску при $\rho = \mathrm{const}$ та $\rho \neq \mathrm{const}$ зростає при збільшенні $\frac{l}{D}$.

Перелік використаної літератури:

1. Идельчик, И. Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям [Текст] / И. Е. Идельчик ; Под ред. М. О. Штейнберга. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение. 1992. – 672 с.

2. Физические величины [Текст] : справочник / А. П. Бабичев, Н. А. Бабушкина, А. М. Братковский [и др.] ; Под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 1232 с.