

КРИТЕРІЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ПЛАНЕТАРНИХ ЗУБЧАСТИХ МЕХАНІЗМІВ

Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут»

Вступ. Планетарні механізми мають порівняно велике передавальне відношення від провідної ланки до вихідної при малій масі та габаритах, що робить їх використання привабливими у багатьох галузях машинобудування. При проектуванні таких передач часто використовують колеса з числами зубців від 18 до 180. Для багатьох схем це дозволяє підбирати десятки та навіть сотні варіантів рішення [1]. В зв'язку з цим постає питання вибору більш доцільної схеми за деякими критеріями.

Розглянуті планетарні механізми шести схем (рис. 1).

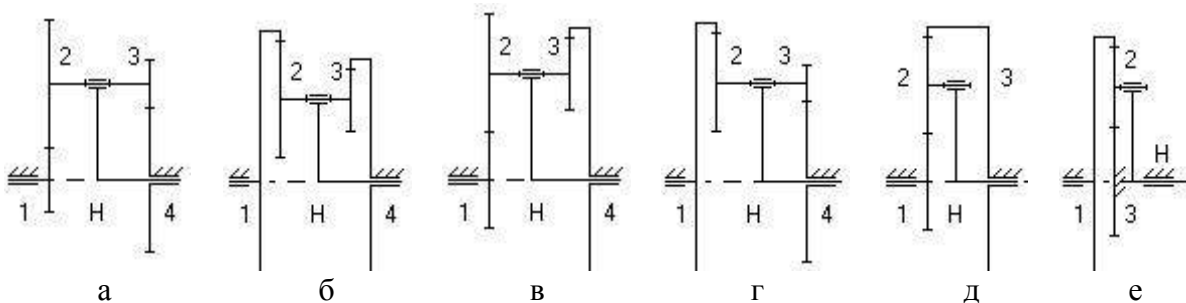


Рисунок 1 – Планетарні механізми:

а – схема AA; б – схема II; в – схема AI; г – схема IA; д – схема \overline{AI} ; е – схема \overline{IA} ;
1, 2, 3, 4 – номери зубчастих коліс; Н – водило

Для наведених схем оптимізація можлива по трьом основним критеріям:

- 1) мінімальна маса;
- 2) максимальна швидкодія;
- 3) максимальний ККД.

Критерій мінімальної маси. Щоб оптимізувати планетарний механізм за мінімальною масою треба спочатку знаходити сумарну площу усіх зубчастих коліс даної схеми і потім залишити найменшу. При цьому площа одного колеса для зовнішнього зачеплення слід визначати як $S = \pi \cdot r^2$, а для внутрішнього зачеплення як $S = \pi(r + 3m)^2 - \pi \cdot r^2$, де r – це радіус ділильного кола, m – модуль зачеплення. Маса водила, та корпусу не враховуються.

Таким чином мінімальну масу можна визначати через коефіцієнт:

$$\mu = 4 \cdot \sum S_i / \pi, \quad (1)$$

де S_i – площини відповідного зубчастого колеса

Для схеми AA:

$$\mu = z_1^2 \cdot m_1^2 + k \cdot z_2^2 \cdot m_1^2 + k \cdot z_3^2 \cdot m_2^2 + z_4^2 \cdot m_2^2. \quad (2)$$

Для схеми II:

$$\mu = (z_1 + 6)^2 \cdot m_1^2 - z_1^2 \cdot m_1^2 + k \cdot z_2^2 \cdot m_1^2 + k \cdot z_3^2 \cdot m_2^2 + (z_4 + 6)^2 \cdot m_2^2 - z_4^2 \cdot m_2^2. \quad (3)$$

Для схеми AI:

$$\mu = z_1^2 \cdot m_1^2 + k \cdot z_2^2 \cdot m_1^2 + k \cdot z_3^2 \cdot m_2^2 + (z_4 + 6)^2 \cdot m_2^2 - z_4^2 \cdot m_2^2. \quad (4)$$

Для схеми IA :

$$\mu = (z_1 + 6)^2 \cdot m_1^2 - z_1^2 \cdot m_1^2 + k \cdot z_2^2 \cdot m_1^2 + k \cdot z_3^2 \cdot m_2^2 + z_4^2 \cdot m_2^2. \quad (5)$$

Для схеми \overline{AI} :

$$\mu = \left(z_1^2 + k \cdot z_2^2 + (z_3 + 6)^2 - z_3^2 \right) \cdot m_1^2. \quad (6)$$

Для схеми \overline{IA} :

$$\mu = \left((z_1 + 6)^2 - z_1^2 + k \cdot z_2^2 + z_3^2 \right) \cdot m_1^2. \quad (7)$$

В наведених вище формулах (2) – (7) z_i – числа зубців коліс, k – кількість сателітів, m_1 – модуль першого сателітного колеса, m_2 – модуль другого сателітного колеса.

Критерій максимальної швидкодії. Під максимальною швидкодією планетарного механізму мається на увазі, що його зведений момент інерції $I_{зв}$ до провідної ланки приймає мінімальне значення.

Таким чином максимальну швидкодією зручно визначати через коефіцієнт:

$$\beta = \frac{32 \cdot I_{зв} \cdot U_{1H}^2}{\pi \cdot b \cdot \gamma \cdot m_1^4}, \quad (8)$$

де U_{1H} – передавальне відношення від першого колеса до водила; b – товщина зубчастих коліс; γ – питома вага.

Для схем AA и AI :

$$\beta = z_1^4 U_{1H}^2 + 2kz_2^2 (z_1 + z_2)^2 + \frac{kz_2^4 m_1^2 (z_1 + z_2)^2}{z_3^2 m_2^2} + \frac{3kz_3^2 m_1^2 (z_1 + z_2)^2}{m_1^2}. \quad (9)$$

Для схем II и IA :

$$\beta = 144(z_1 + 3)^2 U_{1H}^2 + 2kz_2^2 (z_1 - z_2)^2 + \frac{kz_2^4 m_1^2 (z_1 - z_2)^2}{z_3^2 m_2^2} + \frac{3kz_3^2 m_2^2 (z_1 - z_2)^2}{m_2^2}. \quad (10)$$

Для схеми \overline{AI}

$$\beta = z_1^4 U_{1H}^2 + 3kz_2^2 (z_1 + z_2)^2. \quad (11)$$

Для схеми \overline{IA}

$$\beta = 144(z_1 + 3)^2 U_{1H}^2 + 2kz_2^2 (z_1 - z_2)^2. \quad (12)$$

Формули (9) – (12) корисні для швидкого визначення максимальної швидкодії планетарних механізмів (рис. 1).

Коефіцієнт корисної дії. Планетарний механізм тривалий час повинен працювати при порівняно постійних зовнішніх силах і моментах, виключаючи режими пуск-зупинка. При цьому чисельне значення ККД дорівнює відношенню роботи сил виробничого опору до роботи рушійних сил, обчислене за час, що дорівнює періоду руху.

Спочатку визначаємо коефіцієнт втрат [2] як суму втрат у підшипнику Ψ_{nidu} , на змазку $\Psi_{зм}$ та тертя $\Psi_{тер}$:

$$\Psi = \Psi_{\text{ниди}} + \Psi_{\text{зм}} + \Psi_{\text{тер}} \quad (13)$$

Перші два коефіцієнта (13) слід визначати експериментально, або брати у виробника. Коефіцієнт тертя для схем AA, II, AI, IA слід визначати за формулою:

$$\Psi_{\text{тер}} = \frac{\pi \cdot \varepsilon_{\alpha 12} \cdot f \cdot \left(\frac{1}{z_2} \pm \frac{1}{z_1} \right)}{2} + \frac{\pi \cdot \varepsilon_{\alpha 34} \cdot f \cdot \left(\frac{1}{z_3} \pm \frac{1}{z_4} \right)}{2}; \quad (14)$$

Для схем \overline{AI} , \overline{IA} за формулою:

$$\Psi_{\text{тер}} = \frac{\pi \cdot \varepsilon_{\alpha 12} \cdot f \cdot \left(\frac{1}{z_2} \pm \frac{1}{z_1} \right)}{2} + \frac{\pi \cdot \varepsilon_{\alpha 23} \cdot f \cdot \left(\frac{1}{z_2} \pm \frac{1}{z_3} \right)}{2}, \quad (15)$$

де $\varepsilon_{\alpha ij}$ – коефіцієнта торцевого перекриття для пари коліс z_i и z_j ;

f – коефіцієнт тертя ковзання.

У формулах (14), (15) знак "+" необхідно брати для зовнішнього зачеплення, "-" для внутрішнього.

Таким чином коефіцієнти корисної дії (η) для схем, що розглядаються наведені у таблиці 1.

Таблиця 1 – Коефіцієнти корисної дії

Тип механізму	Відоме колесо	Передавальне відношення	
		$U_{1H} < 0$ або $U_{H1} < 0$	$U_{1H} > 0$ або $U_{H1} > 0$
AA	z_1	$\eta = 1 - \frac{U_{1H} - 1}{U_{1H}} \cdot \psi$	$\eta = \frac{U_{1H} - \psi}{U_{1H} \cdot (1 - \psi)}$
	H	$\eta = 1 - \frac{U_{H1} - 1}{U_{H1}} \cdot \psi$	$\eta = \frac{U_{H1} - \psi}{U_{H1} \cdot (1 - \psi)}$
II	z_1	$\eta = 1 - \frac{U_{1H} - 1}{U_{1H}} \cdot \psi$	$\eta = \frac{U_{1H} - \psi}{U_{1H} \cdot (1 - \psi)}$
	H	$\eta = \frac{1 - \psi}{1 - U_{H1} \cdot \psi}$	$\eta = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{U_{1H}} - 1 \right) \cdot \psi}$
AI, IA, \overline{AI} і \overline{IA}	z_1	–	$\eta = 1 - \frac{U_{1H} - 1}{U_{1H}} \cdot \psi$
	H	–	$\eta = \frac{1 - \psi}{1 - U_{H1} \cdot \psi}$

Програма розрахунку. Для спрощення оптимізації планетарних зубчастих механізмів заданих схем було написано комп'ютерну програму Planmex (Planetary gearings) (рис. 2) – свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 106199 від 13.07.21 р.

Ця програма дозволяє визначати мінімум коефіцієнта μ (1) для знаходження мінімальної маси, мінімум коефіцієнта β (8) для знаходження максимальної швидкодії та максимум ККД (η), що робить її зручною у використанні при відповідних розрахунках. Програма автономна у середовищі Windows і не вимагає будь яких навичок для її встановлення і роботи з нею.

Дане програмне забезпечення було створено на кафедрі теоретичної механіки, машинознавства та роботомеханічних систем та використовується студентами під час курсового проектування у курсі «Теоретична механіка та теорія машин і механізмів (курсний проект)».

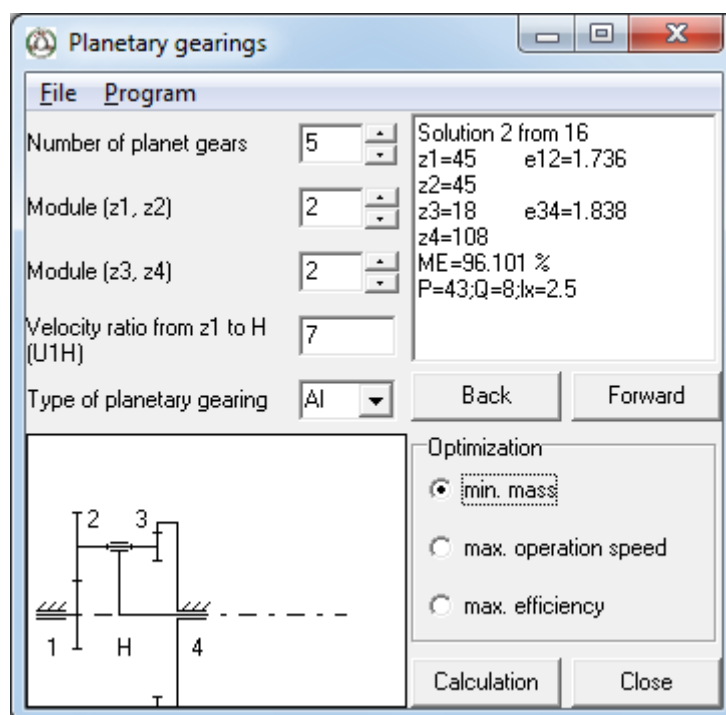


Рис. 2 – Програма Planetary gearings

На рис. 2 показано розрахунок схеми AI для параметрів: кількість сателітів $k = 5$, модулі коліс $m_1 = m_2 = 2$ мм, передавальне відношення від першого колеса до водила $U_{1H} = 7$. Підібрано 16 варіантів рішення серед яких другий виявився з мінімальною масою. Результати підбору чисел зубців z_i , розрахунки коефіцієнтів торцевого перекриття $\epsilon_{\alpha 12}$ та $\epsilon_{\alpha 34}$, ККД, числа P і Q необхідні для складання механізму, показник λ_χ для умови існування механізму заданої схеми показані у верхньому правому вікні.

Висновки. 1. На підставі отриманих розрахунків відбувається швидкий вибір необхідного варіанта рішення для простих схем планетарних механізмів. 2. Для зубчастих передач до складу яких входять зазначені схеми планетарних механізмів як окремі ступені оптимізація за зазначеними критеріями суттєво спрощується. 3. Вибір необхідного варіанта рішення можливий на початковому етапі при проектуванні складних структурних схем зубчастих передач. 4. Застосування програми Planmex (Planetary gearings) дозволяє отримувати необхідні рішення для подальшого аналізу.

Список використаних джерел

1. Данилов В. Н. «Подбор чисел зубьев планетарных механизмов схем AA, II, AI, IA, \overline{AI} и \overline{IA} с помощью программного обеспечения». Зб. наук. пр. «Відкриті інформаційні та комп'ютерні інтегровані технології». – Харків: ХАІ. – 2021р. – Вип.92. С. 87-100.
2. Ткаченко, В. А. Планетарные механизмы / В. А. Ткаченко. – Харьков: ХАИ, 2003. – 446 с.