УДК 621.91:004.94

Нарижний О.Г., к. т. н, доцент
o.naryzhniy@khai.edu

ОБЧИСЛЮВАЛЬНА ТЕРМОМЕХАНІЧНА МОДЕЛЬ СТРУГАННЯ

Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут»

Загальновідомо, що методи різання (прямолінійного стругання, обточування, фрезерування, протягування, розсвердлювання) на машинобудівних підприємствах мають долю 50-70% усього об′єму механічної обробки. Тому, особливо з урахуванням використання нових матеріалів, нових режимів різання та нового обладнання, задачі підвищення продуктивності різання, точності обробки, міцності та стійкості інструменту, ефективності обладнання будуть ще довгий час актуальними.

В зв′язку з цим виникає потреба в дослідженнях процесів різання та методах дослідження процесів різання. Експериментальний спосіб рішення задач різання майже вичерпав свої можливості, тому потрібно розвивати теоретичний підхід, який поділяється на два основні напрямки. Перший напрямок – це побудова аналітичних співвідношень, які описують взаємозв′язок параметрів різання та дозволяють розрахувати потрібні значення параметрів в кожному випадку. Другий напрямок передбачає формулювання та рішення задач різання на основі використання фундаментальних законів механіки деформованого твердого тіла. Велика кількість досліджень виконана за методом скінченних елементів (МСЕ), що пов'язано з невиконанням фундаментальних законів механіки.

В доповіді наведена обчислювальна математична модель стругання з урахуванням руйнування матеріалу та теплообміну, які характерні усім видам обробки різанням. На відміну від багатьох досліджень для дискретизації та вирішення рівнянь моделі рішення використаються метод скінченних елементів (МСЕ) разом з методом згладжених часток Галеркіна (SPG).

В основі моделі лежать фундаментальні закони механіки деформованого твердого тіла.

Закон балансу маси

$$\rho J = \rho_0, \tag{1}$$

де $J = \det(F) = \det\left(\dfrac{\partial x_i}{\partial X_j}\right)$ – якобіан, функціональний визначник, що дорівнює величині відносного об′єму в точці тіла, $x_i, X_i, i = 1,2,3$ – лагранжеві та ейлерові координати точки, F – градієнт руху, ρ, ρ_0 – густина матеріалу тіла в даний момент часу та на початку руху, відповідно.

Закон балансу енергії за умов неізотермічності та неадіабатичності процесу різання

$$\dot{w} = \frac{1}{\rho} \sigma_{ij} D_{ij} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial q_i}{\partial x_i} + Q \text{ або } \dot{w} = \frac{1}{\rho} \boldsymbol{\sigma} \bullet\bullet \boldsymbol{D} - \frac{1}{\rho} \nabla \bullet \boldsymbol{q} + Q, \tag{2}$$

де w - масова густина внутрішної енергії, $\boldsymbol{D}$ - тензор швидкості деформації, ∇ - диференціальний оператор Гамільтона, $\boldsymbol{q}$ - вектор теплового потоку, Q - масова потужність джерел тепла. Справа позначена $\bullet\bullet$ подвійна згортка добутку тензорів.

Закон теплозміни з урахуванням кондуктивного переносу тепла

$$\rho c_e \dot{\theta} - \nabla \bullet \nabla(\lambda \theta) = Q, \tag{3}$$

та теплового контакту між елементами технологічної системи

$$-\lambda \nabla \theta \bullet \mathbf{n} = \delta(\theta - \theta_{ext}), \tag{4}$$

де θ - температура, c - коефіцієнт теплоємності, λ - коефіцієнт теплопровідності, Q - потужність джерел тепла, , в якості яких розглядається перетворення роботи пластичної деформації в тепло, δ - коефіцієнт теплопередачі, θ_{ext} температура зовні.

Закон балансу кількості руху

$$\rho\ddot{u}_i = \rho f_i + \sum_j \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}, i = 1,2,3 \text{ або } \rho\ddot{\mathbf{u}} = \rho\mathbf{f} + \nabla \bullet \boldsymbol{\sigma}, \tag{5}$$

де u_i – проекції вектора переміщення, f_i – проекції вектора зовнішніх об′ємних сил, σ_{ij} – компоненти тензора напруг Коши.

Контактні умови визначають взаємодію тіл механічної системи-

$$\begin{gathered}\boldsymbol{\sigma}^{+} \bullet \mathbf{n} = \boldsymbol{\sigma}^{-} \bullet \mathbf{n} = \mathbf{0} \text{ при } \left(\mathbf{u}^{+} - \mathbf{u}^{-}\right) \bullet \mathbf{n} > 0, \\ \left(\boldsymbol{\sigma}^{+} - \boldsymbol{\sigma}^{-}\right) \bullet \mathbf{n} = 0 \text{ при } \left(\mathbf{u}^{+} - \mathbf{u}^{-}\right) = 0,\end{gathered} \tag{6}$$

де $\boldsymbol{\sigma}^{+}, \boldsymbol{\sigma}^{-}$ – тензори напруг на поверхнях двох тіл, $\mathbf{u}^{+}, \mathbf{u}^{-}$ – вектори переміщення на поверхні двох взаємодіючих тіл, $\mathbf{n}$ – вектор нормалі.

Граничні умови визначають стан на вільних поверхнях

– в переміщеннях

$$\mathbf{u} = \mathbf{U}, \tag{7}$$

– в напругах

$$\boldsymbol{\sigma} \bullet \mathbf{n} = \mathbf{P}, \tag{8}$$

де $\mathbf{U}$ - заданий вектор переміщень поверхні як функція координат та часу, $\mathbf{P}$ - заданий вектор поверхневих напруг як функція координат та часу.

Початкові умови

$$\mathbf{u}\big|_{t=0} = 0, \ \dot{\mathbf{u}}\big|_{t=0} = 0. \tag{9}$$

Матеріальні моделі елементів технологичної системи:

– різець виконаний з абсолютно твердого матеріала;

– поведінка матеріала деталі підлягає закону Джонсона-Кука, який визначає поведінку матеріала в широкому діапазоні деформацій, швидкостей деформацій та температур. Межа текучесті визначається

$$\sigma = \left(A + B\varepsilon^{n}\right)\left[1 + C\ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}\right)\right]\left[1 - \left(\frac{\theta - \theta_{room}}{\theta_{melt} - \theta_{room}}\right)^{m}\right], \tag{10}$$

де ε – ефективна пластична деформація, $\dot{\varepsilon}$ - швидкість деформації, $\dot{\varepsilon}_0$ - базова швидкість деформації, θ–температура материала, θ_{melt} - точка плавлення материалу, A, B, C, m та n - эмпіричні константи.

Умова руйнування матеріалу деталі – при досягненні критичної величини середнього значення пластичної деформації ε_{pl} двох сусідніх часток безпосередній зв'язок між ними переривається і не поновлюється . В деталі утворюється порожнина в області, де здійснилось руйнування.

Метод вирішення рівнянь моделі. Рівняння моделі (1)-(10) є суттєво нелінійними, тому для рішення використаються метод скінченних елементів (МСЕ) разом з методом згладжених часток Галеркіна (SPG). Дискретизація та рішення відбувається в середовищі пакету LS-DYNA.

Розглянуто приклади моделювання технологічної системи.