УДК 621.452.3:681.518.54:519.876.5 **doi: 10.32620/aktt.2024.sup2.09**

С. В. ЄПІФАНОВ, О. В. БОНДАРЕНКО

Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут», Харків, Україна

АНАЛІЗ ТОЧНОСТІ ОЦІНЮВАННЯ СТАЛОЇ ЧАСУ ОДНОВАЛЬНОГО ГАЗОТУРБІННОГО ДВИГУНА В РЕАЛЬНИХ УМОВАХ

У поточний час сформована й успішно розвивається багатьма науковими школами концепція бортової самоналаштовувальної моделі, яка забезпечує визначення в реальному часі параметрів робочого процесу двигуна, що не вимірюються.. Проте проблема точності оцінювання параметрів динамічних моделей за реальними даними досліджена явно недостатньо, внаслідок чого бракує рекомендацій щодо формування керуючих впливів на двигун, періодичності та тривалості реєстрації параметрів, а також перевірки достатності зібраної інформації для отримання динамічної моделі із заданою точністю. ***Предметом*** *дослідження є процес формування динамічних математичних моделей (ММ) газотурбінних двигунів із використанням реальних даних для наступного використання цих моделей для розв'язання задач керування та діагностування бортовими системами.* ***Метою*** *є визначення залежності похибок оцінювання динамічних параметрів математичних моделей від впливових факторів в умовах реальної зміни цих факторів за часом.* ***Задачі****, що розглянуто в роботі: формування МНК-функціоналу для задачі оцінювання, визначення похибок оцінювання динамічних коефіцієнтів, аналіз факторів, що впливають, а також визначення залежностей між факторами та похибками. Для цього використовуються* ***методи*** *теорії повітряно-реактивних двигунів, теорії лінійних динамічних систем та методи статистичного оцінювання. Отримано наступні* ***результати:*** *визначено співвідношення, що дозволяють розраховувати похибки оцінювання сталої часу одновального двигуна чи газогенератора в реальних умовах, коли витрата палива змінюється з обмеженою швидкістю, після чого стабілізується.* ***Наукова й практична новизна:*** *вперше отримано співвідношення, що визначають похибки оцінювання сталої часу за заданими значеннями похибок вимірювання, амплітудою та часом зміни витрати палива, а також частотою та тривалістю спостереження. Ці співвідношення представлено в безрозмірних координатах, що робить їх універсальними та здатними до застосування до будь-якого одновального турбореактивного двигуна чи одновального газогенератора під час апріорного чи апостеріорного аналізу результатів, а також планування експериментів і налагодження бортових алгоритмів самоналаштування моделей. Наведено приклад визначення похибок талої часу ротора газогенератора вертолітного турбовального двигуна на різних режимах роботи.*

Ключові слова: *газотурбінний двигун; турбовальний двигун; газогенератор; динамічна модель; стала часу двигуна; ідентифікація; похибка оцінювання.*

Вступ

Авіаційний газотурбінний двигун є складним технічним об'єктом, до якості характеристик і надійності якого висуваються високі вимоги. Для успішного розв'язання задач керування та контролю технічного стану двигуна він оснащений вимірювальною системою. До складу вимірюваних параметрів зазвичай входять частоти обертання роторів, температура газу в перерізах проточної частини турбіни, тиск на виході з компресора високого тиску, а в двоконтурних двигунах – тиск на виході з вентилятора в зовнішньому контурі. Проте склад вимірюваних параметрів є суттєво обмеженим складністю організації вимірювання деяких найважливіших параметрів, малим ресурсом відповідних датчиків, високою вартістю відповідних компонентів вимірювальної системи, а також захаращуванням проточної частини двигуна та відповідним негативним впливом на витрату робочого тіла, тягу й питому витрату палива.

Опубліковано значну кількість робіт, присвячених визначенню невимірюваних параметрів. В області діагностування двигунів ці методи об'єднано під назвою Gas Path Analysis и присвячено розрахунку відхилень характеристик вузлів на усталених режимах. Одна з перших робіт у цьому напрямку опублікована L. Urban [1], а огляди поточного стану представлені в роботах [2, 3]. Відомі також роботи, в яких розглянуто визначення цих відхилень на перехідних режимах для виявлення раптових несправностей [4, 5].

Роботи в області алгоритмів автоматичного керування двигунами за невимірюваними параметрами здебільшого основані на застосуванні фільтру Калмана до розширеної системи, до складу параметрів

© С. В. Єпіфанов, О. В. Бондаренко, 2024

ISSN 1814-4225 (print)
ISSN 2663-2012 (online)

стану якої включено шукані невимірювані параметри. На наш погляд, найбільш змістовний аналіз цих робіт наведено в статті Q. Chen та ін. [6].

В основі визначення невимірюваних параметрів лежать математичні моделі двигунів [7, 8]. Для аналізу перехідних режимів використовуються динамічні моделі [9, 10].

Лінійна динамічна модель двигуна має вигляд [11]

$$\dot{\vec{X}} = A\Delta\vec{X} + B\Delta\vec{U}; \quad (1)$$

$$\vec{Y} = C\Delta\vec{X} + D\Delta\vec{U}, \quad (2)$$

де $\vec{X}$ - вектор стану;

$\vec{U}$ - вектор керування;

A, B, C, D - матриці;

Δ – відхилення параметрів від значень, що відповідають усталеному режиму роботи двигуна.

В околиці режиму роботи двигуна, що розглядається, коефіцієнти матриць є постійними. Така модель називається однорежимною. Відомо, що динамічні властивості двигуна суттєво залежать від режиму та польотних умов його роботи [11]. Це можна врахувати, якщо ввести залежності коефіцієнтів матриць від параметрів $\vec{U}_р$ і $\vec{U}_п$, або параметрів стану $\vec{X}$. Така модель називається квазилінійною. Вона враховує нелінійні зв'язки, але є лінійною за структурою.

Задача ідентифікації з використанням цієї моделі полягає у визначенні коефіцієнтів зазначених матриць на основі значень параметрів, виміряних у перехідних процесах, зумовлених зміною елементів вектору керування (тобто режиму або зовнішніх умов).

Найбільш відома монографія з проблеми формування лінійних динамічних моделей ГТД опублікована Kulikov і Thompson [12] у 2004 р. У ній розглянуто задачу ідентифікації динамічних характеристик ГТД за експериментальною інформацією. Основну увагу приділено ідентифікації в частотній області. На жаль, практичне значення такого методу є обмеженим, тому що для його реалізації необхідно забезпечити гармонічну або випадкову зміну впливу (витрати палива).

У згаданій роботі розглянуто також проблему параметричної ідентифікованості двигуна, яка полягає в можливості формування моделі об'єкту за експериментальними даними з необхідною точністю. Для цього потрібний метод аналізу точності ідентифікації. Проте, на жаль, кількісні оцінки точності ідентифікації в цій монографії не розглянуто.

Wei та його співавтори з Пекінського університету Бейханг і Кренфілдського університету представили змістовний огляд розвитку бортових моделей ГТД [7]. Область використання бортових моделей представлена на рис. 1.

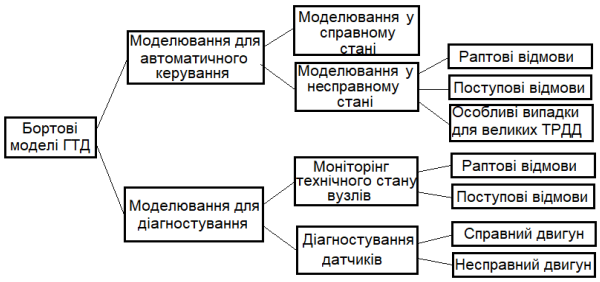

Рис. 1. Область використання бортових моделей ГТД

В результаті аналізу розвитку бортових моделей Wei та ін. [10] відмітили, що вони все ще не знайшли широкого практичного використання. На думку авторів, це зумовлено необхідністю вирішення двох проблем:

1) Вірогідне моделювання найважливіших невимірюваних параметрів при раптовій зміні стану двигуна.

2) Забезпечення достатньої точності налаштування бортової моделі з урахуванням особливостей двигуна.

Таким чином, налаштування динамічних моделей за вимірювальною інформацією є важливим завданням, яке вирішується на різних етапах використання моделей.

З усіх робіт по ідентифікації характеристик двигунів роботи, пов'язані з динамічними характеристиками, становлять незначну кількість. У них головним чином розглянуто визначення коефіцієнтів однорежимної динамічної моделі методом найменших квадратів. Проте проблему аналізу точності оцінювання параметрів динамічних моделей за реальними даними досліджено явно недостатньо, внаслідок чого відсутні рекомендації щодо формування керувальних впливів на двигун, періодичності й тривалості реєстрації параметрів, а також визначення достатності зібраної інформації для отримання динамічної моделі із заданою точністю.

У попередній роботі [13] авторами цієї статті розглянуто задачу визначення залежності оцінювання похибок коефіцієнтів динамічної моделі двигуна від основних впливових факторів:

- інтенсивності зміни вхідної керуючої дії;
- амплітуди зміни вхідної дії;
- частоти реєстрації;
- похибок вимірювань;
- похибок використовуваної апріорної інформації про модель.

Отримано узагальнені характеристики, які дозволяють визначати похибки оцінювання сталої часу одновального двигуна в заданих умовах його роботи у випадку використання стрибкоподібної зміни витрати палива.

Проте забезпечити зазначену зміну витрати палива практично неможливо внаслідок обмежень на

швидкість її зміни, які вносять закони керування двигуна, а також динамічні властивості виконавчих пристроїв. Тому отримані раніше результати можуть бути використані тільки для отримання грубих, занадто оптимістичних значень похибок оцінювання.

У цій роботі розглянуто похибки оцінювання динамічних характеристик ГТД у більш реальному випадку, коли витрата палива змінюється з постійною швидкістю, а потім набуває певного значення й стабілізується.

1. Аналіз задачі оцінювання сталої часу двигуна при лінійній зміні витрати палива з обмеженням

Розглянемо рівняння (1), яке для одновального двигуна має вигляд

$$\tau\frac{dn}{dt}+\Delta n = K\Delta G. \qquad (3)$$

Зміна витрати палива:

$$\Delta G=\begin{cases} vt, \Delta G < G_0\ (t < t_0); \\ G_0, \Delta G \ge G_0 (t \ge t_0), \end{cases} \qquad (4)$$

де G_0 - амплітуда зміни витрати палива; $t_0=\frac{G_0}{v}$.

Розв'язок рівняння динаміки ротора:

$$\Delta n=\begin{cases} K\frac{G_0}{t_0}\left[t-\tau\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\right], t < t_0; \\ K\frac{G_0}{t_0}\left[t_0+\tau\left(e^{-\frac{t}{\tau}}-e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}\right)\right], t \ge t_0. \end{cases} \qquad (5)$$

Для визначення сталої часу будемо використовувати значення частоти обертання n_j, зареєстровані в моменти часу t_j, j=1,…,N з постійним інтервалом спостереження Δt.

Оцінка, отримана методом найменших квадратів (МНК), мінімізує функціонал

$$\Phi(\Delta\tau)=\sum_{j=1}^{N}\left[n_j-n_{mod}(\vec{\theta}, t_j)\right]^2, \qquad (6)$$

де $n_{mod}(\vec{\theta}, t_j)$ - значення, отримані за допомогою математичної моделі в моменти часу t_j;

$\vec{\theta}=\left[G_0 \quad t_0 \quad K\right]^T$ - параметри моделі.

Приймаючи, що структурні похибки моделі є відсутніми, підставимо в МНК-функціонал (6) значення

$$n_{mod}(\vec{\theta}, t_j)=n_{mod}(\vec{\theta}^0, t_j)+$$
$$+\left(\frac{\partial n}{\partial\tau}\right)_j\Delta\tau-\left(\frac{\partial n}{\partial G}\right)_j\Delta G-\left(\frac{\partial n}{\partial K}\right)_j\Delta K-\left(\frac{\partial n}{\partial t_0}\right)_j\Delta t_0,$$

де індекс «0» відповідає істинному значенню параметрів, а Δ – відхилення (похибки) параметрів моделі (з яких τ є шуканим параметром, G_0 і t_0 визначаються експериментально, а K задається).

З умови мінімуму цього функціоналу отримаємо вираз для похибки оцінки сталої часу:

$$\frac{\partial\Phi(\Delta\tau)}{\partial\Delta\tau}=-2\sum_{j=1}^{N}\left[\Delta n_j-\left(\frac{\partial n}{\partial\tau}\right)_j\Delta\tau-\left(\frac{\partial n}{\partial G}\right)_j\Delta G-\left(\frac{\partial n}{\partial K}\right)_j\Delta K-\left(\frac{\partial n}{\partial t_0}\right)_j\Delta t_0\right]\left(\frac{\partial n}{\partial\tau}\right)_j=0;$$

$$\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{\partial n}{\partial\tau}\right)_j^2\Delta\tau=\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{\partial n}{\partial\tau}\right)_j\Delta n_j-\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{\partial n}{\partial\tau}\right)_j\left(\frac{\partial n}{\partial G}\right)_j\Delta G-\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{\partial n}{\partial\tau}\right)_j\left(\frac{\partial n}{\partial K}\right)_j\Delta K-\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{\partial n}{\partial\tau}\right)_j\left(\frac{\partial n}{\partial t_0}\right)_j\Delta t_0;$$

$$\Delta\hat{\tau}=\frac{\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{\partial n}{\partial\tau}\right)_j\Delta n_j-\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{\partial n}{\partial\tau}\right)_j\left(\frac{\partial n}{\partial G}\right)_j\Delta G-\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{\partial n}{\partial\tau}\right)_j\left(\frac{\partial n}{\partial K}\right)_j\Delta K-\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{\partial n}{\partial\tau}\right)_j\left(\frac{\partial n}{\partial t_0}\right)_j\Delta t_0}{\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{\partial n}{\partial\tau}\right)_j^2}. \qquad (7)$$

Функції чутливості:

$$\frac{\partial n}{\partial\tau}=\begin{cases} K\frac{G_0}{t_0}\left[\left(1+\frac{t}{\tau}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}-1\right], t < t_0; \\ K\frac{G_0}{t_0}\left[\left(1+\frac{t}{\tau}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}-\left(1+\frac{t-t_0}{\tau}\right)e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}\right], t \ge t_0. \end{cases} \qquad (8)$$

$$\frac{\partial n}{\partial G}=\begin{cases} K\left[\frac{t}{t_0}-\frac{\tau}{t_0}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\right], t < t_0; \\ K\left[1+\frac{\tau}{t_0}\left(e^{-\frac{t}{\tau}}-e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}\right)\right], t \ge t_0. \end{cases} \qquad (9)$$

ISSN 1814-4225 (print)
ISSN 2663-2012 (online)

$$\frac{\partial n}{\partial K}=\begin{cases} G_0\left[\frac{t}{t_0}-\frac{\tau}{t_0}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\right], t<t_0; \\ G_0\left[1+\frac{\tau}{t_0}\left(e^{-\frac{t}{\tau}}-e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}\right)\right], t\ge t_0. \end{cases} \quad (10)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t_0}=\begin{cases} -K\frac{G_0}{t_0}\left[1-\frac{\tau}{t_0}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\right], t<t_0; \\ -K\frac{G_0}{t_0}\left[\left(1-\frac{\tau}{t_0}\right)e^{\frac{t_0}{\tau}}+\frac{\tau}{t_0}\right]e^{-\frac{t}{\tau}}, t\ge t_0. \end{cases} \quad (11)$$

Таким чином, інструментальна похибка оцінки сталої часу

$$\Delta\tau=(\Delta\tau)_n+(\Delta\tau)_G+(\Delta\tau)_K+(\Delta\tau)_{t_0}.$$

Вважаючи похибки незалежними випадковими величинами, отримаємо дисперсію сумарної похибки:

$$\sigma^2_{\tau\Sigma}=\sigma^2_{\tau n}+\sigma^2_{\tau G}+\sigma^2_{\tau K}+\sigma^2_{\tau t_0}. \quad (12)$$

2. Аналітичне рішення задачі для складової, зумовленої похибкою вимірювання частоти обертання

Дисперсія інструментальної похибки, зумовленої похибками вимірювання частоти обертання:

$$\sigma^2_{\tau n}=\frac{\sigma^2_n\cdot\Delta t}{\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{\partial n}{\partial\tau}\right)^2_j\Delta t}\approx\frac{\sigma^2_n\cdot\Delta t}{\int_0^{t_N}\left(\frac{\partial n}{\partial\tau}\right)^2 dt}. \quad (12)$$

При $t_N<t_0$ отримаємо:

$$\int_0^{t_N}\left(\frac{\partial n}{\partial\tau}\right)^2 dt=K^2v^2\int_0^{t_N}\left[\left(\frac{t}{\tau}+1\right)e^{-\frac{t}{\tau}}-1\right]^2 dt=K^2v^2\tau\int_0^{t_N}\left[\left(\frac{t}{\tau}+1\right)ee^{-\left(\frac{t}{\tau}+1\right)}-1\right]^2 d\left(\frac{t}{\tau}+1\right)=$$

$$=K^2v^2\tau\left\{e^2\int_0^{t_N}x^2e^{-2x}dx-2e\int_0^{t_N}xe^{-x}dx+t_N\int_0^{t_N}dx\right\}=$$

$$=K^2v^2\tau\left\{\frac{e^2}{4}\left[1-\left(2x^2+2x+1\right)e^{-2x}\right]\Bigg|_1^{\frac{t_N}{\tau}+1}-2e\left[1-(x+1)e^{-x}\right]\Bigg|_1^{\frac{t_N}{\tau}+1}+\frac{t_N}{\tau}\right\}=$$

$$=K^2v^2\tau\left\{\frac{5}{4}-\frac{1}{4}\left[2\left(\frac{t_N}{\tau}\right)^2+6\frac{t_N}{\tau}+5\right]e^{-2\frac{t_N}{\tau}}-4+2\left(\frac{t_N}{\tau}+2\right)e^{-\frac{t_N}{\tau}}+\frac{t_N}{\tau}\right\}. \quad (13)$$

Очевидно, що, якщо $t_N=t_0$,

$$\int_0^{t_0}\left(\frac{\partial n}{\partial\tau}\right)^2 dt=K^2v^2\tau\left\{\frac{5}{4}-\frac{1}{4}\left[2\left(\frac{t_0}{\tau}\right)^2+6\frac{t_0}{\tau}+5\right]e^{-2\frac{t_0}{\tau}}-4+2\left(\frac{t_0}{\tau}+2\right)e^{-\frac{t_0}{\tau}}+\frac{t_0}{\tau}\right\}=$$

$$=\frac{K^2G_0^2}{t_0^2}\tau\left\{\frac{5}{4}-\frac{1}{4}\left[2\left(\frac{t_0}{\tau}\right)^2+6\frac{t_0}{\tau}+5\right]e^{-2\frac{t_0}{\tau}}-4+2\left(\frac{t_0}{\tau}+2\right)e^{-\frac{t_0}{\tau}}+\frac{t_0}{\tau}\right\}. \quad (14)$$

При $t_N>t_0$, $\int_0^{t_N}\left(\frac{\partial n}{\partial\tau}\right)^2 dt=\int_0^{t_0}\left(\frac{\partial n}{\partial\tau}\right)^2 dt+\int_{t_0}^{t_N}\left(\frac{\partial n}{\partial\tau}\right)^2 dt$.

Перетворимо вираз для $\frac{\partial n}{\partial\tau}$, який відповідає $t_N>t_0$:

$$\frac{\partial n}{\partial\tau}=Kv\left[\left(1+\frac{t}{\tau}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}-\left(1+\frac{t-t_0}{\tau}\right)e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}\right]=Kv\left[\frac{t}{\tau}\left(1+e^{\frac{t_0}{\tau}}\right)+1+\left(1-\frac{t_0}{\tau}\right)e^{\frac{t_0}{\tau}}\right]e^{-\frac{t}{\tau}}=Kv\left(a\frac{t}{\tau}+b\right)e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (15)$$

де $a=1-e^{\frac{t_0}{\tau}}$; $b=1+\left(\frac{t_0}{\tau}-1\right)e^{\frac{t_0}{\tau}}$.

Тоді

$$\int_{t_0}^{t_N}\left(\frac{\partial n}{\partial\tau}\right)^2 dt=K^2v^2\int_{t_0}^{t_N}\left(a\frac{t}{\tau}+b\right)^2 e^{-2\frac{t}{\tau}}dt=K^2v^2\left(a^2\int_{t_0}^{t_N}\left(\frac{t}{\tau}\right)^2 e^{-2\frac{t}{\tau}}dt+2ab\int_{t_0}^{t_N}\frac{t}{\tau}e^{-2\frac{t}{\tau}}dt+b^2\int_{t_0}^{t_N}e^{-2\frac{t}{\tau}}dt\right)=$$

$$= K^2v^2\left\{a^2\frac{\tau}{4}\left[1-\left(\frac{2}{\tau^2}t^2+\frac{2}{\tau}t+1\right)e^{-2\frac{t}{\tau}}\right]\Bigg|_{t_0}^{t_N}+2ab\frac{\tau}{4}\left[1-\left(\frac{2}{\tau}t+1\right)e^{-2\frac{t}{\tau}}\right]\Bigg|_{t_0}^{t_N}+b^2\frac{\tau}{2}\left(1-e^{-2\frac{t}{\tau}}\right)\Bigg|_{t_0}^{t_N}\right\}=$$

$$= K^2v^2\tau\left(\left\{\frac{a^2}{4}\left[2\left(\frac{t_0}{\tau}\right)^2+2\frac{t_0}{\tau}+1\right]+\frac{ab}{2}\left(2\frac{t_0}{\tau}+1\right)+\frac{b^2}{2}\right\}e^{-2\frac{t_0}{\tau}}-\left\{\frac{a^2}{4}\left[2\left(\frac{t_N}{\tau}\right)^2+2\frac{t_N}{\tau}+1\right]+\frac{ab}{2}\left(2\frac{t_N}{\tau}+1\right)+\frac{b^2}{2}\right\}e^{-2\frac{t_N}{\tau}}\right) \quad . (16)$$

Отримані аналітичні вирази (13), (14), (16) пов'язують похибку оцінювання сталої часу з основними впливовими факторами: похибкою вимірювання частоти обертання, тривалістю спостереження, частотою вимірювання, а також властивостями двигуна, вираженими у вигляді залежності від часу часткової похідної від частоти обертання по сталій часу (ця похідна залежить також від виду вхідної дії – характеру зміни витрати палива).

Для отримання універсальної характеристики введемо безрозмірні змінні $\bar{n}=\frac{n}{KG_{П0}}$; $\bar{t}=\frac{t}{\tau}$; $\Delta\bar{t}=\frac{\Delta t}{\tau}$, де τ – істинне значення сталої часу двигуна; K – істинне значення коефіцієнту підсилення.

Тоді

$$\bar{\sigma}^2_{\tau n}=\frac{\sigma^2_{\tau n}}{\tau^2}=\frac{\sigma_n^2\cdot\Delta t}{\tau^2\int_0^{t_N}\left(\frac{\partial n}{\partial\tau}\right)^2dt}=\frac{\sigma_n^2\cdot\Delta t}{\tau^2K^2v^2\tau\varphi(\frac{t_0}{\tau},\frac{t_N}{\tau})}=$$

$$=\frac{\sigma_n^2\cdot t_0^2\cdot\Delta t}{\tau^2K^2G_0^2\tau\varphi(\frac{t_0}{\tau},\frac{t_N}{\tau})}=\sigma^2_{\bar{n}}\cdot\Delta\bar{t}f_n\left(\bar{t}_0,\bar{t}_N\right),$$

де $f_n\left(\bar{t}_0,\bar{t}_N\right)=\frac{\bar{t}_0^2}{\varphi(\frac{t_0}{\tau},\frac{t_N}{\tau})}$ - функція похибки.

Функцію $\varphi(\frac{t_0}{\tau},\frac{t_N}{\tau})$ визначено вище. Вона має такий вигляд:

$$\varphi(\frac{t_0}{\tau},\frac{t_N}{\tau})=\frac{\int_0^{t_N}\left(\frac{\partial n}{\partial\tau}\right)^2dt}{K^2v^2\tau}=\frac{5}{4}-\frac{1}{4}\left[2\left(\frac{t_0}{\tau}\right)^2+6\frac{t_0}{\tau}+5\right]e^{-2\frac{t_0}{\tau}}-4+2\left(\frac{t_0}{\tau}+2\right)e^{-\frac{t_0}{\tau}}+\frac{t_0}{\tau}+$$

$$+\left\{\frac{a^2}{4}\left[2\left(\frac{t_0}{\tau}\right)^2+2\frac{t_0}{\tau}+1\right]+\frac{ab}{2}\left(2\frac{t_0}{\tau}+1\right)+\frac{b^2}{2}\right\}e^{-2\frac{t_0}{\tau}}-\left\{\frac{a^2}{4}\left[2\left(\frac{t_N}{\tau}\right)^2+2\frac{t_N}{\tau}+1\right]+\frac{ab}{2}\left(2\frac{t_N}{\tau}+1\right)+\frac{b^2}{2}\right\}e^{-2\frac{t_N}{\tau}} \quad . (18)$$

Функцію $f_n\left(\bar{t}_0,\bar{t}_N\right)$ представлено на рис. 2.

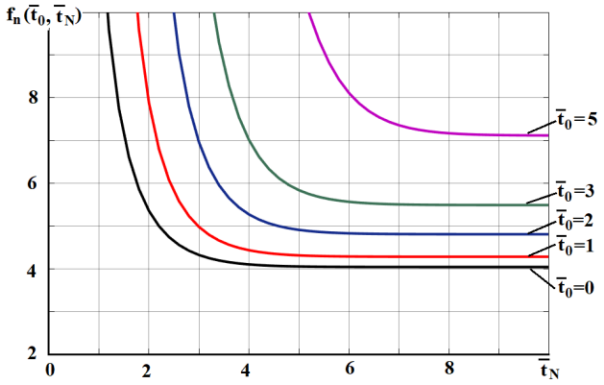

Рис. 2. Функція похибки $f_n\left(\bar{t}_0,\bar{t}_N\right)$

Очевидно, її значення при зростанні тривалості спостереження наближається не до нуля, а до скінченного значення, яке залежить від параметра $\bar{t}_0$. Це визначає, що після закінчення перехідного процесу та стабілізації частоти обертання нові вимірювання не містять додаткової інформації щодо шуканого значення сталої часу.

Кінцеве значення зазначеної функції похибки $f_n\left(\bar{t}_0,\infty\right)$ отримаємо, ураховуючи, що при збільшенні терміну спостереження складова функції, що залежить від $\bar{t}_N$, наближається до нуля:

$$\varphi(\frac{t_0}{\tau},\infty)=\frac{5}{4}-\frac{1}{4}\left[2\left(\frac{t_0}{\tau}\right)^2+6\frac{t_0}{\tau}+5\right]e^{-2\frac{t_0}{\tau}}-$$

$$-4+2\left(\frac{t_0}{\tau}+2\right)e^{-\frac{t_0}{\tau}}+\frac{t_0}{\tau}+$$

$$+\left\{\frac{a^2}{4}\left[2\left(\frac{t_0}{\tau}\right)^2+2\frac{t_0}{\tau}+1\right]+\frac{ab}{2}\left(2\frac{t_0}{\tau}+1\right)+\frac{b^2}{2}\right\}e^{-2\frac{t_0}{\tau}}.$$

Коректність отриманого результату підтверджується тим, що значення $t_0 = 0$ відповідає стрибкоподібній зміні витрати палива. Цей випадок розглянуто в роботі [14, рис. 5], де показано, що мінімальне значення функції похибки для зазначеної дії дорівнює 4.

ISSN 1814-4225 (print)
ISSN 2663-2012 (online)

Рис. 3. Функція похибки $f_n(\bar{t}_0,\infty)$

3. Приклад аналізу похибок на ділянці лінійної зміни витрати палива

Розглянемо випадок, коли спостереження виконуються тільки на ділянці лінійної зміни витрати палива. Порівняємо можливості визначення сталої часу при одній і тій же амплітуді зміни витрати палива та різних значеннях швидкості його зміни. Припущення про однакову амплітуду зміни витрати палива можна пояснити намаганням обмежити та забезпечити однакову похибку, зумовлену заміною вихідної нелінійної моделі на лінійну модель із сталими коефіцієнтами.

Нехай $\tau = 1$ с; $K = 10$ (об/хв)/(кг/год); $\Delta t = 0{,}2$ с; $G_0 = 100$ кг/год.

Будемо змінювати значення швидкості v від 1 до 100 (кг/год)/с, розглядаючи як інтервал спостереження час $t_0 = G_0/v$. Визначимо середньоквадратичне відхилення (СКВ) відносної похибки оцінювання сталої часу

$$\frac{\sigma_\tau}{\sigma_n} = \frac{1}{\sqrt{\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{\partial n}{\partial \tau}\right)^2}},$$

де $N = \frac{t_0}{\Delta t} = \frac{G_0}{v\Delta t}$.

Результати представлено в табл. 1 і на рис. 4.

Порівняння розглянутих варіантів показує, що на похибки оцінки сталої часу протилежний вплив мають два фактори: чутливість частоти обертання до сталої часу та кількість вимірів. Чутливість є прямо пропорційною до швидкості зміни витрати палива. Кількість вимірів є зворотно пропорційною. Напочатку перехідного процесу чутливість є невеликою. Далі вона зростає та через час, який перебільшує приблизно три сталих часу, стабілізується. Оскільки частота обертання після стабілізації зростає лінійно, кожний новий вимір дає додаткову інформацію. Зазначений вплив двох факторів приводить к того, що є оптимальна швидкість зміни витрати палива, при якій СКВ оцінки сталої часу має мінімум. Таким чином, існує швидкість, при якій забезпечується мінімальна похибка оцінювання сталої часу у випадку, коли для спостережень використовується тільки лінійна ділянка.

Таблиця 1

Вплив швидкості зміни витрати палива на похибку оцінки на ділянці лінійної зміни

v, (кг/час) /с	1	5	10	20	50	100
t_0, с	100	20	10	5	2	1
N	500	100	50	25	10	5
$\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{\partial n}{\partial \tau}\right)^2$	4990	216875	367549	487132	318206	125339
$\frac{\sigma_\tau}{\sigma_n}$, с/(об/хв)	0.014	0.002147	0.001649	0.001433	0.001773	0.002825

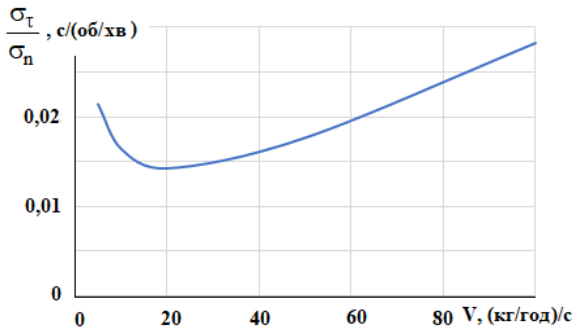

Рис. 4. Залежність відносного СКВ оцінки від швидкості зміни витрати палива на лінійній ділянці

4. Приклад аналізу похибок на повному інтервалі спостереження

Розглянемо той же приклад:
$\tau = 1$ с; $K = 10$ (об/хв)/(кг/год);
$\Delta t = 0{,}2$ с; $\sigma_n = 10$ об/хв;
$G_0 = 100$ кг/год; $v = 20$ (кг/год)/с.

Для цих даних $\sigma_{\bar{n}}^2 = \frac{\sigma_n^2}{(KG_0)^2} = 10^{-4}$; $t_0 = 5$ с; $\bar{t}_0 = 5$.

Тоді $\varphi(\bar{t}_0,\infty) \approx 3{,}527$; $f_{n\,min} \approx 26/3{,}527 = 7{,}088$.

Відповідно, отримаємо мінімальне значення дисперсії оцінки сталої часу:

$$\sigma_{\tau n}^2 = \bar{\sigma}_{\tau n}^2\tau^2 = \sigma_{\bar{n}}^2 \cdot \tau^2 \cdot \Delta\bar{t} \cdot f_n(\bar{t}_0,\infty) =$$
$$= 10^{-4} \cdot 1 \cdot 0{,}2 \cdot 7{,}088 = 1{,}42 \cdot 10^{-4}\ \text{с}^2.$$

3σ – довірчий інтервал похибки оцінки в цьому випадку дорівнює

$$\Delta = 3\sqrt{\sigma_{\tau n}^2} = 0{,}036\ \text{с}.$$

Для реального вертолітного турбовального двигуна параметри ротора газогенератора складають: на максимальному режимі $\tau = 0{,}3$ с; $K = 15$ (об/хв)/(кг/год); на режимі малого газу $\tau = 1{,}62$ с; $K = 34$ (об/хв)/(кг/год).

У випадку $G_0 = 50$ (кг/год)/с, $\Delta t = 0{,}2$ с, $\sigma_n = 15$ об/хв, $t_0 = 1$ с отримаємо:

На максимальному режимі

$$\sigma_{\tau n} = \sigma_{\bar{n}} \cdot \tau \cdot \sqrt{\Delta\bar{t} \cdot f_n\left(\bar{t}_0, \infty\right)} = \frac{\sigma_n t_0}{KG_0}\sqrt{\tau \cdot \Delta t \cdot f_n\left(\bar{t}_0, \infty\right)} =$$

$$= \frac{15 \cdot 1}{15 \cdot 50}\sqrt{0{,}3 \cdot 0{,}2 \cdot 5.711} = 0{,}0117 \text{ с}.$$

На режимі малого газу

$$\sigma_{\tau n} = \sigma_{\bar{n}} \cdot \tau \cdot \sqrt{\Delta\bar{t} \cdot f_n\left(\bar{t}_0, \infty\right)} = \frac{\sigma_n t_0}{KG_0}\sqrt{\tau \cdot \Delta t \cdot f_n\left(\bar{t}_0, \infty\right)} =$$

$$= \frac{15 \cdot 1}{34 \cdot 50}\sqrt{1{,}62 \cdot 0{,}2 \cdot 4.11} = 0{,}0102 \text{ с}.$$

Відмітимо, що в прикладі, який розглядається, характер вхідного впливу є близьким до стрибкоподібного, тому значення функції похибки є близьким до мінімального, що дорівнює 4. Абсолютні значення похибок оцінювання сталої часу на різних режимах виявилися практично однаковими, однак, унаслідок значної різниці значень сталої часу, відносна похибка на режимі малого газу є дещо меншою, ніж на максимальному режимі.

5. Аналіз складових, зумовлених похибками вимірювання витрати палива та задання параметрів системи

Використовуючи формулу (7), розглянемо вплив похибок вимірювання витрати палива, завдання коефіцієнту підсилення по витраті палива та часу завершення лінійної ділянки:

:

$$\bar{\sigma}^2_{\tau G} = \frac{\sigma^2_G \cdot \Delta t \cdot \dfrac{K^4 G_0^2}{t_0^2}\left\{\begin{array}{l}\displaystyle\int_0^{t_0}\left[\left(1+\frac{t}{\tau}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}-1\right]^2\left[\frac{t}{t_0}-\frac{\tau}{t_0}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\right]^2 dt + \\ \displaystyle+\int_{t_0}^{t_N}\left[\left(1+\frac{t}{\tau}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}-\left(1+\frac{t-t_0}{\tau}\right)e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}\right]^2\left[1+\frac{\tau}{t_0}\left(e^{-\frac{t}{\tau}}-e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}\right)\right]^2 dt\end{array}\right\}}{\dfrac{K^4 G_0^4}{t_0^4}\tau^2\left[\displaystyle\int_0^{t_0}\left[\left(1+\frac{t}{\tau}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}-1\right]dt+\int_{t_0}^{t_N}\left[\left(1+\frac{t}{\tau}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}-\left(1+\frac{t-t_0}{\tau}\right)e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}\right]dt\right]^2} = \sigma^2_{\bar{G}} \cdot \Delta\bar{t} \cdot f_1(\bar{t}_0, \bar{t}_N).$$

(19)

$$\bar{\sigma}^2_{\tau K} = \frac{\sigma^2_K \cdot \Delta t \cdot \dfrac{K^2 G_0^4}{t_0^2}\left\{\begin{array}{l}\displaystyle\int_0^{t_0}\left[\left(1+\frac{t}{\tau}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}-1\right]^2\left[\frac{t}{t_0}-\frac{\tau}{t_0}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\right]^2 dt + \\ \displaystyle+\int_{t_0}^{t_N}\left[\left(1+\frac{t}{\tau}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}-\left(1+\frac{t-t_0}{\tau}\right)e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}\right]^2\left[1+\frac{\tau}{t_0}\left(e^{-\frac{t}{\tau}}-e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}\right)\right]^2 dt\end{array}\right\}}{\dfrac{K^4 G_0^4}{t_0^4}\tau^2\left[\displaystyle\int_0^{t_0}\left[\left(1+\frac{t}{\tau}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}-1\right]dt+\int_{t_0}^{t_N}\left[\left(1+\frac{t}{\tau}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}-\left(1+\frac{t-t_0}{\tau}\right)e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}\right]dt\right]^2} = \bar{\sigma}^2_K \cdot \Delta\bar{t} \cdot f_1(\bar{t}_0, \bar{t}_N).$$

(20)

$$\bar{\sigma}^2_{\tau t_0} = \frac{\sigma^2_{t_0} \cdot \Delta t \cdot \dfrac{K^4 G_0^4}{t_0^4}\left\{\begin{array}{l}\displaystyle\int_0^{t_0}\left[\left(1+\frac{t}{\tau}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}-1\right]^2\left[1-\frac{\tau}{t_0}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\right]^2 dt + \\ \displaystyle+\int_{t_0}^{t_N}\left[\left(1+\frac{t}{\tau}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}-\left(1+\frac{t-t_0}{\tau}\right)e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}\right]^2\left[\left(1-\frac{\tau}{t_0}\right)e^{\frac{t_0}{\tau}}+\frac{\tau}{t_0}\right]^2 e^{-2\frac{t}{\tau}}dt\end{array}\right\}}{\dfrac{K^4 G_0^4}{t_0^4}\tau^2\left[\displaystyle\int_0^{t_0}\left[\left(1+\frac{t}{\tau}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}-1\right]dt+\int_{t_0}^{t_N}\left[\left(1+\frac{t}{\tau}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}-\left(1+\frac{t-t_0}{\tau}\right)e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}\right]dt\right]^2} = \frac{\bar{\sigma}^2_{t_0} \cdot \Delta\bar{t}}{\tau^4} \cdot f_2(\bar{t}_0, \bar{t}_N).$$

(21)

ISSN 1814-4225 (print)
ISSN 2663-2012 (online)

На рис. 5, 6 представлена функцію похибки $f_1(\bar{t}_0, \bar{t}_N)$ ті її граничні значення $f_1(\bar{t}_0, \infty)$.

Функцію $f_2(\bar{t}_0, \bar{t}_N)$ представлено на рис. 7. Видно, що при збільшенні часу спостереження для всіх $\bar{t}_0$ ця функція наближається до сталого значення, яке складає біля 0,14.

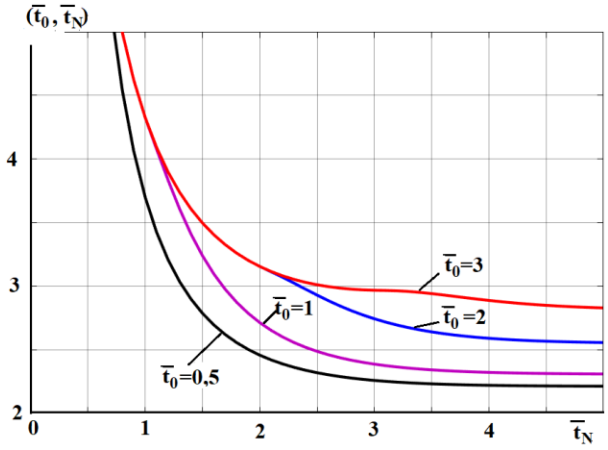

Рис. 5. Функція похибки $f_1(\bar{t}_0, \bar{t}_N)$

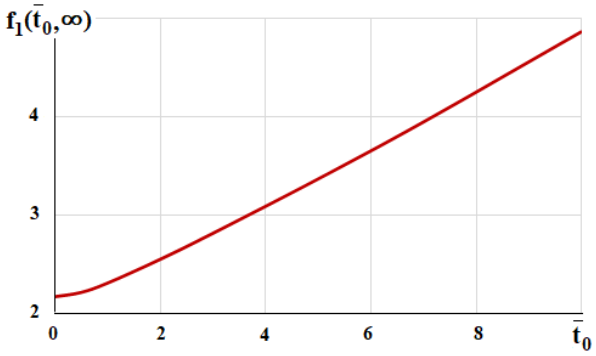

Рис. 6. Функція похибки $f_1(\bar{t}_0, \infty)$

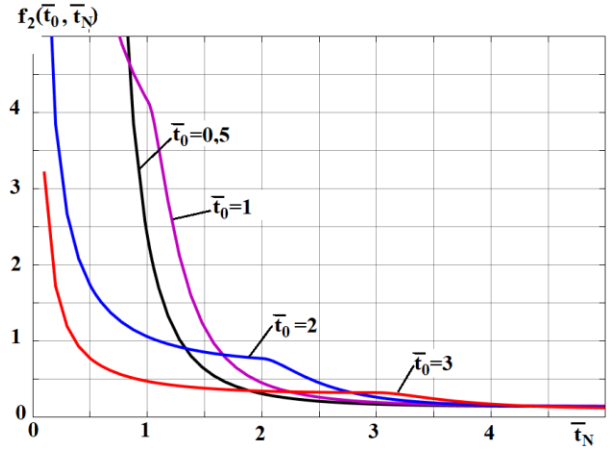

Рис. 7. Функція похибки $f_2(\bar{t}_0, \bar{t}_N)$

6. Приклад аналізу сумарної похибки оцінювання сталої часу газогенератора турбовального двигуна

Застосуємо викладену вище методику до аналізу похибок оцінювання сталої часу газогенератора вертолітного турбовального двигуна (ТВаД) типу ТВ3-117. Як відомо, впливом вільної турбіни на роботу газогенератора можна знехтувати, тому динаміка ротора газогенератора описується рівнянням (3).

Розглянемо два режими роботи двигуна: максимальний і режим малого газу. Використаємо такі параметри керуючого впливу і СКВ похибок вихідних даних:

$$G_0 = 50 \text{ (кг/год)/с}; \; t_0 = 2 \text{ с};$$
$$\sigma_n = 20 \text{ об/хв}; \; \sigma_G = 2 \text{ кг/год}; \; \sigma_K = 0{,}03; \; \sigma_{t0} = 0{,}02 \text{ с}.$$

Вихідні дані та результати розрахунків представлено в табл. 2.

Таблиця 2

Результати розрахунку похибок для газогенератора ТВаД

Режим	τ, с	K, об/хв / кг/год	$\Delta\bar{t}$	$\bar{t}_0$	f_n	f_1
Макс	0,3	15	0,667	6,67	8,44	3,85
МГ	1,62	34	0,123	1,23	4,34	2,36

Режим	$\sigma_{\tau n}$, с	$\sigma_{\tau G}$, с	$\sigma_{\tau K}$, с	$\sigma_{\tau t0}$, с	$\sigma_{\tau \Sigma}$, с
Формула	(17)	(19)	(20)	(21)	(12)
Макс	0,038	0,028	0,001	0,0102	0,048
МГ	0,028	0,035	0,0017	0,0008	0,045

Аналіз результатів показує, що основний внесок у сумарну похибку вносять похибки вимірювання частоти обертання та витрати палива. Використане значення похибки частоти обертання є досить великим. Його можливо зменшити, тоді похибка вимірювання витрати палива стане визначальною. Отримані значення сумарної похибки оцінювання сталої часу на різних режимах роботи двигуна є дуже близькими, що пояснюється дією протилежних чинників: зміною номінальних значень сталої часу та коефіцієнта підсилення по витраті палива.

Висновки

У поточний час сформована й успішно розвивається багатьма науковими школами концепція бортової самоналаштовувальної моделі, яка забезпечує визначення в реальному часі невимірюваних параметрів двигуна.

З усіх робіт по ідентифікації характеристик двигунів роботи, пов'язані з динамічними характеристиками, складають незначну кількість. У них головним

чином розглянуто визначення коефіцієнтів однорежимної динамічної моделі методом найменших квадратів. Проте проблему аналізу точності оцінювання параметрів динамічних моделей по реальним даним досліджено явно недостатньо, внаслідок чого відсутні рекомендації щодо формування керуючих впливів на двигун, періодичності та тривалості реєстрації параметрів, а також визначення достатності зібраної інформації для отримання динамічної моделі із заданою точністю.

У попередніх роботах авторів запропоновано узагальнений підхід до аналізу похибок оцінювання параметрів динамічної моделі одновального ТРД, який базується на локально-лінійній апроксимації зазначеної моделі, аналізі впливу всіх похибок вимірювання та параметричних похибок моделі), форми та параметрів керуючої дії, а також інтервалу вимірювання. Цей підхід було раніше застосовано до аналізу похибок при стрибкоподібній зміні подачі палива, реалізація якої в реальних умовах є практично неможливою.

Тому в цій роботі зазначений підхід розповсюджено на реальний випадок, коли керуюча дія на двигун змінюється лінійно. Розвинено метод прогнозування похибок при оцінці параметрів динамічних моделей ГТД. Для одновального газогенератора отримано універсальне рівняння, яке визначає похибку оцінки коефіцієнтів лінійної динамічної моделі як функцію всіх основних впливових факторів: похибок вимірювання та частоти реєстрації, інтенсивності тестового впливу та номінальних значень коефіцієнтів моделі. Отримано такі основні результати:

1. Використання питомих параметрів і відповідне перетворення рівнянь, які відбивають зв'язок між похибками оцінювання та впливовими факторами, робить ці рівняння універсальними, придатними для аналізу будь-яких параметрів двигуна та будь-яких впливових дій.

2. Інструментальні похибки оцінок сталих часу двигуна мають нижню межу; це пояснюється скінченною тривалістю перехідних процесів, наприкінці яких вихідні параметри стабілізуються та стають нечутливими до динамічних параметрів двигуна (зокрема сталих часу). Ці похибки відповідають тривалому періоду реєстрації, коли нові дані не дають корисної інформації про сталу часу внаслідок того, що перехідний процес вже завершився.

3. У результаті аналізу перехідної характеристики двигуна при зміні витрати палива з постійною швидкістю та наступною стабілізацією визначено мінімальну можливу похибку оцінювання, яка залежить від зазначеної швидкості та амплітуди вхідного впливу.

4. На прикладі газогенератора реального вертолітного турбовального двигуна отримано конкретні значення складових похибки оцінювання сталої часу. Показано, що головний внесок роблять похибки вимірювання частоти обертання ротора та витрати палива, інші складові можна не ураховувати. Сумарна похибка внаслідок суперечливого впливу різних факторів слабо залежить від режиму роботи двигуна. Для розглянутого прикладу вона складає біля 0,05 с, що є суттєвим для багатьох задач, для рішення яких використовуються динамічні моделі двигунів. Це показує актуальність аналізу похибок оцінювання параметрів динамічних моделей, методика якого набула подальшого розвитку в цій роботі.

Внесок авторів: формулювання проблеми – **С. В. Єпіфанов, О. В. Бондаренко**; огляд та аналіз інформаційних джерел – **С. В. Єпіфанов**; формування структури математичної моделі турбовального двигуна – **О. В. Бондаренко**; розробка методики та визначення розв'язків рівнянь динаміки двигуна – **С. В. Єпіфанов, О. В. Бондаренко**; виконання розрахунків та побудова універсальних залежностей для похибок оцінювання – **О. В. Бондаренко**.

Конфлікт інтересів

Автори повідомляють, що вони не мають конфлікту інтересів щодо цієї публікації, включаючи фінансові, особисті, авторські та інші інтереси, що можуть вплинути на дослідження та його результати, представлені в цій статті.

Фінансова підтримка

Дослідження виконано без фінансової підтримки.

Доступність даних

Рукопис на має пов'язаних даних.

Використання штучного інтелекту

Автори підтверджують, що при підготовці цієї публікації вони не використовували методи штучного інтелекту.

Усі автори прочитали та погодилися з опублікованою версією рукопису.

Література

1. Urban, L. Gas path analysis applied to turbine engine condition monitoring [Text] / L. Urban // J. Aircraft. – 1973. – Vol. 10, No. 7. – P. 400-406. DOI: 10.2514/3.60240.

ISSN 1814-4225 (print)
ISSN 2663-2012 (online)

2. Xie, J, Feature selection and feature learning in machine learning applications for gas turbines: A review [Text] / J. Xie, M. Sage, & Y. F. Zhao // Engineering Applications of Artificial Intelligence. – 2023. – Vol. 117, Part A. – Article No. 105591. 22 p. DOI: 10.1016/j.engappai.2022.105591.

3. A review on gas turbine gas-path diagnostics: state-of-the-art methods, challenges and opportunities [Text] / A. Fentaye, A. Baheta, S. Gilani, & K. Kyprianidis // Aerospace. – 2019. – 6(7). – Article No. 83. – 54 p. DOI: 10.3390/aerospace6070083.

4. Fault diagnosis of gas-turbine power units with the derivative-free nonlinear Kalman Filter / G. Rigatos, N. Zervos, D. Serpanos, V. Siadimas, P. Siano, & M. Abbaszadeh // Electric Power Systems Research. – 2019. – Vol. 174. – Article No. 105810. – 18 p. DOI: 10.1016/j.epsr.2019.03.017.

5. Research on model-based fault diagnosis for a gas turbine based on transient performance [Text] / Z. Detang, Z. Dengji, T. Chunqing, & J. Baoyang // Applied Sciences. – 2018. – Vol. 8. – Article No. 148. – 14 p. DOI: 10.3390/app8010148.

6. Chen, Q. An improved nonlinear onboard adaptive model for aero-engine performance control [Text] // Q. Chen, H. Sheng, & T. Zhang // Chinese Journal of Aeronautics. – 2023. – Vol. 36, Iss. 9. – P. 317-334. DOI: 10.1016/j.cja.2022.12.005.

7. Lietzau, K. Model Based Control Concepts for Jet Engines [Text] / K. Lietzau, & A. Kreiner // ASME Paper 2001-GT-0016. - 2001. - 8 p. DOI: 10.1115/2001-GT-0016.

8. A model-based controller for commercial aero gas turbines [Text] / A. Turevskiy, R. Meisner, R. H. Luppold, R. Kern, & J. Fuller // Proceedings of ASME Turbo Expo 2002: Power for land, sea, and air. - Amsterdam, The Netherlands. NewYork: ASME. - P. 189–195. DOI: 10.1115/GT2002-30041.

9. Connolly, J. W. Advanced control considerations for turbofan engine design [Text] / J. W. Connolly, J. Csank, & A. Chicatelli // Proceedings of 52nd AIAA/SAE/ASEE joint propulsion conference. - Salt Lake City, UT. Reston: AIAA. 2016. – 18 p.

10.Gas Turbine Aero-Engines Real Time On-Board Modelling: A Review, Research Challenges, and Exploring the Future [Text] / Z. Wei, S. Zhang, S. Jafari, & T. Nikolaidis // Progress in Aerospace Sciences. – 2020. – Vol. 121. – Article No. 100693. – 16 p. DOI: 10.1016/j.paerosci.2020.100693.

11.Jaw, L. Aircraft Engine Controls: Design, System Analysis, and Health Monitoring [Text] / L. Jaw, J. Mattingly. - Reston, USA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 2009. - 378 p.

12.Kulikov, G. Dynamic modelling of gas turbines. Identification, simulation, condition monitoring and optimal control [Text] / G. Kulikov, & H. Thompson. - Springer-Verlag. London, 2004. – 309 p.

13.Єпіфанов, С. В. Аналіз точності самоналаштування динамічної моделі газотурбінного двигуна / С. В. Єпіфанов, & О. В. Бондаренко [Текст] // Авіаційно-космічна техніка і технологія. – 2024. – № 2(194). – С. 38-48. DOI: 10.32620/aktt.2024.2.04.

References

1. Urban, L. Gas path analysis applied to turbine engine condition monitoring. *J. Aircraft*, 1973, vol. 10, no. 7, pp. 400-406. DOI: 10.2514/3.60240.

2. Xie, J, Sage, M., & Zhao, Y. F. Feature selection and feature learning in machine learning applications for gas turbines. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2023, vol. 117, Part A. 22 p. DOI: 10.1016/j.engappai.2022.105591.

3. Fentaye, A., Baheta, A., Gilani, S., & Kyprianidis, K. A review on gas turbine gas-path diagnostics: state-of-the-art methods, challenges and opportunities. *Aerospace*, 2019, vol. 6(7), no. 83. 54 p. DOI: 10.3390/aerospace6070083.

4. Rigatos, G., Zervos, N., Serpanos, D., Siadimas, V., Siano, P., & Abbaszadeh, M. Fault diagnosis of gas-turbine power units with the derivative-free nonlinear Kalman. *Electric Power Systems Research*, 2019, vol. 174. 18 p. DOI: 10.1016/j.epsr.2019.03.017.

5. Detang, Z., Dengji, Z., Chunqing, T., & Baoyang, J. Research on model-based fault diagnosis for a gas turbine based on transient performance. *Applied Sciences*, 2018, no. 8 (148). 14 p. DOI: 10.3390/app8010148.

6. Chen, Q., Sheng, H., & Zhang, T. An improved nonlinear onboard adaptive model for aero-engine performance control. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2023, vol. 36, iss. 9, pp. 317-334. DOI: 10.1016/j.cja.2022.12.005.

7. Lietzau, K., & Kreiner, A. Model Based Control Concepts for Jet Engines. ASME Paper 2001-GT-0016, 2001. 8 p. DOI: 10.1115/2001-GT-0016.

8. Turevskiy, A., Meisner, R., Luppold, R. H., Kern, R., & Fuller, J. A model-based controller for commercial aero gas turbines. *Proceedings of ASME Turbo Expo 2002: Power for land, sea, and air*. Amsterdam, The Netherlands. NewYork, ASME, 2002, vol. 2, pp. 189-195. DOI: 10.1115/GT2002-30041.

9. Connolly, J. W., Csank, J., & Chicatelli, A. Advanced control considerations for turbofan engine design. *52nd AIAA/SAE/ASEE joint propulsion conference*. Salt Lake City, UT. Reston: AIAA, 2016. 18 p.

10. Wei, Z., Zhang, S., Jafari, S., & Nikolaidis, T. Gas Turbine Aero-Engines Real Time On-Board Modelling: A Review, Research Challenges, and Exploring the Future. *Progress in Aerospace Sciences,* 2020, vol. 121, article no. 100693. DOI: 10.1016/j.paerosci.2020.100693.

11. Jaw, L., & Mattingly, J. *Aircraft Engine Controls: Design, System Analysis, and Health Monitoring*. Reston, USA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 2009. 378 p.

12. Kulikov, G., H. & Thompson, H. *Dynamic modelling of gas turbines. Identification, simulation, condition monitoring and optimal control*. Springer-Verlag. London, 2004. 309 p.

13. Yepifanov, S. V., & Bondarenko, O. V. Analiz tochnosti samonalashtuvannya dynamichnoyi modeli hazoturbinnoho dvyhuna [Accuracy of the gas turbine engine dynamic model self-tuning]. *Aviacijno-kosmichna texnika i texnologiya – Aerospace Technic and Technology*, 2024, no. 2(194), pp. 38-48. DOI: 10.32620/aktt.2024.2.04.

Надійшла до редакції 10.06.2024, розглянута на редколегії 15.08.2024

ANALYSIS OF THE ACCURACY OF ESTIMATING THE TIME CONSTANT OF A SINGLE-SPOOL GAS TURBINE ENGINE IN REAL CONDITIONS

Sergiy Yepifanov, Oleksii Bondarenko

At present, the concept of an on-board self-tuning model has been formed and successfully developed by many scientific schools, and it provides real-time determination of parameters of the working process of engines, which are not measured. However, the problem of the accuracy of estimating parameters of dynamic models based on real data is clearly insufficiently studied, as a result of which there is a lack of recommendations for the formation of control influences on the engine, periodicity and duration of registration of parameters, as well as verification of the sufficiency of the collected information to obtain a dynamic model with the specified accuracy. **The subject of this study** is the process of forming dynamic mathematical models (MM) of gas turbine engines using real data for the subsequent use of these models to solve problems related to the control and diagnostics of on-board systems. **The goal** is to determine the dependence of the estimation errors of the dynamic parameters of mathematical models on the influencing factors under the conditions of real change of these factors over time. **Tasks** considered in the work: forming the least-squares functional for the assessment task, determining the errors in estimating dynamic coefficients, analysis of influencing factors, and determining dependencies between factors and errors. For this purpose, the **methods** of the theory of air-jet engines, the theory of linear dynamic systems, and the methods of statistical evaluation are used. The following **results** were obtained: the ratio was determined, which allowed us to calculate the errors of estimating the constant time of a single-cycle engine or gas generator under real conditions when the fuel consumption changed at a constant rate, after which it stabilized. **Scientific and practical innovation**: for the first time, a ratio was obtained that determines the errors in estimating the time constant based on the specified values of the measurement errors, the amplitude and time of change in fuel consumption, as well as the frequency and duration of observations. These relations are presented in dimensionless coordinates, which makes them universal and able to be applied to any single-stroke turbojet engine or single-stroke gas generator during a priori or a posteriori analysis of the results, as well as planning experiments and debugging on-board self-tuning algorithms of models. **Scientific and practical novel**ty: A correlation was obtained, which relates the error of the time constant estimate to the amplitude and time of change in fuel consumption, as well as the frequency and durability of the data recording. These relationships are presented in dimensionless coordinates so that they are universal and valid for the design of any single-shaft turbojet engine or single-shaft gas generator under a priori or a posteriori analysis of the results, as well as for planning experiments and improving on-board algorithms for the self-tuning of models. An example of determining the time constant errors of the gas generator rotor of a helicopter turboshaft engine under different operating modes is provided.

Keywords: gas turbine engine; turboshaft; gas generator; dynamic mathematical model; time constant; identification; estimation error.

Єпіфанов Сергій Валерійович – д-р техн. наук., проф., зав. каф. конструкції авіаційних двигунів, Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського «Харківський авіаційний університет», Харків, Україна.

Бондаренко Олексій Васильович – асп. каф. конструкції авіаційних двигунів, Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського «Харківський авіаційний університет», Харків, Україна.

Sergiy Yepifanov – Doctor of Sciences (Engineering), Professor, Head of the Aircraft Engine Design Department, National Aerospace University "Kharkiv Aviation Institute", Kharkiv, Ukraine, e-mail: s.yepifanov@khai.edu, ORCID: 0000-0003-0533-9524, Scopus Author ID: 6506749318.

Oleksii Bondarenko – PhD Student of the Aircraft Engine Design Department, National Aerospace University "Kharkiv Aviation Institute", Kharkiv, Ukraine, e-mail: o.v.bondarenko@khai.edu, ORCID: 0000-0001-7943-8555.