

ЕЛЕКТРОТЕХНІКА

2020

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського

«Харківський авіаційний інститут»

ЕЛЕКТРОТЕХНІКА

Конспект лекцій

Харків «ХАІ» 2020

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського

«Харківський авіаційний інститут»

ЕЛЕКТРОТЕХНІКА

Конспект лекцій

Харків «ХАІ» 2020

УДК 621.3(075.8)
Е50

Рецензенти:
канд. техн. наук, доц. О. Є. Зенович,
канд. техн. наук, доц. Д. О. Пшеничников

Колектив авторів:
К. Ф. Фомичов, А. Г. Кислий,
О. М. Косиченко, В. М. Постніков

Електротехніка [Електронний ресурс] : консп. лекцій /
Е50 К. Ф. Фомичов, А. Г. Кислий, О. М. Косиченко, В. М. Постніков. –
Харків : Нац. аерокосм. ун-т ім. М. Є. Жуковського «Харків. авіац.
ін-т», 2020. – 166 с.

Викладено навчально-теоретичний матеріал щодо основних понять і законів електричних і магнітних кіл, співвідношення величин, які характеризують стан цих кіл. Наведено методи розрахунку електричних кіл постійного й змінного струму, трифазних кіл, розглянуто конструкцію і принципи роботи, характеристики трансформаторів, електричних машин постійного й змінного струму.

Для студентів, які навчаються за спеціальностями «Прикладна механіка», «Комп'ютерні науки та інформаційні технології», «Галузеве машинобудування», «Авіаційна та ракетно-космічна техніка», «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка», «Теплоенергетика», «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології».

Іл. 119. Бібліогр.: 6 назв

УДК 621.3(075.8)

© Колектив авторів, 2020
© Національний аерокосмічний
університет ім. М. Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут», 2020

ВСТУП

Електротехніка – це область науки й техніки, що вивчає електричні й магнітні явища та їх використання для практичних цілей.

Електрична енергія є вторинною формою енергії, яка не існує в готовому вигляді в природі. Уявити собі життя сучасного суспільства без застосування електричної енергії неможливо. Це пояснюється її важливими перевагами, серед яких насамперед універсальність (порівняно легко перетворюється на інші види енергії: механічну, теплову, світлову, хімічну) і можливість передання на великі відстані з відносно невеликими втратами.

Сьогодні електричну енергію використовують у техніці зв'язку, автоматичній, вимірювальній техніці, навігації, а також в технологічних процесах (електроліз), у медицині, біології, астрономії, геології тощо. Її застосовують для виконання механічної роботи, нагріву й освітлення. Настільки велике проникнення електротехніки в життя людини привело до необхідності включити її до складу загальнотехнічних дисциплін під час підготовки фахівців усіх технічних спеціальностей. При цьому перед студентами постають два головні завдання, перше з них – ознайомитися й засвоїти фізичну суть електричних і магнітних явищ. Це дасть змогу зрозуміти принципи роботи електромагнітних пристроїв, правильно їх експлуатувати.

Однак для сучасного фахівця недостатньо знати лише фізичні явища. Тому другим завданням є те, що студенти неелектричних спеціальностей повинні набути навичок у засвоєнні методів розрахунків елементарних кіл і пристроїв, необхідних для успішного вивчення наступних прикладних курсів.

Весь теоретичний матеріал має суворе математичне обґрунтування. Тому студенти повинні мати глибокі знання з математики (розділи векторної алгебри, диференціального, інтегрального, комплексного обчислення, рядів), фізики (розділи електрики, магнетизму).

Лекція 1

Тема 1. Основні закони, поняття й елементи електричних кіл

1.1 Основні пояснення і терміни

Кожна наука має свою термінологію. Наведемо терміни й поняття електротехніки.

Електричне коло – це сукупність пристроїв, призначених для виробництва, передання, перетворення й використання електричного струму.

Усі електротехнічні пристрої за призначенням, принципом дії і конструктивним оформленням можна поділити на три великі групи:

- джерела енергії, тобто пристрої, що виробляють електричний струм (генератори, термоелементи, фотоелементи, хімічні елементи);
- приймачі, або навантаження, тобто пристрої, що споживають електричний струм (електродвигуни, електролампи, електромеханізми та ін.);
- провідники, а також різна комутаційна апаратура (вимикачі, реле, контактори тощо).

Електричний струм – це спрямований рух носіїв електричних зарядів. Як відомо з курсу фізики, носіями зарядів у металах є електрони, у напівпровідниках – електрони й дірки (іони), у рідинах – іони.

Електричний струм може виникати лише в замкненому електричному колі. Електричний струм, напрямок і величина якого є незмінними, називають **постійним струмом** і позначають великою літерою «I».

Електричний струм, величина і напрямок якого змінюються, називають **змінним струмом**. Значення змінного струму в певний момент часу називають миттєвим і позначають рядковою буквою «i».

Упорядкований рух носіїв зарядів у провідниках викликається електричним полем. Поле створюється **джерелами електричної енергії**, які перетворюють хімічну, механічну, кінематичну, світлову або іншу енергію на електричну. **Джерело електричної енергії** характеризується електрорушійною силою (ЕРС) і внутрішнім опором.

Довідка

Електрорушійна сила – це фізична величина, що характеризує роботу сторонніх (непотенційних) сил у джерелах постійного або змінного струму. У замкненому провідному контурі ЕРС дорівнює роботі цих сил з переміщення одиничного позитивного заряду вздовж контуру. (**Електричний заряд q** – це пов'язана з тілом властивість, що дає йому змогу бути джерелом електричного поля й брати участь в електромагнітних взаємодіях. Заряд є кількісною характеристикою. Одиницею виміру заряду в СІ є кулон – електричний заряд, що проходить через поперечний переріз провідника при силі струму 1 А за 1 с).

ЕРС джерела може бути постійною або змінною в часі. Змінна ЕРС може змінюватися в часі за будь-яким фізично реалізованим законом. На затискачах джерела виникає **різниця потенціалів**, або **напруга**, під впливом якої в зовнішній, приєднаній до джерела частині кола виникає електричний струм. Струм, що проходить по колу під впливом змінної ЕРС є також змінним.

Довідка

Різниця потенціалів ($\varphi_a - \varphi_b$) між двома точками поля (a, b) дорівнює одному вольту, якщо для переміщення між ними заряду в один кулон потрібно зробити роботу в один джоуль: $1 \text{ В} = 1 \text{ Дж/Кл}$, тобто

$$\varphi_a - \varphi_b = U_{ab} = \frac{A}{q}$$

або

$$U_{ab} = \int_a^b \vec{\varepsilon} dl = \frac{1}{q} \int_a^b \vec{F} dl = \frac{A}{q},$$

де $\vec{F} = q\vec{\varepsilon}$ – сила, що діє на позитивний заряд в однорідному постійному електричному полі з напруженістю $\vec{\varepsilon}$.

Напруженість електричного поля $\vec{\varepsilon}$ – це векторна фізична величина, що характеризує електричне поле в певній точці і чисельно дорівнює відношенню сили, що діє на точковий заряд, поміщений у цю точку поля, до величини заряду q .

З огляду на енергетику:

– напруга – це енергія, яку витрачає кожен електричний заряд у приймачі електричної енергії (U – постійна напруга, u – миттєве значення змінної напруги);

ЕРС – це енергія, яку отримує кожен електричний заряд у джерелі електричної енергії (E – постійна ЕРС, e – миттєве значення змінної ЕРС);

– умовно-позитивний напрямок струму – це напрямок руху позитивних зарядів;

– умовно-позитивний напрямок напруги – це напрямок зменшення потенціалу;

– умовно-позитивний напрямок ЕРС – це напрямок дії сторонніх сил у джерелі живлення.

Розрізняють активні й пасивні кола, ділянки й елементи кіл. **Активними** називають електричні кола, що містять джерела енергії, **пасивними** – такі, що не містять джерел енергії.

Електричне коло називають **лінійним**, якщо жоден параметр кола не залежить від величини або напрямку струму або напруги.

Електричне коло є **нелінійним**, якщо воно містить хоча б один нелінійний елемент. Параметри нелінійних елементів залежать від величини або напрямку струму або напруги.

Електрична схема – це графічне зображення електричного кола, що містить умовні позначення пристроїв і на якому показано з'єднання цих пристроїв. На рис. 1.1 зображено електричну схему кола, що складається з джерела енергії, електроламп 1 і 2 та електродвигуна 3.

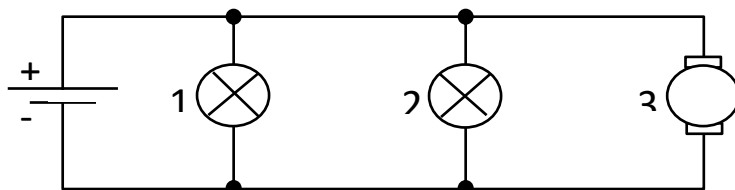


Рис. 1.1. Електрична схема замкненого електричного кола

Для полегшення аналізу електричне коло замінюють схемою заміщення.

Схема заміщення – це графічне зображення електричного кола з допомогою ідеальних елементів, параметрами яких є параметри елементів, що заміщаються (рис. 1.2).

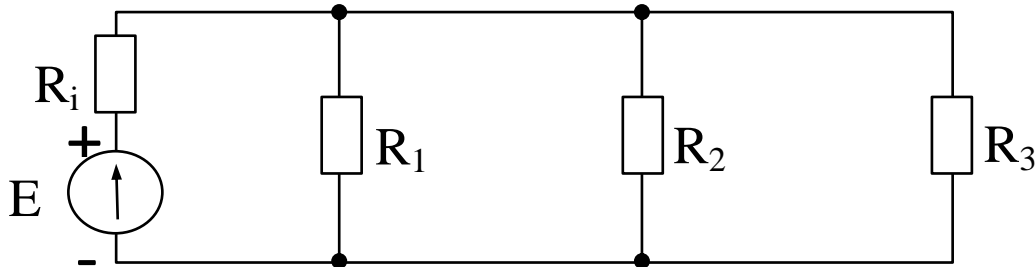


Рис. 1.2. Схема заміщення

1.2. Параметри пасивних елементів схеми заміщення

Найпростішими пасивними елементами схеми заміщення є резистор, який характеризується опором; котушка індуктивності, яка характеризується індуктивністю й конденсатор, що характеризується ємністю.

У реальному колі електричний опір мають не тільки реостат або резистор, а й провідники, котушки, конденсатори та ін. Загальною властивістю всіх пристроїв, що мають **опір**, є необоротне перетворення електричної енергії на теплову. Теплова енергія, що виділяється в опорі, корисно використовується або розсіюється в просторі. До схеми заміщення в усіх випадках, коли треба врахувати необоротне перетворення енергії, під'єднується резистор.

Опір провідника визначають за формулою

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (1.1)$$

де l – довжина провідника; S – переріз; ρ – питомий опір.

Величину, зворотну до опору, називають **провідністю**.

$$G = \frac{1}{R}. \quad (1.2)$$

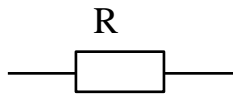
Опір вимірюється в омах (Ом), а провідність – у сіменсах (См).

Опір пасивної ділянки кола в загальному випадку визначають за формулою

$$R = \frac{P}{I^2}, \quad (1.3)$$

де P – споживана потужність, I – струм.

Резистор у схемі заміщення зображують таким чином:



Вольт-амперні характеристики (ВАХ) лінійного (1) і нелінійного (2) опору зображено на рис. 1.3.

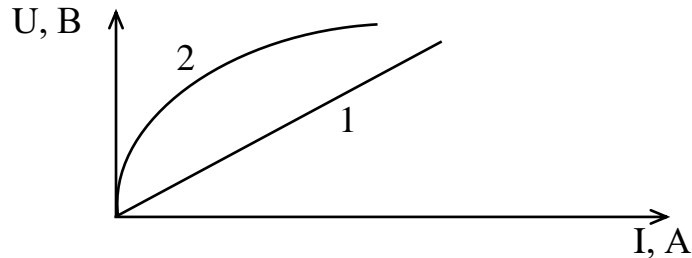


Рис. 1.3. Вольт-амперні характеристики лінійного (1) і нелінійного (2) опору

Індуктивність – це параметр схеми заміщення, що характеризує здатність кола накопичувати магнітне поле в котушці індуктивності. Уважають, що індуктивність мають тільки індуктивні котушки. Індуктивністю інших елементів електричного кола нехтують.

Індуктивність котушки, яка вимірюється в генрі (Гн), визначають за формулою

$$L = \frac{w\Phi}{i} = \frac{\psi}{i}, \quad (1.4)$$

де w – кількість витків котушки; Φ – магнітний потік котушки, що збуджується струмом i ; ψ – потокозчеплення.

Ідеальну котушку індуктивності у схемі заміщення зображують так:



Вебер-амперні характеристики лінійної (1) і нелінійної (2) індуктивності зображено на рис. 1.4.

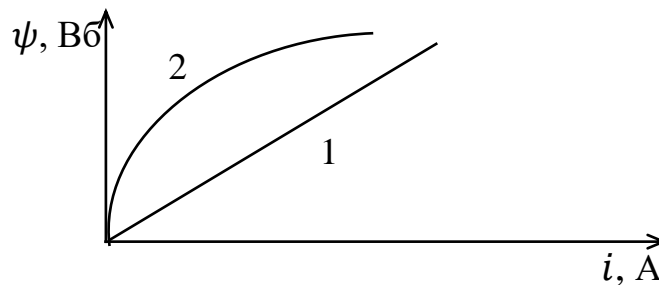


Рис.1.4. Вебер-амперні характеристики лінійної (1) і нелінійної (2) індуктивності

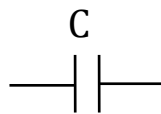
Ємністю називають параметр схеми заміщення, що характеризується здатністю ідеального елемента конденсатора накопичувати електричне поле. Уважають, що ємність мають тільки конденсатори. Ємністю інших елементів кола нехтують.

Ємність конденсатора, яка вимірюється в фарадах (Ф), визначається формулою

$$C = \frac{q}{U_C}, \quad (1.5)$$

де q – заряд на обкладках конденсатора; U_C – напруга на конденсаторі.

Конденсатор у схемі заміщення зображують так:



Кулон-вольтні характеристики лінійної (1) і нелінійної (2) ємності показано на рис. 1.5.

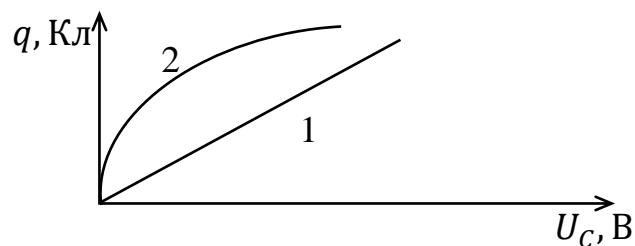


Рис. 1.5. Кулон-вольтні характеристики лінійної (1) і нелінійної (2) ємності

1.3. Активні елементи схеми заміщення

Будь-яке джерело енергії можна подати у вигляді джерела ЕРС або джерела струму. Джерело напруги – це джерело, що характеризується електрорушійною силою і внутрішнім опором. Ідеальним називають джерело ЕРС, внутрішній опір якого дорівнює нулю.

На рис. 1.6 зображено джерело ЕРС, до затискачів якого під'єднано резистор з опором R . R_i – внутрішній опір джерела ЕРС.

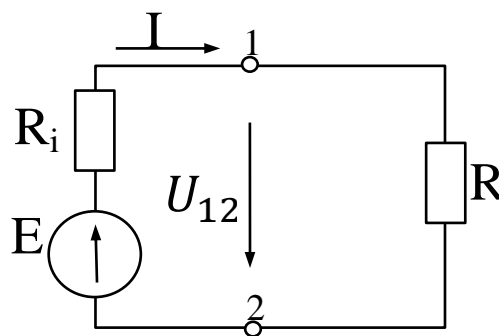


Рис. 1.6. Замкнений контур: джерело ЕРС та опір

Стрілка ЕРС спрямована від точки нижчого потенціалу до точки вищого потенціалу, стрілка напруги на затискачах джерела U_{12} спрямована в протилежний бік від точки з великим потенціалом до точки з меншим потенціалом.

Струм, ЕРС та напругу U_{12} контуру знайдемо згідно із законом Ома

$$I = \frac{E}{R_i + R}, \quad (1.6)$$

$$E = R_i \cdot I + R \cdot I = R_i \cdot I + U_{12}, \quad (1.7)$$

$$U_{12} = R \cdot I = E - R_i \cdot I. \quad (1.8)$$

Ідеальне джерело ЕРС характеризується внутрішнім опором $R_i = 0$ і напругою $U_{12} = E$.

З формули (1.8) видно, що напруга на затискачах реального джерела ЕРС зменшується зі збільшенням струму. Вольт-амперну характеристику (зовнішню характеристику) реального джерела ЕРС показано на рис. 1.7, а.

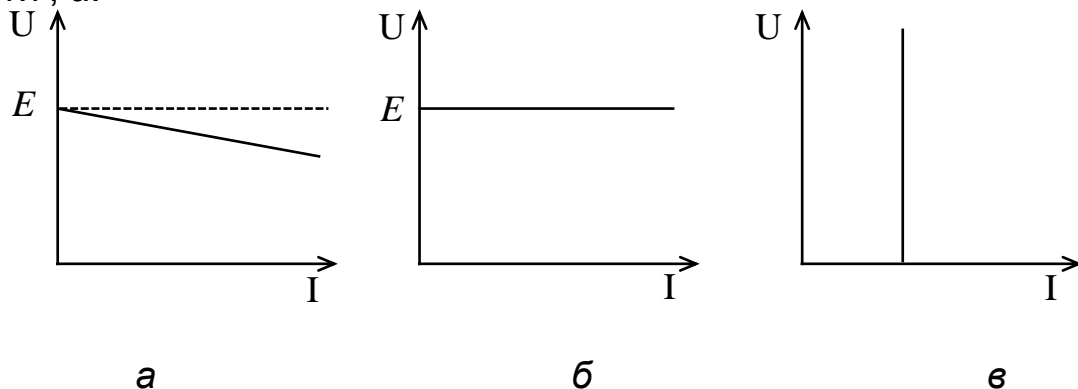


Рис. 1.7. Вольт-амперні характеристики джерел ЕРС і струму

Напруга ідеального джерела на затискачах не залежить від струму і дорівнює електрорушійній силі (рис. 1.7, б).

Можливий інший шлях ідеалізації джерела – подання його у вигляді джерела струму.

Джерелом струму називають джерело енергії, що характеризується величиною струму і внутрішньою провідністю.

Ідеальним називають джерело струму, внутрішня провідність якого дорівнює нулю.

Поділимо ліву й праву частини рівняння (1.7) на R_i :

$$\frac{E}{R_i} = U_{12} \frac{1}{R_i} + I, \quad (1.9)$$

де $\frac{E}{R_i} = J$ – струм джерела; $\frac{1}{R_i} = G_i$ – внутрішня провідність.

Тобто

$$J = U_{12} \cdot G_i + I.$$

Внутрішня провідність ідеального джерела струму $G_i = 0$ і струм $J = I$.

Струм ідеального джерела залишається постійним і не залежить від опору зовнішньої частини кола й навантаження (рис. 1.7, в).

Умовне зображення джерела струму показано на рис. 1.8.

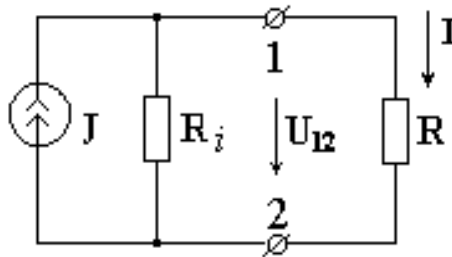


Рис. 1.8. Замкнений контур: джерело струму й опір

Будь-яке реальне джерело ЕРС можна перетворити на джерело струму й навпаки. Джерело енергії, внутрішній опір якого є малим порівняно з опором навантаження, наближається за своїми властивостями до ідеального джерела ЕРС.

Якщо внутрішній опір джерела є великим порівняно з опором зовнішнього кола, то він за своїми властивостями наближається до ідеального джерела струму.

1.4. Основні означення елементів схем заміщення

Розрізняють розгалужені й нерозгалужені схеми.

На рис. 1.9 зображена нерозгалужена схема.

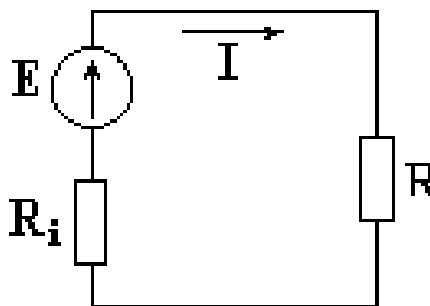


Рис. 1.9. Нерозгалужена схема

Розгалужена схема – це складна комбінація з'єднань пасивних та активних елементів.

На рис. 1.10 показано розгалужену схему, яка містить два джерела ЕРС і п'ять резисторів.

Опори проводів, які з'єднують елементи, візьмемо такими, що дорівнюють нулю.

Гілкою називають ділянку електричного кола, по якій проходить один і той же струм. **Вузлом** називають місце з'єднання трьох і більше гілок. Вузол позначається на схемі точкою. Вузли, які мають однакові потенціали, об'єднують в один потенційний вузол.

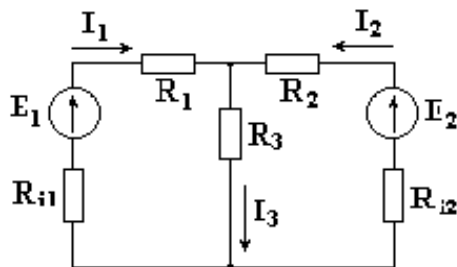


Рис. 1.10. Розгалужена схема

Послідовним називають таке з'єднання ділянок кола, при якому через всі ділянки **проходить однаковий струм**. При **паралельному** з'єднанні всі ділянки кола під'єднуються до однієї пари вузлів і перебувають **під однією й тією ж напругою**.

Будь-який замкнений шлях, що містить кілька гілок, називають **контуром**. Незалежним називають контур, до складу якого входить хоча б одна гілка, яка не належить до сусідніх контурів.

1.5. Режими роботи електричних кіл

Залежно від навантаження розрізняють номінальний, узгоджений режими та режими холостого ходу й короткого замикання.

При **номінальному** режимі електротехнічні пристрої працюють в умовах, зазначених у паспортних даних заводу-виготовлювача. У нормальних умовах величини струму, напруги й потужності не перевищують установлених значень.

Режим **холостого ходу** виникає під час обриву кола або від'єднання опору навантаження.

Режим **короткого замикання** виникає при опорі навантаження, що дорівнює нулю. Струм короткого замикання в кілька разів перевищує номінальний струм. Режим короткого замикання є аварійним.

Узгоджений режим – це режим передачі від джерела до навантаження максимальної потужності. Узгоджений режим настає тоді, коли опір навантаження стає таким, що дорівнює внутрішньому опору джерела. При цьому в навантаженні виділяється максимальна потужність.

1.6. Основні закони електричних кіл

На рис. 1.11 зображено ділянку кола з резистором R . **Закон Ома:** струм, що проходить через резистор R , є пропорційним до падіння напруги на резисторі й обернено пропорційним до величини його опору.

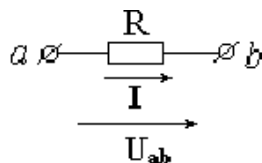


Рис. 1.11. Ділянка кола з резистором

Падінням напруги на резисторі називають добуток величини струму, що проходить через резистор, на величину опору резистора:

$$I = U_{ab}R. \quad (1.10)$$

Основними законами електричних кіл нарівні із законом Ома є закони балансу струмів у розгалуженнях (перший закон Кірхгофа) і балансу напруг на замкнених ділянках кола (другий закон Кірхгофа).

Відповідно до першого закону Кірхгофа алгебрична сума струмів у будь-якому вузлі кола дорівнює нулю:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0. \quad (1.11)$$

Запишемо рівняння за першим законом Кірхгофа згідно зі схемою, зображеною на рис. 1.12.

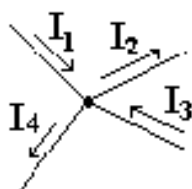


Рис. 1.12. Приклад ділянки схеми з вузлом і п'ятьма гілками

Для струмів, спрямованих до вузла, візьмемо знак «плюс», а для струмів, спрямованих від вузла, – знак «мінус». Отримаємо таке рівняння:

$$I_1 - I_2 + I_3 - I_4 = 0 \quad \text{або} \quad I_1 + I_3 = I_2 + I_4.$$

Згідно з другим законом Кірхгофа алгебрична сума ЕРС уздовж будь-якого замкненого контуру дорівнює алгебричній сумі спадів напруг у цьому контурі:

$$\sum_{k=1}^n E_k = \sum_{k=1}^m U_k = \sum_{k=1}^m I_k R_k. \quad (1.12)$$

Запишемо для зовнішнього контуру схеми (рис. 1.13) рівняння за другим законом Кірхгофа.

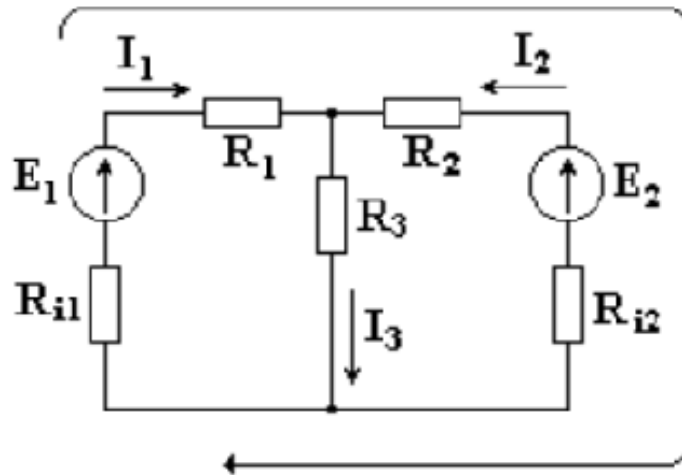


Рис. 1.13. Приклад схеми для ілюстрації другого закону Кірхгофа

Для цього виберемо довільно напрямок обходу контуру, наприклад за ходом годинникової стрілки. ЕРС і спад напруг записуються в ліву і праву частини рівняння зі знаком «плюс», якщо напрямки їх збігаються з напрямком обходу контуру, і зі знаком «мінус», якщо не збігаються:

$$I_1 R_{i1} + I_1 R_1 - I_2 R_2 - I_2 R_{i2} = E_1 - E_2 \quad (1.13)$$

При визначенні струму в гілці, що містить джерело ЕРС, використовують закон Ома для активної гілки.

Як приклад розглянемо гілку, що містить опори й джерела ЕРС. Гілку під'єднано до вузлів a – b , відомо напрямок струму в гілці (рис. 1.14).

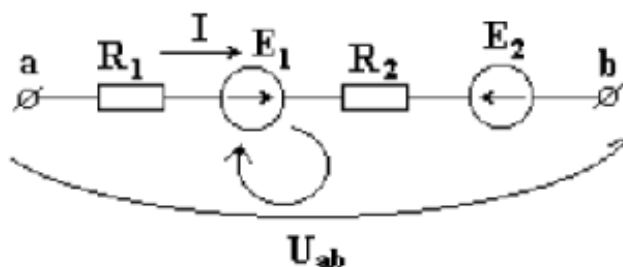


Рис. 1.14. Активна гілка

Розглянемо замкнений контур, що складається з активної гілки і стрілки напруги U_{ab} , і запишемо для нього рівняння за другим законом Кірхгофа (виберемо напрямок обходу контуру за ходом годинникової стрілки):

$$E_1 - E_2 = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 - U_{ab}. \quad (1.13)$$

Звідси струм

$$I = \frac{U_{ab} + E_1 - E_2}{R_1 + R_2}. \quad (1.14)$$

У загальному вигляді

$$I = \frac{U_{ab} + \sum E}{\sum R}. \quad (1.14)$$

де $\sum E$ – алгебрична сума ЕРС; $\sum R$ – сума опорів гілки.

ЕРС у формулі записують зі знаком «плюс», якщо її напрямок збігається з напрямком струму, і зі знаком «мінус», якщо не збігається.

1.7. Робота й потужність електричного струму. Енергетичний баланс

Робота, що здійснюється під час переміщення позитивного заряду q уздовж деякої нерозгалуженої ділянки електричного кола, що не містить джерел електричної енергії, від точки a до точки b , дорівнює добутку цього заряду і напруги $U_{ab} = U$ між кінцями ділянки: $A = qU$. При рівномірному русі заряду протягом часу t , тобто постійному струмі $I_{ab} = I$, заряд (кількість електрики)

$$q = It. \quad (1.15)$$

Отже, виконана за час t робота

$$A = UIt. \quad (1.16)$$

Основною одиницею роботи в системі СІ є джоуль (Дж), $1 \text{ Дж} = 1 \text{ В} \cdot \text{А} \cdot \text{с}$.

Для оцінювання енергетичних умов важливо знати, наскільки швидко відбувається робота. Відношенням роботи A до відповідного проміжку часу t визначають потужність:

$$P = \frac{A}{t} = UI. \quad (1.17)$$

Основною одиницею потужності в системі СІ є ват (Вт), $1 \text{ Вт} = 1 \text{ Дж/с} = 1 \text{ В} \cdot \text{А}$.

Для резистивних елементів вираз потужності кола постійного струму (1.17) можна подати в такому вигляді:

$$P_R = UI = RII = RI^2 = GU^2. \quad (1.18)$$

У будь-якому електричному колі необхідно дотримуватися енергетичного балансу. Баланс потужностей: алгебрична сума потужностей усіх джерел енергії (зокрема, джерел струму й джерел ЕРС або напруги) дорівнює арифметичній сумі потужностей усіх приймачів енергії (зокрема, резистивних елементів):

$$\sum U_{дж} I_{дж} = \sum RI_R^2 \quad \text{або} \quad \sum P_{дж} = \sum P_R. \quad (1.19)$$

Потужність джерела слід уважати позитивною і записувати в рівнянні балансу потужностей (1.19) зі знаком «плюс», якщо позитивний напрямок струму $I_{дж}$ збігається з напрямком дії ЕРС. В іншому випадку цю потужність слід уважати негативною і записувати зі знаком «мінус» (наприклад, для акумуляторної батареї).

Як приклад складемо баланс потужностей для електричного кола на рис. 1.10, з огляду на те, що всі джерела є ідеальними, тобто $U_{дж} = E$:

$$E_1 I_1 + E_2 I_2 = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3. \quad (1.20)$$

Запитання для самоперевірки

1. Яке явище називають електричним струмом?
2. В яких одиницях вимірюється електричний струм?
3. Як визначити напругу?
4. В яких одиницях вимірюється напруга?
5. Що розуміють під потужністю?
6. В яких одиницях вимірюється потужність?
7. Які ідеальні джерела енергії ви знаєте? Чим вони принципово відрізняються один від одного?
8. Що враховано в пасивних елементах схеми заміщення?
9. Що називають гілкою?
10. Що розуміють під контуром схеми заміщення?
11. Який контур називають незалежним?
12. Сформулюйте перший закон Кірхгофа. Назвіть правило знаків.
13. Що називають вузлом електричної схеми?
14. Сформулюйте другий закон Кірхгофа. Назвіть правило знаків.
15. Які електричні величини можна обчислити з допомогою закону Ома для активної гілки?
16. Сформулюйте баланс потужностей.

Лекція 2

Тема 2. Електричні кола постійного струму

2.1. Нерозгалужені й розгалужені лінійні електричні кола

Якщо велика кількість пасивних елементів разом з джерелом ЕРС утворюють електричне коло, то їх взаємне з'єднання можна виконати різними способами.

2.1.1. Послідовне з'єднання елементів

При такому з'єднанні в усіх елементах кола проходить один й той же струм. На рис. 2.1 зображено схему послідовного з'єднання лінійних елементів (а) і її еквівалентну схему (б).

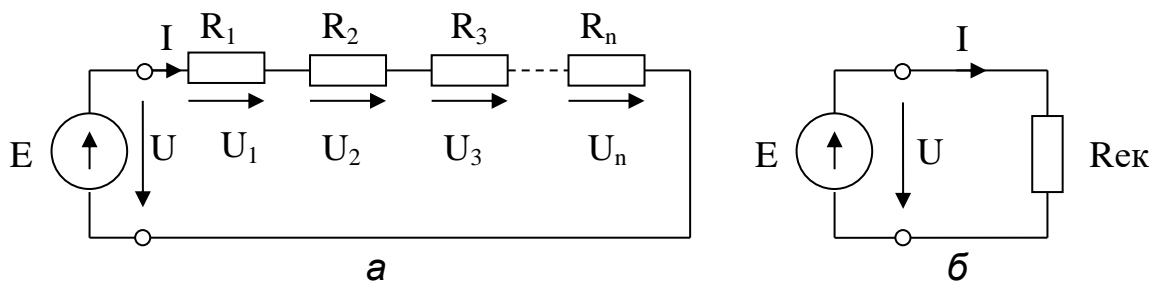


Рис. 2.1. Електрична схема послідовного з'єднання лінійних елементів

Якщо послідовно з'єднано n елементів, у яких проходить один і той же струм I , то напруга на затискачах кола дорівнюватиме сумі спадів напруг на n послідовно з'єднаних елементах, тобто

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n,$$

Або

$$U = IR_1 + IR_2 + IR_3 + \dots + IR_n = (R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n)I = IR_{\text{ек}}, \quad (2.1)$$

де $R_{\text{ек}} = \sum_{k=1}^n R_k$ – еквівалентний опір кола.

Таким чином, еквівалентний опір послідовно з'єднаних пасивних елементів дорівнює сумі опорів цих елементів.

Для обчислення кола з послідовним з'єднанням елементів при заданих напрузі джерела живлення й опорах елементів струм у колі розраховують за законом Ома:

$$I = \frac{U}{R_{\text{ек}}}.$$

Спад напруги на k -му елементі $U_k = IR_k = \frac{U}{R_{ек}} R_k$ залежить не тільки від опору цього елемента R_k , але й від еквівалентного опору $R_{ек}$, тобто від опору інших елементів кола. У цьому полягає істотний недолік послідовного з'єднання елементів. У граничному випадку, коли опір будь-якого елемента кола стає таким, що дорівнює нескінченності (розрив кола), струм у всіх елементах кола стає таким, що дорівнює нулю.

2.1.2. Паралельне з'єднання елементів

При такому з'єднанні до всіх елементів кола докладено одну й ту ж напругу.

На рис. 2.2 зображено схему електричного кола з паралельним з'єднанням лінійних елементів (а) і її еквівалентну схему (б).

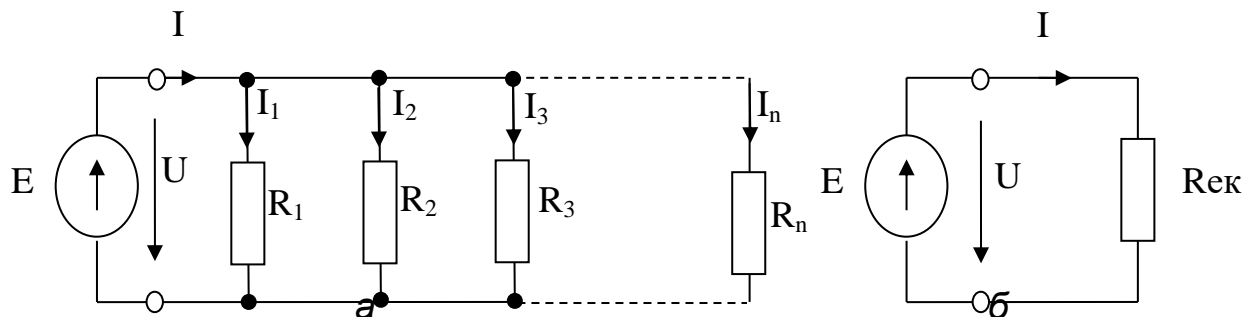


Рис. 2.2. Електрична схема паралельного з'єднання лінійних елементів

Кожен паралельно під'єднаний елемент утворює окрему гілку.
У кожній паралельній гілці струм

$$I_k = \frac{U}{R_k} = U G_k, \quad (2.2)$$

де $G_k = \frac{1}{R_k}$ — провідність k -ї гілки.

За першим законом Кірхгофа

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n,$$

або

$$I = G_1 U + G_2 U + G_3 U + \dots + G_n U = (G_1 + G_2 + G_3 + \dots + G_n) U = G_{ек} U,$$

де $G_{ек} = \sum_{k=1}^n G_k$ — еквівалентна провідність кола.

Таким чином, при паралельному з'єднанні пасивних елементів їх еквівалентна провідність дорівнює сумі провідностей цих елементів.

Отже, якщо напруга в мережі є постійною, то при збільшенні кількості паралельно з'єднаних елементів (що призводить до збільшення еквівалентної провідності) струм у нерозгалуженій частині кола (струм джерела живлення) збільшується.

З формули (2.2) видно, що струм у кожній гілці залежить тільки від провідності цієї гілки і не залежить від провідності інших гілок. Незалежність режимів паралельних гілок одна від одної – важлива перевага паралельного з'єднання пасивних елементів. У промислових установках паралельне з'єднання електроприймачів застосовують у більшості випадків. Найбільш наочним прикладом є вмикання електричних освітлювальних ламп.

2.1.3. Змішане з'єднання елементів

Це поєднання послідовного й паралельного з'єднань. Таке коло може мати різну кількість вузлів і гілок. Приклад змішаного з'єднання лінійних елементів (а) і її еквівалентні схеми (б, в) зображено на рис. 2.3.

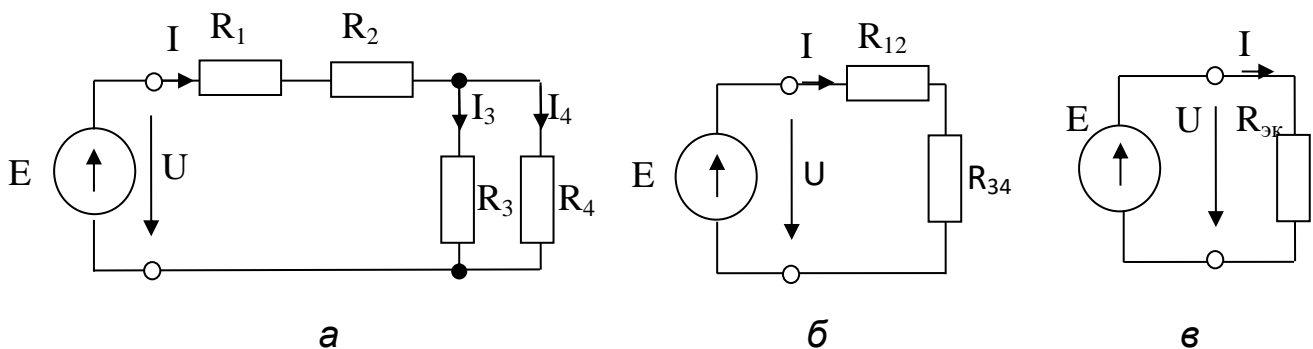


Рис. 2.3. Електрична схема змішаного з'єднання лінійних елементів

Для розрахунку такого кола необхідно послідовно визначити еквівалентні опори для тих частин схеми, які являють собою лише послідовне або тільки паралельне з'єднання. У розглянутій схемі є послідовне з'єднання елементів з резисторами R_1 і R_2 і паралельне з резисторами R_3 і R_4 . Використовуючи отримані раніше співвідношення між параметрами елементів кола при послідовному й паралельному їх з'єднанні, реальну схему кола можна послідовно замінити еквівалентними схемами.

Еквівалентний опір послідовно з'єднаних елементів $R_{12} = R_1 + R_2$. Еквівалентний опір паралельно з'єднаних елементів R_3 і R_4

$$R_{34} = \frac{1}{G_{34}} = \frac{1}{G_3 + G_4} = \frac{1}{1/R_3 + 1/R_4} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}.$$

Еквівалентну схему з опорами елементів R_{12} і R_{34} зображено на рис. 2.3, б. Для цієї схеми послідовного з'єднання R_{12} і R_{34} еквівалентний опір $R_{ек} = R_{12} + R_{34}$, а відповідну схему зображено на рис. 2.3, в. Знайдемо струм у цьому колі:

$$I = \frac{U}{R_{ек}}$$

де I – струм джерела живлення й струм в елементах R_1 і R_2 реального кола.

Для розрахунку струмів I_3 й I_4 визначаємо напругу на ділянці кола з опором R_{34} (див. рис. 2.3, б):

$$U_{34} = IR_{34} = \frac{U}{R_{ек}} R_{34} \cdot$$

Тоді струми I_3 й I_4 можна знайти за законом Ома:

$$I_3 = \frac{U_{34}}{R_3}; \quad I_4 = \frac{U_{34}}{R_4} \cdot$$

Для складних схем з великою кількістю контурів і джерел ЕРС не завжди можна провести таке еквівалентне перетворення. Тоді розрахунок виконують з використанням інших методів, які розглянемо в наступному розділі.

2.2. Методи розрахунку електричних кіл

2.2.1. Метод безпосереднього використання закону Ома й законів Кірхгофа

З допомогою закону Ома й двох законів Кірхгофа можна розрахувати режим роботи електричного кола будь-якої складності. Розглянемо схему, зображену на рис. 2.4, де гілок ($г$) – три; вузлів ($в$) – два.

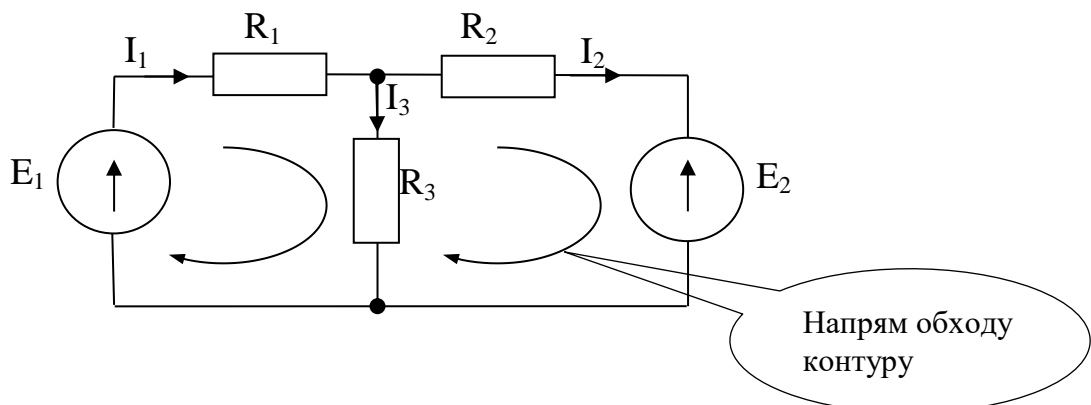


Рис. 2.4. Приклад розрахунку електричної схеми

Порядок розрахунку такий:

1. Кількість рівнянь, складених за законами Кірхгофа, дорівнює кількості гілок $n = 3$ (якщо є джерело струму, то віднімається кількість гілок з джерелом струму: $n = \gamma - \gamma_i$, $\gamma_i = 0 \Rightarrow n = 3$).
2. Довільно вказуємо напрямки струмів у гілках.
3. Кількість незалежних рівнянь, що складаються за першим законом Кірхгофа, $n_1 = v - 1$, тобто

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0.$$

4. Кількість незалежних рівнянь, що складаються за другим законом Кірхгофа, $n_{11} = n - n_1 \Rightarrow n_{22} = 2$ або $\gamma - (v - 1)$. Вибираємо незалежні контури (контури, що містять хоча б одну нову гілку). Довільно вказуємо напрям обходу контуру. Записуємо рівняння за другим законом Кірхгофа:

$$\begin{aligned} I_1 R_1 + I_3 R_3 &= E_1; \\ I_2 R_2 - I_3 R_3 &= -E_2. \end{aligned}$$

5. Розв'язуємо систему рівнянь, знаходимо невідомі струми. Якщо значення струмів є негативним, то на схемі змінюємо його напрям на протилежний.

2.2.2. Метод накладання

Цей метод рекомендується застосовувати для кіл з двома-трьома джерелами енергії.

Уважаємо, що кожне джерело діє незалежно від інших. Розраховуємо струми, викликані дією кожного джерела окремо (часткові струми). Результативний струм визначається як алгебрична сума часткових струмів.

На рис. 2.5 показано послідовність розрахунку електричного кола з допомогою методу накладання, що містить джерела ЕРС у двох гілках.

Після вимкнення ЕРС E_2 отримуємо просте змішане з'єднання резистивних елементів (рис. 2.5, б).

У нерозгалуженій частині кола струм

$$I_1' = \frac{E_1}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}},$$

у двох паралельних гілках –

$$I_2' = \frac{E_1 - R_1 I_1'}{R_2}; \quad I_3' = \frac{E_1 - R_1 I_1'}{R_3}.$$

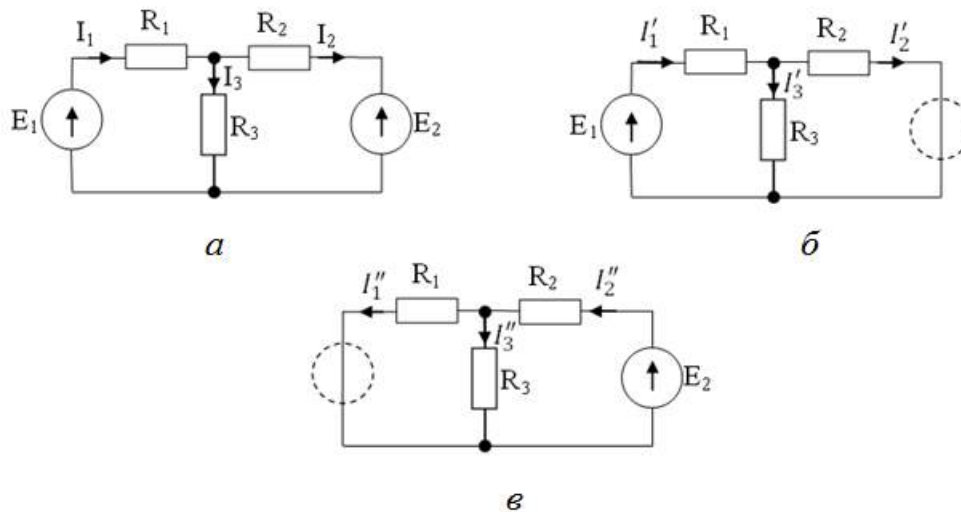


Рис. 2.5. Послідовність розрахунку електричного кола з допомогою метода накладання

Далі вимикаємо ЕРС E_1 (рис. 2.5, в) й аналогічно розраховуємо струми I''_2 , I''_1 та I''_3 .

За методом накладання в гілках електричного кола (рис. 2.5, а) отримуємо такі струми:

$$I_1 = I'_1 - I''_1; \quad I_2 = I''_2 - I'_2; \quad I_3 = I'_3 + I''_3.$$

Недолік методу – необхідність підвищеної точності розрахунку в тому випадку, коли часткові струми мають протилежний напрямок і є близькими за значеннями.

2.2.3. Метод контурних струмів

Кількість рівнянь за цим методом дорівнює кількості рівнянь, що складаються за другим законом Кірхгофа.

Розглянемо розрахунок електричного кола, що містить три гілки і два незалежних контури. Будемо вважати, що значення всіх ЕРС та опорів резистивних елементів є заданими.

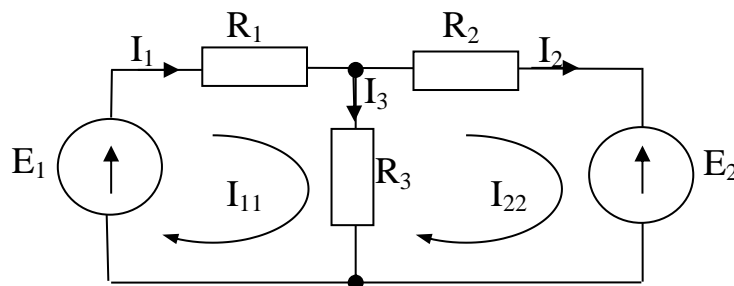


Рис. 2.6. Приклад розрахунку електричної схеми

Контурні струми – це розрахункові струми, що проходять по всіх гілках вибраного контуру (у розглянутому прикладі це I_{11} , I_{22}). **Дійсні струми** в гілках знаходимо як алгебричну суму контурних струмів (за першим законом Кірхгофа). Напрямок контурних струмів і напрямок обходу контура вибираємо довільно.

Для кожного контуру записуємо рівняння за другим законом Кірхгофа:

$$\begin{cases} I_{11}(R_1 + R_3) - I_{22}R_3 = E_1; \\ I_{22}(R_2 + R_3) - I_{11}R_3 = -E_2. \end{cases}$$

Арифметичну суму опорів всіх резистивних елементів, що належать до кожного з вибраних контурів, називають власним контурним опором R_{kk} (з подвійним індексом номера контуру), тобто

$$R_{kk} = \sum R. \quad (2.3)$$

Для схеми, зображеної на рис. 2.6,

$$\begin{aligned} R_{11} &= R_1 + R_3; \\ R_{22} &= R_2 + R_3. \end{aligned}$$

Арифметичну суму опорів резистивних елементів, що знаходяться в загальних гілках двох контурів m і l , називають загальним опором цих контурів, причому очевидно

$$R_{ml} = R_{lm}. \quad (2.4)$$

Для розглядуваного прикладу

$$R_{12} = R_{21} = R_3.$$

Алгебричну суму ЕРС усіх гілок, що належать до кожного з вибраних незалежних контурів, називають контурною ЕРС E_{kk} (з подвійним індексом контуру), тобто для будь-якого k -го контуру

$$E_{kk} = \sum E, \quad (2.5)$$

тобто

$$\begin{aligned} E_{11} &= E_1; \\ E_{22} &= -E_2. \end{aligned}$$

У виразі (2.5) усі ЕРС гілок, напрямом яких збігається з напрямком обходу контуру, записують зі знаком «плюс», а напрямом яких не збігається – зі знаком «мінус»:

$$\begin{cases} I_{11}R_{11} + I_{22}R_{12} = E_{11}; \\ I_{11}R_{21} + I_{22}R_{22} = E_{22}. \end{cases} \quad (2.6)$$

Для розв'язання системи рівнянь (2.6) застосуємо *правило Крамера*:

$$I_{kk} = \frac{\Delta_{kk}}{\Delta},$$

де $\Delta = \begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} & \dots & R_{1n} \\ R_{21} & R_{22} & \dots & R_{2n} \\ \vdots & & & \\ R_{K1} & R_{K2} & \dots & R_{Kn} \end{vmatrix}$ – головний визначник системи;

Δ_{kk} – окремий визначник системи, який отримують з головного визначника заміною k -го стовпця на стовпець, складений з правої частини системи рівнянь (2.6).

Розрахувавши значення контурних струмів, визначимо за першим законом Кірхгофа струми в усіх гілках електричного кола:

$$I_1 = I_{11}; \quad I_2 = I_{22}; \quad I_3 = I_{11} - I_{22}$$

2.2.4. Метод вузлових потенціалів

Метод вузлових потенціалів використовується для кіл з великою кількістю гілок і малою кількістю вузлів. Кількість рівнянь за цим методом дорівнює кількості рівнянь, що складаються за першим законом Кірхгофа.

Цей метод впливає з першого закону Кірхгофа. Як невідомі беруться потенціали вузлів, за знайденими значеннями яких за законом Ома для ділянки кола з джерелом ЕРС потім знаходять струми в гілках. Оскільки потенціал – величина відносна, потенціал одного з вузлів (будь-якого) береться таким, що дорівнює нулю. Таким чином, кількість невідомих потенціалів, а отже, і кількість рівнянь дорівнює кількості гілок кола.

Розглянемо схему на рис. 2.7, у якій візьмемо $\phi_c = 0$.

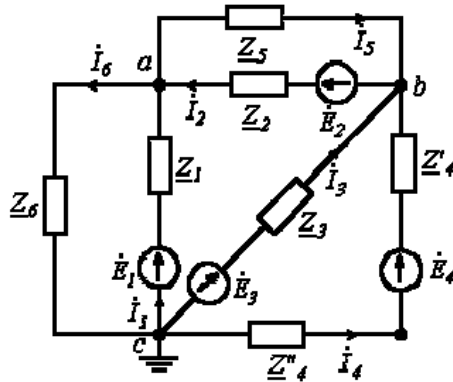


Рис. 2.7. Приклад розрахунку електричної схеми

Припустимо, що $\dot{\phi}_a$ і $\dot{\phi}_b$ є відомими. Тоді значення струмів за законом Ома для ділянки кола з джерелом ЕРС (див. формулу (1.13))

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{I}_1 = \frac{E_1 - \dot{\phi}_a}{Z_1} = (\dot{E}_1 - \dot{\phi}_a) \dot{Y}_1; \\ \dot{I}_2 = (\dot{\phi}_b - \dot{\phi}_a + \dot{E}_2) \dot{Y}_2; \\ \dot{I}_3 = (\dot{E}_3 - \dot{\phi}_b) \dot{Y}_3; \\ \dot{I}_4 = (\dot{E}_4 - \dot{\phi}_b) \dot{Y}_4, \quad \text{де } \dot{Y}_4 = \frac{1}{Z_4^1 - Z_4^{11}}; \\ \dot{I}_5 = (\dot{\phi}_a - \dot{\phi}_b) \dot{Y}_5; \\ \dot{I}_6 = \dot{\phi}_a \dot{Y}_6. \end{array} \right.$$

Запишемо рівняння за першим законом Кірхгофа для вузла a :

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 + \dot{I}_4 + \dot{I}_5 + \dot{I}_6 = 0.$$

Підставимо значення струмів, що належать до нього, які було визначено раніше:

$$(\dot{E}_1 - \dot{\phi}_a) \dot{Y}_1 + (\dot{\phi}_b - \dot{\phi}_a + \dot{E}_2) \dot{Y}_2 - (\dot{\phi}_a - \dot{\phi}_b) \dot{Y}_5 - \dot{\phi}_a \dot{Y}_6 = 0$$

Згрупувавши відповідні члени, отримаємо

$$(\dot{Y}_1 + \dot{Y}_2 + \dot{Y}_5 + \dot{Y}_6) \dot{\phi}_a - (\dot{Y}_2 + \dot{Y}_5) \dot{\phi}_b = \dot{E}_1 \dot{Y}_1 + \dot{E}_2 \dot{Y}_2.$$

Аналогічно можна записати для вузла b :

$$-(\dot{Y}_2 + \dot{Y}_5) \dot{\phi}_a - (\dot{Y}_2 + \dot{Y}_3 + \dot{Y}_4 + \dot{Y}_5) \dot{\phi}_b = \dot{E}_3 \dot{Y}_3 + \dot{E}_4 \dot{Y}_4 - \dot{E}_2 \dot{Y}_2.$$

Як і за методом контурних струмів, систему рівнянь за методом вузлових потенціалів складаємо й при цьому керуємося такими правилами:

1. У лівій частині i -го рівняння записується зі знаком «+» потенціал ϕ_i i -го вузла, для якого складається це i -те рівняння, помножене на суму провідностей \dot{Y}_{ii} гілок, під'єднаних до цього i -го вузла, і зі знаком «-» – потенціал ϕ_k сусідніх вузлів, кожен з яких помножено на суму провідностей \dot{Y}_{ik} гілок, під'єднаних до i -го і k -го вузлів.

Зі сказаного випливає, що всі члени $\phi_i \dot{Y}_{ii}$, які знаходяться на головній діагоналі в лівій частині системи рівнянь, записуються зі знаком «+», а всі інші – зі знаком «-», причому $\dot{Y}_{ik} = \dot{Y}_{ki}$. Остання рівність аналогічно до методу контурних струмів забезпечує симетрію коефіцієнтів рівнянь відносно головної діагоналі.

2. У правій частині i -го рівняння записується так званий вузловий струм \dot{J}_i , який дорівнює сумі добутків ЕРС гілок, що підходять до i -го вузла, і провідностей цих гілок. При цьому член суми записується зі знаком «+», якщо відповідна ЕРС спрямована до i -го вузла, в іншому випадку – зі знаком «-». Якщо в i -му вузлі гілки містяться джерела струму то знаки струмів джерел струмів, що належать до вузлового струму як прості складові, визначаються аналогічно.

На закінчення зазначимо, що вибір того чи іншого з розглянутих методів визначається тим, що необхідно знайти, а також тим, який з них забезпечує менший порядок системи рівнянь. Під час розрахунку струмів при однаковій кількості рівнянь краще використовувати метод контурних струмів, оскільки він не потребує додаткових обчислень з використанням закону Ома. Метод вузлових потенціалів є дуже зручним для розрахунку багатофазних кіл, але незручним для розрахунку кіл зі взаємною індуктивністю.

Запитання для самоперевірки

1. Чому дорівнює мінімальна й достатня кількість рівнянь у системі, складеній за законами Кірхгофа?
2. Скільки рівнянь складають за першим законом Кірхгофа?
3. Скільки рівнянь має система для визначення потенціалів вузлів?
4. Що називають контурним струмом?
5. Для розрахунку яких схем можна використовувати метод еквівалентних перетворень?
6. Що називають власним контурним опором?
7. Що називають контурною ЕРС?
8. Як у гілках електричної схеми знаходять дійсні струми за методом контурних струмів?

Лекція 3

Тема 3. Однофазні електричні кола синусоїдального струму

У практиці електротехніки як змінний струм широко застосовується струм синусоїдальної форми. Це зумовлено кількома перевагами:

- генератори синусоїдального струму є значно дешевшими у виробництві, ніж генератори постійного струму;
- змінний струм легко перетворювати на постійний;
- трансформація і передання електричної енергії змінним струмом є економічнішими, ніж постійним;
- двигуни змінного струму мають просту конструкцію, високу надійність і невелику вартість.

Електричні кола, у яких діють синусоїдальні ЕРС і струми, називають електричними колами синусоїдального струму.

Сьогодні змінний струм застосовується в промислових приводах та електроосвітленні, сільському господарстві й на транспорті, у техніці зв'язку й побуті. Виробництво електричної енергії також здійснюється на змінному струмі. Величезну роль у справі впровадження змінного струму відіграли вчені П. Н. Яблочков і М. О. Доливо-Добровольський.

3.1. Синусоїдальні ЕРС, струм і напруга

Змінним називають струм (напругу, ЕРС), що змінюється в часі за величиною і напрямком. Синусоїдальний струм можна подати з допомогою дійсної функції часу – синусної і косинусної, наприклад:

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i), \quad (3.1)$$

де I_m – максимальна амплітуда струму (амплітудне значення);

ω – кутова (циклічна) частота, причому $\omega = 2\pi f$, рад/с;

$f = 1/T$ – частота коливань, Гц;

T – період, с;

$\omega t + \psi_i$ – фаза;

ψ_i – початкова фаза, що визначає значення струму в момент часу $t = 0$, тобто $i_{(t=0)} = I_m \sin \psi_i$.

Іноді гармонійне коливання подають у косинусній формі. Легко бачити, що для переходу до такої форми в (3.1) досить змінити лише початкову фазу, тобто

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i) = I_m \cos\left(\omega t + \psi_i + \frac{\pi}{2}\right).$$

Промислова частота змінного струму в Україні й усіх країнах Європи становить 50 Гц, у США і Японії – 60 Гц, в авіації – 400 Гц. Зменшення частоти нижче від 50 Гц погіршує якість освітлення, збільшення – погіршує умови передання електроенергії на великі відстані.

Вираз для синусоїдальної ЕРС і напруги є аналогічним до (3.1), тобто

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u); \quad (3.2a)$$

$$e(t) = E_m \sin(\omega t + \psi_e). \quad (3.2б)$$

Аналогічно до (3.1) визначають і основні параметри ЕРС і напруги.

Крім уже названих параметрів у практиці електротехніки часто користуються поняттями **середнього** й **діючого** значень струму й напруги. Розглянемо їх.

Під **середнім значенням** синусоїдальної величини розуміють її середньоарифметичне значення. Якщо визначати середнє значення синусоїдальних величин за період, то воно дорівнюватиме нулю, оскільки позитивна й негативна на півхвилі синусоїдальних кривих збігаються за формою. Тому середні значення синусоїдального струму, ЕРС і напруги визначають за півперіод.

За **середнє значення** синусоїдального струму можна взяти таке значення постійного струму, при якому за півперіод переноситься такий самий електричний заряд, що й при синусоїдальному струмі.

Під середнім значенням синусоїдального струму розуміють його середнє значення для півперіоду:

$$I_{cp} \frac{T}{2} = \int_0^{T/2} i dt;$$

$$\begin{aligned} I_{cp} &= \frac{2}{T} \int_0^{T/2} I_m \sin \omega t dt = \frac{2}{T} I_m \left(-\frac{1}{\omega} \cos \omega \frac{T}{2} + \frac{1}{\omega} \cos \omega \cdot 0 \right) = \\ &= \frac{2I_m}{\omega T} (\cos 0 - \cos \pi) = \frac{2I_m 2T}{2\pi T} = \frac{2I_m}{\pi}. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Бачимо, що середнє значення синусоїдального струму становить $2/\pi \approx 0,64$ від амплітудного. Аналогічно визначається середнє значення синусоїдальної напруги:

$$U_{cp} = U_0 = \frac{2U_m}{\pi}.$$

Як постійний, так і синусоїдальний струми використовують для здійснення будь-якої роботи, під час якої електроенергія перетворюється на інші види енергії (теплову, механічну та ін.). Для кількісного оцінювання синусоїдального струму (ЕРС і напруги), який протягом часу безперервно змінюється, використовують значення постійного струму, еквівалентне значенню синусоїдального струму за здійснюваною роботою.

Виходячи з цієї умови, діючим значенням синусоїдального струму називають таке значення постійного струму, під час проходження якого в одному й тому ж резисторі з опором R за один період T виділяється стільки ж теплоти, скільки й під час проходження синусоїдального струму.

При синусоїдальному струмі кількість теплоти Q_{\sim} , що виділяється в резисторі R за час T , визначається формулою

$$Q_{\sim} = \int_0^T i^2 R dt,$$

а при постійному струмі –

$$Q_{-} = I^2 RT.$$

Згідно з означенням $Q_{-} = Q_{\sim}$, тоді

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}. \quad (3.4)$$

Таким чином, діючим називають середнє квадратичне значення синусоїдального струму (напруги) за період

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \cdot \sin^2 \omega t \cdot dt}. \quad (3.5)$$

Щоб знайти співвідношення між максимальним і діючим значенням синусоїдального струму, треба обчислити інтеграл в (3.5):

$$\int_0^T i^2 dt = I_m^2 \int_0^T \sin^2 \omega t dt = I_m^2 \int_0^T \frac{dt}{2} - I_m^2 \int_0^T \frac{\cos 2\omega t}{2} dt.$$

Оскільки $\int_0^T \cos 2\omega t dt = 0$, отримуємо

$$\int_0^T i^2 dt = \frac{I_m^2}{2} \int_0^T dt = \frac{I_m^2 T}{2}.$$

Підставляючи цей вираз у формулу (3.5), отримаємо

$$I = I_m / \sqrt{2} = 0,707 I_m. \quad (3.6)$$

Аналогічно визначаємо діюче значення синусоїдальної напруги

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}.$$

Якщо кажуть про значення змінного струму або напруги, то зазвичай мають на увазі їх діюче значення. Наприклад, напруга в однофазній мережі змінного струму 220В – діюча. При цьому амплітудне значення $U_m \cong 310\text{В}$.

3.2. Способи зображення електричних величин – синусоїдних функцій

1. *Зображення синусоїдальних функцій у вигляді часових діаграм.* На рис. 3.1 наведено графік двох коливань синусоїдального струму з різними початковими фазами ψ_1 і ψ_2 , причому $\psi_1 > \psi_2$. Амплітудне значення гармонік має місце, коли $\omega t + \psi = 2\pi n$ ($n = 0, 1, 2, \dots$), тобто в моменти

$$t = \frac{2\pi n - \psi}{\omega}.$$

Оскільки $\psi_1 > \psi_2$, то t_1 має місце раніше за t_2 , тобто струм i_1 випереджає за фазою струм i_2 . Різницю фазових кутів

$$\psi_i = \psi_1 - \psi_2 \quad (3.7)$$

називають **різницею**, або **зсувом**, фаз.

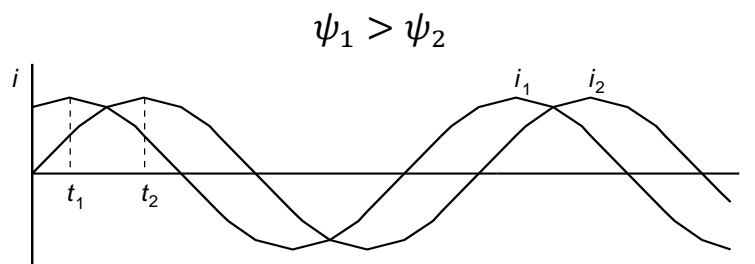


Рис. 3.1. Графік коливань синусоїдального струму

Початкову фазу часто задають у градусах, тому при обчисленні миттєвого значення струму аргумент синуса (складові ωt і ψ) потрібно звести до однієї одиниці виміру (радіан або градус).

Аналогічно зображують ЕРС і напругу, що описуються рівняннями (3.2).

Якщо початкові фази синусоїдальних величин дорівнюють нулю або є однаковими, то кажуть, що вони **збігаються за фазою**.

Якщо дві синусоїдальні величини одночасно проходять через нуль, тобто їх початкові фази є однаковими і набувають максимальних значень з протилежними знаками, то такі величини перебувають у **протифазі** або є **зсунутими за фазою** на кут π .

Правило знаходження синусоїдальної величини, яка випереджає або відстає: якщо синусоїдальна величина при переході від негативних значень до позитивних перетинає вісь абсцис лівіше від осі ординат, то вона має позитивну початкову фазу, а якщо правіше – то негативну .

2. Зображення синусоїдальних величин векторами

Під час аналізу стану електричних кіл змінного струму виникає необхідність обчислення суми або різниці коливань однакових частот, але з різними амплітудами й початковими фазами. Розв'язувати таку задачу з допомогою розглянутої форми подання (тобто з допомогою тригонометричних функцій) досить важко.

Нехай потрібно знайти струм $i(t) = i_1(t) + i_2(t)$, причому

$$\begin{aligned}i_1(t) &= I_{m1} \sin(\omega t + \psi_1), \\i_2(t) &= I_{m2} \sin(\omega t + \psi_2).\end{aligned}$$

Оскільки частоти коливань є однаковими, то задача зводиться до знаходження сумарних амплітудного значення I_m і початкової фази ψ . Якщо застосувати для розв'язання відомі тригонометричні перетворення, то отримаємо

$$I_m = \sqrt{I_{m1}^2 + I_{m2}^2 + 2I_{m1}I_{m2} \cos(\psi_1 - \psi_2)},$$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{I_{m1} \sin \psi_1 + I_{m2} \sin \psi_2}{I_{m1} \cos \psi_1 + I_{m2} \cos \psi_2}$$

Бачимо, що навіть остаточний результат має громіздкий і ненаочний вигляд.

Значне спрощення досягається застосуванням **графічного методу**. Векторне подання синусоїдальних величин є відомим з тригонометрії. Синусоїдальний струм (напруга) зображується у вигляді радіуса-вектора, що обертається проти ходу годинникової стрілки з частотою ω . Довжина вектора дорівнює амплітудному значенню – I_m . Один оборот вектор робить протягом періоду (рис. 3.2, а).

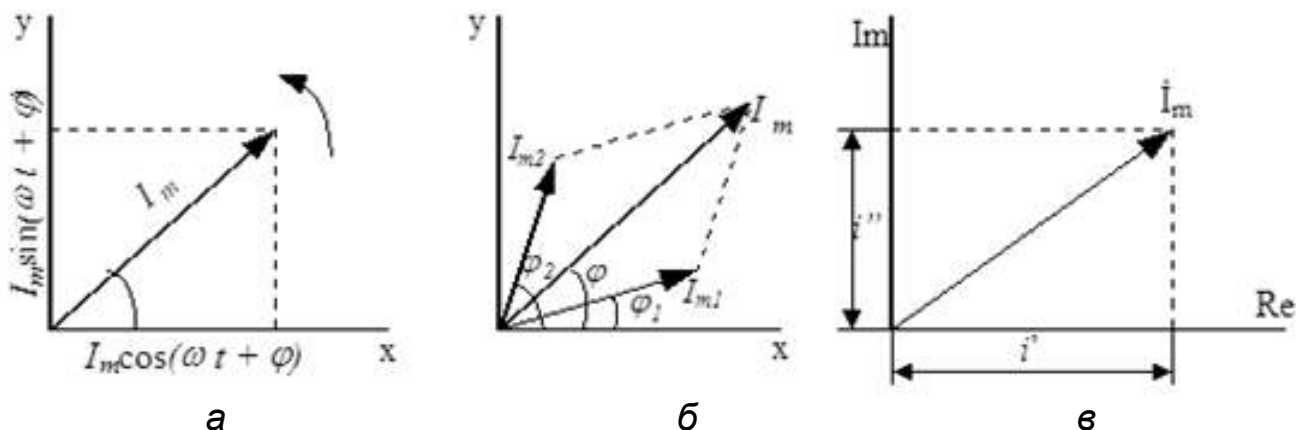


Рис. 3.2. Векторне подання синусоїдальних величин

Положення радіуса-вектора відносно осі X у момент початку відліку $t = 0$ визначається кутом ψ_1 , проекція вектора на вісь Y – виразом (3.1).

На одній векторній діаграмі може бути зображено вектори кількох коливань, наприклад $i_1(t)$ і $i_2(t)$ (рис. 3.2, б). Для спрощення аналізу всі вектори зображуються в момент часу $t = 0$. Тоді суму двох векторів можна визначити за правилом паралелограма і побудувати на комплексній площині (рис. 3.2, в). Результивний радіус-вектор також обертається відносно початку координат з частотою ω , а його проекція на вісь Y визначається виразом

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi),$$

де ψ – положення сумарного вектора відносно осі X у момент часу $t = 0$.

Простота розв'язання є очевидною. Однак **графічний метод** має істотний недолік – низьку точність, тому його застосовують найчастіше для якісного аналізу електричних кіл з допомогою топографічних векторних діаграм напруг.

Для будування **топографічної** векторної діаграми в аналізованому електричному колі виокремлюють кілька ділянок у напрямку обходу. Спад напруги на кожній ділянці можна визначити вектором. Установлюючи кожний наступний вектор (у напрямку обходу) у точку кінця попереднього вектора, одержуємо топографічну векторну діаграму напруг. Вектор між

будь-якими двома точками цієї діаграми характеризує напругу між відповідними точками електричного кола.

3. Подання синусоїдальних функцій комплексними числами

Комплексне подання синусоїдальних струмів і напруг дає змогу поєднати простоту й наочність векторного подання з точністю подання дійсними функціями часу. Для переходу від графічного до комплексного подання замінимо осі декартової системи координат (див. рис. 3.2, а) таким чином:

- ось X – на вісь дійсних чисел Re ;
- ось Y – на вісь уявних чисел Im (рис. 3.2, в).

При цьому довжина вектора струму (напруги), як і раніше, визначається амплітудним значенням, але позначається як комплексна величина, тобто $\dot{I}_m(\dot{U}_m)$.

Кут нахилу вектора до осі дійсних чисел Re у момент часу $t = 0$ залишається попереднім, тобто ψ .

Позначимо проекцію вектора \dot{I}_m на вісь дійсних чисел як $I' = I_m \cos \psi$, а проекцію \dot{I}_m на вісь уявних чисел – як $I'' = I_m \sin \psi$. Тоді очевидно, що

$$\dot{I}_m = I' + jI'', \quad (3.8)$$

де j – уявна одиниця, причому $j = e^{j\frac{\pi}{2}}$; $-j = e^{-j\frac{\pi}{2}}$.

За виразом (3.8) визначають комплексну **алгебричну форму** подання синусоїдального струму і його використовують для виконання дій додавання й віднімання струмів (напруг).

Дійсно, для складання двох комплексних чисел достатньо окремо скласти дійсні та уявні числа.

Підставимо в (3.8) замість I' і I'' їх значення. Тоді отримаємо

$$\dot{I}_m = I_m(\cos \psi + j \sin \psi), \quad (3.9)$$

де I_m – модуль комплексного подання струму, що кількісно дорівнює амплітудному значенню.

За виразом (3.9) визначають комплексну **тригонометричну форму** подання синусоїдального струму. З рис. 3.4 очевидно, що

$$I_m = \sqrt{(I')^2 + (I'')^2}, \quad \text{а } \psi = \arctg \frac{I''}{I'}. \quad (3.10)$$

Бачимо, що вирази (3.8) і (3.9) характеризують параметри синусоїдального струму, які не залежать від часу – дійсну амплітуду I_m і початкову фазу ψ .

Уведемо залежність від часу:

$$\dot{I}_m(t) = I'(t) + jI''(t), \quad (3.11)$$

де $I'(t) = I_m \cdot \cos(\omega t + \psi)$, $I''(t) = I_m \cdot \sin(\omega t + \psi)$.

Тепер очевидно, що реальна частина (3.11) є відображенням того, що реальне коливання існує і описується дійсною косинусоїдною функцією, уявна частина – це теж коливання в синусоїдній формі.

З допомогою формули Ейлера $\cos \psi + j \sin \psi = e^{j\psi}$ від (3.9) переходять до **показової форми** комплексного подання струму

$$\dot{I}_m = I_m e^{j\psi}, \quad (3.12)$$

а з урахуванням залежності від часу

$$\dot{I}_m(t) = I_m e^{j(\omega t + \psi)} = I_m e^{j\psi} e^{j\omega t} = \dot{I}_m e^{j\omega t}. \quad (3.13)$$

При значеннях кута $\psi = \pi/2$ і $\psi = -\pi/2$ з формули Ейлера випливають два співвідношення, які часто застосовуються:

$$e^{j\pi/2} = j \quad \text{і} \quad e^{-j\pi/2} = -j = 1/j.$$

Комплексна показова форма є **зручною** для виконання дій множення, ділення, піднесення до степеня або добування кореня. Дійсно, для множення (ділення) двох комплексних чисел у показовій формі (3.12) достатньо перемножити (розділити) їх модулі, а аргументи (показники степеня) скласти (відняти).

3.3. Закон Ома в комплексній формі для резистивного, індуктивного і ємнісного елементів

Резистор R

Нехай по резистору проходить синусоїдальний струм з початковою фазою, що дорівнює нулю ($\psi_i = 0$)

$$i = I_m \sin \omega t. \quad (3.14)$$

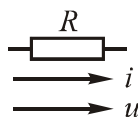


Рис. 3.3. Умовно-позитивні напрямки струму й напруги на резисторі

Визначимо спад напруги, що діє на затискачах резистора за законом Ома:

$$u = iR = I_m R \sin \omega t = U_m \sin \omega t. \quad (3.15)$$

З виразу (3.15) видно, що **струм в елементі з активним опором збігається за фазою з напругою на цьому елементі.**

Проілюструємо ці висновки графіками: синусоїдами (рис. 3.4, а) і векторною діаграмою (рис. 3.4, б).

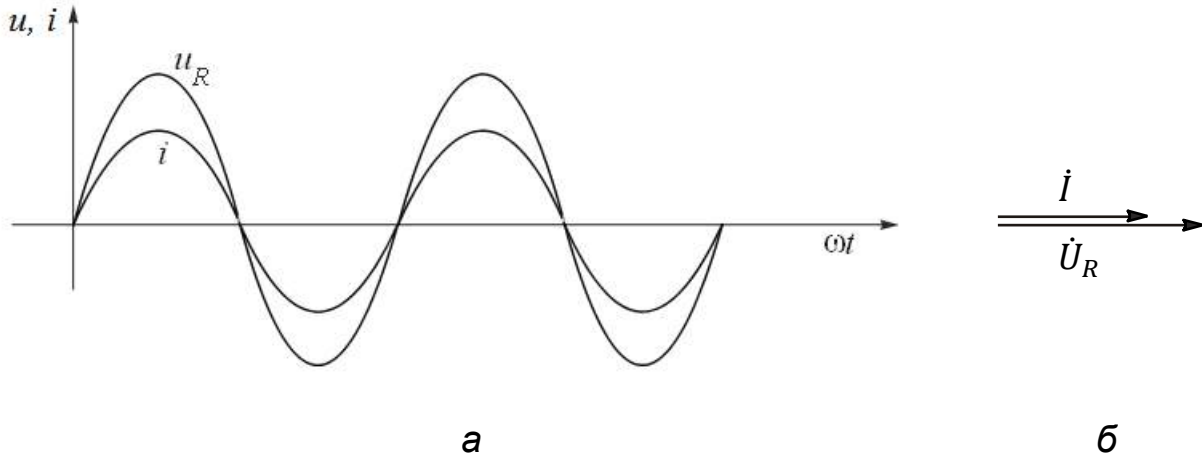


Рис. 3.4. Струм та напруга на активному опорі в часовій області та на комплексній площині

Запишемо діюче значення струму в комплексному вигляді:

$$\dot{I} = I e^{j\psi_i}.$$

Закон Ома для комплексів діючих значень має вигляд

$$\dot{U}_R = R\dot{I} = R I e^{j\psi_i} = U e^{j\psi_i} = U e^{j\psi_u},$$

тобто $\psi_i = \psi_u$.

Визначимо функцію миттєвої потужності, яка споживається резистором R :

$$p = iu = I_m U_m \sin^2 \omega t = \frac{I_m U_m}{2} (1 - \cos 2 \omega t) = UI (1 - \cos 2 \omega t);$$

$$p = UI (1 - \cos 2 \omega t), \quad (3.16)$$

де U, I – діючі значення напруги й струму.

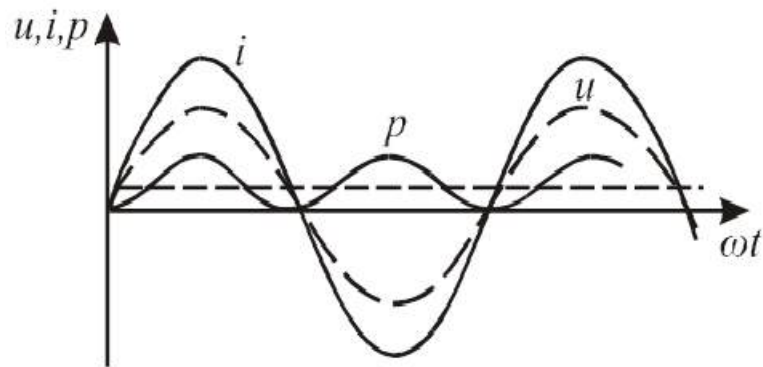


Рис. 3.5. Графіки миттєвих значень напруги, струму й потужності на резисторі

З графіка миттєвої потужності випливає, що вона є невід'ємною і змінюється з подвоєною частотою.

Для оцінювання споживаної приймачем потужності вводять поняття середньої потужності за період, Вт,

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T U_m I_m \sin^2 \omega t dt = \frac{U_m I_m}{2} = U \cdot I. \quad (3.17)$$

Ідеальна котушка індуктивності L

Нехай через індуктивність проходить синусоїдальний струм

$$i = I_m \sin \omega t.$$

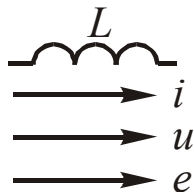


Рис. 3.6. Умовно-позитивні напрямки струму, напруги й ЕРС самоіндукції

Визначимо спад напруги на ідеальній котушці індуктивності u_L . За законом електромагнітної індукції

$$\begin{aligned} u_L = -e_L &= L \frac{di}{dt} = \omega L I_m \cos \omega t = \omega L I_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = \\ &= X_L I_m \sin(\omega t + \pi/2), \end{aligned}$$

де $X_L = \omega L \left[\frac{1}{c} \text{Гн} = \frac{1}{c} \text{Ом} \cdot \text{с} = \text{Ом} \right]$ – індуктивний (реактивний) опір, або

$$u_L = -e_L = U_m \sin(\omega t + \pi/2). \quad (3.18)$$

Напруга на ідеальній котушці індуктивності випереджає струм на 90° .

Проілюструємо ці висновки графіками: синусоїдами (рис. 3.7, а) і векторною діаграмою (рис. 3.7, б).

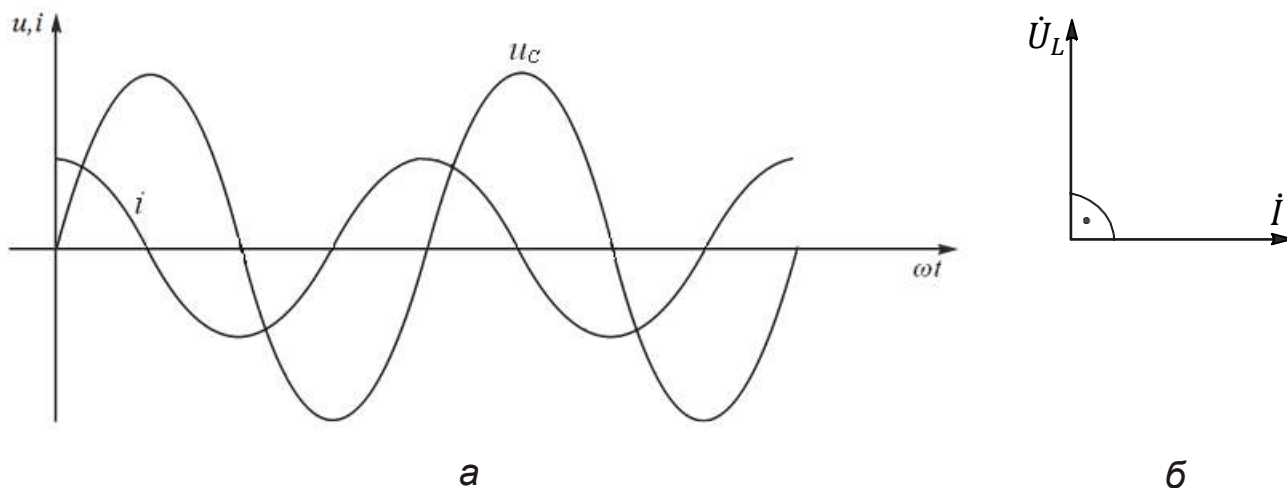


Рис. 3.7. Струм і напруга на ідеальній котушці індуктивності в часовій області й на комплексній площині

Розрахунки в колах синусоїдального струму виконують з допомогою символічного методу. Виходячи з умови $\psi_i = 0$ і використовуючи (3.18), запишемо комплекс напруги (діюче значення):

$$\dot{U}_L = X_L I e^{j(\psi_i + \pi/2)} = X_L I e^{j\pi/2} = U e^{j\pi/2},$$

або з урахуванням формули Ейлера закон Ома для комплексних значень:

$$\dot{U}_L = jX_L \dot{I} = X_L I e^{j\frac{\pi}{2}} = X_L I e^{j90^\circ}.$$

Множення вектора на j або на e^{j90° означає його поворот на комплексній площині на кут $+90^\circ$.

Миттєва потужність на індуктивності

$$p = ui = (U_m I_m \sin 2\omega t)/2 = UI \sin 2\omega t. \quad (3.19)$$

За період середнє значення потужності

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = 0. \quad (3.20)$$

Для оцінювання запасеної в ідеальній котушці індуктивності енергії магнітного поля вводять поняття реактивної (індуктивної) потужності, ВАр,

$$Q_L = UI = I^2 X_L. \quad (3.21)$$

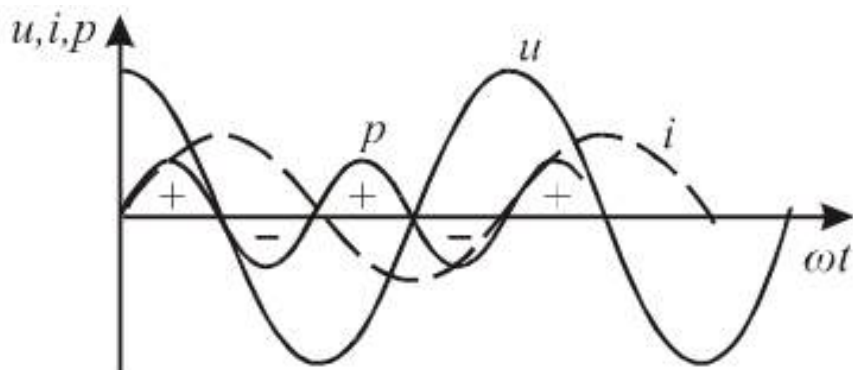


Рис. 3.8. Графіки миттєвих значень напруги, струму й потужності на ідеальній котушці індуктивності

З графіка миттєвої потужності випливає, що позитивна півхвиля потужності відповідає споживанню енергії з мережі, а негативна – її поверненню в мережу.

Енергія, яку споживає індуктивність, роботи не виконує.

Ідеальний конденсатор C

Нехай через конденсатор проходить синусоїдальний струм

$$i = I_m \sin \omega t.$$

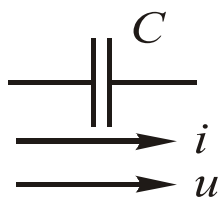


Рис. 3.9. Умовно-позитивні напрямки струму й напруги на конденсаторі

За означенням $i = \frac{dq}{dt}$, де q – заряд.
Для конденсатора

$$q = CU. \quad (3.22)$$

Для лінійного конденсатора $C = \text{const}$, тому

$$i = C \frac{du_C}{dt}, \quad (3.23)$$

звідки

$$u = \frac{1}{C} \int i dt = \frac{1}{C} \int I_m \sin \omega t dt = -\frac{I_m}{\omega C} \cos \omega t = I_m X_C \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}), \quad (3.24)$$

де $X_C = \frac{1}{\omega C} \left[\frac{1}{1/c \cdot \Phi} = \frac{1}{1/c \cdot c / 0_M} = 0_M \right]$ – емнісний опір.

Струм в ідеальному конденсаторі випереджає прикладену напругу на кут 90° , можна також вважати, що напруга відстає від струму на 90° .

Ці висновки можна проілюструвати графіками: синусоїдами (рис. 3.10, а) і векторною діаграмою (рис. 3.10, б).

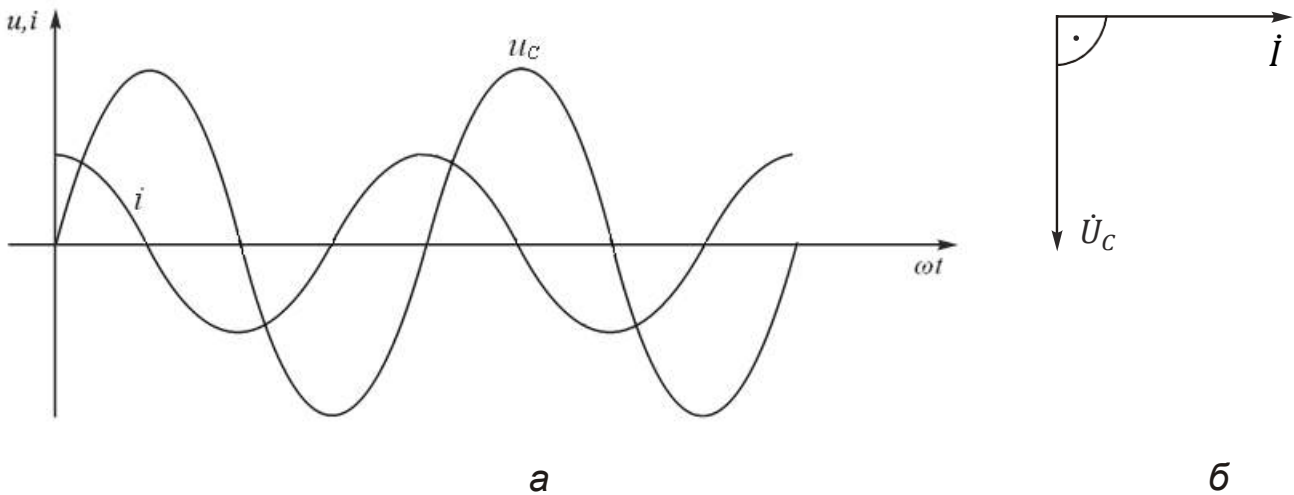


Рис. 3.10. Струм і напруга на ідеальному конденсаторі в часовій області та на комплексній площині

Використовуючи (3.24) та виходячи з умови $\psi_i = 0$, запишемо комплекс напруги (діюче значення):

$$\dot{U}_C = X_C I e^{j(\psi_i - \pi/2)} = X_C I e^{-j\pi/2} = U e^{-j\pi/2},$$

або з урахуванням формули Ейлера закон Ома для комплексних значень:

$$\dot{U}_C = -j X_C \dot{I} = X_C I e^{-j\pi/2} = X_C I e^{-j90^\circ}.$$

Визначимо миттєву потужність

$$p = ui = U I \sin 2\omega t. \quad (3.25)$$

Середнє значення потужності за період

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{U_m I_m}{2} \sin 2\omega t dt = 0. \quad (3.26)$$

Таким чином, ідеальний конденсатор не споживає з мережі потужність. Для оцінювання запасеної в ємності енергії електричного поля вводять поняття реактивної потужності, ВАр,

$$Q_C = UI = I^2 X_C. \quad (3.27)$$

Графік функції миттєвої потужності зображено на рис. 3.11. На графіку в тих областях, де $p > 0$, енергія йде на створення електричного поля, а в тих областях, де $p < 0$, відбувається повернення енергії джерелу енергії.

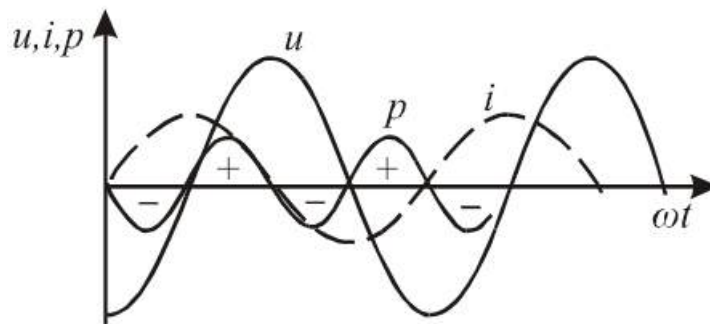


Рис. 3.11. Графіки миттєвих значень струму, напруги й потужності на ідеальному конденсаторі

Запитання для самоперевірки

1. Які явища враховано в ідеальному резисторі?
2. Якими є фазні співвідношення струму й напруги резистора?
3. Що ви знаєте про миттєву потужність резистивного елемента?
4. Що називають активною потужністю?
5. Запишіть закон Ома для резистивного елемента схеми.
6. Якими є фазні співвідношення струму й напруги ідеальної індуктивної котушки?
7. Що ви знаєте про миттєву потужності індуктивного елемента?
8. Поясніть термін «індуктивна (реактивна) потужність».
9. Запишіть закон Ома для індуктивного елемента схеми.
10. Якими є фазні співвідношення струму й напруги ідеального конденсатора?
11. Що вам відомо про миттєву потужність ємнісного елемента?

12. Поясніть термін «ємнісна (реактивна) потужність».
 13. Запишіть закон Ома для ємнісного елемента схеми.

Лекція 4

Тема 3. Однофазні електричні кола синусоїдального струму (продовження)

3.4. Рівняння електричного стану кіл з послідовним і паралельним з'єднанням активного опору, індуктивності й конденсатора

Символічний (комплексний) метод розрахунку кіл синусоїдального струму дає змогу перейти від диференціальних рівнянь, складених для миттєвих значень струму, напруг тощо, до алгебричних рівнянь, складених для відповідних їм комплексних відображень.

Послідовне з'єднання резистора R , ідеальної котушки індуктивності L й конденсатора C

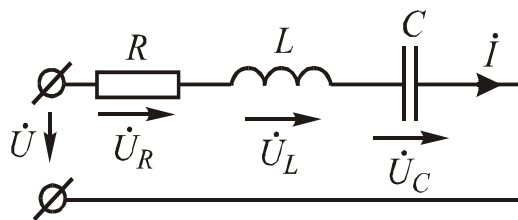


Рис. 3.12. Послідовне з'єднання R, L, C

За другим законом Кірхгофа

$$u = u_R + u_L + u_C; \quad (3.27)$$

$$u = iR + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt. \quad (3.28)$$

Перейдемо до комплексних відображень:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i) \Rightarrow \dot{I} = I e^{j\psi_i}. \quad (3.29)$$

Використовуючи отриманий комплекс струму, визначимо комплекси спаду напруги на ділянках кола:

– для резистора

$$\dot{U}_R = \dot{I}R; \quad (3.30)$$

– для ідеальної котушки індуктивності

$$\dot{U}_L = IjX_L = I\omega L e^{j(\psi_i + \frac{\pi}{2})}; \quad (3.31)$$

– для ідеального конденсатора:

$$\dot{U}_C = I \frac{-j}{\omega C} = I \frac{1}{\omega C} \cdot e^{j(\psi_i - \frac{\pi}{2})}. \quad (3.32)$$

Знайдені комплекси \dot{U}_R , \dot{U}_C , \dot{U}_L підставимо у вихідне рівняння (3.27)

$$U = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C = I \left(R + j\omega L - \frac{j}{\omega C} \right), \quad (3.33)$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\left(R + j\omega L - \frac{j}{\omega C} \right)} = \frac{\dot{U}}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)}. \quad (3.34)$$

Рівняння (3.34) є законом Ома в комплексній формі.

Вираз у знаменнику являє собою повний комплексний опір вихідного кола (імпеданс), який має дійсну й уявну складові

$$Z = R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) = R + j(X_L - X_C). \quad (3.35a)$$

Величину, обернену до повного комплексного опору, називають повною комплексною провідністю (адмітансом):

$$Y = 1/Z.$$

Кожному значенню комплексного опору Z , тобто комплексному числу, відповідає точка на комплексній площині, її положення однозначно визначається вектором (рис. 3.13). Цей вектор є геометричною інтерпретацією комплексного опору і має таке ж позначення Z .

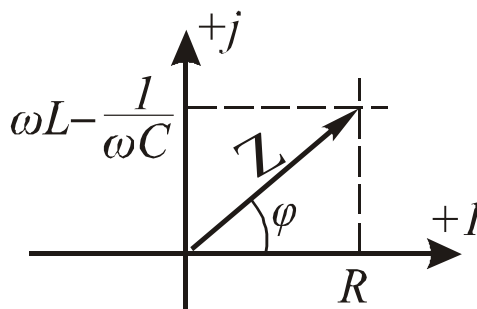


Рис. 3.13. Зображення опору на комплексній площині

Геометрична інтерпретація комплексного опору дає змогу легко перейти від алгебричної форми запису комплексного опору (3.35а) до тригонометричної й показникової:

$$Z = z \cos \varphi + j \sin \varphi; \quad (3.35б)$$

$$Z = ze^{j\varphi} = z \angle \varphi, \quad (3.35в)$$

де $z = |Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ – модуль комплексного опору,
 $\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R}$ – аргумент комплексного опору.

Підставимо значення комплексного опору в показниковій формі (3.35в) у (3.34). При цьому струм у колі буде визначено за законом Ома для нерозгалуженого кола:

$$\dot{I} = I e^{j\psi_i} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{U}{z} e^{j(\psi_u - \varphi)}, \quad (3.36)$$

$$I = \frac{U}{z}; \quad \psi_i = \psi_u - \varphi \Rightarrow \varphi = \psi_u - \psi_i \quad (3.37)$$

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u), \quad (3.38)$$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i); \quad \psi_i > 0.$$

Побудуємо векторну діаграму кола (рис. 3.14).

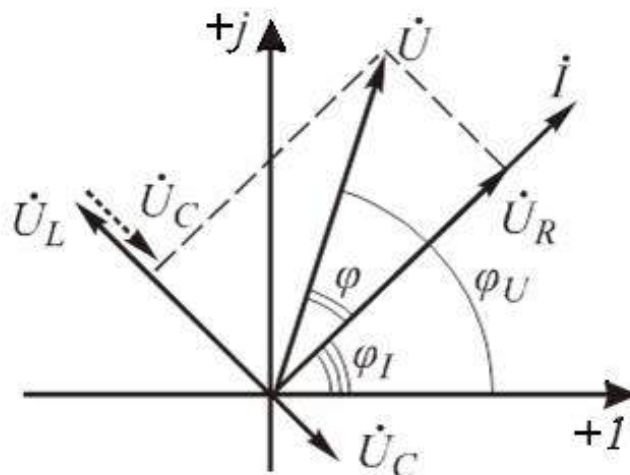


Рис. 3.14. Векторна діаграма для послідовного коливального контуру

Будування векторної діаграми починають з вектора струму, тому що він є однаковим на всіх ділянках кола. Якщо комплексний опір має

індуктивний характер, то струм \dot{I} відстає за фазою від напруги \dot{U} , оскільки $\varphi > 0$ (рис. 3.14), і за формулою (3.37) $\psi_i < \psi_u$. На векторній діаграмі додатне значення кута φ відраховується проти напрямку руху годинникової стрілки від вектора комплексного значення струму \dot{I} . Із побудованої на комплексній площині векторної діаграми можна виокремити векторний трикутник напруг, показаний на рис. 3.15.

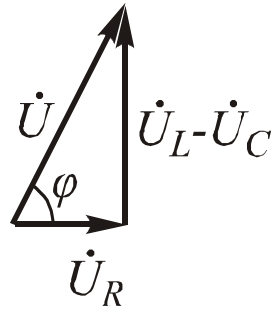


Рис. 3.15. Векторний трикутник напруг

На рис. 3.16 зображено скалярний трикутник опорів.

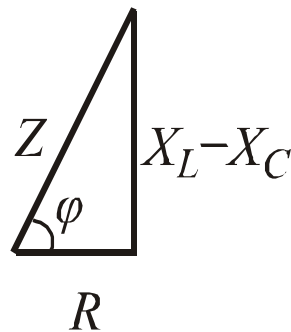


Рис. 3.16. Скалярний трикутник опорів

Кут зсуву фаз між струмом і напругою можна визначити з будь-якого трикутника:

$$\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R} = \arctg \frac{U_L - U_C}{U_R}. \quad (3.39)$$

Паралельне з'єднання резистора R, ідеальної котушки індуктивності L й ідеального конденсатора C

Розглянемо паралельне з'єднання різнорідних елементів R, L, C . Будемо вважати заданими провідність резистора $g = 1/R$, комплексні провідності індуктивного $-jb_L = 1/j\omega L$ та ємнісного $jb_C = j\omega C$ елементів.

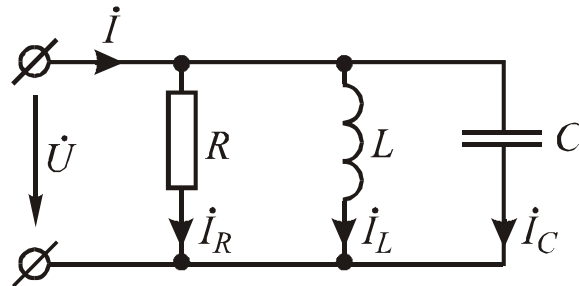


Рис. 3.17. Схема паралельного з'єднання елементів R, L, C

Нехай на вхід кола подано напругу $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$, тоді за першим законом Кірхгофа

$$i = i_R + i_L + i_C.$$

Комплексне зображення вхідної напруги має вигляд

$$\dot{U} = U e^{j\psi_u}.$$

Для визначення комплексу загального струму знайдемо його складові:

$$i_R = \frac{\dot{U}}{R}; \quad i_L = \frac{\dot{U}}{j\omega L}; \quad i_C = \frac{\dot{U}}{\frac{1}{j\omega C}} = \dot{U} j\omega C.$$

Тоді комплекс загального струму

$$i = \dot{U}(g - jb_L + jb_C), \quad (3.40)$$

де $Y = g - jb_L + jb_C$ – сума комплексних провідностей усіх паралельних гілок.

Обернена величина комплексної провідності $1/Y = Z = z e^{j\varphi}$ – це комплексний опір. Тому в показниковій формі комплексна провідність

$$Y = 1/Z = 1/z e^{-j\varphi} = y e^{-j\varphi}, \quad (3.41a)$$

а в тригонометричній –

$$Y = y \cos \varphi - j \sin \varphi, \quad (3.416)$$

де $y = |Y| = \sqrt{g^2 + (b_L - b_C)^2}$ – модуль комплексної провідності кола;

$\varphi = \arctg \frac{b_L - b_C}{g}$ – аргумент комплексної провідності кола (кут зсуву фаз між струмом і напругою).

Побудуємо векторну діаграму для паралельного з'єднання (рис. 3.17).

Нехай $\psi_u < 0$, $\psi_u - \psi_i = \varphi > 0$, тоді характер навантаження буде активно-індуктивним.

Підставивши значення комплексної провідності кола в показниковій формі (3.41а) у (3.40), отримаємо комплексне значення струму у вигляді

$$\dot{I} = I e^{j\psi_i} = Y \dot{U} = y U e^{j(\psi_u - \varphi)}. \quad (3.42)$$

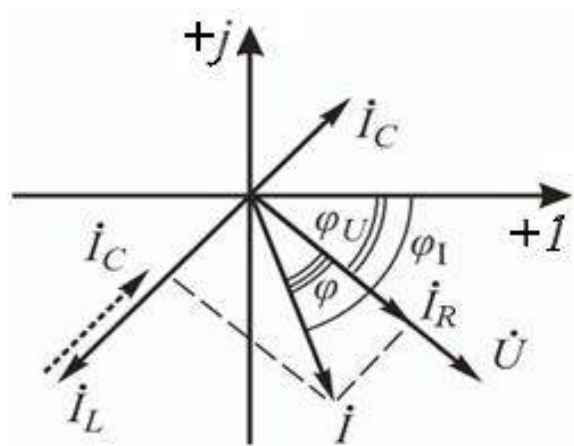


Рис. 3.18. Векторна діаграма для паралельного з'єднання різнорідних елементів

Миттєве значення загального струму

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi_u - \varphi).$$

З векторної діаграми (рис. 3.18) можна виокремити трикутник струмів (рис. 3.19).

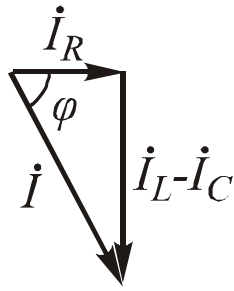


Рис. 3.19. Векторний трикутник струмів

Розділивши сторони векторного трикутника струмів на вектор напруги, отримаємо скалярний трикутник провідностей (рис. 3.20).

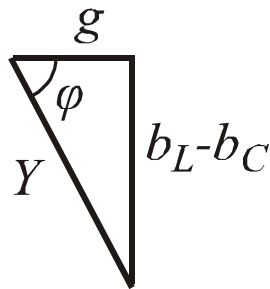


Рис. 3.20. Скалярний трикутник провідностей

3.5. Потужність кола синусоїдного струму

Розрахуємо потужність довільного приймача (рис. 3.21) у вигляді пасивного двополюсника.

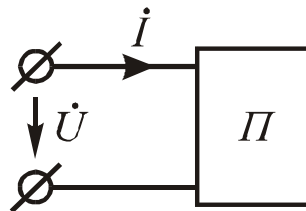


Рис. 3.21. Пасивний двополюсник

Візьмемо:

$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ – підведена напруга;

$i = I_m \sin(\omega t - \psi_I)$ – струм;

$\psi_u - \psi_I = \varphi$.

Якщо $\psi_u = 0$, то $u = U_m \sin \omega t$ й $i = I_m \sin(\omega t - \varphi)$.

Тоді, ураховуючи, що $\sin x \sin y = 1/2[\cos(x - y) - \cos(x + y)]$

$$p = ui = \frac{U_m I_m}{2} (\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)) = UI(\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)). \quad (3.43)$$

Отже, миттєва потужність має **постійну** складову; **гармонічну** складову, кутова частота якої в два рази більша за кутову частоту напруги й струму.

Коли миттєва потужність є негативною, а таке може бути (рис. 3.22), коли u та i мають різні знаки, тобто коли напрямки напруги й струму в двополюснику є протилежними, енергія повертається з двополюсника до джерела живлення. Це відбувається завдяки тому, що енергія періодично запасається в магнітних та електричних полях відповідно індуктивних і ємнісних елементів, що належать до складу двополюсника. Розглянемо графік одержаної функції $p(\omega t)$ (див. рис. 3.22).

З графіка випливає, що функція миттєвої потужності є знакозмінною. Це означає, що двополюсник має активно-реактивний характер. Якби двополюсник не містив реактивних елементів, то графік повністю б розташовувався над віссю t . З формули (3.43) знайдемо середнє значення миттєвої потужності за період:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = UI \cos \varphi, \quad (3.44)$$

оскільки середнє значення косинусоїди подвійної частоти за період дорівнює нулю.

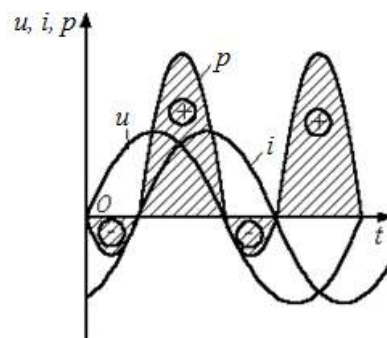


Рис. 3.22. Залежність миттєвих значень струму, напруги й потужності довільного двополюсника від функції часу t

Середня потужність характеризує інтенсивність передання електроенергії від джерела до приймача і її перетворення на інші види енергії, тобто активний незворотний процес.

Цю потужність називають активною. Одиниця виміру активної потужності – ватт (Вт). Видно, що середня, або активна, потужність завжди є позитивною і дорівнює постійній складовій миттєвої потужності.

Нарівні з активною вводиться поняття повної потужності

$$S = UI. \quad (3.45)$$

Одиниця виміру повної потужності – вольт, помножений на ампер (В·А).

Уведемо поняття **коефіцієнта потужності**:

$$\cos\varphi = \frac{P}{S},$$

який відображає показує, яка частка повної потужності є активною або яка частка всієї електроенергії перетворюється на інші види енергії.

Обмін енергією кількісно оцінюється реактивною потужністю $Q = U_p I$. оскільки в загальному випадку реактивна складова напруги $U_p = U \sin\varphi$, то **реактивна потужність** кола

$$Q = Q_L - Q_C = UI \sin\varphi. \quad (3.46)$$

Одиниця вимірювання реактивної потужності – вольт-ампер реактивний (ВАр). Співвідношення між повною, активною й реактивною потужностями можна одержати, скориставшись формулами (3.44)–(3.46):

$$P^2 + Q^2 = (UI)^2(\cos^2\varphi + \sin^2\varphi) = (UI)^2 = S^2 \quad (3.47)$$

або $S = \sqrt{P^2 + Q^2}.$

Трикутник потужностей (рис. 3.23, а) можна одержати з векторної діаграми напруг (рис. 3.14), помноживши сторони прямокутного трикутника на вектор \dot{I} .

У цьому трикутнику:

- сторона ab – $P = U_R I = I^2 R = UI \cos\varphi$;
- сторона bc – $Q = Q_L - Q_C = (U_L - U_C) I = I^2 (X_L - X_C) = UI \sin\varphi$;
- сторона ac – $S = UI = I^2 Z = \sqrt{P^2 + Q^2}.$

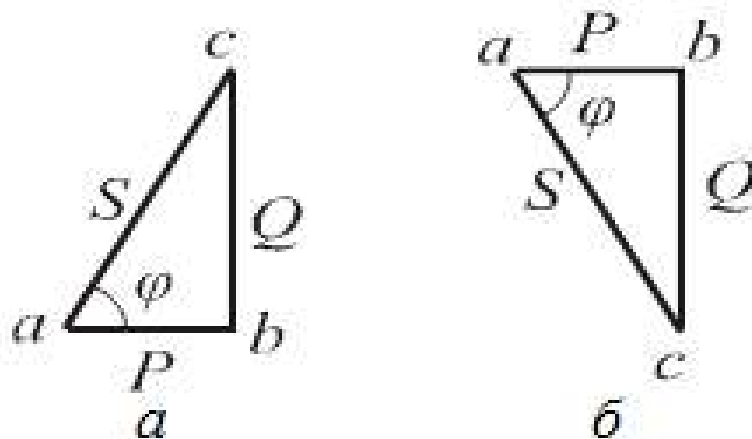


Рис. 3.23. Трикутники потужностей на основі векторних діаграм напруг (а), і струмів (б)

Аналогічний трикутник потужностей можна отримати з векторної діаграми струмів (рис. 3.18), помноживши всі сторони трикутника струмів на вектор \dot{U} . У цьому трикутнику (рис. 3.23, б):

- сторона $ab - P = I_R U = I^2 g = UI \cos \varphi$;
- сторона $bc - Q = Q_L - Q_C = (I_L - I_C)U = U^2 b = UI \sin \varphi$;
- сторона $ac - S = UI = U^2 y = \sqrt{P^2 + Q^2}$.

3.5.1. Вираз потужності в комплексній формі

Нехай на вході деякого двополюсника є відомими комплексні зображення напруги і струму:

$$\dot{U} = U e^{j\psi_U}; \quad \dot{I} = I e^{j\psi_I}.$$

Потужність у комплексній формі виражається у вигляді добутку:

$$\tilde{S} = \dot{U} \dot{I}^*, \quad (3.48)$$

де \dot{I}^* – спряжений комплекс струму;

$$\tilde{S} = UI e^{j\psi_U} e^{-j\psi_I} = UI e^{j\phi} = UI \cos \phi + jUI \sin \phi = P + jQ \quad (3.49)$$

3.5.2. Застосування статичних конденсаторів для збільшення $\cos \varphi$

Як уже зазначалося, реактивна потужність циркулює між джерелом і споживачем. Реактивний струм, не здійснюючи корисної роботи, призводить до додаткових втрат у силовому обладнанні і, отже, до завищення його встановленої потужності. У зв'язку з цим зрозумілим є прагнення до збільшення $\cos \varphi$ в силових електричних колах.

Слід зазначити, що переважна більшість споживачів (електродвигуни, електричні печі, інші різні пристрої та прилади) як навантаження має активно-індуктивний характер.

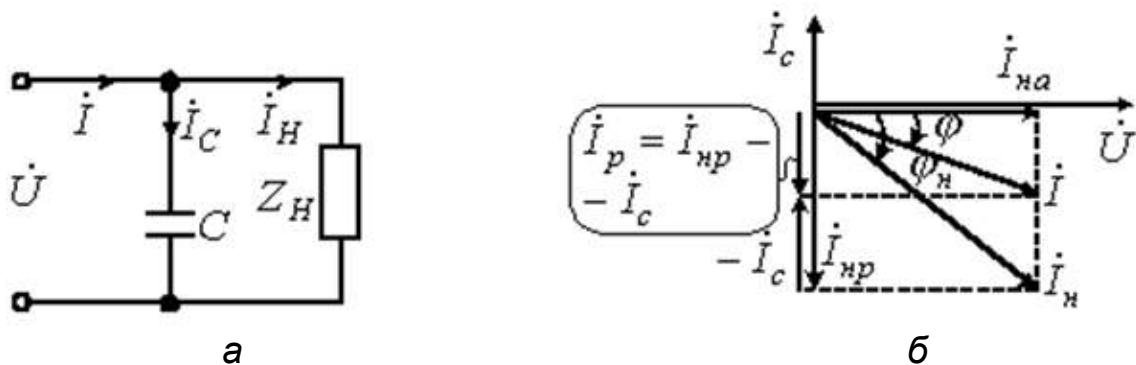


Рис. 3.24. Електрична схема й векторна діаграма для пояснення збільшення $\cos\varphi$

Якщо паралельно до такого навантаження Z_H (рис. 3.24, а) під'єднати конденсатор C , то загальний струм \dot{I} , як видно з векторної діаграми (рис. 3.24, б), наближається за фазою до напруги, тобто $\cos\varphi$ збільшується, а загальна величина струму (а отже, і втрати) зменшується при постійній активній потужності $P = UI\cos\varphi$. На цьому базується застосування конденсаторів для збільшення $\cos\varphi$.

3.6. Резонанс напруг

Резонансом у колах змінного струму, що містять індуктивні та ємнісні елементи, називають явище збігу за фазою векторів струму і напруги на вході в коло або на ділянці кола, при цьому $\cos\varphi = 1$, $\varphi = 0$

Закон Ома для нерозгалуженого кола (рис. 3.12) має вигляд

$$I = \frac{U}{z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

При $X_C = X_L$ реактивний опір $X = 0$ і повний опір $z = R$ є мінімальним. У цьому випадку має місце **резонанс напруг**.

При незмінних параметрах L і C умову резонансу можна виконати зміненням частоти струму. Резонансну частоту визначають так:

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Напруги на ідеальній котушці індуктивності й ідеальному конденсаторі в момент резонансу є однаковими. На рис. 3.24 побудовано векторну діаграму для цього режиму.

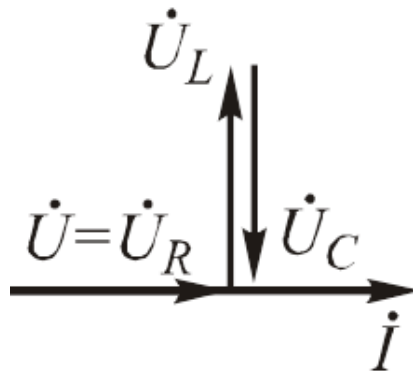


Рис. 3.25. Векторна діаграма для резонансу напруг

При резонансі

$$\varphi = 0, \quad \cos \varphi = 1, \quad U = IR, \quad S = P.$$

Якщо активний опір є малим, то виникають значний струм і великі напруги на ємності й індуктивності, які можуть значно перевищувати напругу мережі. Це буде, якщо

$$R < 1/\omega C \quad \text{та} \quad R < \omega L.$$

Визначимо індуктивний і ємнісний опори кола під час резонансу:

$$\omega_o L = \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot L = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho, \quad (3.50)$$

$$\frac{1}{\omega_o C} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot C} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho, \quad (3.51)$$

де ρ – **хвильовий опір контуру**.

Уведемо ще один важливий параметр, що характеризує резонанс, – добротність контуру

$$Q = \frac{U_{Lp}}{U} = \frac{U_{Cp}}{U} = \frac{I\omega_o L}{IR} = \frac{\rho}{R}. \quad (3.52)$$

Добротність (коефіцієнт резонансу) – це відношення напруги на ідеальній котушці індуктивності або ідеальному конденсаторі до вхідної напруги кола.

У більшості випадків резонанс напруг – явище небажане, пов'язане з можливими перенапругами (пробою ізоляції на елементах). Однак, наприклад, у радіотехніці, телефонії, автоматиці резонанс напруг часто застосовують для настроювання кіл на задану частоту (для посилення струму певної частоти).

3.7. Резонанс струмів

Закон Ома для розгалуженого кола має вигляд

$$I = U \sqrt{g^2 + (b_L - b_C)^2}.$$

Якщо $b_L = b_C$, то має місце явище **резонансу струмів**. У цьому випадку струми в гілках з реактивними елементами є однаковими й повернутими в протилежні боки. Струми в гілках з реактивними елементами можуть значно перевищувати струм у нерозгалуженій частині кола.

Як і при резонансі напруг, при резонансі струмів мають місце співвідношення

$$\varphi = 0, \quad \cos \varphi = 1, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad S = P.$$

Для розуміння резонансу струмів користуються поняттям хвильової провідності кола

$$Y = \frac{1}{\omega_0 L} = \omega_0 C = \sqrt{\frac{C}{L}}.$$

При цьому добротність кола

$$Q = \frac{I_{Lp}}{I} = \frac{I_{Cp}}{I} = \frac{U^1/\omega_0 L}{Ug} = \frac{Y}{g},$$

що є відображенням того, у скільки разів струм у гілках з реактивними елементами перевищує струм на нерозгалуженій ділянці кола, який у момент резонансу набуває мінімального значення.

Резонанс струмів на відміну від резонансу напруг – явище, безпечне для електроенергетичних установок. Великі струми в гілках виникають лише при великих реактивних провідностях гілок.

Запитання для самоперевірки

1. Якою буквою позначають кут зсуву фаз напруги й струму?
2. Які форми запису комплексних чисел ви знаєте?
3. Що характеризують модуль та аргумент комплексу?
4. Що розуміють під діючим значенням змінного струму?
5. Як пов'язані амплітудне і діюче значення синусоїдальних електричних величин?
6. Які явища враховано в ідеальному резисторі?
7. Якими є фазні співвідношення струму й напруги на резисторі?
8. Що ви знаєте про миттєву потужність резистивного елемента?
9. Що називають активною потужністю?
10. Якими є фазні співвідношення струму й напруги ідеальної індуктивної котушки?

11. Що ви знаєте про миттєву потужність індуктивного елемента?
12. Якими є фазні співвідношення струму й напруги ідеального конденсатора?
13. Що вам відомо про миттєву потужність ємнісного елемента?
14. При якому з'єднанні пасивних елементів електричного кола виникає резонанс напруги?
15. Яка головна умова виникнення резонансу напруги?
14. При якому з'єднанні пасивних елементів електричного кола виникає резонанс струму?
15. Яка головна умова виникнення резонансу струму?

Лекція 5

Тема 4. Трифазні електричні кола синусоїдального струму

У сучасних енергетичних системах генерування й передання великих потоків енергії здійснюється трифазними колами (системами). Їх поширення пояснюється переважно трьома основними факторами:

- а) передання енергії на далекі відстані трифазним струмом є економічно більш вигідним, ніж змінним струмом з іншою кількістю фаз;
- б) елементи трифазної системи – трифазний асинхронний двигун і трифазний трансформатор – є простими у виробництві, економічними й надійними в роботі;
- в) для трифазної системи властива незмінність величини миттєвої потужності за період у тому випадку, якщо навантаження в усіх трьох фазах генератора є однаковим.

Трифазну систему відкрив і розробив у всіх деталях, включаючи трифазні трансформатор і асинхронний двигун, видатний інженер М.О. Доливо-Добровольський 1891 року.

4.1. Елементи трифазних кіл

Під трифазною симетричною системою ЕРС розуміють сукупність трьох синусоїдальних ЕРС однакових частоти й амплітуди, зсунутих за фазою на 120° .

Трифазну систему ЕРС отримують з допомогою трифазного генератора, у пазах статора якого розміщено три електрично ізольовані одна від одної фазні обмотки генератора. Розглянемо як реалізується трифазне джерело, яким є трифазний генератор (рис. 4.1).

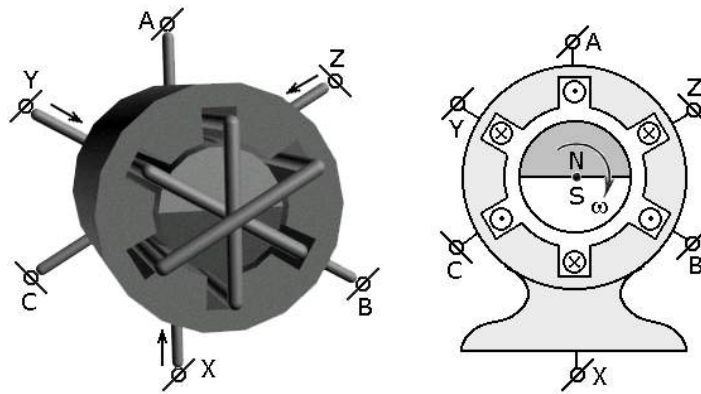


Рис. 4.1. Трифазний генератор

З метою спрощення розуміння принципу роботи генератора його **фазні обмотки**, або **фази**, показано одним витком. Їх позначають *A, B, C*. Як ротор генератора вибрано **постійний магніт**. Кожна з обмоток має початок – клеми *A, B, C* і кінець – клеми *X, Y, Z*. Обмотки в просторі зсунуті на 120° одна відносно одної. При обертанні ротора генератора в обмотках наводяться синусоїдальні ЕРС, однакові за амплітудою, але зсунуті за фазою на 120° . З цього випливає, що максимумами ЕРС у них набуваються в різні моменти часу, віддалені один від одного на одну третину періоду $T = 2\pi / \omega$, де ω – кутова частота обертання ротора.

Послідовність, у якій ЕРС набувають максимуму у відповідних фазах, має назву **порядку чергування фаз**. Прямим порядком чергуванням фаз називають послідовність, при якій фаза *B* відстає від фази *A* на $T/3$, а фаза *C* відстає від фази *B* на $T/3$ – тобто *A, B, C*. На рис. 4.2 зображено графік миттєвих значень ЕРС для прямого порядку чергування фаз. Змінення напрямку обертання ротора на протилежний змінює послідовність чергування фаз, і буде вже *A, C, B*.

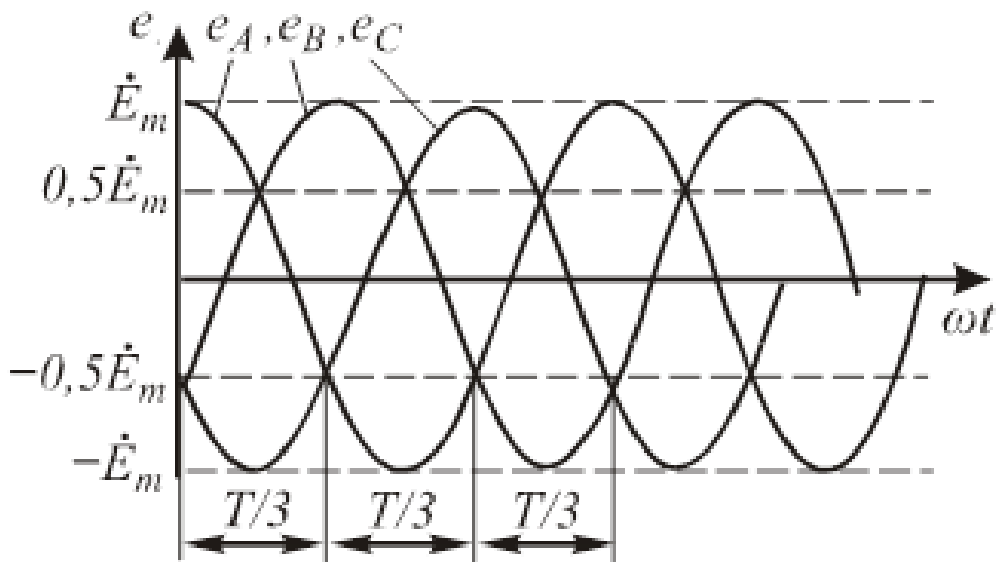


Рис. 4.2. Графіки миттєвих ЕРС фаз А, В, С

Миттєві значення ЕРС кожної фази описують такими рівняннями:

$$\begin{aligned}
 e_A(t) &= E_m \sin(\omega t + \pi/2); \\
 e_B(t) &= E_m \sin(\omega t + \pi/2 - 2\pi/3); \\
 e_C(t) &= E_m \sin(\omega t + \pi/2 - 2\pi/3 - 2\pi/3).
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

Оскільки ЕРС кожної фази генератора є синусоїдальною, то відповідно до них можна на комплексній площині побудувати вектори фазних ЕРС \dot{E}_A , \dot{E}_B , \dot{E}_C (рис. 4.3).

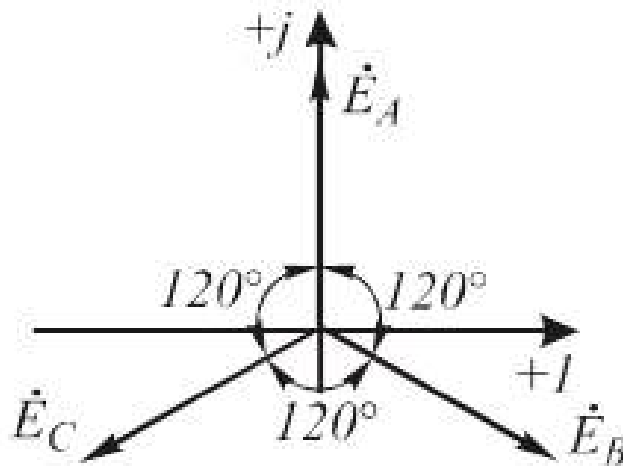


Рис. 4.3. Векторна діаграма фазних ЕРС

Важливим є те, що вектори фазних ЕРС генератора на комплексній площині утворюють симетричну трипроменеву зірку, і сума цих векторів у будь-який момент часу дорівнює нулю.

При під'єднанні до кожної з фаз генератора навантаження по ній буде проходити струм. Таким чином утворюється **трифазна система**.

На електричній схемі трифазний генератор зображують у вигляді трьох обмоток, розташованих одна до одної під кутом 120° .

При з'єднанні зіркою однойменні затискачі (наприклад, кінці) трьох обмоток об'єднують в один вузол, який називають нульовою точкою генератора і позначають буквою O (рис. 4.4). Початки обмоток генератора позначають буквами A, B, C .

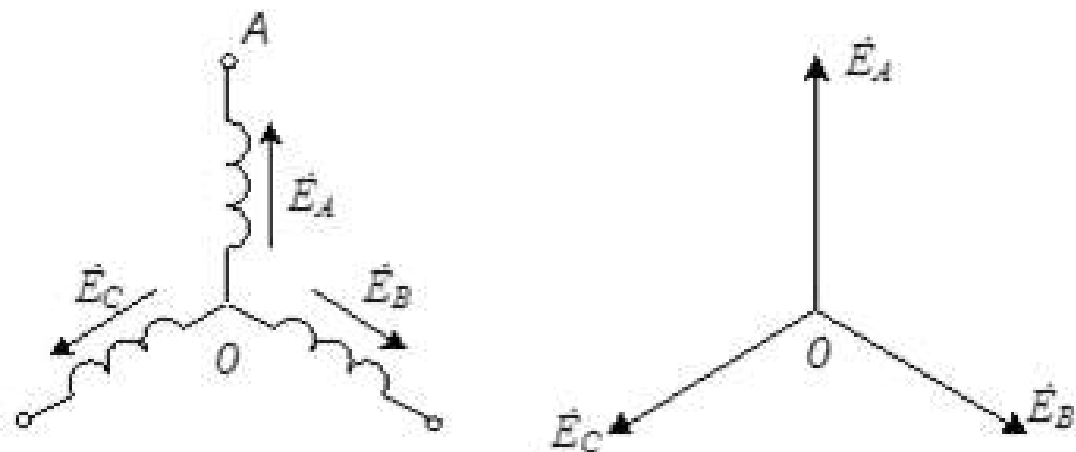


Рис. 4.4. З'єднання обмоток генератора зіркою

При з'єднанні обмоток генератора трикутником кінець першої обмотки генератора з'єднується з початком другої, кінець другої – з початком третьої, кінець третьої – з початком першої (рис. 4.5).

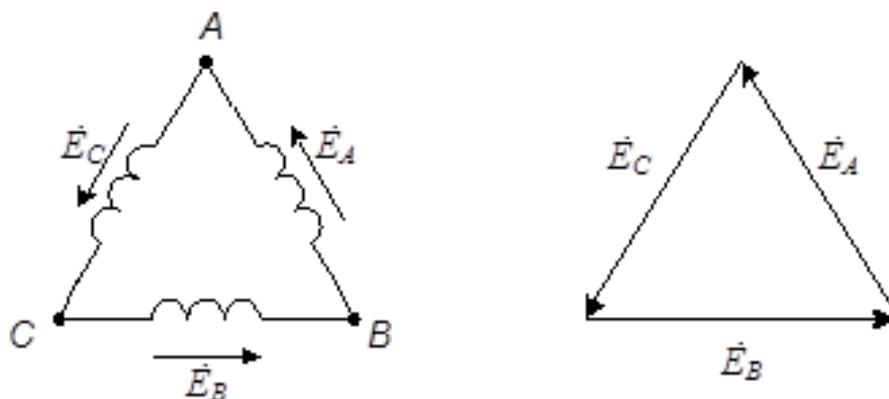


Рис. 4.5. З'єднання обмоток генератора трикутником

Геометрична сума ЕРС у трикутнику дорівнює нулю. Тому якщо до затискачів *A*, *B*, *C* не під'єднано навантаження, то по обмотках генератора не буде проходити струм.

Сукупність трифазної системи ЕРС і трифазного навантаження (або навантажень і сполучних проводів) називають **трифазним колом**.

4.2. З'єднання елементів трифазного кола за схемами «зірка» і «трикутник»

Струми, що проходять по окремих ділянках трифазного кола, зсунуті один відносно одного за фазою. Під **фазою** трифазного кола розуміють ділянку кола, по якій проходить один і той же струм. Таким чином, залежно від розглядуваного питання, фаза – це або ділянка трифазного кола, або аргумент величини, що синусоїдально змінюється. Три обмотки генератора має бути з'єднано з навантаженням. Існують різні способи з'єднання обмоток. Найменш економічним способом було би з'єднання кожної обмотки генератора з навантаженням двома проводами, на що потребувалося би шість з'єднувальних проводів. З метою економії обмотки трифазного генератора з'єднують у зірку або трикутник, унаслідок чого кількість з'єднувальних проводів від генератора до навантаження зменшується з шести до трьох або чотирьох.

4.2.1. З'єднання фаз генератора і навантаження чотирипровідною «зіркою»

При з'єднанні фаз генератора зіркою всі кінці або початки з'єднують в одну загальну точку (рис. 4.6). Причому провід, що з'єднує загальні (нейтральні, або нульові) точки фаз генератора *O* і приймача *O'*, називають **нейтральним**, або **нульовим**, і відповідно струм, який проходить по цьому проводу – нейтральним, або нульовим, інші дроти, що з'єднують фази генератора і приймача, – **лінійними**.

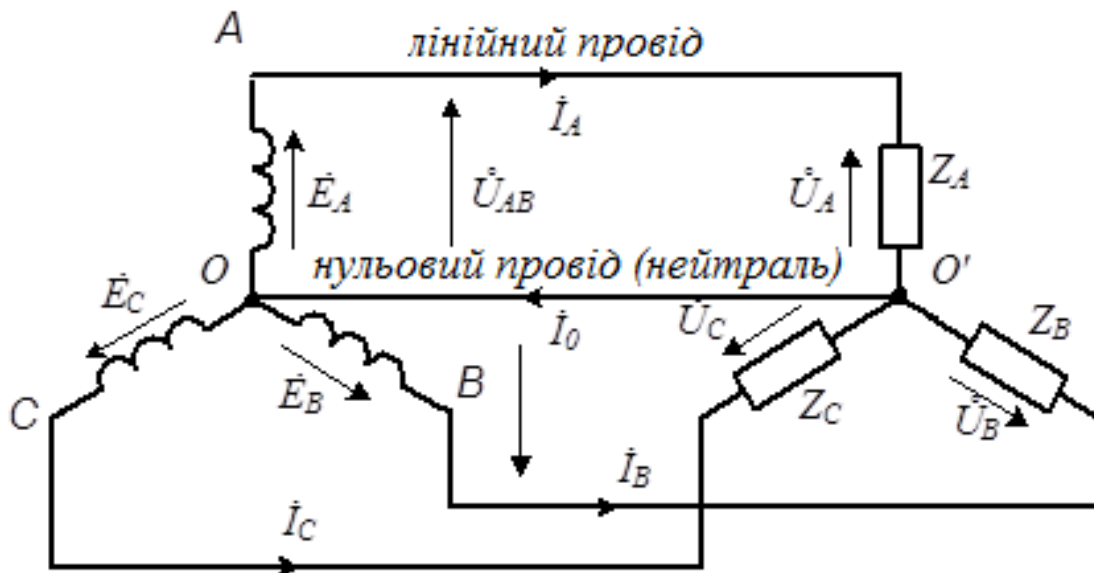


Рис. 4.6. Схема з'єднання «зірка» – «зірка» з нульовим проводом

Фазні струми – це струми, що проходять по фазах генератора або приймача.

Лінійні струми – це струми, що проходять по проводах, які з'єднують генератор і приймач.

Фазна напруга – це напруга між початком і кінцем фази генератора або приймача.

Лінійна напруга – це напруга між двома фазами або лініями.

Приймач з однаковими опорами всіх трьох фаз, тобто

$$Z_A = Z_B = Z_C = Z_\phi = z_\phi e^{j\varphi},$$

називають симетричним. При симетричному приймачі у струмах усіх фаз однакові діючі значення фазних струмів I_ϕ і однакові зсуви фаз φ відносно відповідних фазних ЕРС, а струм у нейтральному проводі дорівнює нулю.

Висновок. При симетричному навантаженні генератора нейтральний провід не потрібен і не прокладається (наприклад, навантаження – трифазний двигун зі з'єднанням трифазних обмоток за схемою «зірка»).

Для цього способу з'єднання між лінійними й фазними параметрами кола існує таке співвідношення:

$$I_\phi = I_L. \quad (4.2)$$

Установимо взаємозв'язок між комплексами лінійних і фазних напруг джерела (рис. 4.7). Запишемо рівняння за другим законом Кірхгофа для контуру, позначеного на рис. 4.6 пунктиром, і двох інших аналогічних контурів і врахуємо, що

$$\dot{E}_A = \dot{U}_A, \quad \dot{E}_B = \dot{U}_B, \quad \dot{E}_C = \dot{U}_C. \quad (4.3)$$

Для лінійних напруг отримаємо

$$\begin{aligned} \dot{U}_{AB} &= \dot{U}_A - \dot{U}_B; \\ \dot{U}_{BC} &= \dot{U}_B - \dot{U}_C; \\ \dot{U}_{CA} &= \dot{U}_C - \dot{U}_A. \end{aligned}$$

При будівництві векторних діаграм напруг зручно брати потенціали нейтральних точок O і O' такими, що дорівнюють нулю, тобто збігаються з початком координатних осей комплексної площині (рис. 4.7). Таким чином, на векторній діаграмі зручно спрямувати вектори фазних напруг від точки O до точок A , B і C , тобто протилежно до умовно позитивного напрямку напруг на схемах.

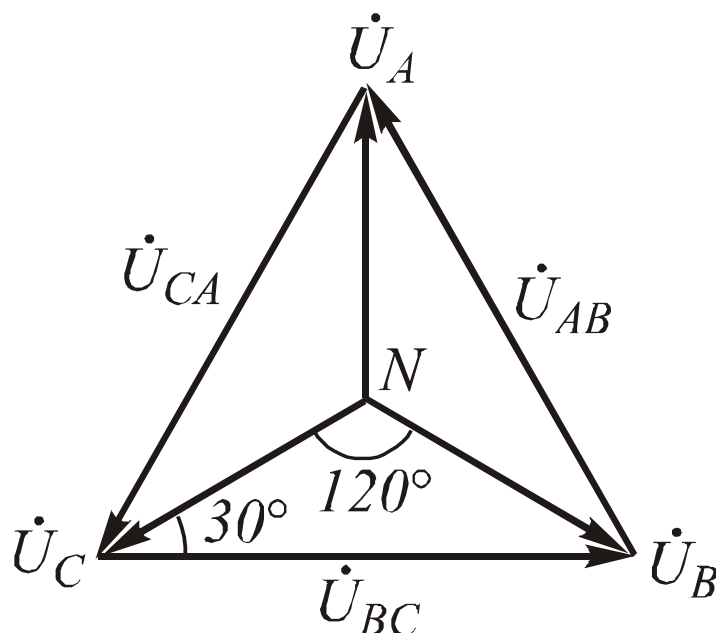


Рис. 4.7. Топографічна діаграма фазних і лінійних напруг

Виберемо будь-який трикутник, утворений двома фазними і лінійною напругами й опустимо перпендикуляр з вершини N на основу. Перпендикуляр є медіаною й бісектрисою.

З будь-якого прямокутного трикутника отримуємо

$$\frac{U_L}{2} = U_\phi \cos 30^\circ = U_\phi \frac{\sqrt{3}}{2},$$

тобто

$$U_L = \sqrt{3}U_\phi. \quad (4.4)$$

Окремим випадком такого з'єднання є з'єднання «зірка» – «зірка» без нульового проводу.

Якщо є нейтральний провід, то умови (4.3) виконуються як при симетричному, так і при несиметричному приймачі, а якщо його немає – то тільки при симетричному.

4.2.2. З'єднання фаз генератора й навантаження трикутником

Другим основним способом є з'єднання типу «трикутник» – «трикутник» (рис. 4.8), при якому початок однієї фази з'єднується з кінцем іншої: кінець X першої обмотки – з початком B другої обмотки, кінець Y – другої обмотки з початком C третьої обмотки і кінець Z третьої обмотки – з початком A першої обмотки.

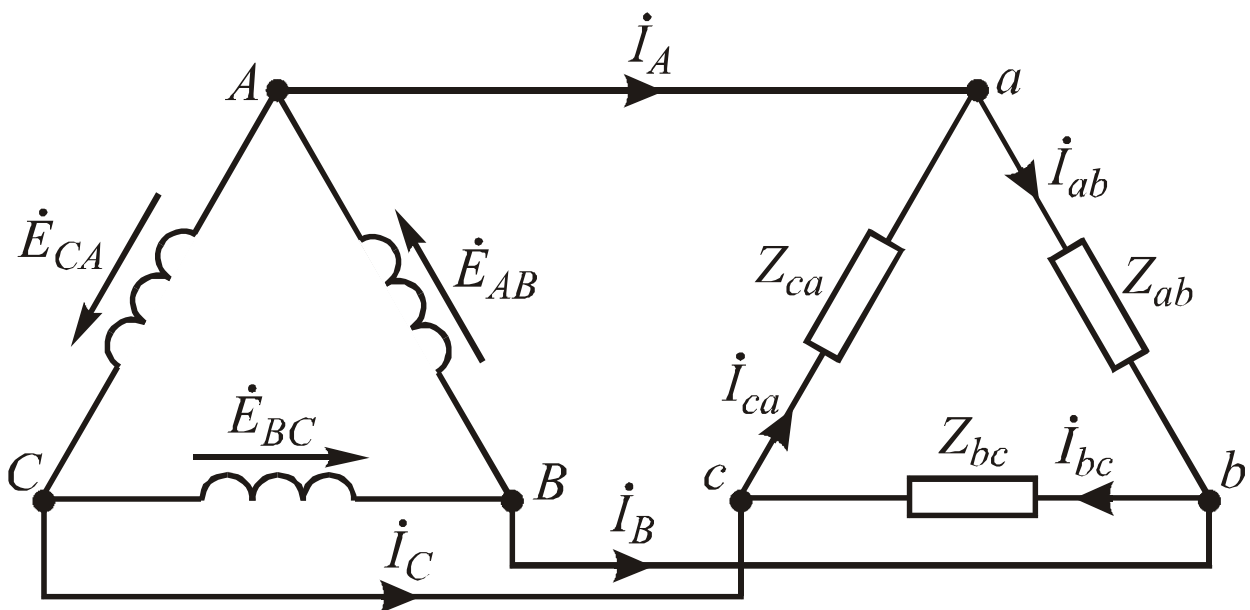


Рис. 4.8. З'єднання «трикутник» – «трикутник»

Напруга між початком і кінцем фази при з'єднанні трикутником – це напруга між лінійними проводами, тому при з'єднанні трикутником лінійна напруга дорівнює фазній напрузі:

$$U_{\text{л}} = U_{\text{ф}}. \quad (4.5)$$

Установимо взаємозв'язок між фазними й лінійними струмами (перший закон Кірхгофа для вузлів приймача):

$$\begin{aligned} I_A &= I_{ab} - I_{ca}; \\ I_B &= I_{bc} - I_{ab}; \\ I_C &= I_{ca} - I_{bc}. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Як впливає з рівнянь (4.6), векторна сума лінійних струмів завжди дорівнює нулю: $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$.

Система лінійних (фазних) напруг при з'єднанні трикутником утворює такий же замкнений трикутник, як і при з'єднанні зіркою (рис.4.9). Фазні струми при симетричному навантаженні є однаковими за значенням і зсунутими відносно векторів напруг на однаковий кут φ .

Розглянувши будь-який трикутник струмів, можна аналогічно до трикутника напруг при з'єднанні зіркою зробити висновок (тільки для симетричного навантаження), що

$$I_{\Delta} = \sqrt{3}I_{\phi}. \quad (4.7)$$

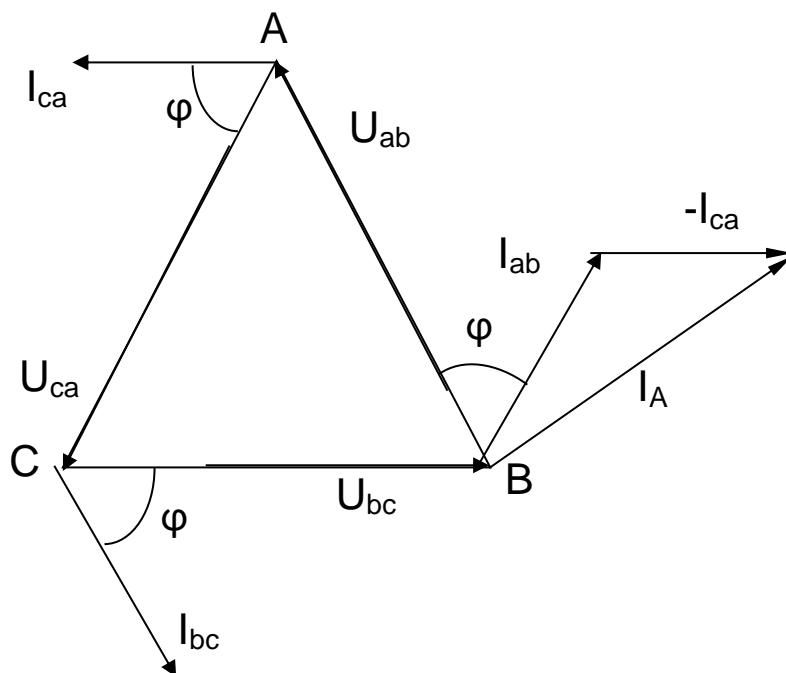


Рис. 4.9. Векторна діаграма трифазного кола при з'єднанні приймачів трикутником і симетричному навантаженні

Крім наведених вище існують і комбіновані способи з'єднання: «зірка – трикутник», «трикутник – зірка».

4.3. Потужність трифазного кола

Під активною потужністю трифазної системи розуміють суму активних потужностей фаз та активної потужності, що виділяється в опорі нульового проводу

$$P_{cp} = P_A + P_B + P_C + P_0. \quad (4.8)$$

Реактивна потужність – це сума реактивних потужностей фаз і реактивної потужності опору нульового проводу

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C + Q_0. \quad (4.9)$$

Повна потужність

$$S = \sqrt{P_{\text{ср}}^2 + Q^2}. \quad (4.10)$$

Якщо навантаження є симетричним, то $P_0 = 0$, $Q_0 = 0$;

$$P_A = P_B = P_C = U_\phi I_\phi \cos \varphi; \quad (4.11)$$

$$Q_A = Q_B = Q_C = U_\phi I_\phi \sin \varphi. \quad (4.12)$$

Тут φ – кут між напругою U_ϕ і струмом I_ϕ фази навантаження.

При симетричному навантаженні фаз

$$\begin{cases} P_{\text{ср}} = 3U_\phi I_\phi \cos \varphi; \\ Q = 3U_\phi I_\phi \sin \varphi; \\ S = 3U_\phi I_\phi. \end{cases} \quad (4.13)$$

При симетричному навантаженні незалежно від способу з'єднання (зіркою або трикутником) справджується співвідношення

$$3U_\phi I_\phi = \sqrt{3}\sqrt{3}U_\phi I_\phi = \sqrt{3}U_L I_L.$$

Тому замість формул (4.13) використовують такі:

$$\begin{cases} P_{\text{ср}} = \sqrt{3}U_L I_L \cos \varphi; \\ Q = \sqrt{3}U_L I_L \sin \varphi; \\ S = \sqrt{3}U_L I_L. \end{cases} \quad (4.14)$$

Запитання для самоперевірки

1. Яким чином можна отримати трифазну систему синусоїдних ЕРС і напруг?
2. Дайте означення симетричної трифазної системи ЕРС. Запишіть вирази для миттєвих значень ЕРС і побудуйте векторну діаграму.
3. Яка залежність існує між фазними й лінійними напругами при з'єднанні фаз трифазного генератора зіркою?

4. Яким є призначення нейтрального проводу в чотирипроводовій мережі?
5. Яким є співвідношення між лінійними й фазними струмами й напругами при симетричному навантаженні (для з'єднання зіркою і трикутником)?
6. Запишіть формули визначення активної, реактивної та повної потужностей трифазного кола.
7. У яких випадках розрахунок трифазного кола можна робити за однією фазою?
8. Побудуйте векторну діаграму для трифазного приймача, який з'єднано за схемою «зірка» при симетричному навантаженні.

Лекція 6

Тема 5. Основні характеристики й закони електромагнітного поля

5.1. Основні поняття й означення

Магнітне поле є однією зі складових електромагнітного поля, яке характеризується впливом на рухому електрично заряджену частинку із силою, пропорційною до заряду частинки та її швидкості. Невидиме й невідчутне органами сприйняття людини магнітне поле існує не тільки в будь-якому просторі й будь-якому середовищі (у тому числі у вакуумі й діелектрику), що оточують магніти, провідники та котушки зі струмом, але й усередині них (немає лише всередині надпровідників).

Індукційну дію й електромеханічну силу, з якою магнітне поле діє на розташовані в ньому постійний магніт, феромагнітне тіло, провідник і котушку зі струмом, визначають вектором магнітної індукції.

Магнітна індукція \vec{B} – це векторна величина, що характеризує магнітне поле й визначає силу, що діє на одиничний заряд q , який рухається в магнітному полі зі швидкістю V :

$$\vec{B} = F/qV. \quad (5.1)$$

Магнітне поле (за пропозицією М. Фарадея) зручно зображати графічно у вигляді замкнених магнітних силових ліній. Вектор магнітної індукції \vec{B} за напрямком у будь-якій точці збігається з дотичною до магнітної силової лінії в цій точці.

Магнітним потоком Φ називають потік вектора магнітної індукції \vec{B} через площину S .

Магнітний потік можна визначити експериментально за його електромеханічним або індукційним виявленням (на основі сили взаємодії магнітного поля й провідника зі струмом або закону електромагнітної індукції).

Для однорідного поля магнітний потік

$$\Phi = BS\cos\beta, \quad (5.2)$$

де β – кут між напрямками перпендикуляра до площини S і вектора індукції \vec{B} .

У разі неоднорідного поля магнітний потік, що проходить через площину S , визначається інтегралом

$$\Phi = \int_0^S \vec{B} dS = \int_0^S B\cos\beta d\vec{S}, \quad (5.3)$$

де β – кут між нормаллю до елементарної площини dS і вектором магнітної індукції \vec{B} (вектор $d\vec{S}$ збігається за напрямком з нормаллю до елемента поверхні). *Замкнутість магнітних силових ліній призводить до того, що магнітний потік через будь-яку замкнену поверхню дорівнює нулю.* Ця важлива властивість використовується для розрахунку магнітної індукції.

При дослідженні магнітних полів і розрахунку електромагнітних пристроїв користуються також іншим параметром – напруженістю магнітного поля.

Напруженість магнітного поля – векторна величина \vec{H} . В ізотропному середовищі її напрямком у будь-якій точці поля збігається з вектором магнітної індукції \vec{B} . Магнітна індукція і напруженість магнітного поля пов'язані між собою співвідношенням

$$B = \mu_a H, \quad (5.4)$$

де μ_a – абсолютна магнітна проникність, що характеризує магнітні властивості речовини (середовища).

Абсолютну магнітну проникність середовища зазвичай виражають через магнітну сталу μ_0 :

$$\mu_a = \mu_0 \mu_r, \quad (5.5)$$

де μ_r – відносна магнітна проникність, що є відображенням того, у скільки разів абсолютна магнітна проникність певного середовища є більшою від магнітної сталої вакууму. У СІ $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

Таким чином, у вакуумі й повітрі

$$B_0 = \mu_0 H_0 \quad (5.6)$$

і залежність B_0 від H_0 є лінійною.

Магнітне поле створюється електричним струмом. Електричний струм і його магнітне поле існують одночасно. У постійних магнітах його створюють мікроструми. У ферромагнітних речовинах мікроструми під дією зовнішнього поля розташовуються так, що відбувається його підсилення. Джерелами магнітного поля в електромагнітних пристроях є котушки (обмотки) зі струмом, а також постійні магніти. Для значного підсилення магнітного поля котушки зі струмом використовуються ферромагнітні осердя.

Силкові лінії магнітного поля навколо провідника зі струмом I (рис. 5.1, а) розташовані у вигляді концентричних кіл, напрямок яких визначається за **правилом буравчика**, запропонованого Д. К. Максвеллом: якщо поступальний рух буравчика (правоходового штопора або гвинта) збігається з напрямком струму в провіднику, то напрямок обертання рукоятки вказує напрямок магнітних силових ліній навколо провідника зі струмом.

Напрямок силових ліній витка або котушки зі струмом (рис. 5.1, б) зручніше визначати не за правилом буравчика, а за **правилом правої руки**: якщо долоню правої руки покласти на котушку зі струмом так, щоб її чотири пальці збігалися з напрямком струму у витках, то витягнутий великий палець покаже на «північний» полюс, де силові лінії виходять з котушки.

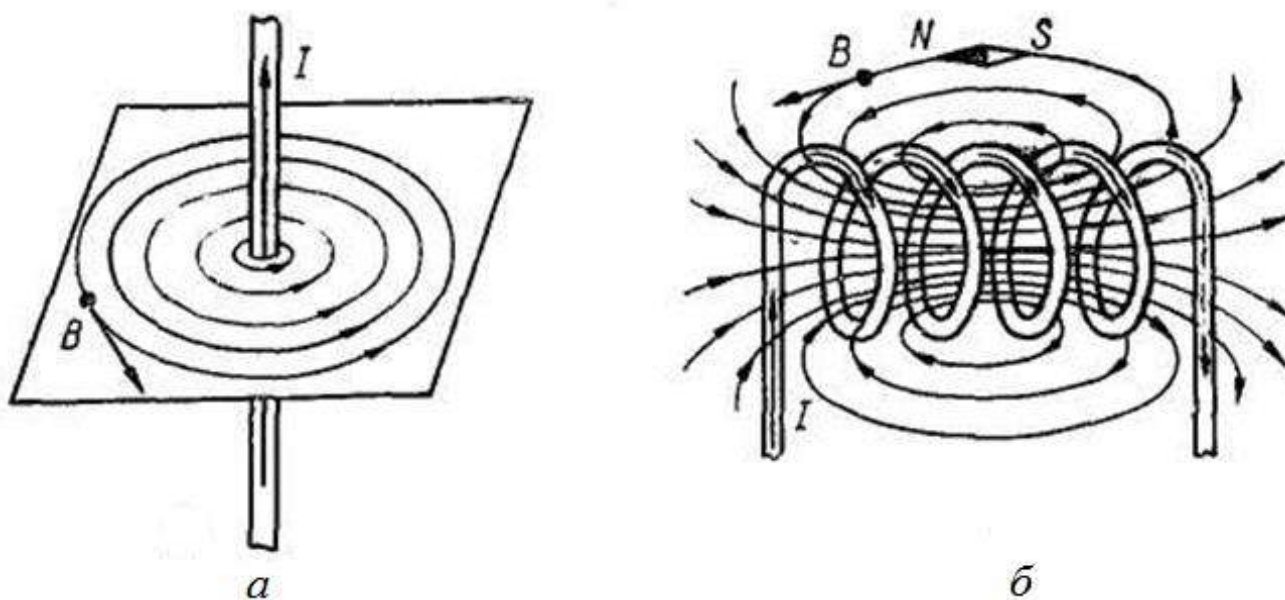


Рис. 5.1. Створення магнітного поля провідником зі струмом (а) і котушкою зі струмом – соленоїдом (б)

Напруженість магнітного поля можна визначити за законом повного струму, що виражає кількісний зв'язок між напруженістю магнітного поля і струмом, що його утворив.

Закон повного струму. Лінійний інтеграл вектора напруженості магнітного поля \vec{H} уздовж замкнутого контуру, що обмежує площину S , яку пронизують провідники зі струмом, дорівнює алгебричній сумі цих струмів:

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \oint H dl \cos\alpha = \sum I, \quad (5.7)$$

де α – кут між вектором напруженості \vec{H} і диференціальним елементом контуру інтегрування $d\vec{l}$; $\sum I = I_{\Pi}$ – повний струм, що дорівнює алгебричній сумі всіх струмів.

Магніторушійна сила (МРС). Лінійний інтеграл напруженості магнітного поля вздовж розглядуваного замкнутого контуру називають МРС F :

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = F = I_{\Pi}, \quad (5.8)$$

а лінійний інтеграл на ділянці контуру – різницею магнітних потенціалів між кінцями ділянок (спадом магнітної напруги):

$$U_{Mab} = \int_b^a H dl. \quad (5.9)$$

Якщо на цій ділянці \vec{H} є постійною і збігається за напрямком з елементом шляху $d\vec{l}$, тобто кут $\alpha = 0$, то

$$U_{Mab} = H \int_b^a dl = H l_{ab}.$$

Закон повного струму дає змогу досить просто визначити напруженість магнітного поля H у будь-якій його точці, якщо поле має осьову симетрію і вибраний контур інтегрування збігається з магнітною лінією поля.

У цьому випадку вектор \vec{H} усюди є однаковим і в будь-якій точці контуру збігається з напрямком його елемента $d\vec{l}$ ($\alpha = 0$), а вираз (5.7) набуває вигляду

$$\oint H dl \cos\alpha = H \oint dl = H l = \sum I, \quad (5.10)$$

де l – повна довжина контуру (магнітної силової лінії).

Формула (5.10) є практичною основою електромагнітних розрахунків багатьох електричних машин, апаратів і приладів.

Так, для циліндричної котушки з кількістю витків w і струмом I (див. рис. 5.1, б) приблизний вираз закону повного струму має вигляд

$$\oint \vec{H} d\vec{l} \cong H l_k \cong wI, \quad (5.11)$$

де l_k – довжина котушки.

Звідси напруженість поля в центрі котушки

$$H \cong \frac{wI}{l_k}. \quad (5.12)$$

Ця формула є наближеною, нею можна користуватися лише для котушок, довжина яких є великою порівняно з їх діаметром.

Точність розрахунку за формулою (5.12) зменшується зі зменшенням магнітної проникності осердя і з віддаленням від центру котушки.

Напруженість магнітного поля, створюваного струмом I прямого провідника на відстані r від його осі,

$$H = \frac{I}{l} = \frac{I}{2\pi r}. \quad (5.13)$$

Змінення напруженості магнітного поля досить довгого прямого круглого провідника зі струмом (як усередині, так і поза ним) показано на рис. 5.2, а.

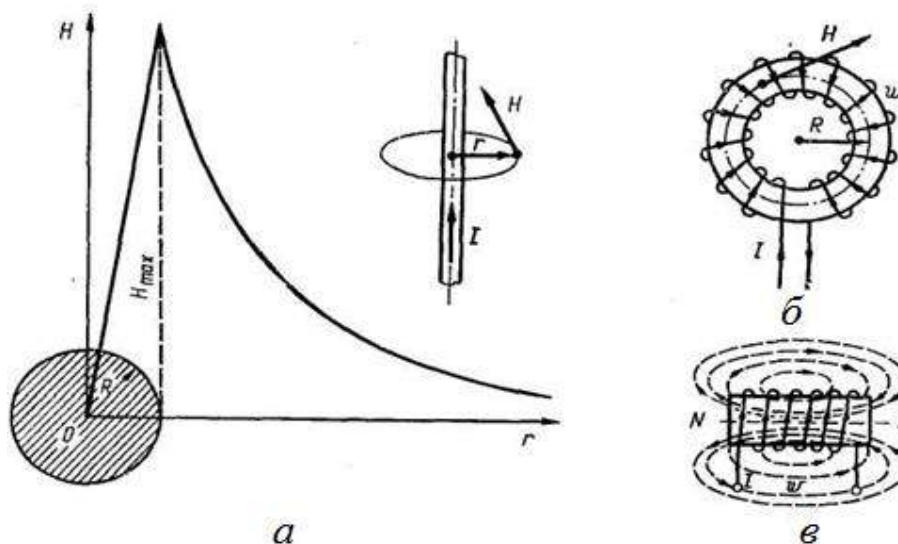


Рис. 5.2. Магнітні поля, створювані прямолінійним круглим провідником зі струмом (а), тороїдом (б) і циліндричною котушкою з осердям (в)

За законом повного струму напруженість магнітного поля легко визначається і в інших випадках. Для кільцевого соленоїда – котушки з щільним рівномірним розподілом витків по всій довжині кільцевого феромагнітного осердя, внутрішній і зовнішній діаметри якого мало різняться між собою (рис. 5.2, б), напруженість поля в осерді визначається відповідно до формули (5.12):

$$H = \frac{wI}{l} = \frac{wI}{2\pi R}, \quad (5.14)$$

де R – середній радіус тороїда, тобто його осьової лінії.

5.2. Індукційна дія магнітного поля

На індукційній дії магнітного поля, яка зумовлена електромагнітною індукцією, базується робота електричних генераторів, різних апаратів і приладів.

Електромагнітною індукцією називають явище збудження ЕРС у контурі під час змінення магнітного потоку, зчепленого з ним. Наприклад, при переміщенні провідника в магнітному полі так, щоб він перетинав магнітні силові лінії (рис. 5.3, а), у ньому створюється (індукується) ЕРС.

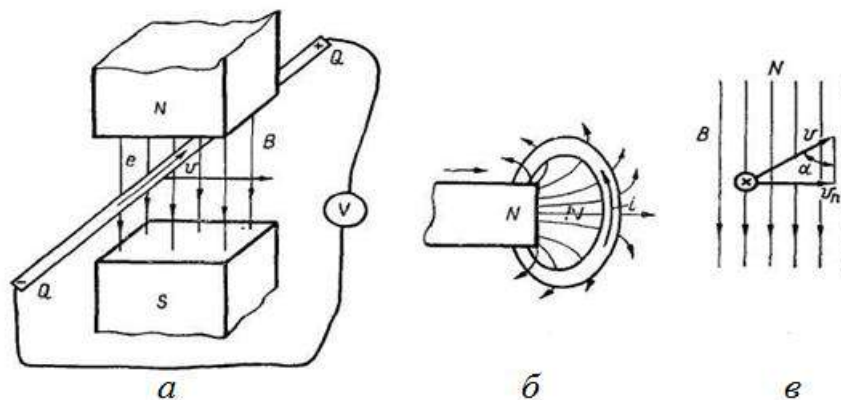


Рис. 5.3. До розгляду явища електромагнітної індукції

Результат не зміниться і в разі, коли нерухомий провідник буде перетинатися лініями магнітного поля, яке переміщується або змінюється.

Явище електромагнітної індукції відкрив М. Фарадей 1831 року. Значення індукованої ЕРС визначається виразом

$$e = -d\Phi/dt, \quad (5.15)$$

тобто *індукована ЕРС у замкнутому контурі (провіднику) дорівнює швидкості змінення магнітного потоку, зчепленого з ним.*

Формула (5.15) виражає **закон електромагнітної індукції Фарадея – Максвелла**.

Напрямок індукованої в провіднику ЕРС визначається **правилом правої руки** (див. рис. 5.3, а): якщо праву руку розташувати так, щоб магнітні силові лінії входили в долоню, а відігнутий великий палець збігався з напрямом руху провідника, то інші витягнуті чотири пальці покажуть напрямок індукованої ЕРС.

Згідно з **правилом Ленца** струм, створюваний у замкненому контурі індукованою ЕРС, завжди має такий напрямок, що магнітний потік струму протидіє зміненню магнітного потоку зовнішнього поля, яке його викликає.

Так, при наближенні «північного» полюса постійного магніту (або електромагніту) до нерухомого металевого кільця (рис. 5.3, б) або до замкнутої котушки, в них індукується струм такого напрямку, що магнітний потік, який цим струмом створюється, своїм «північним» полюсом протидіє наближенню «північного» полюса постійного магніту.

Якщо магнітний потік пронизує котушку з кількістю витків w , кожен з яких являє собою замкнутий контур, зчеплений з потоком Φ , то індукована ЕРС котушки є сумою ЕРС усіх послідовно з'єднаних між собою витків:

$$e = -w d\Phi/dt. \quad (5.16)$$

*Добуток кількості витків котушки на магнітний потік, зчеплений з нею, називають **потокозчепленням***

$$\Psi = w\Phi. \quad (5.17)$$

Частини однієї котушки можуть бути зчепленими і з різними полями. У загальному випадку *потокозчепленням* є магнітний потік, що проходить через площину, обмежену проводом котушки. Отже, у найбільш загальному випадку *індукована ЕРС у замкненому контурі дорівнює швидкості змінення його потокозчеплення*:

$$e = -d\Psi/dt. \quad (5.18)$$

Дуже важливим є випадок руху прямолінійних провідників у магнітному полі або, навпаки, руху магнітного поля відносно нерухомих провідників, як в електричних генераторах. При поперечному переміщенні прямолінійного провідника завдовжки l відносно магнітних ліній однорідного поля з постійною швидкістю \mathcal{V} (див. рис. 5.3, а) провідник за час dt пройде шлях $\mathcal{V}dt$ і магнітний потік

$$d\Phi = B dS = Blvdt.$$

Згідно із законом електромагнітної індукції (5.15) постійна індукована ЕРС

$$e = Blv. \quad (5.19)$$

Якщо ж прямолінійний провідник переміщується не перпендикулярно до магнітних ліній, а під деяким кутом α (див. рис. 5.3, в), то індукована в ньому ЕРС зменшиться до

$$e = Bvlsin\alpha, \quad (5.20)$$

оскільки в цьому випадку провідник перетинає магнітні лінії в перпендикулярному до них напрямку з меншою швидкістю:

$$v_n = vsin\alpha.$$

5.3. Силова дія магнітного поля на провід зі струмом

Силова дія магнітного поля на провід зі струмом визначається **законом Ампера**, який є основою розрахунку перетворення електричної енергії на механічну (в електродвигунах). Згідно із **законом Ампера** електромагнітна сила, що діє на провід зі струмом в однорідному магнітному полі (рис. 5.4), визначається формулою

$$F = BIl\sin\theta, \quad (5.21)$$

де B – магнітна індукція поля; l – довжина проводу, що знаходиться в магнітному полі; I – сила струму в проводі; θ – кут між проводом зі струмом і напрямком магнітних силових ліній.

При паралельному розташуванні проводу зі струмом і магнітних силових ліній ($\theta = 0$) сила $F = 0$, при взаємно перпендикулярному ($\theta = 90^\circ$) – має максимальне значення і формула (5.21) набуває вигляду

$$F = BI. \quad (5.22)$$

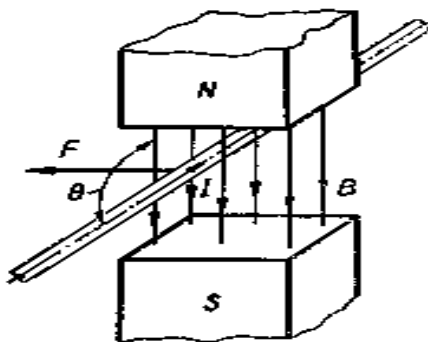


Рис. 5.4. Сила, що діє на провід зі струмом у магнітному полі

Напрямок електромагнітної сили F завжди є перпендикулярним до проводу зі струмом і магнітних ліній поля і визначається за правилом **лівої руки**: якщо ліву руку розташувати так, щоб магнітні силові лінії поля входили в долоню (від N до S), а витягнуті чотири пальці збігалися з напрямком струму в провіднику, то відігнутий великий палець укаже напрямок сили, з якою магнітне поле діє на провід зі струмом (рис. 5.4).

Запитання для самоперевірки

1. Які величини характеризують магнітне поле?
2. Дайте означення закону Фарадея.
3. Наведіть закон повного струму.
4. Яким чином пов'язані електричні й магнітні величини, якими можна описати стан магнітного поля?
5. Як виявляється дія магнітного поля в електротехнічних пристроях?
6. Яким чином створюється магнітне поле?
7. Наведіть закон Ампера та правило Ленца.
8. Сформулюйте правило правої руки.
9. Сформулюйте правило лівої руки.

Лекція 7

Тема 6. Магнітні кола

Для практичного використання явищ силової й індукційної дії магнітного поля в будь-якому електромагнітному пристрої утворюється магнітне коло, призначене для отримання й зосередження в його об'ємі магнітного поля необхідної топографії.

Магнітним колом називають сукупність електротехнічних пристроїв, що містять феромагнітні тіла, електромагнітні процеси в яких можна описати з допомогою понять МРС, магнітного потоку й різниці магнітних потенціалів.

Магнітне коло складається з однієї або кількох котушок намагнічування (які збуджують магнітне поле і створюють МРС) або постійних магнітів і магнітопроводу з магнітом'яких феромагнітних матеріалів необхідної конфігурації, що утворюють замкнені шляхи для силових ліній магнітного поля. Часто магнітопроводи містять і невеликі повітряні зазори або зазори із немагнітного матеріалу. Феромагнітний магнітопровід концентрує і спрямовує силові лінії в місце, де безпосередньо використовується енергія магнітного поля, наприклад у повітряний зазор в електричних машинах, апаратах і приладах.

6.1. Характеристика магнітних властивостей феромагнітних матеріалів

Магнітні властивості речовин кількісно можна оцінити значенням їх абсолютної магнітної проникності μ_a (для немагнітних речовин $\mu_a \approx \mu_0$).

До особливої групи належать феромагнітні речовини (феромагнетики) із сильно вираженими магнітними властивостями: залізо (і його модифікації – сталь, чавун), нікель, кобальт і їх сплави, а також ферити (композиції з включенням порошків феромагнітних металів). Феромагнетики існують і у вигляді природних магнітів.

Якщо помістити феромагнітне тіло в магнітне поле, то воно намагнічується, його власне (внутрішнє) поле підсилює зовнішнє, яке його викликало, і може в сотні й десятки тисяч разів перевищувати його за інтенсивністю. Так, поле котушки зі струмом без осердя є незначним порівняно з полем при введенні сталевого сердечника. Відносна магнітна проникність матеріалу осердя $\mu_r = \mu_a/\mu_0$ є відображенням того, у скільки разів це осердя підсилює магнітне поле котушки зі струмом.

Найбільш повно властивості феромагнітних матеріалів характеризуються залежністю їх магнітної індукції від напруженості магнітного поля $B(H)$. Цю залежність установлюють експериментально. На рис. 6.1 зображено феромагнітне кільце з обмоткою у вигляді витків проводу. Якщо збільшувати струм у витках, то H і B будуть збільшуватися від нульових значень по кривій первісного намагнічування (рис. 6.2).

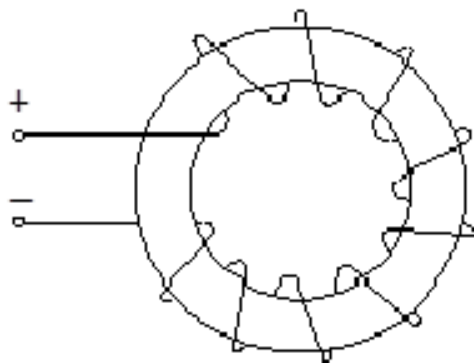


Рис. 6.1. Феромагнітне кільце з обмоткою

На відміну від парамагнітних ($\mu_a > \mu_0$) і діамагнітних ($\mu_a < \mu_0$) речовин з майже лінійною залежністю магнітної індукції від напруженості поля $B = \mu_a H$ для феромагнітних речовин ця залежність є нелінійною.

Абсолютна магнітна проникність таких речовин μ_a залежить від напруженості магнітного поля H . Магнітні властивості феромагнетиків істотно залежать від хімічного складу, термічного й механічного оброблення.

Як видно з кривої намагнічування сталі на рис. 6.2, збільшення напруженості магнітного поля H спричиняє велике збільшення магнітної індукції B на майже прямолінійній ділянці кривої OA . Подальше збільшення напруженості H зовнішнього поля приводить до уповільненого збільшення магнітної індукції (ділянка кривої AD), магнітний стан речовини наближається до технічного насичення. Потім збільшення напруженості поля в області сильних полів викликає незначне підвищення намагніченості, що відповідає повному магнітному насиченню сталі.

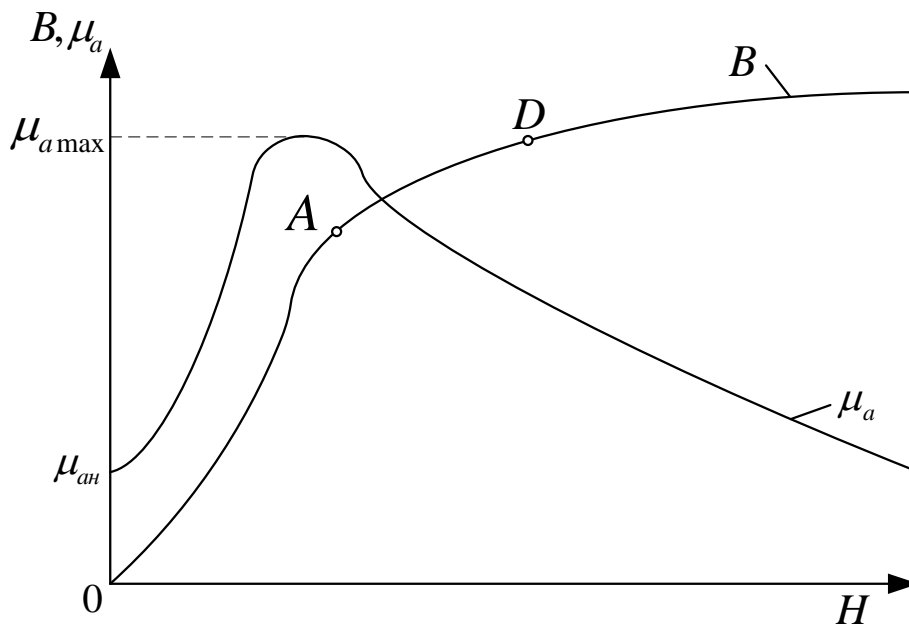


Рис. 6.2. Залежність магнітної індукції (характеристика намагнічування) і абсолютної магнітної проникності сталі від напруженості магнітного поля

Дуже характерним для феромагнетиків є **магнітний гістерезис** – відставання змінення магнітної індукції від змінення напруженості магнітного поля. Гістерезис зумовлює петльовий характер залежностей $B(H)$ при періодичному змінненні напруженості поля H .

Так, розмагнічування намагніченого шматка сталі з точки A на рис. 6.3, а відбувається не по кривій первинного намагнічування, а трохи вище від неї. Повне перемагнічування сталі здійснюється по замкненій кривій, що має назву **петлі (циклу) магнітного гістерезису**. Якщо при перемагнічуванні сталі (не менше 10 разів) поступово збільшувати напруженість зовнішнього поля до досить великого значення, то отримаємо сім'ю циклів магнітного гістерезису (рис. 6.3, а). Їх вершини утворюють основну криву намагнічування OA , яка майже збігається з кривою початкового намагнічування. Зовнішня симетрична замкнена крива, що відповідає стану насичення, з крайніми точками $\pm H_s$ і $\pm B_s$ має

назву **граничної петлі гістерезису**. Значення H_s і B_s є цілком визначеними для цього сорту матеріалу і є його характеристиками.

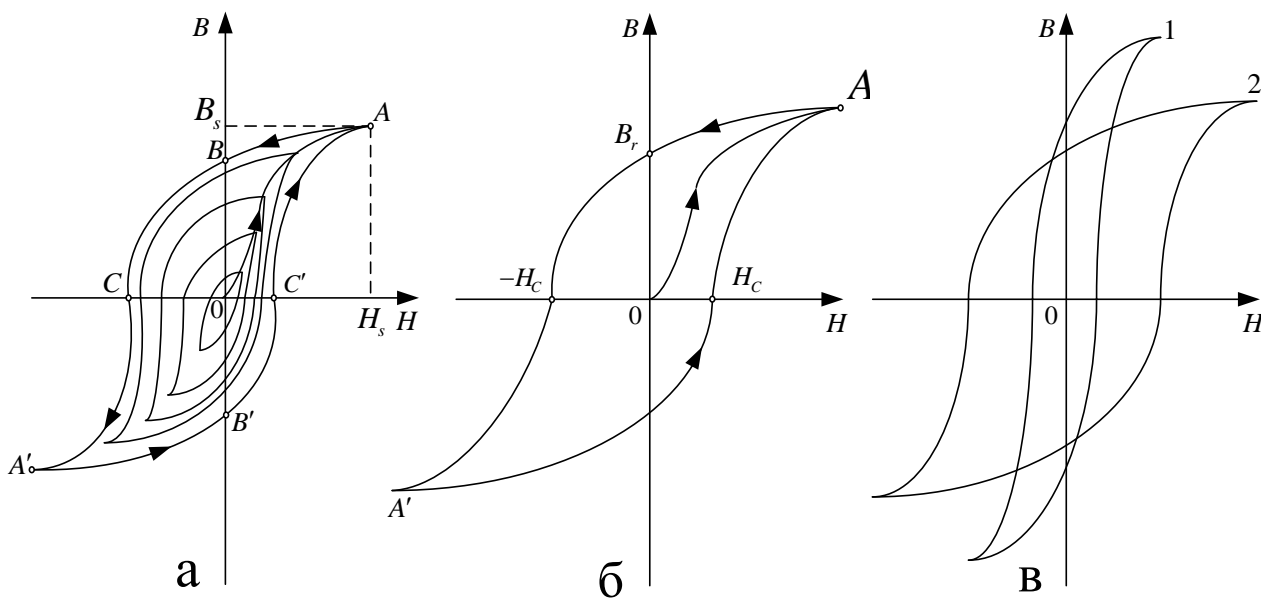


Рис. 6.3. До розгляду магнітного гістерезису: а – сім'я циклів (петель) магнітного гістерезису; б – гранична петля гістерезисного циклу й основна крива намагнічування ОА; в – характеристики магнітом'якого (1) і магнітотвердого (2) матеріалів

Значення магнітної індукції B_r , що відповідає $H = 0$ (рис. 6.3, б), називають **залишковою магнітною індукцією** B_r , а значення напруженості H_c , при якому магнітна індукція B дорівнює нулю, – **коерцитивною силою**.

На явищі гістерезису базується робота різних електромагнітних пристроїв, що використовуються, наприклад, для магнітного запису звуку, виготовлення постійних магнітів, а також застосовуються в електричних генераторах із самозбудженням у початковий момент їх роботи. Однак у феромагнітних осердях, які під час роботи перемагнічуються, це явище є небажаним, оскільки спричиняє непотрібні втрати енергії на незворотні процеси, які нагрівають осердя. Втрати на гістерезис за один цикл перемагнічування є пропорційними до площі петлі гістерезису (з урахуванням масштабів H і B). Для їх зменшення осердя електричних машин і трансформаторів виготовляють з магнітом'яких сталей з малою коерцитивною силою.

Залежно від значення коерцитивної сили H_c (рис. 6.3, в) феромагнітні матеріали поділяються на **магнітом'які** з вузькою петлею гістерезису 1 при $H_c < 4$ кА/м (технічне залізо, електротехнічні сталі, залізнікелеві сплави типу пермалой, чавуни) і **магнітотверді** з широкою петлею гістерезису 2 при $H_c > 4$ кА/м (вуглецеві, кобальтові, вольфрамові та

хромисті сталі, а також никельалюмінійкобальтові сталі типу альні, альніко, магніко та інші, з яких виготовляють постійні магніти).

6.2. Аналіз магнітних кіл

Практичним результатом теорії магнітного поля є математичний апарат і методи розрахунку електромагнітних пристроїв. Будь-якій електромагнітній пристрій складається з намагнічувальних елементів (катушок, постійних магнітів) і магнітопроводу. Розрахунок полягає у визначенні матеріалів і геометричних розмірів магнітопроводу, струму катушки, кількості її витків і розмірів. Намагнічувальна катушка створює магнітне поле в магнітопроводі й навколишньому просторі. Оскільки μ_r феромагнітних матеріалів є набагато більшим за μ_0 , основна частина ліній магнітного поля проходить по магнітопроводу.

Сукупність феромагнітних тіл і середовищ, по яких замикається магнітний потік, називають **магнітним колом**.

Під час аналізу магнітних кіл допускаються такі спрощення:

1. Магнітне поле зображується як розподіл магнітних силових ліній у магнітопроводі. Якщо поле є рівномірно розподіленим по перерізу магнітопроводу, то його зображують паралельними лініями.

2. Магнітна індукція і напруженість вважаються рівномірно розподіленими по об'єму магнітопроводу.

3. Магнітний потік вважається сконцентрованим тільки в магнітопроводі.

Магнітні кола поділяються на однорідні й неоднорідні та розгалужені й нерозгалужені.

До однорідних належать кола, напруженість магнітного поля в яких по всій довжині магнітопроводу залишається постійною. Однорідне магнітне коло зображено на рис. 6.1. Це – замкнений магнітопровід з рівномірною обмоткою. Кожен виток обмотки створює лінії магнітної індукції, які замикаються по магнітопроводу. Сукупність витків створює загальний магнітний потік.

На практиці широко застосовуються неоднорідні магнітні кола. У таких колах обмотку зібрано в одному місці, а магнітопровід має ділянки з різною магнітною проникністю μ_r (рис. 6.4).

До неоднорідних належать магнітні кола, які мають по довжині непостійну напруженість, що навіть при одному магнітному потоці зумовлюється різними площами перерізу і різною абсолютною магнітною проникністю окремих ділянок кола. Неоднорідними є також магнітні кола, що мають **поля розсіяння**.

З урахуванням перелічених спрощень вважається, що весь магнітний потік Φ проходить по магнітопроводу. Він є постійним як у феромагнітному

матеріалі, так і в повітряному зазорі. Площа повітряного зазору дорівнює площі перерізу феромагнітного матеріалу $S_B = S_{\Phi M}$. Тому й магнітна індукція $B = \Phi/S$ є також постійною. Однак напруженість магнітного поля H у феромагнітному матеріалі й повітряному зазорі є різною.

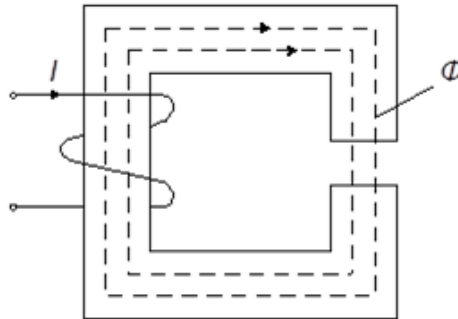


Рис. 6.4. Неоднорідне магнітне коло

Приклади нерозгалужених магнітних кіл показано на рис. 6.5, а – в, а розгалужене магнітне коло – на рис. 6.5, г. Прикладом симетричного розгалуженого магнітного кола є магнітна система багатополюсних електричних машин, трансформаторів, поляризованих реле.

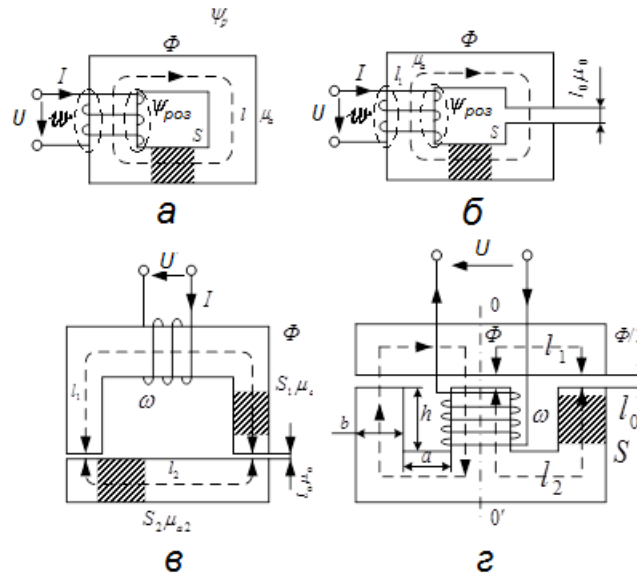


Рис. 6.5. Нерозгалужені (а – в) і розгалужене (г) магнітні кола

Поле розсіяння називають частину магнітного поля котушки зі струмом, силові лінії якого частково відгалужуються від основного потоку й замикаються навколо витків котушки через повітря й частково – через осердя (див. рис. 6.5, а, б). Це поле характеризується потокозчепленням розсіяння $\psi_{роз}$. Поля розсіяння зазвичай становлять незначну частку основного потоку (до 5–20 %) і тому ними часто нехтують.

При такому допущенні магнітні кола, показані на рис. 6.5, *a – в*, належать до нерозгалужених з постійним потоком по всій довжині магнітопроводу, який залишається незмінним під час переходу з одного середовища до іншого, хоча при цьому магнітна індукція і напруженість поля можуть змінюватися. Сказане впливає з принципів безперервності магнітних силових ліній, які є завжди замкненими, причому під час переходу потоку з феромагнітного середовища до неферомагнітного, як і навпаки, – є майже перпендикулярними до поверхні розділу.

На рис. 6.5 наведено такі буквені позначення: S, l, μ_a ; S_1, l_1, μ_{a1} ; S_2, l_2, μ_{a2} ; l_o, μ_o – відповідно поперечний переріз, довжина і магнітна проникність ділянок магнітопроводу.

6.2.1. Магнітні кола постійного струму

Під час аналізу магнітних кіл визначають їх основні параметри: H, Φ, B, I, S . При цьому користуються поняттями магніторушійної сили, закону повного струму, магнітної напруги й магнітного опору.

Про магніторушійну силу й закон повного струму було сказано в попередній лекції. Тому дамо означення магнітної напруги й магнітного опору, а також сформулюємо закон Ома і закони Кірхгофа для магнітних кіл.

Під час аналізу магнітних кіл користуються значенням середньої лінії магнітопроводу, тому закон повного струму має вигляд

$$Hl_{cp} = F. \quad (6.1)$$

Добуток

$$Hl_{ab} = U_{маб} \quad (6.2)$$

називають **магнітною напругою** ділянки кола завдовжки *ab*.

Якщо магнітне коло містить дві неоднорідні ділянки завдовжки $l_{фм}$ і $l_{в}$ (рис. 6.4), то

$$H_{фм}l_{фм} + H_{в}l_{в} = wI$$

або

$$U_{мфм} + U_{мв} = wI = F, \quad (6.3)$$

де $U_{мфм}$ і $U_{мв}$ – магнітні напруги на ділянках феромагнетика й повітря;

I – струм у котушці;

w – кількість витків котушки.

Таким чином, алгебрична сума магнітних напруг на ділянках кола дорівнює магніторушійній силі обмотки F . Вираз (6.3) являє собою **другий закон Кірхгофа** для магнітного кола.

Перший закон Кірхгофа для магнітного кола встановлює співвідношення між магнітними потоками гілок розгалуженого магнітного кола, з'єднаними у вузол:

$$\Sigma \Phi_k = 0, \quad (6.4)$$

що впливає з безперервності магнітних силових ліній.

Вираз для магнітної напруги має вигляд

$$U_M = H l_{cp} = \frac{B}{\mu_0 \mu_r} l_{cp} = \Phi \frac{l_{cp}}{\mu_0 \mu_r S}. \quad (6.5)$$

Позначимо

$$\frac{l_{cp}}{\mu_0 \mu_r S} = R_M,$$

де R_M – магнітний опір.

Тоді магнітна напруга

$$U_M = \Phi R_M. \quad (6.6.)$$

Рівність (6.6) являє собою **закон Ома для магнітного кола**.

З урахуванням формул (5.11) і (6.5) отримаємо

$$\Phi = \frac{wI}{l / (\mu_a S)} = \frac{wI}{R_M}. \quad (6.7)$$

На основі виразу (6.7) при заданій МРС wI можна збільшити магнітний потік, застосувавши осердя котушки з феромагнітного матеріалу з більшою абсолютною магнітною проникністю μ_a і більшим перерізом S .

Основною характеристикою електричного кола є вольт-амперна характеристика, а магнітного кола – вебер-амперна залежність між магнітним потоком і намагнічувальним струмом $\Phi = f(I)$ (рис. 6.6).

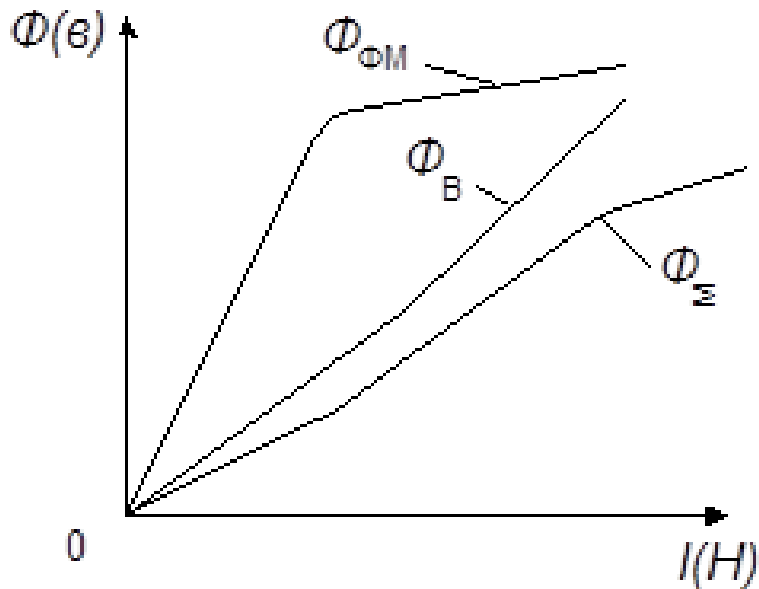


Рис. 6.6. Вебер-амперна характеристика магнітного кола

На рис. 6.6 $\Phi_{\text{фм}}$ – потік у феромагнітному матеріалі, $\Phi_{\text{в}}$ – потік у повітряному зазорі, Φ_{Σ} – результувний потік.

На практиці використовується залежність $B = f(H)$, оскільки H є пропорційною до намагнічувального струму I , а B – до магнітного потоку Φ .

6.2.2. Магнітні кола змінного струму

Під час аналізу магнітних кіл змінного струму вводять такі припущення:

- 1) магнітного поля розсіювання немає;
- 2) активний опір обмотки дорівнює нулю.

Узявши такі припущення, можна записати

$$u(t) = -e_L(t),$$

де за законом електромагнітної індукції

$$e_L(t) = -d\psi(t)/dt = -w d\Phi(t)/dt. \quad (6.8)$$

Звідси випливає, що магнітний потік у магнітопроводі є змінним і визначається напругою $u(t) = U_m \cos \omega t$. Якщо припустити, що струм змінюється за синусоїдальним законом, тобто $i(t) = I_m \sin \omega t$, то

$$\Phi(t) = \frac{1}{w} \int u(t) dt = \frac{1}{\omega w} U_m \sin \omega t. \quad (6.9)$$

Таким чином, закон змінення магнітного потоку $\Phi(t)$ не залежить від параметрів кола. Це – **перша особливість** магнітних кіл змінного струму.

Щоб визначити другу особливість, знайдемо вираз для L . В індуктивній котушці (якщо знехтувати полем розсіювання) змінний струм $i(t)$ відповідно до рівності (6.7) створює магнітний потік $\Phi(t) = w\mu_a Si(t)/l$. Підставивши в рівняння (6.8) значення диференціала як функції струму $d\Phi(t) = w\mu_a S di(t)/l$, отримаємо

$$e_L(t) = -\frac{w^2\mu_a S}{l} \frac{di(t)}{dt} = -L \frac{di(t)}{dt}, \quad (6.10)$$

де $L = \frac{w^2\mu_a S}{l} = \frac{w^2}{R_M}$ – власна індуктивність котушки.

Таким чином, ЕРС самоіндукції є прямо пропорційною до швидкості змінення струму в колі.

Якщо порівняти (6.8) і (6.10), то отримаємо таку залежність:

$$L(i) = \frac{d\psi(t)}{di(t)}. \quad (6.11)$$

Однак для найпростішого магнітного кола справджуються рівняння

$$\psi(t) = w\Phi(t) = wSB(t);$$

$$i(t) = H(t)l/w.$$

Змінні $B(t)$ і $H(t)$ є нелінійно зв'язаними за законом динамічної петлі гістерезису. Отже, залежність (6.11) теж є нелінійною, а індуктивність (6.11) – змінною. Це – **друга особливість**.

Індуктивність обмотки магнітопроводу є непостійною і залежить від струму кола, а рівняння

$$u(t) = L(i) \frac{di(t)}{dt} -$$

нелінійним. Звідси **третья особливість**: магнітні кола є нелінійними, тому при синусоїдальній напрузі на обмотці струм у ній є несинусоїдальним.

Змінення магнітного потоку $\Phi(t)$ з частотою ω призводить до нагрівання магнітопроводу через гістерезис. Отже, в магнітопроводі виникають втрати електроенергії. Їх називають магнітними втратами. Це – **четверта особливість**.

6.3. Магнітозв'язані електричні кола

Під час розрахунку кіл гармонійного струму досі враховувалося явище самоіндукції, тобто явище наведення ЕРС в електричному колі при зміні поточозчеплення самоіндукції, зумовленого струмом у цьому колі.

Магнітне поле навколо окремого провідника створюється струмом, який по ньому проходить. Отже, і повний магнітний потік ψ_L буде зв'язаним з власним струмом провідника i :

$$\psi_L = Li.$$

Коефіцієнт L , що зв'язує між собою струм і поточозчеплення, називають **коефіцієнтом самоіндукції, або індуктивністю кола**. Очевидно, що L залежить від геометричної форми й розмірів кола, а також від властивостей середовища, у якому воно знаходиться, тобто $L = F(g_1, g_2, \dots, g_n, \mu)$, де g_n – це деякі геометричні параметри, а μ – магнітна проникність.

Змінимо початкові умови.

Нехай ми маємо два провідники (рис. 6.7), або дві котушки, або два контури. Струм у першому провіднику i_1 створюється джерелом напруги (на рисунку не показано).

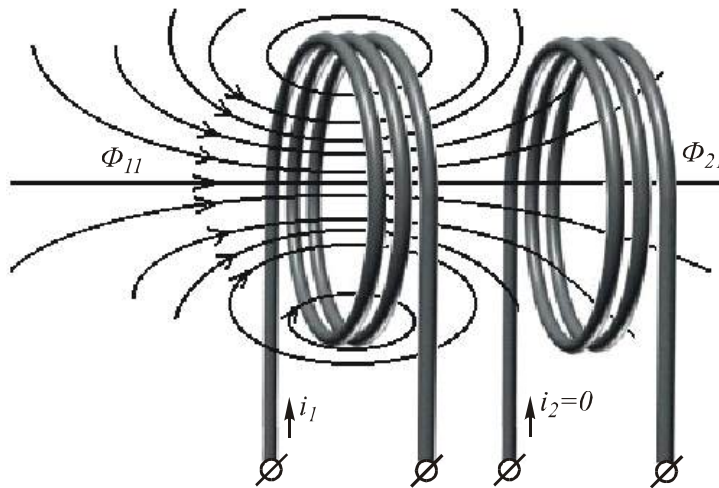


Рис. 6.7. Магнітозв'язані електричні кола

Струм i_1 утворює магнітний потік Φ_1 , одна частина якого (Φ_{12}) перетинає другий провідник, а інша частина (Φ_{11}) замикається навколо другого провідника:

$$\Phi_1 = \Phi_{12} + \Phi_{11}.$$

Якщо замість провідників візьмемо дві котушки з кількістю витків w_1 і w_2 , то потокозчеплення другого контуру

$$\psi_{12} = w_2 \Phi_{12}.$$

Оскільки потік Φ_{12} є пропорційним до струму i_1 , то залежність між потокозчепленням ψ_{12} і струмом i_1 є таким:

$$\psi_{12} = M_{12} i_1.$$

Звідси

$$M_{12} = \frac{\psi_{12}}{i_1} = \frac{w_2 \Phi_{12}}{i_1},$$

де M_{12} – коефіцієнт пропорційності, що має назву **взаємної індуктивності** двох котушок (або контурів). Розмірність взаємної індуктивності визначається так:

$$[M] = \left[\frac{w\Phi}{i} \right] = \frac{B \cdot c}{A} = \text{Ом} \cdot \text{с}, \text{ або Гн.}$$

Таким чином, взаємна індуктивність M вимірюється в тих же одиницях, що й індуктивність L . Взаємна індуктивність **залежить** від кількості витків котушок, їх розміру, взаємного розташування котушок і магнітної проникності середовища, у якій знаходяться котушки. Якщо пропустити струм i_2 по другому провіднику, то за аналогією можна написати:

$$\psi_{21} = w_1 \Phi_{21}$$

та

$$\psi_{21} = M_{21} i_2,$$

звідки

$$M_{21} = \frac{\psi_{21}}{i_2} = \frac{w_1 \Phi_{21}}{i_2}.$$

Користуючись законом Ома для магнітного кола, можна довести, що

$$\Phi_{12} = \frac{i_1 w_1}{R_M} \quad \text{і} \quad \Phi_{21} = \frac{i_2 w_2}{R_M},$$

де R_M – магнітний опір замкненого контуру, по якому проходять магнітні потоки Φ_{12} і Φ_{21} . У вирази

$$M_{12} = \frac{\Psi_{12}}{i_1} \quad \text{і} \quad M_{21} = \frac{\Psi_{21}}{i_2}$$

підставимо значення Ψ_{12} , Ψ_{21} , Φ_{12} , Φ_{21} :

$$M_{12} = \frac{\Psi_{12}}{i_1} = \frac{w_2 \Phi_{12}}{i_1} = \frac{w_2 i_1 w_1}{i_1 R_M} = \frac{w_1 w_2}{R_M},$$

$$M_{21} = \frac{\Psi_{21}}{i_2} = \frac{w_1 \Phi_{21}}{i_2} = \frac{w_1 i_2 w_2}{i_2 R_M} = \frac{w_1 w_2}{R_M}.$$

Таким чином, $M_{12} = M_{21} = M$. Отже, взаємна індуктивність двох індуктивно або магнітно зв'язаних кіл не залежить від того, яким колом буде створюватися магнітний потік.

Під час змінення струму i_1 магнітні потоки Φ_{12} і Φ_{21} будуть змінюватися й у другому контурі; виникне індукована ЕРС

$$e_{M_2} = -\frac{\Delta \Psi_{12}}{\Delta t} = -w_2 \frac{\Delta \Phi_{12}}{\Delta t} = -M \frac{\Delta i_1}{\Delta t}.$$

Аналогічно:

$$e_{M_1} = -\frac{\Delta \Psi_{21}}{\Delta t} = -w_1 \frac{\Delta \Phi_{21}}{\Delta t} = -M \frac{\Delta i_2}{\Delta t}.$$

Ці сили називають ЕРС **взаємної індукції**. Якщо перший контур має опір r_1 та індуктивність L_1 , то напруга U_1 , прикладена до цього контуру, має врівноважити ЕРС самоіндукції й взаємоіндукції, а також спад напруги в опорі r_1 контуру:

$$U_1 = L_1 \frac{\Delta i_1}{\Delta t} + M \frac{\Delta i_2}{\Delta t} + i_1 r_1.$$

Для другого контуру

$$U_2 = L_2 \frac{\Delta i_2}{\Delta t} + M \frac{\Delta i_1}{\Delta t} + i_2 r_2.$$

Якщо другу котушку на рис. 6.7 замкнути, то в ній буде проходити струм i_2 під дією ЕРС взаємної індукції. Візьмемо опори обох котушок такими, що дорівнюють нулю. Тоді в контурі другої котушки ЕРС взаємної індукції буде врівноважуватися ЕРС самоіндукції, тобто $e_{2L} + e_{2M} = 0$:

$$L_2 \frac{di_2}{dt} = -M \frac{di_1}{dt}.$$

У контурі першої котушки ЕРС джерела живлення e_1 врівноважує обидві складові ЕРС індукції:

$$e_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt} - \frac{M^2}{L_2} \frac{di_1}{dt} = L_1 \left[1 - \frac{M^2}{L_1 L_2} \right] \frac{di_1}{dt} = L'_1 \frac{di_1}{dt}.$$

Індуктивність L'_1 є завжди позитивною, тому

$$L'_1 = L_1 \left[1 - \frac{M^2}{L_1 L_2} \right] \frac{di_1}{dt} > 0 \rightarrow \frac{M^2}{L_1 L_2} < 1.$$

Відношення $k = \sqrt{\frac{M^2}{L_1 L_2}} = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \leq 1$ називають **коефіцієнтом зв'язку** двох кіл.

Електромагнітний зв'язок між двома контурами можна змінити, якщо зближувати контури або віддаляти їх один від одного, а також змінювати взаємне розташування контурів.

У техніці застосовують прилади, що працюють за принципом взаємної індукції і які призначено для змінення індуктивності кола. Такі прилади називають **варіометрами**. Їх складаються з двох послідовно з'єднаних котушок, одна з яких може обертатися всередині іншої. Нехай обидві котушки розташовано так, що їх осі є паралельними одна до одної, а магнітні поля спрямованими однаково (**узгоджене вмикання**). У цьому випадку

$$\begin{aligned} U &= i(r_1 + r_2) + L_1 \frac{\Delta i}{\Delta t} + L_2 \frac{\Delta i}{\Delta t} + 2M \frac{\Delta i}{\Delta t} = \\ &= i(r_1 + r_2) + \frac{\Delta i}{\Delta t} (L_1 + L_2 + 2M) = ir + \frac{\Delta i}{\Delta t} L', \end{aligned}$$

де L' – індуктивність системи,

$$L' = L_1 + L_2 + 2M;$$

r – сумарний активний опір двох котушок,

$$r = r_1 + r_2.$$

Якщо повернути внутрішню котушку на 180° , то в цьому випадку магнітні потоки будуть спрямованими назустріч один одному (**зустрічне вмикання**). У цьому випадку

$$U = i(r_1 + r_2) + L_1 \frac{\Delta i}{\Delta t} + L_2 \frac{\Delta i}{\Delta t} - 2M \frac{\Delta i}{\Delta t} = ir + \frac{\Delta i}{\Delta t} L'',$$

де

$$L'' = L_1 + L_2 - 2M.$$

Обертаючи внутрішню котушку між першим і другим положеннями, можна змінювати індуктивність системи в межах від L' до L'' .

Віднімемо відповідно ліві й праві частини виразів для знаходження L' і L'' і після перетворення знайдемо **взаємну індуктивність**:

$$M = \frac{L' - L''}{4}.$$

За принципом взаємної індукції працюють трансформатори, що досить широко застосовуються в техніці.

Буває, що взаємна індукція є небажаною: дві лінії зв'язку (телефон) взаємно впливають, заважаючи роботі одна одній. Лінії сильного струму, розташовані паралельно й поблизу лінії зв'язку, індують в останній струми, які спричиняють шум і тріск, що заважає телефонним переговорам.

Запитання для самоперевірки

1. Що називають магнітним колом?
2. Якими магнітними величинами характеризується стан магнітного кола?
3. Яким чином подаються магнітні властивості феромагнітних і феромагнітних матеріалів?
4. Наведіть закон Ома й закони Кірхгофа для магнітних кіл.
5. Що розуміють під прямою і зворотною задачами розрахунку магнітних кіл? Якою є послідовність розв'язання цих задач?
6. Назвіть особливості магнітних кіл змінного струму.
7. Що називають магнітозв'язаними електричними колами?
8. Що називають взаємною індуктивністю?

Лекція 8

Тема 7. Трансформатори

7.1. Загальні відомості про трансформатори

Трансформатор для технічних цілей уперше застосував П. М. Яблочков 1876 року для живлення електричних свічок. Широкого застосування трансформатори набули після того, як М. О. Доливо-Добровольський запропонував трифазну систему передання електроенергії і розробив конструкцію першого трифазного трансформатора (1891 р.)

Основою роботи трансформатора є явище взаємоіндукції. Трансформатор складається зазвичай з двох обмоток з різною кількістю витків. Між обмотками існує магнітний зв'язок; для його підсилення обмотки поміщають на сталевому замкненому магнітопроводі, що має назву осердя трансформатора. Енергія з однієї обмотки в іншу передається з допомогою магнітного поля. Завдяки відмінності кількості витків обмоток виходить трансформування струму однієї напруги на струм іншої, збільшеного або зменшеного порівняно з першим.

Під **трансформатором** розуміють статичний (тобто без рухомих частин) електромагнітний пристрій, призначений для перетворення змінної напруги однієї величини на змінну напругу іншої величини тієї ж частоти.

Трансформатор складається з двох і більше обмоток, електрично ізолюваних одна від одної і охоплених загальним магнітним потоком. Для посилення індуктивного зв'язку і зниження вихрових струмів обмотки трансформаторів (крім повітряних трансформаторів) розміщують на магнітопроводі, зібраному з пластин листової електротехнічної сталі, які ізолювано між собою.

Обмотку трансформатора з'єднану з джерелом живлення, називають **первинною**. Усі параметри цієї обмотки – кількість витків, напруга, струм тощо – також називають первинними, їх буквені позначення мають індекс 1, наприклад w_1 , U_1 , I_1 . Обмотка, до якої під'єднується навантаження (споживач електроенергії), і зв'язані з нею параметри називаються вторинними. Вони мають індекс 2. Розрізняють однофазні (для кіл однофазного струму) і трифазні (для трифазних кіл) трансформатори. У трифазного трансформатора первинною або вторинною обмоткою називають відповідно сукупність трьох фазних обмоток однієї напруги.

На рис. 7.1, а – в показано основні умовні графічні позначення однофазного трансформатора, а на рис. 7.1, г – е – трифазного. На щитку трансформатора вказується його номінальна напруга – вища й нижча, відповідно до чого слід розрізняти обмотки вищої напруги (ВН) і обмотку нижчої напруги (НН) трансформатора. Крім того, на щитку вказується

номінальна повна потужність (В·А або кВ·А), струми (А) при номінальній повній потужності, частота, кількість фаз, схема з'єднання, режим роботи (тривалий або короткочасний) і спосіб охолодження (повітряний або масляний).

Якщо первинна напруга U_1 трансформатора є меншою від вторинної U_2 , то він працює як підвищувальний трансформатор, в іншому випадку ($U_1 > U_2$) – як знижувальний.

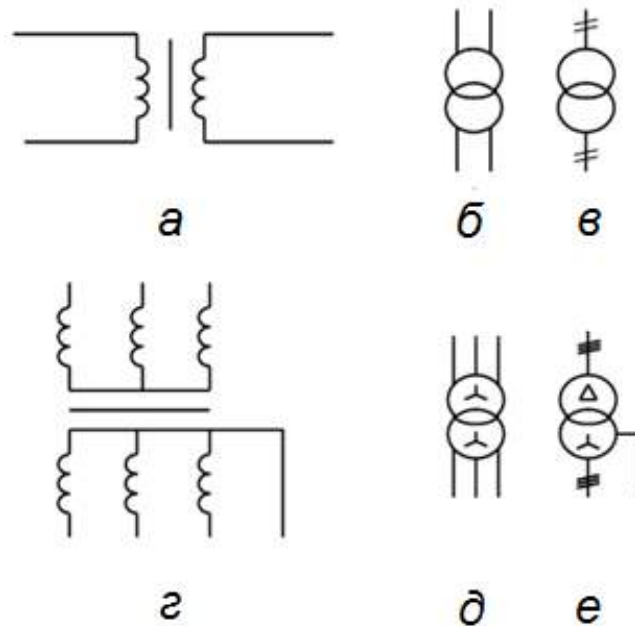


Рис. 7.1. Умовні графічні позначення трансформаторів

7.2. Принцип роботи однофазних трансформаторів

Принцип роботи однофазних трансформаторів розглянемо за схемою, зображеною на рис. 7.2.

Під час дії джерела напруги $e(t) = u(t)$ у первинній обмотці трансформатора виникає струм $i_1(t)$. Далі будемо користуватися діючими значеннями використовуваних фізичних величин.

Струм I_1 приводить до виникнення магніторушійної сили первинної обмотки

$$F_1 = w_1 I_1 = H_1 l_{cp} = \Phi_1 \frac{l_{cp}}{\mu_0 \mu_r S}. \quad (7.1)$$

Магніторушійна сила збуджує в магнітопроводі магнітний потік Φ_1 , причому

$$\Phi_1 = \mu_0 \mu_r S \frac{w_1 I_1}{l_{cp}}. \quad (7.2)$$

Магнітний потік Φ_1 індукує в первинній обмотці трансформатора ЕРС самоіндукції $e_{L_1}(t)$, а у вторинній – ЕРС взаємної індукції $e_{M_2}(t)$.

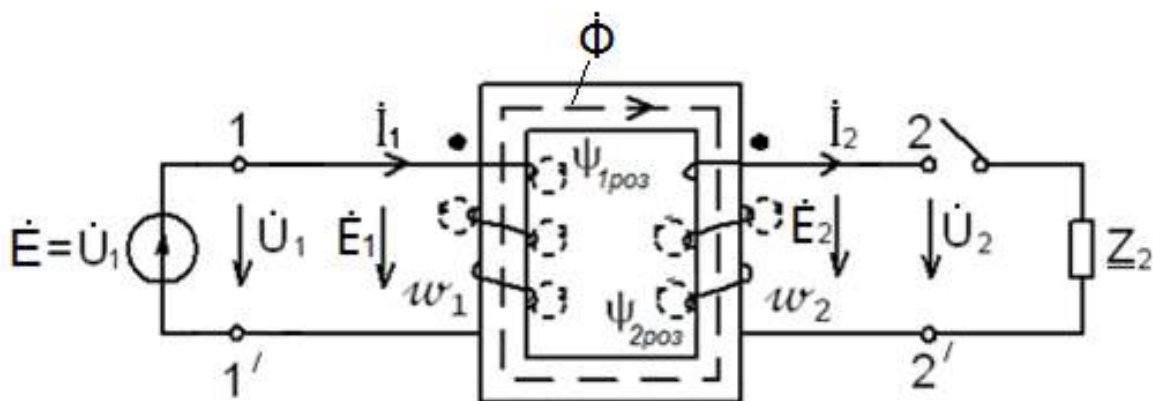


Рис. 7.2. Принцип роботи однофазних трансформаторів

Замкнемо коло вторинної обмотки. Під впливом ЕРС взаємної індукції через навантаження Z_2 , буде проходити струм I_2 , виникне магніторухійна сила F_2 , і магнітний потік Φ_2 , причому

$$\Phi_2 = \mu_0 \mu_r S \frac{w_2 I_2}{l_{cp}}. \quad (7.3)$$

Для зображених на рис. 7.2 напрямків намотування обмоток трансформатора і вибраних позитивних напрямків струмів I_1 і I_2 магнітні потоки Φ_1 і Φ_2 є зустрічним. Тому в магнітопроводі створюється результувний магнітний потік

$$\Phi = \mu_0 \mu_r S \frac{w_1 I_1 - w_2 I_2}{l_{cp}}. \quad (7.4)$$

Цей потік перетинає витки обох обмоток трансформатора і наводить в них результувні ЕРС E_1 і E_2 .

Крім основного магнітного потоку Φ у реальному трансформаторі існують потоки розсіювання первинної та вторинної обмоток. Для кількісного оцінювання потоків $\psi_{1\text{роз}}$ і $\psi_{2\text{роз}}$ вводять поняття еквівалентної індуктивності розсіювання:

$$L_{1\text{роз}} = \psi_{1\text{роз}} / I_1; \quad L_{2\text{роз}} = \psi_{2\text{роз}} / I_2.$$

Крім того, обмотки реального трансформатора мають активні опори R_1 і R_2 .

Щоб урахувати перелічені величини під час аналізу роботи трансформатора, застосовують схеми заміщення (рис. 7.3).

Частина схеми, яку виділено на рис. 7.3 пунктиром, не має активних опорів і потоків розсіювання, і тому її називають **ідеалізованим трансформатором**. До нього застосовано всі співвідношення, отримані в лекції 7, але для отримання простих і наочних співвідношень параметрів трансформатора необхідно виконати одне допущення.

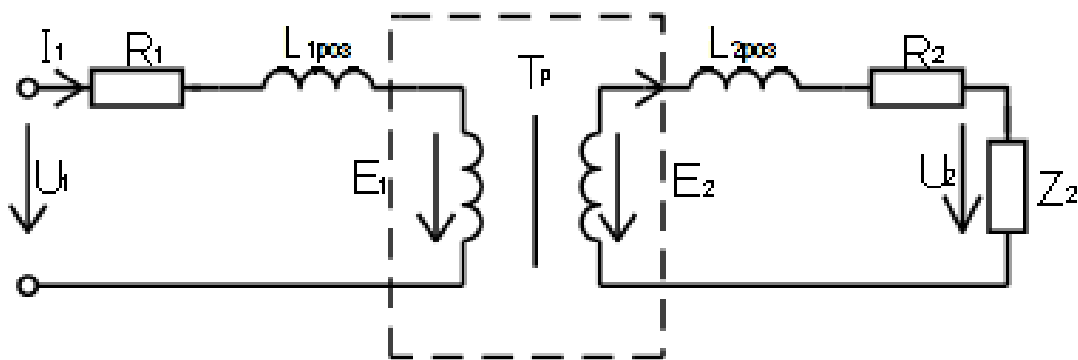


Рис. 7.3. Схема заміщення однофазного трансформатора

Ідеться про те, що трансформатор в розрахунковому еквіваленті є нелінійним колом. Отже для його аналізу необхідно застосовувати теорію нелінійної алгебри. Щоб піти від цього, гістерезисну залежність $B = f(H)$ замінюють еквівалентним еліпсом (рис. 7.4), побудованим так, що його площа не менш ніж на 95 % перекриває площу петлі гістерезису.

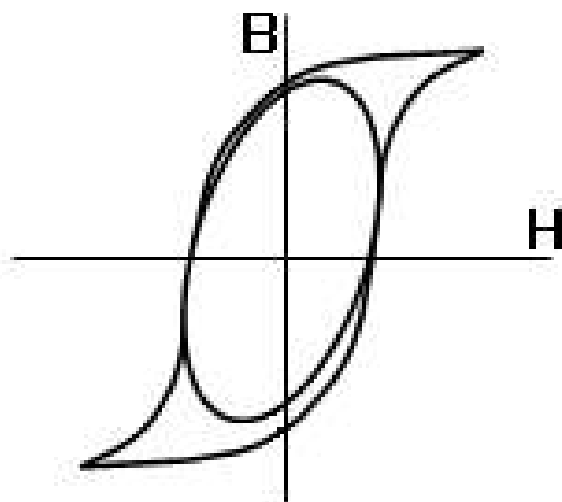


Рис. 7.4. Заміна гістерезисної залежності $B = f(H)$ еквівалентним еліпсом

При синусоїдальному змінненні напруги живлення $u(t)$ подамо рівняння еквівалентного еліпса в параметричній формі:

$$B(t) = B_m \sin \omega t ; \quad (7.5)$$

$$H(t) = H_m \sin(\omega t + \delta), \quad (7.6)$$

де δ – зсув фази між H і B ;

ω – кутова частота перемагнічування магнітопроводу.

Оскільки індукція й напруженість магнітного поля в магнітопроводі при заміні петлі гістерезису еквівалентним еліпсом змінюються за синусоїдальним законом, для розрахунку кола ідеалізованої котушки можна застосувати комплексний метод.

Від виразів (7.5) і (7.6) легко перейти до комплексної показової форми:

$$\dot{B} = \frac{B_m}{\sqrt{2}}; \quad \dot{H} = \frac{H_m}{\sqrt{2}} e^{j\delta}. \quad (7.7)$$

З огляду на відомі з теорії магнітного поля співвідношення (лекція 7, формули (6.8) – (6.11)) можна визначити зв'язок між напругою й магнітною індукцією:

$$\begin{aligned} u(t) = -e_L(t) &= w \frac{d\Phi}{dt} = wS \frac{dB}{dt} = wS \frac{B_m}{\sqrt{2}} \frac{d \sin \omega t}{dt} = w\omega S \frac{B_m}{\sqrt{2}} \cos \omega t = \\ &= E_{Lm} \sin(\omega t + 90^0) = U_m \sin(\omega t + 90^0). \end{aligned} \quad (7.8)$$

Оскільки $E_{Lm} = w\omega S B_m = w\Phi_m \omega$, то діюче значення ЕРС самоіндукції в котушці

$$E_L = \frac{E_{Lm}}{\sqrt{2}} = 2\pi f w \frac{\Phi_m}{\sqrt{2}}, \quad (7.9)$$

або

$$E_L = 4,44 f w \Phi_m,$$

де Φ_m – амплітудне значення магнітного потоку (діюче значення Φ не має фізичного сенсу, і ним не користуються).

Таким чином, комплекс напруг

$$\dot{U} = j\omega w S \frac{B_m}{\sqrt{2}} = j\omega w S \dot{B} = j\omega w \dot{\Phi} = jU_0,$$

де U_0 – діюче значення напруги.

За законом повного струму (лекція 6, формула (5.11)), а також з урахуванням рівняння (7.6), отримуємо зв'язок між струмом і напруженістю магнітного поля:

$$j = \frac{H_m l_{cp}}{\sqrt{2}w} e^{j\delta} = I e^{j\delta}.$$

де I – діюче значення струму.

Тепер можна оцінити основні параметри трансформатора.

За означенням, ЕРС джерела $\dot{E} = \dot{U}_1$, а ЕРС в обмотках ідеалізованого трансформатора $\dot{E}_1 = -\dot{U}_1$ і $\dot{E}_2 = -\dot{U}_2$ (див. рис. 7.2). Тому з урахуванням (7.4) і (7.9)

$$\dot{U}_1 = j\omega w_1 \dot{\Phi} = j\omega w_1 \mu_0 \mu_r S \frac{w_1 \dot{I}_1 - w_2 \dot{I}_2}{l_{cp}}; \quad (7.10)$$

$$\dot{U}_2 = j\omega w_2 \dot{\Phi} = \underline{Z}_2 \dot{I}_2. \quad (7.11)$$

Коефіцієнтом трансформації називають відношення (7.11) до (7.10):

$$\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{w_2}{w_1} = n_{21}. \quad (7.12)$$

Зокрема, у режимі холостого ходу трансформатора (коло вторинної обмотки є розімкнутим і струм $\dot{I}_2 = 0$)

$$\dot{U}_1 = \omega w_1 \mu_0 \mu_r S \frac{w_1 \dot{I}_{1x}}{l_{cp}}, \quad (7.13)$$

де \dot{I}_{1x} – струм холостого ходу.

Однак \dot{U}_1 – це напруга джерела, яка не залежить від режиму роботи трансформатора, отже ліві частини рівностей (7.10) і (7.13) є однаковими. Звідси випливає, що однаковими є й праві частини. Прирівнюючи їх, визначимо струм холостого ходу трансформатора:

$$\dot{I}_{1x} = \dot{I}_1 - \dot{I}_2 \frac{w_2}{w_1} = \dot{I}_1 - \dot{I}_2 n_{21}. \quad (7.14)$$

З цього виразу випливає, що струм холостого ходу дорівнює різниці струмів первинної й вторинної обмоток, причому струм вторинної обмотки перераховано до витків первинної обмотки. Струм холостого ходу є малим

і в потужних трансформаторах становить одиниці відсотків від номінального значення.

Добуток

$$i_2 n_{21} = I'_2$$

називають **наведеним струмом** вторинної обмотки.

Крім струму I'_2 для оцінювання якостей трансформатора користуються **наведеними опором навантаження** Z'_2 і **наведеною напругою вторинної обмотки** U'_2 . Обчислимо їх значення. Для цього знайдемо магнітний потік Φ із (7.11):

$$\Phi = \frac{i_2 Z_2}{j\omega w_2}. \quad (7.15)$$

Підставимо (7.15) у (7.10):

$$\dot{U}_1 = i_2 Z_2 \frac{w_1}{w_2}. \quad (7.16)$$

Помножимо й розділимо вираз (7.16) на коефіцієнт $\frac{w_1}{w_2}$.
Перегрупувавши множники, отримаємо

$$\dot{U}_1 = i_2 Z_2 \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 \frac{w_2}{w_1} = i_2 n_{21} \frac{Z_2}{n_{21}^2} = I'_2 Z'_2, \quad (7.17)$$

де I'_2 – наведений струм;

Z'_2 – **наведений**, тобто перерахований до витків первинної обмотки, **опір навантаження**.

Добуток

$$I'_2 Z'_2 = \dot{U}'_2 \quad (7.18)$$

називають **наведеною напругою** вторинної обмотки. Очевидно, що

$$\dot{U}'_2 = \frac{\dot{U}_2}{n_{21}} = \dot{U}_1. \quad (7.19)$$

З урахуванням уведених понять вираз (7.14) для струму холостого ходу набуває вигляду

$$I_{1x} = I_1 - I'_2. \quad (7.20)$$

У виразі (7.13) множник

$$w_1^2 \mu_0 \mu_r \frac{S}{l_{\text{cp}}} = L_1$$

визначає **індуктивність** первинної обмотки. Тому можна записати

$$\dot{U}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_{1x} = jX_{L_1} \dot{I}_{1x},$$

що повністю відповідає закону Ома для кола з індуктивністю.

Для переходу до реального трансформатора розглянемо рис. 7.3. Схема містить два електричних незв'язаних замкнених контури – кола первинної й вторинної обмоток. Для кожної з них справджується другий закон Кірхгофа. Тоді для кола первинної обмотки трансформатора справджується рівність

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 (R_1 + jX_{\text{поз}_1}) - \dot{E}_1 = \dot{I}_1 \underline{Z}_{\text{об}_1} - \dot{E}_1, \quad (7.21)$$

де $\underline{Z}_{\text{об}_1} = R_1 + jX_{\text{поз}_1}$ – комплексний опір, у якому враховується активний опір обмотки й індуктивність розсіювання.

З рівності (7.21) випливає, що напруга джерела врівноважується шляхом зменшення напруги на комплексному опорі первинної обмотки і ЕРС самоіндукції, яка в ній наводиться.

Для кола вторинної обмотки трансформатора можна записати:

$$\dot{U}_2 = -\dot{I}_2 (R_2 + jX_{\text{поз}_2}) - \dot{E}_2 = \dot{I}_2 \underline{Z}_{\text{об}_2} - \dot{E}_2. \quad (7.22)$$

7.3. Режими роботи трансформаторів

Розрізняють кілька режимів роботи трансформаторів.

1. **Номінальний режим**, тобто режим при номінальних значеннях напруги й струму первинної обмотки трансформатора:

$$U_1 = U_{1\text{ном}}; \quad I_1 = I_{1\text{ном}}.$$

2. **Робочий режим**, при якому напруга первинної обмотки є близькою до номінальної або дорівнює їй, а струм визначається навантаженням трансформатора.

3. **Режим холостого ходу**, тобто режим ненавантаженого трансформатора, при якому коло вторинної обмотки є розімкнутим (або

під'єднаним до навантаження з дуже великим опором (наприклад, вольтметр).

4. **Режим короткого замикання**, при якому його вторинна обмотка є замкнутою накоротко (або під'єднаною до навантаження з дуже малим опором (наприклад, амперметр).

Режим холостого ходу й короткого замикання виникають під час аварій. Ці режими можуть створюватися спеціально для випробування трансформаторів на заводах-виробниках під час дослідів холостого ходу й короткого замикання.

7.4. Дослідження холостого ходу трансформатора

Дослідженням холостого ходу називають випробування трансформатора при розімкненому колі вторинної обмотки й номінальній напрузі на первинній обмотці. Схему для проведення випробування холостого ходу зображено на рис. 7.5. Уважаючи, що вимірювальні прилади значно не змінюють режим роботи трансформатора, отримуємо можливість виміряти деякі його параметри, а потім доповнити їх розрахунками.

Так, показання амперметра відображають номінальне значення струму холостого ходу $I_{1_{\text{хном}}}$. З огляду на те, що цей струм становить 3...10 % від номінального струму первинної обмотки для потужних трансформаторів і до 40 % для малопотужних, можемо розрахувати значення номінального струму первинної обмотки:

$$I_{1_{\text{ном}}} = \frac{I_{1_{\text{хном}}}}{\%} \cdot 100. \quad (7.23)$$

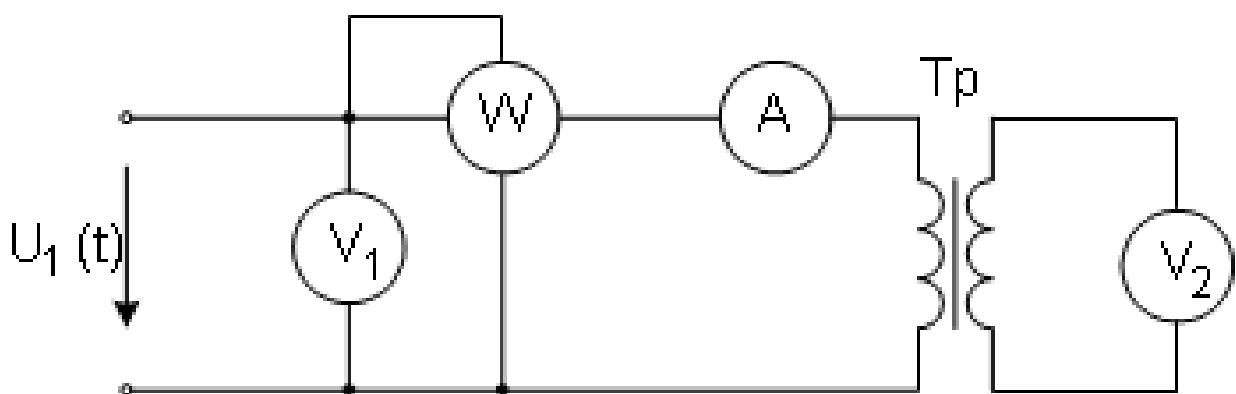


Рис. 7.5. Схема для проведення дослідження холостого ходу

Крім того, при розімкненому колі вторинної обмотки завжди $U_{2_x} = E_2$. Це означає, що

$$U_{2x} = U_{2\text{ном}}.$$

Вимірявши вольтметрами U_{1x} і U_{2x} , легко визначити коефіцієнт трансформації

$$n_{21} = \frac{U_{2x}}{U_{1x}} = \frac{w_2}{w_1}. \quad (7.24)$$

Потужність втрат у трансформаторі при холостому ході складається з потужності втрат у магнітопроводі P_c і в проводах P_{np} . Потужність втрат у магнітопроводі є пропорційною квадрату магнітної індукції B^2 , а отже, і квадрату напруги первинної обмотки U_{1x}^2 . Оскільки $U_1 = U_{1\text{ном}}$, то й втрати в магнітопроводі відповідають номінальному значенню.

Втрат у проводах вторинної обмотки немає, тому що $I_2 = 0$. Втрати в проводах первинної обмотки є пропорційними квадрату струму холостого ходу ($R_1 I_{1x}^2$). Однак струм холостого ходу є дуже малим порівняно з номінальним, тому й потужність втрат у проводах є незначною порівняно з потужністю втрат у магнітопроводі. Звідси випливає, що показання ватметра в дослідженні холостого ходу визначають тільки втрати в магнітопроводі P_c .

Слід урахувувати, що втрати P_c складаються з втрат на гістерезис і додаткових втрат на вихрові струми, втрат у деталях конструкції й втрат через вібрацію листів сталі магнітопроводу. Однак ці додаткові втрати не перевищують 20 % від загальних.

У деяких випадках важливо знати, як зміниться струм холостого ходу трансформатора при змінненні напруги на первинній обмотці. Цю залежність показано на рис. 7.6. Її називають характеристикою холостого ходу трансформатора.

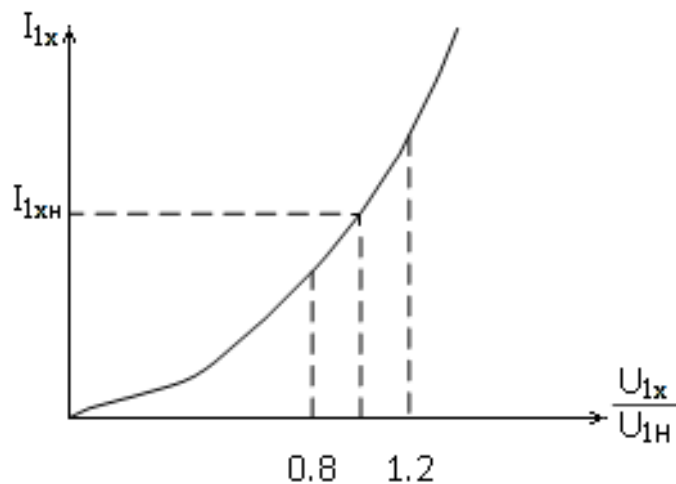


Рис. 7.6. Характеристика холостого ходу трансформатора

При малих значеннях U_{1x} значення магнітної індукції $B = \omega w_1 S U_{1x}$ є малим, магнітопровід ненасичений, струм збільшується пропорційно до напруги. При збільшенні U_{1x} до $0,8U_{1ном}$ починає насичуватися магнітопровід і збільшуватися струм холостого ходу. Тому магнітопровід трансформатора проектують так, щоб при $U_{1x} = U_{1ном}$ значення магнітної індукції становило 1,6...1,7 Тл. При такому значенні магнітної індукції збільшення U_{1x} до $1,2U_{1ном}$ не призводить до критичного збільшення струму холостого ходу і є допустимим протягом тривалого часу.

7.5. Дослідження короткого замикання трансформатора

Дослідженням короткого замикання називають випробування трансформатора при короткозамкненому колі вторинної обмотки й номінальному струмі первинної обмотки. Схему для дослідження короткого замикання зображено на рис. 7.7.

Дослідження проводиться для визначення:

- номінального значення струму вторинної обмотки;
- потужності втрат у проводах;
- спаду напруги на внутрішньому опорі трансформатора.

При короткому замиканні кола вторинної обмотки струм у ній обмежується тільки малим внутрішнім опором цієї обмотки. Тому навіть при відносно невеликих значеннях ЕРС E_2 струм I_2 може набути небезпечних величин, спричинити перегрів обмоток, руйнування ізоляції й вихід трансформатора з ладу. З огляду на це розглянемо проведення дослідження поетапно:

1. Перед початком дослідження напруги на вході трансформатора немає, тобто $U_1 = 0$.
2. Напругу первинної обмотки поступово збільшують до значення, при якому струм первинної обмотки I_1 набуває свого номінального значення.
3. Струм вторинної обмотки, виміряний з допомогою амперметра A_2 , беруть таким, що дорівнює номінальному.

Напругу первинної обмотки $U_{1к}$ називають **напругою короткого замикання**.

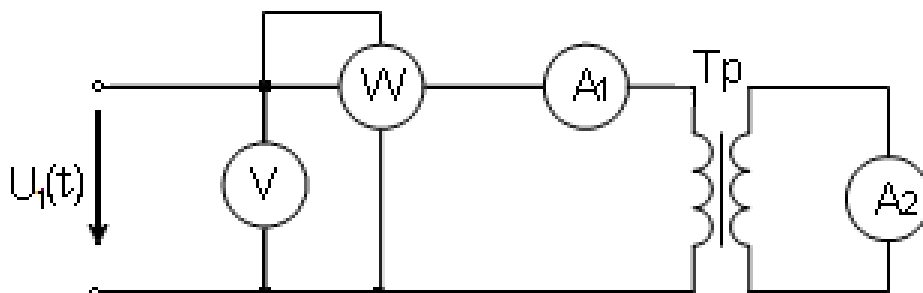


Рис. 7.7. Схема для проведення дослідження короткого замикання

Величина напруги первинної обмотки в дослідженні короткого замикання є малою і становить 5...10 % від номінальної. Тому й діюче значення ЕРС вторинної обмотки E_2 становить 2...5 %. Пропорційно до значень ЕРС зменшується магнітний потік, а отже, і потужність втрат у магнітопроводі P_c . Звідси випливає, що з допомогою ватметра в досліді короткого замикання, практично визначаються тільки втрати в проводах $P_{пр}$, причому

$$P_{пр} = R_1 I_{1_{кз}}^2 + R_2 I_{2_{кз}}^2 \quad (7.25)$$

Виразимо струм $I_{2_{кз}}$ через наведений струм $I'_{2_{кз}}$:

$$I_{2_{кз}} = \frac{I'_{2_{кз}}}{n_{21}}$$

Урахуємо, що R_2/n_{21}^2 , а також що

$$I_{1_{кз}} = I'_{2_{кз}} + I_{1_x} \approx I'_{2_{кз}}$$

Тоді вираз (7.25) перепишемо у вигляді

$$P_{пр} = (R_1 + R'_2) I_{1_{кз}}^2 = R_{кз} I_{1_{кз}}^2, \quad (7.26)$$

де R_k – **активний опір** трансформатора в **режимі короткого замикання**, причому

$$R_{кз} = \frac{P_{пр}}{I_{1_{кз}}^2}. \quad (7.27)$$

Значення активного опору короткого замикання $R_{кз}$ дає змогу розрахувати **індуктивний опір короткого замикання**:

$$X_{кз} = \sqrt{Z_{кз}^2 - R_{кз}^2} = \sqrt{\left(\frac{U_{1_{кз}}}{I_{1_{кз}}}\right)^2 - R_{кз}^2}$$

Для точних розрахунків слід урахувувати, що $R_{кз}$ залежить від температури. Тому **повний опір короткого замикання** визначають зведеним до температури 75 °С, тобто

$$Z_{\text{кз}} = \sqrt{R_{\text{кз75}}^2 + X_{\text{кз}}^2}.$$

Тепер легко визначити спад напруги **короткого замикання** на внутрішньому опорі $Z_{\text{кз}}$ трансформатора:

$$U_{\text{кз}} = Z_{\text{кз}} I_{1\text{кз}} = Z_{\text{кз}} I_{1\text{ном}}.$$

На практиці користуються наведеним значенням $U_{\text{кз}}$, у відсотках, позначаючи його зірочкою:

$$U_{\text{кз}}^* = \frac{Z_{\text{кз}} I_{1\text{ном}}}{U_{1\text{ном}}} \cdot 100 \%. \quad (7.28)$$

Напруга короткого замикання $U_{\text{кз}}^*$ є важливим параметром трансформатора, на основі якого визначають змінення вторинної напруги навантаженого трансформатора. Це значення наводять на паспортному щитку трансформатора.

Знання внутрішнього опору трансформатора дає змогу скласти його схему заміщення (рис. 7.8).

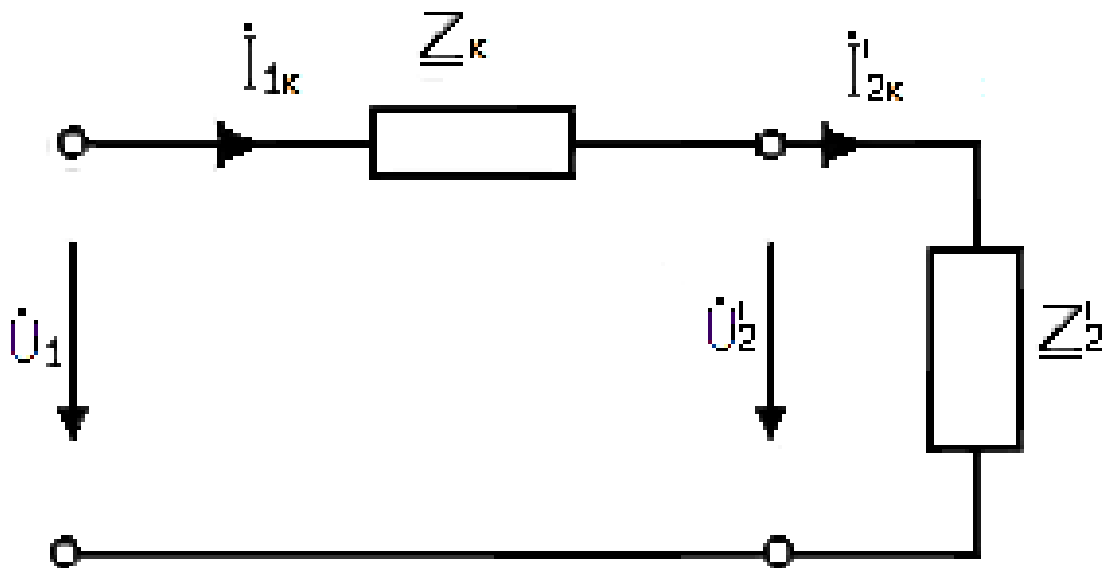


Рис. 7.8. Спрощена схема заміщення трансформатора

Векторну діаграму, що відповідає цій схемі, зображено на рис. 7.9.

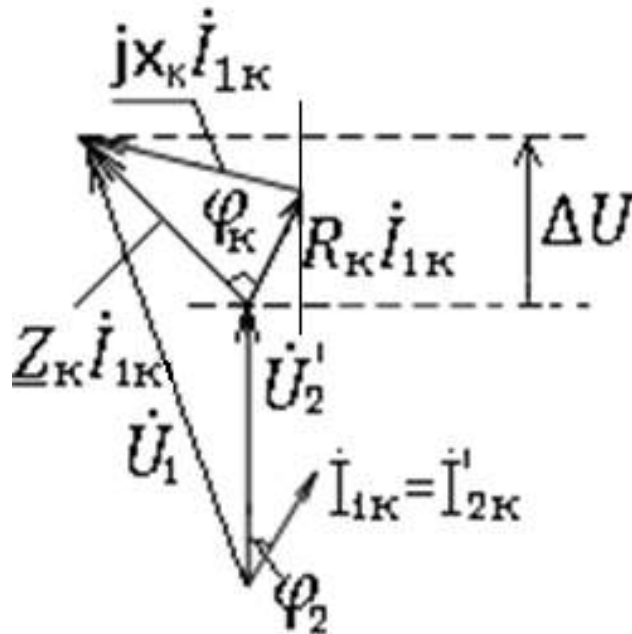


Рис. 7.9. Векторна діаграма спрощеної схеми заміщення трансформатора

Векторна діаграма дає змогу визначити зменшення напруги на виході трансформатора $\Delta U = U_{1\text{ном}} - U_2'$ через спад напруги на комплексному опорі $Z_{\text{кз}}$. Величину ΔU визначають як відстань між прямими, що виходять з точок початку й кінця вектора $\dot{U}_{\text{кз}} = Z_{\text{кз}} \dot{I}_{1\text{кз}}$ і є паралельними до осі абсцис. З діаграми видно, що ця величина складається з катетів двох прямокутних трикутників, гіпотенузами яких є $R_{\text{кз}} \dot{I}_{1\text{кз}}$ і $X_{\text{кз}} \dot{I}_{1\text{кз}}$, а гострі кути дорівнюють φ_2 .

Тому

$$\Delta U = I_{1\text{кз}} (R_{\text{кз}} \cos \varphi_2 + X_{\text{кз}} \sin \varphi_2).$$

На практиці користуються відносною величиною ΔU (позначено зірочкою), тобто у відсотках від номінальної первинної напруги. Її називають *відсотковим змінням напруги трансформатора*:

$$\Delta U^* = \frac{I_{1\text{кз}}}{U_{1\text{ном}}} (R_{\text{кз}} \cos \varphi_2 + X_{\text{кз}} \sin \varphi_2) \cdot 100\%, \quad (7.29)$$

де $\Delta U^* = \frac{U_{1\text{ном}} - U_2'}{U_{1\text{ном}}} \cdot 100\%$.

Для потужних трансформаторів ($S_H > 1000$ В·А) дослідження короткого замикання можна використовувати для контролю коефіцієнта трансформації. Для таких трансформаторів у режимі короткого замикання

струмом холостого ходу можна знехтувати (див. формулу (7.20)) і вважати $I_{1_{кз}} \approx I_{2_{кз}} n_{21}$. Тому дослідження короткого замикання дає змогу також визначити коефіцієнт трансформації:

$$n_{21} \approx \frac{I_{1_{кз}}}{I_{2_{кз}}} \approx \frac{I_{1_{НОМ}}}{I_{2_{НОМ}}}. \quad (7.30)$$

Цей вираз є тим точнішим, чим більшою буде потужність трансформатора, однак його не можна застосовувати для малопотужних трансформаторів.

7.6. Зовнішня характеристика трансформатора

Зовнішня характеристика трансформатора – це залежність напруги U_2 вторинної обмотки від струму I_2 вторинної обмотки при постійному коефіцієнті потужності ($\cos\varphi_2 = \text{const}$) і номінальній нарузі первинної обмотки $U_{1_{НОМ}}$. Часто для визначення зовнішньої характеристики користуються відносними одиницями (рис. 7.31):

$$\frac{I_2}{I_{2_{НОМ}}} = K_3,$$

де $I_{2_{НОМ}}$ – струм навантаження при номінальному струмі первинної обмотки;

K_3 – коефіцієнт завантаження трансформатора, а також

$$\frac{U_2}{U_{2_{НОМ}}} = \frac{U_2}{n_{21} U_{1_{НОМ}}}.$$

Оскільки $U_2 = U_{2_{НОМ}} - \Delta U$, то

$$\frac{U_2}{n_{21} U_{1_{НОМ}}} = 1 - \frac{\Delta U^*}{100}, \quad (7.31)$$

де ΔU^* визначають за виразом (7.29).

При навантаженнях, що відрізняються від номінального, ураховується коефіцієнт завантаження K_3 . Таким чином, ординату зовнішньої характеристики можна знайти за виразом

$$\frac{U_2}{n_{21} U_{1_{НОМ}}} = 1 - K_3 \frac{I_{1_{НОМ}}}{U_{1_{НОМ}}} (R_{кз} \cos\varphi_2 + X_{кз} \sin\varphi_2). \quad (7.32)$$

Якщо коефіцієнт завантаження виразити через відносний струм первинної обмотки, тобто $K_3 = \frac{I_2}{I_{2\text{НОМ}}} = \frac{I_1}{I_{1\text{НОМ}}}$, а таке припущення справджується з урахуванням лінійної залежності $I_1 = f(I_2)$, то отримаємо повну відповідність виразів (7.31) і (7.32).

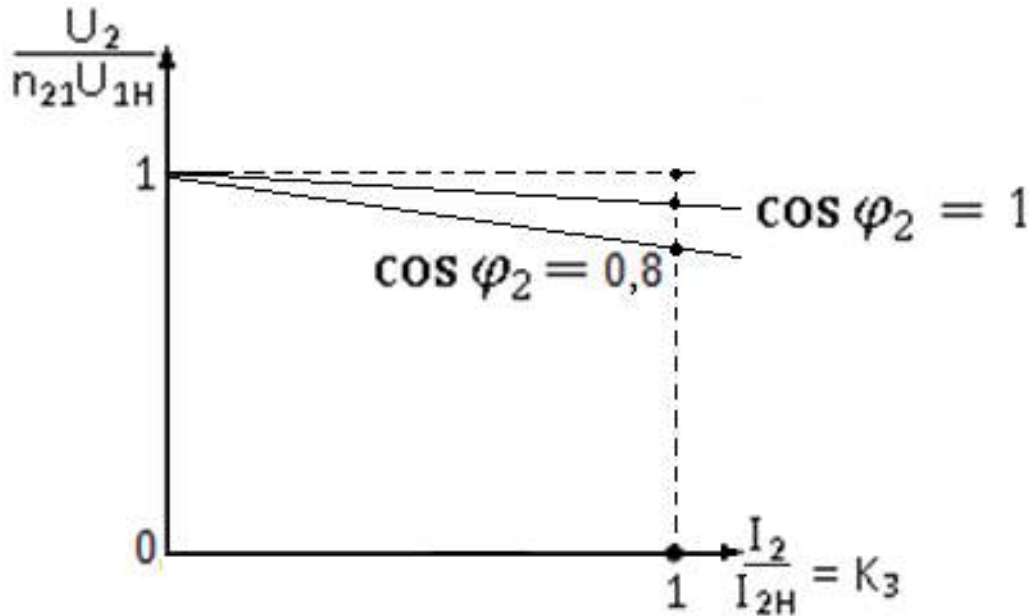


Рис. 7.10. Зовнішня характеристика трансформатора

Вираз (7.32) є відображенням того, що напруга на виході трансформатора залежить від його внутрішнього опору (R_K, X_K), коефіцієнта потужності $\cos \varphi_2$ і коефіцієнта завантаження K_3 , тобто графіком є похила лінія. Трансформатори проектують так, щоб при номінальному струмі вторинної обмотки зниження вихідної напруги не перевищувало 5...10 % від номінальної.

7.7. Коефіцієнт корисної дії трансформатора

Коефіцієнт корисної дії (ККД) трансформатора визначають відношенням активної потужності на виході трансформатора до активної потужності на його вході:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}$$

Потужні сучасні трансформатори можуть мати ККД понад 99 %. У таких випадках потужності P_2 і P_1 є настільки близькими, що не існує вимірювальних приладів, здатних їх відрізнити. Тому ККД визначають

непрямим методом, що базується на прямому вимірюванні потужності P_2 і потужності втрат ΔP .

Оскільки

$$\Delta P = P_1 - P_2,$$

то

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + \Delta P}, \quad (7.33)$$

де $\Delta P = P_c + P_{пр}$ – загальна потужність втрат;

P_c – потужність втрат у магнітопроводі (постійні втрати);

$P_{пр}$ – потужність втрат у проводах (змінні втрати).

Втрати в магнітопроводі є пропорційними до напруги первинної обмотки U_1 . Зазвичай трансформатори працюють при номінальній нарузі первинної обмотки, тому вважають $P_c = const$. Ці втрати визначають під час дослідження холостого ходу.

Втрати в проводах обмоток залежать від струмів обмоток, які зі свого боку, залежать від характеру навантаження. Оскільки навантаження силових трансформаторів часто змінюється, то і втрати в проводах є змінними, тобто $P_{пр} = var$. Знайдемо вираз, який буде зручним для їх урахування.

Для цього згадаємо, що струм холостого ходу трансформатора є дуже малим порівняно з номінальним. Тому будемо вважати, що в робочому режимі

$$I_1 \approx I'_2.$$

Скориставшись поняттям коефіцієнта завантаження трансформатора, можна записати

$$I'_2 = K_3 I'_{2_{ном}}.$$

Тепер вираз (7.27) можна подати у вигляді

$$P_{пр} = R_K I_{1_{кз}}^2 = R_{кз} K_3^2 (I'_{2_{ном}})^2 = K_3^2 P_{кз_{ном}}, \quad (7.34)$$

де $P_{кз_{ном}} = R_{кз} (I'_{2_{ном}})^2$ – потужність втрат у проводах обмоток при номінальних токах, що визначається під час дослідження короткого замикання.

Потужність на виході трансформатора визначається відомим виразом

$$P_2 = U_2 I_2 \cos \varphi_2. \quad (7.35)$$

Оскільки $U_1 = U_{1\text{НОМ}}$, то і $U_2 = U_{2\text{НОМ}}$. Тоді, застосовуючи коефіцієнт завантаження трансформатора, напишемо (7.35) у вигляді

$$P_2 = U_{2\text{НОМ}} (K_3 I_{2\text{НОМ}}) \cos \varphi_2 = K_3 S_{\text{НОМ}} \cos \varphi_2, \quad (7.36)$$

де $S_{\text{НОМ}} = U_{2\text{НОМ}} I_{2\text{НОМ}}$ – номінальна повна потужність трансформатора.

Підставляючи (7.34) і (7.36) у (7.33) отримуємо остаточний вираз для ККД:

$$\eta = \frac{K_3 S_{\text{НОМ}} \cos \varphi_2}{K_3 S_{\text{НОМ}} \cos \varphi_2 + P_C + K_3^2 P_{\text{КНОМ}}}$$

З виразу випливає, що ККД трансформатора залежить від таких значень:

- а) коефіцієнт потужності навантаження $\cos \varphi_2$;
- б) коефіцієнта завантаження K_3 .

На практиці ККД набуває максимуму при середньому навантаженні, коли $K_3 = 0,7 \dots 0,5$, а $\frac{P_C}{P_{3\text{НОМ}}} = 0,5 \dots 0,25$.

Запитання для самоперевірки

1. Поясніть призначення та принцип дії трансформатора.
2. Накресліть схему трансформатора. Поясніть його роботу.
3. Дайте означення коефіцієнта трансформації.
4. Що таке холостий хід трансформатора?
5. Що таке режим навантаження?
6. Наведіть основні співвідношення трансформатора.
7. Наведіть зовнішню характеристику трансформатора.
8. Що таке коротке замикання?
9. Які втрати потужності є в трансформаторі, якою є їх фізична природа?
10. Що таке дослідження холостого ходу?
11. Що таке дослідження короткого замикання?
12. Для визначення яких параметрів трансформатора проводиться дослід холостого ходу трансформатора?
13. Для визначення яких параметрів трансформатора проводиться дослід короткого замикання трансформатора?

Лекція 9

Тема 8. Асинхронні машини. Конструкція, принцип дії. Пуск, регулювання частоти обертання

8.1. Основні означення і класифікація електричних машин

Електричні машини є основними елементами електричних установок. Їх використовують як джерела (генератори) електричної енергії і двигуни, щоб надавати руху найрізноманітнішим робочим механізмам на заводах і фабриках, у сільському господарстві, на будівельних роботах та ін.

Електричні машини, призначені для перетворення механічної енергії на електричну, називають **генераторами**; а такі, що призначено для зворотного перетворення електричної енергії на механічну, – **двигунами**.

Електричні машини застосовують також для перетворення виду струму (наприклад, змінного струму на постійний), частоти й кількості фаз змінного струму, постійного струму однієї напруги на постійний струм іншої. Такі машини називають **електромашинними перетворювачами**.

Електрична машина має дві основні частини – обертову (**ротор**), і нерухому (**статор**) (рис.8.1).

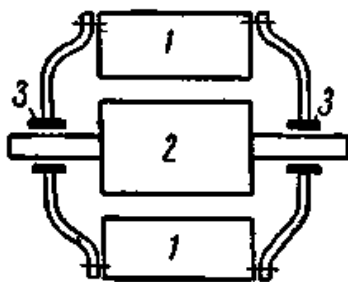


Рис. 8.1. Звичайна конструктивна схема електричної машини:
1 — статор; 2 — ротор; 3 — підшипники

До електричних машин належить також **трансформатор**, який було розглянуто в попередній лекції. Хоча він і не є машиною (не має рухомих частин), але теорія про нього вивчається разом з теорією електричних машин, тому що основні співвідношення між величинами, що характеризують робочий процес трансформатора, можна застосувати й до електричних машин.

Розрізняють машини **змінного** й **постійного** струму залежно від того, який струм вони генерують або споживають.

Машини змінного струму поділяються на **синхронні** й **асинхронні**. У цих машинах під час їх роботи виникає обертове магнітне поле. Ротор синхронної машини обертається зі швидкістю, що дорівнює швидкості

обертання магнітного поля. Швидкість обертання ротора асинхронної машини відрізняється від швидкості обертання поля.

Існують однофазні й багатофазні (найчастіше трифазні) машини змінного струму, перші генерують або споживають однофазний струм, другі – багатофазний струм. Машини **постійного струму** зазвичай мають колектор, який тут призначено для отримання на щітках машини ЕРС, що постійно діє в одному напрямку. Водночас колектор призначено для перемикання струмів у частинах обмотки ротора (якоря) таким чином, щоб результативна електромагнітних сил, які виникають від взаємодії магнітного поля електромагнітів статора і струмів в обмотці ротора, діяла на ротор весь час в одному напрямку.

Застосовують також асинхронні колекторні машини змінного струму. Їх ротор виконано так само, як і ротор машини постійного струму. Вони на відміну від безколекторних асинхронних машин дають змогу плавно й економічно регулювати їх швидкість обертання.

Тут наведено стислу практичну класифікацію електричних машин зі всього їх різноманіття. Надалі при вивченні машин змінного й постійного струму будемо розглядати різні їх види, що різняться як за призначенням, так і за виконанням їх.

8.2. Принцип дії електричної машини

Принцип дії електричної машини базується на фізичних законах електромагнітної індукції та електромагнітних сил (лекція 6, підрозд. 5.2 і 5.3). Згідно з цими законами, а також законами Ома, Джоуля – Ленца й магнітного кола (лекція 7, підрозд. 6.2) можна отримати основні співвідношення між величинами, що характеризують робочий процес машини.

Розглянемо рис. 8.2. Тут показано два полюси електромагніту, що створює магнітне поле, у якому між полюсами поміщено провідник (його переріз зображено колом).

Якщо цей провідник пересувати, наприклад, зліва направо, то в ньому відповідно до закону електромагнітної індукції виникне ЕРС. Якщо кінці провідника замкнено на зовнішній опір, то по ньому буде проходити струм, який має такий же напрямок, як і ЕРС (правило правої руки). Цей напрямок (від нас) на рис. 8.2 позначено хрестиком.

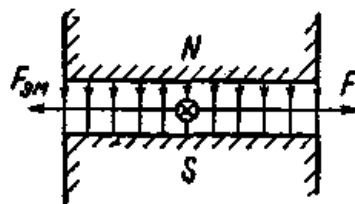


Рис. 8.2. До пояснення принципу дії електричних машин

Унаслідок взаємодії струму i в провіднику й поля виникне електромагнітна сила F_{em} . При рівномірному русі провідника механічна сила F , прикладена ззовні, дорівнює електромагнітній силі:

$$F = F_{em}. \quad (8.1)$$

Якщо помножити обидві частини рівності сил на швидкість v , то отримаємо рівність потужностей:

$$Fv = F_{em}v. \quad (8.2)$$

Підставляючи в праву частину рівності (8.2) F_{em} із (5.22) і v із (5.19) (див. лекцію 6), одержимо

$$Fv = ei. \quad (8.3)$$

Звідси видно, що механічна потужність Fv у цьому елементарному генераторі перетворюється на електричну потужність ei . Потужність, що віддається в зовнішнє коло таким генератором, можна знайти з рівняння напруг

$$u = e - ir, \quad (8.4)$$

де u – напруга на затискачах зовнішнього опору;

ir – спад напруги в провіднику з опором r .

Помноживши це рівняння на i , одержимо

$$ui = ei - i^2r, \quad (8.5)$$

де ui – електрична потужність, що віддається провідником у зовнішнє коло (вона є частиною повної електричної потужності ei , отриманої внаслідок перетворення механічної потужності); i^2r – електричні втрати у провіднику.

Та сама елементарна машина може працювати як двигун, тобто перетворювати електричну енергію на механічну. Підведемо до провідника напругу u так, щоб струм i в провіднику мав показаний на рис. 8.2 напрямок. При цьому виникне електромагнітна сила, яка згідно з правилом лівої руки змусить провідник пересуватися вліво. У провіднику виникає ЕРС e , спрямована проти струму i й проти напруги u , у чому можна переконатися з допомогою правила правої руки.

Отже, напруга u має врівноважити ЕРС e і спад напруги в провіднику ir , тобто

$$u = e + ir. \quad (8.6)$$

Помноживши рівняння напруг (8.6) на i , отримаємо рівняння потужностей

$$ui = ei + i^2r. \quad (8.7)$$

У цьому рівнянні i^2r – електричні втрати у провіднику, ei – та частина підведеної електричної потужності ui , яка перетворюється на механічну потужність $F_{\text{ем}}v$. Ураховуючи ((5.19) і (5.22) (див. лекцію 6), можна записати

$$ei = Blvi = F_{\text{ем}}v. \quad (8.8)$$

Наведені співвідношення свідчать про те, що електрична машина є оборотною, тобто може працювати і генератором, і двигуном.

Принцип оборотності електричних машин було встановлено російським академіком Е. Х. Ленцем (1833 р.) Цей принцип застосовують до будь-якої електричної машини.

Таким чином, ми бачимо, що наявність магнітного поля й провідників, по яких проходить струм, є необхідною умовою для роботи будь-якої електричної машини. Для підсилення магнітного поля застосовують феромагнітні матеріали, наприклад, сталь.

Під час роботи електричної машини відбувається відносне переміщення провідників і магнітного поля. Таке переміщення в звичайних машинах здійснюється шляхом обертального руху (див. рис. 8.1).

8.3. Конструкція і принцип роботи асинхронного трифазного двигуна

8.3.1. Конструкція трифазних асинхронних машин

Асинхронні машини належать до класу електричних машин змінного струму. Вони можуть працювати в режимі двигуна або генератора, якщо в їх магнітному колі буде збуджено магнітне поле. Це поле збуджують три- і двофазні системи струмів або однофазні струми, які створюються в трьох, двох фазах або в одній фазі робочої обмотки машини. Відповідно до цього розрізняють три-, дво- й однофазні асинхронні машини.

Потужність асинхронних машин коливається від часток вата до кількох тисяч кіловат.

Машини потужністю понад 500 Вт зазвичай мають симетричну трифазну робочу обмотку, що вмикається в трифазну мережу. Особливість такої машини: у режимі двигуна її робочі характеристики й експлуатаційні властивості є набагато кращими, ніж у режимі генератора.

Тому трифазні асинхронні машини розраховують і майже завжди використовують тільки як двигуни.

У конструкції асинхронного двигуна (АД) реалізовано закон електромагнітної індукції, закон Ампера й правило Ленца.

Магнітна система асинхронної машини (АМ) складається з двох осердь: зовнішнього нерухомого, що має форму порожнього циліндра (рис. 8.3, а, д), і внутрішнього циліндра, що обертається (рис. 8.3, а, б, д, е). Їх виготовляють з листів електротехнічної сталі (рис. 8.3, в, г, д). Ці листи для зменшення втрат на вихрові струми ізолюють один від одного шаром лаку.

Відповідно до закону електромагнітної індукції АД повинен мати конструктивний елемент, який створює магнітний потік, – **індуктор**. Таким елементом є нерухома частина АМ, що має назву **статора**. Осердя статора укладено в корпус (рис. 8.3, а), що є зовнішньою частиною АМ, виготовлений у вигляді порожнього циліндра з тонких (0,35...0,5) ізольованих листів електротехнічної сталі. Листи мають форму кілець з пазами, симетрично розташованими вздовж внутрішнього кола (рис. 8.3, в, д). У пази укладено трифазну обмотку, з'єднану за схемою «зірка» або «трикутник», що дає змогу вмикати двигун у мережу з двома різними лінійними напругами. Наприклад, двигун може працювати від мережі з напругою 220 В і 127 В, або 380 В і 220 В. Для більш низьких напруг фази обмотки статора з'єднують трикутником, для більш високих – зіркою. З корпусом міцно з'єднано два бічних щити, у яких кріпляться підшипники (рис. 8.3, б).

Другим конструктивним елементом є **ротор – якір**, в обмотці якого індукується ЕРС взаємної індукції (рис. 8.3, а, б, д, е). Ротор АД має осердя циліндричної форми, складеного з тонких ізольованих листів з пазами й обмотки, розташованої в цих пазах. Осердя з обмоткою насаджено на вал. Статор і ротор відокремлено невеликим рівномірним зазором.

Обмотка ротора може бути короткозамкненою (рис. 8.3, б) або фазною (рис. 8.3, е).

Короткозамкнена обмотка ротора виконується за типом **білячого колеса**. У пази ротора укладаються стрижні, з'єднані на торцевих боках металевими кільцями. Такий двигун називають асинхронним з **короткозамкненим ротором**.

В АД з **фазним ротором** у пази осердя ротора укладено трифазну обмотку, з'єднану за схемою «зірка». Початки фаз обмотки під'єднуються до контактних кілець, які кріплять на валу й ізолюють від вала й один від

одного. На підшипниковому щиті кріпиться щіткотримач, у якому розміщують щітки. З допомогою ковзного контакту щітка – кільце фазну обмотку ротора можна замкнути на будь-який опір (трифазний реостат) або накоротко.

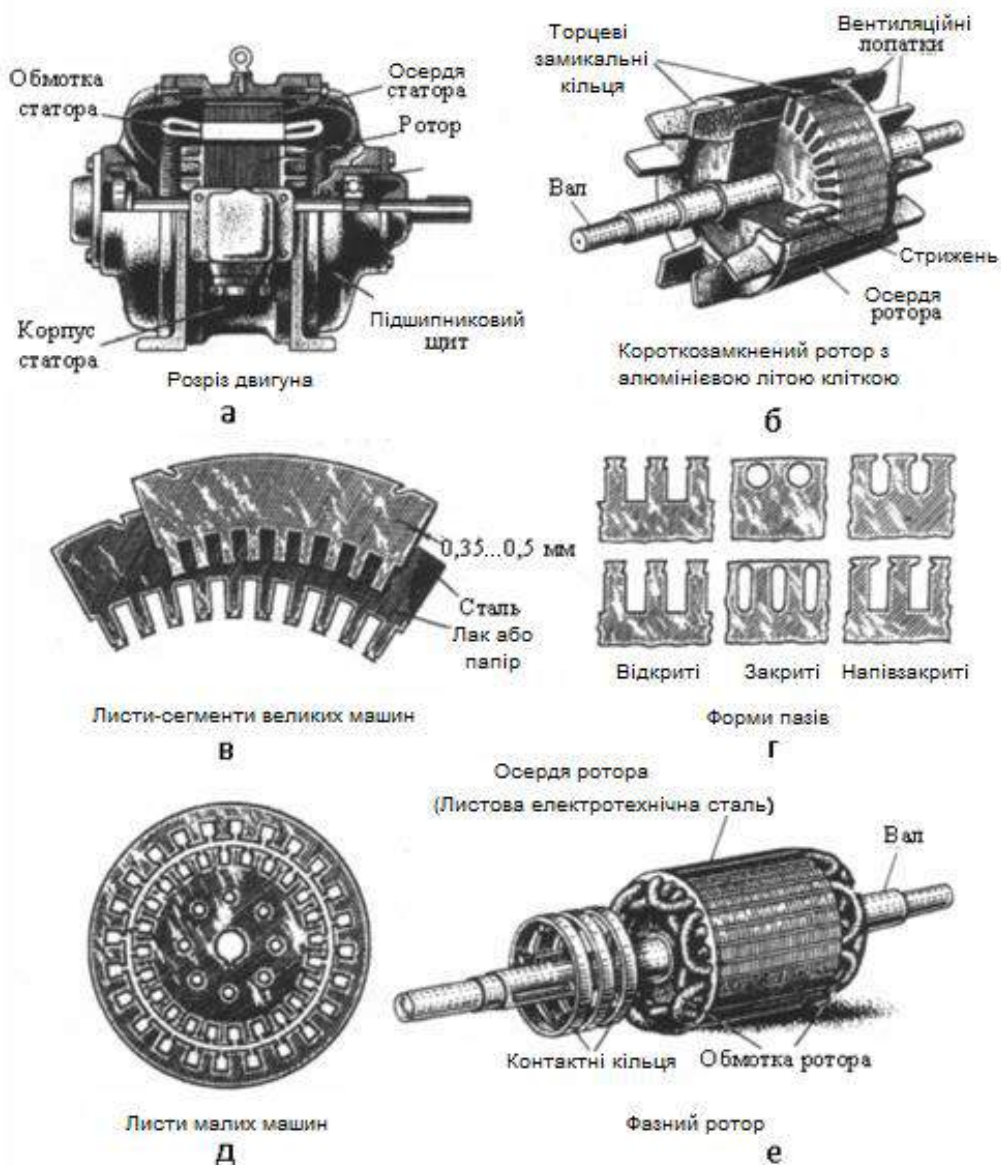


Рис. 8.3. Конструкція асинхронного двигуна

8.3.2. Обертове магнітне поле

Під час роботи машини в її магнітопроводі й біля бічних частин обмоток зі змінними струмами збуджується змінне магнітне поле. Якщо побудувати схему його ліній, то можна виявити, що більшість їх є зчепленою як з провідниками обмотки статора, так і зі стрижнями обмотки ротора. Частина поля, утвореного такими лініями, називають основним магнітним полем.

Інші магнітні лінії зчеплені з обмоткою або тільки статора, або тільки ротора. Ці частини поля, як і в трансформаторі, будемо називати відповідно полями розсіювання статора й ротора.

Обмотка статора під'єднується до трифазної мережі. АД є симетричним навантаженням. Отже, струми у фазах будуть зміщеними один відносно одного на третину періоду, а їх миттєві значення однаковими:

$$\begin{aligned}i_A &= I_m \sin \omega t; \\i_B &= I_m \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right); \\i_C &= I_m \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right).\end{aligned}$$

Така система створює кругове обертове магнітне поле з частотою обертання Ω_1 і кількістю пар полюсів p .

Розглянемо обмотку статора, що складається з трьох котушок, осі яких є зміщеними в просторі на 120° і їх з'єднано за схемою «зірка» (рис. 8.4).

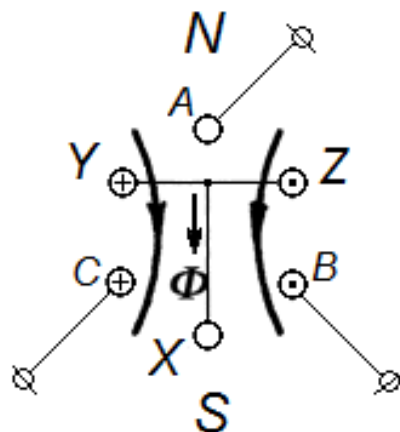


Рис. 8.4. Пояснення створення обертового магнітного поля в початковий момент часу

У момент часу $t = 0$ струми у витках котушок AX , BY , CZ відповідно є такими

$$\begin{aligned}i_A &= 0; \\i_B &= I_m \sin \left(-\frac{2\pi}{3} \right) < 0; \\i_C &= I_m \sin \left(-\frac{4\pi}{3} \right) > 0.\end{aligned}$$

Візьмемо, що позитивні струми входять у початок фази, а негативні – виходять. На рис. 8.4 їх позначено відповідно «+» і «-».

Застосовуючи правило правоходового гвинта, визначаємо напрямок магнітних силових ліній, тобто магнітного потоку Φ . Така система створює одну пару полюсів ($N-S$), тобто $p = 1$.

Обчислимо значення, яких набудуть струми котушок через час $t = \frac{T}{2}$, де T – період синусоїдального струму:

$$\begin{aligned} i_A &= 0; \\ i_B &= I_m \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) > 0; \\ i_C &= I_m \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) < 0; \end{aligned}$$

Таким чином, за $t = \frac{T}{2}$ вектор Φ зробить половину оберта, а за $t = T$ – один оберт (рис. 8.5).

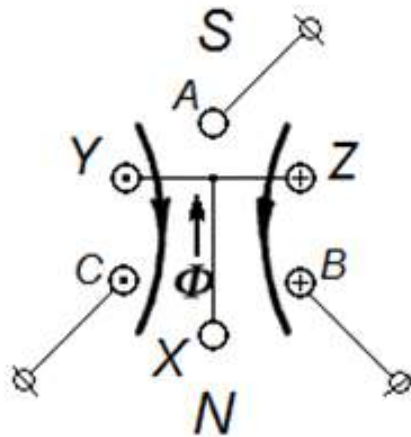


Рис. 8.5. Пояснення створення обертового магнітного поля за півперіод

Частота обертання двополюсного поля як величина, обернена до періоду обертання T і виражена кількістю обертів за секунду, чисельно дорівнює частоті f_1 струмів в обмотці статора.

Вона дорівнює

$$\Omega_1 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f_1 = \omega_1 \left[\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right].$$

Швидкість обертання зазвичай виражають кількістю обертів за хвилину. Для двополюсного поля

$$n_1 = 60 f_1 \left[\frac{\text{об}}{\text{хв}} \right].$$

Струми в трифазній обмотці можуть збуджувати не тільки двополюсне, але й багатопольсне обертове магнітне поле. Для цього кількість котушок збільшують у стільки разів, скільки необхідно пар полюсів магнітного поля, а розміри котушок зменшують у стільки ж разів. При цьому, наприклад, для створення поля з двома парами полюсів ($p = 2$) до кожної фази обмотки статора під'єднують по дві котушки, а їх кутові розміри (порівняно з котушками двополюсної обмотки) зменшують у два рази, тобто сторони витків укладають у пази, розташовані під кутом $180^\circ/2 = 90^\circ$, а вісі котушок різних фаз розташовують під кутами $120^\circ/2 = 60^\circ$.

Швидкість обертання магнітного поля, яке утворюють дві пари полюсів, буде в два рази меншою, ніж швидкість обертання двополюсного поля, тому що за один період змінення струмів полюси повертаються на 180° .

Тому кутову швидкість обертання багатопольсного магнітного поля відносно обмотки статора, яка має назву **синхронної швидкості**, можна виразити формулою

$$n_1 = \frac{60f_1}{p} \quad (8.9)$$

Відповідно частота обертання багатопольсного поля

$$\Omega_1 = \frac{2\pi f_1}{p}. \quad (8.10)$$

8.3.3. Режими роботи трифазної асинхронної машини

Відповідно до принципу оборотності електричних машин (див. підрозд. 8.2) асинхронні машини можуть працювати як двигун і як генератор. Крім того, можливим є режим електромагнітного гальмування противвімкненням (рис. 8.6).

Генераторний режим. Якщо обмотку статора увімкнути в мережу, а ротор асинхронної машини з допомогою приводного двигуна ПД (двигун внутрішнього згоряння, турбіна і т. ін.), що є джерелом механічної енергії, обертати в напрямку обертання магнітного поля статора з частотою $n_2 > n_1$, то напрямок руху ротора відносно поля статора зміниться на протилежний (порівняно з двигуновим режимом роботи машини), оскільки ротор буде обганяти поле статора. При цьому ковзання стане негативним, а ЕРС, наведена в обмотці ротора, змінить свій напрямок.

Електромагнітний момент на роторі M також змінить свій напрямок, тобто буде спрямованим зустрічно обертання магнітного поля статора і стане гальмівним відносно обертального моменту приводного двигуна M_1 (рис. 8.7, а). У цьому випадку механічну потужність приводного двигуна в основній своїй частині буде перетворено на електричну активну потуж-

ність P_2 змінного струму. Особливість роботи асинхронного генератора полягає в тому, що обертове магнітне поле в ньому створюється реактивною потужністю Q трифазної мережі, до якої під'єднано генератор, при цьому генератор віддає вироблену активну потужність P_2 . Отже, для роботи асинхронного генератора необхідне джерело змінного струму, при під'єднанні до якого відбувається збудження генератора, тобто в ньому збуджується обертове магнітне поле.

Ковзання асинхронної машини в генераторному режимі може змінюватися в діапазоні $-\infty < S < 0$, тобто воно може набувати будь-яких негативних значень.

Режим двигуна. Відповідно до закону електромагнітної індукції кругове обертове магнітне поле індукує в провідниках обмотки ротора ЕРС взаємної індукції. Коло обмотки ротора є замкненим. Отже, на провідники зі струмом обмотки ротора, що знаходяться в магнітному полі, діють сили, які створюють електромагнітний момент. Згідно з правилом Ленца (ЕРС викликає струми, спрямовані таким чином, щоб перешкодити зміненню магнітного потоку, тобто усунути причини їх виникнення) ротор починає обертатися в напрямку обертання магнітного поля зі швидкістю $\Omega_2 < \Omega_1$. Якщо вал асинхронного двигуна механічно з'єднати з валом будь-якого виконавчого механізму (верстата, підйомного крана і та ін.), то крутильний момент двигуна M , подолавши протидійний (навантажувальний) момент $M_{\text{навант}}$ виконавчого механізму, надасть механізму обертання. Отже, електрична потужність P_1 , що надходить у двигун з мережі, в основній своїй частині перетворюється на механічну потужність P_2 і передається виконавчому механізму (рис. 8.6, б).

Ротор відносно магнітного поля обертається несинхронно, що характеризується **КОВЗАННЯМ**

$$S = \frac{\Omega_1 - \Omega_2}{\Omega_1}; \quad 0 < S \leq 1.$$

Тоді частота обертання ротора

$$\Omega_2 = \Omega_1(1 - S) = \frac{2\pi f_1}{p}(1 - S) = \frac{\omega_1}{p}(1 - S).$$

Цілком очевидно, що зі збільшенням моменту навантаження на валу асинхронного двигуна швидкість обертання ротора n_2 зменшується. Отже, ковзання асинхронного двигуна залежить від механічного навантаження на валу двигуна і може змінюватися в діапазоні $0 < S \leq 1$.

При ввімкненні асинхронного двигуна в мережу в початковий момент часу ротор під впливом сил інерції є нерухомим ($n_2 = 0$). При цьому ковзання $S = 1$.

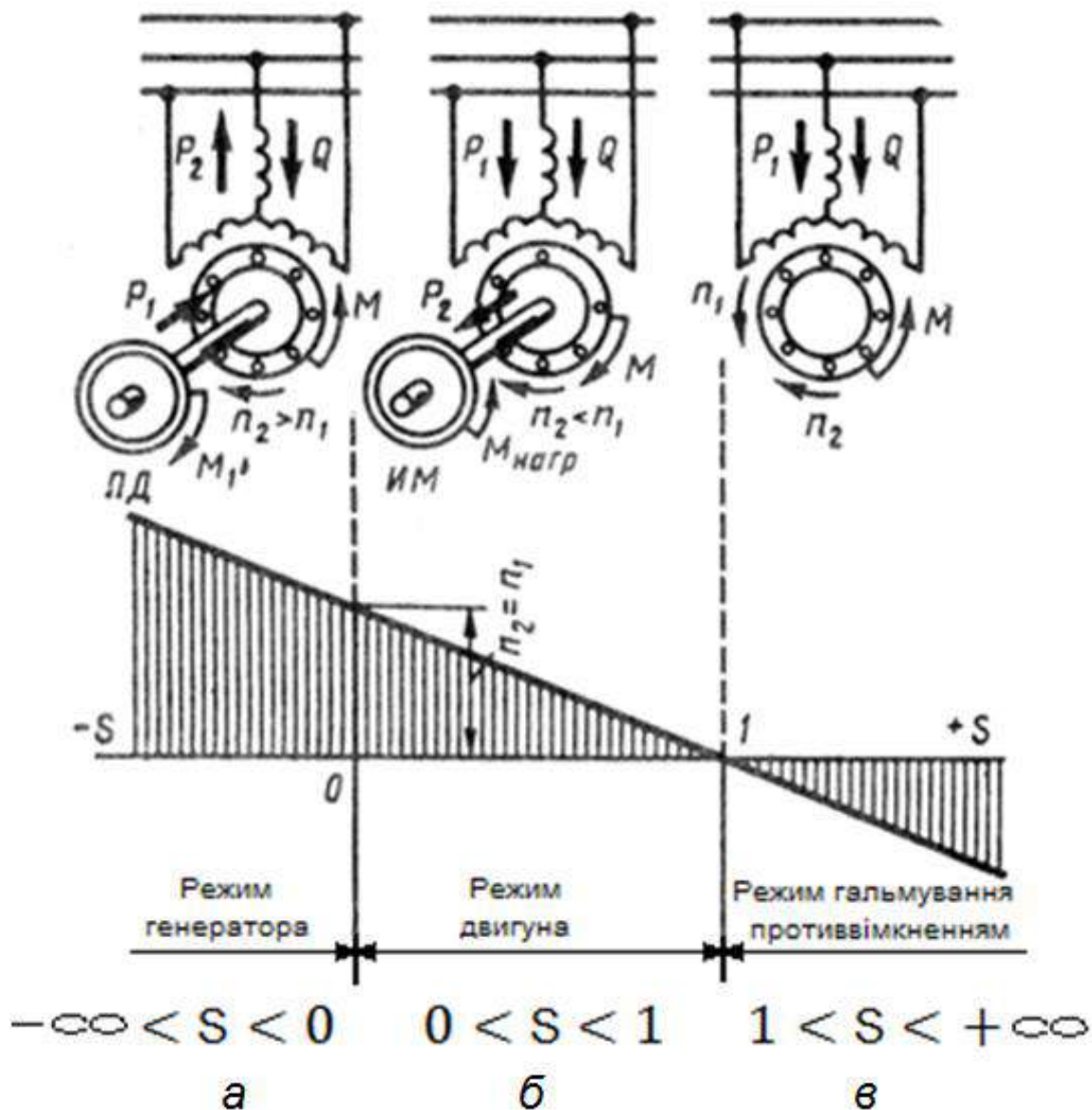


Рис. 8.6. Режимы работы асинхронной машины

У режимі роботи двигуна без навантаження на валу (**режим холостого ходу**) ротор обертається з частотою лише трохи меншою від синхронної частоти обертання n_1 і ковзання досить мало відрізняється від нуля ($S \approx 0$). Ковзання, яке відповідає номінальному навантаженню двигуна, називають номінальним ковзанням $S_{ном}$. Для асинхронних двигунів загального призначення $S_{ном} = 1 \dots 8 \%$, при цьому для двигунів великої потужності $S_{ном} = 1 \%$, а для двигунів малої потужності $S_{ном} = 8 \%$.

Режим гальмування противвімкненням. Якщо у працюючого трифазного асинхронного двигуна поміняти місцями будь-яку пару

підєднувальних проводів до статора з мережі, то обертове поле статора змінить напрямок обертання на протилежний. При цьому ротор асинхронної машини під дією сил інерції буде продовжувати обертатися в попередньому напрямку. Іншими словами, ротор і поле статора асинхронної машини будуть обертатися в протилежних напрямках. У цих умовах електромагнітний момент машини, спрямований у напрямку обертання поля статора, буде надавати ротору гальмівної дії (рис. 8.7, в). Цей режим роботи асинхронної машини називають електромагнітним гальмуванням противімкненням. Активна потужність, яка надходить з мережі до машини при цьому режимі, частково витрачається на компенсацію механічної потужності ротора, тобто на його гальмування.

У режимі електромагнітного гальмування частота обертання ротора є негативною, а тому ковзання набуває позитивних значень більше одиниці:

$$S = [n_1 - (-n_2)]/n_1 = (n_1 + n_2)/n_1 > 1. \quad (8.11)$$

Ковзання асинхронної машини в режимі гальмування противімкненням може змінюватися в діапазоні $1 < S < +\infty$, тобто набувати будь-яких позитивних значень, більших за одиницю.

Узагальнюючи викладене про режими роботи асинхронної машини, можна зробити висновок: характерною особливістю роботи асинхронної машини є неоднаковість частот обертання магнітного поля статора n_1 і ротора n_2 , тобто наявність ковзання, оскільки тільки в цьому випадку обертове магнітне поле наводить в обмотці ротора ЕРС і на роторі виникає електромагнітний момент. При цьому кожному режиму роботи асинхронної машини відповідає певний діапазон змін ковзання, а отже, і частоти обертання ротора.

Запитання для самоперевірки

1. Що таке електричні машини? Назвіть їх основні типи.
2. Наведіть загальне компонування електричної машини та назвіть її основні складові.
3. Наведіть приклади конструкції основних елементів, з яких складаються обмотки й магнітопровід електричних машин.
4. Яким чином створюється магнітне поле в електричних машинах?
5. Назвіть умови, які сприяють створенню обертового магнітного поля електричної машини трифазною обмоткою.
6. Чим визначається частота обертання магнітного поля, створеного трифазною обмоткою?
7. Назвіть режими роботи трифазної асинхронної машини.

Лекція 10

Тема 8. Асинхронні машини. Конструкція, принцип дії. Пуск, регулювання частоти обертання (продовження)

8.4. Вплив ковзання на величину і фазу струму обмотки ротора

Статор АД під'єднується до мережі з напругою U_1 і частотою f_1 .

Створений магнітний потік Φ_m замикається в магнітному колі: осердя статора – повітряний зазор – осердя ротора й індукує у фазах обмотки статора ЕРС самоіндукції E_1 , діюче значення якої обчислюється за формулою

$$E_1 = 4,44f_1 w_1 \Phi_m k_{об1}, \quad (8.12)$$

де w_1 – кількість витків фази обмотки статора;

Φ_m – амплітуда магнітного потоку;

$k_{об1}$ – коефіцієнт обмотки статора.

Магнітний потік розсіювання Φ_{p1} індукує у фазі обмотки статора ЕРС розсіювання

$$\dot{E}_{p1} = -j\omega_1 L_1 \dot{I}_1. \quad (8.13)$$

Згідно з другим законом Кірхгофа напишемо:

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + \dot{I}_1(R_1 + jx_1). \quad (8.14)$$

У цьому виразі \dot{I}_1 – комплекс діючого значення струму фази статора; R_1 – активний опір фази обмотки статора.

Якщо ротор є нерухомим, то в його обмотці індукується ЕРС взаємної індукції $\dot{E}_{2\text{нер}}$, діюче значення якої визначається за формулою

$$\dot{E}_{2\text{нер}} = 4,44f_1 w_2 \Phi_m k_{об2}, \quad (8.15)$$

де w_2 – кількість витків фази обмотки ротора;

$k_{об2}$ – коефіцієнт обмотки фази ротора.

Зі збільшенням частоти обертання ротора Ω_2 зменшується його частота відносно частоти магнітного поля Ω_1 , тобто ротор доганяє обертове магнітне поле і їх відносна частота $\Delta\Omega = \Omega_1 - \Omega_2$ зменшується, що викликає змінення частоти, яка індукується в його обмотці ЕРС.

Щоб визначити цю частоту, скористаємося виразом (8.9) для визначення частоти обертання поля. Отже, частота ЕРС, що індукується в обмотці ротора (попередньо помножимо і розділимо на Ω_{11} і підставимо замість $\Omega_1 = \frac{2\pi f_1}{p}$),

$$f_2 = \frac{p(\Omega_1 - \Omega_2)}{2\pi} = \frac{p\Omega_1}{2\pi} \frac{\Omega_1 - \Omega_2}{\Omega_1} = f_1 S, \quad (8.16)$$

де $\Delta\Omega = \Omega_1 - \Omega_2$ – відносна частота обертання ротора.

Тоді ЕРС фази обмотки обертового ротора розрахуємо за формулою

$$E_2 = 4,44 f_2 w_2 \Phi_{mk_{об_2}} = 4,44 f_1 w_2 \Phi_{mk_{об_2}} S = E_{2_{неп}} S. \quad (8.17)$$

Коло фази обмотки ротора є замкненим. Отже, магнітний потік розсіяння Φ_{p_2} , створений обмоткою ротора, індукує в ній ЕРС розсіяння

$$\dot{E}_{p_2} = -j\omega_2 L_{2_{роз}} \dot{I}_2,$$

Оскільки $\omega_2 = 2\pi f_2$, а $f_2 = f_1 S$,

$$\dot{E}_{p_2} = -j\omega_1 L_{2_{роз}} \dot{I}_2 S = -jx_{2_{неп}} \dot{I}_2 S,$$

де $x_{2_{неп}}$ – індуктивний опір розсіяння обмотки нерухомого ротора.

Фаза обмотки ротора характеризується активним опором R_2 . Тоді згідно з **другим** законом Кірхгофа рівняння електричної рівноваги роторного кола в комплексній формі має вигляд

$$\dot{E}_2 = \dot{I}_2 (R_2 + jx_2).$$

Отже, ураховуючи, що $x_2 = x_{2_{неп}} S$, і використовуючи закон Ома, можна знайти струм у фазній обмотці ротора асинхронного двигуна

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{E}_2}{R_2 + jx_2} = \frac{\dot{E}_2}{R_2 + jx_{2_{неп}} S} = \frac{\dot{E}_2}{S(\frac{R_2}{S} + jx_{2_{неп}})} = \frac{\dot{E}_{2_{неп}}}{\frac{R_2}{S} + jx_{2_{неп}}}. \quad (8.18)$$

Діюче значення струму

$$I_2 = \frac{E_{2_{неп}}}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{S}\right)^2 + x_{2_{неп}}^2}}. \quad (8.19)$$

Таким чином, струм ротора асинхронного двигуна має пряму залежність від ковзання і буде найбільшим у момент пуску, коли $E_2 = -E_{2\text{неп}} \rightarrow \text{max}$, $\Omega_2 = 0$, $S = 1$

$$I_{2\text{пуск}} = I_{2\text{max}} = \frac{E_{2\text{неп}}}{\sqrt{R^2 + X_{2\text{неп}}^2}}$$

Зі збільшенням Ω_2 струм I_2 зменшується, і при номінальній частоті $\Omega_2 = \Omega_{2\text{ном}}$ параметри двигуна стають також номінальними:

$$S_{\text{ном}}, P_{\text{ном}}, \cos\varphi_{\text{ном}}, \eta_{\text{ном}} \quad \text{при } U_{1\text{н}} \pm \Delta U \text{ и } f \pm \Delta f$$

Кут між E_2 і I_2 в теорії електричних машин позначається ψ_2 :

$$\psi_2 = \text{arctg} \frac{x_{2\text{неп}} S}{R_2},$$

і

$$\cos \psi_2 = \frac{R_2/S}{\sqrt{(R_2/S)^2 + X_{2\text{н}}^2}} \quad (8.20)$$

8.5. Електромагнітна потужність та електромагнітний момент трифазного асинхронного двигуна

8.5.1. Енергетична діаграма асинхронного двигуна

Електрична потужність, яка підводиться з мережі до статора двигуна

$$P_1 = \sqrt{3} U_1 I_1 \cos\varphi_1,$$

де U_1 , I_1 – діючі лінійні значення напруги й струму.

Невелика частина її витрачається на нагрів проводів обмотки статора

$$P_{\text{об}_1} = 3I_1^2 R_1$$

та гістерезисне перемагнічування й вихрові струми в магнітопроводі, тобто магнітні втрати в сталі статора $P_{\text{ст}_1}$.

Електромагнітна потужність, що передається обертовим магнітним полем через зазор на ротор,

$$P_{\text{ем}} = P_1 - (P_{\text{об}_1} + P_{\text{ст}_1}).$$

Частота ЕРС f_2 , що індукується в роторі, є малою (1–3 Гц), тому втратами в сталі осердя ротора можна знехтувати. Втрати в обмотці ротора є тільки електричними

$$P_{об2} = I_2^2 R_2. \quad (8.21)$$

Отже, повна механічна потужність на валу двигуна

$$P_{Пмех} = P_{ем} - P_{об2}. \quad (8.22)$$

Корисна потужність, що віддається двигуном, є меншою за повну механічну потужність на величину механічних і додаткових втрат, тобто

$$P_2 = P_{Пмех} - P_{мх} - P_d. \quad (8.23)$$

Додаткові втрати зумовлені зубчастістю статора й ротора.

Наочно енергетичний баланс асинхронного двигуна ілюструється енергетичною діаграмою (рис. 8.7).

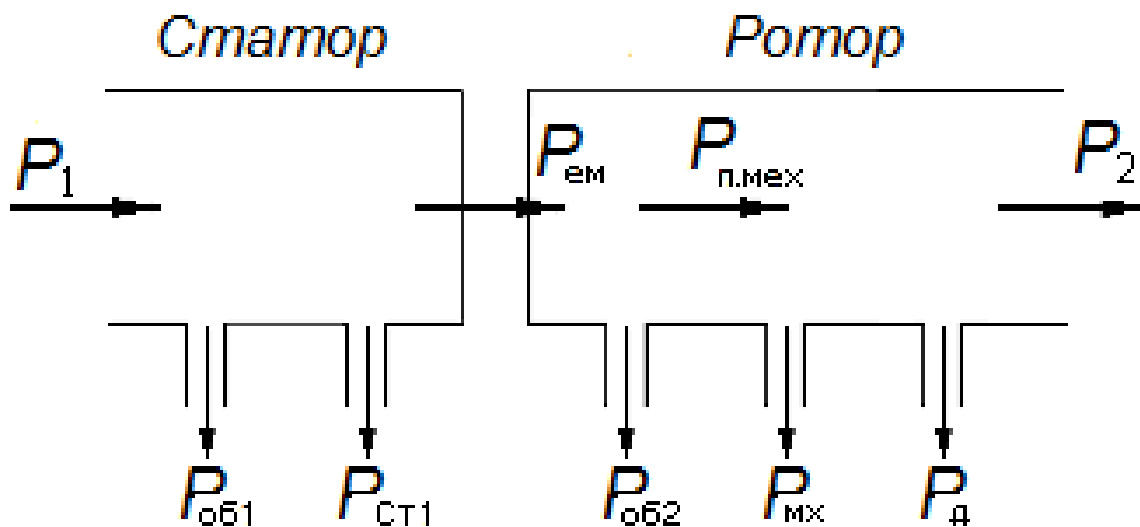


Рис. 8.7. Енергетична діаграма асинхронного двигуна

Відношення корисної механічної потужності P_2 на валу ротора двигуна до активної потужності P_1 споживання електричної енергії з мережі визначає ККД асинхронного двигуна

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}.$$

8.5.2. Обертальний момент асинхронного двигуна

Момент на валу ротора двигуна можна визначити так:

$$M_2 = \frac{P_2}{\Omega_2} \quad (8.24)$$

де Ω_2 – кутова частота ротора;

P_2 – корисна механічна потужність на валу ротора двигуна.

Електромагнітний момент, що розвивається на валу ротора двигуна при $\Omega_2 = \text{const}$, урівноважується гальмівним моментом при холостому ході M_0 і корисним гальмівним моментом M_2 .

Таким чином,

$$M_{\text{ем}} = M_0 + M_2. \quad (8.25)$$

Виходячи з енергетичної діаграми асинхронного двигуна, M_0 визначається такими втратами потужності, як $P_{\text{мх}}$ і $P_{\text{д}}$, а отже,

$$M_0 = \frac{P_{\text{мх}} + P_{\text{д}}}{\Omega_2}.$$

Розглянемо **два напрямки** визначення електромагнітного моменту.

1. Електромагнітний момент $M_{\text{ем}}$ утворюється внаслідок взаємодії обертового магнітного поля $\Phi_{\text{м}}$, яке створюється статором, і струмом I_2 у роторі. Магнітний потік обертається з частотою

$$\Omega_1 = \frac{2\pi f_1}{p}. \quad (8.26)$$

Отже,

$$M_{\text{ем}} = \frac{P_{\text{ем}}}{\Omega_1}. \quad (8.27)$$

2. Повна механічна потужність, що відповідає електромагнітному моменту і розвивається на роторі двигуна,

$$P_{\text{Пмех}} = M_{\text{ем}} \Omega_2,$$

звідки

$$M_{\text{ем}} = M_0 + M_2 = \frac{P_{\text{мх}} + P_{\text{д}}}{\Omega_2} + \frac{P_2}{\Omega_2} = \frac{P_{\text{Пмех}}}{\Omega_2} = \frac{P_{\text{Пмех}}}{\Omega_1(1-S)}. \quad (8.28)$$

Прирівнявши (8.27) і (8.28), отримаємо таке співвідношення:

$$P_{\text{Пмех}} = P_{\text{ем}}(1 - S), \quad (8.29)$$

Підставивши (8.29) у (8.22), отримаємо вираз для електромагнітної потужності у вигляді

$$P_{\text{ем}} = P_{\text{ем}}(1 - S) + P_{\text{об}_2} = P_{\text{ем}} - P_{\text{ем}}S + P_{\text{об}_2},$$

тобто

$$P_{\text{ем}} - P_{\text{об}_2} = P_{\text{ем}} - P_{\text{ем}}S,$$

отже,

$$P_{\text{об}_2} = P_{\text{ем}}S,$$

а

$$P_{\text{ем}} = \frac{P_{\text{об}_2}}{S}. \quad (8.30)$$

Підставивши (8.30) у (8.27), отримаємо вираз для електромагнітного моменту:

$$M_{\text{ем}} = \frac{P_{\text{ем}}}{\Omega_1} = \frac{P_{\text{об}_2}}{S\Omega_1}. \quad (8.31)$$

Втрати в обмотці ротора можна знайти, використовуючи канонічний запис для активної потужності

$$P_{\text{об}_2} = m_2 I_2^2 R_2 = m E_2 I_2 \cos \psi_2 \quad (8.32)$$

де m_2 – кількість фаз роторної обмотки (для фазного ротора $m_2 = 3$, а для короткозамкненого – m_2 дорівнює кількості стрижнів білячого колеса).

Підставивши вираз для діючого значення струму з (8.19) у (8.31), отримаємо

$$P_{об2} = \frac{m_2 E_{2\text{нep}}^2 R_2}{\left[\left(\frac{R_2}{S}\right)^2 + x_{2\text{нep}}^2\right]} \quad (8.33)$$

Вираз (8.33) підставимо в (8.31) і, враховуючи (8.26), отримаємо формулу для електромагнітного моменту, який розвиває асинхронний двигун:

$$M_{ем} = f(S) = \frac{p m_2 E_{2\text{нep}}^2 \frac{R_2}{S}}{2\pi f_1 \left[\left(\frac{R_2}{S}\right)^2 + x_{2\text{нep}}^2\right]} \quad (8.34)$$

8.6. Механічна характеристика асинхронного двигуна

Вираз (8.33) є рівнянням механічної характеристики. Проаналізуємо цю функцію. Момент прямує до нуля при $S \rightarrow 0$ і $S \rightarrow \infty$, тобто функція має екстремум. Візьмемо від $M_{ем} = f(S)$ похідну за S і прирівняємо її до нуля:

$$\frac{dM_{ем}}{dS} = 0.$$

Щоб похідна $\frac{dM_{ем}}{dS} = 0$ перетворилася на нуль, має перетворитися на нуль і множник чисельника:

$$\frac{dM_{ем}}{dS} = \frac{p m_2 E_{2\text{нep}}^2 \frac{R_2}{S^2} \left(\frac{R_2^2}{S^2} - x_{2\text{нep}}^2\right)}{2\pi f_1 \left[\left(\frac{R_2}{S}\right)^2 + x_{2\text{нep}}^2\right]} = 0,$$

тобто при виконанні умови

$$\frac{R_2^2}{S_{кр}^2} - x_{2\text{нep}}^2 = 0$$

критичне ковзання

$$S_{кр} = \frac{R_2}{x_{2\text{нep}}}.$$

Побудуємо залежність $M_{ем} = f(S)$ (рис. 8.8).

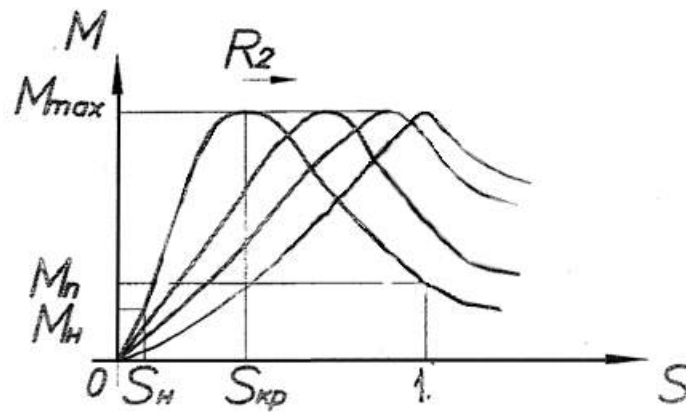


Рис. 8.8. Механічні характеристики АД

Аналіз механічної характеристики:

1) під час пуску АД $S = 1$ і $\Omega_2 = 0$, а електромагнітний момент

$$M/S=1 = M_{\text{пуск}} = \frac{p m_2 E_{2\text{нep}}^2 R_2}{2\pi f_1 [R_2^2 + x_{2\text{нep}}^2]};$$

2) зі збільшенням активного опору фази обмотки ротора R_2 пусковий момент збільшується;

3) при $1 < S < S_{\text{кр}}$ двигун розганяється, що відповідає нестійкому режиму роботи;

4) при $S = S_{\text{кр}}$ момент

$$M/S=S_{\text{кр}} = M_{\text{max}} = \frac{p m_2 E_{2\text{нep}}^2}{2\pi f_1 x_{2\text{нep}}^2};$$

5) максимальний момент не залежить від активного опору фази обмотки ротора і при $x_{2\text{нep}}^2 = R_2 \rightarrow M_{\text{max}} = M_{\text{пуск}}$.

6) при $0 < S < S_{\text{кр}}$ асинхронний двигун переходить у сталий режим роботи і при $S = S_n \rightarrow M = M_n$ набуває номінальних параметрів.

У каталозі АД кратність пускового моменту

$$k_{\text{П}} = \frac{M_{\text{пуск}}}{M_n},$$

а коефіцієнт перевантажувальної здатності

$$k_{\text{М}} = \frac{M_{\text{max}}}{M_n}.$$

При розв'язанні задачі про рух електроприводу значення моменту можна встановити за каталожними даними, використовуючи наближену залежність

$$M \approx \frac{2M_{\max}}{\frac{S}{S_{\text{кр}}} + \frac{S_{\text{кр}}}{S}}$$

8.7. Пуск у рух асинхронного трифазного двигуна

Основним питанням пуску є величина пускового моменту й величина пускового струму. Щоб ротор АД під час пуску міг почати обертання, пусковий момент, який розвиває двигун, має бути більшим за момент опору на валу, створюваного привідним механізмом.

З іншого боку, величина пускового струму для певної мережі не повинна перевищувати певних меж, що залежать від потужності мережі. У випадку, коли двигуни мають велику потужність, а мережа є слабкою, необхідно зменшувати величину пускового струму.

У короткозамкнених АД зменшення пускового струму можна досягти шляхом зменшення напруги на затискачах двигуна під час пуску, однак при цьому пропорційно до квадрата напруги зменшується пусковий момент.

У випадках, коли АД може не розвивати достатнього пускового моменту, навіть при прямому пуску можна застосовувати АД з фазним ротором або короткозамкненим ротором спеціального призначення – двоклітинний або глибокопазний [3].

8.7.1. Пряме під'єднання до мережі

Цей метод є переважним у зв'язку з тим, що електричні системи мають достатню потужність ($\frac{I_{\text{п}}}{I_{\text{н}}} \leq 6$).

Якщо АД з короткозамкненим ротором під'єднується до мережі, то пуск у рух АД впливає на її напругу, а отже, і на режим роботи споживачів, під'єднаних до цієї мережі:

$$\dot{U}_{\text{м}} = \dot{U}_{\text{дж}} - \dot{I}_{1\text{п}} z_{\text{с}},$$

де $\dot{U}_{\text{м}}$ – напруга мережі;

$\dot{U}_{\text{дж}}$ – напруга джерела;

$\dot{I}_{1\text{п}}$ – пусковий струм фази обмотки статора;

$z_{\text{с}}$ – опір мережі.

У цьому випадку застосовуються такі методи пуску:

1. Пуск у рух АД з фазним ротором. Пусковий струм можна зменшити шляхом під'єднання до кола ротора додаткового активного опору, що зменшує величину пускового струму:

$$I_{2\text{пуск}} = \frac{E_{2\text{нер}}}{\sqrt{(R_2 + R_{\text{дод}})^2 + x_{2\text{нер}}^2}},$$

а кут ψ_2 зменшується:

$$\psi_2 = \arctg \frac{x_{2\text{нер}} S}{R_2 + R_{\text{дод}}}.$$

Тому навіть зі зменшенням $I_{2\text{пуск}}$ обертальний момент збільшується.

2. Послідовно до кіл фаз обмотки статора під'єднуються котушки індуктивності (реактори).

3. Пуск у рух з допомогою автотрансформатора.

Цей метод можна застосовувати в тому випадку, коли момент опору на валу двигуна є невеликим.

4. Пуск у рух з допомогою перемикачання обмоток за схемою «зірка» – «трикутник».

Схему пуску зображено на рис. 8.9. Якщо перемикач 2 знаходиться в положенні «Пуск», то обмотку статора з'єднано зіркою, якщо в положенні «Робота», то – трикутником.

Пуск у рух проводимо таким чином. Ставимо перемикач 2 в положення «Пуск» і замикаємо рубильник 1. Коли двигун набуде постійної швидкості, необхідно швидко перевести перемикач 2 в положення «Робота». На цьому закінчується пускова операція.

Нехай U_M – лінійна напруга мережі; U_Y , U_Δ – фазні напруги при під'єднанні обмотки статора за схемою «зірка» або «трикутник»; $I_{\text{пл}Y}$, $I_{\text{пл}\Delta}$, $I_{\text{пф}Y}$, $I_{\text{пф}\Delta}$ – лінійні пускові струми і струми у фазах обмотки статора при її з'єднанні зіркою і трикутником Z_k – опір короткого замикання однієї фази.

Тоді

$$I_{\text{пф}Y} = I_{\text{пл}Y} = \frac{U_Y}{Z_k} = \frac{U_M}{\sqrt{3}Z_k}. \quad (8.35)$$

Якби ми ввімкнули двигун на мережу при з'єднанні обмоток **трикутником**, то отримали б

$$I_{\text{пф}\Delta} = \frac{U_\Delta}{Z_k} = \frac{U_M}{Z_k}$$

та

$$I_{\text{пл}\Delta} = \sqrt{3}I_{\text{пф}\Delta} = \frac{\sqrt{3}U_{\text{м}}}{z_{\text{к}}} \quad (8.36)$$

Зіставляючи (8.35) і (8.36), бачимо, що

$$\frac{I_{\text{пл}\gamma}}{I_{\text{пл}\Delta}} = \frac{1}{3}$$

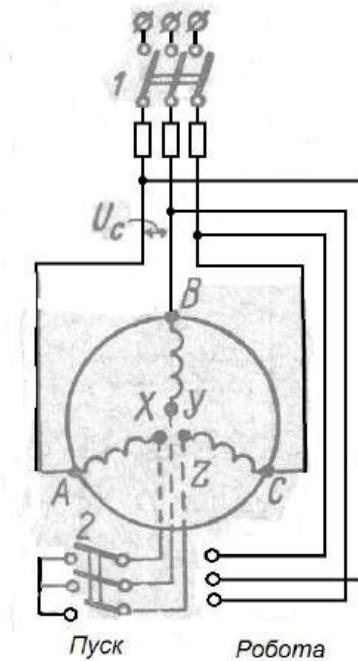


Рис. 8.9. Схема пуску короткозамкненого двигуна з перемиканням «зірка» – «трикутник»

Таким чином, пусковий струм у мережі при з'єднанні обмотки статора **зіркою** є в **три рази меншим**, ніж при з'єднанні **трикутником**, але при цьому пусковий момент зменшується в три рази:

$$M_{\text{п}\gamma} \sim U_{\gamma}^2 = \frac{U_{\text{м}}^2}{3}$$

8.8. Регулювання швидкості обертання асинхронного двигуна

Для того, щоб відповісти на запитання, які існують методи регулювання швидкості або частоти обертання АД, необхідно знати формулу, за якою розраховується частота обертання АД:

$$\Omega_2 = \frac{2\pi f_1}{p} (1 - S).$$

З аналізу цієї залежності випливають три методи регулювання Ω_2 .

1. *Частотний*. Плавне регулювання швидкості обертання АД можна здійснювати зміненням частоти мережі живлення, для чого застосовують статичні перетворювачі частоти. Слід мати на увазі, що при частотному регулюванні необхідно підтримувати незмінним M_{max} . Для виконання умови $M_{max} = const$ одночасно зі зміненням частоти необхідно змінювати напругу U_1 , яка підводиться до АД, за законом $U_1/f = const$, що виконують статичні перетворювачі частоти.

2. *Змінення кількості пар полюсів*. Цей метод дає змогу отримати лише поетапне регулювання синхронної швидкості обертання, а отже, і швидкості обертання ротора. Змінення пар полюсів досягається перемиканням котушкових груп фаз обмотки статора.

3. *Змінення ковзання*. В АД з фазним ротором регулюється швидкість обертання зміненням опору R_p регульовального реостата, увімкненого в коло обмотки ротора. Зі збільшенням R_p збільшуються втрати потужності, а отже, зменшується ККД.

Асинхронні двигуни оцінюють за пусковою, робочою й регульовальною характеристиками. Під робочими характеристиками АД розуміють залежності I_1 , $\cos\varphi_1$, η від P_2 при U_{1H} і $f_{ном}$ (рис. 8.10).

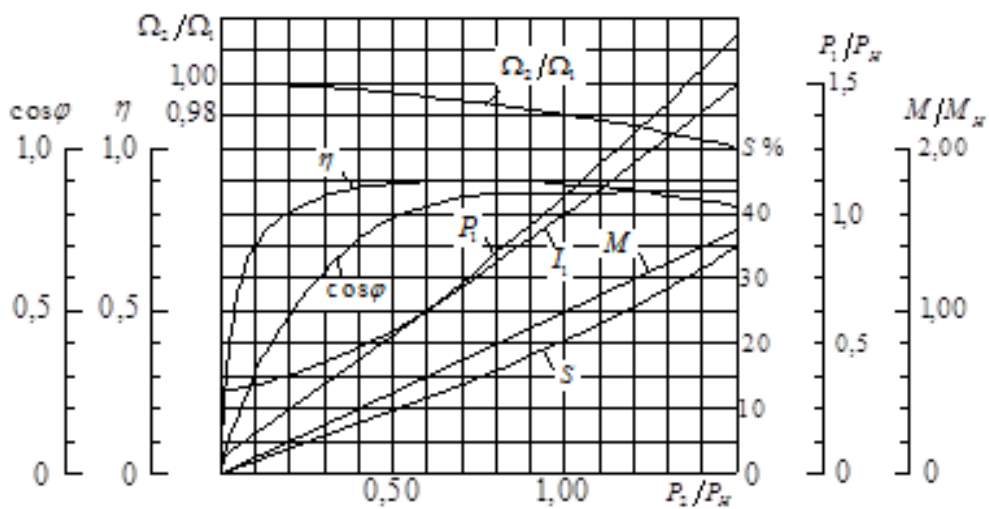


Рис. 8.10. Робочі характеристики АД

Реверсування

Для реверсування АД треба змінювати напрямок магнітного поля. Це досягається перемиканням будь-яких двох фаз із трьох, під'єднаних до обмотки статора.

Гальмування

В АД можливі такі гальмівні режими роботи:

1. Генераторне гальмування з рекуперацією енергії. Це можливо, коли під дією зовнішньої сили Ω_2 стане більшим за Ω_1 тобто $0 \geq S \geq -\infty$.
2. Режим електромагнітного гальмування, коли під дією зовнішньої сили ротор обертається проти обертання магнітного поля ($1 \leq S \leq +\infty$). Цей режим можна здійснити, виконавши реверсування двигуна.
3. Динамічне – гальмування, при якому обмотка статора АД під'єднується до джерела постійного струму або до мережі через випрямний пристрій.

Гальмування АД можна здійснювати також з допомогою електромагнітних муфт зчеплення або гальм з електромагнітним керуванням.

Запитання для самоперевірки

1. Як визначаються струм та ЕРС короткозамкненої обмотки?
2. Коли в обмотці ротора проходить максимальний струм?
3. Наведіть рівняння кіл ротора й статора.
4. Які втрати потужності є в асинхронному двигуні?
5. Що таке електромагнітний момент? Наведіть формулу для обчислення електромагнітного моменту.
6. Що таке механічна характеристика? Побудуйте механічну характеристику.
7. Які є способи пуску асинхронного двигуна?
8. Що таке ротор з глибоким пазом?
9. Що таке ротор з подвійною білячою кліткою?
10. Як регулювати швидкість обертання ротора?
11. Наведіть три способи електричного гальмування.

Лекція 11

Тема 9. Синхронні машини. Конструкція, принцип дії і характеристики

Синхронні електричні машини за своєю будовою відрізняються від асинхронних машин лише конструкцією ротора, який може бути явнополюсним і неявнополюсним.

Відмінною властивістю синхронних машин (СМ) є рівність швидкостей обертання магнітного поля статора й ротора ($n_1 = n_2$), їх сталість при зміні навантаження, а також можливість регулювання коефіцієнта потужності, установлюючи таке його значення, при якому робота СМ стає найбільш економічною.

Синхронні машини широко використовують як генератори, двигуни й компенсатори змінного струму. Найчастіше застосовують трифазні **синхронні генератори (СГ)**, що перетворюють на електростанціях механічну енергію первинного двигуна на електричну (тобто парові або гідравлічні турбіни). Вони є основними джерелами електроенергії. СГ на ГЕС (гідрогенератори) виробляють – 640 тисяч кВт, СГ на ТЕС (турбогенератори) – 1,2 млн кВт. СГ малих потужностей застосовують на літаках, автобусах, автомобілях, тракторах, суднах.

Синхронні двигуни (СД) перетворюють електричну потужність на механічну, порівняно з асинхронними їх застосовують значно рідше, переважно в приводах з постійним режимом роботи: у потужних насосах, вентиляторах, компресорах тощо, а також в агрегатах, що перетворюють змінний струм на постійний.

Синхронні компенсатори – це пристрої, які призначено для роботи в режимі ненавантаженого двигуна. Застосовуються в енергосистемах для компенсації індуктивного зсуву фаз, де вони є генераторами реактивної потужності ємнісного характеру.

9.1. Конструкція синхронних машин

СМ складається зі статора й ротора.

Статор СМ майже не відрізняється від статора асинхронної машини з фазним ротором.

Оскільки по обмотці статора СМ проходить струм навантаження й індукується ЕРС взаємної індукції, статор ще називають якорем.

Ротор СМ складається з таких основних частин:

- вал;
- осердя;
- обмотка збудження (індукторна обмотка);
- два мідних кільця, ізольованих одне від одного й від вала, що використовуються для підведення до обмотки збудження постійного струму;

– вентилятор.

Оскільки на роторі знаходиться індукторна обмотка, то ротор ще називають індуктором.

Ротор є **явнополюсним**, якщо його полюси виступають в бік повітряного зазору між статором і ротором.

Неявнополюсний ротор являє собою циліндр, у пазах якого укладено обмотку збудження. Така конструкція ротора застосовується при великій швидкості обертання (понад 1500 об/хв).

Статор, або якір. Конструкція статора може бути горизонтального або вертикального розташування. У корпусі кріпиться осердя, набране з ізольованих листів електротехнічної сталі. У пази осердя укладається

трифазна обмотка, з'єднана за схемою «зірка» (Y) або «трикутник» (Δ) (частіше Y), це – циліндр, у пазах якого укладено обмотку збудження. Така конструкція ротора застосовується при великій швидкості обертання (понад 1500 об/хв).

Ротор, або індуктор. Конструкція ротора з явними полюсами складається з вала, на якому кріпиться маточина, а на ній – полюси, що складаються з осердя, полюсного наконечника й котушки. Котушки полюсів з'єднуються послідовно, утворюючи обмотку збудження. Обмотка збудження під'єднується до кілець, закріплених на валу й ізольованих від вала й один від одного.

На підшипниковому щиті кріпляться щіткотримачі, у яких розміщено щітки (графітові, мідно-графітові, свинцево-графітові). З допомогою ковзного контакту щітка – кільце обмотка збудження під'єднується до джерела постійного струму (ГПС). Потужність, необхідна для збудження, зазвичай становить 0,3–3 % від потужності СМ. Ротор з неявними полюсами застосовують у швидкісних машинах. Обмотку укладено в пазах, вифрезованих по всій довжині монолітного сталевого циліндричного осердя ротора.

9.2. Принцип дії синхронного генератора

Розглянемо трифазний СГ, статор якого має таку ж конструкцію, як і статор трифазного АД. У спрощеному вигляді обмотка статора СГ буде складатися з трьох одновиткових фазних обмоток, з'єднаних зіркою, до кінців цих обмоток під'єднується навантаження. Для отримання магнітного поля збудження на роторі встановлюють або постійні магніти, або обмотку збудження (електромагнітне збудження).

Обмотка збудження під'єднується до джерела постійного струму (збудника) через ковзні контакти з допомогою двох контактних кілець, розташованих на валу ротора й ізольованих від вала й один від одного, і двох нерухомих щіток, розташованих у щіткотримачі на статорі.

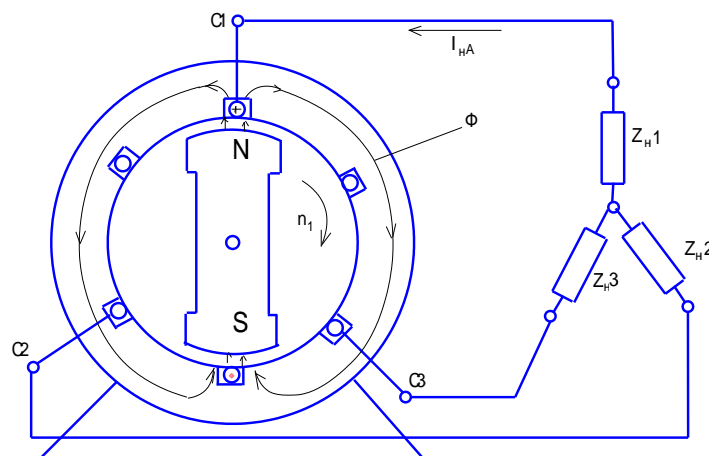


Рис. 9.1. Принцип дії синхронного генератора

Якщо приводним двигуном надати обертання ротору СГ із синхронною швидкістю обертання n_2 , то магнітне поле (постійний магнітний потік Φ_1), створюване обмоткою збудження або постійними магнітами на роторі, також буде обертатися зі швидкістю n_2 і перетинати трифазну обмотку статора. Згідно із законом Фарадея у трифазній обмотці статора будуть індукуватися синусоїдальні ЕРС взаємної індукції: E_a , E_b і E_c . Ці ЕРС, будучи однаковими за величиною і зсунутими за фазою на 120 електричних градусів (через просторовий зсув фазних обмоток статора один відносно одного), утворюють трифазну симетричну систему ЕРС. З під'єднанням навантаження Z_H у фазних обмотках статора виникають струми I_A , I_B , I_C . Напрямки ЕРС і струмів у моменти часу, коли вони є максимальними за величиною, тобто коли полюси ротора знаходяться під пазовими провідниками відповідних фазних обмоток, визначаються за правилом правої руки.

При обертанні ротора зі швидкістю n_2 в обмотці статора індукується ЕРС E_1 , що змінюється зі швидкістю, прямо пропорційною швидкості обертання ротора n_2 :

Величина ЕРС визначається формулою

$$E_1 = 4,44 f_1 w_1 k_{об1} \Phi_m, \quad (9.1)$$

де w_1 – кількість витків обмотки;

$k_{об1}$ – обмотковий коефіцієнт.

Під час проходження струмів I_A , I_B , I_C у трифазній обмотці статора виникає обертове магнітне поле. Швидкість його обертання:

$$n_1 = (60f_1)/p. \quad (9.2)$$

З наведених вище виразів випливає, що $n_1 = n_2$, тобто магнітні поля ротора й статора обертаються з однаковою швидкістю. Тому розглядувана машина отримала назву синхронної. У синхронній машині результативний магнітний потік $\Phi_{рез}$ створюється спільною дією сил, що намагнічують обмотки індуктора і якоря, й обертається з тією самою швидкістю, що й ротор.

Майже вся електроенергія виробляється синхронними генераторами на електростанціях.

9.3. Принцип дії синхронного двигуна

Синхронні двигуни застосовуються для приводу пристроїв великої потужності або там, де необхідна стабільна швидкість обертання ротора.

Як було встановлено раніше (під час розгляду принципу дії АД), якщо обмотку статора під'єднати до мережі трифазної змінної напруги, то в обмотці виникне обертове магнітне поле зі швидкістю обертання $n_1 = 60f_1/p$. Якщо при цьому буде збуджено ротор СД, тобто подано на його обмотку постійну напругу, то полюсні наконечники ротора намагнітяться, виникне сила магнітного притягання F_m різнойменних полюсів ротора й магнітного поля статора (рис. 9.2).

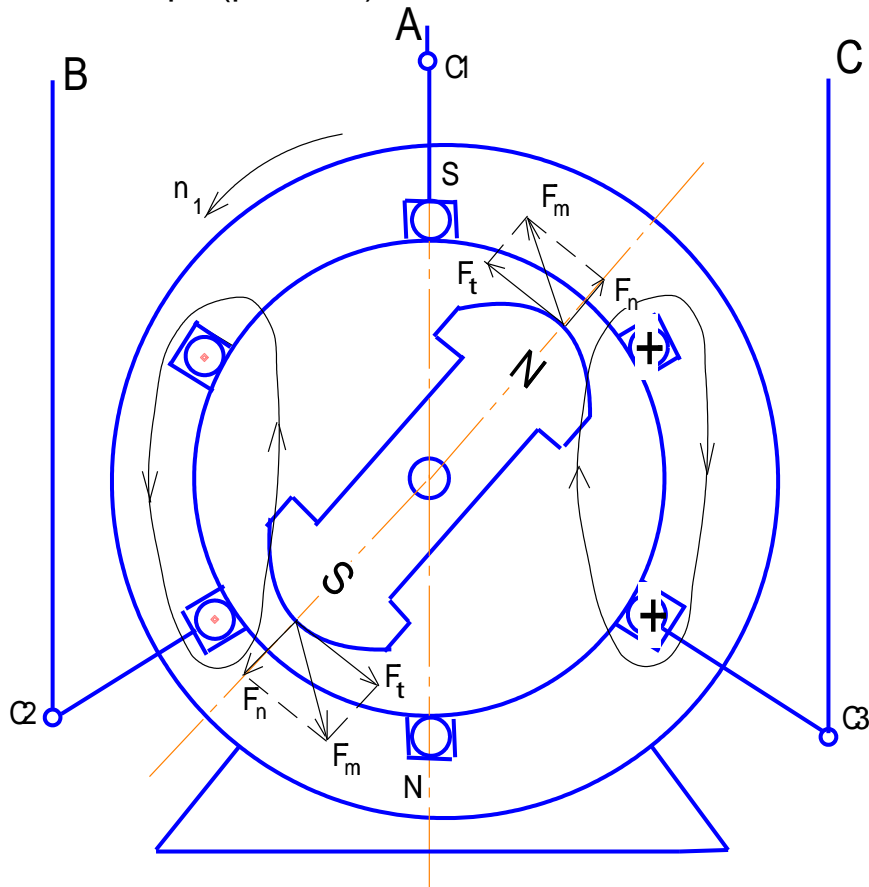


Рис. 9.2. Принцип дії синхронного двигуна

Тангенціальна складова магнітної сили F_m створить електромагнітний момент M , який надасть ротору СД обертання із синхронною швидкістю $60f_1$:

$$n_2 = n_1 \text{ або частотою } \Omega_2 = \frac{2\pi f_1}{p} = \Omega_1$$

Механічне навантаження СД не впливатиме (до певних меж) на частоту обертання ротора, буде тільки збільшуватися кут θ між віссю магнітного поля статора й поздовжньою віссю ротора, який має назву **кут навантаження**.

При збільшенні механічного навантаження поздовжня вісь ротора буде відставати від осі магнітного поля статора на більший кут θ .

9.4. Схеми збудження СГ

Виходячи зі способу живлення обмотки збудження виокремлюють системи незалежного збудження й самозбудження.

1. Незалежне збудження (усі турбогенератори) (рис. 9.3). Обмотка збудження під'єднується до джерела постійної напруги (генератора постійного струму) – збудника, який встановлено на валу ротора синхронної машини, або окремий допоміжний генератор, якому надається рух синхронним або асинхронним двигуном.

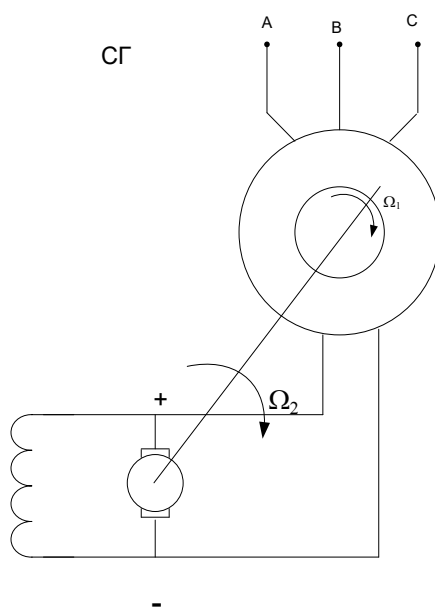


Рис. 9.3. Схема генератора з незалежним збудженням

2. Магнітоелектричне збудження. Такі генератори належать до генераторів з незалежним збудженням.

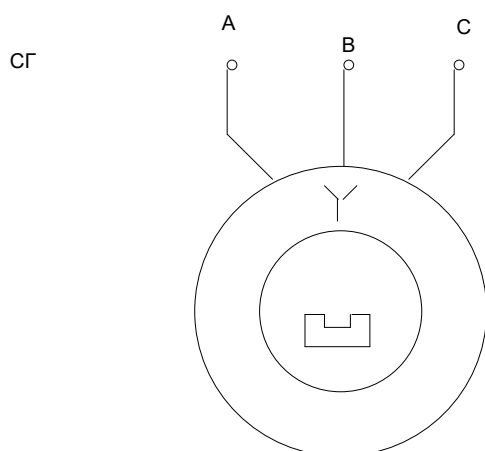


Рис. 9.4. Схема генератора з магнітоелектричним збудженням

До основних переваг постійних магнітів належить висока надійність і простота конструкції, високий ККД і відсутність ковзних контактів.

3. Самозбудження. Під час самозбудження генератора обмотка збудження живиться від обмотки якоря через керований або некерований випрямляч.

Випрямний підсилювач (ВП) перетворює трифазну напругу на односпрямовану пульсуючу (рис.9.5).

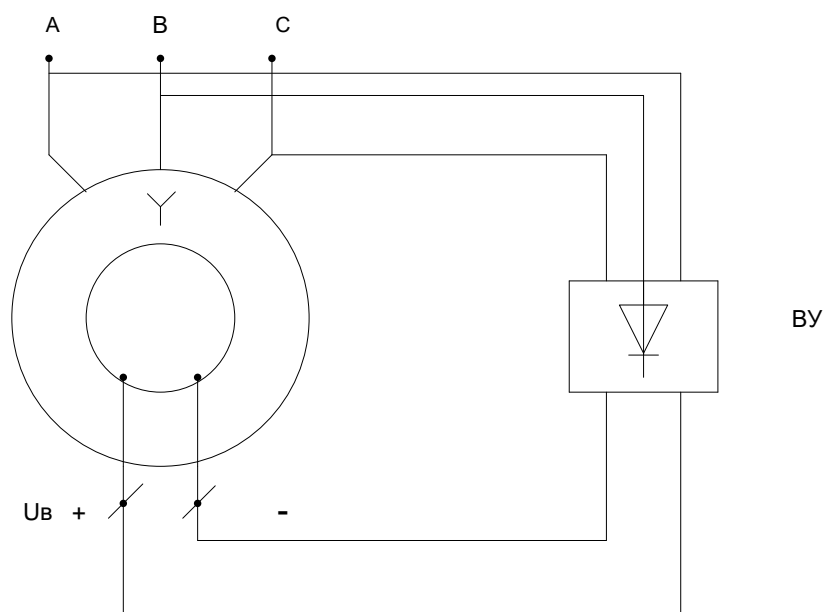


Рис. 9.5. Схема генератора із самозбудженням

Для створення магнітного потоку використовується частина енергії, виробленої СГ. Потужність, яка необхідна для збудження, є порівняно невеликою й становить 0,3–3 % від потужності синхронної машини.

9.5. Номінальні величини СГ

Повна потужність визначає конструкцію СГ, а разом з $\cos\varphi$ – конструкцію й параметри обмотки збудження:

$$S_H = \sqrt{3}U_H I_H.$$

На щитку СГ указують номінальну лінійну напругу, номінальну потужність і потужність, що віддається генератором у зовнішнє коло, коефіцієнт потужності, швидкість обертання, критичну швидкість обертання, схему з'єднання обмоток якоря – статора, номінальну напругу збудження, номінальний струм збудження й параметри системи.

9.6. Холостий хід генератора

Режим роботи, при якому струм в обмотці якоря – статора дорівнює нулю, називають холостим ходом. Потік створюється тільки МДС обмотки збудження. Цей потік, проходячи через повітряний зазор, зчіплюється з обмоткою якоря і при обертанні індуктора наводить ЕРС у кожній фазі обмотки якоря. У фазах обмотки статора індуються ЕРС, зсунуті за фазою на кут $2\pi/3$. Діюче значення ЕРС, індукованої при холостому ході (х.х.) у статорі (як і для АД) (струм у статорі $I_1 = 0$, тобто режим холостого ходу):

$$E_1 = 4,44f_1w_1k_{об1}\Phi_m, \quad (9.3)$$

де $k_{об1}$ – обмотковий коефіцієнт якоря (статора);

Φ_m – амплітуда магнітного потоку полюса ротора при струмі збудження $I_{зб}$;

w_1 – кількість витків обмотки;

f_1 – частота ЕРС статора.

Велике значення під час аналізу роботи СГ має характеристика холостого ходу (х.х.) – залежність E_1 від $I_{зб}$ при $\Omega_2 = \text{const}$ (рис. 9.6).

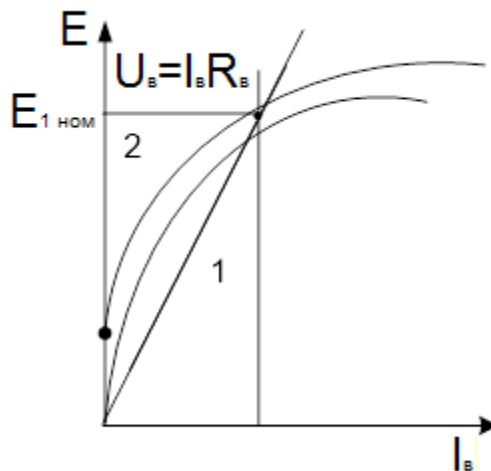


Рис. 9.6. Характеристики холостого ходу: 1 – для СГ з незалежним збудженням. 2 – для СГ із самозбудженням.

Після аналізу крайніх точок будується характеристика холостого ходу:

– якщо $I_{зб} = 0$, то $\dot{U}_1 = \dot{E}_1$;

– якщо $\dot{U}_1 = 0$, то $\dot{I}_{зб} = \dot{I}_{кз}$.

Співвідношення $E_1 \approx \Phi_m$ впливає з рівняння (9.3).

Характеристика холостого ходу має вигляд кривої намагнічування магнітопроводу машини. При малих значеннях $I_{зб}$, магнітний потік Φ_m є малим, а отже, магнітне коло машини є ненасиченим, тому магнітний опір буде незначним. У міру зростання $I_{зб}$ коло насичується, СГ збуджується до ЕРС E_{1H} , яка забезпечує нормальний режим роботи $E_{1H} = I_{зб}R_3$.

Три умови самозбудження синхронного генератора:

- 1) магнітне коло повинне мати залишкову індукцію B_0 ;
- 2) залишковий магнітний потік Φ_0 і потік Φ_3 повинні збігатися і бути спрямованими узгоджено;
- 3) опір кола обмотки збудження має бути значно нижчим за критичний ($R_{зб} \ll R_{кр}$).

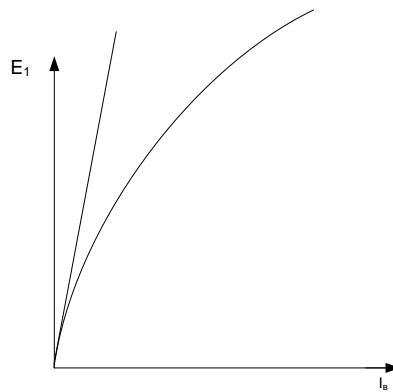


Рис. 9.7. Характеристика холостого ходу без залишкової ЕРС

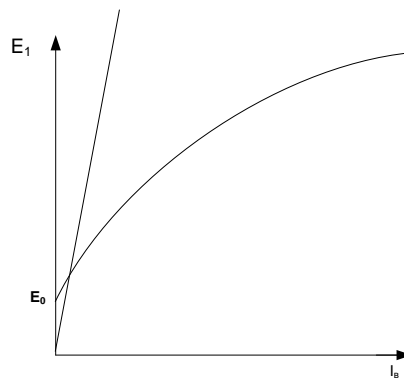


Рис. 9.8. Характеристика холостого ходу із залишковою ЕРС E_0

За характеристикою х.х. можна зробити висновок про властивості магнітного кола машини, оцінювати її насичення та будувати інші характеристики машини.

9.7. Зовнішня характеристика СГ

Зовнішня характеристика – це залежність напруги СГ від струму навантаження I_1 .

Напруга описується другим законом Кірхгофа на затискачах кожної фази:

$$\dot{U}_1 = \dot{E}_1 - \dot{I}_1(R_1 + jx_1), \quad (9.4)$$

а ЕРС

$$E_1 = 4,44f_1w_1k_{об1}\Phi_m.$$

Із рівнянь випливає, що напруга U залежить від **характеру навантаження** (індуктивне або ємнісне), від ЕРС E_1 , а E_1 – від $I_{3\phi}$ та Ω_2 . Щоб виключити вплив навантаження (частоти обертання ротора генератора) і $I_{3\phi}$, зовнішню характеристику виконують при таких умовах:

- 1) $\cos \varphi = \text{const}$;
- 2) $\Omega_2 = \text{const}$;
- 3) $I_{3\phi} = \text{const}$.

Втрати напруги на внутрішньому опорі СГ $\dot{I}_1(R_1 + jx_1) = \dot{I}_1\dot{Z}_1$. Напругу також зменшує і **реакція якоря**. Для отримання номінального значення напруги $U_{1\text{ном}}$ при номінальному навантаженні ($I_1 = I_{1\text{н}}$) і $\cos \varphi$ необхідно встановлювати певні значення ЕРС холостого ходу E_{10} . Зі змінням $\cos \varphi$ (тобто навантаження) необхідно встановлювати відповідно інші значення E_1 .

Генератори найчастіше працюють на активно-індуктивне навантаження. Зовнішні характеристики є основними експлуатаційними характеристиками генератора. За зовнішніми характеристикам визначають відсоткове зміння напруги

$$\Delta U\% = \frac{E_0 - U_{\text{н}}}{U_{\text{н}}}.$$

Як видно з характеристики (рис. 9.9), для різних типів навантаження при $\cos \varphi_{\text{н}} = 1$ і $\cos \varphi_{\text{н}} < 1$, $\varphi_{\text{н}} > 0$ спад напруги $\Delta U > 0$, а при $\cos \varphi_{\text{н}} < 1$, $\varphi_{\text{н}} < 0$ спад напруги $\Delta U < 0$.

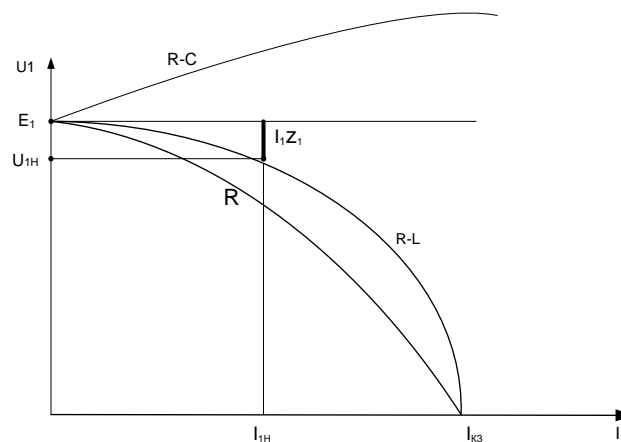


Рис. 9.9. Зовнішня характеристика СГ

Проаналізуємо характеристику, яка будується згідно з рівнянням (9.4):

1) якщо $I_1 = 0$, то напруга $U_1 = E_1$; далі струм зростає I_1 і добуток $\dot{I}_1(R_1 + jx_1) = \dot{I}_1 z_1$ також зростає, а напруга U_1 спадає, тобто характеристика є спадною;

2) якщо $U_1 = 0$, то це – режим короткого замикання і струм

$$I_{кз} = \frac{E_1}{z_1} \gg I_{1н}.$$

Для того щоб при змінній навантаженні підтримувати напругу незмінною й близькою до номінальної, потрібно змінити E_1 генератора, впливаючи на його струм збудження $I_{зб}$. Для цього застосовують регулятори струму збудження.

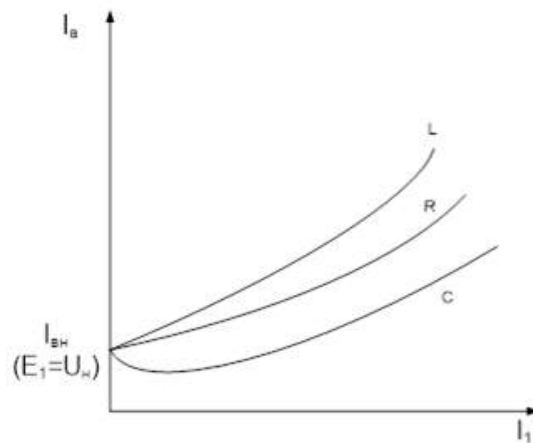


Рис. 9.10. Регулювальна характеристика

Залежність струму збудження від струму навантаження, що відображає, як необхідно змінювати струм збудження при змінній навантаженні, називають **регулювальною характеристикою** СГ (рис. 9.10). Вона виконується за таких умов: $\cos\varphi = \text{const}$, $\Omega_2 = \text{const}$.

Реакція якоря – це вплив магнітного потоку статора (якоря) на магнітне поле машини.

9.8. Електромагнітна потужність, електромагнітний момент

Від первинного двигуна відводиться потужність:

$$P_1 - \Delta P = P_{ем},$$

де $\Delta P = P_{мех} + P_{зб} + P_d + P_{ст}$ – сумарні втрати.

$P_{\text{мех}}$ – потужність механічних втрат;

$P_{\text{зб}}$ – потужність втрат на збудження;

$P_{\text{д}}$ – потужність додаткових втрат;

$P_{\text{ст}}$ – втрати в сталі;

$P_{\text{ем}}$ – електромагнітна потужність, яка передається магнітним полем в обмотку статора й перетворюється на електричну енергію;

$P_{\text{міді}} = mI_1^2 R_1$ – втрати в міді;

$P_{\text{ем}} - P_{\text{міді}} = P_2$ – корисна потужність, тобто потужність, яку віддає СГ у зовнішнє коло.

Оскільки $R_1 \ll \chi_1 \Rightarrow R_1 \approx 0$, тому $P_{\text{міді}}$ можна знехтувати, при цьому електромагнітна потужність

$$P_{\text{ем}} = P_2 = mU_1 I_1 \cos \varphi_{\text{н}},$$

а рівняння (9.4) буде таким:

$$\dot{U}_1 = \dot{E}_1 - jx_1 \dot{I}_1.$$

З нього виразимо

$$\dot{E}_1 = \dot{U}_1 + jx_1 \dot{I}_1,$$

і побудуємо векторну діаграму (рис. 9.11).

Задамо $\varphi_{\text{н}} = \psi_1 - \theta$, де θ – кут між \dot{U}_1 і \dot{E}_1 ; ψ_1 – кут між \dot{E}_1 і \dot{I}_1 , запишемо рівняння з урахуванням цього:

$$P_{\text{ем}} = mU_1 I_1 \cos(\psi_1 - \theta) = mU_1 I_1 \cos \theta \cos \psi_1 + mU_1 I_1 \sin \theta \sin \psi_1. \quad (9.5)$$

На діаграмі (рис. 9.11) розглянемо трикутники:

$\triangle ВДС$: відрізок $ДС = ВС \cos \theta$, тобто $ДС = U_1 \cos \theta$;

$\triangle АДВ$: відрізок $АД = АВ \sin \psi_1$, $АД = I_1 x_1 \sin \psi_1$.

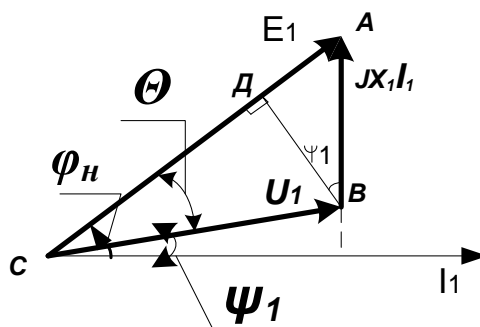


Рис. 9.11. Векторна діаграма

Із векторної діаграми видно, що

$$E_1 - U_1 \cos\theta = I_1 x_1 \sin\psi_1 \Rightarrow I_1 \sin\psi_1 = \frac{E_1 - U_1 \cos\theta}{x_1} \quad (9.6)$$

З іншого боку, сторони трикутників можна записати так:

$$\Delta ВДС: ВД = ВС \sin\theta = U_1 \sin\theta;$$

$$\Delta АДВ: ВД = АВ \cos\psi_1 = I_1 x_1 \cos\psi_1.$$

Із векторної діаграми випливає, що $U_1 \sin\theta = I_1 x_1 \cos\psi_1$. Виразимо струм:

$$I_1 \cos\psi_1 = \frac{U_1 \sin\theta}{x_1}. \quad (9.7)$$

Формули (9.6) і (9.7) підставимо у вираз для електромагнітної потужності й після перетворення отримаємо:

$$P_{ем} = \frac{m U_1 E_1}{x_1} \sin\theta.$$

Розрахуємо електромагнітний момент:

$$M_{ем} = \frac{m U_1 E_1}{\Omega_2 x_1} \sin\theta.$$

При $U_{1ном} = \text{const}$ і $I_{збном} = \text{const}$, визначимо $P_{ем}$ і $M_{ем}$ через кут θ , який залежить від струму навантаження I_1 , отже, θ – це навантажувальний кут (тобто кут між \dot{U}_1 і \dot{E}_1 , а $U_1 = f(I_1)$).

На рис. 9.12 зображено залежність електромагнітної потужності від кута θ , яку називають кутовою характеристикою. Значення потужності буде максимальним при $\theta = 90^\circ$.

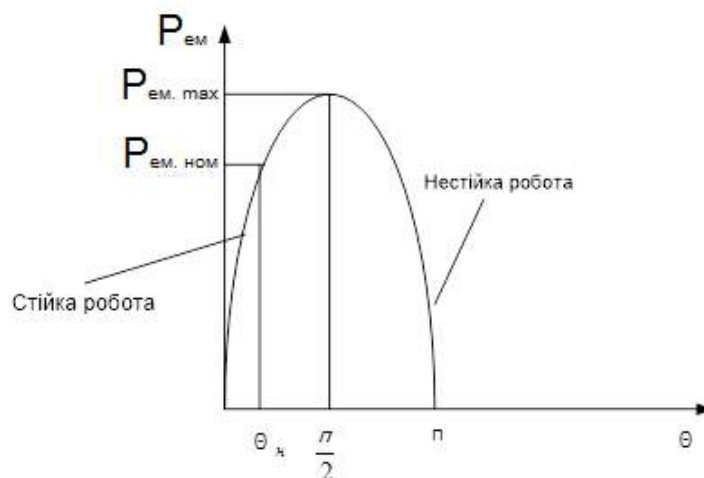


Рис. 9.12. Кутова характеристика

Запитання для самоперевірки

1. Накресліть конструкцію синхронної машини й поясніть призначення її елементів.
2. Поясніть принцип дії трифазного синхронного генератора.
3. Поясніть принцип дії трифазного синхронного двигуна.
4. Накресліть схеми збудження синхронного генератора.
5. Наведіть і поясніть характеристику неробочого ходу синхронного генератора.
6. Поясніть зовнішню й регульовальну характеристики синхронного генератора.
8. Як розрахувати електромагнітну потужність СГ?
9. Як розрахувати електромагнітний момент СГ?
10. Який вигляд мають кутові характеристики синхронної машини?

Лекція 12

Тема 10. Машини постійного струму. Конструкція, принцип дії, характеристики

Сьогодні машини постійного струму (МПС) застосовують в основному як двигуни приводів машин і механізмів, що потребують плавного й економічного регулювання частоти обертання в широких межах (наприклад, в електротязі), а також при великих перевантажувальних і пускових моментах, особливо в металургії для приводів прокатних станів.

Генератори використовують у перетворювальних установках для отримання постійного струму зі змінного з напругою до 1000 В (наприклад, для приводів прокатних станів і електролізних установок напругою від 6 до 12 В, де їх одинична потужність становить 10 000 кВт; в установках для зарядження акумуляторів, електрозварювання, освітлення поїздів; в електроустановках на судах, тепловозах).

До основних недоліків МПС, що обмежують їх застосування, належать: складність конструкції й ненадійність у роботі через наявність колектора, а для двигунів ще й потреба в джерелі постійного струму.

10.1. Конструкція машини постійного струму

У конструкції машин постійного струму (МПС) реалізовано закони електромагнітної індукції, закон Ампера й правило Ленца. Машина є оборотною, тобто без змінення конструкції працює в режимі як генератора постійного струму (ГПС) так і двигуна постійного струму (ДПС).

Конструктивно машина складається з нерухомого статора (індуктора) і ротора (якоря) з колектором; статор є механічним остовом машини і водночас є **індуктором** – частиною машини, у якій утворюється магнітне поле, а **якір** – це частина машини, в обмотках якої індукується ЕРС взаємної індукції. На якорі розташовано колектор – порожнистий циліндр, складений з ізолюваних одна від одної пластин. Для відведення струму колектора призначено щітки, установлені в щіткотримачах. Щітки притирають, щоб не було іскріння, тиск регулюють. Статор має литий корпус з електротехнічної сталі. На внутрішній поверхні корпусу (станини) кріплять головні й додаткові полюси машини. У машинах малої і середньої потужності до циліндричної станини з торців кріплять підшипникові щити.

Головні полюси зі струмом у котушках обмотки статора створюють у машині магнітне поле. Кожен полюс, що є електромагнітом, складається зі сталевого осердя з полюсним наконечником і котушкової обмотки з ізолюваного мідного дроту. Обмотка головних полюсів є обмоткою збудження машини.

Додаткові полюси мають аналогічну конструкцію й призначені для усунення реакції якоря. Їх установлюють симетрично між головними полюсами. Корпус статора й осердя головних полюсів з полюсними наконечниками становлять магнітне коло статора.

Ротор складається зі сталевого вала, сталевого осердя, обмотки й колектора. Осердя якоря являє собою циліндричний барабан, у поздовжніх пазах якого укладається петльова або хвильова обмотка. Осердя набирають з листів електротехнічної сталі товщиною 0,35–0,5 мм. Обмотка якоря складається із секцій, кінці яких припаяно до пластин колектора. Для правильного укладення секцій обмотки в пазах осердя якоря необхідно знати полюсний розподіл, крок обмотки по якорю і крок по колектору. Полюсний розподіл τ – це відстань між осями сусідніх полюсів,

$$\tau = \pi D / (2p),$$

де D – діаметр якоря;

$2p$ – кількість головних полюсів;

p – кількість пар полюсів.

Петльова обмотка намотується так, щоб кінець її останньої секції з'єднувався з початком першої, тобто була завжди замкненою. При обході замкненої петльової обмотки ЕРС в її секціях змінює свій напрямок під кожним полюсом. Обмотка поділяється на пари паралельних гілок a , кількість яких дорівнює кількості пар головних полюсів машини, тобто $a = p$.

Кількість щіток колектора дорівнює кількості пар головних полюсів машини p .

Хвильова обмотка. Кінці її секцій під'єднуються до пластин колектора. Ця обмотка кілька разів обходить якір по колу, перш ніж її стрижні займуть всі пази і кінець останньої секції з'єднується з початком першої. У хвильовій обмотці кількість паралельних гілок завжди дорівнює двом незалежно від кількості полюсів машини, тобто $a = 1$.

Колектор – це електромеханічний випрямляч, необхідний для отримання на щітках якоря випрямленої ЕРС, яка є джерелом постійного струму для зовнішнього кола (односпрямована пульсуюча ЕРС), якщо МПС працює, як генератор. Якщо МПС працює як двигун, то з допомогою щіток і колектора на пластини подається напруга від зовнішнього джерела.

10.2. Принцип дії машини постійного струму

Принцип дії машини постійного струму базується на законі електромагнітної індукції й законі Ампера. І в генераторному, і в двигунному режимах роботи МПС принцип дії її й супутні характеристики визначаються двома основними величинами: **ЕРС**, що індукується в обмотці якоря та **обертальним електромагнітним моментом M** , який виникає в якорі. Тому попередньо розглянемо ці величини, кожен окремо, а потім вже перейдемо до принципу дії МПС у конкретних режимах.

Для ілюстрації скористаємося двополюсною моделлю МПС (кількість пар полюсів $p = 1$), що показано на рис. 10.1, де 1 – осердя якоря, 2 – провідники обмотки якоря; 3 – станина; 4 – осердя головних полюсів; 5 – провідники обмотки збудження; 6 – щітки; 7 – колектор (на передньому плані).

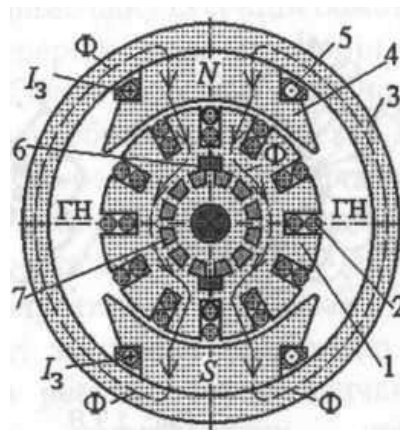


Рис. 10.1. Двополюсна машина постійного струму

У будь-яких режимах роботи МПС для створення в її якорі ЕРС і електромагнітного моменту необхідно мати магнітне поле, що пронизує якір. Таке магнітне поле створюється обмоткою збудження, котушки якої розташовано на осерді головних полюсів. По цій обмотці пропускається

постійний струм збудження $I_{зб}$ з узгодженим його напрямком у всіх котушках головних полюсів, як показано на рис. 10.1. Як наслідок, обмотка збудження створює основний магнітний потік Φ , контури замикання якого по магнітопроводу МПС на рис. 10.1 зображено пунктиром.

10.3. Збудження машин постійного струму

У стандарті передбачено спрощений спосіб графічного позначення машини постійного струму (рис.10.2). Має значення кількість півкіл у зображеннях обмоток.

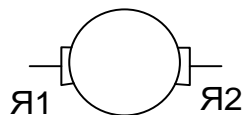


Рис. 10.2. Обмотка якоря з колектором і щітками

На рис. 10.3 показано умовні зображення МПС у СІ:



Рис. 10.3. Умовні зображення МПС у СІ:
а – двигун; б – генератор

Обмотки індуктора. У зображенні обмоток має значення кількість півкіл:

$\overbrace{Д1 \quad Д2}$ – обмотка додаткових полюсів;

$\overbrace{К1 \quad К2}$ – компенсаційна обмотка;

$\overbrace{С1 \quad С2}$ – обмотка послідовного збудження;

$\overbrace{Ш1 \quad Ш2}$ – обмотка або паралельного, або незалежного, збудження.

Типи збудження машин постійного струму

Збудженням МПС називають спосіб створення основного магнітного потоку, що проходить крізь якір. Залежно від способу під'єднання обмотки збудження й обмотки якоря розрізняють п'ять способів збудження.

1. **Незалежне збудження.** Обмотка збудження під'єднується до автономного джерела постійного струму, тому $I_{зб}$ не залежить від напруги на затискачах машини, а магнітний потік Φ майже не залежить від струму обмотки якоря (рис. 10.4).

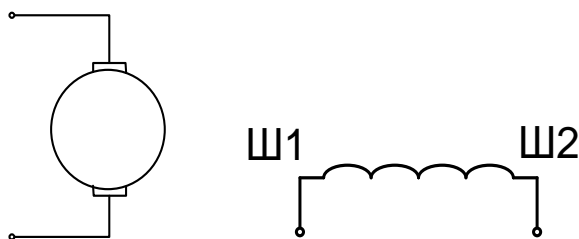


Рис. 10.4. Незалежне збудження

2. **Паралельне збудження (шунтове).** Обмотка збудження під'єднується паралельно до обмотки якоря (рис. 10.5).

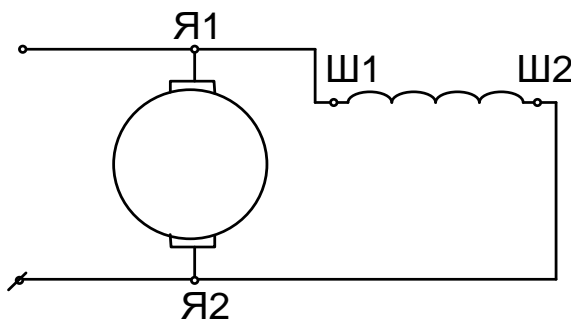


Рис. 10.5. Паралельне збудження

3. **Послідовне збудження (серієсне)** (рис. 10.6). Обмотка збудження під'єднується послідовно з обмоткою якоря. Струм якоря є одночасно й струмом збудження. Магнітний потік Φ змінюється в широких межах при зміні струму якоря.

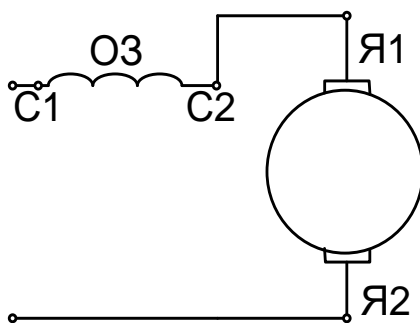


Рис. 10.6. Послідовне збудження

4. **Змішане збудження.** Обмотка збудження має дві котушки. Одна з них під'єднується послідовно, а інша – паралельно до обмотки якоря (рис. 10.7).

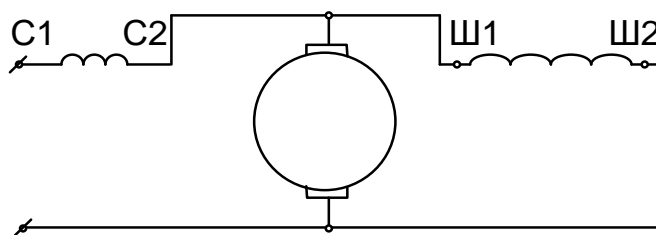


Рис. 10.7. Змішане збудження

5. **Збудження постійними магнітами, або магнітоелектричне збудження** (рис. 10.8). Магнітний потік створюється постійними магнітами, а машини цього типу не мають обмотки збудження. Недоліком цього способу є неможливість регулювання магнітного потоку Φ .

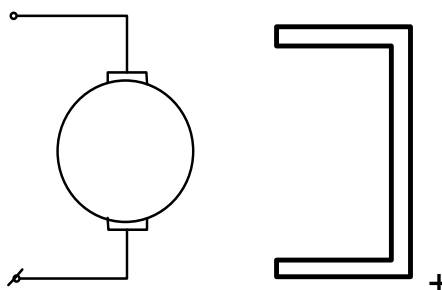


Рис. 10.8. Магнітоелектричне збудження

10.4. Електрорушійна сила в обмотці якоря

Для збудження ЕРС в обмотці якоря необхідно забезпечити дві умови: створити магнітне поле, що пронизує якір, і надати якорю рух. Перше забезпечується, як уже було розглянуто, обмоткою збудження, а для забезпечення другого вважаємо, що якір обертається з частотою n в указаному на рис. 10.9 напрямку.

Розглянемо одну із секцій обмотки якоря. Перерізи двох її сторін на рис. 10.9 виділено більш жирно.

У дво полюсній МПС прямолінійні частини секції завдовжки l_n має бути розташовано в діаметрально протилежних пазах (по колу зміщення приблизно на 180° , хоча реально секції звичайно виконують укороченими, тобто роблять крок по пазах меншим за 180°). Якщо в певний момент одна половина секції знаходиться під полюсом N , то друга – під полюсом S (рис. 10.9). Лінійні швидкості V провідників секції спрямовано по дотичній

до кола. Ці провідники знаходяться в магнітному полі з магнітною індукцією B , спрямованою відносно V під кутом $\alpha = 90^\circ$.

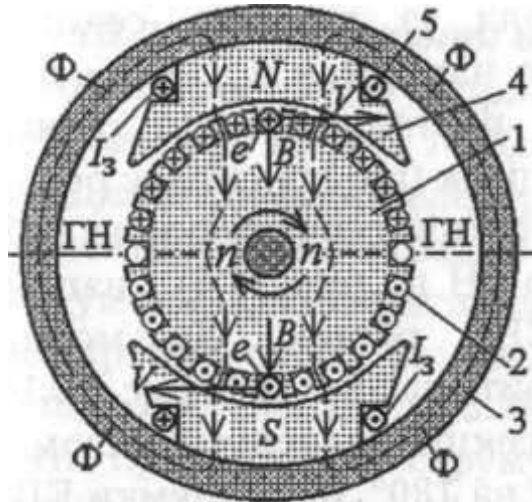


Рис. 10.9. Спрощена двополюсна модель МПС

Відповідно до закону електромагнітної індукції у провідниках секції індуються ЕРС

$$e = VBl \sin \alpha = VBl \sin 90^\circ \approx VBl, \quad (10.1)$$

напрямки яких є підпорядкованими правилу правої руки.

У контурі секції ЕРС двох провідників додаються і для всієї секції ЕРС:

$$e_a = 2e = 2VBl = \frac{pn\Phi}{15}, \quad (10.2)$$

де враховано, що при швидкості обертання n , об/хв, на діаметрі якоря D_a лінійна швидкість

$$V = \frac{\pi D_a n}{60}, \quad (10.3)$$

а на поверхні якоря, що має під одним полюсом площу S_Π , середнє значення магнітної індукції

$$B = \frac{\Phi}{S_\Pi} = \frac{\Phi}{\frac{\pi D_a l_\Pi}{2p}} = \frac{2p\Phi}{\pi D_a l_\Pi}. \quad (10.4)$$

Секції створюють електричне коло обмотки якоря.

Розташування щіток на колекторі дає змогу отримати найбільшу суму

ЕРС секцій. Тоді від однієї щітки до іншої обмотка якоря, що має загальну кількість секцій N_c , створює дві паралельні гілки. У кожній з них кількість секцій з ЕРС e_a завжди приблизно однаковою, і сумарна ЕРС у кожній паралельній гілці

$$E \approx \frac{N_c}{2} e_a. \quad (10.5)$$

Якщо в загальному випадку МПС має p пар полюсів, то по колектору розташовано p пар щіток. Між сусідніми різнополярними щітками є приблизно $N_c/2p$ секцій. Тоді з урахуванням (10.1) ЕРС обмотки якоря

$$E = \frac{N_c}{2p} e_a = \frac{N_c p n \Phi}{2p \cdot 15} = \frac{n \Phi N_c}{30}. \quad (10.6)$$

У цій формулі введемо конструктивну постійну машини для ЕРС

$$C_E = \frac{N_c}{30}$$

і отримаємо зручну для практичного використання формулу

$$E = C_E n \Phi \quad (10.7)$$

Тут очевидним є значення магнітного поля головних полюсів (потік Φ) і обертання якоря (частота обертання n). Саме ці дві величини можуть змінюватися під час роботи МПС.

10.5. Генераторний режим роботи машини постійного струму

У генераторному режимі роботи МПС перетворює механічну енергію, що підводиться до вала якоря, на електричну, що знімається із затискачів якірного кола. Розглянемо цей режим на прикладі найпростішої моделі МПС з кількістю пар полюсів $2p = 2$, зображеної на рисунку 10.10.

Приводний двигун, механічно з'єднаний з валом генератора, розвиває обертальний момент M і надає якорю генератора обертання з частотою n .

До затискачів F1 і F2 обмотки збудження (ОЗ) прикладено постійну напругу U_{36} і в обмотці проходить струм збудження $I_{36} = \frac{U_{36}}{R_{36}}$, де R_{36} – опір цієї обмотки. Напрямок I_{36} у витках ОЗ показано на рисунку 10.10 позначками «+» і «•». Так у генераторі створюється основний магнітний

потік Φ , напрямом магнітних силових ліній визначають за правилом буравчика.

За законом електромагнітної індукції у провідниках обмотки якоря, що перетинають під час обертання магнітні силові лінії, наводяться ЕРС e . Їх напрямок відповідає правилу правої руки. Сумарна ЕРС обмотки якоря $E = C_E n \Phi$ є постійною.

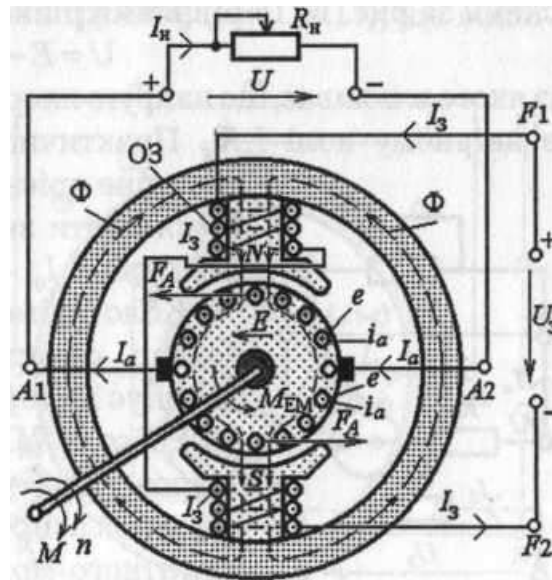


Рис. 10.10. Генератор постійного струму

Ця ЕРС, прикладена до щіток, установлених на колекторі, створює на затискачах якорного кола $A1$ і $A2$ напругу U .

Якщо до цих затискачів під'єднано навантаження з опором R_n , то по провідниках обмотки якоря будуть проходити струми i_a , що створюють сумарний струм якоря I_a , який у цьому випадку є струмом навантаження, тобто $I_a = I_n$. У підсумку генератор виробляє електричну енергію з потужністю $P_r = UI_a$ і віддає її навантаженню.

Відповідно до другого закону Кірхгофа рівняння рівноваги напруг

$$U = E - I_a R_a, \quad (10.8)$$

з якого випливає, що напруга якоря U є меншою за ЕРС E на величину спаду напруги в якорному колі $I_a R_a$. Практично в реальних генераторах існує таке орієнтувальне співвідношення: якщо U взяти за 100 %, то тоді на E припаде 105 %, на $R_a I_a$ – 5 %.

Робота МПС у генераторному режимі супроводжується кількома супутніми явищами. До основних з них належить виникнення електромагнітного моменту. Дійсно, для цього моменту M_{em} забезпеченими

є обидві умови: струм I_a в обмотці якоря й основний магнітний потік Φ . Напрямок дії M_{eM} (див. рис.10.10) відповідає напрямку дії сил Ампера F_A . Ці напрямки визначаються за правилом лівої руки. Ураховано, що на рис. 10.10 напрямок струмів i_a в генераторі збігається з напрямком ЕРС e , як збігаються і напрямки сумарних струму I_a і ЕРС E .

З порівняння напрямків моментів на рис. 10.10 випливає, що в генераторному режимі електромагнітний момент M_{eM} є гальмівним моментом відносно обертального моменту M приводного двигуна. При усталеній частоті обертання має місце таке співвідношення моментів:

$$M = M_{eM} + \Delta M, \quad (10.8)$$

де ΔM – відносно мала втрата моменту всередині генератора.

10.6 Двигунний режим роботи машини постійного струму

У двигунному режимі роботи МПС перетворює електричну енергію постійного струму на механічну надаючи рух різним машинам і механізмам. Розглянемо цей режим на прикладі найпростішої моделі МПС з кількістю полюсів $2p = 2$.

У цьому режимі, як і в генераторному, обмотка збудження створює в МПС магнітний потік Φ , як це показано на рисунку 10.11.

Постійна напруга U подається на затискачі $A1$ і $A2$ і через щітки і колектор – на обмотку якоря, викликаючи в її колі сумарний струм I_a , а в окремих провідниках струми – i_a (рис. 10.11).

Взаємодія магнітного потоку збудження і струмів у провідниках обмотки якоря приводить до виникнення обертального електромагнітного моменту $M_{eM} = C_M I_a \Phi$. А напрямки дії M_{eM} на рисунку 10.11, як і напрямки сил Ампера F_a , відповідають правилу лівої руки.

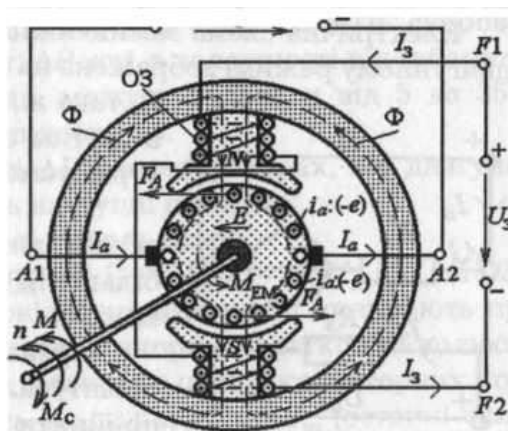


Рис. 10.11. Двигунний режим роботи МПС

Тепер електромагнітний момент у ДПС є рушійним і він приводить до обертання його якоря й рухомих частин механізмів, що стикуються з валом якоря. Вони обертаються з частотою n у тому напрямку, у якому діє M_{EM} , і з вала якоря механізмам передається обертальний момент M . При усталеній частоті обертання в двигунному режимі має місце таке співвідношення моментів

$$M = M_{EM} - \Delta M. \quad (10.9)$$

З боку механічного навантаження до якоря прикладено протидійний момент опору M_C , який у цьому випадку є гальмівним: $M = M_C$.

У підсумку двигун виробляє механічну енергію з потужністю

$$P_D = \frac{Mn}{9,55}$$

і віддає її з вала навантаженню.

Розглянутий процес надання руху якоря ДПС супроводжують кілька явищ, основним із яких є виникнення ЕРС в обмотці якоря. Для цієї ЕРС забезпечено обидві умови: магнітний потік збудження Φ і обертання з частотою n , а відповідну формулу ЕРС для обмотки якоря вже визначено раніше.

Для виявлення значення ЕРС за правилом правої руки визначають напрямки миттєвих ЕРС e у провідниках. Очевидно, що на рис. 10.11 у провідниках ЕРС e спрямовано скрізь проти струмів i_a . Тому й результівна ЕРС E діє проти струму I_a і напруги U , і її називають «проти-ЕРС».

Електрична схема заміщення кола обмотки якоря для МПС у двигунному режимі зображено на рис. 10.12.

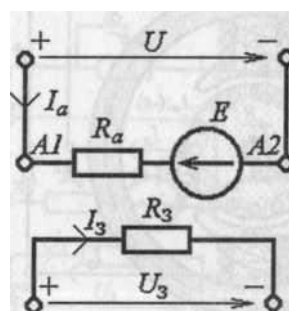


Рис. 10.12. Схема заміщення кола обмотки якоря ДПС

Відповідно до другого закону Кірхгофа і згідно з рис. 10.12 отримуємо рівняння рівноваги напруг:

$$U = E + I_a R_a, \quad (10.10)$$

звідки випливає, що напруга якоря U є більшою за ЕРС E на спад напруги $I_a R_a$ в його колі.

У реальних двигунах існує таке орієнтувальне співвідношення: якщо напругу U взяти за 100 %, то вона розподілиться так: на E – 95 %, на $R_a I_a$ – 5 %.

Помноживши в (10.10) обидві частини на I_a , отримаємо

$$U I_a = E I_a + I_a^2 R_a, \quad (10.11)$$

де $U I_a = P_1$ – потужність, яка споживається двигуном;

$E I_a = P_{ем}$ – електромагнітна потужність, що створює електромагнітний момент;

$I_a^2 R_a = P_a$, або ΔP – втрати потужності в колі якоря електромагнітна потужність, що створює електромагнітний момент.

Електромагнітний момент визначається формулою

$$M_{ем} = \frac{P_{ем}}{n} = \frac{C_e n \Phi I_a}{n} = C_e \Phi I_a. \quad (10.12)$$

Призначення колектора в двигуні постійного струму

Колектор змінює напрямок струму в сторонах секції (витка) при переході її з полюса однієї полярності на інший полюс іншої полярності таким чином, щоб напрямок сили (моменту) був постійним.

Реакція якоря

Якщо до ГПС під'єднати навантаження, то в колі якоря буде проходити струм, тобто обмотка збуджує власне магнітне поле. Якщо об'єднати всі провідники (нижні й верхні), то магнітне поле якоря визначити легко (за правилом гвинта). Магнітний потік якоря є спрямованим поперек основного магнітного потоку.

Вплив потоку якоря на основний магнітний потік називають **реакцією якоря машини, або поперечною реакцією**.

Реакція якоря спотворює основний магнітний потік. З одного боку полюса магнітний потік посилюється, а з іншого – послаблюється.

На геометричній нейтралі встановлюється індукція, відмінна від нуля, основний магнітний потік спотворюється й послаблюється.

Додаткові полюси встановлюють на геометричній нейтралі. Їх обмотку під'єднують послідовно в коло якоря, і при цьому створюється поперечне магнітне поле, яке компенсує поле якоря.

Компенсаційна обмотка

Ця обмотка укладається в пази полюсних наконечників. Їх також під'єднують послідовно в коло якоря. Таким чином, збуджується поле, яке компенсує поле якоря.

Комутація

Час, коли пластини колектора, до яких під'єднано кінці секції, замкнуті щіткою накоротко, є періодом переходу секції з однієї паралельної гілки обмотки на іншу. При цьому струм у секції змінюється від деякого значення однієї полярності до іншого значення протилежної полярності. Такий процес називаю **комутацією**. Іншими словами, комутацією в МПС називають перемикання щітками пластин колектора і всю сукупність явищ, пов'язаних зі зміненням напрямку струму в секції на протилежний.

Комутація сильно впливає на надійність роботи машини. При поганій комутації виникає сильне іскріння під щітками, що з часом виводить з ладу машину. При хорошій комутації машина працює без іскріння. Отримання задовільної комутації є однією з основних проблем машини.

10.7. Характеристики генератора постійного струму

Умови самозбудження

Залежно від способу збудження розрізняють генератори з незалежним збудженням і самозбудженням.

Незалежне збудження – це коли обмотка збудження живиться від стороннього джерела постійного струму.

У генераторах із **самозбудженням** обмотки збудження живляться струмом від самого генератора (обмотка збудження – від обмотки якоря).

Умови самозбудження:

1) наявність залишкового магнітного потоку Φ_0 , який індукує ЕРС $E_0 = C\Phi_0 n$; струм збудження $I_{зб} = \frac{E_0}{R_{зб}}$; струм в обмотці збудження створює магнітний потік $\Phi_{зб}$;

2) напрямки залишкового магнітного потоку Φ_0 і потоку збудження $\Phi_{зб}$, мають бути узгодженими:

$$\Phi_0 + \Phi_{зб} = \Phi;$$

3) опір кола обмотки збудження має бути меншим за критичний:

$$R_{зб} \ll R_{кр}.$$

Для ГПС основними є характеристика холостого ходу, зовнішня і регульовальна характеристики.

Характеристика холостого ходу

Характеристикою холостого ходу (х.х.х.) (рис. 10.13) називають залежність ЕРС E в обмотці якоря від струму збудження $I_{зб}$ і при постійній швидкості обертання ротора $n = const$. При х.х., коли коло навантаження від'єднане; напруга на затискачах дорівнює ЕРС $E = C\Phi n$. При $I_{зб} = 0$ в обмотці якоря наводиться ЕРС E_0 , яка визначається потоком залишкового намагнічування полюсів. Ця ЕРС зазвичай становить 2–4 % $U_{ном}$. А ЕРС, до якої буде збуджуватись генератор $E = 1,25U_{ном}$.

Характеристика складається зі спадної і висхідної гілок. При збільшенні $I_{зб}$ збільшується ЕРС. Збільшення відбувається до настання режиму магнітного насичення.

Розбіжності між гілками пояснюються явищем гістерезису в магнітопроводі машини.

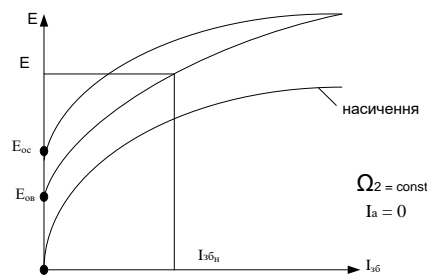


Рис. 10.13. Характеристика холостого ходу ГПС

Зовнішня характеристика

Напруга на затискачах генератора залежить від струму навантаження при швидкості обертання ротора $n = const$ і струмі збудження $I_{зб} = const$. Цю залежність називають зовнішньою характеристикою й описують рівнянням

$$U = E - I_a R_a. \quad (10.13)$$

Зовнішня характеристика ГПС будується за рівнянням (10.13) по крайніх точках:

а) неробочий (холостий) хід: при $I_a = 0$ напруга генератора $U = E$ (струм якоря I_a і добуток $I_a R_a$ збільшуються; а напруга U знижується);

б) коротке замикання: при $U = 0$ струм короткого замикання $I_{кз} = \frac{E}{R_a}$.

Розглянемо зовнішні характеристики для двох типів ГПС (рис. 10.14).

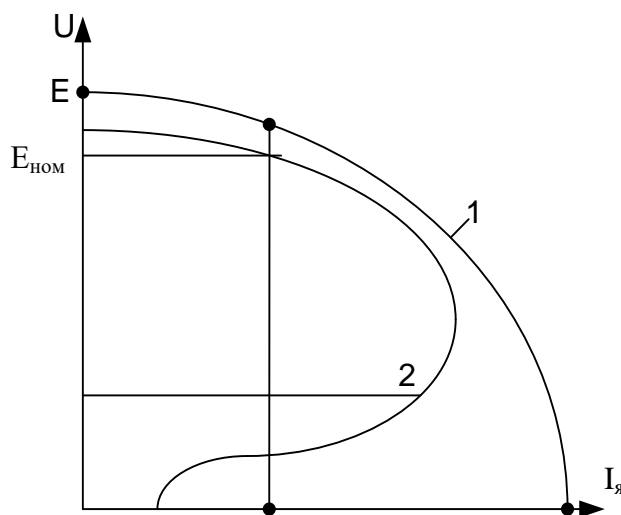


Рис. 10.14. Зовнішня характеристика ГПС

ГПС з незалежним збудженням

Цьому типу ГПС відповідає зовнішня характеристика (крива 1, рис. 10.14)

Відповідно до (10.13) струм, ЕРС і напруга є такими: $I_{зб} = const$; $E = const$; $U = f(I_a)$. Зі збільшенням струму якоря напруга на навантаженні U зменшується внаслідок збільшення напруги в якорному колі. З іншого боку, збільшення струму I_a зменшує магнітний потік Φ через реакцію якоря і ЕРС $E = C\Phi n$, як наслідок зменшується напруга на навантаженні.

ГПС з паралельним збудженням

Цьому типу генераторів відповідає крива 2 на рис. 10.14. Струм збудження $I_{зб} = \frac{U}{R_{зб}}$ зменшують за умови, що $R_{зб} = const$. Зі збільшенням навантаження зменшується напруга U через збільшення добутку $I_a R_a$.

Цей ГПС можна навантажувати до деякого критичного струму: $I_{кр} > I_{кз} = \frac{E}{R_a} \gg I_{ан}$ (де $I_{ан}$ – номінальний струм якоря). Оскільки при подальшому збільшенні навантаження, тобто зменшенні опору R_a , струм якоря $I_a = \frac{U}{R_a}$ замість збільшення почне зменшуватися. Це пов'язано з тим, що напруга на затискачах генератора зменшується швидше, ніж опір R_n . Напруга U і струм збудження $I_{зб} = \frac{U}{R_{зб}}$ зменшуються, отже, і ЕРС E також зменшується.

Регулювальна характеристика

Регулювальна характеристика – це залежність струму збудження від струму якоря при постійній нарузі на навантаженні, тобто при $n = const$, $U = const$ (рис. 10.15). При струмі якоря $I_a = 0$ ЕРС дорівнює нарузі ($E = U$). Це впливає з основного рівняння генератора (10.13).

Щоб зберегти напругу на навантаженні при збільшенні струму I_a , потрібно збільшити струм збудження $I_{зб}$. Збільшення струму збудження приводить до збільшення магнітного потоку Φ і ЕРС і дає змогу залишати напругу постійною.

Вигляд регулювальної характеристики є однаковим для ГПС з незалежним і паралельним збудженням.

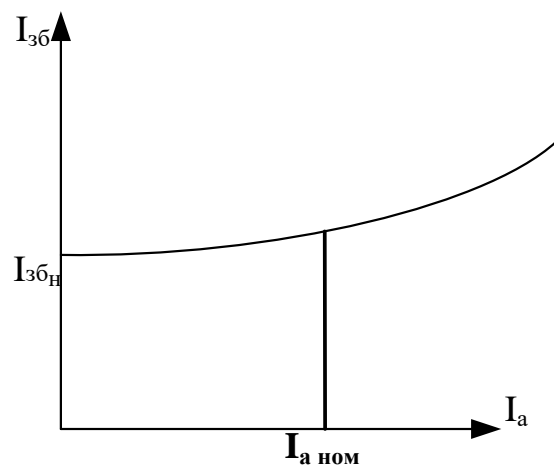


Рис. 10.15. Регулювальна характеристика ГПС

ГПС з незалежним збудженням дає змогу регулювати напругу в широких межах шляхом змінення струму збудження від 0 до максимального значення. Змінення напруги зі збільшенням навантаження є невеликим. Недолік – обмотка збудження (ОЗ) живиться від зовнішнього джерела.

Запитання для самоперевірки

1. Яку конструкцію має машина постійного струму? Поясніть призначення основних її елементів.
2. Як створюється ЕРС в обмотці якоря машини постійного струму?
3. Якою загальною формулою визначається ця ЕРС?
4. Як створюється електромагнітний момент машини постійного струму?
5. Якою загальною формулою визначається цей момент?
6. Поясніть принцип дії генератора постійного струму.
7. Поясніть принцип дії двигуна постійного струму.
8. Запишіть формули рівноваги ЕРС і напруг для якірного кола генератора і двигуна постійного струму.
9. Як визначають корисну й витрачену потужності МПС у генераторному і двигунному режимах?
8. Яке призначення колектора у генераторі?
9. Яке призначення колектора у двигуні?
10. Що таке комутація?
11. Що таке реакція якоря? Способи її усунення.

Лекція 13

Тема 10. Машини постійного струму. Конструкція, принцип дії, характеристики (продовження)

10.8. Характеристики двигунів постійного струму

До основних експлуатаційних параметрів будь-якого ДПС належать його номінальні дані: $P_{\text{ном}}$ – корисна потужність на валу; $I_{\text{аном}}$, $U_{\text{ном}}$ – струм і напруга якоря; $I_{\text{збном}}$, $U_{\text{збном}}$ – струм і напруга збудження; $n_{\text{ном}}$ – частота обертання; $\eta_{\text{ном}}$ – ККД.

Для розуміння можливостей будь-якого двигуна, у тому числі й ДПС, необхідно вивчити різні режими, що виникають під час його експлуатації: способи пуску, реагування на змінення величини механічного навантаження на валу, способи регулювання частоти обертання, способи швидкого зупинення або гальмування.

Поводження ДПС у різних режимах залежить від схеми його збудження. Щоб конкретизувати подальший аналіз режимів роботи ДПС, можливості його керування й основні характеристики, розглянемо їх, використовуючи схему незалежного збудження. Принципову електричну схему ввімкнення такого ДПС зображено на рис. 10.16.

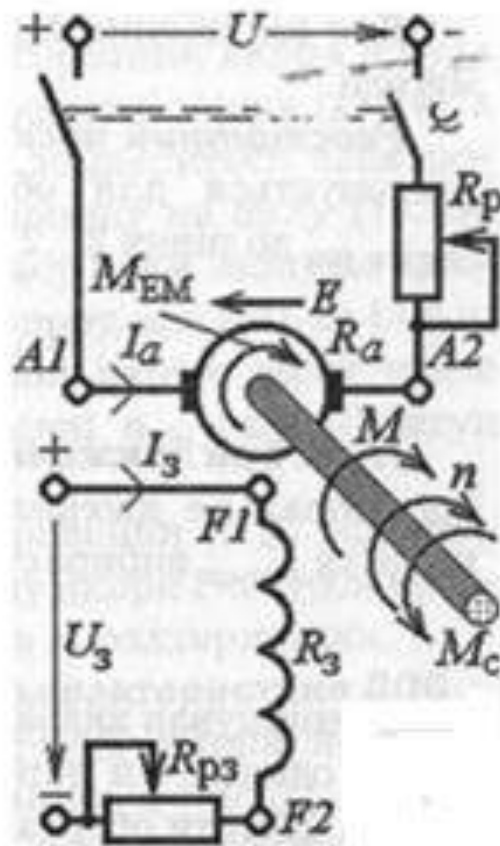


Рис. 10.16. Принципова електрична схема ввімкнення ДПС з незалежним збудженням

Проаналізувати режими роботи ДПС можна на основі таких рівнянь:

$$M_{ем} = C_M \Phi I_a; \quad (10.13)$$

$$U = E + I_a R_a; \quad (10.14)$$

$$E = C_E n \Phi; \quad (10.15)$$

$$M = M_{ем} - \Delta M. \quad (10.16)$$

10.9. Способи пуску в рух ДПС

Щоб надати руху ДПС, спочатку необхідно подати напругу U на обмотку збудження, а потім – на затискачі якірного кола (саме в такій послідовності!). Далі процес буде розвиватися так, як це описано в підрозд. 10.5, і після цього якір двигуна почне обертатися з деякою швидкістю n під дією електромагнітного моменту $M_{ем}$ (10.13). Розвинутий обертальний момент M (10.16) зрівноважується моментом опору M_c з боку пристроїв і механізмів, яким надано рух (див. рис. 10.16).

Якщо на якір відразу подається номінальна напруга $U = U_{\text{НОМ}}$, то такий пуск називають прямим.

Прямий пуск ДПС пов'язаний із серйозними проблемами через великий пусковий струм якоря

$$I_{a_{\text{пуск}}} = \frac{U_{\text{НОМ}}}{R_a}. \quad (10.17)$$

Ця формула отримана з (10.14) з урахуванням того, що в початковий момент часу частота обертання $n = 0$ і, отже, ЕРС E (10.15) в обмотці якоря немає. У зв'язку з відносно малим власним опором якірного кола R_a пусковий струм може становити $(20...30)I_{a_{\text{НОМ}}}$, унаслідок чого двигун може зіпсуватися (виникають велике іскріння і навіть вогонь на колекторі, великі механічні й теплові перевантаження). При цьому не можна не враховувати загальний дестабілізуючий вплив на живильну мережу.

Для вирішення проблем пуску ДПС застосовують спеціальні методи.

Реостатний пуск. Реостат з опором R_p (див. рис. 10.16) використовують для обмеження допустимого пускового струму $I_{a_{\text{доппуск}}}$ до рівня $(2...2,5) I_{a_{\text{НОМ}}}$ і вибирають, використовуючи формулу

$$U_{a_{\text{пуск}}} = \frac{U_{\text{НОМ}}}{(R_p + R_a)} < I_{a_{\text{доппуск}}}. \quad (10.18)$$

Пуск при зменшеній напрузі. Для такого пуску необхідно мати регульовальне джерело живлення якірного кола. Його вихідна напруга $U_{\text{пуск}}$ вибирається так, щоб пусковий струм

$$I_{a_{\text{пуск}}} = \frac{U_{\text{пуск}}}{R_a} \quad (10.19)$$

не перевищував указанного рівня $(2...2,5) I_{a_{\text{НОМ}}}$.

В обидва випадках з розгоном ДПС і збільшенням швидкості обертання ЕРС у якорі збільшується, тоді струм якоря

$$I_{a_{\text{пуск}}} = \frac{(U_{\text{пуск}} - E)}{(R_p + R_a)}, \quad (10.20)$$

виражений із формул (10.14), (10.18) і (10.19), починає зменшуватися. Відповідно при реостатному пуску можна зменшувати опір R_p до нуля, а при пуску напругою – збільшувати її до номінального значення $U_{\text{НОМ}}$.

У підсумку встановлюється певна сила струму якоря

$$I_a = \frac{(U_{\text{НОМ}} - E)}{R_a}, \quad (10.21)$$

яка має забезпечити обертальний момент M (10.16) відповідно до моменту опору M_c на валу з боку механізму.

10.10. Механічні характеристики двигуна постійного струму

Розглянемо два двигуни з різними типами збудження й відповідними механічними характеристиками.

1. **ДПС з незалежним і паралельним збудженням.** Залежність $n = f(M)$ називають механічною характеристикою (рис. 10.17).

Запишемо рівняння двигуна:

$$U = E + I_a R_a \Rightarrow E = U - I_a R_a;$$

$$E = C\Phi n \Rightarrow n = \frac{E}{C\Phi};$$

$$M = C\Phi I_a \Rightarrow I_a = \frac{M}{C\Phi}.$$

Розв'язавши ці рівняння відносно швидкості n , одержимо вираз механічної характеристики:

$$n = \frac{U}{C\Phi} - \frac{R_a}{(C\Phi)^2} M, \quad (10.22)$$

де $n_0 = \frac{U}{C\Phi}$ – швидкість обертання ротора при ідеальному холостому ході;

$\Delta n = \frac{R_a}{(C\Phi)^2}$ – змінення швидкості внаслідок змінення моменту опору.

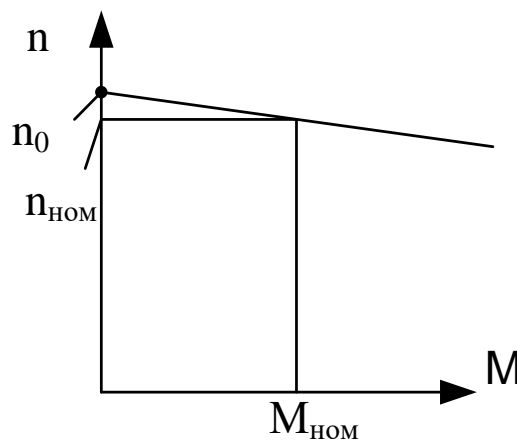


Рис. 10.17. Механічна характеристика ДПС з незалежним і паралельним збудженням

Характеристику (рис.10.17) будують за крайніми точками: при $M_0 = 0$ швидкість обертання дорівнює n_0 – ідеальному холостому ходу. З часом момент M і швидкість обертання якоря n збільшуються і відповідно збільшується й частота його обертання Ω_2 ($M \uparrow \Omega_2 \downarrow$), враховуючи, що швидкість і частота обертання співвідносяться таким чином $\Omega = \frac{2\pi}{60} n$.

Характеристика є лінійною й жорсткою, тобто зі збільшенням M частота обертання змінюється незначно.

Двигуни мають малий пусковий момент, у ДПС цього типу є можливим режим холостого ходу.

2. **ДПС з послідовним збудженням.** Двигун з послідовним збудженням описується такими рівняннями:

$$\begin{aligned} U &= E + I_a R_a; \\ E &= C\Phi n, \quad I_{зб} = I_a; \\ M &= C\Phi I_a. \end{aligned}$$

Якщо магнітне коло є ненасиченим ($\mu_a = \frac{dB}{dH} = const$), то магнітний потік визначають за формулою $\Phi = kI_a$. Підставимо значення потоку Φ у першу й другу формули, одержимо рівняння для моменту, струму та ЕРС:

$$M = CkI_a^2, \quad I_a = \sqrt{\frac{M}{Ck}}, \quad E = CkI_a n.$$

Виконавши всі підставлення, запишемо вираз для ЕРС:

$$E = \sqrt{Ck} \sqrt{M} n. \quad (10.23)$$

Значення струму I_a і ЕРС E підставляємо в перше рівняння для двигуна. Запишемо вираз для визначення напруги:

$$U = \sqrt{Ck} \sqrt{M} n + \frac{\sqrt{M}}{\sqrt{Ck}} R_a. \quad (10.24)$$

Остаточне рівняння механічної характеристики для ДПС з послідовним збудженням, записане для швидкості обертання, буде мати вигляд

$$n = \frac{U}{\sqrt{Ck}} \cdot \frac{1}{\sqrt{M}} - \frac{R_a}{Ck}. \quad (10.25)$$

Вигляд характеристики для ДПС показано на рис. 10.18.

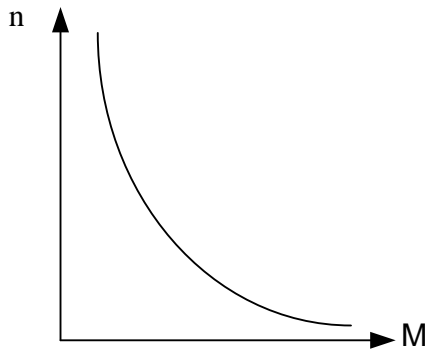


Рис. 10.18. Механічна характеристика ДПС з послідовним збудженням

Для цих ДПС режим холостого ходу є забороненим, оскільки при $M = 0 \ n \rightarrow \infty$ і при $n \rightarrow 0 \ M \rightarrow \infty$.

Характеристика є м'якою, має великий пусковий момент порівняно з двигунами з незалежним і паралельним збудженням. ДПС такого типу використовують з постійним навантаженням на валу, інакше ДПС іде в рознос, тому холостий хід є неможливим.

3. **ДПС зі змішаним збудженням.** Якщо в ДПС зі змішаним збудженням основною є паралельна обмотка, то двигун називають ДПС з паралельно-послідовним збудженням, і навпаки. На рис. 10.19 наведено механічні характеристики при паралельно-послідовному й послідовно-паралельному збудженні.

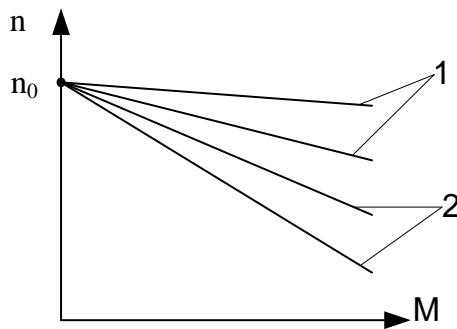


Рис. 10.19. Механічна характеристика ДПС зі змішаним збудженням

10.11. Регулювання частоти обертання

Вираз механічної характеристики (10.22) є відображенням того, якими способами можна керувати роботою ДПС. Використаємо це для пояснення способів регулювання частоти обертання якоря ДПС і відповідно частин механізму, яким надається рух. При аналізі цих способів

слід розуміти, що обертальний момент M у формулі (10.22) є незалежною від двигуна змінною. Ця величина виробляється двигуном відповідно до моменту опору M_c на валу, який створюється механізмом як властивість саморегулювання.

Способи регулювання частоти

Частоту можна регулювати трьома способами.

1. Регулювання частоти шляхом змінення потоку Φ , тобто струму збудження $I_{зб}$, що є найбільш зручним, поширеним та економічним.

Із виразу для частоти обертання якоря

$$\Omega_2 = \frac{U - R_{я} I_{я}}{C\Phi}$$

впливає, що при зменшенні магнітного потоку Φ частота обертання ротора збільшується (рис.10.20).

Двигуни розраховують для роботи при номінальному режимі з максимальним значенням Φ , тобто з найменшою частотою обертання якоря Ω_2 . Тому практично можна тільки зменшувати Φ , тобто цей спосіб дає змогу регулювати Ω_2 вгору від номінальної.

Коефіцієнт корисної дії (ККД) залишається високим, оскільки потужність збудження є малою. Верхнє значення Ω_2 обмежується механічною міцністю машини й умовами її комутації. При високих значеннях Ω_2 комутація погіршується через вібрацію щіткового апарата й реакції якоря.

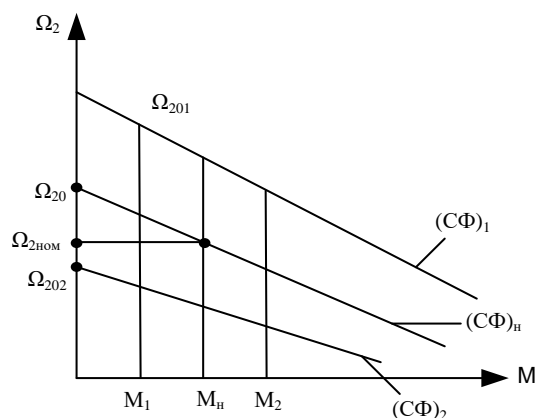


Рис. 10.20. Механічні характеристики ДПС при різних магнітних потоках:
 $(СФ)_н$ – природна механічна характеристика;
 $(СФ)_1, (СФ)_2$ – штучні характеристики при різних магнітних потоках
 $(\Phi_1 > \Phi_2)$.

Для зменшення струму збудження $I_{зб}$ у ДПС з паралельним і незалежним збудженням до кола обмотки збудження реостат під'єднують послідовно, а в ДПС с послідовним збудженням – паралельно до обмотки збудження.

2. Увімкнення послідовно в коло якоря реостата або регульованого опору R_d . Механічна характеристика для частоти обертання ротора має вигляд

$$\Omega_2 = \frac{U_H}{(C\Phi)_H} - \frac{(R_{я} + R_d)M}{(C\Phi)_H^2}$$

Застосування цього способу дає змогу регулювати частоту вниз від номінальної. Він пов'язаний зі значними втратами в опорі R_d і зменшенням ККД.

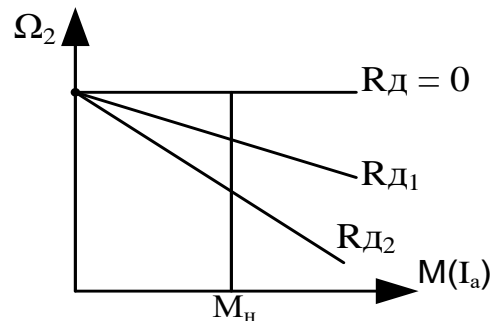


Рис. 10.21. Механічні характеристики ДПС при різних додаткових опорах

На рис. 10.21 наведено механічні характеристики для різних опорів, що співвідносяться так: $R_d < R_{d1} < R_{d2}$ при опорі якоря $R_a = const$, напрузі $U = const$, магнітному потоку $\Phi = const$.

Цей спосіб регулювання застосовують в основному для двигунів невеликої потужності.

3. Регулювання частоти шляхом регулювання напруги кола якоря. Оскільки робота двигуна при $U > U_H$ є неприпустимою, то цей спосіб також дає змогу регулювати Ω_2 вниз від номінальної. ККД залишається високим, тому що ніяких додаткових утрат до схеми не вноситься. Однак тут необхідним є джерело з регульованою напругою, що здорожує установку.

Запитання для самоперевірки

1. Які втрати потужності виникають у машинах постійного струму?
2. Які способи збудження застосовують у МПС?
3. За якими основними характеристиками подаються властивості ГПС з незалежним збудженням? Поясніть їх характер.
4. У чому полягає проблема пуску ДПС і якими способами

вирішується ця проблема?

5. Зобразіть і поясніть характер природних механічних характеристик ДПС незалежного й паралельного збудження.

6. Як змінюються механічні характеристики ДПС при змінній напруги живлення, увімкненні реостата в коло якоря, змінній струму збудження?

7. Як регулюють частоту обертання ДПС?

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Паначевний, Б. І. Загальна електротехніка. Теорія і практикум : підручник / Б. І. Паначевний, Ю.Ф. Свєргун. – Київ : Каравела, 2004. – 438 с.

2. Паначевний, Б. І. Загальна електротехніка : підручник / Б. І. Паначевний, Ю. Ф. Свєргун. – Київ : Каравела, 2012. – 295 с.

3. Трегуб, А. П. Электротехника : учеб. пособие / А. П. Трегуб. – Киев: Вища шк., 1987. – 600 с.

4. Касаткин, А. С. Электротехника / А. С. Касаткин, М. В. Немцов. – 4-е изд., перераб. – М. : Энергоатомиздат, 1983. – 440 с.

5. Міліх, В. І. Електротехніка та електромеханіка : навч. посіб. / В. І. Міліх. – Київ : Каравела, 2006. – 375 с.

6. Кислый, А. Г. Электротехника : учеб. пособие / А. Г. Кислый, О. Н. Косыченко, К. Ф. Фомичёв. – Харьков : ХАИ, 2016. – 145 с.

ЗМІСТ

Вступ.....	3
Лекція 1.....	3
Тема 1. Основні закони, поняття й елементи електричних кіл.....	3
Лекція 2.....	16
Тема 2. Електричні кола постійного струму.....	16
Лекція 3.....	26
Тема 3. Однофазні електричні кола синусоїдального струму.....	26
Лекція 4.....	40
Тема 3. Однофазні електричні кола синусоїдального струму (продовження).....	40
Лекція 5.....	53
Тема 4. Трифазні електричні кола синусоїдального струму.....	53
Лекція 6.....	62
Тема 5. Основні характеристики й закони електромагнітного поля.....	62
Лекція 7.....	70
Тема 6. Магнітні кола.....	70
Лекція 8.....	85
Тема 7. Трансформатори.....	85
Лекція 9.....	103
Тема 8. Асинхронні машини. Конструкція, принцип дії. Пуск, регулювання частоти обертання.....	103
Лекція 10.....	115
Тема 8. Асинхронні машини. Конструкція, принцип дії. Пуск, регулювання частоти обертання (продовження).....	115
Лекція 11.....	127
Тема 9. Синхронні машини. Конструкція, принцип дії і характеристики.....	127
Лекція 12.....	140
Тема 10. Машини постійного струму. Конструкція, принцип дії, характеристики.....	140
Лекція 13.....	156
Тема 10. Машини постійного струму. Конструкція, принцип дії, характеристики (продовження).....	156
Бібліографічний список.....	164

Навчальне видання

**Фомичов Костянтин Федорович
Кислий Анатолій Григорович
Косиченко Ольга Миколаївна
Постніков Володимир Миколайович**

ЕЛЕКТРОТЕХНІКА

Редактор О. Ф. Серьожкіна

Зв. план, 2020

Підписано до видання 02.02.2021

Ум. друк. арк. 9,2. Обл.-вид. арк. 10,38. Електронний ресурс

Видавець і виготовлювач
Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут»
61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17
<http://www.khai.edu>
Видавничий центр «ХАІ»
61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17
izdat@khai.edu

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів
видавничої продукції сер. ДК № 391 від 30.03.2001