

О. Г. Дібір, А. О. Кирпикін

ДОСЛІДЖЕННЯ ДИСКРЕТНОЇ МОДЕЛІ
ЛОНЖЕРОНА ТА КОМБІНОВАНИХ
СТРИЖНЕВИХ СИСТЕМ

2019

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут»

О. Г. Дібір, А. О. Кирпикін

ДОСЛІДЖЕННЯ ДИСКРЕТНОЇ МОДЕЛІ
ЛОНЖЕРОНА ТА КОМБІНОВАНИХ
СТРИЖНЕВИХ СИСТЕМ

Навчальний посібник

Харків «ХАІ» 2019

УДК 629.735.33.02 (075.8)

Д44

Рецензенти: д-р техн. наук, проф. Б. В. Лупкін,
д-р техн. наук, проф. О. В. Мамлюк

Дібір, О. Г.

Д44 Дослідження дискретної моделі лонжерона та комбінованих стрижневих систем [Електронний ресурс] : навч. посіб. / О. Г. Дібір, А. О. Кирпикін. – Харків : Нац. аерокосм. ун-т ім. М. Є. Жуковського «Харків. авіац. ін-т», 2019. – 88 с.

Викладено методики дослідження дискретної моделі лонжерона, проаналізовано комбіновані стрижневі системи і встановлено внутрішні силові фактори і переміщення у статично визначених стрижневих системах. Наведено індивідуальні завдання і довідкові дані, а також рекомендації до виконання домашнього завдання.

Для студентів авіаційних спеціальностей, які вивчають курс «Будівельна механіка», при самостійній роботі.

Іл. 109. Табл. 6. Бібліогр.: 3 назви

УДК 629.735.33.02 (075.8)

© Дібір О. Г., Кирпикін А. О., 2019
© Національний аерокосмічний
університет ім. М. Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут», 2019

ВСТУП

Посібник призначено для методичного забезпечення самостійної роботи студентів при вивченні дисципліни «Будівельна механіка», що стосується несучих конструкцій виробів авіаційно-космічної техніки [1 – 3].

Зміст завдань відповідає навчальним програмам авіаційних спеціальностей.

У роботі досліджено спрощену дискретну модель, яка використовується при виборі параметрів перерізу лонжерона, щодо можливості придатності її застосування шляхом зіставлення з точним розрахунком, проведеним за балочною теорією.

При вирішенні питання про можливість застосування комбінованої стрижневої системи як несучої конструкції проводять аналіз цієї системи, встановлюючи її нерухомість (для опорних конструкцій) або незмінність (для вільних конструкцій), і використовують три види аналізу – кінематичний, структурний і статичний, які виконують послідовно.

Щоб зробити висновок про міцність елементів статично визначеної комбінованої стрижневої системи, знаходять внутрішні силові фактори, що діють в поперечних перерізах її елементів. При цьому встановлюють реакції зв'язків даної системи. В опорних системах спочатку визначають реакції зовнішніх зв'язків – опор, а потім внутрішніх зв'язків, у вільних – відшукують тільки реакції внутрішніх зв'язків. При цьому зазначені реакції обчислюють з рівнянь рівноваги системи, а після її декомпозиції – з рівнянь рівноваги елементів системи, попередньо замінюючи розподілені зусилля зосередженими рівнодійними і виконуючи в разі потреби розвантаження шарнірів, а також ураховуючи симетрію або зворотну симетрію навантаження. Після визначення всіх реакцій зв'язків записують функції значень внутрішніх силових факторів у перерізах всіх елементів системи.

Для пошуку переміщень в статично визначеній комбінованій стрижневій системі формують необхідне одиничне зусилля, за допомогою якого завантажують задану комбіновану стрижневу систему, звільнену попередньо від зовнішнього навантаження, і встановлюють внутрішні силові фактори, викликані одиничним навантаженням. Потім визначають величину переміщення за допомогою формули Мора.

Для виконання цих досліджень запропоновано індивідуальні завдання і довідкові матеріали, що наведені в додатках.

1. ДОСЛІДЖЕННЯ ДИСКРЕТНОЇ МОДЕЛІ ЛОНЖЕРОНА

Мета дослідження – підібрати параметри перерізу лонжерона за умовами міцності, використавши спрощену дискретну модель. Провести точний розрахунок спроектованого перерізу і перевірити виконання прийнятих умов міцності.

1.1. Початкові дані

Лонжерон є прямою консольною балкою, яку защемлено в кореновому перерізі та навантажено поперечними погонними зусиллями (рис. 1.1).

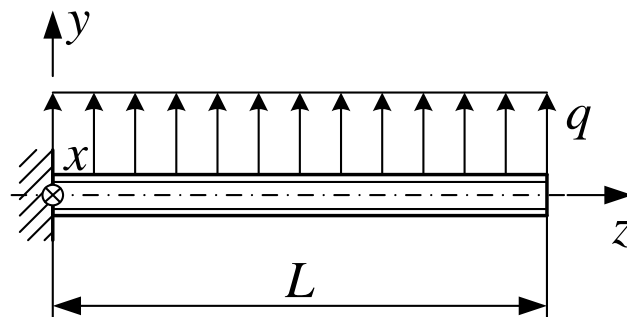


Рис. 1.1. Навантаження лонжерона

Початкові дані: L – довжина лонжерона; H – габаритна висота коренового перерізу лонжерона; q – зовнішнє погонне поперечне навантаження, яке діє на лонжерон (постійне за довжиною). Крім цих параметрів задають номер матеріалу, відповідно до якого слід прийняти механічні характеристики з табл. Д.1.1, а також параметри λ , що характеризують форми поясів (див. розд. 1.3).

Для виконання завдання необхідно попередньо ознайомитися з правилами проведення обчислень.

Правила проведення обчислень

1. Усі обчислення слід проводити з точністю до чотирьох значущих цифр.

У числах більше одиниці перша значуща цифра – просто перша цифра в записуванні числа. Четверту цифру визначають за правилами округлення: $32,6756 \approx 32,68$ або $286729 \approx 286700$. Якщо в числах більше одиниці після округлення утворюється кількість нулів більше ніж три, доцільно вводити додатний децимальний множник $36852937 \approx 3685 \cdot 10^4$.

У числах менше одиниці перша значуща цифра – це перша цифра, відмінна від нуля, $0,0326782 \approx 0,03268$. Якщо в числах менше одиниці кіль-

кість нулів до першої значущої цифри більше ніж три, доцільно вводити від'ємний десятковий множник $0,0002967 \approx 2,967 \cdot 10^{-4}$.

2. У ході обчислень необхідно вказувати числові значення, що входять до формули операндів. Для цього обчислення проводять за правилом «трьох кроків»: а) запис формули; б) підстановка числових значень операндів; в) запис результату обчислень.

3. При записуванні результату обчислень потрібно вказувати розмірність отриманої величини.

4. Слід пам'ятати, що десятковий множник має бути узгодженим з розмірністю величини. Наприклад, якщо розмірність m^2 , то ступінь десяткових множників має бути кратною двом; якщо розмірність m^3 , то ступінь має бути кратною трьом; якщо розмірність m^4 , то ступінь буде кратною чотирьом.

При обчисленні значень напружень десятковий множник має дорівнювати шести, тоді легко оцінювати напруги, оскільки величина перед множником укаже на значення напруження в МПа.

1.2. Проектувальний розрахунок дискретної моделі

1.2.1. Опис моделі

Дискретна модель перерізу лонжерона є парою зосереджених площ, тобто площ, які не мають реальних розмірів – ширини і товщини, а «стягнуті» в точки, розташовані по краях габаритної висоти. В цих точках розвиваються нормальні зусилля. Між ними розташована стінка, що працює тільки на зрушення, причому через відсутність нормальних напружень дотичні напруження постійні за висотою стінки. Параметри дискретної моделі – величини F_B , F_H , δ_{CT} .

Застосовують таку систему координат: вісь z спрямована уздовж лонжерона від закладення до вільного краю; вісь y – вгору; вісь x доповнює систему до правої, тобто спрямована вправо, якщо дивитися з кінця осі z (див. рис. 1.1).

Правила знаків для внутрішніх силових факторів пов'язані з використовуваною системою координат. Розглядають переріз лонжерона з додатною зовнішньою нормаллю, що належить «залишеній» частині. У цьому перерізі внутрішній силовий фактор вважається додатним, якщо напрямок його вектора збігається з додатним напрямком відповідної осі. Зокрема, додатна перерізуюча сила Q_y спрямована вгору, а додатний момент, що вигинає M_x , розтягує верхні волокна балки (в цьому випадку вектор моменту спрямовано в бік додатних x).

За заданими параметрами q і L визначають згинальний момент і перерізуючу силу в кореновому перерізі лонжерона так само, як і в консольній балці:

$$M_x = -\frac{qL^2}{2} \quad (1.1)$$

(момент M_x є від'ємним, оскільки його вектор спрямовано в бік від'ємних x),

$$Q_y = qL. \quad (1.2)$$

Зусилля в зосереджених площах поясів дискретної моделі

$$N = \pm \frac{M_x}{H}. \quad (1.3)$$

1.2.2. Вимоги міцності до елементів лонжерона

Задане зовнішнє навантаження розглядають як експлуатаційне, тобто найбільше, що може виникнути в експлуатації. У розрахунках міцності авіаційних конструкцій аналізують також розрахункове навантаження, яке визначають як добуток експлуатаційного навантаження на коефіцієнт безпеки f . Цей коефіцієнт у випадках розрахунку крила зазвичай дорівнює 1,5.

Вимога міцності до стінки лонжерона полягає в тому, що втрата стійкості стінки від зсуву не має відбуватися при навантаженнях, менших, ніж розрахункові.

Суть вимоги міцності до стиснутого поясу: виникнення пластичних деформацій не має відбуватися при навантаженнях, менших, ніж експлуатаційні.

Вимога міцності до розтягнутого поясу в даному випадку формулюється спрощено: при навантаженні, що дорівнює 75 % від експлуатаційного (50 % від розрахункового), максимальне головне нормальне напруження не має перевищувати границю витривалості матеріалу.

1.2.3. Товщина стінки лонжерона

У розрахунковій формулі

$$\delta_{ст} = \frac{1,5 \cdot Q}{H \tau_{кр}}, \quad (1.4)$$

де $\tau_{кр}$ — критичне напруження зсуву стінки лонжерона, величина якого задається директивно як частка границі міцності матеріалу:

$$\tau_{кр} = 0,36 \cdot \sigma_B, \quad (1.4a)$$

а забезпечується шляхом введення в конструкцію лонжерона додаткових стояків, крок яких по стінці не має перевищувати величину

$$t = 2,19 \cdot \delta_{\text{ст}} \sqrt{\frac{E}{\tau_{\text{кр}} - \tau_0}}, \quad (1.46)$$

де

$$\tau_0 = \frac{3,6 \cdot E}{\left(\frac{H}{\delta_{\text{ст}}}\right)^2}. \quad (1.4в)$$

У цьому завданні конструкцію і вагу стояків не розглядають.

1.2.4. Площа стиснутого пояса

Розрахункова формула має вигляд

$$F_{\text{в}}^0 = \frac{N}{\sqrt{\sigma_{\text{т}}^2 - 3 \cdot \tau_{\text{ст}}^2}} - \frac{H \delta_{\text{ст}}}{6}, \quad (1.5)$$

причому $\tau_{\text{ст}}$ визначають за рівнянням (1.5б).

Примітка. Обґрунтування формули (1.5)

Величину діючого нормального напруження стискування у верхньому поясі дискретної моделі знаходять за допомогою формули (знак не враховують)

$$\sigma_{\text{с}} = \frac{N}{F_{\text{в}}}. \quad (1.5а)$$

Небезпечною є сама верхня точка стінки, де поряд з нормальним напруженням діє також і дотичне напруження

$$\tau_{\text{ст}} = \frac{Q}{H \delta_{\text{ст}}}. \quad (1.5б)$$

Для оцінювання небезпеки появи пластичних деформацій найбільш прийнятна четверта теорія міцності

$$\sigma_{\text{екв}}^{IV} = \sqrt{\sigma_{\text{с}}^2 + 3 \cdot \tau_{\text{ст}}^2}. \quad (1.5в)$$

Прирівнюючи цю величину до межі плинності матеріалу $\sigma_{\text{т}}$ (σ_{02}) і вирішуючи отримане рівняння щодо величини $\sigma_{\text{с}}$, визначаємо напруження, яке може бути допущено у верхньому поясі дискретної моделі при експлуатаційному навантаженні:

$$\sigma_{\text{с}} \leq \sqrt{\sigma_{\text{т}}^2 - 3 \cdot \tau_{\text{ст}}^2}. \quad (1.5г)$$

Це напруження і знаходиться в знаменнику першого доданка формули (1.5). Другий доданок (1.5) враховує той факт, що реальна стінка на відміну від вхідної в дискретну модель бере участь у сприйнятті згинального моменту. Частка цієї участі пропорційна внеску стінки в формування моменту інерції перерізу лонжерона. Наведемо приблизно момент інерції стінки

$$J_1 = \frac{\delta_{\text{ст}} H^3}{12}. \quad (1.5\text{д})$$

Якщо замінити стінку двопоясною дискретною моделлю з однаковими поясами площею ΔF , то момент інерції цієї дискретної моделі (в припущенні щодо симетрії перерізу)

$$J_2 = \frac{1}{2} H^2 \Delta F. \quad (1.5\text{е})$$

Прирівнюючи праві частини (1.5е) і (1.5д), знаходимо частку стінки в площах поясів дискретної моделі лонжерона:

$$\Delta F = \frac{1}{6} H \delta_{\text{ст}}. \quad (1.5\text{ж})$$

Цю частину слід віднімати від площ верхнього і нижнього поясів.

1.2.5. Площа розтягнутого пояса

Розрахункова формула має вигляд

$$F_{\text{н}} = \frac{0,6 \cdot N \sigma_{\text{в}}}{0,36 \cdot \sigma_{\text{в}}^2 - \tau_{\text{ст}}^2} - \frac{H \delta_{\text{ст}}}{6}. \quad (1.6)$$

Примітка. Обґрунтування формули (1.6)

Утомне пошкодження виникає від дії навантажень, що багато разів повторюються в процесі експлуатації. Вивчення реального спектра таких навантажень — надзвичайно складне завдання. У цій роботі реальний спектр умовно замінюється циклічним навантаженням, амплітуда якого дорівнює 75 % від заданого (експлуатаційного).

Найбільш небезпечна точка розтягнутої зони — нижня точка стінки, де при експлуатаційному навантаженні діють одночасно:

- дотичне напруження $\tau_{\text{ст}}$ (1.5б);
- нормальне напруження розтягу

$$\sigma_p = \frac{N}{F_H}. \quad (1.6a)$$

Небезпеку втомного руйнування найкраще оцінювати на основі першої теорії міцності, що приводить до такої формули:

$$\sigma_{\text{ЭКВ}}^I = \frac{\sigma}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2}. \quad (1.6б)$$

Напруження, що становить 0,75 від цієї величини, не має перевищувати границю витривалості при симетричному циклі, який також визначається приблизно через границю міцності матеріалу:

$$\sigma_{-1} \cong 0,45 \cdot \sigma_B. \quad (1.6в)$$

Записуючи умову витривалості у вигляді нерівності

$$0,75 \left[\frac{\sigma_p}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_p}{2}\right)^2 + \tau_{\text{СТ}}^2} \right] \leq 0,45 \cdot \sigma_B \quad (1.6г)$$

і вирішуючи його щодо величини нормального напруження розтягнення, знаходимо максимально допустиме значення цього напруження:

$$[\sigma_p] \leq \frac{0,36 \cdot \sigma_B^2 - \tau_{\text{СТ}}^2}{0,6 \cdot \sigma_B}. \quad (1.6е)$$

Порівнюючи праві частини формул (1.6е) і (1.6д), з огляду на зосереджену площу стінки отримуємо формулу (1.6).

1.2.6. Коригування площ поясів при високих інтенсивностях згинання

Параметр, що характеризує інтенсивність згинального моменту в перерізі лонжерона, визначають за формулою

$$\mu = \frac{|M|}{H^3 \sigma_B}.$$

При великих значеннях цього параметра товщина поясів виходить порівнянню з габаритною висотою лонжерона. Ефективна висота лонжерона, тобто відстань між центрами тяжіння поясів, виявляється істотно меншою, ніж прийнята в дискретній моделі. Це призводить до великих помилок проектувального розрахунку і, як наслідок, до великих перевантажень. Для врахування цього фактора необхідно:

- обчислити значення параметра μ ;
- якщо $\mu \geq 0,025$, то слід збільшити знайдені раніше площі поясів:

$$F_B^K = F_B^0 \left(1 + \sqrt{\frac{\mu}{8}}\right), \quad F_H^K = F_H^0 \left(1 + \sqrt{\frac{\mu}{12}}\right);$$

- якщо $\mu < 0,025$, то коригування не проводять.

1.3. Розміри елементів реального перерізу лонжерона

Слід знайти параметри реального перерізу, показані на рис. 1.2.

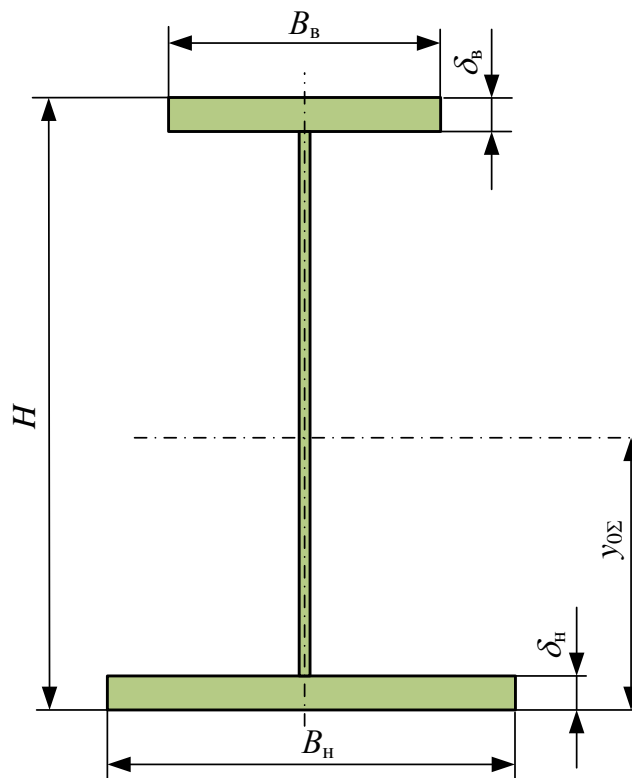


Рис. 1.2. Геометричні параметри лонжерона

Передбачається, що верхній і нижній пояси лонжерона мають форму прямокутника шириною B і товщиною δ , причому серединна площина стінки ділить ширину поясів навпіл (тобто переріз лонжерона симетричний щодо вертикальної осі).

Параметр форми пояса є відношенням його ширини до товщини $\lambda = \frac{B}{\delta}$. У практиці проектувальних розрахунків ці величини визначають з умов стійкості поясів при розрахункових навантаженнях. У даній роботі приблизно для всіх варіантів параметр форми верхнього пояса $\lambda_B = 8$, а параметр форми нижнього пояса $\lambda_H = 12$. Знаючи величину площі і значення λ , можна скласти для кожного з поясів систему двох рівнянь:

$$B\delta = F; \quad \frac{B}{\delta} = \lambda.$$

Розв'язок цієї системи має вигляд

$$B = \sqrt{\lambda F}; \quad \delta = \sqrt{\frac{F}{\lambda}}.$$

Таким чином, розміри верхнього пояса:

$$B_B = \sqrt{\lambda_B F_B^K}; \quad (1.7)$$

$$\delta_B = \sqrt{\frac{F_B^K}{\lambda_B}}, \quad (1.8)$$

а розміри нижнього пояса:

$$B_H = \sqrt{\lambda_H F_H^K}; \quad (1.9)$$

$$\delta_H = \sqrt{\frac{F_H^K}{\lambda_H}}. \quad (1.10)$$

Усі чотири величини слід обчислити до чотирьох значущих цифр, а потім округлити результати до цілих міліметрів.

Далі рекомендується всі обчислення до формули (1.24) виконувати в сантиметрах.

1.4. Перехід до головних осей реального перерізу

Вісь y збігається з вертикальною віссю симетрії перерізу i , отже, є однією з двох головних осей. Для визначення положення осі x потрібно визначити місце розташування центра перерізу (вертикальну координату).

Виберемо початкове положення осі x_0 уздовж нижнього краю нижнього пояса. Позначимо через y_0 відповідні початкові вертикальні координати.

Переріз лонжерона являє собою сукупність трьох прямокутників, кожен з яких характеризується площею і початковою координатою центра площі.

Верхній пояс має площу

$$F_B = B_B \delta_B, \quad (1.11)$$

початкова координата центра перерізу верхнього пояса

$$y_{0B} = H - \frac{\delta_B}{2}. \quad (1.12)$$

Дійсна висота стінки

$$h_{ст} = H - \delta_B - \delta_H; \quad (1.13)$$

площа перерізу стінки

$$F_{ст} = h_{ст} \delta_{ст}; \quad (1.14)$$

початкова координата центра перерізу стінки

$$y_{0ст} = \frac{h_{ст}}{2} + \delta_H. \quad (1.15)$$

Площа перерізу нижнього пояса

$$F_H = B_H \delta_H, \quad (1.16)$$

а початкова координата центра перерізу нижнього пояса

$$y_{0H} = \frac{\delta_H}{2}. \quad (1.17)$$

Площа всього перерізу

$$F_{\Sigma} = F_B + F_{ст} + F_H. \quad (1.18)$$

Знаючи цю величину, можна обчислювати масу погонного метра лонжерона:

$$m = \rho F_{\Sigma}, \quad (1.19)$$

причому щільність вибирають з табл. Д.1.1.

Статичний момент всього перерізу відносно початкової осі x_0

$$S_{x_0\Sigma} = F_B y_{0B} + F_{ст} y_{0ст} + F_H y_{0H}. \quad (1.20)$$

Відстань від крайнього нижнього волокна до центра ваги перерізу

$$y_{0\Sigma} = \frac{S_{x0\Sigma}}{F_\Sigma} \quad (1.21)$$

(в отриманому значенні потрібно зберегти не менше чотирьох значущих цифр).

Вісь x , що проходить через центр перетину і перпендикулярна головній осі y , також є головною віссю перерізу. Координати центрів розглянутих раніше трьох елементів перерізу в головній системі координат

$$\bar{y}_i = y_{0i} - y_{0\Sigma}, \quad (1.22)$$

де нижній індекс «0» відповідає відстаням від нижнього краю перерізу, а індекс « i » набуває значень «в», «ст», «н». Слід звернути увагу на відмінності в позначеннях координат: головні координати позначають верхньою горизонтальною рисою.

Для перевірки правильності обчислень необхідно визначити статичний момент усього перерізу відносно головної осі:

$$S_{x\Sigma} = \sum_i F_i \bar{y}_i, \quad (1.23)$$

де нижній індекс « i » набуває тих же значень: «в», «ст», «н».

Величина (1.23) – це статичний момент перерізу щодо центральної осі (за визначенням має дорівнювати нулю). Похибки, викликані округленнями, не мають перевищувати 0,1 % від величини $S_{x0\Sigma}$ (див. формулу (1.20)).

1.5. Головний момент інерції перерізу лонжерона

Головний момент інерції всього перерізу визначають за формулою

$$J_{x\Sigma} = \sum_i (J_{0i} + F_i \bar{y}_i^2), \quad (1.24)$$

де J_{0i} – момент інерції i -го прямокутника відносно центральної осі:

$$J_{0в} = \frac{B_в \delta_в^3}{12}; \quad J_{0ст} = \frac{\delta_ст h_ст^3}{12}; \quad J_{0н} = \frac{B_н \delta_н^3}{12}, \quad (1.25)$$

$F_i \bar{y}_i^2$ – переносний момент інерції і-го прямокутника, причому, як і раніше, нижній індекс «і» набуває значень «в», «ст», «н». (Усі шість доданків (1.24) мають бути обчислені і записані окремо перед підсумовуванням). Для перевірки порядку отриманої величини слід обчислити момент інерції лонжерона за наближеною формулою

$$J_x^* \cong \frac{\left[H - \frac{1}{2}(\delta_B + \delta_H) \right]^2}{2} \left(\frac{F_{CT}}{6} + \frac{2F_B F_H}{F_B + F_H} \right). \quad (1.26)$$

Якщо різниця ($J_{\Sigma} - J_x^*$) перевищує ($0,15 J_x^*$), то обчислення потрібно повторити заново, почавши з перевірки значення J_x^* . Остаточне перевірене значення J_{Σ} слід навести в метрах (якщо обчислення виконували в сантиметрах, то знайдене значення множать на 10^{-8}); в подальших розрахунках індекс « Σ » буде опущено.

1.6. Характерні точки перерізу

Характерні точки перерізу – це точки, в яких напруження досягають найбільшого або найменшого значення або епюри мають стрибки напружень. На рис. 1.3 показано сім характерних точок.

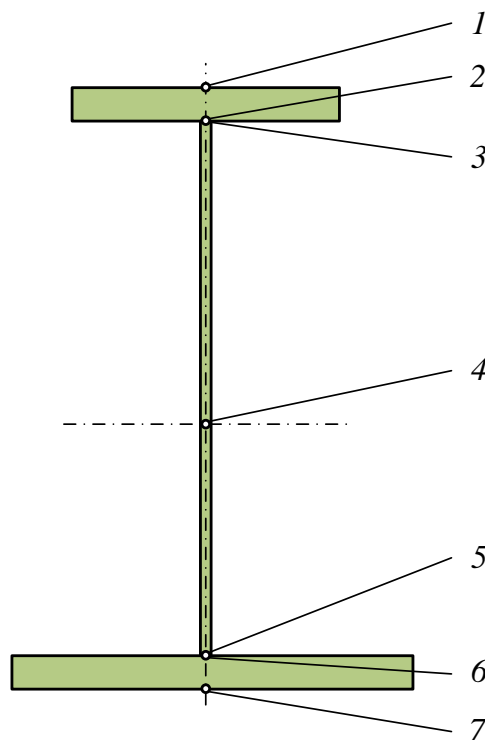


Рис. 1.3. Характерні точки перерізу лонжерона

Координати їх можна визначити через координати \bar{y}_i центрів ваги елементів перерізу:

– точка 1 – верхнє крайнє волокно перерізу, діє найбільше за величиною стискуюче напруження:

$$y_1 = \bar{y}_B + \frac{\delta_B}{2};$$

– точка 2 – нижнє волокно верхнього пояса, тобто точка, що передує стрибку в епюрі дотичних напружень:

$$y_2 = \bar{y}_B - \frac{\delta_B}{2};$$

– точка 3 – верхнє волокно стінки за стрибком дотичних напружень:

$$y_3 = y_2;$$

– точка 4 – нейтральна вісь перерізу, де діє найбільше дотичне напруження

$$y_4 = 0;$$

– точка 5 – нижнє крайнє волокно стінки, тобто точка, що передує стрибку в епюрі дотичних напружень:

$$y_5 = \bar{y}_H + \frac{\delta_H}{2};$$

– точка 6 – верхнє волокно нижнього пояса за стрибком дотичних напружень:

$$y_6 = y_5;$$

– точка 7 – нижнє крайнє волокно перерізу, де діє найбільше за величиною розтяжне напруження:

$$y_7 = \bar{y}_H - \frac{\delta_H}{2} = -y_{0\Sigma}.$$

Перевірка: $y_1 - y_7 = H$.

На цьому етапі всі значення y_i потрібно визначити в метрах.

1.7. Нормальні напруження

Нормальні напруження обчислюють за допомогою формули

$$\sigma(y) = \frac{M_x}{J_x} y,$$

причому, оскільки момент виражено в ньютон-метрах, то геометричні характеристики J_x і y також слід навести в метрах в четвертій степені і метрах відповідно.

Викликають інтерес нормальні напруження в чотирьох точках – 1, 3, 5 і

7. Рекомендується заздалегідь обчислити відношення $\left(\frac{M_x}{J_x} 10^{-6}\right)$ і підста-

вити його від'ємне значення у кожному з чотирьох точок. Децимальний множник додано для того, щоб після множення на y_i (в метрах) автоматично виходили не паскалі, а мегапаскалі.

Верхня точка перерізу (стиснення)

$$\sigma_1 = \frac{M_x}{J_x} y_1. \quad (1.27)$$

Отримане напруження є найбільшим напруженням чистого стиснення.

Нормальне напруження у верхньому волокні стінки (стиснення)

$$\sigma_3 = \frac{M_x}{J_x} y_3, \quad (1.28)$$

а в нижній точці стінки (розтягнення)

$$\sigma_5 = \frac{M_x}{J_x} y_5. \quad (1.29)$$

Тут від'ємні як M_x , так і y_5 , тому $\sigma > 0$.

1.8. Дотичні напруження

Дотичні напруження визначають за допомогою формули

$$\tau(y) = \frac{Q_y S_x(y)}{J_x b(y)}, \quad (1.30)$$

в якій статичний момент і ширина перерізу є функціями координати y . Епюру статичного моменту будують шляхом послідовного його накопичення від крайньої верхньої точки перерізу вниз. У цьому випадку статичні моменти всюди додатні. Розглянемо п'ять характерних точок – 2, 3, 4, 5, 6:

точка 2 – нижній край верхнього пояса: $S_2 = F_B \bar{y}_B$, $b_2 = B_B$;

точка 3 – верхній край стінки: $S_3 = S_2$, $b_3 = \delta_{CT}$;

точка 4 – нейтральна вісь: $S_4 = S_3 + \frac{\delta_{CT}}{2} y_3^2$, $b_4 = \delta_{CT}$;

точка 5 – нижній край стінки: $S_5 = -\bar{y}_H F_H$, $b_5 = \delta_{CT}$

(знак мінус у формулі обумовлено зміною напрямку обходу на зворотний: раніше йшли зверху вниз; слід пам'ятати, що $\bar{y}_H < 0$);

точка 6 – верхній край нижнього пояса: $S_6 = S_5$, $b_6 = B_H$

(всі значення статичних моментів мають бути наведені в кубічних метрах, а значення b – в метрах).

Дотичні напруження визначають за формулою (1.30) шляхом підстановки відповідних значень S і b , результати обчислень наводять у мегапаскалях.

На основі отриманих значень слід побудувати епюру дотичних напружень за висотою перерізу (рис. 1.4) (в точках 1, 7 при y_{max} і y_{min} дотичні напруження дорівнюють нулю) (див. рис. 1.3). На цій епюрі потрібно витримати масштаб співвідношення напружень в точках 2, 3, 5 і 6, щоб було видно, що практично вся перерізуюча сила сприймається стінкою.

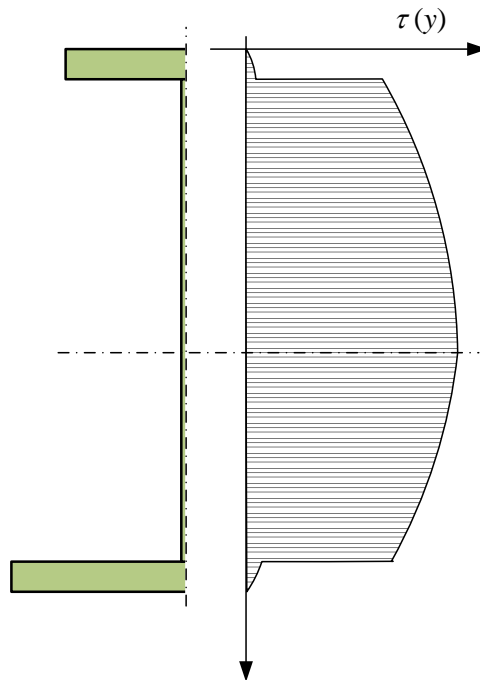


Рис. 1.4. Характер епюри дотичних напружень

Оскільки в стінці лонжерона небезпечним граничним станом є втрата стійкості від зсуву, необхідно обчислити середнє дотичне напруження в стінці.

Теоретична формула

$$\tau_{cp} = \frac{1}{y_3 - y_5} \int_5^3 \tau(y) dy \quad (1.31)$$

після інтегрування набуває вигляду

$$\tau_{cp} = \tau_4 - \frac{y_5^2 + y_3 y_5 + y_3^2}{3y_5^2} (\tau_4 - \tau_3) \quad (1.32)$$

(не помиляйтеся: добуток $y_3 y_5 < 0$).

1.9. Оцінювання прийнятності дискретної моделі

Прийнятність дискретної моделі для проектувального розрахунку лонжерона визначають за ступенем виконання вихідних умов міцності.

1.9.1. Стійкість стінки під дією зсуву

Умова міцності має вигляд

$$\tau_{cp} \leq \tau_{ct}, \quad (1.33)$$

де τ_{ct} знаходять за формулою (1.5б).

Якщо ця умова не виконується, слід обчислити перевантаження

$$m_{ct} = \frac{\tau_{cp} - \tau_{ct}}{\tau_{ct}} \cdot 100\%.$$

Якщо умова (1.33) виконується, потрібно встановити надлишок міцності

$$\eta_{ct} = \frac{\tau_{ct} - \tau_{cp}}{\tau_{ct}} \cdot 100\%.$$

1.9.2. Пластичність матеріалу в стисненій зоні

Пластичність в стисненій зоні не настане, якщо буде виконана умова

$$\sigma_{\text{екв.3}}^{IV} \leq \sigma_T, \quad (1.34)$$

причому еквівалентне напруження в небезпечній точці 3 визначають за формулою (порівняйте з виразом (1.5в))

$$\sigma_{\text{екв.3}}^{IV} = \sqrt{\sigma_3^2 + 3 \cdot \tau_3^2}.$$

Якщо умову (1.34) не буде виконано, то слід обчислити перевантаження

$$m_{\text{тек}} = \frac{\sigma_{\text{екв.3}}^{IV} - \sigma_T}{\sigma_T} \cdot 100 \%$$

В іншому випадку обчислюють надлишок міцності

$$\eta_{\text{тек}} = \frac{\sigma_T - \sigma_{\text{екв.3}}^{IV}}{\sigma_T} \cdot 100 \%$$

1.9.3. Витривалість у розтягнутій зоні

Використовуючи формулу (1.6б), обчислюють $\sigma_{\text{екв.5}}^I$ у точці 5. Амплітудне напруження еквівалентного циклу навантаження

$$\sigma_a = 0,75 \cdot \sigma_{\text{екв.5}}^I.$$

Це напруження слід зіставити з границею витривалості, величину якого визначають за формулою (1.6в). Якщо виконується умова міцності

$$\sigma_a \leq \sigma_{-1},$$

то потрібно обчислити коефіцієнт надлишку міцності

$$\eta_{\text{ВИТ}} = \frac{\sigma_{-1} - \sigma_a}{\sigma_a} \cdot 100 \%,$$

в іншому випадку слід обчислити перевантаження

$$m_{\text{ВИТ}} = \frac{\sigma_a - \sigma_{-1}}{\sigma_{-1}} \cdot 100 \%.$$

1.9.4. Висновки

У висновках щодо проведених досліджень необхідно навести величини найбільших перевантажень і недовантажень і вказати, в якій зоні перерізу вони знаходяться. Якщо максимальне перевантаження не перевищує 5 %, а максимальний надлишок міцності – 15 %, то слід дискретну модель вважати придатною для проектувального розрахунку лонжерона.

Коректний висновок не має містити категоричних тверджень, а тільки має оцінювати результати даного одиничного числового експерименту, наприклад: «Результати числового експерименту не підтверджують можливості використання дискретної моделі для проектувального розрахунку лонжерона».

2. АНАЛІЗ СТРИЖНЕВИХ СИСТЕМ

Рекомендовано певну послідовність застосування різних видів аналізу.

Кінематичний аналіз. Якщо $P > 0$ (або $Z > 0$) , то система є рухливою (або змінюваною) і аналіз буде завершено. Якщо $P \leq 0$ (або $Z \leq 0$), то остаточний висновок про незмінність системи зробити неможливо і слід перейти до структурного аналізу.

Структурний аналіз. Перевірити виконання структурних правил, використавши, якщо необхідно, еквівалентні заміни. Вибрати відповідний метод структурного аналізу, а саме: руйнування, побудови, евристичний. Якщо система піддається структурному аналізу, то висновок про рухливість або нерухомість (змінність або незмінність) – остаточний, і аналіз виконано. Якщо система не піддається структурному аналізу, то потрібно перейти до статичного аналізу.

Статичний аналіз. Перевірити нульове правило статичного аналізу. Якщо воно не застосовується, то рекомендується використовувати метод заміни стрижнів: якщо в одиничному стані зміненої системи зусилля в додатковому стрижні дорівнює нулю, то система рухлива (змінювана), в іншому випадку – нерухома (незмінна).

2.1. Перелік типів елементів системи

Елементи системи – це елементи, що з'єднуються (вузли та диски) і зв'язки (опорні зв'язки, стрижні і шарніри).

2.1.1. Опорні зв'язки

На рисунках вихідних даних (додаток 2) опорні стрижні позначено короткими прямими відрізками з кружечками (фізичними шарнірами) на кінцях. Один з шарнірів опорного зв'язку кріпиться до конструкції, а другий – до опорного диску, який зображено похилим штрихуванням. У звіті має бути запис: «Опорними є зв'язки R_1, R_2, R_3 ». Якщо на заданій схемі відсутні опорні стрижні, то система – вільна. У звіті потрібно записати: «Опорні зв'язки відсутні».

2.1.2. Стрижні

Стрижнем називається прямолінійний елемент конструкції, якій прикріплено до системи двома шарнірами на його кінцях і не має зовнішніх навантажень між цими шарнірами. При цьому жоден з шарнірів не має бути з'єднаним з опорним диском, інакше це буде опорний зв'язок. У звіті має бути запис: «Стрижні – AB, BC, \dots » або «У системі стрижнів немає».

2.1.3. Вузли

Вузлом називається точка, в якій поєднуються два (на площині), три (в просторі) або більш стрижнів. Якщо в системі немає стрижнів, то в ній не може бути вузлів. Якщо точка з'єднання стрижнів лежить на диску, то її вузлом не враховують. У звіті має бути запис: «Вузли – A, B, C, \dots » або «У системі вузлів немає».

2.1.4. Диски

Дисками називаються елементи конструкції, що мають криволінійну або ламану вісь (незалежно від наявності зовнішніх сил), а також ті елементи з прямолінійною віссю, які несуть зовнішнє навантаження. Диски приєднують до конструкції за допомогою шарнірів і / або стрижнів. У звіті має бути запис: «Диски – AB, BC, \dots » або «У системі дисків немає».

2.1.5. Шарніри

Шарнірами (міждисковими, кінематичними) називаються такі з'єднання двох або декількох дисків, коли залишаються можливими тільки взаємні повороти дисків один щодо одного, тобто ті з фізичних шарнірів, які з'єднують диски. У звіті має бути запис: «Шарніри – A, B, C, \dots » або «У системі шарнірів немає».

2.2. Кінематичний аналіз

Для аналізу плоских комбінованих систем використовують два вирази Чебишева:

– для стаціонарних конструкцій

$$P_p = 3 \cdot D + 2 \cdot B - 2 \cdot Ш_0 - C - C_{on},$$

– для вільних конструкцій

$$Z_p = 3 \cdot D + 2 \cdot B - 2 \cdot Ш_0 - C - 3.$$

Тут $Ш_0$ – кількість одноразових циліндричних шарнірів.

Одноразовим (або простим) називається шарнір, що з'єднує тільки два диски. Якщо в циліндричному шарнірі з'єднано три диски, то такий шарнір замінюють двома однократними. Решта символів загальновідомі.

Результати обчислень за формулами кінематичного аналізу інтерпретуються так:

– якщо $P_p(Z_p) > 0$, то система не має достатньої кількості зв'язків, є рухомою (змінною) і не може бути несучою конструкцією;

– якщо $P_p(Z_p) \leq 0$, то система має достатню кількість зв'язків і за умови їх правильного розташування може бути несучою конструкцією (для уточнення виведення потрібно провести структурний або статичний аналіз).

Аналогічно використовують формули Чебишева для аналізу просторових систем.

2.3. Структурний аналіз

Зміст структурного аналізу – перевірка виконання структурних правил в системі з'єднань силових елементів заданої або еквівалентної конструкції.

2.3.1. Три методи структурного аналізу

Для реалізації структурного аналізу методом руйнування є необхідною (але мало) наявність хоча б одного автономного елемента, що з'єднується, а для виконання структурного аналізу методом побудови необхідною (але мало) є наявність хоча б одного нерухомого диска (або стрижня). Для стаціонарних систем таким диском є опора.

Для вільних систем рекомендується ввести поняття «базовий диск» – незмінний фрагмент або диск, який використовується як в методі руйнування, так і в методі побудови.

Евристичний метод структурного аналізу передбачає вибір однієї або декількох еквівалентних заміни, що дозволяють застосовувати до нової еквівалентної системи структурні правила.

Еквівалентною називається заміна елементів системи, що не впливає на її змінність і нерухомість, тобто система, яка була незмінною (змінною) до заміни і залишається незмінною (змінною) після заміни.

2.3.2. Структурні правила

Правило № 1

Для кріплення вузла до плоскої системи необхідно мати не менше двох стрижнів, що не лежать на одній прямій (неколінеарних).

Правило № 2

Для кріплення вузла до просторової системи потрібно мати не менше трьох стрижнів, які не лежать в одній площині (некомпланарних).

Правило № 3

Для кріплення плоского диска до плоскої системи необхідно мати:

- а) не менше трьох стрижнів, які не є паралельними і не перетинаються в одній точці;
- б) шарнір і стрижень, причому вісь стрижня не має проходити через центр шарніра.

Правило № 4

Для кріплення просторового диска або незмінного фрагмента до просторової системи або до опорного диска потрібно мати:

- а) не менше шести стрижнів, осі яких не лежать в паралельних площинах або вони не є паралельними, або не перетинаються однією прямою;
- б) один сферичний шарнір і не менше трьох стрижнів, якщо ці стрижні не є паралельними і не перетинаються однією прямою, що проходить через вісь шарніра.

Правило № 5

Якщо фрагмент, що прикріплено до системи відповідно до структурних правил, має додаткові зв'язки, то вони не порушують структурних правил.

2.3.3. Еквівалентні заміни

У процесі структурного аналізу стрижневих систем (але не при розрахунку сил і переміщень) для трансформації в системи, до яких можна використовувати методи побудови або руйнування, можливі такі заміни:

1. Будь-який незмінний фрагмент системи можна замінити диском. Найпростіші незмінні фрагменти: на площині – шарнірний трикутник, в просторі – шарнірний тетраедр. Три плоских диски, з'єднані трьома шарнірами, що не лежать на одній прямій, можна замінити одним плоским диском.

2. Якщо плоский диск кріпиться до плоскої системи двома шарнірами, то його можна замінити стрижнем, вісь якого проходить через центри цих шарнірів. Це може бути і опорний диск, в цьому випадку він входить в число внутрішніх дисків і система розглядається як вільна.

3. З'єднання двох плоских дисків за допомогою двох стрижнів можна замінити шарніром, центр якого лежить в точці перетину стрижнів.

4. Фрагменти системи (вузли, диски), нерухомо приєднані до опорного диска, можна вважати частиною опорного диска.

5. Якщо опорні закріплення стаціонарної системи відповідають структурним правилам кріплення диска без надлишкових зв'язків, то досить показати незмінюваність системи, видаливши опорні зв'язки.

6. Якщо елементи, що з'єднуються (вузол або диск), мають як зв'язки два стрижні, що лежать на одній прямій, то один з них може бути видалено без зміни рухливості або змінності системи.

7. Окремий стрижень, нерухомо прикріплений до опорного диска, можна замінити одним опорним зв'язком, напрямок якого збігається з напрямком замінного стрижня.

8. Якщо дві точки плоскої системи кріпляться нерухомо до опорного диска (кожна – двома опорними стрижнями), то один з опорних стрижнів можна вилучити, ввівши замість нього стрижень між згаданими точками.

2.4. Нульове правило статичного аналізу

У разі необхідності проведення статичного аналізу буває корисним використання так званого «нульового правила статичного аналізу»: система є рухомою або змінною, якщо хоча б для одного її фрагмента можна скласти хоча б одне рівняння рівноваги, в якому всі коефіцієнти при невідомих зусиллях дорівнюють нулю.

3. РОЗРАХУНОК КОМБІНОВАНОЇ СТРИЖНЕВОЇ СИСТЕМИ

Вихідні дані – ескіз системи, геометричні параметри, зовнішні сили.

Завдання:

- визначити реакції в зв'язках;
- побудувати епюри внутрішніх силових факторів (ВСФ) для всіх елементів, що деформуються;
- знайти задане переміщення.

Вказівка. У звіті мають бути записані всі наведені нижче заголовки і під кожним з них – відповідні результати досліджень.

3.1. Заміна розподілених навантажень зосередженими рівнодійними

Один або кілька дисків можуть бути навантажені розподіленим навантаженням. Для спрощення обчислень на етапі визначення реакцій це навантаження можна замінити статично еквівалентною зосередженою силою (цю заміну не можна виконувати на етапі побудови епюр ВСФ).

3.1.1. Прямолінійні ділянки

Якщо на ділянці довжиною ℓ прямолінійного диска діє нормально розподілене навантаження постійної інтенсивності q , то його можна замінити зосередженою силою $S = q\ell$, яку прикладено в середині ділянки і спрямовано перпендикулярно до осі прямолінійної ділянки.

3.1.2. Кільцеві ділянки

Якщо на кільцевій ділянці довжиною $2\beta R$ діє постійне нормально (тобто вздовж радіуса) розподілене навантаження q , то його рівнодіючу $S = 2qR \sin \beta$ прикладено в середині ділянки і спрямовано вздовж радіуса в цій точці.

Якщо на кільцевій ділянці довжиною $2\beta R$ діє постійне, спрямоване по дотичній до осі балки перпендикулярно радіусу розподілене навантаження q , то його рівнодіюча $S = 2qR \sin \beta$, але прикладена вона до осі

симетрії ділянки в точці, віддаленій від центра кола на відстані $h = \frac{\beta R}{\sin \beta}$,

тобто за колом, і спрямована перпендикулярно до осі симетрії. В цьому випадку можна для наочності ввести фіктивну консоль, яка з'єднує реальну кільцеву ділянку з точкою прикладання рівнодіючої.

3.2. Визначення опорних реакцій

У системах, що задаються, кількість опорних зв'язків дорівнює трьом. У цьому випадку процедура визначення опорних реакцій аналогічна тій, яка застосовувалася при розрахунку двоопорних балок у курсі «Механіка матеріалів». Усі опорні зв'язки звільняються і замінюються реакціями. Опорні реакції необхідно спочатку спрямовувати від системи до опорного диска. Для цього використовують три рівняння рівноваги:

$$\sum F_x = 0; \sum F_y = 0; \sum M_z = 0.$$

Після того, як знайдено величини і виправлено напрямки опорних реакцій, їх слід розглядати як зовнішні сили.

3.3. Модифікація вихідної системи

Мета модифікації – приведення системи у відповідність з кінематичними характеристиками шарнірно зчленованої моделі стрижневих конструкцій. Для цього необхідно:

- а) розосередити кратні шарніри;
- б) розвантажити шарніри, до яких прикладені зосереджені сили або стрижні.

3.4. Декомпозиція (розчленовування) системи

Декомпозиція (найбільш відповідальний етап роботи) є усуненням всіх зв'язків (стрижнів, шарнірів) і заміною їх реакціями, що прикладаються до зв'язуючих елементів (вузлів, дисків).

Кожен стрижень замінюють парою однакових сил, спрямованих від вузлів до середини віддаленого стрижня, а кожен простий шарнір – двома парами однакових сил, прикладених до обох дисків. Ці реакції однакові за величиною і спрямовані протилежно (дія дорівнює протидії).

Зовнішні навантаження і опорні реакції також прикладають до вузлів і дисків.

3.5. Використання симетрії

Перша теорема щодо симетрії: якщо конструкція симетрична, а навантаження – прямосиметричні зусилля, то відбувається таке:

- а) зворотносиметричні зусилля в перерізах, розташованих на осі симетрії, дорівнюють нулю;
- б) реакції в симетричних зв'язках – симетричні, тобто однакові за величиною і спрямовані відповідно до дзеркальних відображень.

Друга теорема щодо симетрії: якщо конструкція є симетричною, а навантаження – зворотносиметричними, то відбувається таке:

а) прясиметричні зусилля в перерізах, розташованих на осі симетрії, дорівнюють нулю;

б) реакції в симетричних зв'язках є зворотносиметричними, тобто однаковими за величиною, і спрямовані протилежно дзеркальному відображенню.

Потрібно вказати тип симетрії навантаження і навести формулювання відповідної теореми щодо симетрії, а також записати додаткові рівності, обумовлені симетрією.

Слід зазначити:

- нульові реакції в перерізах на осі симетрії;
- рівність зусиль в симетричних зв'язках.

У разі зворотної симетрії навантаження необхідно змінити напрямки реакцій у правій половині конструкції так, щоб вони були зворотносиметричними реакціям у лівій частині (рис. 3.1).

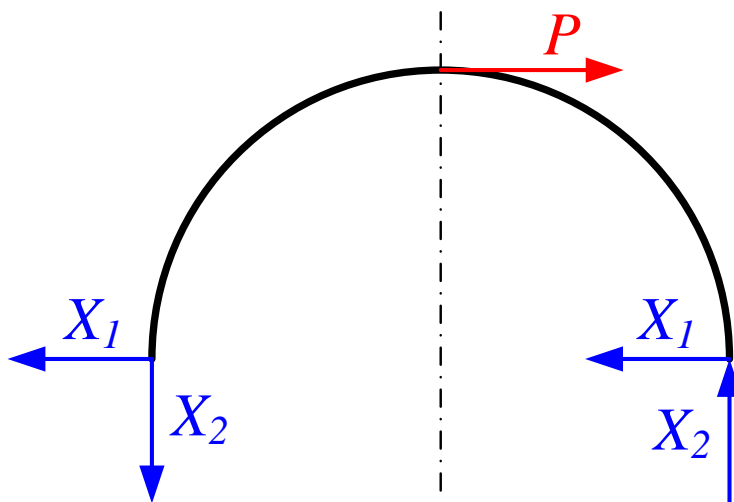


Рис. 3.1. Напрямок реакцій при оберненій симетрії навантаження

Скласти список реакцій, що залишилися невідомими.

3.6. Обчислення реакцій з рівнянь рівноваги елементів, що з'єднуються

Для визначення величин і напрямків реакцій, які не визначені після використання теорем щодо симетрії, слід записати необхідну кількість незалежних рівнянь рівноваги і обчислити невідомі реакції. Обчислення про-

водити з точністю до чотирьох значущих цифр. Наприклад, $3896,3026 \approx \approx 3896$ або $0,00376289 \approx 3,763 \cdot 10^{-3}$. виправити напрямки реакцій відповідно до отриманих знаків.

Зобразити кожен із елементів системи, що з'єднуються, прикласти до них зовнішні сили і знайдені реакції зв'язків із зазначенням їх дійсних величин і перевірити їх рівновагу, тобто виконання трьох незалежних рівнянь рівноваги для кожного з дисків.

3.7. Побудова епюр внутрішніх силових факторів

Введені раніше зосереджені рівнодійні треба замінити дійсними розподіленими навантаженнями.

Для кожного з дисків слід виконати таке:

- записати формули для згинальних моментів в дисках і величини осьових сил в стрижнях (табл. 3.1);
- побудувати епюри згинальних моментів в кожному з дисків окремо, застосувавши, якщо потрібно, метод побудови функцій в реперних точках (табл. 3.2); якщо в вашому варіанті потрібні додаткові функції кута α , то необхідно ввести в табл. 3.2 додаткові рядки; значення згинальних моментів на епюрах відкладають з боку розтягнутого волокна;
- побудувати епюри згинальних моментів для дисків всієї системи, врахувавши характер симетрії.

Таблиця 3.1

Залежності внутрішніх силових факторів у кругових балках від різних впливів

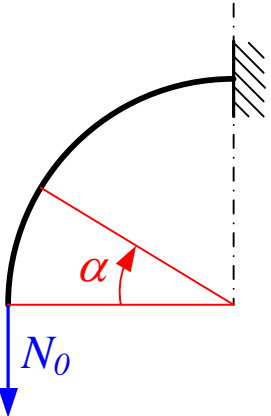
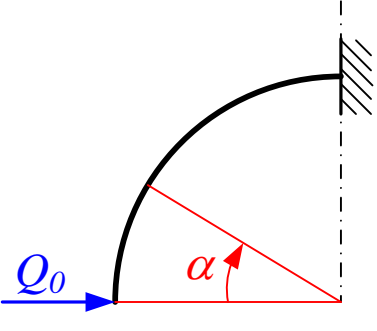
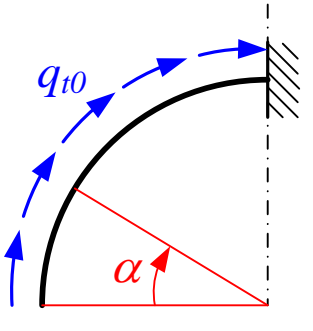
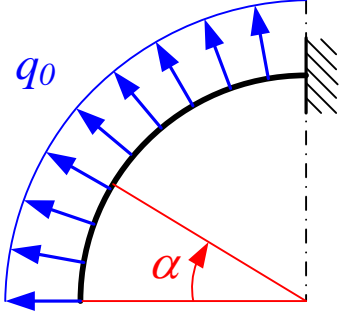
Схема	Вид навантаження та робочі формули
	<p>Тангенціальна сила на вільному кінці:</p> $M(\alpha) = N_0 R (1 - \cos \alpha);$ $N(\alpha) = N_0 \cos \alpha;$ $Q(\alpha) = -N_0 \sin \alpha$ <p>Тут і в інших формулах згинальний момент є додатним, якщо розтягує зовнішнє волокно; поздовжня сила є додатною, якщо викликає розтягнення; поперечна сила є додатною, якщо прагне повернути переріз за годинниковою стрілкою</p>

Схема	Вид навантаження та робочі формули
	<p>Радіальна сила на вільному кінці:</p> $M(\alpha) = Q_0 R \sin \alpha;$ $N(\alpha) = -Q_0 \sin \alpha;$ $Q(\alpha) = -Q_0 \cos \alpha$
	<p>Постійне погонне дотичне навантаження:</p> $M(\alpha) = -q_{t0} R^2 (\alpha - \sin \alpha);$ $N(\alpha) = -q_{t0} R \sin \alpha;$ $Q(\alpha) = 2q_{t0} R \sin^2 \frac{\alpha}{2}$
	<p>Постійне погонне нормальне навантаження</p> $M(\alpha) = -q_0 R^2 (1 - \cos \alpha);$ $N(\alpha) = 2q_0 R \sin^2 \frac{\alpha}{2};$ $Q(\alpha) = q_0 R \sin \alpha$

3.8. Одинична сила Мора

Сформувані узагальнену одиничну силу, відповідну шуканому переміщенню, $\bar{F}_m = 1$, де m – індекс, що ідентифікує характер заданого переміщення. При цьому потрібно керуватися такими правилами відповідності:

Таблиця 3.2

Числові значення деяких функцій в реперних точках в інтервалі $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$

Кути і деякі функції	Числові значення						
	0	15°	30°	45°	60°	75°	90°
α , град	0	15°	30°	45°	60°	75°	90°
$\sin \alpha$	0	0,2588	0,5	0,7071	0,8660	0,9659	1
$\cos \alpha$	1	0,9659	0,8660	0,7071	0,5000	0,2588	0
α , рад	0	0,2618	0,5236	0,7854	1,047	1,309	1,571
$\alpha - \sin \alpha$	0	0,002980	0,02399	0,07829	0,1812	0,3431	0,5708
$1 - \cos \alpha$	0	0,034074	0,13397	0,2929	0,5000	0,7412	1
$\alpha \sin \alpha$	0	0,067753	0,2618	0,55536	0,90670	1,2643	1,571
$1 - \cos \alpha - \frac{\alpha \sin \alpha}{2}$	0	$0,1942 \cdot 10^{-3}$	$3,075 \cdot 10^{-3}$	$15,21 \cdot 10^{-3}$	$46,55 \cdot 10^{-3}$	$108,98 \cdot 10^{-3}$	$214,6 \cdot 10^{-3}$
$\frac{1}{2}(\sin \alpha - \alpha \cos \alpha)$	0	$2,969 \cdot 10^{-3}$	$23,275 \cdot 10^{-3}$	$75,873 \cdot 10^{-3}$	$171,21 \cdot 10^{-3}$	$313,57 \cdot 10^{-3}$	$500 \cdot 10^{-3}$
Будь-які інші функції для вашого випадку							

- а) лінійному переміщенню точки в заданому напрямку відповідає одинична сила, прикладена в цій точці в тому ж напрямку;
- б) куту повороту заданого перерізу балки відповідає одиничний момент, прикладений у тому ж перерізі балки і спрямований, наприклад, за годинниковою стрілкою; якщо величина знайденого кута буде від'ємною, то дійсний напрямок повороту – проти годинникової стрілки;
- в) взаємному зближенню двох заданих точок відповідає узагальнена сила у вигляді пари одиничних сил, прикладених в зазначених точках і спрямованих назустріч одна одній на лінії, що їх з'єднує;
- г) взаємному повороту двох заданих перерізів балок відповідає пара моментів, прикладених в цих перерізах в протилежних напрямках; зазвичай знаходять взаємний поворот перерізів, розташованих по обидва боки від шарніра;
- д) взаємному вертикальному переміщенню двох точок, що лежать на горизонталі, відповідає пара одиничних вертикальних сил, прикладених в цих точках в протилежних напрямках.

3.9. Розрахунок одиничного стану

Визначити реакції в зв'язках системи, викликані дією одиничної сили, використовавши вказівки, наведені в підрозділ. 3.2 – 3.6.

Записати формули для ВСФ (згинальних моментів у балках або позовжніх сил у стрижнях) і побудувати епюри цих ВСФ від дії одиничної сили, скориставшись положеннями підрозділ. 3.7.

3.10. Обчислення інтегралів Мора

Для обчислення заданого переміщення можна застосовувати спрощену формулу Мора для стрижневих систем:

$$\Delta_m = \sum_{i=1}^{nc} \frac{N_i \bar{N}_{im} \ell_i}{EF_i} + \sum_{i=1}^{nd} \int_0^{\ell} \frac{M_i(x) \bar{M}_{im}(x) dx}{EJ_i}.$$

Тут перший доданок – врахування деформування стрижнів, другий – врахування деформування балок.

При обчисленні переміщення інтеграли від добутоків епюр слід обчислювати окремо для кожної з ділянок:

$$\Delta_m = \sum_{i=1}^n \delta(A_{mP})_i,$$

причому для стрижнів

$$\delta(A_{mP})_i = \frac{N_i \bar{N}_{im} \ell_i}{EF_i};$$

для прямих балок (дисків)

$$\delta(A_{mP})_i = \int_0^{\ell} \frac{M_i(x) \bar{M}_{im}(x) dx}{EJ_i},$$

а для ділянок кільцевих балок

$$\delta(A_{mP})_i = \int_0^{\varphi_{\text{кон}}} \frac{M_i(\varphi) \bar{M}_{im}(\varphi) R d\varphi}{EJ_i}.$$

При цьому потрібно стежити за тим, щоб в одному підінтегральному виразі застосовувався один і той же аргумент, що й у виразах для M_i і \bar{M}_{im} (одна і та ж початкова точка і той же напрямок обходу).

Якщо при побудові епюр дійсного стану сили були наведені в кілоньютонах, то їх потрібно перевести в ньютони. Остаточні величини лінійних або кутових переміщень, отримані автоматично в метрах або радіанах, слід перевести в міліметри або градуси.

При обчисленні інтегралів використовуйте наведену нижче табл. 3.3.

Таблиця 3.3

Інтеграли від тригонометричних функцій для розрахунку кругових брусів

№ п/п	Інтеграл	Значення в межах		
		0 ... α	0 ... $\pi/2$	0 ... π
1	$\int \sin \varphi d\varphi$	$1 - \cos \alpha$	1	2
2	$\int \cos \varphi d\varphi$	$\sin \alpha$	1	0

Закінчення табл. 3.3

№ п/п	Інтеграл	Значення в межах		
		0 ... α	0 ... $\pi/2$	0 ... π
3	$\int \sin^2 \varphi d\varphi$	$\frac{\alpha}{2} - \frac{1}{4} \sin 2\alpha$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$
4	$\int \cos^2 \varphi d\varphi$	$\frac{\alpha}{2} + \frac{1}{4} \sin 2\alpha$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$
5	$\int \sin^2 \varphi \cos \varphi d\varphi$	$\frac{1}{3} \sin^3 \alpha$	$\frac{1}{3}$	0
6	$\int \cos^2 \varphi \sin \varphi d\varphi$	$\frac{1}{3} (1 - \cos^3 \alpha)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
7	$\int \sin 2\varphi d\varphi$	$\sin^2 \alpha$	1	0
8	$\int \cos 2\varphi d\varphi$	$\frac{1}{2} \sin 2\alpha$	0	0
9	$\int \sin \varphi \cos \varphi d\varphi$	$\frac{1}{2} \sin^2 \alpha$	$\frac{1}{2}$	0
10	$\int \varphi \sin \varphi d\varphi$	$\sin \alpha - \alpha \cos \alpha$	1	π
11	$\int \varphi \cos \varphi d\varphi$	$\alpha \sin \alpha + \cos \alpha - 1$	$\frac{\pi}{2} - 1$	-2
12	$\int \varphi \cos \varphi \sin \varphi d\varphi$	$\frac{1}{8} \sin 2\alpha - \frac{\alpha \cos 2\alpha}{4}$	$\frac{\pi}{8}$	$-\frac{\pi}{4}$
13	$\int \varphi \sin^2 \varphi d\varphi$	$\frac{1}{4} (\alpha^2 - 2 \sin 2\alpha + \sin^2 \alpha)$	$\frac{\pi^2}{16} + \frac{1}{4}$	$\frac{\pi^2}{4}$
14	$\int \varphi \cos^2 \varphi d\varphi$	$\frac{1}{4} (\alpha^2 + 2 \sin 2\alpha - \sin^2 \alpha)$	$\frac{\pi^2}{16} - \frac{1}{4}$	$\frac{\pi^2}{4}$
15	$\int \varphi \sin 2\varphi d\varphi$	$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \sin 2\alpha - \alpha \cos 2\alpha \right)$	$\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{2}$
16	$\int \varphi \cos 2\varphi d\varphi$	$\frac{1}{2} (\alpha \sin 2\alpha - \sin^2 \alpha)$	$-\frac{1}{2}$	0
17	$\int \sin(\alpha - \varphi) \sin \varphi d\varphi$	$\frac{1}{2} \sin \alpha - \alpha \cos \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\pi}{2}$
18	$\int \sin(\alpha - \varphi) d\varphi$	$1 - \cos \alpha$	-1	-2
19	$\int \cos(\alpha - \varphi) d\varphi$	$\sin \alpha$	1	0

Вихідні дані моделі лонжерона

Таблиця Д.1.1

Механічні характеристики використовуваних матеріалів

№ п/п	Марка	Е, ГПа	σ_{02} , МПа	σ_B , МПа	ρ , т/м ³	Примітка
1	МА-14	43	255	330	1,8	Магнієвий сплав
2	АБМ	210	378	529	2,035	Берилієвий сплав (Al-Be-Mg), Be – 70 %, високо-токсичний
3	Д16	72	350	480	2,8	Дюралюмин, профіль пресований
4	BT-5	105	750	850	4,4	Титановий сплав
5	30 ХГСН2А	195	1400	1750	7,77	Середньолегована висококоміцна сталь

Таблиця Д.1.2

Дані для дослідження дискретної моделі лонжерона

Номер варіанта	L, м	H, м	q, кН/м	Номер матеріалу	Номер варіанта	L, м	H, м	q, кН/м	Номер матеріалу
1	2,0	0,20	28	1	2	2,0	0,25	35	1
3	2,0	0,30	42	1	4	2,0	0,35	49	1
5	2,0	0,40	56	1	6	2,8	0,20	15	1
7	2,8	0,25	18	1	8	2,8	0,30	22	1
9	2,8	0,35	25	1	10	2,8	0,40	29	1
11	3,6	0,20	9	1	12	3,6	0,25	11	1
13	3,6	0,30	13	1	14	3,6	0,35	15	1
15	3,6	0,40	17	1	16	4,4	0,20	6	1
17	4,4	0,25	8	1	18	4,4	0,30	9	1
19	4,4	0,35	10	1	20	4,4	0,40	11	1
21	5,2	0,20	4	1	22	5,2	0,25	5	1

Продовження табл. Д.1.2

Номер варіанта	L, м	H, м	q, кН/м	Номер матеріалу	Номер варіанта	L, м	H, м	q, кН/м	Номер матеріалу
23	5,2	0,30	6	1	24	5,2	0,35	7	1
25	5,2	0,40	8	1	26	2,0	0,20	45	2
27	2,0	0,25	56	2	28	2,0	0,30	68	2
29	2,0	0,35	79	2	30	2,0	0,40	90	2
31	2,8	0,20	23	2	32	2,8	0,25	29	2
33	2,8	0,30	35	2	34	2,8	0,35	40	2
35	2,8	0,40	46	2	36	3,6	0,20	14	2
37	3,6	0,25	17	2	38	3,6	0,30	21	2
39	3,6	0,35	24	2	40	3,6	0,40	28	2
41	4,4	0,20	9	2	42	4,4	0,25	12	2
43	4,4	0,30	14	2	44	4,4	0,35	16	2
45	4,4	0,40	19	2	46	5,2	0,20	7	2
47	5,2	0,25	8	2	48	5,2	0,30	10	2
49	5,2	0,35	12	2	50	5,2	0,40	13	2
51	2,0	0,20	41	3	52	2,0	0,25	51	3
53	2,0	0,30	61	3	54	2,0	0,35	72	3
55	2,0	0,40	82	3	56	2,8	0,20	21	3
57	2,8	0,25	26	3	58	2,8	0,30	31	3
59	2,8	0,35	37	3	60	2,8	0,40	42	3
61	3,6	0,20	13	3	62	3,6	0,25	16	3
63	3,6	0,30	19	3	64	3,6	0,35	22	3
65	3,6	0,40	25	3	66	4,4	0,20	9	3
67	4,4	0,25	11	3	68	4,4	0,30	13	3
69	4,4	0,35	15	3	70	4,4	0,40	17	3
71	5,2	0,20	6	3	72	5,2	0,25	8	3
73	5,2	0,30	9	3	74	5,2	0,35	11	3

Закінчення табл. Д.1.2

Номер варіанта	L, м	H, м	q, кН/м	Номер матеріалу	Номер варіанта	L, м	H, м	q, кН/м	Номер матеріалу
75	5,2	0,40	12	2	76	2,0	0,20	72	4
77	2,0	0,25	90	4	78	2,0	0,30	108	4
79	2,0	0,35	126	4	80	2,0	0,40	145	4
81	2,8	0,20	37	4	82	2,8	0,25	46	4
83	2,8	0,30	55	4	84	2,8	0,35	64	4
85	2,8	0,40	74	4	86	3,6	0,20	22	4
87	3,6	0,25	28	4	88	3,6	0,30	33	4
89	3,6	0,35	40	4	90	3,6	0,40	45	4
91	4,4	0,20	15	4	92	4,4	0,25	19	4
93	4,4	0,30	22	4	94	4,4	0,35	26	4
95	4,4	0,40	30	4	96	5,2	0,20	11	4
97	5,2	0,25	13	4	98	5,2	0,30	16	4
99	5,2	0,35	19	4	100	5,2	0,40	22	4
101	5,0	0,20	50	5	102	2,0	0,25	85	5
103	2,0	0,30	225	5	104	2,0	0,35	260	5
105	2,0	0,40	300	5	106	2,8	0,20	76	5
107	2,8	0,25	94	5	108	2,8	0,30	115	5
109	2,8	0,35	130	5	110	2,8	0,40	150	5
111	3,6	0,20	46	5	112	3,6	0,25	57	5
113	3,6	0,30	69	5	114	3,6	0,35	80	5
115	3,6	0,40	93	5	116	4,4	0,20	31	5
117	4,4	0,25	38	5	118	4,4	0,30	46	5
119	4,4	0,35	54	5	120	4,4	0,40	62	5
121	5,2	0,20	22	5	122	5,2	0,25	27	5
123	5,2	0,30	33	5	124	5,2	0,35	39	5
125	5,2	0,40	45	5	126	5,2	0,32	32	2

Схеми комбінованих стрижневих систем

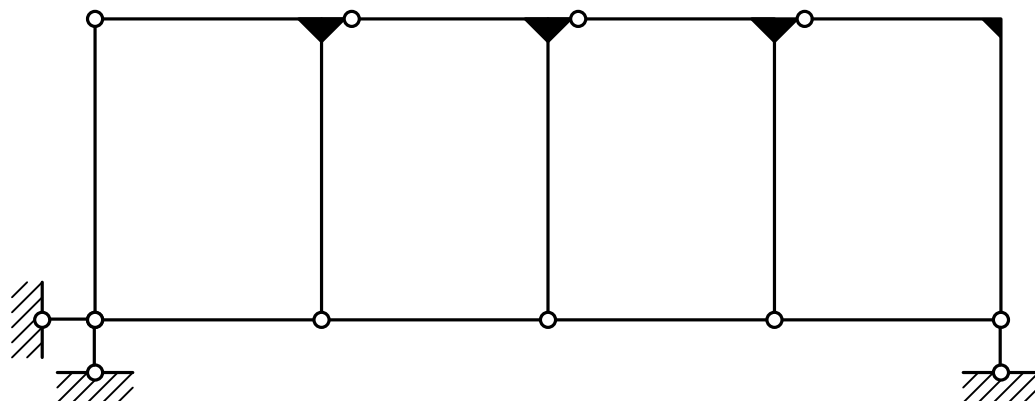


Рис. Д.2.1

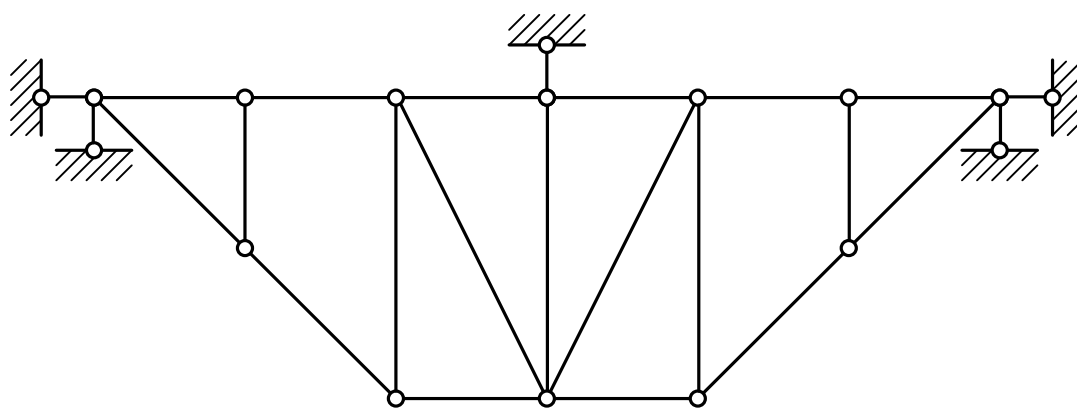


Рис. Д.2.2

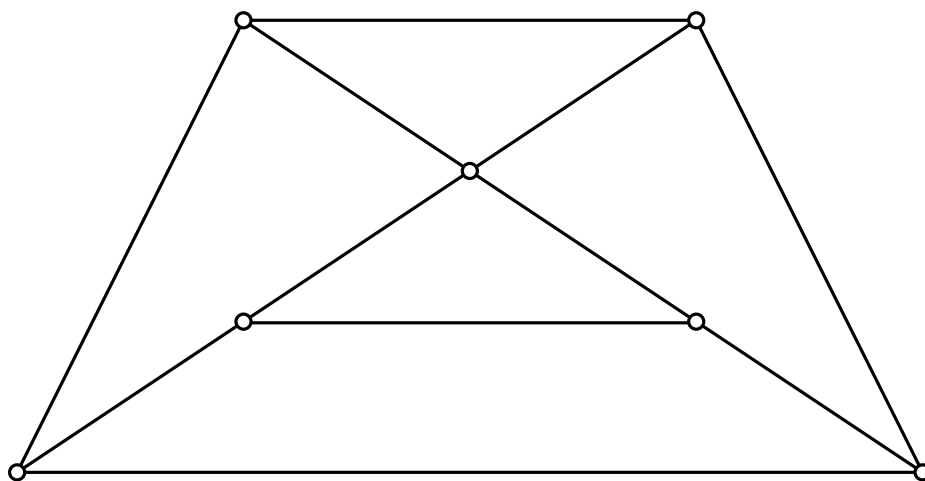


Рис. Д.2.3

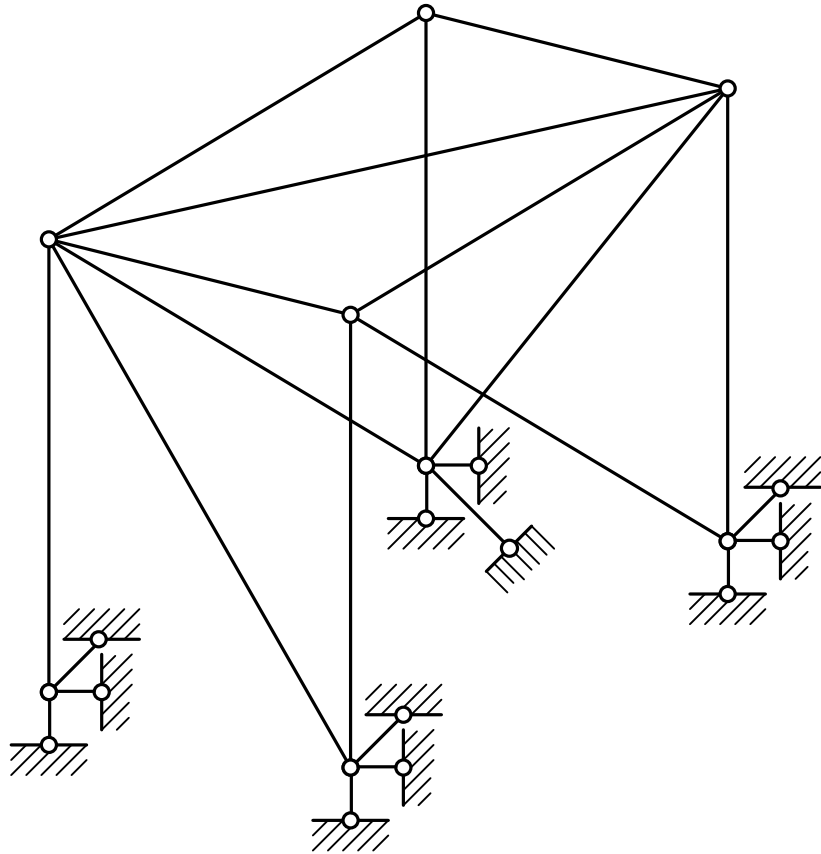


Рис. Д.2.4

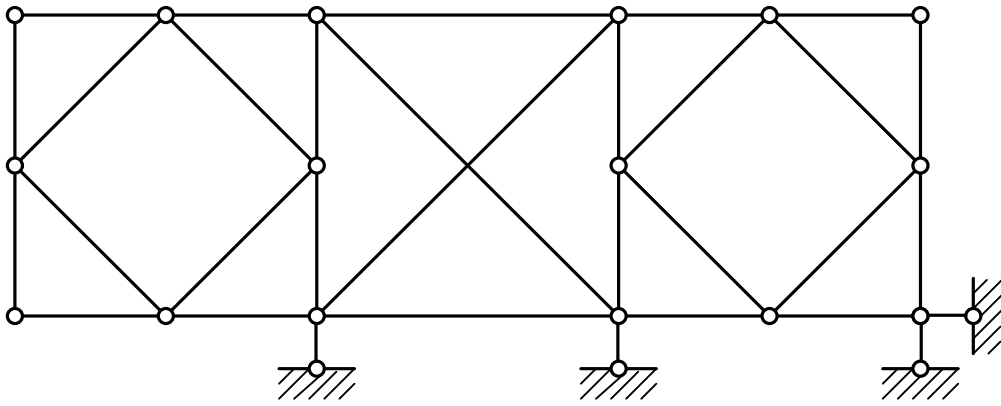


Рис. Д.2.5

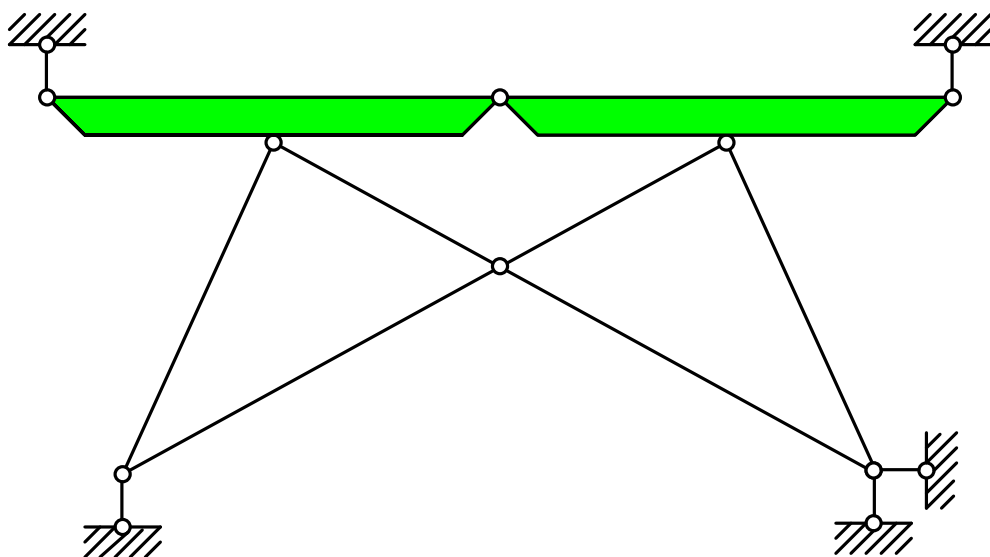


Рис. Д.2.6

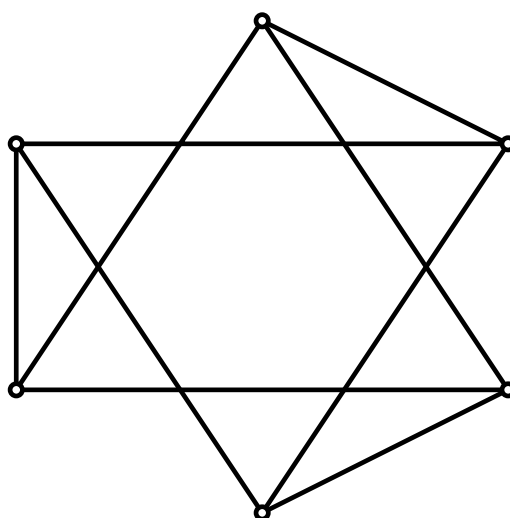


Рис. Д.2.7

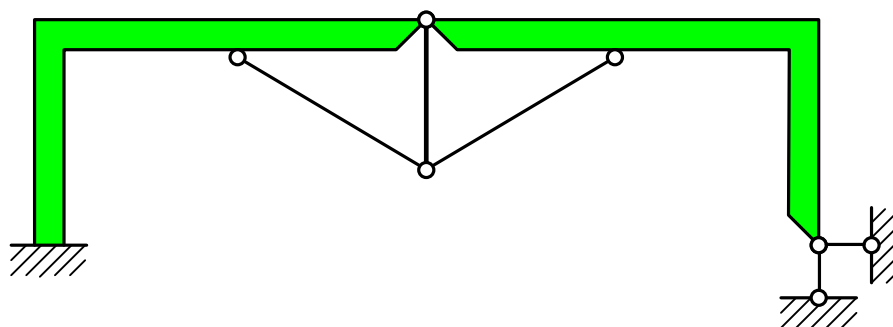


Рис. Д.2.8

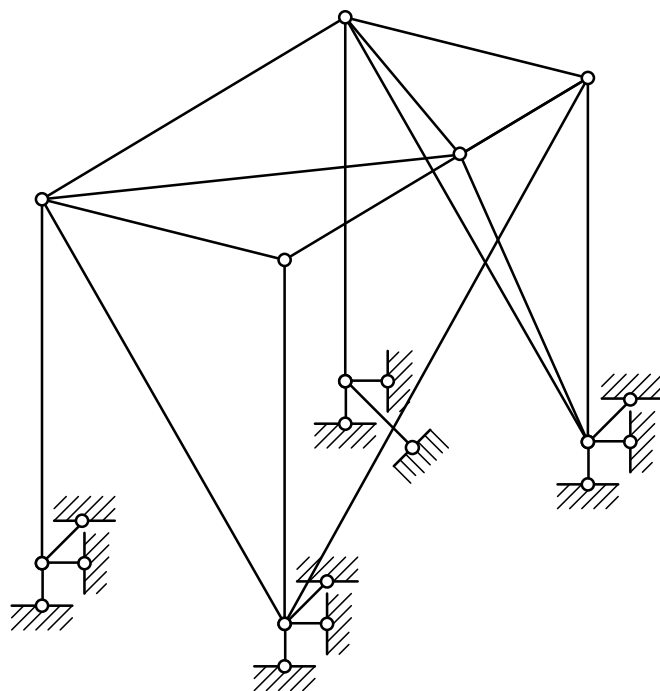


Рис. Д.2.9

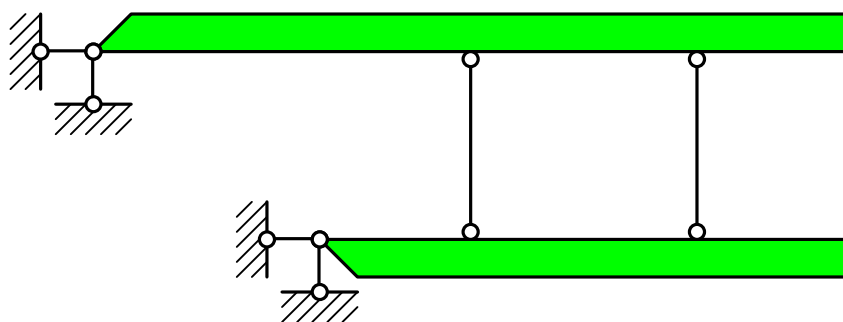


Рис. Д.2.10

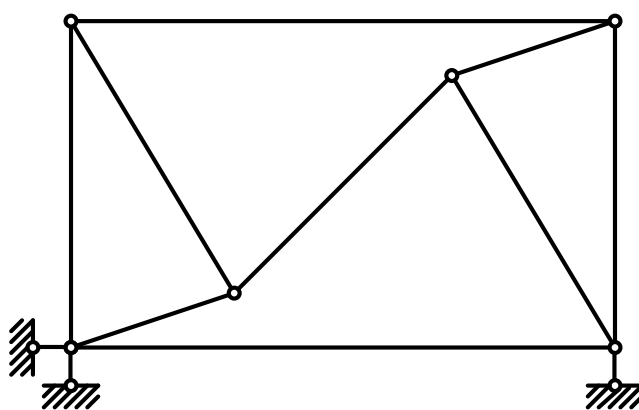


Рис. Д.2.11

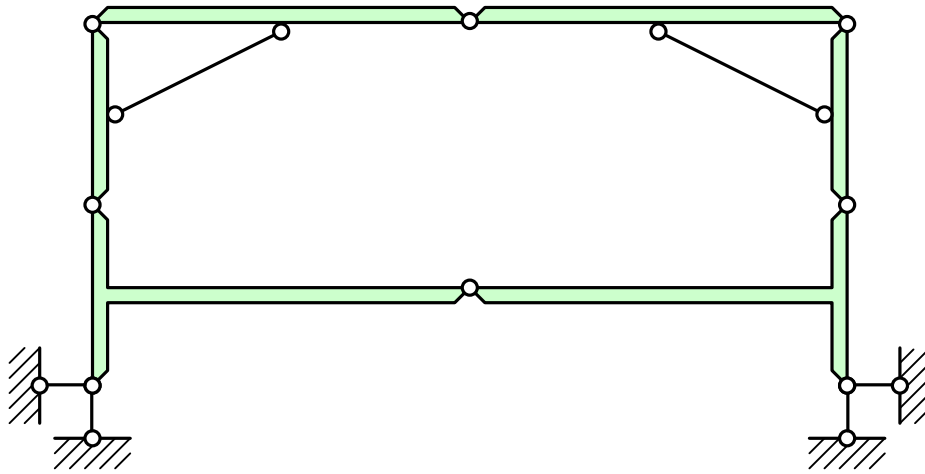


Рис. Д.2.12

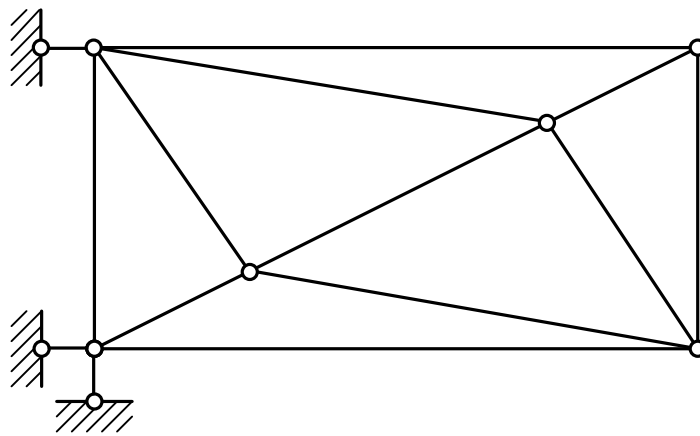


Рис. Д.2.13

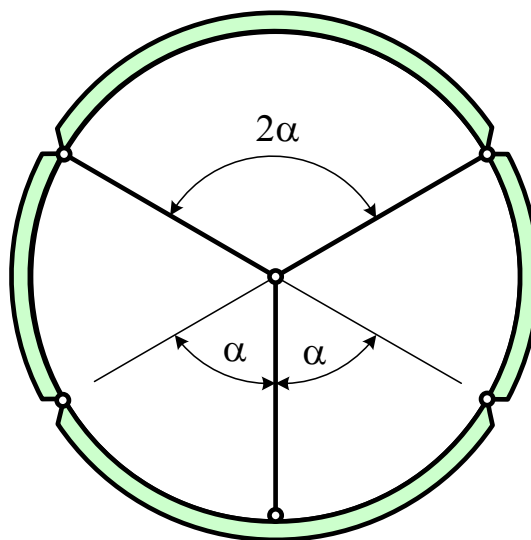


Рис. Д.2.14

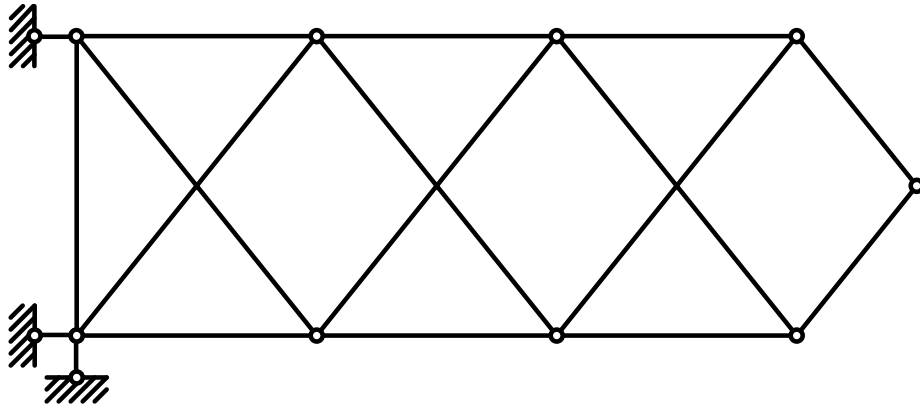


Рис. Д.2.15

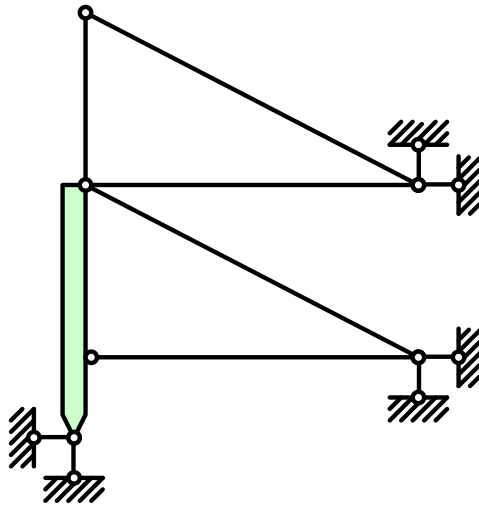


Рис. Д.2.16

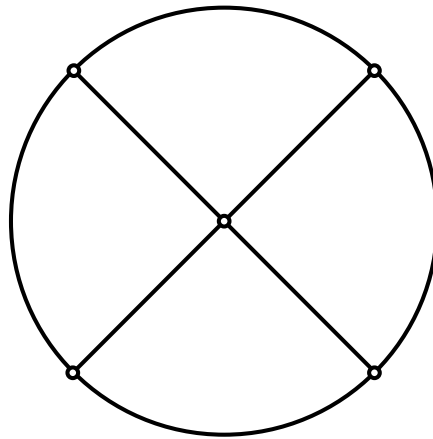


Рис. Д.2.17

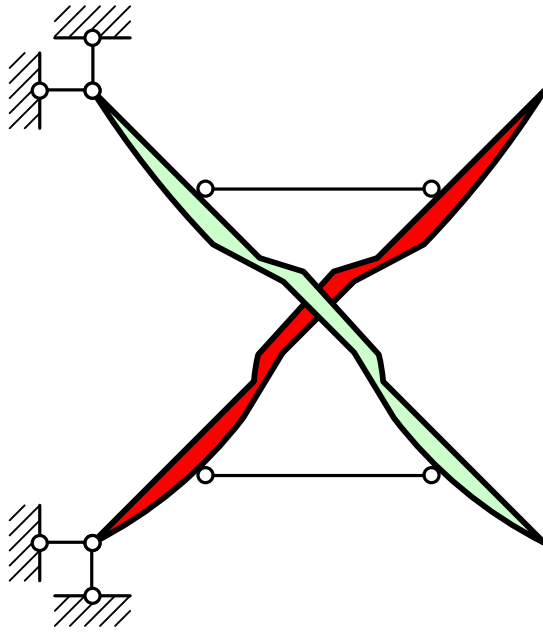


Рис. Д.2.18

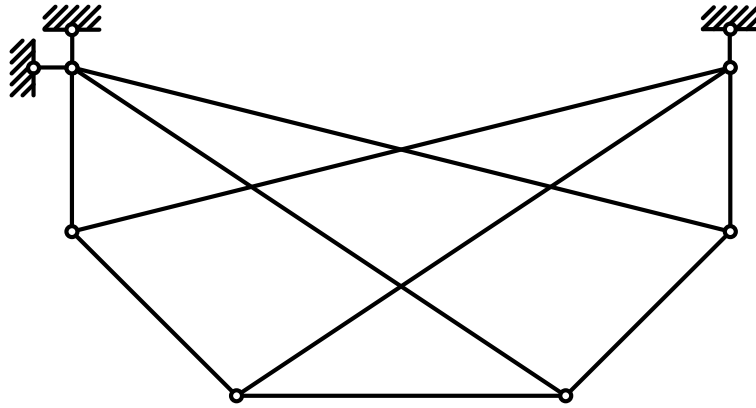


Рис. Д.2.19

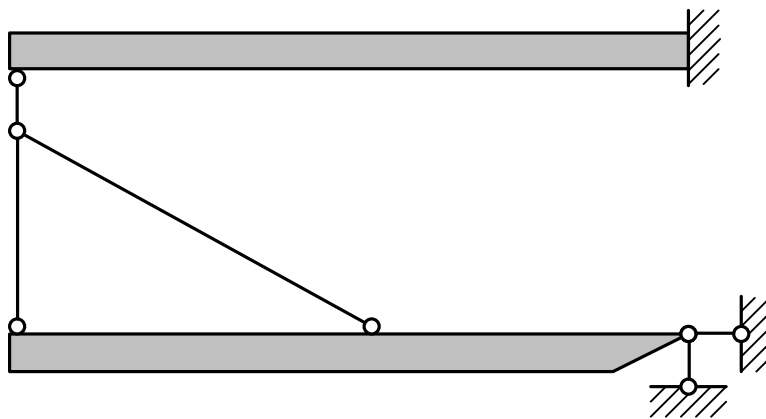


Рис. Д.2.20

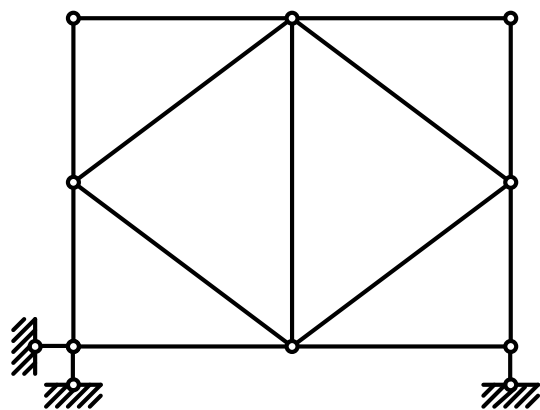


Рис. Д.2.21

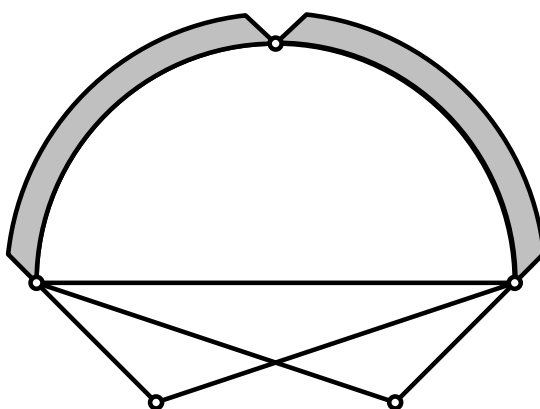


Рис. Д.2.22

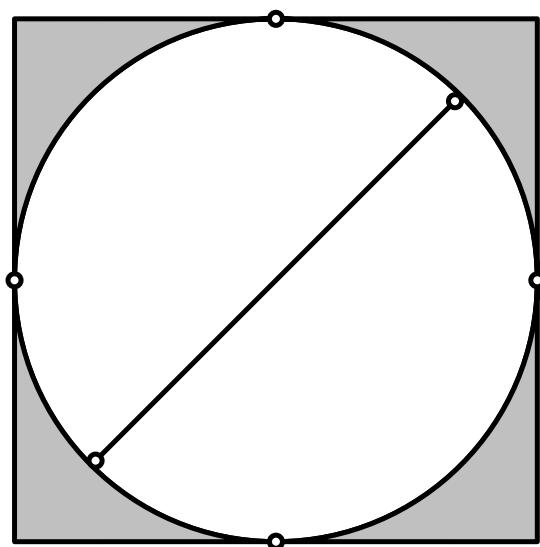


Рис. Д.2.23

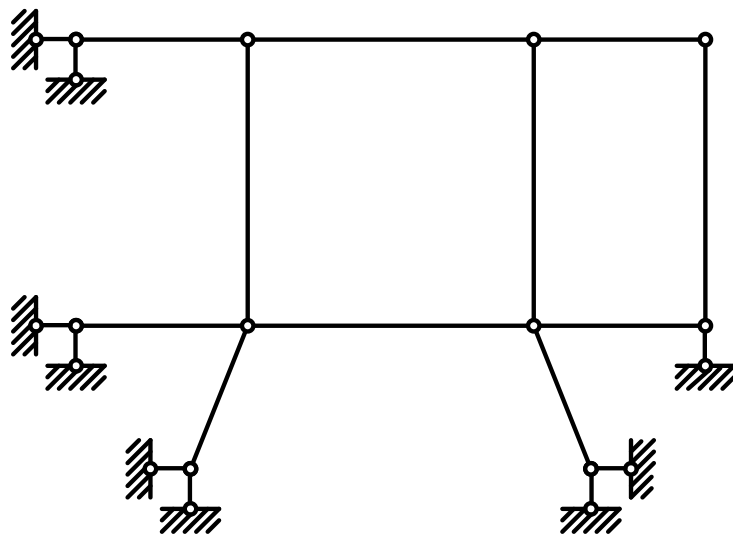


Рис. Д.2.24

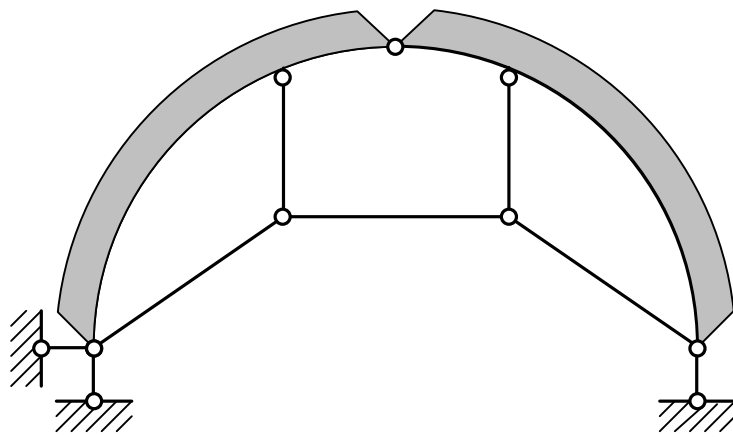


Рис. Д.2.25

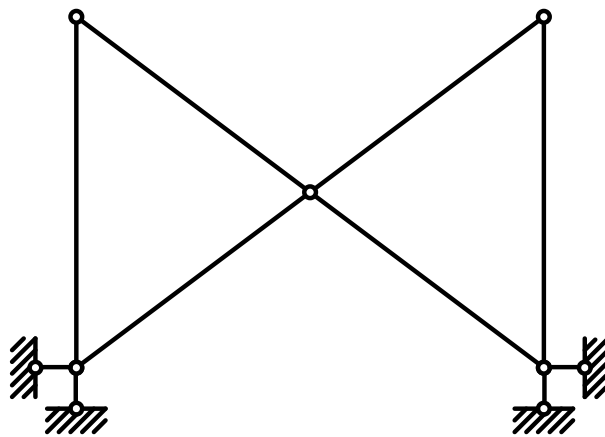


Рис. Д.2.26

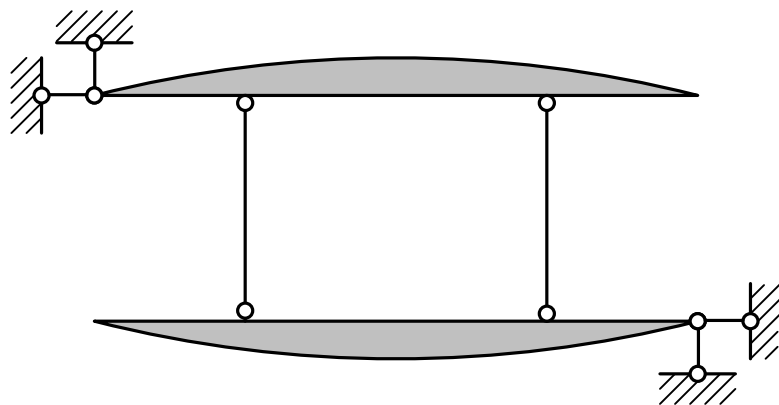


Рис. Д.2.27

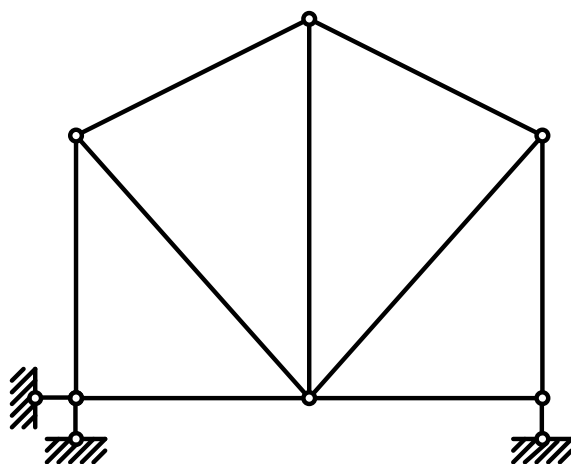


Рис. Д.2.28

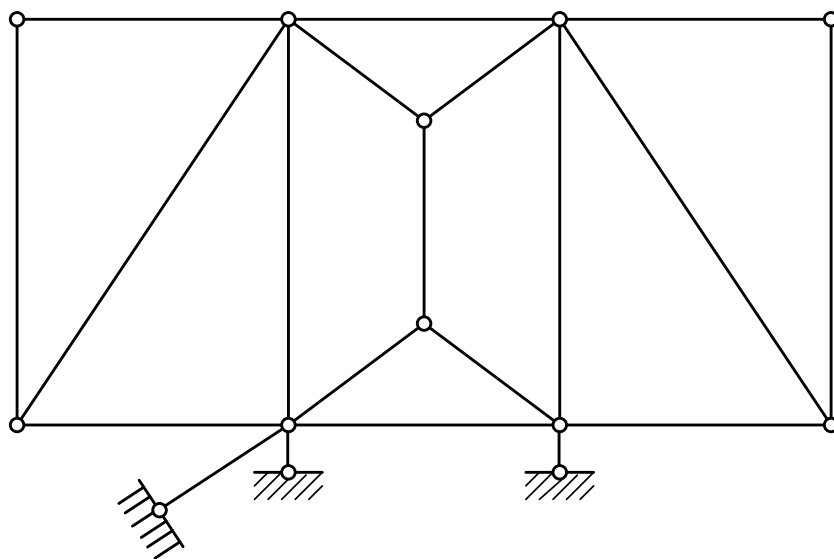


Рис. Д.2.29

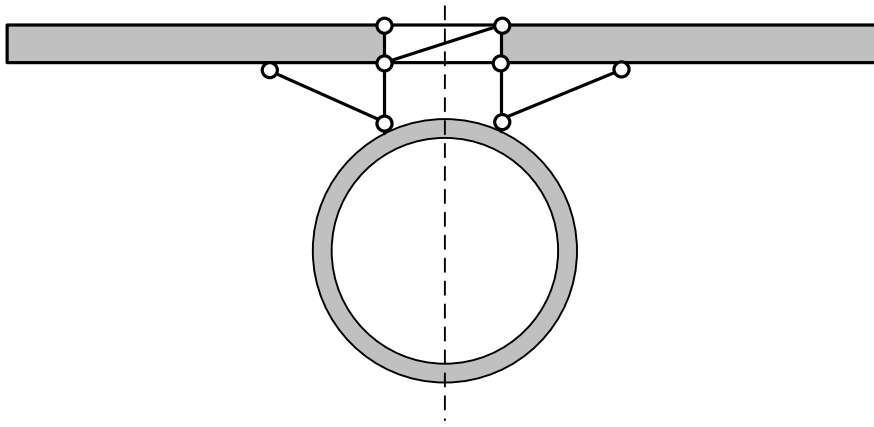


Рис. Д.2.30

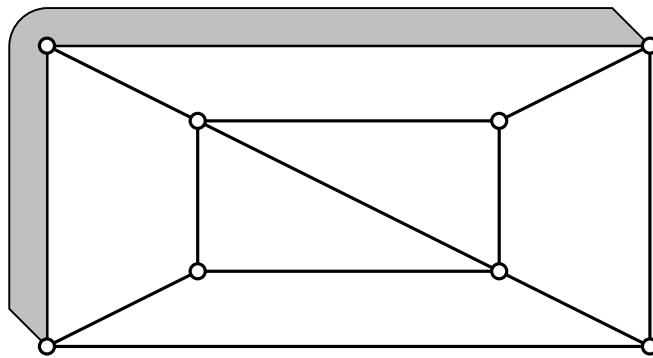


Рис. Д.2.31

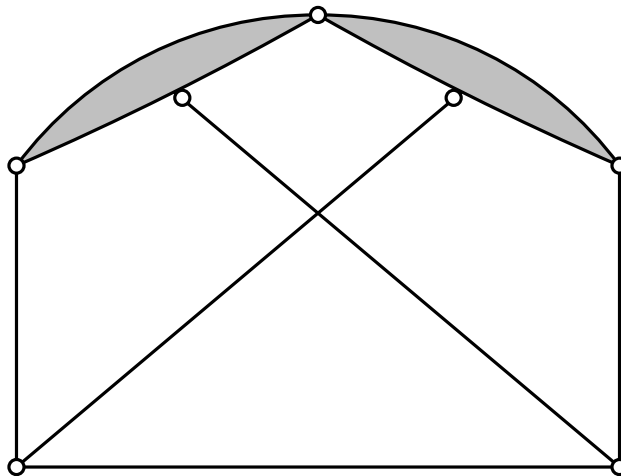


Рис. Д.2.32

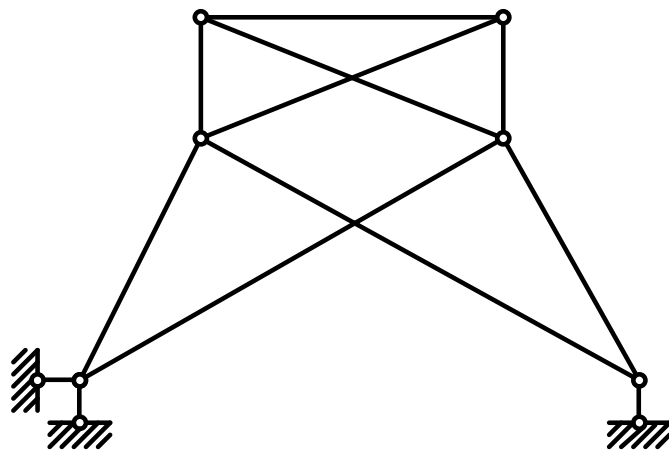


Рис. Д.2.33

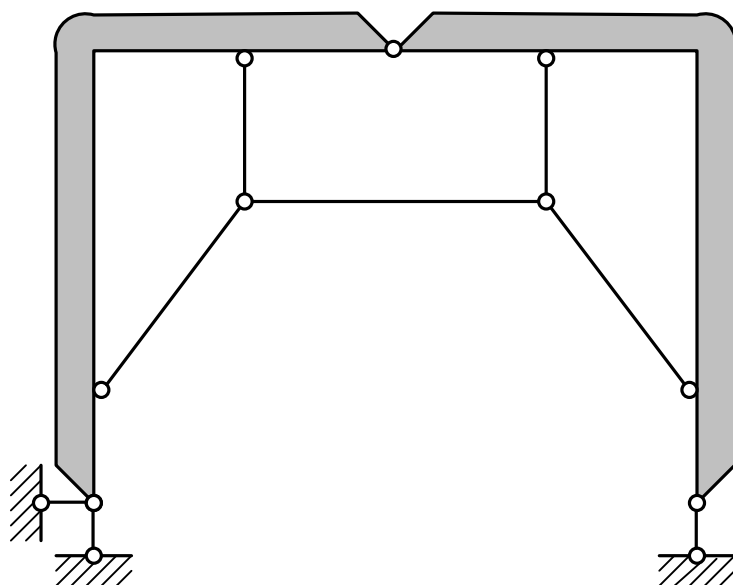


Рис. Д.2.34

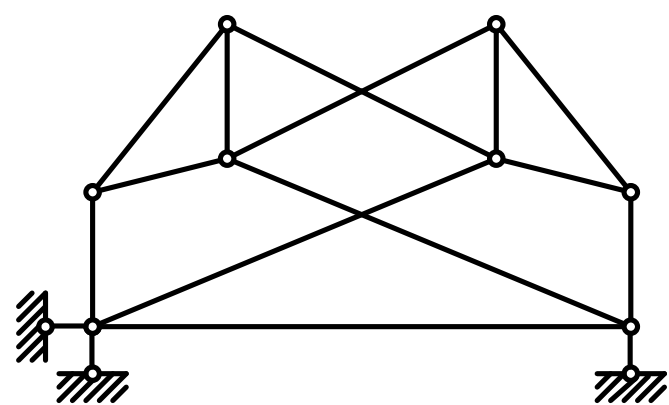


Рис. Д.2.35

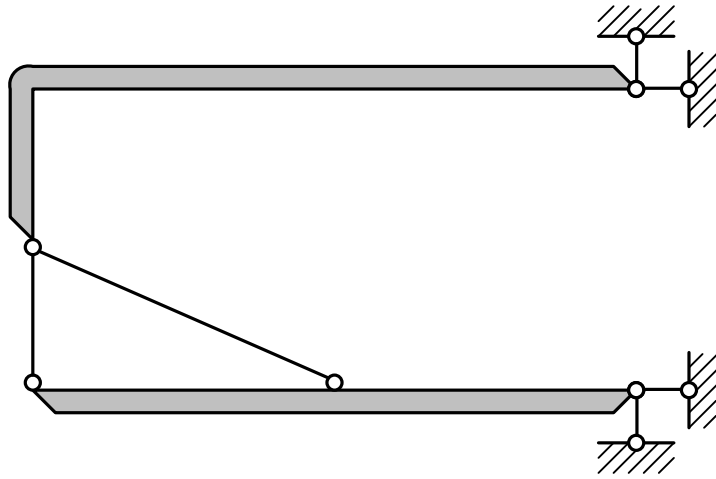


Рис. Д.2.36

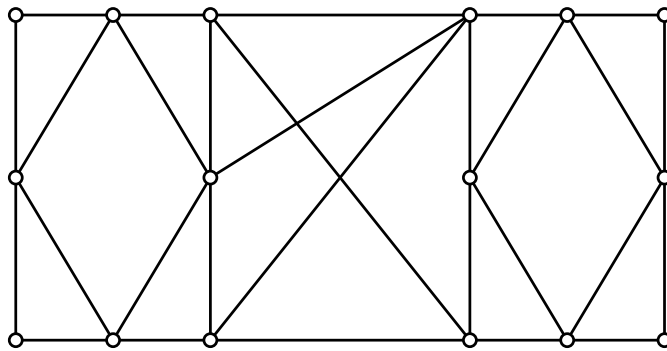


Рис. Д.2.37

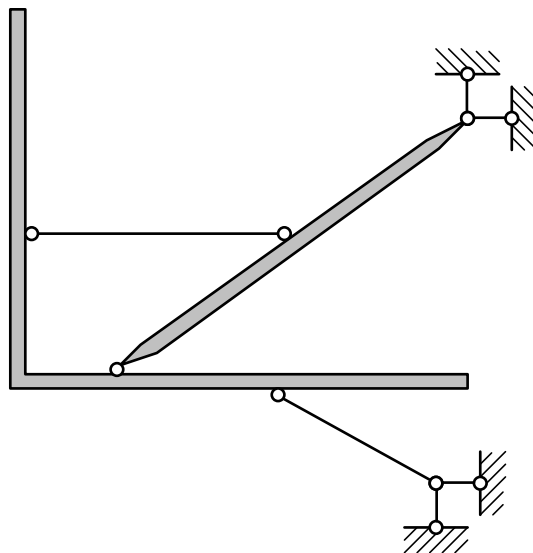


Рис. Д.2.38

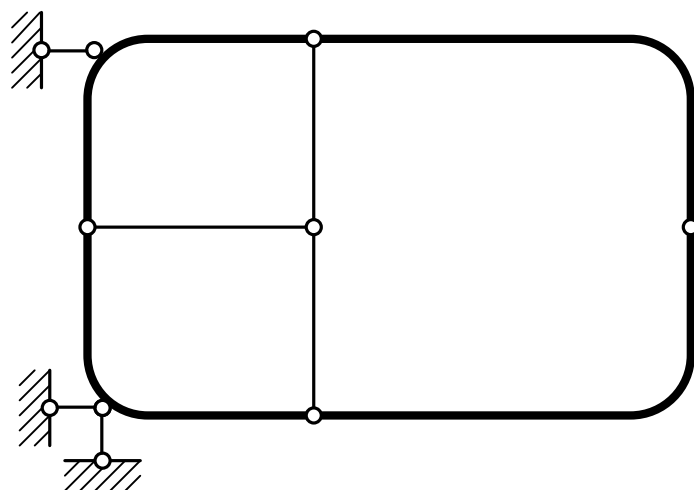


Рис. Д.2.39

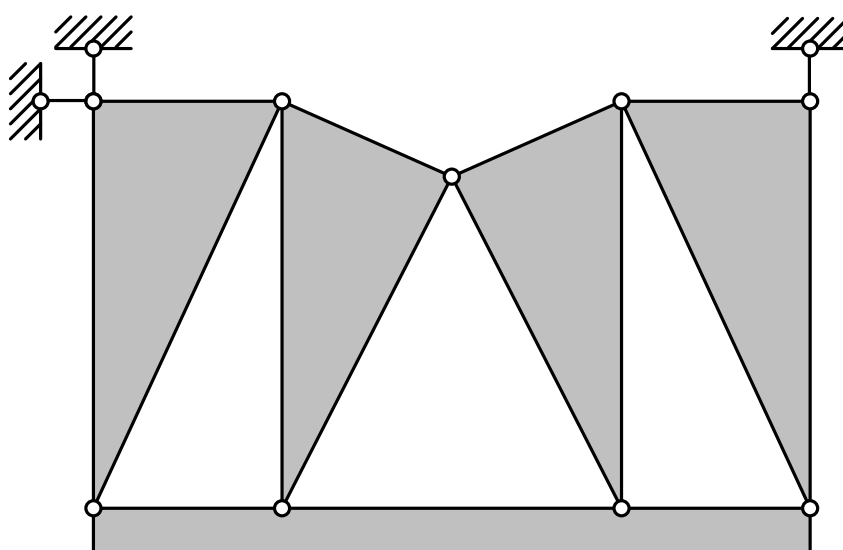


Рис. Д.2.40

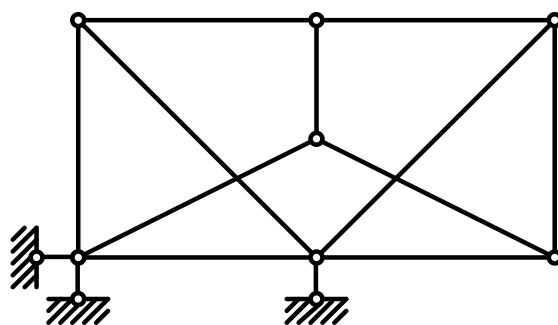


Рис. Д.2.41

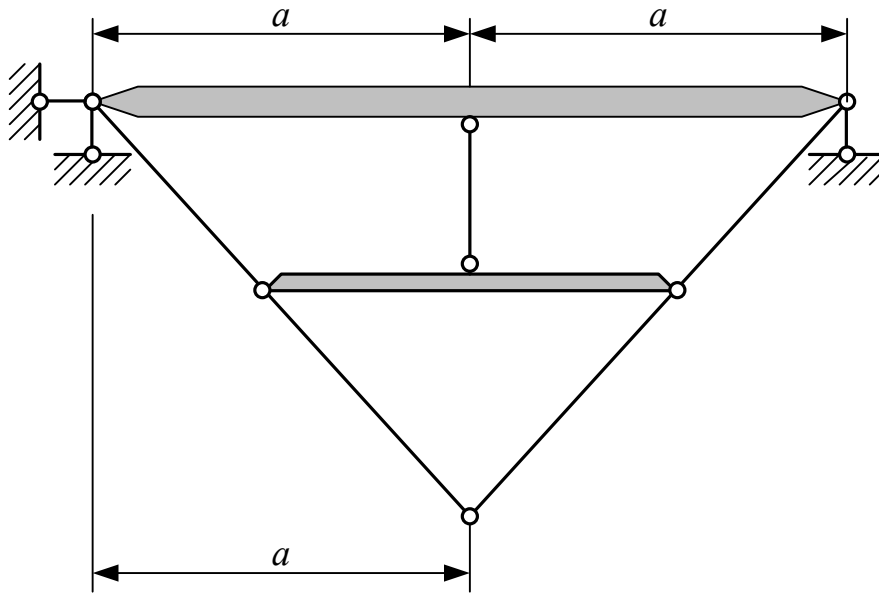


Рис. Д.2.42

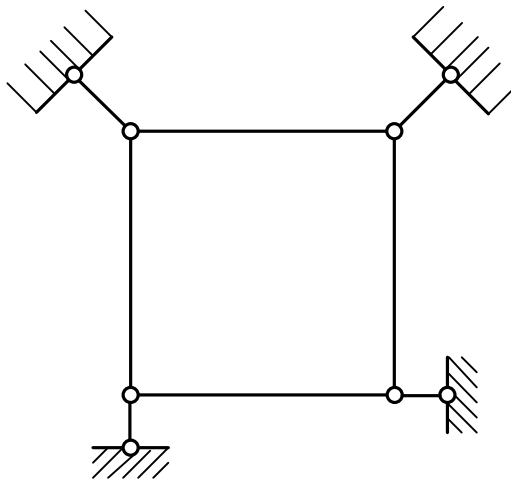


Рис. Д.2.43

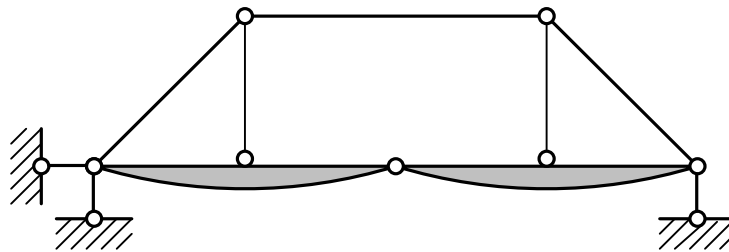


Рис. Д.2.44

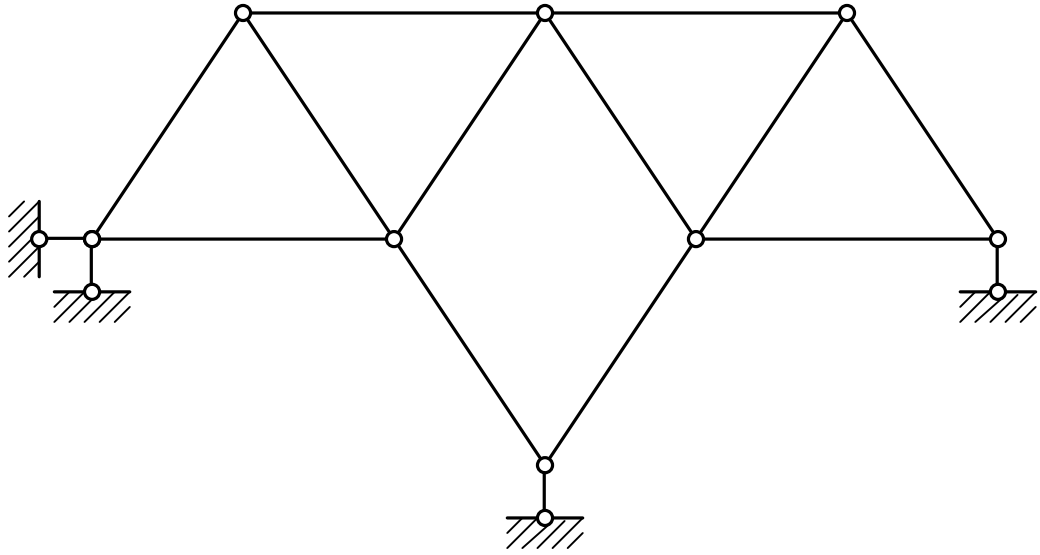


Рис. Д.2.45

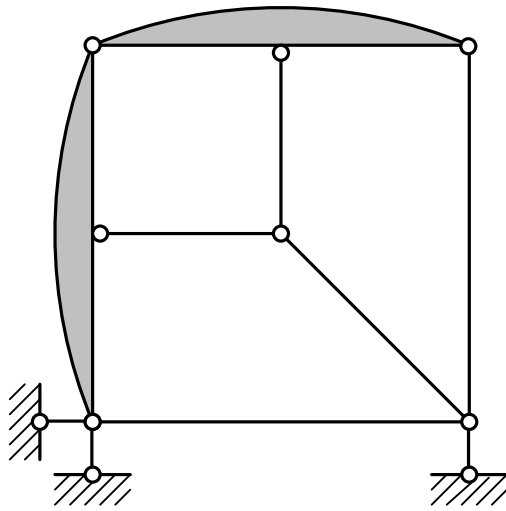


Рис. Д.2.46

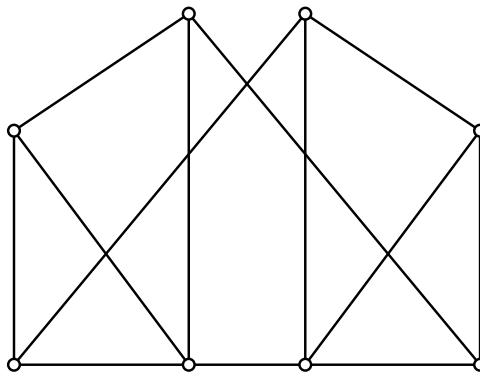


Рис. Д.2.47

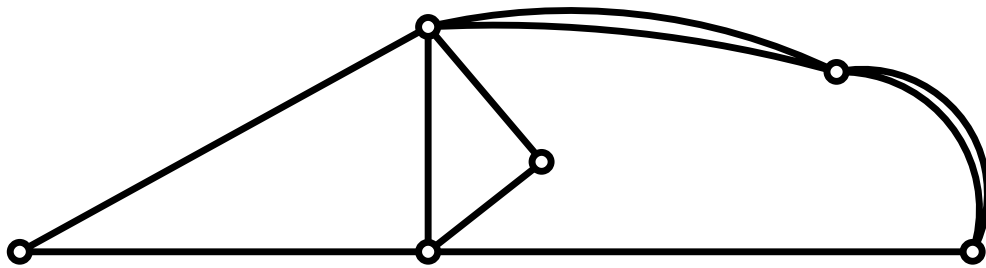


Рис. Д.2.48

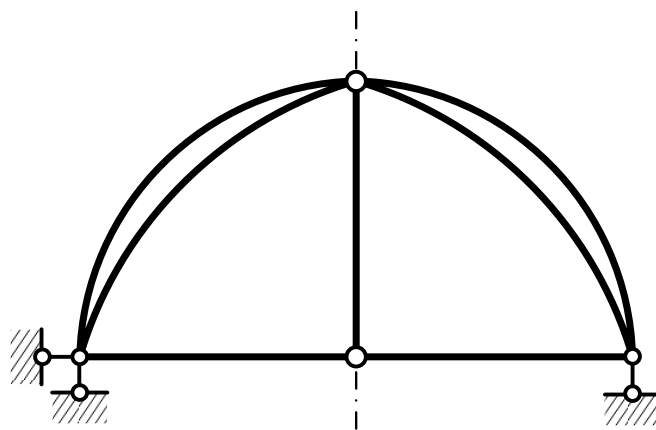


Рис. Д.2.49

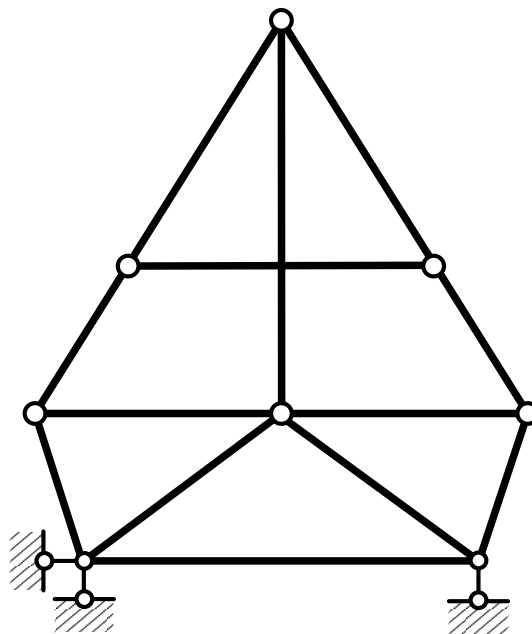


Рис. Д.2.50

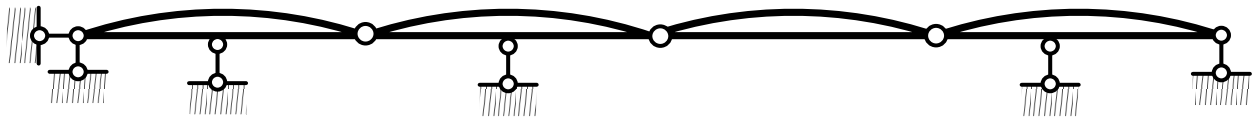


Рис. Д.2.51

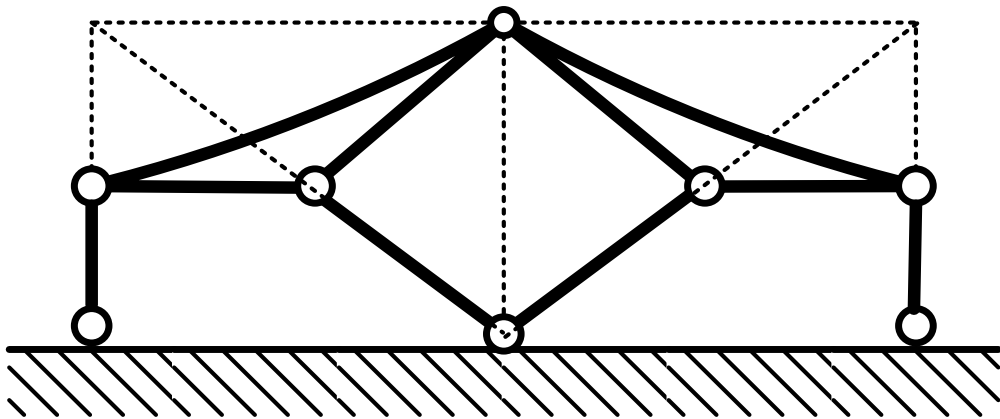


Рис. Д.2.52

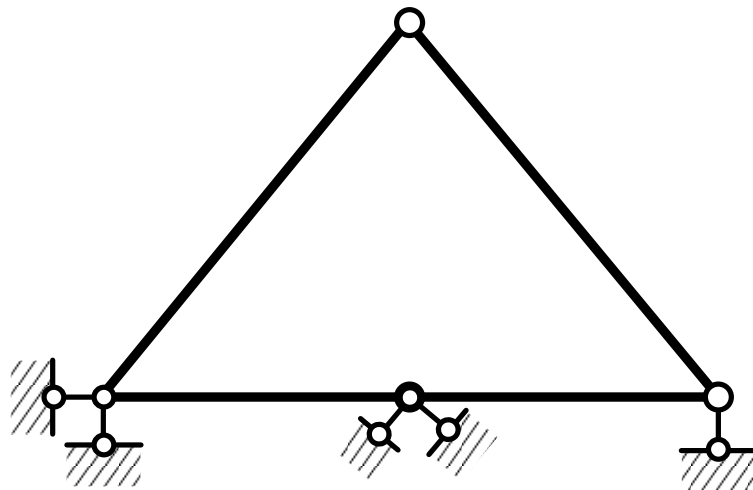


Рис. Д.2.53

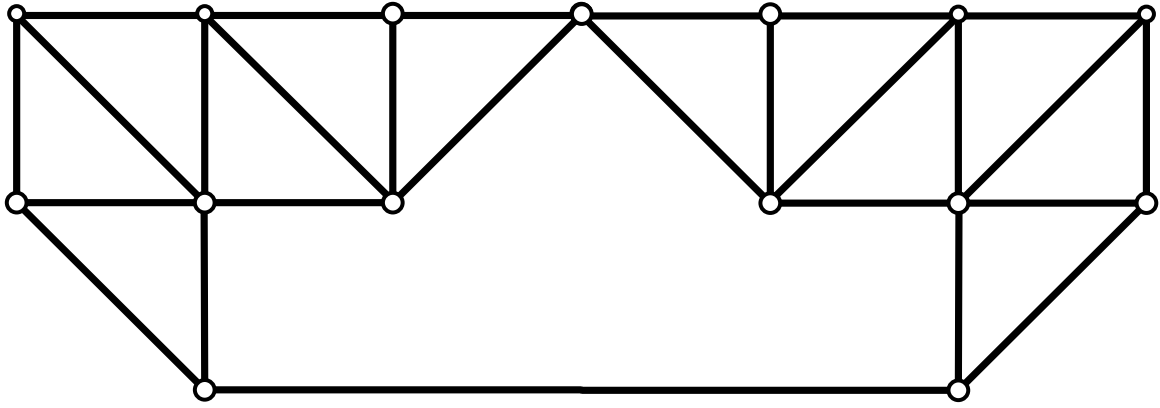


Рис. Д.2.54

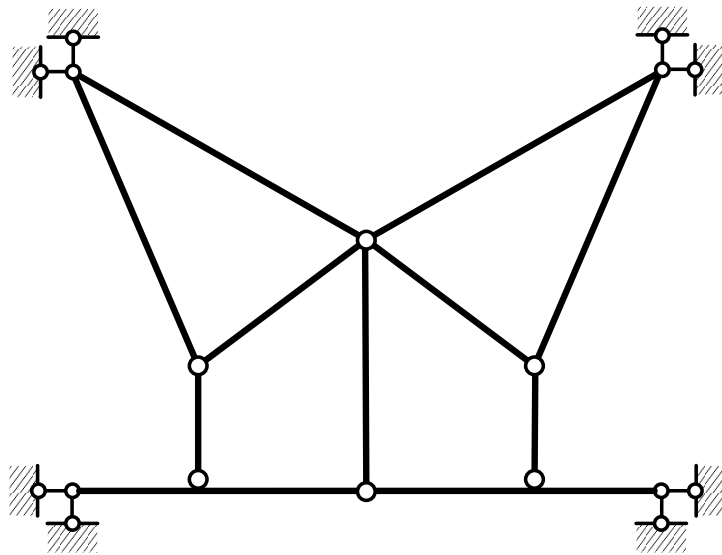


Рис. Д.2.55

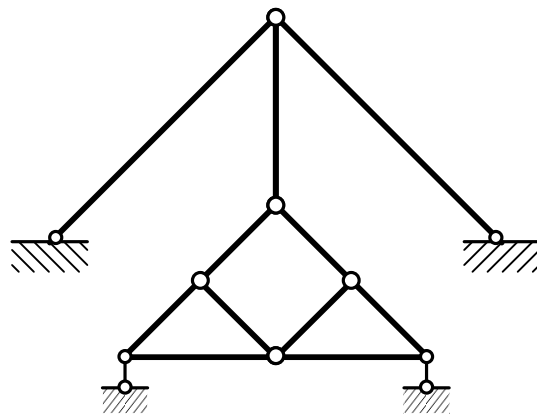


Рис. Д.2.56

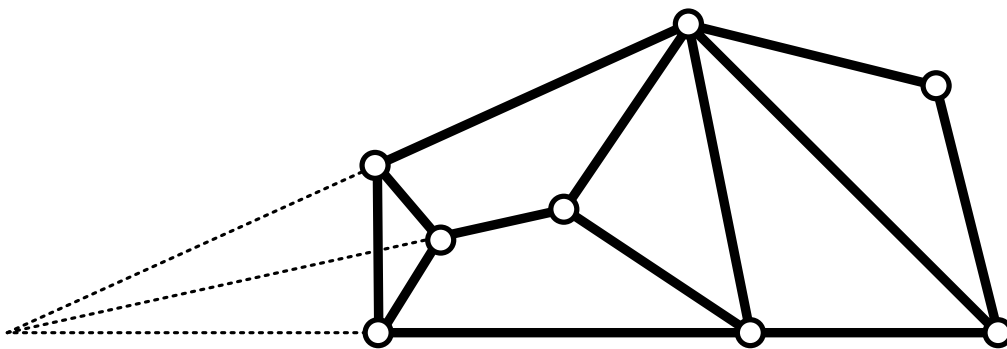


Рис. Д.2.57

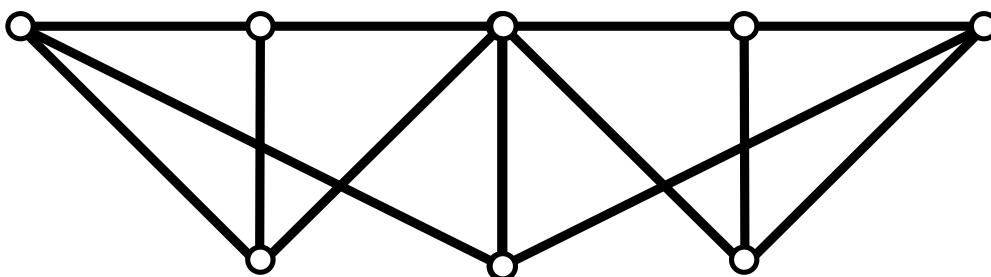


Рис. Д.2.58

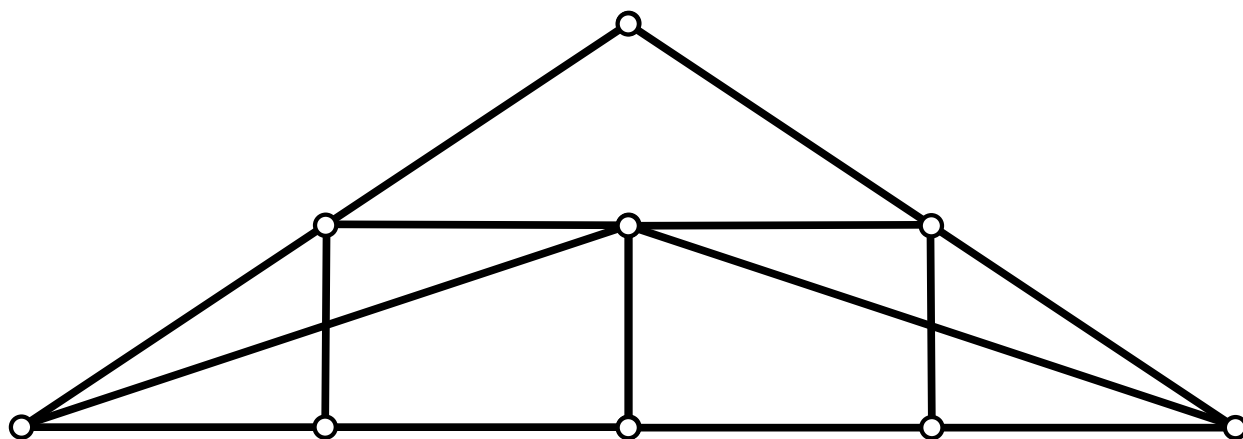


Рис. Д.2.59

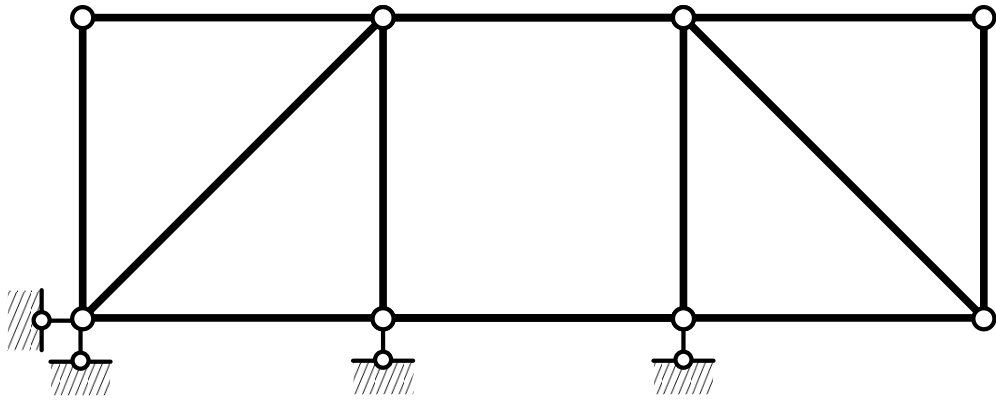


Рис. Д.2.60

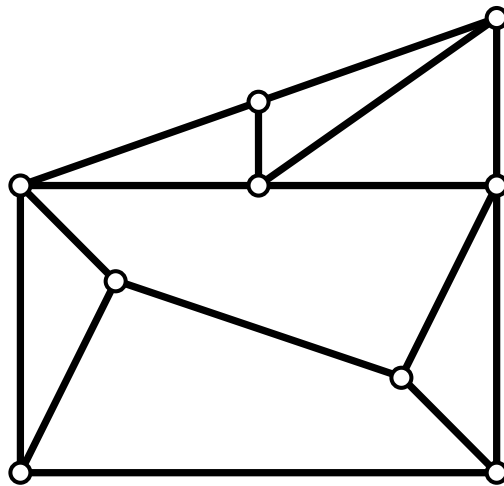


Рис. Д.2.61

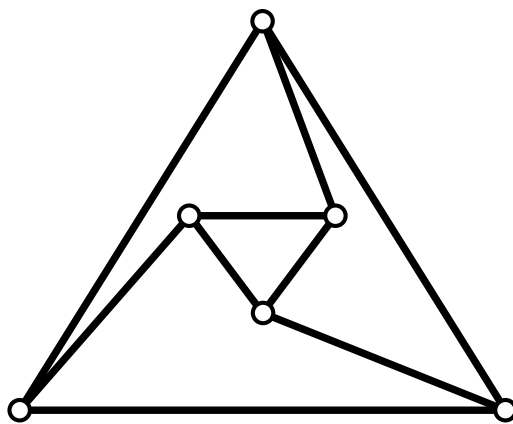


Рис. Д.2.62

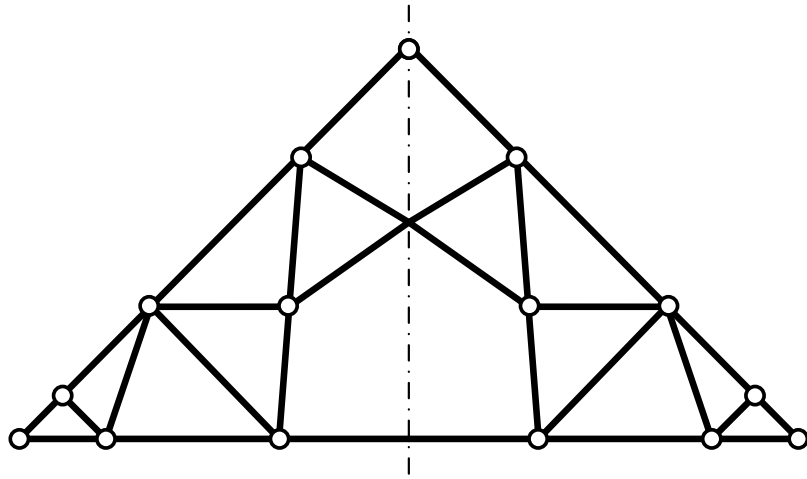


Рис. Д.2.63

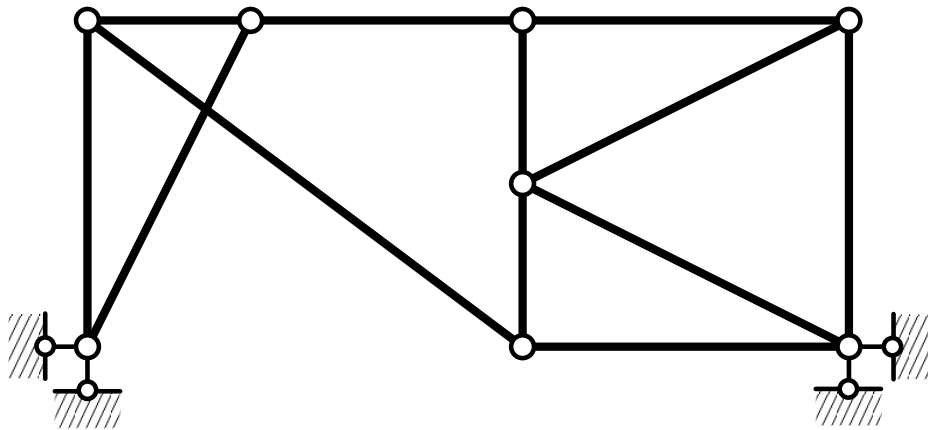


Рис. Д.2.64

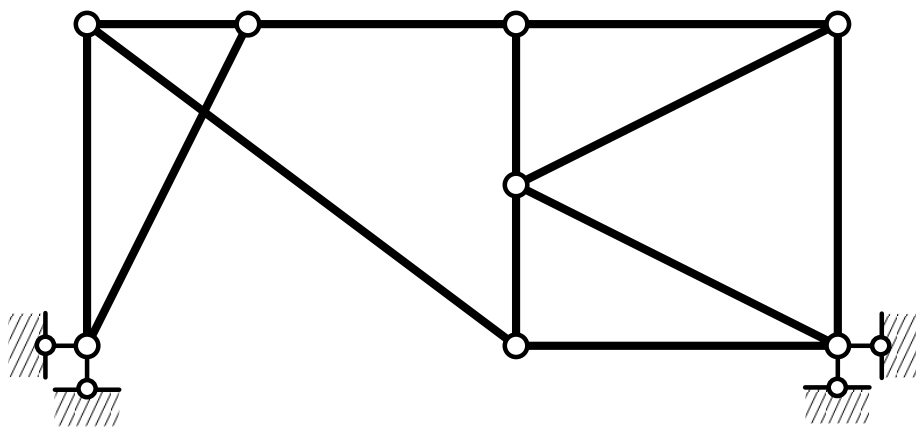


Рис. Д.2.65

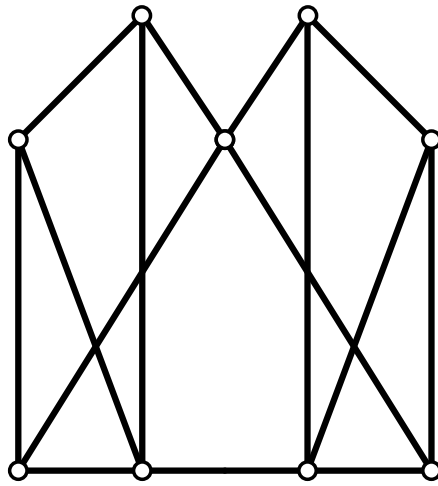


Рис. Д.2.66

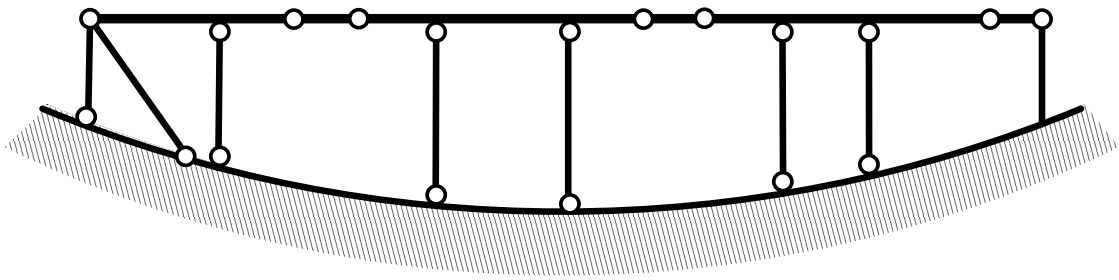


Рис. Д.2.67

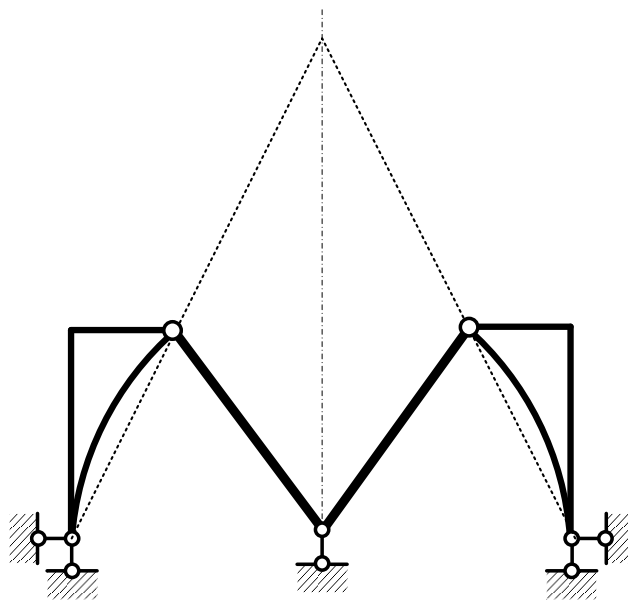


Рис. Д.2.68

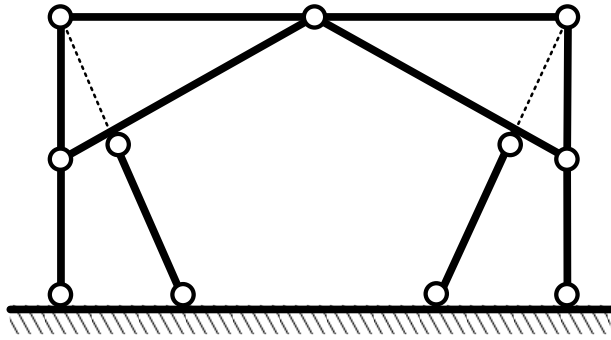


Рис. Д.2.69

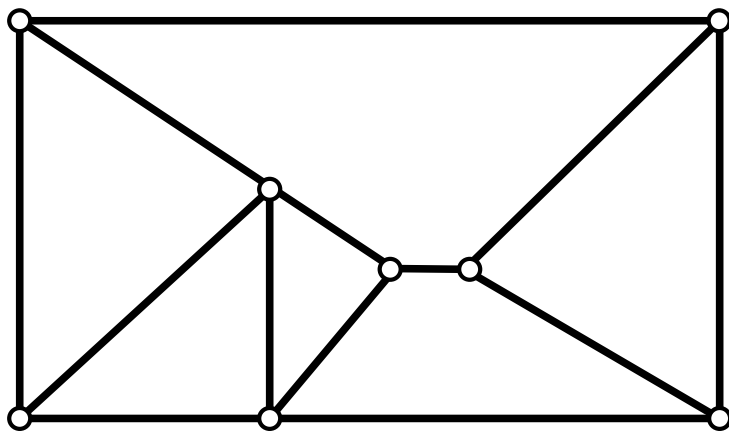


Рис. Д.2.70

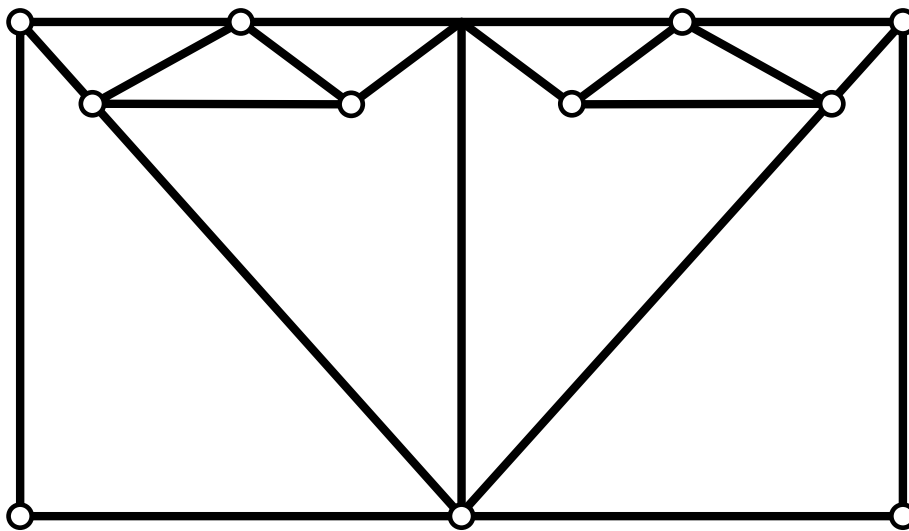


Рис. Д.2.71

Варіанти розрахункових схем

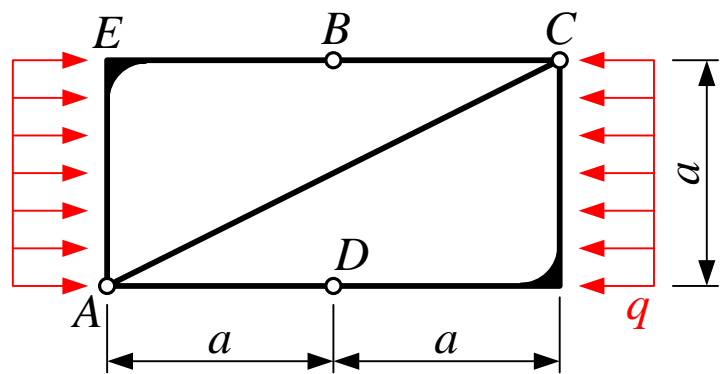


Рис. Д.3.1

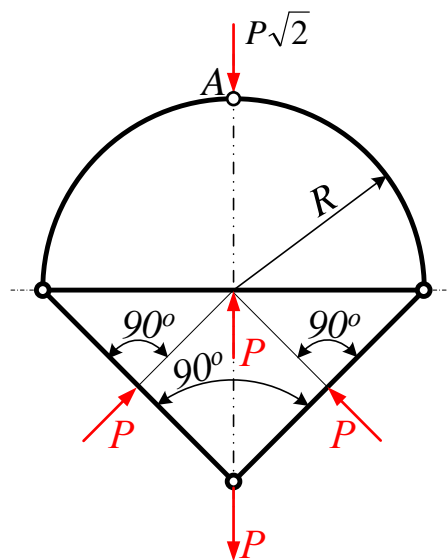


Рис. Д.3.2

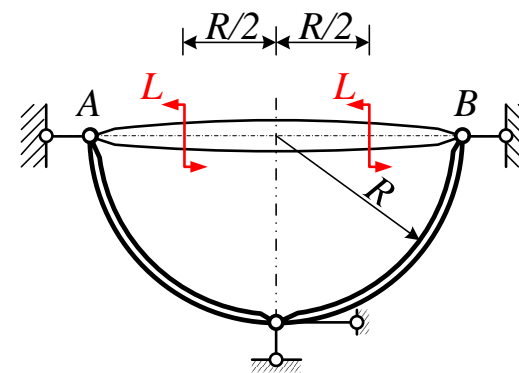


Рис. Д.3.3

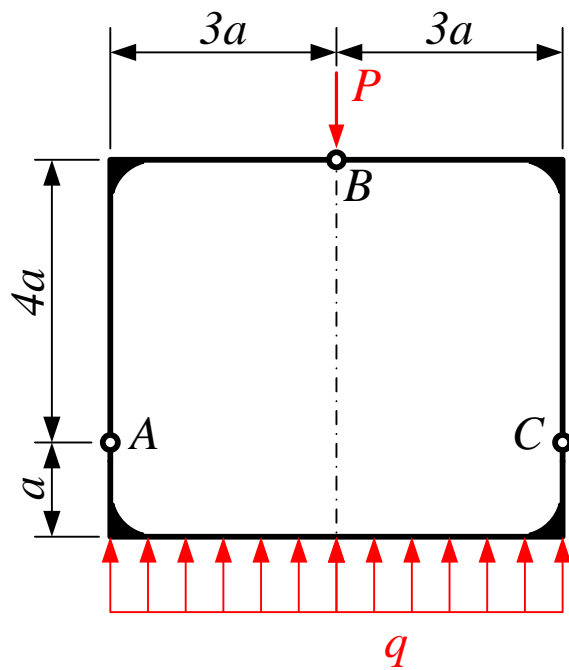


Рис. Д.3.4

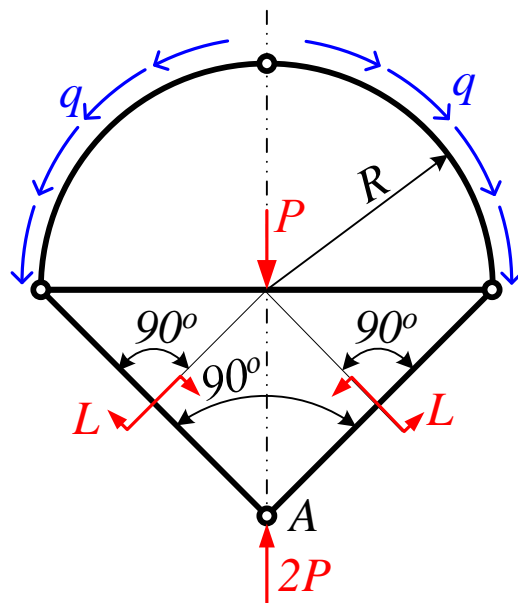


Рис. Д.3.5

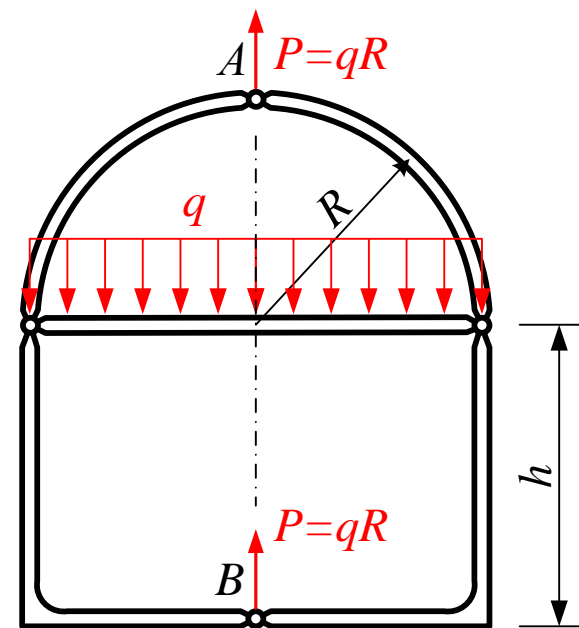


Рис. Д.3.6

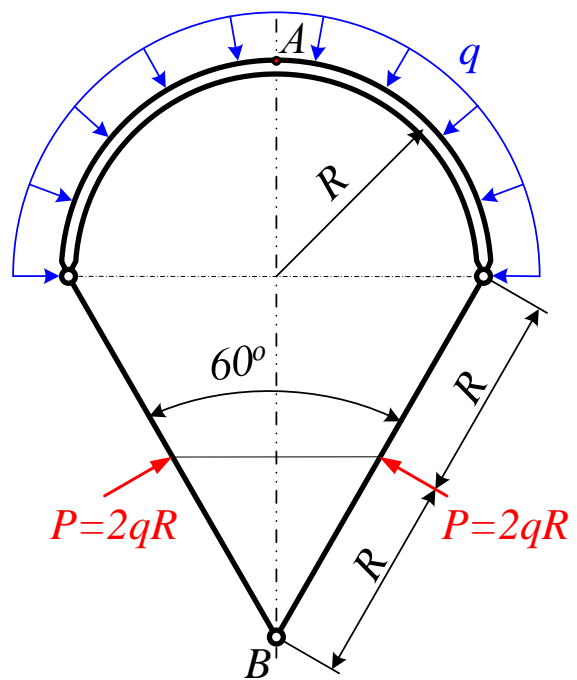


Рис. Д.3.7

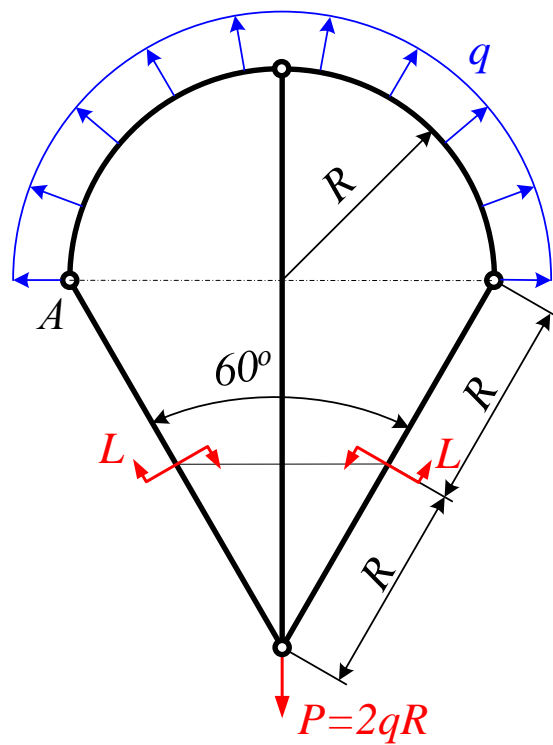


Рис. Д.3.8

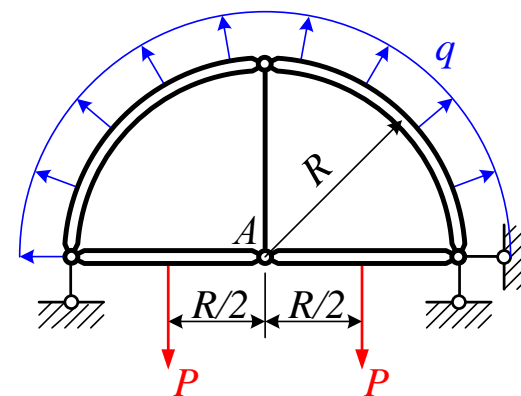


Рис. Д.3.9

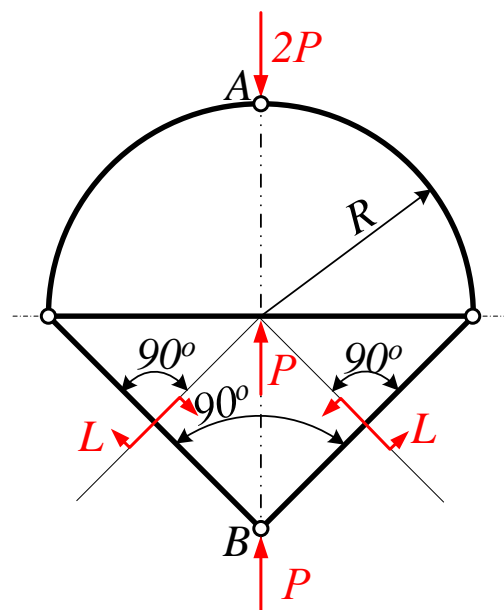


Рис. Д.3.10

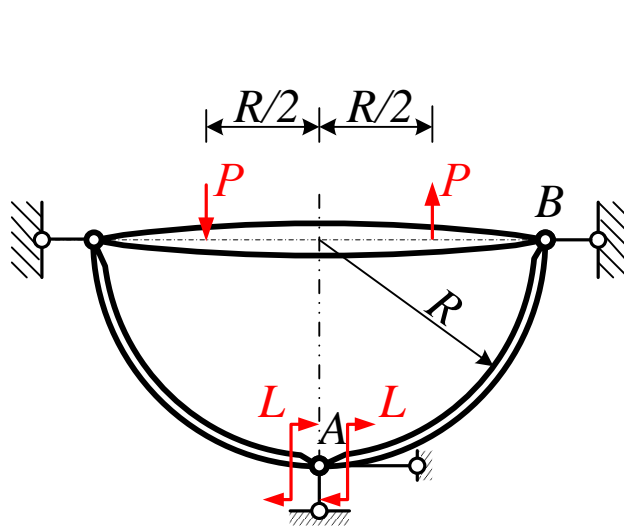


Рис. Д.3.11

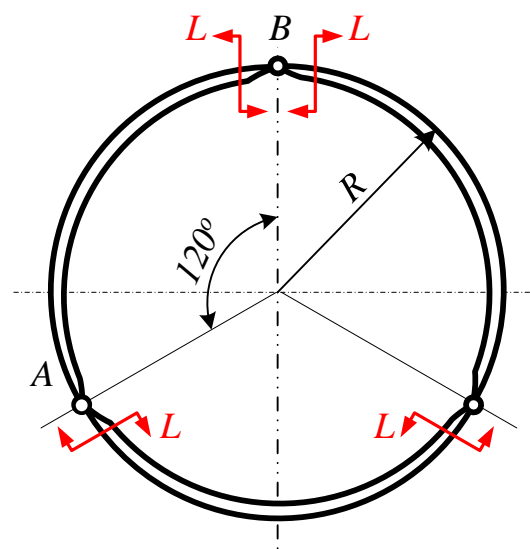


Рис. Д.3.12

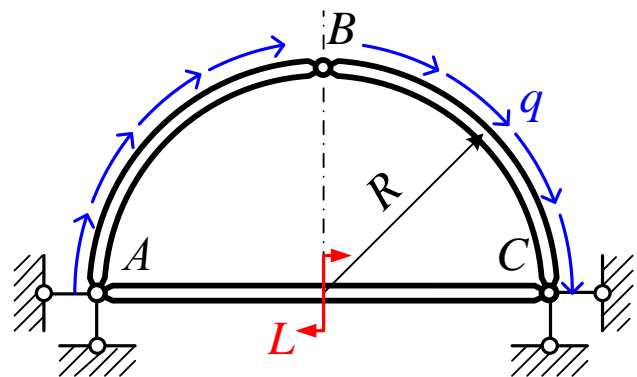


Рис. Д.3.13

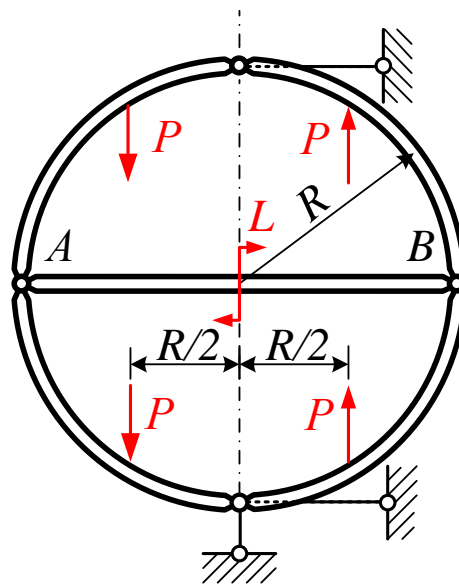


Рис. Д.3.14

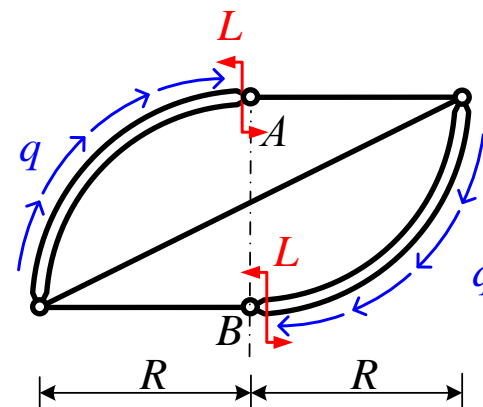


Рис. Д.3.15

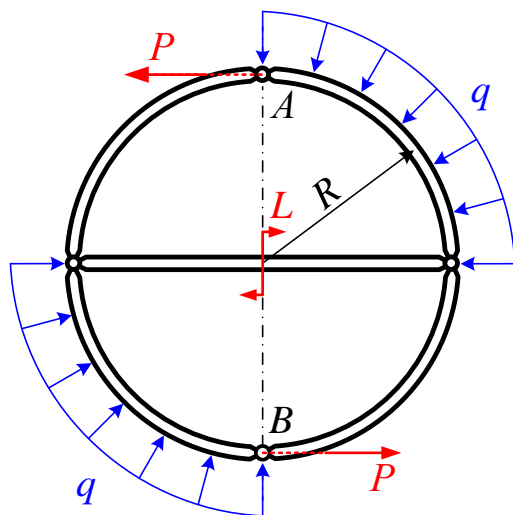


Рис. Д.3.16

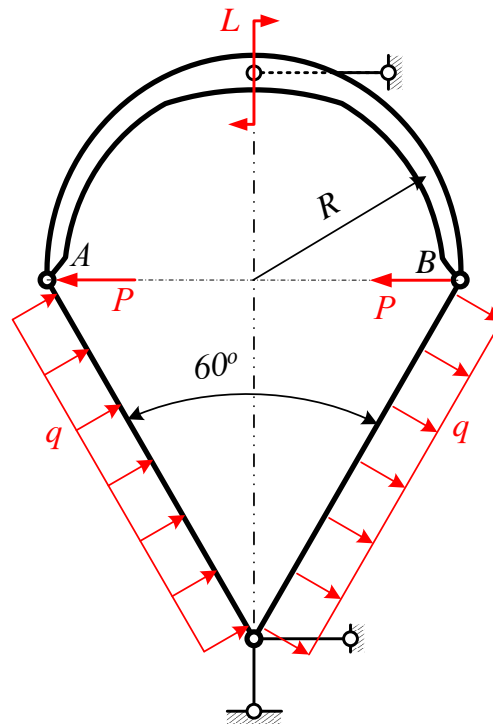


Рис. Д.3.17

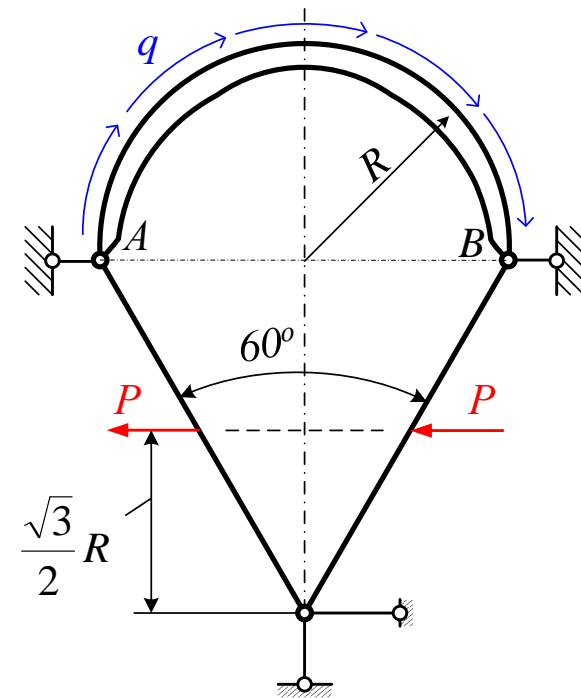


Рис. Д.3.18

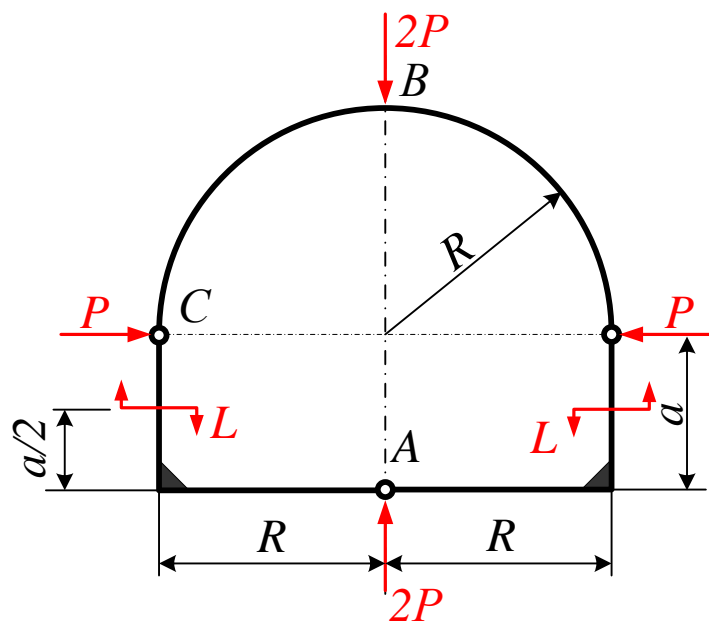


Рис. Д.3.19

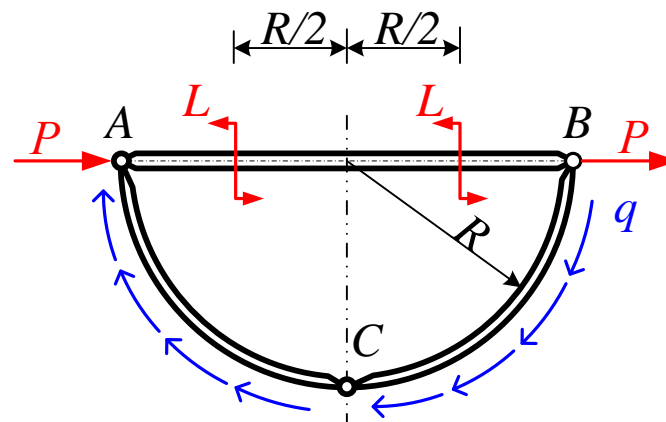


Рис. Д.3.20

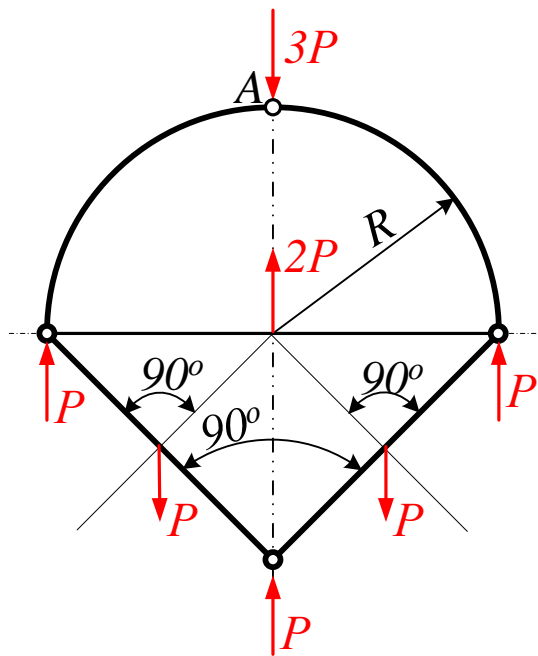


Рис. Д.3.21

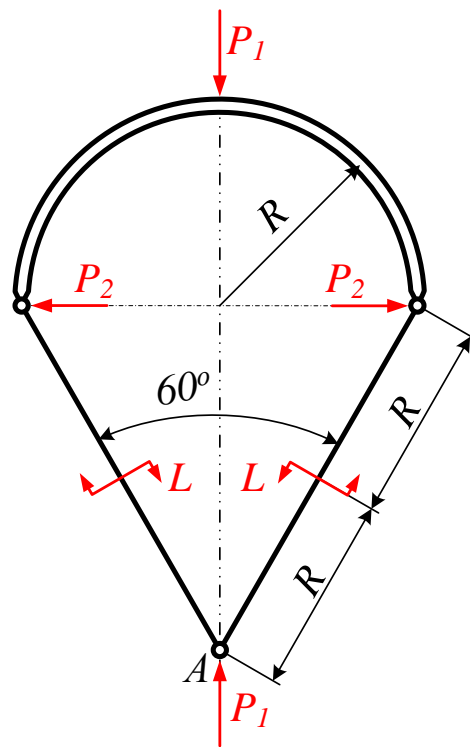


Рис. Д.3.22

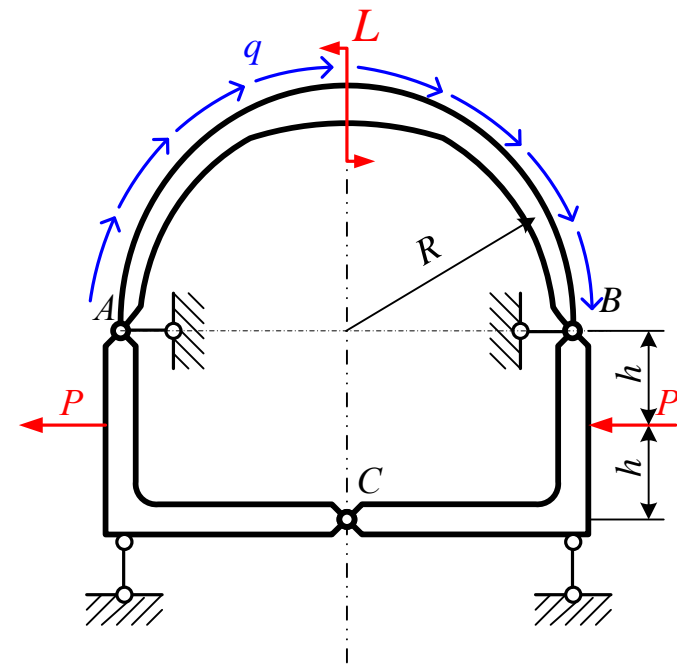


Рис. Д.3.23

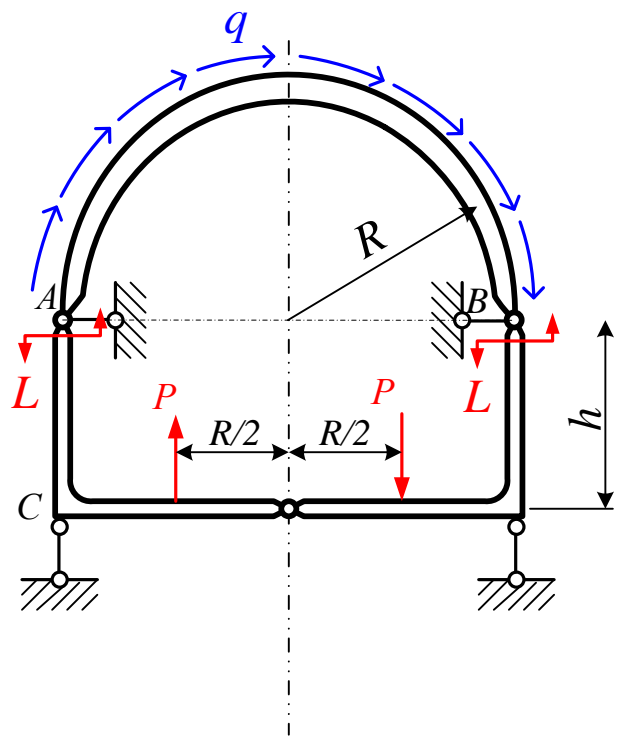


Рис. Д.3.24

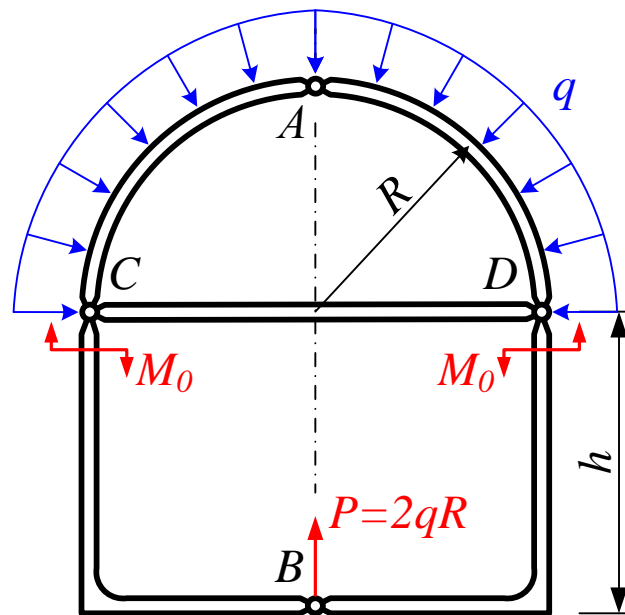


Рис. Д.3.25

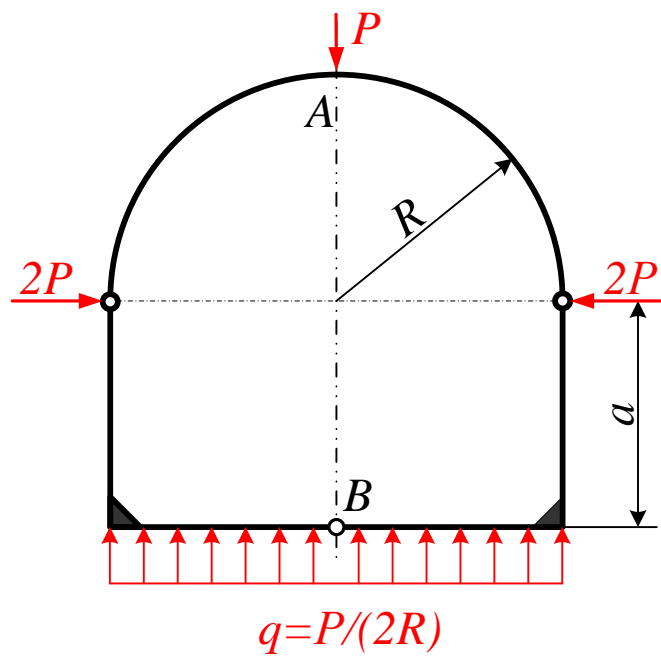


Рис. Д.3.26

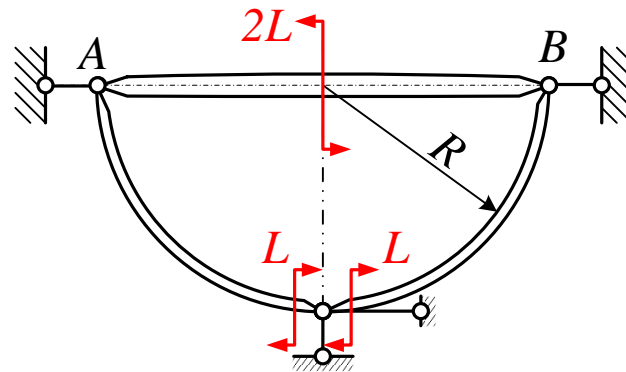


Рис. Д.3.27

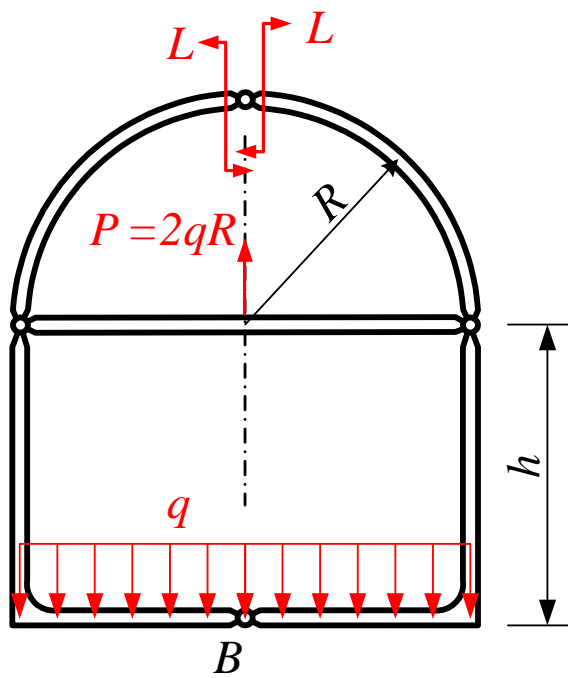


Рис. Д.3.28

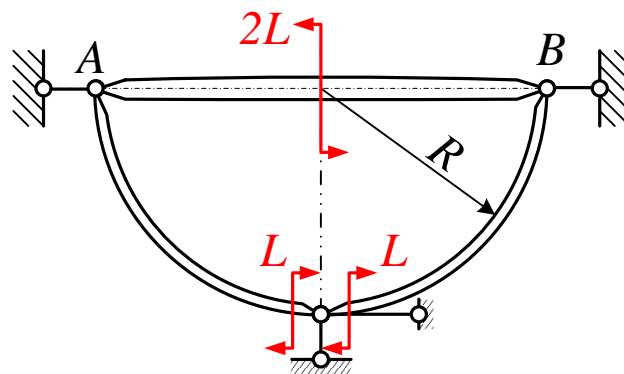


Рис. Д.3.29

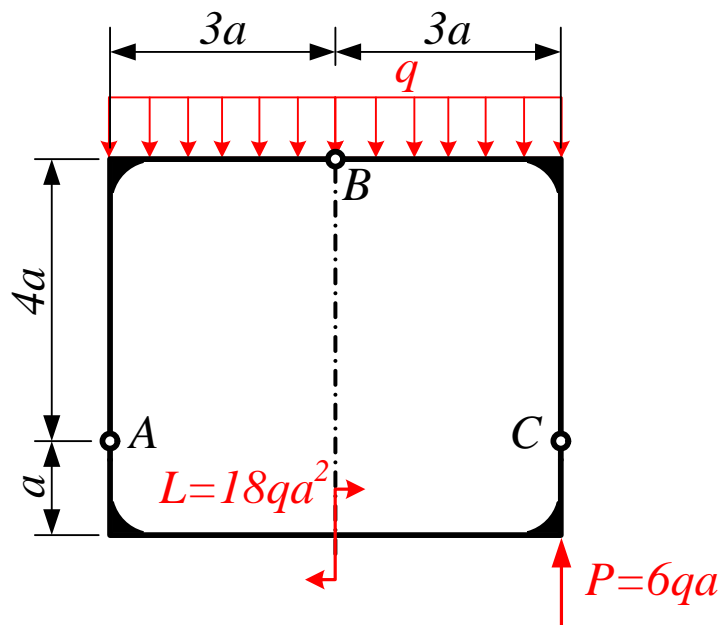


Рис. Д.3.30

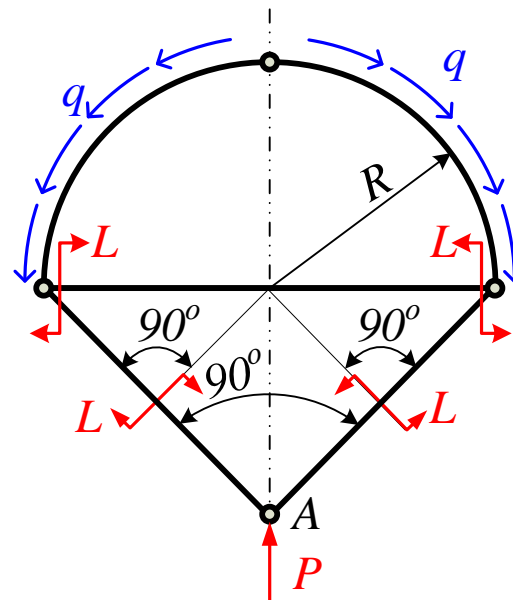


Рис. Д.3.31

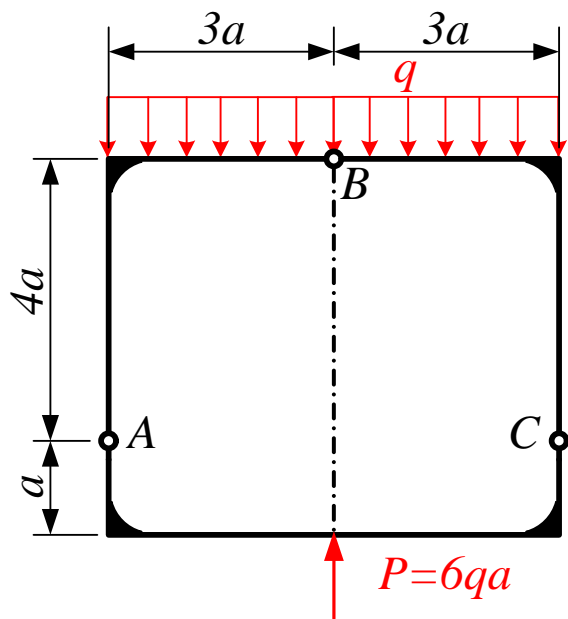


Рис. Д.3.32

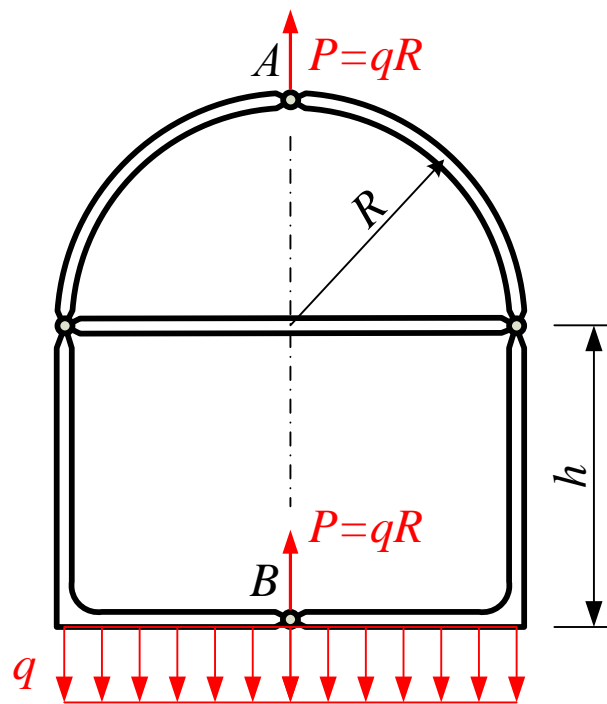


Рис. Д.3.33

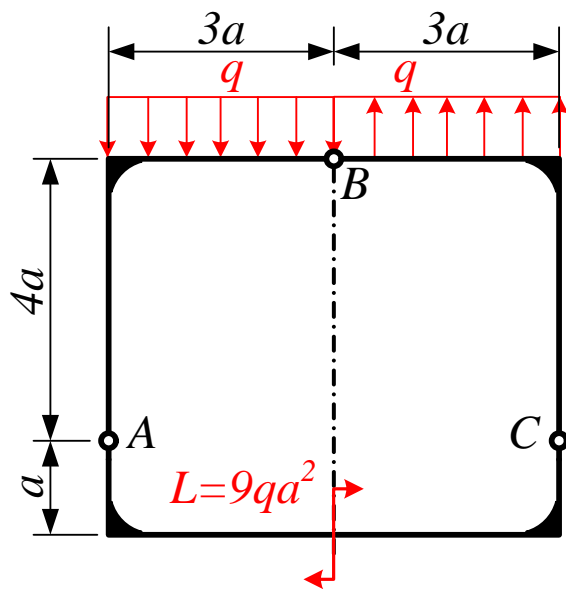


Рис. Д.3.34

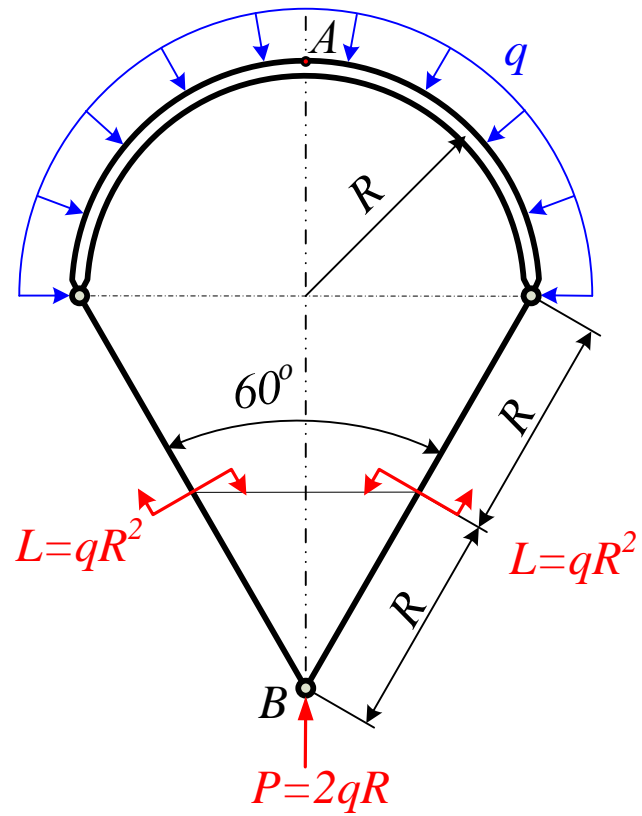


Рис. Д.3.35

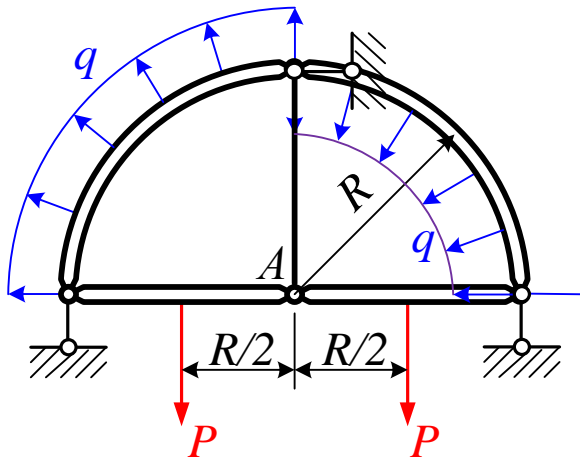


Рис. Д.3.36

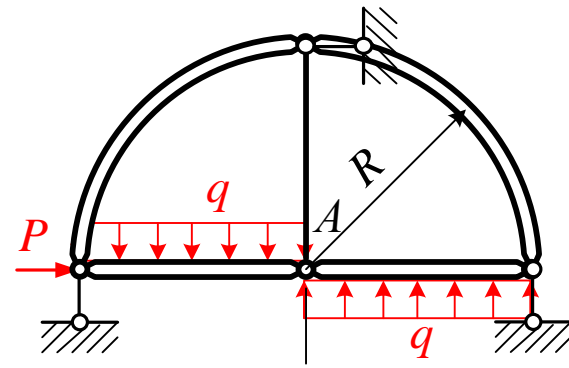


Рис. Д.3.37

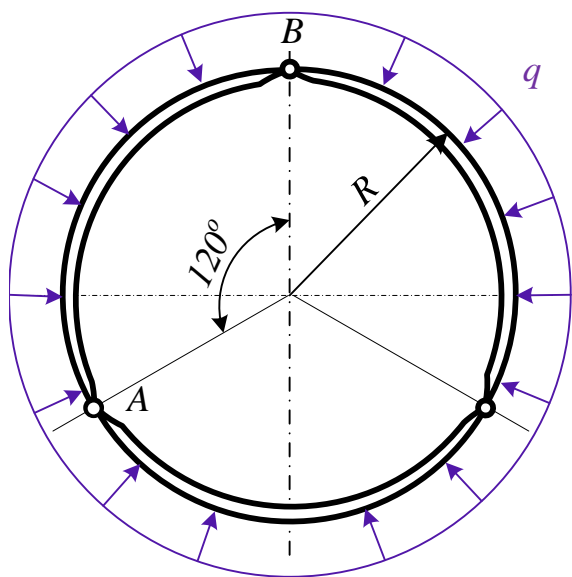


Рис. Д.3.38

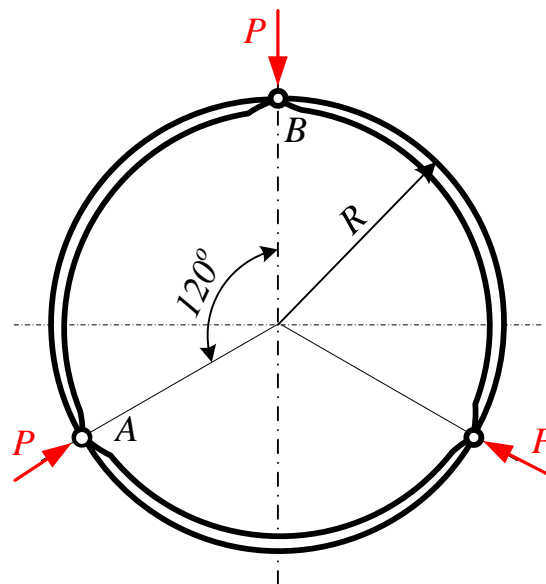


Рис. Д.3.39

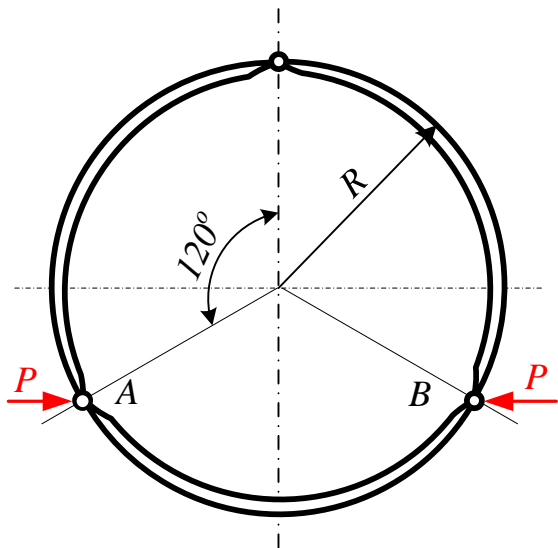


Рис. Д.3.40

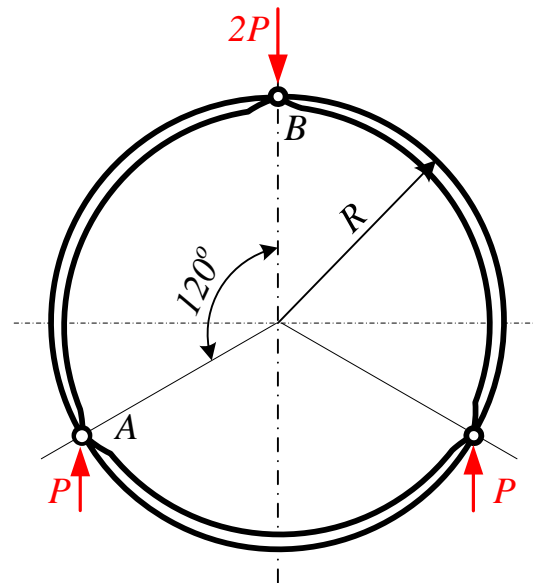


Рис. Д.3.41

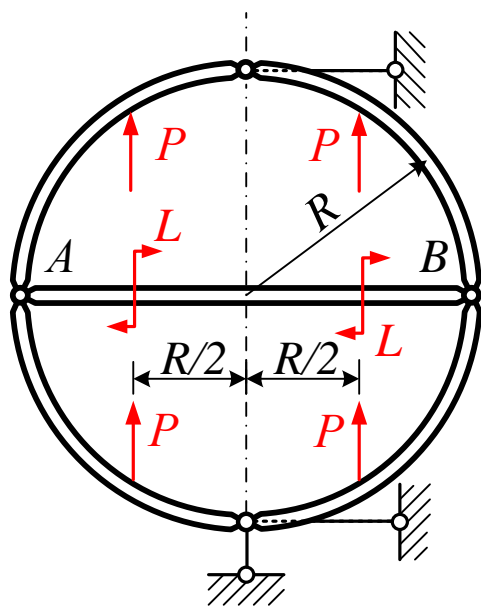


Рис. Д.3.42

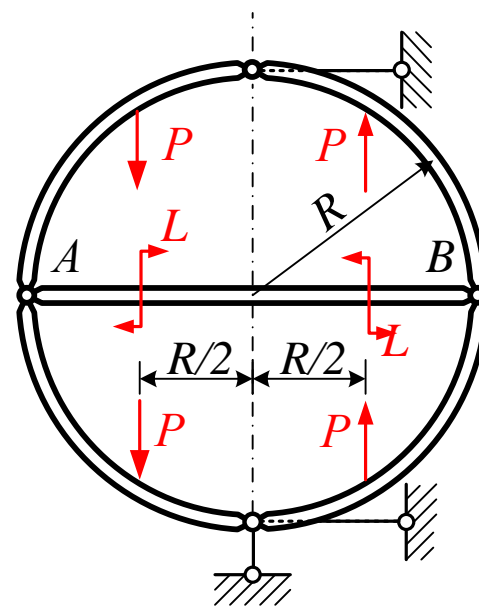


Рис. Д.3.43

Варіанти вихідних даних для розрахунку комбінованих стрижневих систем

Номер варіанта	Зовнішні навантаження	Геометричні розміри	Жорсткості елементів	Шукане переміщення
1	$q = 30 \text{ кН/м}$	$a = 0,2 \text{ м}$	$EJ = 10^5 \text{ Н}\cdot\text{м}^2;$ $EF = 10^7 \text{ Н}$	Знайти зближення точок E і D
2	$P = 8 \text{ кН}$	$R = 0,6 \text{ м}$	$EJ = 10^5 \text{ Н}\cdot\text{м}^2;$ $EF = 10^7 \text{ Н}$	Обчислити взаємний поворот перерізів дисків у точці A
3	$L = 5 \text{ кН}\cdot\text{м}$	$R = 0,5 \text{ м}$	$EJ = 10^5 \text{ Н}\cdot\text{м}^2$	Визначити взаємний кут повороту перерізів диска в шарнірах A і B
4	$P = 12 \text{ кН};$ $q = 10 \text{ кН/м}$	$a = 0,2 \text{ м}$	$EJ = 10^6 \text{ Н}\cdot\text{м}^2$	Встановити взаємний кут повороту перерізів дисків у шарнірі B
5	$L = 5 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $P = 10 \text{ кН};$ $q = 10 \text{ кН/м}$	$R = 0,5 \text{ м}$	$EJ = 10^5 \text{ Н}\cdot\text{м}^2;$ $EF = 10^6 \text{ Н}$	Отримати величину взаємного повороту перерізів дисків у точці A
6	$q = 10 \text{ кН/м}$	$R = 0,5 \text{ м};$ $h = 0,7 \text{ м}$	$EJ = 10^5 \text{ Н}\cdot\text{м}^2;$ $EF = 10^6 \text{ Н}$	Обчислити зближення точок A і B

Номер варіанта	Зовнішні навантаження	Геометричні розміри	Жорсткості елементів	Шукане переміщення
7	$q = 44 \text{ кН/м}$	$R = 1,2 \text{ м}$	$EJ = 10^6 \text{ Н}\cdot\text{м}^2;$ $EF = 10^7 \text{ Н}$	Встановити зближення точок A і B
8	$q = 10 \text{ кН/м};$ $L = 5 \text{ кН}\cdot\text{м}$	$R = 0,5 \text{ м}$	$EJ = 10^5 \text{ Н}\cdot\text{м}^2;$ $EF = 10^6 \text{ Н}$	Знайти взаємний поворот перерізів правого і лівого дисків у шарнірі A
9	$q = 10 \text{ кН/м};$ $P = 10 \text{ кН}$	$R = 0,5 \text{ м}$	$EJ = 10^5 \text{ Н}\cdot\text{м}^2;$ $EF = 10^7 \text{ Н}$	Отримати величину вертикального переміщення точки A
10	$L = 5 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $P = 10 \text{ кН}$	$R = 0,5 \text{ м}$	$EJ = 10^5 \text{ Н}\cdot\text{м}^2;$ $EF = 10^6 \text{ Н}$	Встановити зближення точок A і B
11	$L = 2,5 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $P = 10 \text{ кН}$	$R = 0,5 \text{ м}$	$EJ = 10^5 \text{ Н}\cdot\text{м}^2$	Визначити кут повороту перерізу верхнього диска у шарнірі B
12	$L = 99 \text{ кН}\cdot\text{м}$	$R = 1,1 \text{ м}$	$EJ = 10^6 \text{ Н}\cdot\text{м}^2$	Обчислити величину зближення точок A і B
13	$q = 10 \text{ кН/м};$ $L = 5 \text{ кН}\cdot\text{м}$	$R = 0,5 \text{ м}$	$EJ = 10^6 \text{ Н}\cdot\text{м}^2$	Знайти кут взаємного повороту перерізів дисків у шарнірі C
14	$L = 10 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $P = 10 \text{ кН}$	$R = 0,5 \text{ м}$	$EJ = 10^6 \text{ Н}\cdot\text{м}^2;$ $EF = 10^7 \text{ Н}$	Відшукати величину вертикального зміщення точки A

Номер варіанта	Зовнішні навантаження	Геометричні розміри	Жорсткості елементів	Шукане переміщення
15	$q = 10 \text{ кН/м};$ $L = qR^2(\pi - 1)/2$	$R = 0,2 \text{ м}$	$EJ = 10^6 \text{ Н}\cdot\text{м}^2;$ $EF = 10^7 \text{ Н}$	Отримати величину зближення точок A і B
16	$q = 15 \text{ кН/м};$ $L = 8 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $P = 10 \text{ кН}$	$R = 0,4 \text{ м}$	$EJ = 10^6 \text{ Н}\cdot\text{м}^2;$ $EF = 10^7 \text{ Н}$	Визначити зближення точок A і B
17	$q = 10 \text{ кН/м};$ $L = 7 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $P = 5 \text{ кН}$	$R = 0,5 \text{ м}$	$EJ = 10^6 \text{ Н}\cdot\text{м}^2;$ $EF = 10^7 \text{ Н}$	Встановити величину вертикального переміщення точки A
18	$q = 10 \text{ кН/м};$ $P = 12 \text{ кН}$	$R = 0,5 \text{ м}$	$EJ = 10^5 \text{ Н}\cdot\text{м}^2;$ $EF = 10^7 \text{ Н}$	Знайти вертикальне зміщення точки A
19	$L = 5 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $P = 10 \text{ кН}$	$a = 0,5 \text{ м};$ $R = 0,7 \text{ м}$	$EJ = 10^5 \text{ Н}\cdot\text{м}^2$	Отримати величину взаємного повороту дисків у шарнірі C
20	$q = 10 \text{ кН/м};$ $P = 4 \text{ кН};$ $L = \pi qR^2/2$	$R = 0,4 \text{ м}$	$EJ = 10^6 \text{ Н}\cdot\text{м}^2$	Відшукати величину кута взаємного повороту перерізів дисків у шарнірі A

Номер варіанта	Зовнішні навантаження	Геометричні розміри	Жорсткості елементів	Шукане переміщення
21	$P = 10 \text{ кН}$	$R = 0,5 \text{ м}$	$EJ = 10^6 \text{ Н}\cdot\text{м}^2$; $EF = 10^7 \text{ Н}$	Визначити кут взаємного повороту перерізів дисків у шарнірі A
22	$P_1 = 10 \text{ кН}$; $P_2 = 8 \text{ кН}$; $L = 5 \text{ кН}\cdot\text{м}$	$R = 0,6 \text{ м}$	$EJ = 10^6 \text{ Н}\cdot\text{м}^2$	Встановити величину кута взаємного повороту перерізів дисків у шарнірі A
23	$L = 5 \text{ кН}\cdot\text{м}$; $q = 2 \text{ кН/м}$; $P = 10 \text{ кН}$	$R = 0,5 \text{ м}$; $h = 0,2 \text{ м}$	$EJ = 10^6 \text{ Н}\cdot\text{м}^2$	Знайти взаємний кут повороту перерізів дисків у точці C
24	$q = 10 \text{ кН/м}$; $P = 4 \text{ кН}$; $L = 5 \text{ кН}\cdot\text{м}$	$R = 0,4 \text{ м}$; $h = 0,3 \text{ м}$	$EJ = 10^5 \text{ Н}\cdot\text{м}^2$	Визначити кут повороту перерізу диска у точці C
25	$q = 10 \text{ кН/м}$; $M_0 = 5 \text{ кН}\cdot\text{м}$	$R = 0,5 \text{ м}$; $h = 0,8 \text{ м}$	$EJ = 10^5 \text{ Н}\cdot\text{м}^2$; $EF = 10^7 \text{ Н}$	Обчислити величину зближення точок A і B
26	$P = 10 \text{ кН}$	$a = 0,7 \text{ м}$; $R = 0,5 \text{ м}$	$EJ = 10^5 \text{ Н}\cdot\text{м}^2$	Відшукати величину зближення точок A і B
27	$L = 10 \text{ кН}\cdot\text{м}$	$R = 0,5 \text{ м}$	$EJ = 10^6 \text{ Н}\cdot\text{м}^2$	Знайти взаємне вертикальне переміщення точок A і B

Номер варіанта	Зовнішні навантаження	Геометричні розміри	Жорсткості елементів	Шукане переміщення
28	$q = 10 \text{ кН/м};$ $L = 10 \text{ кН}\cdot\text{м}$	$R = 0,5 \text{ м};$ $h = 0,4 \text{ м}$	$EJ = 10^6 \text{ Н}\cdot\text{м}^2;$ $EF = 10^7 \text{ Н}$	Отримати величину взаємного повороту перерізів дисків у точці B
29	$L = 10 \text{ кН}\cdot\text{м}$	$R = 0,6 \text{ м}$	$EJ = 10^5 \text{ Н}\cdot\text{м}^2;$ $EF = 10^6 \text{ Н}$	Встановити величину кута взаємного повороту перерізів дисків у шарнірі B
30	$q = 2 \text{ кН/м}$	$a = 0,3 \text{ м}$	$EJ = 10^6 \text{ Н}\cdot\text{м}^2$	Встановити взаємний кут повороту перерізів дисків у шарнірі B
31	$L = 5 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $P = 10 \text{ кН};$ $q = 10 \text{ кН/м}$	$R = 0,4 \text{ м}$	$EJ = 10^5 \text{ Н}\cdot\text{м}^2;$ $EF = 10^7 \text{ Н}$	Знайти величину взаємного повороту перерізів дисків у точці A
32	$q = 6 \text{ кН/м}$	$a = 0,4 \text{ м}$	$EJ = 10^5 \text{ Н}\cdot\text{м}^2;$ $EF = 10^7 \text{ Н}$	Обчислити величину зближення точок A і B
33	$q = 10 \text{ кН/м}$	$R = 0,4 \text{ м};$ $h = 0,3 \text{ м}$	$EJ = 10^5 \text{ Н}\cdot\text{м}^2$	Знайти величину розбіжності точок A і B
34	$q = 8 \text{ кН/м}$	$a = 0,2 \text{ м}$	$EJ = 10^6 \text{ Н}\cdot\text{м}^2$	Встановити взаємний кут повороту перерізів дисків у шарнірі C

Номер варіанта	Зовнішні навантаження	Геометричні розміри	Жорсткості елементів	Шукане переміщення
35	$q = 10 \text{ кН/м}$	$R = 0,4 \text{ м}$	$EJ = 10^6 \text{ Н}\cdot\text{м}^2;$ $EF = 10^7 \text{ Н}$	Отримати величину зближення точок A і B
36	$P = 10 \text{ кН};$ $q = 10 \text{ кН/м}$	$R = 0,5 \text{ м}$	$EJ = 10^6 \text{ Н}\cdot\text{м}^2$	Знайти взаємний кут повороту перерізів дисків у точці A
37	$q = 10 \text{ кН/м};$ $L = 10 \text{ кН}\cdot\text{м}$	$R = 0,5 \text{ м}$ $h = 0,6 \text{ м}$	$EJ = 10^5 \text{ Н}\cdot\text{м}^2;$ $EF = 10^6 \text{ Н}$	Горизонтальне переміщення точки A
38	$q = 4 \text{ кН/м}$	$R = 0,6 \text{ м}$	$EJ = 10^6 \text{ Н}\cdot\text{м}^2$	Отримати величину взаємного повороту перерізів дисків у точці B
39	$P = 20 \text{ кН}$	$R = 0,4 \text{ м}$	$EJ = 10^6 \text{ Н}\cdot\text{м}^2$	Встановити взаємний поворот перерізів правого і лівого дисків у шарнірі B
40	$P = 10 \text{ кН}$	$R = 0,5 \text{ м}$	$EJ = 10^6 \text{ Н}\cdot\text{м}^2$	Обчислити величину зближення точок A і B
41	$P = 10 \text{ кН}$	$R = 0,5 \text{ м}$	$EJ = 10^6 \text{ Н}\cdot\text{м}^2$	Відшукати величину зближення точок A і B
42	$L = 5 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $P = 10 \text{ кН}$	$R = 0,4 \text{ м}$	$EJ = 10^6 \text{ Н}\cdot\text{м}^2$	Знайти величину взаємного повороту перерізів диска у точках A і B
43	$L = 5 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $P = 10 \text{ кН}$	$R = 0,4 \text{ м}$	$EJ = 10^6 \text{ Н}\cdot\text{м}^2$	Обчислити величину взаємного повороту перерізів диска у точках A і B

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Львов, М. П. Исследование дискретной модели лонжерона и комбинированных стержневых систем / М. П. Львов, А. Г. Дибир – Харьков: ХАИ, 2010. – 80 с.
2. Макеев, А. И. Строительная механика стержневых элементов авиационных конструкций / А. И. Макеев, Б. И. Скопинцев. – Харьков: ХАИ, 1988. – 94 с.
3. Гайдачук, В. Е. Сборник задач по строительной механике систем / В. Е. Гайдачук, В. В. Кириченко, Б. И. Скопинцев. – Харьков: ХАИ, 1983. – 117 с.

ЗМІСТ

Вступ	3
1. Дослідження дискретної моделі лонжерона	4
1.1. Початкові дані	4
1.2. Проектувальний розрахунок дискретної моделі	5
1.3. Розміри елементів реального перерізу лонжерона ...	10
1.4. Перехід до головних осей реального перерізу	11
1.5. Головний момент інерції перерізу лонжерона	13
1.6. Характерні точки перерізу	14
1.7. Нормальні напруження	16
1.8. Дотичні напруження	16
1.9. Оцінювання прийнятності дискретної моделі	18
2. Аналіз стрижневих систем	21
2.1. Перелік типів елементів системи	21
2.2. Кінематичний аналіз	22
2.3. Структурний аналіз	23
2.4. Нульове правило статичного аналізу.....	25
3. Розрахунок комбінованої стрижневої системи	26
3.1. Заміна розподілених навантажень зосередженими рівнодійними	26
3.2. Визначення опорних реакцій	27
3.3. Модифікація вихідної системи	27
3.4. Декомпозиція (розчленування) системи	27
3.5. Використання симетрії	27
3.6. Обчислення реакцій з рівнянь рівноваги елементів що з'єднуються	28
3.7. Побудова епюр внутрішніх силових факторів	29
3.8. Одинична сила Мора	30
3.9. Розрахунок одиничного стану	32
3.10. Обчислення інтегралів Мора	32
Додаток 1. Вихідні дані моделі лонжерона	35
Додаток 2. Схеми комбінованих стрижневих систем	38
Додаток 3. Варіанти розрахункових схем	62
Бібліографічний список	86

Навчальне видання

**Дібір Олександр Геннадійович
Кирпикін Анатолій Олексійович**

**ДОСЛІДЖЕННЯ ДИСКРЕТНОЇ МОДЕЛІ
ЛОНЖЕРОНА ТА КОМБІНОВАНИХ
СТРИЖНЕВИХ СИСТЕМ**

Редактор В. М. Коваль

Зв. план, 2019

Підписано до видання 29.11.2019

Ум. друк. арк. 4,9. Обл.-вид. арк. 5,5. Електронний ресурс

Видавець і виготовлювач
Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут»
61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17
<http://www.khai.edu>
Видавничий центр «ХАІ»
61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17
izdat@khai.edu

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів
видавничої продукції сер. ДК № 391 від 30.03.2001