Шатохін В. М., д.т.н., професор shatokhinvlm@gmail.com Соболь В. М., к.т.н., доцент sobol\_vn@ukr.net

## ОСОБЛИВОСТІ ВІБРАЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ У КУЛЬКОВИХ РАДІАЛЬНО-ПОРШНЕВИХ НАСОСАХ ГІДРООБ'ЄМНИХ ПЕРЕДАЧ ТРАНСПОРТНИХ МАШИН Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова

Карківський національний університет міського господарства іменг О.М. Бекстова Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут»

Вступ. Один із найпередовіших та найефективніших напрямків створення безступінчастих трансмісій мобільних транспортних та спеціальних гусеничних машин пов'язаний із застосуванням гідрооб'ємних передач (ГОП), що дозволяють реалізувати паралельні потоки гідравлічної та механічної потужності. У найбільш сучасних варіантах такої передачі використовуються радіально-поршневі гідромашини (РПГ) з кульковими поршнями. З їхньою допомогою можливе створення досить компактних конструкцій трансмісії. Встановлено, що гідравлічні машини радіального типу здатні витримувати значно більші навантаження, ніж аксіальні гідромашини. Зазначені пристрої забезпечують також значно вищу швидкість обертання. Однак для цих передач характерний високий рівень навантаженості найбільш відповідальних елементів, зокрема циліндро-поршневих пар. Їх надмірний знос веде до зменшення потужності, що передається, зниження надійності пристроїв і навіть до поломок.



Рис. 1. Радіально-поршнева гідромашина з кульковими поршнями фірми "Martin-Marietta"

Аналіз останніх досягнень та публікацій. Інтерес до застосування РПГ з кульковими поршнями для транспортних та спеціальних гусеничних машин різко зріс після того, як такого типу гідромашини (рис. 1) стали випускатися серійно фірмою "Martin-Marietta" (США) [1, 2]. Ці пристрої починають застосовувати і у вітчизняному машинобудуванні [2, 3].

Досить велика кількість робіт присвячена дослідженням, спрямованим на вдосконалення РПГ: вплив зносу циліндропоршневих пар на втрату потужності в гідромашинах; визначення зусиль, що діють у циліндре РПГ. Дослідження різних втрат V гідромашинах, напруженодеформованого стану елементів

гідрооб'ємних передач, пульсацій тиску в поршневій камері насоса. Деякі конструктивні особливості РПГ, наприклад, розглядаються у роботах [1, 2]. У статті [3] викладено найпростіші прийоми вибору параметрів пристроїв.

Дослідження, присвячені вивченню динамічних процесів у силових передачах із радіально-поршневими ГОП, створенню алгоритмів діагностики параметрів РПГ із кульковими поршнями ще не знайшли достатнього відображення у науковій літературі.

**Мета та постановка задачі.** Метою роботи є створення достовірної математичної моделі динамічних процесів у насосі РПГ, що враховує інерційні властивості кульок-поршнів і статора, пружні властивості стовпа рідини в циліндрі керування, ексцентриситет, тиск

підживлення й у порожнині нагнітання, частоту обертання ротора. Це обумовлено потребами оцінки динамічних навантажень в елементах РПГ, діагностування різноманітних відхилень параметрів пристрою від номінальних, побудови загальної динамічної моделі силового ланцюга транспортної машини з урахуванням двигуна, трансмісії та ходової частини. Проведення розрахунково-експериментальних досліджень.

**Математична модель насоса РПГ.** На кінематичній схемі насоса РПГ (рис. 2, а) показано: 1 – блок циліндрів (ротор), 2 – кулька-поршень, 3 – цапфовий розподільник, 4 – статорне кільце, 5 – корпус ГОП, 6 – гідроциліндр системи керування, 7 – цапфа керування статорного кільця, 8 – вісь обертання статорного кільця. Вісь обертання ротора проходить через точку O, а через точки  $O_1$ ,  $O_3$  проходять відповідно вісь статорного кільця і вісь його обертання.



Рис. 2. Радіально-поршневий насос з кульковими поршнями: а) кінематична схема; б) складові швидкості центра мас кульки і сили, що діють на кульку і статор

*Геометричні і кінематичні співвідношення.* Вважаючи кутові відхилення статора малими, маємо (див. рис. 2, а):

$$\vartheta_0 = \frac{\Delta_0}{H}; \quad \delta_0 = \vartheta_0 h; \quad \vartheta = \frac{\Delta}{H}; \quad \delta = \vartheta h; \quad \delta_1 = \delta_0 + \delta = (\vartheta_0 + \vartheta)h, \quad (1)$$

де  $\Delta$ - поточне відхилення цапфи статора; H- відстань від осі обертання статора до осі гідроциліндра керування; h- відстань від осі обертання статора до осі ротора. Тепер формули для модуля переносної швидкості  $v_{Ce}$ , проекції відносної швидкості  $v_{Cr_{\mathcal{F}}} = v_{Cr}$  на вісь  $O\xi$  і квадрата абсолютної швидкості центра кульки  $v_C$  (див. рис. 2, а) з

урахуванням (1) запишуться у вигляді:

$$v_{Ce} = \dot{\varphi} \rho_1 = \dot{\varphi} \left( R_0 - \delta_1 \sin \varphi \right); \quad (2) \qquad v_{Cr} = -h \left( \dot{\vartheta} \sin \varphi + \left( \vartheta_0 + \vartheta \right) \dot{\varphi} \cos \varphi \right); \quad (3)$$

$$v_C^2 = v_{Cr}^2 + v_{Ce}^2 = h^2 \left[ \dot{\vartheta} \sin\varphi + (\vartheta_0 + \vartheta) \dot{\varphi} \cos\varphi \right]^2 - \left[ R_0 - h(\vartheta_0 + \vartheta) \sin\varphi \right]^2 \dot{\varphi}^2 - \left[ R_0 - h(\vartheta_0 + \vartheta) \sin\varphi \right]^2 \dot{\varphi}^2 .$$
(4)

*Кінетична енергія системи.* Повну кінетичну енергію системи (*n* – кульок і статорне кільце) можна представити як функцію наступної структури [3]

$$T = \sum_{k=1}^{n} T_{p} \bigg( \varphi - (k-1)\frac{2\pi}{n}, h, R_{0}, \vartheta, \vartheta_{0}, \dot{\varphi}, \dot{\vartheta} \bigg) + T_{s} \big( \dot{\vartheta} \big).$$
(5)

Узагальнена сила повинна відображати пружні властивості стовпа рідини в циліндрі керування (поновлюючій пружний момент), момент від сил тиску робочої рідини в циліндрах насоса (збурюючий момент), дисипативні властивості моделі (момент в'язкого опору).

У багатьох випадках для поновлюючого пружного моменту та моменту в'язкого опору цілком прийнятними виявляються лінійні моделі відповідно

$$M_{O_{3z}}^{(\vartheta)}(\vartheta) = -cH^2 \vartheta, \qquad (6) \qquad \qquad M_{O_{3z}}^{(\vartheta)} = -b_e \dot{\vartheta}, \qquad (7)$$

де c – еквівалентний коефіцієнт пружності рідини;  $b_e$  – еквівалентний коефіцієнт опору.

Збурюючий момент у розглянутій моделі формується силами тиску робочої рідини в підпоршневих просторах циліндрів насоса. Закон зміни тиску в першому циліндрі на одному оберті ротора для зазначених вище зон високого і низького тисків з урахуванням зробленого припущення відносно закиду тиску представлений на рис. 3.



Рис. 3. Залежність тиску в підпоршневом просторі від кута повороту ротора



Рис. 4. Залежність моменту сил тиску рідини в першому циліндрі від кута повороту ротора

Прийнято наступні позначення:  $p_h$  – тиск у порожнині нагнітання;  $p_d$  – тиск підживлення;  $\Delta p$  – величина закиду тиску. Для модуля сили **F**, що діє на кульку з боку робочої рідини, справедлива очевидна формула  $F = p\pi r^2$ . До кульки прикладена також реакція циліндра **N**<sub>c</sub> і реакція статора **N**<sub>s</sub> (див. рис. 2, б). Там же показана і рівнодіюча цих сил **F**' = **N**<sub>c</sub> + **N**<sub>s</sub>. Тому що **F**' = -**F**, то з прямокутного силового трикутника легко знаходиться модуль сили **N** а значить і модуль сили **F** що діє з

 $N_s$ , а значить і модуль сили  $F_s$ , що діє з боку кульки на статор.

Введемо в розгляд радіус-вектор точки прикладання цієї сили  $\mathbf{r}_{F_s} = \overrightarrow{O_3 P}$ , тоді для вектора-моменту сили відносно центра  $O_3$  буде справедливий вираз

$$\mathbf{M}_{O_3}^{(\mathbf{\varphi})}(\mathbf{F}_s) = \mathbf{r}_{F_s} \times \mathbf{F}_s.$$
(8)

Залежність моменту від кута повороту ротора показана на графіку рис. 4.

Для сумарного збурюючого моменту від *n* 

циліндрів маємо

$$\widetilde{M}_{O_{3}z}^{(\varphi)} = \sum_{k=1}^{n} M_{O_{3}z}^{(\varphi)} \left( \varphi - (k-1)\frac{2\pi}{n} \right).$$
(9)

Склавши моменти (6), (7) і (8), одержимо остаточний вираз для узагальненої сили:

$$Q_{\vartheta} = M_{O_{3z}}^{(\dot{\vartheta})} + M_{O_{3z}}^{(\vartheta)} + \tilde{M}_{O_{3z}}^{(\varphi)}.$$
 (10)

*Рівняння Лагранжа*. Після виконання стандартних операцій по визначенню похідних від кінетичної енергії системи, при урахуванні тотожностей [5] рівняння Лагранжа

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{\vartheta}} - \frac{\partial T}{\partial \vartheta} = Q_{\vartheta} \tag{11}$$

здобуває вигляд

$$\left(\frac{7}{10}mnh^{2} + I_{O_{3}z}\right)\ddot{\vartheta} - \frac{7}{5}mnh^{2}(\vartheta_{0} + \vartheta)\dot{\varphi}^{2} = \widetilde{M}_{O_{3}z}^{(\phi)} + M_{O_{3}z}^{(\vartheta)} + M_{O_{3}z}^{(\vartheta)}.$$
(12)

Коли обертання ротора є рівномірним, тобто  $\dot{\phi} = \omega = const$ , то поновлюючий момент (6) стає періодичною функцією часу:

$$M_{O_{3z}}(t) = \sum_{k=1}^{n} M_{O_{3z}}^{(t)} \left( t - \frac{2\pi(k-1)}{\omega n} \right),$$
(13)

де  $M_{O_{3z}}^{(t)}(t)$  – функція часу, що виходить з (6) після відповідних замін  $\varphi$  на  $\omega t$ .

Рівняння (12) на сталому режимі з урахуванням (6), (7) і (13), після відповідного перегрупування доданків, здобуває вигляд

$$I_{O_{3z}}^{(e)} \ddot{\vartheta} + b_e \dot{\vartheta} + c_e \vartheta = M_{O_{3z}}^{(0)} + M_{O_{3z}}(t),$$
(14)

де  $I_{O_{3}z}^{(e)} = \frac{7}{10}mnh^2 + I_{O_{3}z}^{(s)}$  – еквівалентний момент інерції моделі;  $c_e = cH^2 - \frac{7}{5}mnh^2\omega^2 - \frac{1}{5}mnh^2\omega^2$ 

еквівалентна жорсткість;  $M_{O_{3}z}^{(0)} = \frac{7}{5}mnh^2\vartheta_0\omega^2 - постійний момент, обумовлений рухом кульок.$ 

Розрахунково-експериментальні дослідження. Для перевірки коректності побудованої математичної моделі проведено розрахунково-експериментальні дослідження пристрою з наступними відносними геометричними параметрами: r = 1;  $R_0 = 4,039$ ; h = 6,142; H = 14,803;  $\Delta_0 = 0,315$ ; d = 1,26; L = 0,756. Для формування пружного і збурюючого моментів прийняті такі параметри  $p_h = 35$  МПа;  $p_d = 1,5$  МПа;  $k_p = 0,755$ ;  $\Delta \phi = \pi/18$ ;  $E = 1,35 \cdot 10^3$  МПа. Остаточні значення для коефіцієнтів диференціального



Рис. 5. Залежність кута відхилення статора від кута повороту ротора

рівняння (14) при використанні постійних переходу  $I_0 = 1 \, \mathrm{KFM}^2$ ,  $c_0 = 1 \cdot 10^8 \, \mathrm{Hm}$ :  $I_{O_{3z}}^{(e)} = 3,719$ ;  $c_e = 0,3774$ ;  $b_e = 0,02$ ;  $M_{O_{3z}}^{(0)} = 0,9601 \cdot 10^{-5}$ . При цьому в розрахунках момент  $M_{O_{3z}}(t)$  варто зменшити в  $c_0$  раз. Безрозмірне значення частоти –  $\omega = 0,03$ . На рис. 5 представлений графік зміни кута повороту статора для одного повного оберту ротора. Його аналіз показав, що найбільш сильна вісімнадцята гармоніка в законі руху формується зміною тиску в циліндрі за законом прямокутного синуса без урахування закиду тиску (див. рис. 4). Дев'ята ж гармоніка саме обумовлена закидом тиску при переході циліндра з зони високого тиску у зону низького тиску.



Рис 6. Експериментальні залежності для кута відхилення статора і тиску в цил: ндрі керування на одному оберті ротора

Експериментальні залежності кутового відхилення статора  $\vartheta$  і тиску в циліндрі керування  $p_u$  на одному оберті показані на рис. 6. Графіки приведені у відносних одиницях (кутові відхилення статора отримані шляхом перерахування експериментально обмірюваного віброприскорення). На рисунку зображена також відмітка оберту. Має місце гарний збіг відповідних кривих рис. 5 і 6.

Висновки. 1. Створено універсальну математичну модель динамічних процесів у насосі радіально-поршневої гідромашини з кульковими поршнями. 2. Враховано інерційні властивості кульок-поршнів, статора, пружні властивості стовпа рідини в циліндрі керування, тиск рідини в магістралях і його закиди, частоту обертання ротора, ексцентриситет. 3. Запропоновано модель формування закону зміни тиску з урахуванням його закидів у циліндрах насоса на оберті ротора. 4. Знайдено механізм формування в законі руху статора насоса з номінальними параметрами істотних дев'ятої і вісімнадцятої гармонік. 5. Установлено причини появи в законі руху статора значних гармонік більш низького порядку. 6. Запропонована модель має значні перспективи для рішення широкого кола проблем динаміки ГОП з кульковими РПГ у загальній динамічній моделі силового ланцюга транспортної машини.

## Список використаних джерел

- 1. HMPT-1250. Compact transmission for AFAS/FARV. Transmission Programs Defense Systems Martin Marietta.– 1993.
- 2. Bohach, G. A Study and optimization of a radial ball piston pump for high-speed applications : дис.– University of Minnesota, 2021.
- Vladimir M. Shatokhin, Boris F. Granko, Vladimir N. Sobol. Vibration diagnostic of wear for cylinder-piston pumps couples of a radial piston hydromachine. Mechatronic Systems I. Applications in Transport, Logistics, Diagnostics and Control, edied by Waldemar Wójcik, Sergii Pavlov, Maksat Kalimoldayev, (2021), Taylor & Francis Group, CRC Press, Balkema book Boca Raton, London, New York, Leiden, PP. 39-52, 306 P. ISBN 978-1-032-10583-3 https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57208771905.
- 4. Башта, Т. М. Об'ємні насоси та гідравлічні двигуни гідросистем. М.: Машинобудування, 1982. 606 с.
- 5. Двайт, Г. Б. Таблиці інтегралів та інші математичні формули. М.: Наука, 1973. 228 с.