УДК 621.833.6

Шехов О. В., старший викладач
o.shekhov@khai.edu

ОЦІНКА ОПТИМАЛЬНОГО ВИБОРУ ЧИСЛА СТУПЕНІВ КОНСТРУКЦІЇ РЯДНОГО ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНІЗМУ ТИПУ $\mathbf{n}\times\overline{\mathrm{AI}}$ ЗА КРИТЕРІЄМ ЗАГАЛЬНОЇ МАСИ

Національний аерокосмічний університет ім. Н.Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут»

Серед механізмів приводів систем управління літальних апаратів найбільше поширення отримали багатоступінчасті рядні планетарні механізми типу $n\times\overline{\mathrm{AI}}$. Застосування в якості їх базового ступеня планетарного механізму схеми $\overline{\mathrm{AI}}$ (планетарний механізм Джеймса) дозволяє при однакових передаточних відношеннях в порівнянні з іншими схемами мати менші габарити в осьовому напрямі. Зниження маси таких механізмів призводить до зменшення габаритів, металоємності і собівартості виготовлення, а також підвищення економічності експлуатації виробу, до складу якого входить механізм.

Мінімізація маси багатоступінчастого планетарного механізму типу $n\times\overline{\mathrm{AI}}$ є актуальним завданням. Одним з параметрів конструкції таких механізмів, значення якого впливає на загальну масу механізму, є число ступенів його конструкції.

Кінематична схема рядного багатоступінчастого планетарного механізму типу $n\times\overline{\mathrm{AI}}$ показана на рис. 1. Наскрізна нумерація усіх зубчастих коліс механізму показана на рис. 1, *а*. Локальна нумерація зубчастих коліс (в межах одного ступеня) показана на рис. 1, *б*.

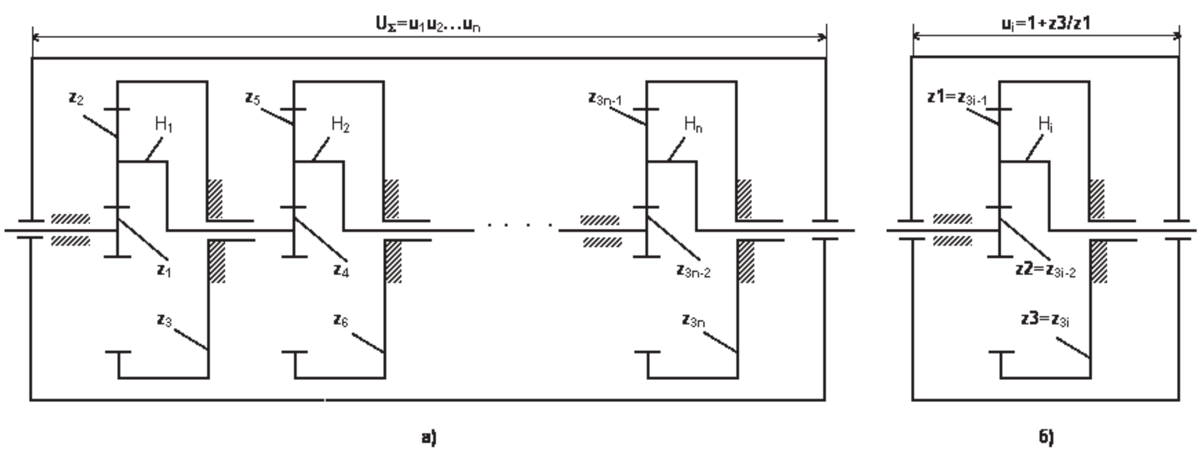

Рис. 1. Рядний планетарний механізм типу $n\times\overline{\mathrm{AI}}$

Сумарна маса рядного багатоступінчастого планетарного механізму типу $n\times\overline{\mathrm{AI}}$ визначається у вигляді наступної суми

$$M_\Sigma = M_1 + M_2 + \ldots + M_n = \sum_{i=1}^{n} M_i\,, \tag{1}$$

де M_i – маса i-го ступеня механізму; n – число ступенів механізму.

Маса окремого ступеня може бути визначена за формулою [1]:

$$M_i = \frac{\pi\rho_{3i-2}}{4} b_{3i-2} d_{3i-2}^2 \left(1 + k_i\left(\frac{u_i - 2}{2}\right)^2 + n_{Mi}\frac{u_i^2}{4}\right), \tag{2}$$

де ρ_{3i-2}, b_{3i-2}, d_{3i-2} – щільність матеріалу, ширина вінця та діаметр ділильного кола центрального зубчастого колеса z_{3i-2}; k_i – число сателітів i-го ступеня механізму; u_i –

передаточне відношення i-го ступеня механізму; n_{Mi} – коефіцієнт приведення мас корпусу, водила і нерухомого зубчастого колеса до маси умовного диска, прийнятий для i-го ступеня механізму.

Підставивши (2) в (1) і виносячи за дужки загальний множник, отримаємо

$$M_{\Sigma} = \frac{\pi\rho_1}{4} b_1 d_1^2 \left(A_1 + \sum_{i=2}^{n} A_i B_i \right), \tag{3}$$

де $A_i = 1 + k_i \left(\frac{u_i - 2}{2} \right)^2 + n_{Mi} \frac{u_i^2}{4}$, $B_i = \frac{\rho_{3i-2} b_{3i-2} d_{3i-2}^2}{\rho_1 b_1 d_1^2}$ – безрозмірні коефіцієнти.

Співвідношення (3) можна записати іншим чином, а саме

$$M_{\Sigma} = \frac{\pi\rho_{3n-2}}{4} b_{3n-2} d_{3n-2}^2 \left(\sum_{i=1}^{n-1} A_i B_i + A_n \right), \tag{4}$$

де $B_i = \frac{\rho_{3i-2} b_{3i-2} d_{3i-2}^2}{\rho_{3n-2} b_{3n-2} d_{3n-2}^2}$ – безрозмірний коефіцієнт.

Відмінність приведених формул полягає тільки в тому, що в них по-різному обчислюються коефіцієнти B_i. Формулу (4) прийнятніше використати стосовно так званих силових механізмів. В цьому випадку самим навантаженим ступенем механізму буде його останній ступінь. Відповідно формулу (3), як правило, використовують у разі так званих кінематичних механізмів.

Часто при конструюванні рядного багатоступінчастого планетарного механізму типу $n \times \overline{\mathrm{AI}}$, виходячи з технологічних і економічних міркувань, приймають рівні модулі і ширину зубчастих вінців, а також однакові матеріали зубчастих коліс окремих ступенів. Такий підхід забезпечує виконання умови для коефіцієнтів $B_i = 1$. При цьому міцність механізму досягається за рахунок величини $b_1 d_1^2$ або $b_{3n-2} d_{3n-2}^2$. Ще одно обмеження, також широко вживане, це однакові числа зубців усіх нерухомих центральних зубчастих коліс (епіциклів) усіх ступенів механізму

$$z_3 = z_6 = \ldots = z_{3i} = \ldots = z_{3n}, \tag{5}$$

і як наслідок однакове значення передаточних відношень u_i для усіх ступенів механізму.

У цій роботі в якості раціональної області значення передаточного відношення одного планетарного ступеня типу $\overline{\mathrm{AI}}$ прийнятий діапазон від 2,4 до 8. Помітимо, що цей діапазон залежить від числа сателітів планетарного ступеня. Виходячи з прийнятого діапазону для передаточного відношення, були визначені значення передаточних відношень для рядного багатоступінчастого планетарного механізму типу $n \times \overline{\mathrm{AI}}$ залежно від числа його ступенів. Ці дані приведені в табл. 1.

Таблиця 1

Діапазони можливих значень передаточного відношення планетарного механізму типу $n \times \overline{\mathrm{AI}}$

Діапазон передаточного відношення u_{i}	2,4…8	5,76…8	8…13,824	13,824…33,178
Число ступенів механізму n	1	1,2	2	2,3
Діапазон передаточного відношення u_i	33,17…64	64…79,626	79,62…191,10	191,10…512
Число ступенів механізму n	2,3,4	3,4	3,4,5	3,4,5,6
Діапазон передаточного відношення u_i	512…4096	4096…32768	32768…262144	262144…2097152
Число ступенів механізму n	4,5,6	5,6	6	6,7

Визначимо коефіцієнти B_i, що входять в залежність (3), з умови контактної міцності робочих поверхонь зубців.

Згідно [2] для зовнішніх зачеплень центральних рухливих зубчастих коліс z_{3i-2} і сателітів z_{3i-1} маємо наступні умови:

$$b_1 d_1^2 = \frac{0,7T_1\Omega_{H1}\left(K_{H\beta}K_{Hv}Z_E\right)_1\left(p_1+1\right)}{k_1\cos^2\left(\alpha_{t1}\right)tg\left(\alpha_{tw1}\right)\sigma_{HP1}^2\left(p_1-1\right)},\ b_{3i-2}d_{3i-2}^2 = \frac{0,7T_{3i-2}\Omega_{Hi}\left(K_{H\beta}K_{Hv}Z_E\right)_i\left(p_i+1\right)}{k_i\cos^2\left(\alpha_{ti}\right)tg\left(\alpha_{twi}\right)\sigma_{HPi}^2\left(p_i-1\right)}, \quad (6)$$

де T_1, T_{3n-2} – крутні моменти на відповідних центральних рухливих зубчастих колесах; $p_1 = \dfrac{z_3}{z_1}$, $p_i = \dfrac{z_{3i}}{z_{3i-2}}$ – кінематичні параметри відповідно 1-го та *i*-го планетарного ступеня механізму; k_1, k_i – число сателітів відповідно -го та *i*-го планетарного ступеня механізму; Ω_{H1}, Ω_{Hi} – коефіцієнт нерівномірності розподілу навантаження між сателітами при розрахунку на контактну міцність зовнішнього зачеплення відповідно 1-го та *i*-го планетарного ступеня механізму. Позначення інших величин, приведених в цій формулі, таке ж, як і в ДСТУ ISO 6336-1:2005. Нижній індекс "*i*" означає приналежність зовнішнього зачеплення до *i*-го ступеня механізму.

З урахуванням співвідношення $p_i = u_1 - 1$, отримаємо наступне співвідношення

$$\frac{p_i+1}{p_i-1} = \frac{u_i}{u_i-2}. \quad (7)$$

Нехай усі ступені рядного багатоступінчастого планетарного механізму типу $n\times\overline{\mathrm{AI}}$ мають однакові числа сателітів

$$k_1 = k_2 = \ldots = k_i = \ldots = k_n = k, \quad (8)$$

а також усі центральні рухливі зубчасті колеса виготовлені з одного і того ж матеріалу

$$\rho_1 = \rho_4 = \ldots = \rho_{3i-2} = \ldots = \rho_{3n-2} = \rho. \quad (9)$$

З урахуванням умов (6) - (9) вираження для визначення коефіцієнта B_i набирає вигляду

$$B_i = \frac{\rho_{3i-2}b_{3i-2}d_{3i-2}^2}{\rho_1 b_1 d_1^2} = \frac{T_{3i-2}\Omega_{Hi}\left(K_{H\beta}\cdot K_{Hv}\cdot Z_E\right)_i\left(tg\alpha_w\cdot\sigma_{HP}^2\right)_1\left(u_1-2\right)u_i}{T_1\Omega_{H1}\left(K_{H\beta}\cdot K_{Hv}\cdot Z_E\right)_1\left(tg\alpha_w\cdot\sigma_{HP}^2\right)_i\left(u_i-2\right)u_1}. \quad (10)$$

З урахуванням умови (8) можна прийняти умову рівності коефіцієнтів Ω_{Hi}, тобто $\Omega_{Hi} = \Omega_H$, де $i = \overline{1,n}$.

З умови (9) можна прийняти умову однаковості властивостей міцності матеріалів зубчастих коліс, тобто. справедливі рівність допустимих напружень $\sigma_{HPi} = \sigma_{HP}$, де $i = \overline{1,n}$.

Отже, формула (10) буде мати наступний вигляд

$$B_i = \frac{\rho_{3i-2}b_{3i-2}d_{3i-2}^2}{\rho_1 b_1 d_1^2} = \frac{T_{3i-2}\left(K_{H\beta}\cdot K_{Hv}\cdot Z_E\right)_i tg\alpha_{w1}\left(u_1-2\right)u_i}{T_1\left(K_{H\beta}\cdot K_{Hv}\cdot Z_E\right)_1 tg\alpha_{wi}\left(u_i-2\right)u_1}. \quad (11)$$

Для оціночних розрахунків будемо вважати, що справедливе таке співвідношення

$$\frac{\left(K_{H\beta}\cdot K_{Hv}\cdot Z_E\right)_i tg\alpha_{w1}}{\left(K_{H\beta}\cdot K_{Hv}\cdot Z_E\right)_1 tg\alpha_{wi}} \approx 1. \quad (12)$$

З урахуванням умови (12) формула (11) має наступний вигляд

$$B_i = \frac{\rho_{3i-2}b_{3i-2}d_{3i-2}^2}{\rho_1 b_1 d_1^2} = \frac{T_{3i-2}\left(u_1-2\right)u_i}{T_1\left(u_i-2\right)u_1}. \quad (13)$$

Співвідношення між крутними моментами, які є у формулі (13), має вигляд

$$T_{3i-2} = T_1\cdot\prod_{j=1}^{i-1}u_j. \quad (14)$$

Для рядного багатоступінчатого планетарного механізму типу $n\times\overline{\mathrm{AI}}$ з однаковими передаточним відношеннями окремих ступенів u_i величина коефіцієнта B_i визначається наступним чином

$$B_i = \prod_{j=1}^{i-1} u_j \ . \tag{15}$$

Підставивши (15) в (3), отримаємо

$$M_\Sigma = \frac{\pi\rho_1 0,7 T_1 \Omega_{H1} \left(K_{H\beta} K_{Hv} Z_E\right)_1 u_1}{4\cos^2\left(\alpha_{t1}\right) tg\left(\alpha_{tw1}\right) \sigma_{HP1}^2 k_1 \left(u_1 - 2\right)} A_1 \sum_{j=1}^{n} u_1^{j-1} \ , \tag{16}$$

Формулу (16) можна записати у безрозмірному виді

$$\overline{M}_{\Sigma H} = \frac{M_\Sigma}{C_H} = \frac{u_1}{\left(u_1 - 2\right)} A_1 \sum_{j=1}^{n} u_1^{j-1} \ , \tag{17}$$

де $C_H = \dfrac{\pi\rho_1 0,7 T_1 \Omega_{H1} \left(K_{H\beta} K_{Hv} Z_E\right)_1}{4 k_1 \cos^2\left(\alpha_{t1}\right) tg\left(\alpha_{tw1}\right) \sigma_{HP1}^2}$ – коефіцієнт маси при розрахунку на контактну міцність (нижній індекс "H"); $u_1 = \sqrt[u]{u_\Sigma}$ – передаточне відношення першого ступеня механізму.

Безрозмірну масу (17) розглядаємо як цільову функцію передаточного відношення u_1 і параметрів k_1 і коефіцієнта n_{Mi}

$$\overline{M}_{\Sigma H} = \overline{M}_{\Sigma H}\left(u_1\right). \tag{18}$$

Дослідження функції (18) виконане на межах області можливих передаточних відношень, де їх реалізація можлива різним числом ступенів рядного багатоступінчатого планетарного механізму типу $n \times \overline{\mathrm{AI}}$. Результати розрахунків приведені в табл. 2. При цьому було прийнято k_1=3 і n_{Mi} =7.

Таблиця 2

Число ступенів n	2					
u_Σ	13,79	33,17	47,45		64	
$u_1 = \sqrt[n]{u_\Sigma}$	3,713	5,759	6.888		8	
$\overline{M}_{\Sigma H}$	279,225	721,22	1133,364		1680	
Число ступенів n	3					
u_Σ	13,82	33,2	47,465	64	191,1	269,77
$u_1 = \sqrt[n]{u_\Sigma}$	2.4	3.214	3.621	4	5.76	6.461
$\overline{M}_{\Sigma H}$	615,644	777,106	1026,344	1344	4262,038	6242,725
Число ступенів n	4					
u_Σ	63,9	190,33	270,1		1507,12	
$u_1 = \sqrt[n]{u_\Sigma}$	2.827	3.714	4.054		6.231	
$\overline{M}_{\Sigma H}$	1823,625	4132,987	5726,088		34926,18	
Число ступенів n	5					
u_Σ	190,38	269,96	1514,4		10435,8	10529
$u_1 = \sqrt[n]{u_\Sigma}$	2,857	3.064	4.326		6.364	6.375
$\overline{M}_{\Sigma H}$	5383,284	6859,572	31995,547		244416,51	246812,196
Число ступенів n	6					
u_Σ	191,1	270,76	1509,7		10506,9	10546
$u_1 = \sqrt[n]{u_\Sigma}$	2,4	2,543	3,387		4,68	4.683
$\overline{M}_{\Sigma H}$	9124,913	10259,051	34755,796		222925.341	223771.295

За отриманими даними з табл. 2 можна визначити оптимальні значення числа ступенів і відповідні діапазони передаточних відношень рядного багатоступінчатого планетарного механізму типу $n \times \overline{\mathrm{AI}}$. Такі дані представлені в табл. 3.

Таблиця 3

Число ступенів механізму n	1	2	3	4	5	6
Диапазон відношення u_Σ	2,4 …8	8,1 …46,485	46,656 …269,774	279,106 …1507,118	1514,369 …10435,527	≥10506,9
Диапазон відношення u_1	2,4 …8	2,846 …6,818	3,6 …6,4615	4,054 …6,2307	4,3256 …6,3636	4,68 …8

Якщо в якості незалежної змінної функції (18) прийняти передаточне відношення усього механізму u_Σ, а потім провести аналіз її диференціальних властивостей [2], то можна отримати наступні результати. Формула досліджуваної функції приведена нижче

$$\overline{M}_{\Sigma H} = \overline{M}_{\Sigma H}\left(u_\Sigma\right) = \frac{\sqrt[n]{u_\Sigma}}{\left(\sqrt[n]{u_\Sigma}-2\right)} A_1 \sum_{j=1}^{n}\left(\sqrt[n]{u_\Sigma}\right)^{j-1} \tag{19}$$

Параметрами функції (19) є число ступенів механізму n і коефіцієнт A_1. Як видно з формули (19), функція зазнає розрив. Передаточне відношення, при якому має місце розрив функції (19) визначається по формулі $u_\Sigma^* = 2^n$. Також для передаточного відношення u_Σ повинне виконуватися наступне обмеження: $\sqrt[n]{u_\Sigma} > 2$.

Маючи отримані дані, по заданому передаточному відношенню U^* рядного багатоступінчатого планетарного механізму типу $n\times\overline{\mathrm{AI}}$, визначають передатне відношення окремого ступеня механізму $u_1 = \sqrt[n]{U^*}$. Потім виконується підбір чисел зубців окремого ступеня z_1, z_2 і z_3 відповідно. Далі уточняються отримані значення передаточних відношень окремого ступеня u_1^y і усього механізму $u_\Sigma^y = \left(u_1^y\right)^n$.

Отримана цільова функція оптимізації маси рядного багатоступінчастого планетарного механізму типу $n\times\overline{\mathrm{AI}}$ з однаковими передаточними відношеннями його ступенів з урахуванням забезпечення контактної міцності зовнішніх зубчастих зачеплень ступенів механізму. Виконано дослідження поведінки цільової функції оптимізації і отримані оцінки оптимального числа ступенів рядного багатоступінчатого планетарного механізму типу $n\times\overline{\mathrm{AI}}$ залежно від його загального передаточного відношення і числа складових ступенів.

Розглянута методика оцінювання оптимального числа ступенів механізму може бути поліпшена, наприклад, за рахунок використання графічних діаграм у виді, який зручний для розробки вказаних механізмів. Дані, які були приведені в таблицях, були використані на практиці створення різних приводів. В цілому методику можна оцінити як ефективний інструмент, вживаний при проектуванні.

Список використаних джерел

1. Шехов, О. В. Умови міцності та оцінка здатності до навантаження оптимальної по загальної маси конструкції простого планетарного механізму типу $\overline{\mathrm{AI}}$ / О. В. Шехов // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Проблеми механічного приводу. – Харків, 2015. – №31 (1124). – С.100-116. – Бібліогр.: 7 назв. – ISSN 2079-0791.
2. Матусевич, В. А. Параметрична оптимізація несучої здатності замкнутого планетарного механізму, утвореного із двох механізмів типу $\overline{\mathrm{AI}}$ / В. А. Матусевич, Ю. В. Шарабан, О. В. Шехов // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Машинознавство та САПР. – Харків, 2020. – №2(2020). –С.66-67. – Бібліогр.: 14 назв. – ISSN 2079-0775.