УДК 539.374+621.7.044.4

Нарижний О. Г., к. т. н., доцент
o.naryzhniy@khai.edu
Тараненко М. Є., д. т. н, професор
m.taranenko@khai.edu

ДО ТОЧНОСТІ ОБЧИСЛЮВАННЯ МОДЕЛІ ЕЛЕКТРОГІДРАВЛІЧНОГО ЕФЕКТУ

Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут»

Електрогідравлічний ефект (ЕГЕ) – складний електро-термо-механічний процес перетворення електричної енергії в механічні фактори (рух та тиск середовища), який в цілому нагадує повітряну блискавку. Спочатку в рідкому передавальному середовищі утворюється тонкий канал, наповнений плазмою. Потім в каналі тече імпульсний електричний струм, за рахунок омічних втрат плазма розігрівається та поширюється, утворюючи паро-газову порожнину (ПГП) та примушуючи рухатись передавальне середовище. Насамкінець передавальне середовище разом з ПГП у формі тиску діє на технологічний об'єкт та пристосування.

ЕГЕ є основою багатьох технологічних процесів: штампування, очищення деталей, ущільнення матеріалів тощо. Особливість цих процесів полягає у високій швидкості, неоднорідності та інтенсивності зміни полів швидкості та тиску передавального середовища, яке діє на технологічний об'єкт, а також самого технологічного об'єкта. Для ефективного використання, проектування та оптимізації технологічних процесів з використанням ЕГЕ потрібно визначити як закономірності, так і особливості протікання процесів в кожному окремому випадку.

Сучасний підхід дослідження технологічних процесів, пов'язаних з ЕГЕ,– математичне моделювання з використанням комп'ютера. Цей напрямок пов'язаний з побудовою математичної моделі сукупності взаємопов'язаних процесів, що відбуваються в елементах технологічної системи, вибором відповідного методу вирішення системи визначальних математичних співвідношень та організацією і керуванням обчислювального процесу на комп'ютері [1,2].

Математична модель ЕГЕ, розглянута нижче, у вигляді системи диференціальних рівнянь в частинних похідних (ДРЧП) механіки суцільних середовищ є суттєво нелінійною, що пов'язано з великими деформаціями передавального середовища та ПГП. Такі нелінійні системи ДРЧП загалом не мають рішень у вигляді обчислюваних функцій, тому вони вирішуються за допомогою чисельних методів, які є за походженням наближеними, тобто з похибками. Звичайний поширений лагранжевий метод скінченних елементів (МСЕ) є дуже обмеженим в зв'язку з відзначеними великими деформаціями, тому використовується варіант МСЕ-ALE (Arbitrary Lagrangian–Eulerian), який використовує одночасно лагранжеву та ейлерову мережі вузлів та додаткову процедуру адвекції. Спочатку виконується декілька циклів рішення на лагранжевій мережі, внаслідок чого скінченні елементи набувають загрозливої з точки зору стійкості та точності обчислювального процесу деформації. Потім обчислювальний процес зупиняється та виконується переніс рішення з лагранжевої мережі на незмінну ейлерову мережу. Наступний крок– побудова нової лагранжевої мережі скінченних елементів, яка вільна від недоліків попередньої мережі. Надалі відбувається переніс рішення з ейлеревої мережі вузлів на нову лагранжеву мережу і відновлюється процес рішення на новій лагранжевій мережі і так далі. Такий подвійний повторюваний переніс рішення має назву адвекції, він призводить до додаткових в порівнянні з лагранжевим МСЕ похибок, які важко піддаються аналізу, тому їх потрібно вивчати безпосередньо.

В зв'язку з наближеним характером рішення моделі ПГП за методом МСЕ-ALE виникає задача визначення та дослідження похибок метода обчислення кінетики ЕГЕ на

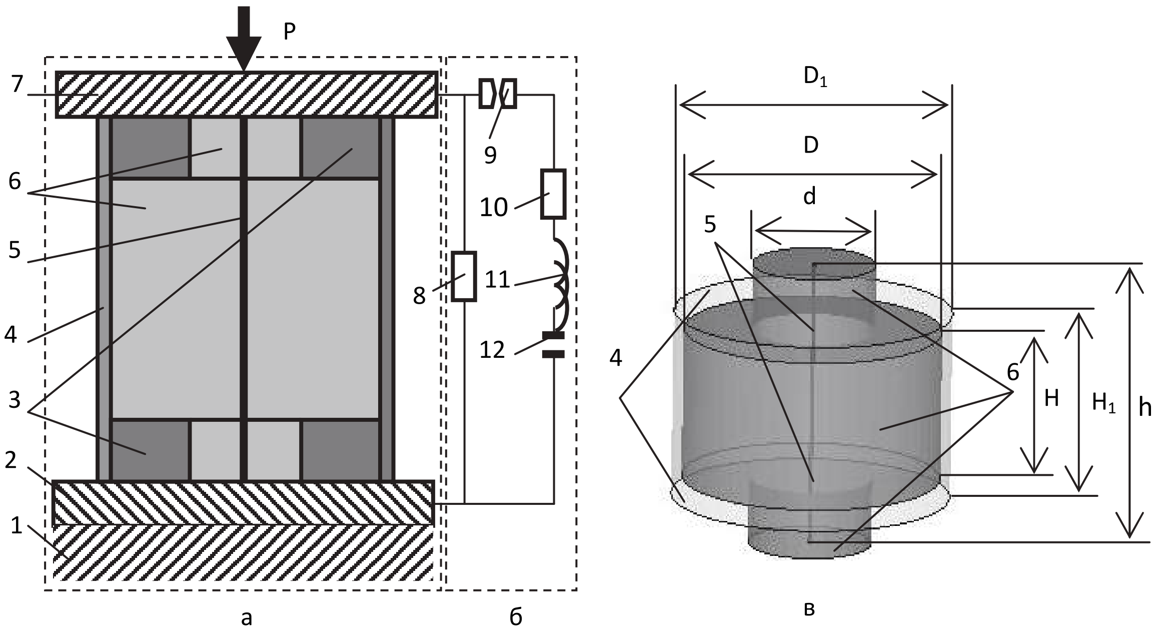

Рис. 1. Схема системи: а) механічна частина; б) електрична частина;
в) схема заготівки з позначенням розмірів

комп'ютері для обґрунтування використання результатів для дослідження закономірностей та особливостей механічних процесів, проектування та оптимізації технологічних процесів та технологічних систем. Загалом до похибок обчислення саме ЕГЕ додаються похибки, пов'язані з обчисленням напружено-деформованого стану (НДС) технологічного об'єкта та пристосування. Для визначення саме похибок обчислення ЕГЕ використовується модель технологічної системи з твердими недеформуємими технологічним об'єктом та елементами пристосування, які утворюють камеру з жорсткими стінками.

Технологічна система з жорсткими стінками, показана на рис.1. Вона включає дві частини - електрофізичну та механічну. Перша частина системи забезпечує електричний розряд у рідині та керує ним. Друга частина організує механічний рух і включає чотири елементи, кожен з яких відіграє певну роль, - ПГП, рідина, технологічний об'єкт та оснащення. Позначення на рис. 1,а: 1- основа, 2, 7-верхня та нижня плити, 3- центруючи поліетиленові кільця, 4- заготівка, 5- ініціююча дротинка, 6-технологічна рідина, 8-електричний опір ланцюга, 9- повітряний розрядник, 10- внутрішній електричний опір, 11-електрична індуктивність ланцюга, 12-ємність батареї конденсаторів.

Геометричні параметри системи, показаної на рис. 1,в, наступні: малий діаметр камери d= 32 мм, внутрішній діаметр оболонки, D= 67 мм, середній діаметр оболонки D_1= 70 мм, висота камери h= 75 мм, розмір H= 40 мм, висота оболонки H_1= 50 мм, товщина оболонки $\delta = 5$ мм. Поперечні початкові розміри каналу розряду 0,5×0,5 мм, довжина каналу розряду h=75 мм, об′єм 1,875 10^{-8} $м^3$.

Речовина каналу розряду (а в подальшому ПГП) має властивості ідеального газу з сталою адіабати $\gamma = 1{,}26$ та густиною за нормальних умов 1,25 кг/м3. Технологічна рідина має густину $\rho = 1000$ кг/м3 з об′ємним модулем пружності K =2.25×109 Па. Заготівка недеформуєма.

В доповіді наведені: а) схема розглянутої системи з жорсткими стінками, що використовує ЕГЕ; б) обчислювальна математична модель ЕГЕ в жорсткій камері для рішення за чисельним методом МСЕ-ALE на великому проміжку часу; в) алгоритм рішення задачі аналітично в асимптотичному сенсі.

Математична модель електрогідравлічного ефекту, що обчислюється за методом MCE-ALE, включає наступні рівняння механіки суцільних середовищ.
Рівняння руху (рівняння збереження імпульсу)

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \nabla \cdot \sigma + \rho \mathbf{b}, \tag{1}$$

де – ρ густина; $\mathbf{v}$- вектор швидкості матеріальної частинки; $\mathbf{b}$- масова густина зовнішніх сил; σ- тензор напруг Коші; ∇ - диференціальний оператор Гамільтона.

Рівняння збереження маси

$$\frac{d\rho}{dt} = \rho \nabla \cdot \mathbf{v}. \tag{2}$$

Рівняння балансу енергії

$$\rho \frac{du}{dt} = \sigma : \mathbf{D} + \nabla \cdot \mathbf{q} + r, \tag{3}$$

де u– масова густина внутрішньої енергії; $\mathbf{D} = \frac{1}{2}\left(\nabla \mathbf{v} + \nabla^T \mathbf{v}\right)$ - симетричний тензор швидкостей деформації, $\sigma : \mathbf{D}$ – питома потужність внутрішніх сил як подвійна згортка тензорів; $\mathbf{q}$- потік тепла; r - питома потужність джерел тепла.

У разі контактної взаємодії поверхня контакту визначається як безліч усіх граничних точок одного тіла, для кожної з яких існує гранична точка іншого тіла з тим самим значенням актуального лагранжева радіус-вектора $\mathbf{x}^+ = \mathbf{x}^-$. Контактні граничні умови виражають безперервність нормальної складової швидкості

$$\left(\mathbf{v}^+ - \mathbf{v}^-\right) \cdot \mathbf{n}^+ = 0, \tag{4}$$

та протилежність тензорів контактної напруги (третій закон Ньютона)

$$\sigma^+ = -\sigma^-. \tag{5}$$

Визначимо аналітично параметри системи в асимптотичному стані. Розглянемо рівняння стану ідеального газу у вигляді

$$P = (\gamma - 1)\frac{\rho}{\rho_0}E = (\gamma - 1)\frac{V_0}{V}E, \tag{6}$$

де P – тиск газу в деформованому стані, γ- постійна адіабати, ρ, V - густина та об’єм порції газу в деформованому стані, ρ_0, V_0- густина та об’єм порції газу в нормальних умовах, E – внутрішня енергія на одиницю об’єму.

Вважаємо, що в асимптотичному рівноважному стані тиск P_∞ однаковий в ПГП та рідини. Тоді обсяг рідини дорівнює

$$V_{L\infty} = V_{L0}\left(1 - \frac{P_\infty}{K}\right), \tag{7}$$

де V_{L0}– початковий об'єм рідини, K –модуль об'ємного стиснення рідини.

Об'єм ПГП в асимптотичному стані V_∞ отримаємо з (6)

$$V_\infty = \frac{(\gamma - 1)V_0 E_\infty}{P_\infty}, \tag{8}$$

де E_∞ – повна енергія ПГП.

Сумарний об'єм рідини та ПГП у камері з жорсткими стінками величина незмінна, тому

$$V_{\Sigma} = V_{L0} + V_0 = V_{L\infty} + V_{\infty} = V_{L0}\left(1 - \frac{P_{\infty}}{K}\right) + \frac{(\gamma - 1)V_0 E_{\infty}}{P_{\infty}} \qquad (9)$$

або

$$P_{\infty}^2 V_{L0} + K(V_{\Sigma} - V_{L0})P_{\infty} - (\gamma - 1)V_0 K E_{\infty} = 0. \qquad (10)$$

Розглядаючи (10) як рівняння щодо P_{∞}, визначимо його корені

$$P_{\infty} = \frac{-K(V_{\Sigma} - V_{L0}) + \sqrt{K^2(V_{\Sigma} - V_{L0})^2 + 4V_{L0}(\gamma - 1)V_0 K E_{\infty}}}{2V_{L0}}. \qquad (11)$$

Другий корінь негативний, отже, шуканий асимптотичний тиск у системі дорівнює

$$P_{\infty} = \frac{-K(V_{\Sigma} - V_{L0}) + \sqrt{K^2(V_{\Sigma} - V_{L0})^2 + 4V_{L0}(\gamma - 1)V_0 K E_{\infty}}}{2V_{L0}}. \qquad (12)$$

Рівняння математичної моделі вирішуються за допомогою пакету LS-DYNA [3]. За рахунок аналізу різниці чисельного та аналітичного рішень можна зробити висновок щодо загальних похибок чисельного методу при обчисленні параметрів ЕГЕ. Використання жорсткої камери дозволяє виключити долю похибок, пов'язаних з наближеним обчисленням НДС технологічного об'єкта та оснащення.

Список використаних джерел

1. Taranenko M.. Naryzhniy O. Modelling the Process of Interaction of a Pulsed Jet with a Workpiece by Electrohydraulic Forming. Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering – 2021, M. Nechyporuk et al. (Eds.): ICTM 2021, M. Nechyporuk et al. (Eds.): ICTM 2021, LNNS 367, https://doi.org/10.1007/978-3-030-94259-5_41
2. Mina, Woo Numerical Estimation of Material Properties in the Electrohydraulic Forming Process Based on a Kriging Surrogate Model / Woo Mina, Lee Kyunghoon, Song Woojin, Kang Beomsoo, Kim Jeong // Mathematical Problems in Engineering. – Hindawi. – Vol. 2020. – Article ID 3219829. – 12 p. DOI: https://doi.org/10.1155/2020/3219829
3. LS-DYNA Keyword user's manual. – Livermore: LST an ANSYS comp. 2021. – 3826 P.