

## 5. ПИТАННЯ ПРОЕКТУВАННЯ РОБОТІВ

УДК 531.8

**Баранов О. О.**, д.т.н., професор  
O.Baranov@khai.edu  
**Баранова Є. О.**, бакалавр

### ПРЯМА ЗАДАЧА КІНЕМАТИКИ ДЛЯ РОБОТА МОДЕЛІ ANNIN ROBOTICS AR3

Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського  
«Харківський авіаційний інститут»

На сьогоднішній час робот-маніпулятор моделі AR3 від компанії Annin Robotics широко застосовується, перш за все, у навчальному процесі у різних освітніх закладах по всьому світі. Крім того, до сфер його застосування відносяться контроль якості технологічних операцій і певні операції на виробництві. Основними перевагами робота є відносна дешевизна, яка поєднується з розвинутою механічною системою, що включає в себе сукупність шести мехатронних виробів – крокових двигунів, подекуди – із вбудованими редукторами (для навантажених для кінематичних пар). Annin Robotics AR3 – це шести-осьовий робот (робот-маніпулятор), що працює з навантаженням до 1 кг на дистанції до 600 мм. Точність позиціонування Annin Robotics AR3 становить 0,2 мм, а маса робота приблизно дорівнює 10 кг.

Для прогнозування положення виконавчого органу робота-маніпулятора (захоплювача, зварювальної головки, краскопульта тощо) необхідно розраховувати залежності орієнтації і координат цього органу у базовій системі координат, відносно якої ведеться відлік при змінні узагальнених координат, які, у свою чергу, залежать від положення виконавчих приводів (валів електричних двигунів, штоків пневмо- та гідро-циліндрів тощо) у певний момент часу.

Пряма задача кінематики маніпуляторів формулюється так: задана кінематична схема маніпулятора і в певний момент часу відомі значення узагальнених координат, що визначають положення всіх ланок маніпулятора одна відносно одної. Потрібно визначити положення і орієнтацію останньої ланки маніпулятора (захоплювача) у системі відліку, яка пов'язана з нерухомим стояком. Геометричні розміри ланок вважаються заданими. Для розв'язання прямої задачі кінематики робота-маніпулятора моделі AR3 був застосований метод Денавіта-Хартенберга. На рис 1. показана кінематична схема робота-маніпулятора моделі AR3, що застосовується для розв'язання прямої задачі кінематики, із нанесеними згідно методу спеціальними системами координат.

Відповідно до методу Денавіта-Хартенберга, були отримані розширені матриці переходу для кожної з шести кінематичних пар. При цьому кожному з чотирьох елементарних рухів відповідає одна з матриць переходу ( $B$ -матриць): або матриця обертання, або матриця зсуву. Результуюча матриця переходу, що зв'язує системи  $i-1$  та  $i$ , є добутком цих матриць:

$$A_i = B_{вр}(\vec{k}, \theta_i) B_{сд}(\vec{k}, s_i) B_{сд}(\vec{l}, a_i) B_{вр}(\vec{l}, \alpha_i). \quad (2.1)$$

Оскільки робота-маніпулятора моделі AR3 характеризується шістьма ступенями свободи ( $n = 6$ ), в результаті розрахунку обчислені елементи матриці  $T_6$ , які описують перехід від системи координат, пов'язаної із захоплювальним пристроєм, до базової системи координат:

$$T_6 = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} & t_{24} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} & t_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

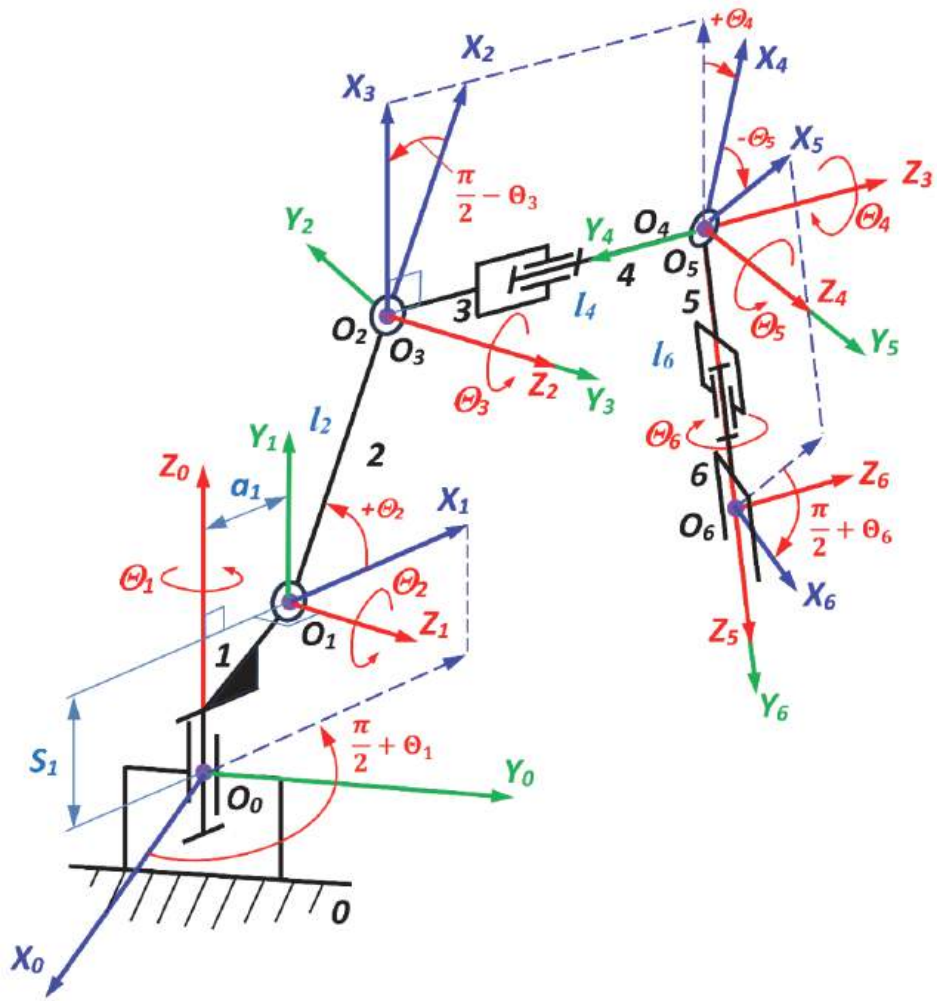


Рис. 1. Кінематична схема робота-маніпулятора моделі AR3, що застосовується для розв'язання прямої задачі кінематики

Як відомо, стовпці матриці  $T_n$  мають геометричне тлумачення. Перші три елементи першого, другого і третього стовпців є напрямними косинусами відповідно осей  $x_n, y_n, z_n$  у системі 0, а три елементи четвертого стовпця – це координати  $x_c, y_c, z_c$  центру захоплювача в тій же системі:

$$T_n = \begin{bmatrix} \cos(\vec{i}_n, \vec{l}_0) & \cos(\vec{j}_n, \vec{l}_0) & \cos(\vec{k}_n, \vec{l}_0) & x_c \\ \cos(\vec{i}_n, \vec{j}_0) & \cos(\vec{j}_n, \vec{j}_0) & \cos(\vec{k}_n, \vec{j}_0) & y_c \\ \cos(\vec{i}_n, \vec{k}_0) & \cos(\vec{j}_n, \vec{k}_0) & \cos(\vec{k}_n, \vec{k}_0) & z_c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Отже, отримана матриця  $T_6$  визначає напрямні косинуси:

$$t_{11} = \cos(\vec{i}_n, \vec{l}_0) = \cos\theta_1 [\cos\theta_4 \cos\theta_6 + \sin\theta_4 \cos\theta_5 \sin\theta_6] - \sin\theta_1 \sin(\theta_2 - \theta_3) \times [\sin\theta_4 \cos\theta_6 + \cos\theta_4 \cos\theta_5 \sin\theta_6] + \sin\theta_1 \cos(\theta_2 - \theta_3) \sin\theta_5 \sin\theta_6; \quad (3)$$

$$t_{21} = \cos(\vec{i}_n, \vec{j}_0) = \sin\theta_1 [\cos\theta_4 \cos\theta_6 - \sin\theta_4 \cos\theta_5 \sin\theta_6] + \cos\theta_1 \sin(\theta_2 - \theta_3) [\sin\theta_4 \cos\theta_6 + \cos\theta_4 \cos\theta_5 \sin\theta_6] - \cos\theta_1 \cos(\theta_2 - \theta_3) \sin\theta_5 \sin\theta_6; \quad (4)$$

$$t_{31} = \cos(\widehat{\vec{l}_n, \vec{k}_0}) = \\ = -\cos(\theta_2 - \theta_3)[\sin\theta_4\cos\theta_6 + \cos\theta_4\cos\theta_5\sin\theta_6] - \sin(\theta_2 - \theta_3)\sin\theta_5\sin\theta_6; \quad (5)$$

$$t_{12} = \cos(\widehat{\vec{j}_n, \vec{l}_0}) = -\sin\theta_1\cos(\theta_2 - \theta_3)\cos\theta_5 - \cos\theta_1\sin\theta_4\sin\theta_5 - \\ - \sin\theta_1\sin(\theta_2 - \theta_3)\cos\theta_4\sin\theta_5; \quad (6)$$

$$t_{22} = \cos(\widehat{\vec{j}_n, \vec{j}_0}) = \cos\theta_1\sin(\theta_2 - \theta_3)\cos\theta_4\sin\theta_5 + \\ + \cos\theta_1\cos(\theta_2 - \theta_3)\cos\theta_5 - \sin\theta_1\sin\theta_4\sin\theta_5; \quad (7)$$

$$t_{23} = \cos(\widehat{\vec{j}_n, \vec{k}_0}) = \sin(\theta_2 - \theta_3)\cos\theta_5 - \cos(\theta_2 - \theta_3)\cos\theta_4\sin\theta_5; \quad (8)$$

$$t_{13} = \cos(\widehat{\vec{k}_n, \vec{l}_0}) = \cos\theta_1[\cos\theta_4\sin\theta_6 + \sin\theta_4\cos\theta_5\cos\theta_6] - \\ - \sin\theta_1\sin(\theta_2 - \theta_3)[\sin\theta_4\sin\theta_6 - \cos\theta_4\cos\theta_5\sin\theta_6] - \\ - \sin\theta_1\cos(\theta_2 - \theta_3)\sin\theta_5\cos\theta_6; \quad (9)$$

$$t_{23} = \cos(\widehat{\vec{k}_n, \vec{j}_0}) = \sin\theta_1[\cos\theta_4\sin\theta_6 + \sin\theta_4\cos\theta_5\cos\theta_6] + \\ + \cos\theta_1\sin(\theta_2 - \theta_3)[\sin\theta_4\sin\theta_6 - \cos\theta_4\cos\theta_5\cos\theta_6] + \\ + \cos\theta_1\cos(\theta_2 - \theta_3)\sin\theta_5\cos\theta_6; \quad (10)$$

$$t_{33} = \cos(\widehat{\vec{k}_n, \vec{k}_0}) = \sin(\theta_2 - \theta_3)\sin\theta_5\cos\theta_6 - \\ - \cos(\theta_2 - \theta_3)[\sin\theta_4\sin\theta_6 - \cos\theta_4\cos\theta_5\cos\theta_6]; \quad (11)$$

а також координати центра захоплювального пристрою:

$$t_{14} = x_c = -\sin\theta_1(a_1 + l_2\cos\theta_2) - (l_4 + l_6\cos\theta_5)\sin\theta_1\cos(\theta_2 - \theta_3) - \\ - l_6\sin\theta_5[\cos\theta_1\sin\theta_4 + \sin\theta_1\sin(\theta_2 - \theta_3)\cos\theta_4]; \quad (12)$$

$$t_{24} = y_c = \cos\theta_1(a_1 + l_2\cos\theta_2) + (l_4 + l_6\cos\theta_5)\cos\theta_1\cos(\theta_2 - \theta_3) - \\ - l_6\sin\theta_5[\sin\theta_1\sin\theta_4 - \cos\theta_1\sin(\theta_2 - \theta_3)\cos\theta_4]; \quad (13)$$

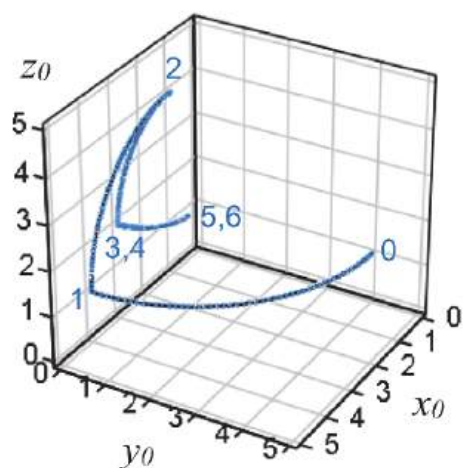
$$t_{34} = z_c = S_1 + l_2\sin\theta_2 + (l_4 + l_6\cos\theta_5)\sin(\theta_2 - \theta_3) - \\ - l_6\cos(\theta_2 - \theta_3)\cos\theta_4\sin\theta_5; \quad (14)$$

Формули (3)–(14) були використані для тестування положення маніпулятора, що має таку ж кінематичну схему, що і робот-маніпулятор моделі AR3, але з наступними параметрами довжин ланок:

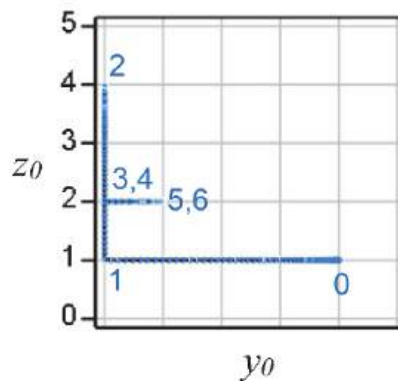
$$s_1 = a_1 = l_2 = l_4 = l_6 = 1, \quad (15)$$

а часова послідовність кутів повороту  $\theta_1 - \theta_6$  задана з початкового положення 0, як послідовність поворотів  $\theta_1$  (0 с ... 1 с  $\rightarrow$  0° ... 90°) – позиція 1;  $\theta_2$  (1 с ... 2 с  $\rightarrow$  0° ... 90°) – позиція 2;  $\theta_3$  (2 с ... 3 с  $\rightarrow$  0° ... 90°) – позиція 3;  $\theta_4$  (3 с ... 4 с  $\rightarrow$  0° ... 90°) – позиція 4;  $\theta_5$  (4 с ... 5 с  $\rightarrow$  0° ... 90°) – позиція 5;  $\theta_6$  (5 с ... 6 с  $\rightarrow$  0° ... 90°) – позиція 6.

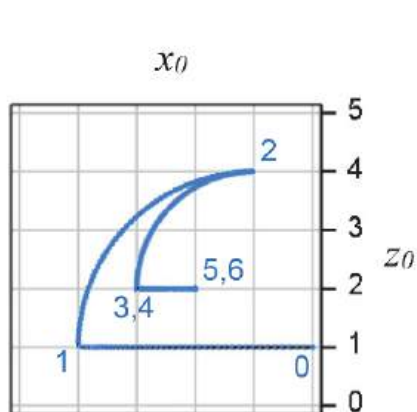
У якості опорних точок обрані положення захоплювача маніпулятора, які відповідають позиціям 0–6. Результати розрахунку координат центра захоплювача ( $x_c, y_c, z_c$ ) у базовій системі координат ( $x_0, y_0, z_0$ ) для послідовності положень 0–6 наведені на рисунку 2.



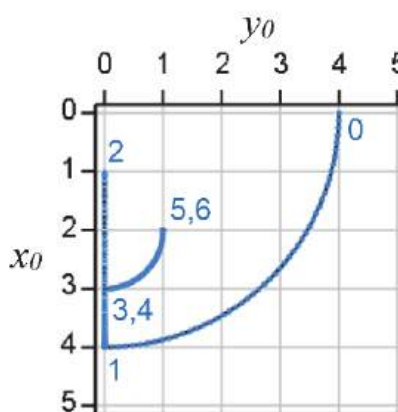
а 1



б



в



г

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \overline{0} \\ 0 & 1 & 0 & \overline{4} \\ 0 & 0 & 1 & \overline{1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \overline{4} \\ -1 & 0 & 0 & \overline{0} \\ 0 & 0 & 1 & \overline{1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & \overline{1} \\ -1 & 0 & 0 & \overline{0} \\ 0 & 1 & 0 & \overline{4} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \overline{3} \\ -1 & 0 & 0 & \overline{0} \\ 0 & 0 & 1 & \overline{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \\
 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \overline{3} \\ 0 & 0 & -1 & \overline{0} \\ -1 & 0 & 0 & \overline{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & \overline{2} \\ 0 & 1 & 0 & \overline{1} \\ -1 & 0 & 0 & \overline{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & \overline{2} \\ 0 & 1 & 0 & \overline{1} \\ 0 & 0 & -1 & \overline{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

д

Рис. 2. Результати розрахунку координат центра захоплювача  $(x_c, y_c, z_c)$  у базовій системі координат  $(x_0, y_0, z_0)$  для послідовності положень 0–6: а – аксонометрична проекція; б – проекція на площину  $y_0 - z_0$ ; в – проекція на площину  $x_0 - z_0$ ; г – проекція на площину  $x_0 - y_0$ ; д – послідовність змінень елементів матриці переходу  $T_6$  під час руху між положеннями 0–6