

**С. Б. Кочук, А. О. Нікітін, І. В. Жежера**

**ПРОЄКТУВАННЯ МАЛОГАБАРИТНИХ БЕЗПЛОТНИХ  
ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ**

2024

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського  
«Харківський авіаційний інститут»

**С. Б. Кочук, А. О. Нікітін, І. В. Жежера**

**ПРОЄКТУВАННЯ МАЛОГАБАРИТНИХ БЕЗПІЛОТНИХ  
ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ**

Навчальний посібник

Харків «ХАІ» 2024

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського  
«Харківський авіаційний інститут»

**С. Б. Кочук, А. О. Нікітін, І. В. Жежера**

**ПРОЄКТУВАННЯ МАЛОГАБАРИТНИХ БЕЗПЛОТНИХ  
ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ**

Харків «ХАІ» 2024

УДК 629.7.014–519.01(075.8)  
К75

Рецензенти: канд. техн. наук, доц. О. Є. Зенович,  
канд. техн. наук, доц. Д. О. Пшеничников

**Кочук, С. Б.**

К75      Проєктування малогабаритних безпілотних літальних апаратів [Електронний ресурс] : навч. посіб. / С. Б. Кочук, А. О. Нікітін, І. В. Жежера. – Харків : Нац. аерокосм. ун-т ім. М. Є. Жуковського «Харків. авіац. ін-т», 2024. – 101 с.

Посібник спрямований на ознайомлення та формування у здобувачів знань з безпіотної авіації, умінь і практичних навичок, необхідних для проєктування, моделювання, настроювання та дослідження малогабаритних безпілотних літальних апаратів. Наведено послідовність використання середовища SolidWorks для 3D-моделювання конструкції апарата та його обтікання. Подано математичні моделі динамики як просторового, так і спрощених видів руху літальних апаратів, показано можливості застосування апарату передавальних функцій і структурних схем для моделювання.

Для здобувачів різних рівнів вищої освіти, може використовуватися як для підтримки практичних занять, так і для самостійного засвоєння матеріалу з безпілотних систем у повітрі.

Іл. 111. Табл. 2. Бібліогр.: 16 назв

**УДК 629.7.014–519.01(075.8)**

© Кочук С. Б., Нікітін А. О., Жежера І. В., 2024  
© Національний аерокосмічний  
університет ім. М. Є. Жуковського  
«Харківський авіаційний інститут», 2024

## ВСТУП

За першим означенням безпілотний літальний апарат (БПЛА) – це літальний апарат без екіпажу на борту, оснащений двигуном і керований автономно або дистанційно (з напіваавтоматичним або ручним керуванням), який піднімається в повітря під дією аеродинамічних сил і здатний нести навантаження літального або нелітального впливу [1]. БПЛА, безпілотники або дрони, є сектором авіації, що розвивається дуже швидко і має великий потенціал для зростання і створення нових робочих місць. Під терміном «безпілотний літальний апарат» розуміють як великі літаки, аналогічні за розміром і складністю пілотованому літаку, так і невеликі електронні пристрої для персонального використання. Особливо швидко розвивається сектор невеликих дронів [2].

У звіті 2016 року корпорації J'son & Partners Consulting [5] зазначено такі сфери застосування дронів: сільське господарство; екстрені служби (пожежні, поліція, екстрена допомога); енергетика й видобуток корисних копалин; будівництво та розроблення проєктів; геодезія (картографія); страхування; транспортування й доставка; державні та муніципальні служби; ЗМІ та медіа; природоохоронні організації; наука й освіта; зв'язок; фото- та відеозйомка; спорт і розваги.

Унаслідок війни в Україні суттєво підвищилася роль БПЛА різного типу у веденні бойових дій, що привело до стрімкого зростання проєктування, вироблення та застосування безпілотників, скорочення строків між ідеєю та безпосередньо використанням виробу. Тому формування у здобувачів освіти знань з безпіотної авіації, умінь і практичних навичок, необхідних для проєктування, моделювання, настроювання й дослідження малогабаритних безпілотних літальних апаратів (МБПЛА), є важливим і перспективним напрямом навчання й досліджень.

## 1 ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ЩОДО БЕЗПІЛОТНИХ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ

Означення й класифікація БПЛА як різновиду літальних апаратів змінювалися разом з розвитком техніки й технології. Існують різні думки щодо цього, але основною є класифікація за двома ознаками – за функціональністю і системністю [1].

## 1.1 Роль БПЛА в сучасних технологіях

У квітні 2014 р. Європейська комісія прийняла звернення до Європарламенту та Ради Європи «A new era for aviation. Opening the aviation market to the civil use of remotely piloted aircraft systems in a safe and sustainable manner». Дистанційно керовані авіаційні системи (RPAS) зможуть запропонувати «міриади нових послуг», значно змінюючи наше щоденне життя, привести найближчими роками до розвитку широкого спектра послуг, особливо в поєднанні з іншими технологіями: точне позиціонування від супутникової системи Galileo, застосування телекомунікаційних систем для запобігання природним катастрофам і пом'якшення їх наслідків, динамічне збільшення пропускної здатності комунікаційних мереж [2].

Сьогодні технології з використанням дронів застосовуються в агрогосподарствах для точного, своєчасного й ефективного внесення добрив і пестицидів. У Європі дрони застосовуються для інспектування безпеки інфраструктурних об'єктів, таких як залізничні колії, дамби, канали, лінії електропередач, трубопроводи, автодороги. Упроваджуються технології запобігання катастрофам, наприклад обльоти затоплених територій і підтримка пожежогасіння. Також застосування дронів є актуальним для моніторингу природних ресурсів, охорони навколишнього середовища, атмосферних досліджень, сфери медіа та розваг, спортивної фотографії, створення фільмів про живу природу, досліджень, полювання та моніторингу дотримання правил мисливцями тощо.

У майбутньому дрони могли б піднімати в атмосферу гігантські вітряні турбіни для продукування «зеленої» електроенергії. З іншого боку, інженери працюють над мікродронами, що могли б боротися з локальними витокami газу й хімічних речовин, а також які можна було б запрограмувати так, щоб вони діяли, як бджоли, для штучного запилювання рослин.

Окрім виробників і системних інтеграторів до індустрії дронів також належить широка мережа поставок різноманітних пристроїв і технологій (польотних контролерів, засобів комунікації, двигунів, джерел живлення, сенсорів, приладів телеметрії тощо).

Індустрія дронів позитивно впливає на зростання економіки. Розвиток технологій RPAS буде ключовим для майбутньої конкурентоспроможності європейської авіаційної промисловості. Сьогодні США та Ізраїль глобально домінують у цьому секторі промисловості, базуючись на досвіді побудови

великих військових RPAS. Інші країни, як-от Бразилія, Китай, Індія та Росія, також демонструють потенціал стати сильними конкурентами.

Точні масштаби потенційного ринку БПЛА важко передбачити. Очікується, що глобальний бюджет 2023 року на розроблення й придбання БПЛА, урахувавши військові й державні закупівлі, збільшиться з більш ніж 5 млрд дол. до понад 11,6 млрд дол. Статистичні дані 2014 року показали наявність 1708 конструкцій дронів 471 виробника. Ринок дронів розвивається надзвичайно стрімко. Так, кількість операторів БПЛА в Японії збільшилася з 18 осіб 1993 року до близько 14000 2005 року. Головним рушієм цього збільшення стало використання БПЛА в сільськогосподарській галузі.

Унаслідок широкого застосування дронів значно збільшується кількість робочих місць. У Сполучених Штатах Америки прогнозується створення 100 000 робочих місць до 2025 року, у Європі – 150 000 робочих місць до 2050 року без урахування безпосередньо операторів дронів. Європейська стратегія спрямована на створення єдиного ринку БПЛА, що є вигідним завдяки інноваційній технології та дає змогу подолати занепокоєння громадськості через публічні обговорення майбутніх небезпек, пов'язаних з польотами БПЛА над містами. Також ця стратегія має створити умови для функціонування міцної і конкурентоспроможної індустрії виробництва й використання дронів на глобальному ринку [2].

## **1.2 Класифікація БПЛА**

Безпілотні літальні апарати складно класифікувати, оскільки вони мають дуже різні характеристики через велику кількість конфігурацій і компонентів. Виробники поки що не обмежені жодними стандартами, унаслідок чого сьогодні немає вимог з боку авіаційних регуляторів стосовно того, як БПЛА має бути оснащений. Під безпілотним авіаційним комплексом (БАК) розуміють сукупність власне БПЛА, наземного пункту з людьми, які керують ним і забезпечують його функціонування, і каналів керування і зв'язку зі споживачами результатів функціонування БАК [1].

БАК можна поділити на чотири основні групи: з дистанційно пілотованим літальним апаратом; з безпілотним автоматичним літальним апаратом; з дистанційно керованим літальним апаратом; з літальним апаратом, дистанційно керованим авіаційною системою [1].

Безпілотники характеризуються габаритами, функціональністю, даль-

ністю польотів, рівнем автономності тощо, можуть бути різних типів, піднімальна сила яких становить від кількох грамів до понад 10 т, а швидкість – від зависання на місці до швидкості понад 1000 км/год, знаходження в повітрі – від кількох хвилин до кількох місяців. За технологією підймання БПЛА можуть бути роторними, з фіксованим крилом або легшими за повітря (рисунок 1.1).

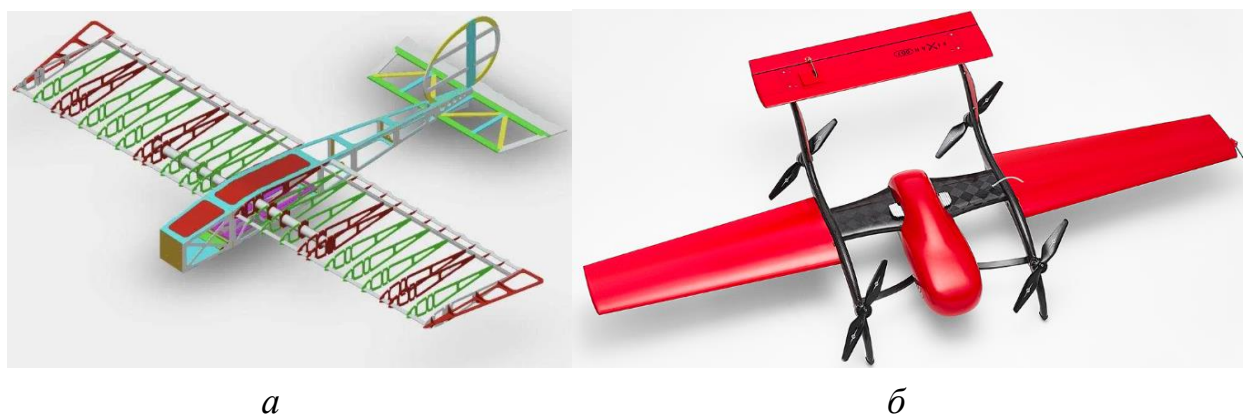


Рисунок 1.1 – БПЛА літакового типу: *а* – нормальної схеми;  
*б* – вертикального зльоту

Дрони (БПЛА) класифікуються за такими основними ознаками [3]:

- за дизайном/конфігурацією;
- за типом зльоту;
- за цільовим призначенням;
- за технічними характеристиками й корисним навантаженням;
- за типом живлення силової установки;
- за типом системи автоматизації;
- за системою запобігання зіткненням;
- за типом навігації;
- за типами захисту від глушіння сигналів;
- за пропускнуою здатністю радіочастотного спектра;
- за способом бортового оброблення даних;
- за спеціалізацією програмного забезпечення.

За габаритами всі дрони умовно можна поділити на чотири групи:

1. МікроБПЛА (малогабаритні): маса – менше 10 кг, максимальна тривалість польоту – 60 хв, висота польоту – 1 км.
2. МініБПЛА: маса – 50 кг, максимальна тривалість польоту – 5 год, висота польоту – 3...5 км.

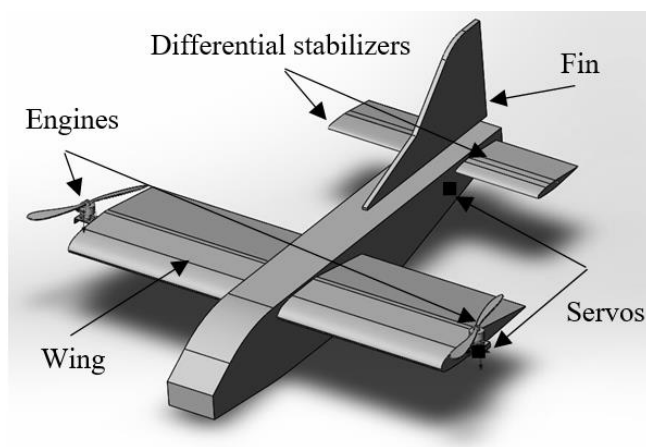


3. МідіБПЛА: маса – до 1 т, тривалість польоту – 15 год, висота польоту – до 10 км.
4. Важкі (ударні) БПЛА: маса – більше 1 т, тривалість польоту – більше доби, висота польоту – 20 км.

Нині розробляються найрізноманітніші моделі БПЛА. Особливий інтерес становлять моделі універсального типу, що можуть здійснювати політ, зліт та посадку і як вертоліт, і як літак (рисунок 1.2).



*a*



*б*

Рисунок 1.2 – Моделі БПЛА: *a* – вертолітного типу; *б* – літакового типу

Світовий ринок БПЛА ще 2017 року становив \$7,8 млрд і продовжує активно зростати [4]. Більша частка вартості ринку належить військовим системам – 53 %, але за кількістю 84 % ринку становлять БПЛА для цивільних потреб, 15 % – комерційні БПЛА і лише 0,5 % – військові дрони. Пов'язано це з тим, що військові БПЛА коштують у середньому в 200 разів більше, ніж дрони для цивільних потреб. Картина ринку суттєво змінилася через рік після початку повномасштабної війни в Україні, зараз відсоток БПЛА різних типів і призначення збільшується як за кількістю, так і за ціною ринку.

Розглянемо відмінності БПЛА літакового й вертолітного типів. Перші мають більш низьку вагову ефективність, що обумовлено, по-перше, вимогами жорсткості конструкції й максимального зменшення польотної маси, по-друге, тим, що для великих за розміром БПЛА потребується великий час на прибуття в район застосування і, отже, значна кількість палива, через що зменшується маса корисного навантаження БПЛА. Ще одним недоліком

БПЛА літакового типу є обмеження мінімальної польотної швидкості і, як наслідок, відсутність такого режиму польоту, як зависання [3].

Коптери класифікуються за кількістю приводних двигунів. Існують бі-, три-, quadro-, гекса-, окто- та мультикоптери (рисунок 1.3). Найбільш поширеними коптерами для розваг та аматорської відеозйомки, а також для моделювання є quadroкоптери (рисунок 1.4).



*a*                      *б*                      *в*                      *г*  
Рисунок 1.3 – Трикоптер (*a*), quadroкоптер (*б*), гексакоптер (*в*) та октокоптер (*г*)



Рисунок 1.4 – Quadroкоптери

Сьогодні найвідомішим виробником quadroкоптерів, обладнаних камерою для високоякісної відеозйомки, є компанія DJI (рисунок 1.5).



Рисунок 1.5 – Quadroкоптери компанії DJI

Коптери можна класифікувати за особливостями будови й застосування. З розвитком технологій їх конструювання виникло безліч різновидів, включаючи відомий квадрокоптер.

Розглянемо найбільш поширені варіанти сучасних БПЛА.

**Бікоптер** (рисунок 1.6, *а*) має два ротори.

*Особливості:* ротори обертаються в протилежних напрямках для компенсації реактивного моменту. Стабілізація апарата відбувається внаслідок відхилення одного з моторів під дією сервопривода.

*Переваги:* низьке енергоспоживання, малі габарити, низька вартість.

*Недоліки:* відмова одного двигуна спричиняє неминуче падіння, низькі вантажопідйомність і стабільність, складність конструкції.

**Трикоптер** (рисунок 1.6, *б*) має три ротори.

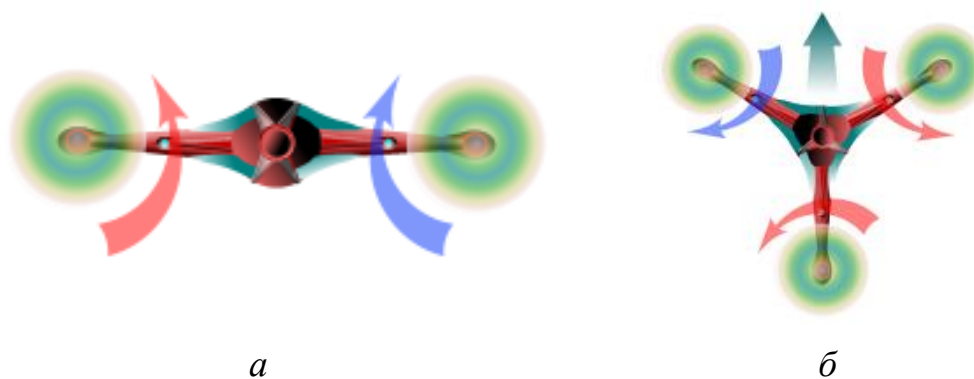


Рисунок 1.6 – Схеми будови бікоптера (*а*) і трикоптера (*б*)

*Особливості:* два передніх мотори обертаються в протилежних напрямках, а третій – довільно; компенсація реактивного моменту й поворот апарата відбуваються внаслідок відхилення хвостового двигуна під дією сервопривода.

*Переваги:* невелика маса; компактність; мала вартість, оскільки для його побудови потрібно всього три мотори і три регулятори швидкості.

*Недоліки:* складність конструкції, низька вантажопідйомність, відмова одного двигуна спричиняє неминуче падіння апарата.

**Квадрокоптер** (рисунок 1.7) має чотири ротори.

*Особливості:* обертання моторів – у діагонально протилежних напрямках (наприклад, якщо перший і третій мотори обертаються за годинниковою стрілкою, то другий і четвертий – проти годинникової стрілки), унаслідок чого відбувається компенсація реактивного моменту.

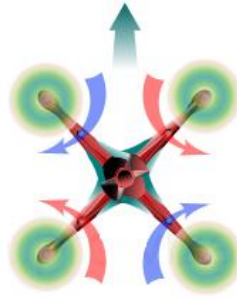


Рисунок 1.7 – Схема будови квадрокоптера

*Переваги:* простота конструкції, поворотні механізми, як у двох попередніх апаратах, не застосовуються.

*Недоліки:* відмова одного двигуна призводить до неминучого падіння апарата. У польоті такі коптери є більш стійкими і здатні літати трохи довше або завдяки застосуванню батареї більшої ємності, або внаслідок більш економічного режиму роботи моторів не на піку обертів. Квадрокоптери також не здатні літати при відмові одного мотора, тому для серйозних застосувань є малоприсадибними.

**Гексакоптер** (рисунок 1.8) має шість роторів.

*Переваги:* при відмові одного двигуна апарат не падає, високі вантажопідйомність і стабільність, мала чутливість до вітру.

*Недоліки:* малий час польоту, великі габарити, висока ціна.

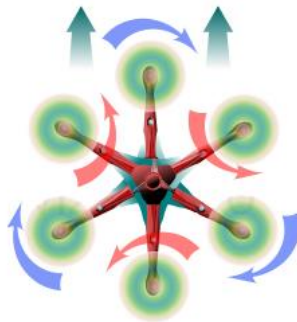


Рисунок 1.8 – Схема будови гексакоптера

**Октокоптер** має вісім роторів.

*Переваги:* максимальна стабільність, несприйнятливості до вітру, при відмові одного і навіть двох моторів апарат не падає, висока вантажопідйомність (16...17 кг). Тільки цим апаратам можна довірити піднімання в повітря таких дорогих камер, як RED EPIC та їй подібних.

*Недоліками* цих апаратів є величезне енергоспоживання й висока вар-

тість.

Гекса- та октокоптери можуть використовуватися як вантажні дрони, найбільші здатні підняти в повітря 20...30 кг корисного вантажу. Деякі безпілотники працюють від ДВЗ, завдяки чому збільшується час польоту. Чим більше двигунів і пропелерів встановлено, тим вищою є живучість апарата. Гекса- та октокоптери є надійнішими порівняно з квадрокоптерами.

Усі варіанти схем мультикоптерів можуть бути коаксіальними, коли на одному промені розташовані два мотори один над одним (рисунок 1.9).



Рисунок 1.9 – Квадрокоптер, побудований за коаксіальною схемою

Коптери, побудовані за такою схемою, є більш стабільними у випадку відмови моторів, мають менші габарити при практично таких самих тягових характеристиках, проте потребують більше енергії для польоту, є більш дорогими та складними у виготовленні, оскільки необхідно встановлювати вдвічі більше двигунів і регуляторів обертів [5].

### 1.3 Дослідні МБПЛА

Дослідні МБПЛА (рисунки 1.10, 1.11) являють собою платформу для

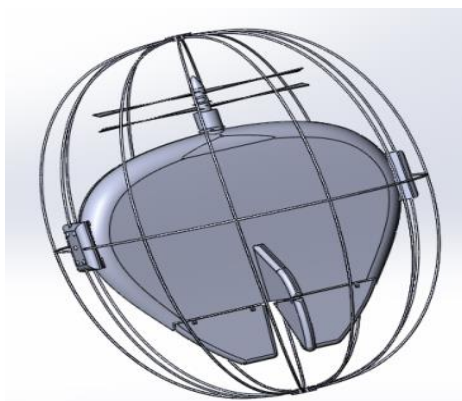


Рисунок 1.10 – «Vertigo» у захистній оболонці

малогабаритного навантаження і мають виконувати автоматичний політ за заданою траєкторією, моніторинг місцевості та навколишнього середовища, ретрансляцію сигналів та наукові дослідження тощо.

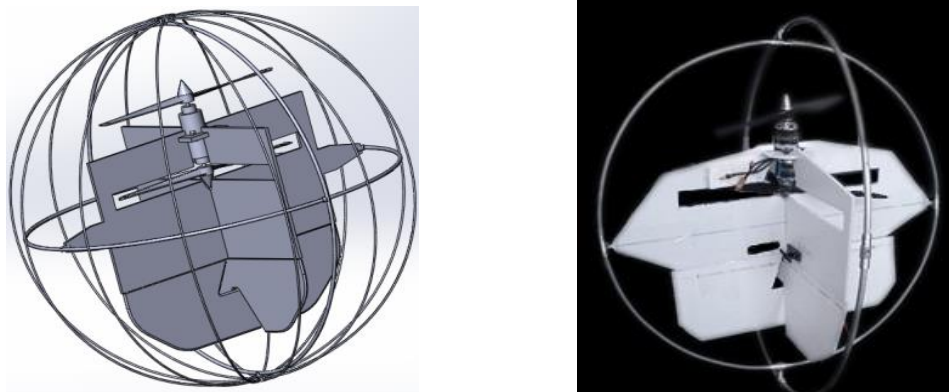


Рисунок 1.11 – «Vercard» у захистній оболонці

На кафедрі мехатроніки та електротехніки НАКУ «ХАІ» проєктується й будується багато МБПЛА різного типу, особливо дослідного напрямку. Такі проєкти дають можливість випробовувати нові методи проєктування як самих МБПЛА, так і бортового обладнання та систем керування польотом.

## 2 МЕТОДИ ПРОЄКТУВАННЯ МБПЛА

Проєктування як особливий вид діяльності сформувалося на початку ХХ століття і спочатку було пов'язане з діяльністю креслярів, необхідністю особливо точного втілення задуму інженера або винахідника у вигляді графічного зображення об'єкта (системи) для передачі його на виробництво. Однак поступово ця діяльність спрямувалася на науково-технічні розрахунки основних параметрів майбутньої технічної системи та її попереднє дослідження.

*Проєкт* починається із творчого задуму або якоїсь ідеї щось практично втілити в життя. Наприклад, у Вас виникає задум вступити до одного з престижних вузів нашої країни. Які подальші Ваші дії? Може бути декілька варіантів – від обговорення цієї ідеї з батьками до визначення проблемних для вас запитань і відповідного пошуку потрібної інформації. Але згодом Ви обов'язково складете план дій для реалізації задуму. Загалом будь-який проєкт – це спочатку ідея або задум, а вже згодом план для її реалізації та власне технічна чи практична реалізація плану.

Досить часто термін «проект» пов'язують із розв'язанням певної проблеми. Проект як проблема може обумовити таку ситуацію творчості, коли дизайнер намагається віднайти новий нестандартний розв'язок, щоб отримати шанс натрапити на щось інше, без усталених стереотипів чи загальноприйнятих правил. Тоді виконання проекту набуває фантастичних або незвичних форм.

Розв'язання проблеми полягає, з одного боку, в обґрунтуванні її актуальності, а з іншого – у використанні сукупності різноманітних методів дослідження, експериментальній перевірці можливих шляхів розв'язання проблеми, винайденні нових технологій для реалізації проекту (практичний результат). Тут як приклад можна навести найбільш відомі світові проекти сучасності, основою яких є певна проблема, і серед них – створення лазерного термоядерного реактора (National Ignition Facility (NIF) Лівермор, Каліфорнія, США) [6].

Продуктом проектної діяльності може бути не лише створення матеріального продукту, а й визначення його в певній знаковій формі – у вигляді текстів, креслень, графіків, розрахунків, моделей у пам'яті ЕОМ тощо.

Разом із тим, результат проекту, наприклад, у конструкторській діяльності, має бути обов'язково реалізованим у вигляді дослідного зразка, за допомогою якого уточнюються розрахунки, наведені в змісті проекту, конструктивно-технічні характеристики об'єкта проектування або технічної системи.

**Проект** (лат. *projectus* – кинутий уперед) – сукупність певних дій, документів, попередніх текстів, задум або план щодо створення матеріального об'єкта, предмета, створення різноманітного теоретичного продукту. *Проект* неможливо створити й реалізувати без творчої діяльності.

Діяльність, під час якої обґрунтовується й розробляється проект, називають *проектуванням*.

**Проектування** – це діяльність, при якій матеріальні, фінансові та людські ресурси організовано новаторським шляхом для виконання унікальної роботи з обмеженнями у витратах і строках виконання, щоб досягти позитивних змін, визначених кількісними та якісними параметрами [7].

Потрібно розмежовувати поняття «проектування» і «конструювання». Конструювання є складовою процесу проектування і полягає в розробленні конструкції, детальної схеми виготовлення задуманого об'єкта і робочих креслень усіх деталей та окремих частин виробу. Проектування полягає не лише в конструюванні, а й у плановій діяльності, обґрунтуванні такого плану та корекції одержаних результатів. Проектування як творча, інноваційна

діяльність завжди спрямоване на створення якісно нового продукту, що має суттєве значення або для людини, або для суспільства.

## 2.1 Методи проєктування

Проєктування починають із визначення мети проєкту (рисунок 2.1) і безпосереднього обґрунтування власне проблеми або ідеї, яку будуть реалізовувати. Обґрунтування здійснюють на основі собівартості проєкту та витрат часу для виконання відповідних робіт. Якщо ці показники є високими



Рисунок 2.1 – Зв'язок між складовими проєкту

у фінансовому еквіваленті (проєкт є занадто дорогим), то повертаються до мети та завдань із тим, щоб переглянути ідею або творчий задум.

Існує така класифікація проєктів за певними ознаками.

1. За домінантною діяльністю:

- *дослідні проєкти*. Під час виконання такого проєкту необхідно структурувати його за логікою наукового дослідження, аргументувати його актуальність або актуальність проблеми, що досліджується в проєкті, чітко визначити об'єкт і предмет дослідження, мету й завдання роботи над проєктом, сформулювати гіпотезу (припущення) дослідження, визначити методи дослідження й джерела інформації, скласти план розв'язання проблеми, засвоїти або визначити нове знання дослідним шляхом, провести обговорення одержаних результатів, констатувати спектр нових проблем для подальшого дослідження;

- *практико-орієнтовані проєкти*. Особливістю такого проєкту є чітко визначений практичний результат, якого досягають його учасники, тобто створення значущого продукту, що має практичне значення для учасників проєкту і може бути корисним для вирішення проблем учнів, школи тощо. Проєкт орієнтовано на їх соціальні інтереси (документ, рекомендації, проєкт



шкільного саду). Тут потребується складання сценарію всієї діяльності його учасників із визначенням функцій кожного з них. Особливо важливим етапом є координаційна робота у вигляді поетапних обговорень і презентації отриманих результатів і можливих засобів їх упровадження в практику;

- *інформаційні проекти*, спрямовані на збір інформації про який-небудь об'єкт та ознайомлення учасників проекту з цією інформацією, її аналіз та узагальнення фактів. Ці проекти потребують добре продуманої структури, можливості систематичної корекції під час роботи над проектом. Структуру такого проекту можна подати таким чином: мета проекту, його актуальність, методи отримання (літературні джерела, засоби масової інформації, бази даних, інтернет) та оброблення інформації (її аналіз, зіставлення з відомими фактами, аргументовані висновки), результат (стаття, реферат, відеофільм). Такі проекти можуть бути частиною будь-якого іншого проекту;

- *творчі проекти*, які не мають детально опрацьованої структури спільної діяльності учасників. Структура проекту й процес реалізації запланованих робіт у такому проекті підпорядковуються кінцевому результату, прийнятій групою логіці спільної діяльності, інтересам учасників проекту, які заздалегідь домовляються про заплановані результати і форму їх подання – звіт, реферат, відеофільм тощо.

2. За областю виконання:

- предметні (виконуються в межах одного навчального предмета);
- інтегровані (у процесі їх виконання використовуються знання з інших дисциплін).

3. За змістом: інтелектуальні, матеріальні, екологічні, сервісні, комплексні.

4. За складом учасників: одного підрозділу (кафедри, відділу), ЗВО, міста, регіону, країни, різних країн світу.

5. За кількістю учасників: індивідуальні, групові й колективні (під час виконання групових і колективних проектів обов'язки розподіляються між учасниками й визначається відповідальність кожного за виконання проекту в цілому).

## **2.2 Етапи та стадії проектування**

Процес проектування в умовах виробництва складається з кількох основних етапів (рисунки 2.2), на кожному етапі мають здійснюватися відповідні послідовні дії, які називають стадіями.

*Перший етап* проектування — організаційно-підготовчий, на якому постає важливе завдання — правильно вибрати об'єкт проектування, оскільки



Рисунок 2.2 – Етапи проектування

від цього залежить успіх подальшої роботи. На цьому етапі необхідно вибрати й поставити проблему, усвідомити значення майбутнього виробу як для самого себе, так і загалом для суспільства, тобто впевнитися в доцільності виконання проекту. Збирають інформацію стосовно вибраної проблеми або виробу, який проектуватимуть, використовуючи довідники, книги, журнали, каталоги, мережу «Інтернет». Результатом роботи на цьому етапі може бути реферат з досліджуваної проблеми.

*Другий етап* проектування – конструкторський. На цьому етапі проектувальники складають ескізи можливих варіантів майбутнього виробу, здійснюють функціональний і композиційний аналіз, на основі чого вибирають оптимальну форму або конструкцію виробу, добирають матеріали й інструменти, визначають найдоцільнішу технологію виготовлення вибраної конструкції, виконують економічні, екологічні й мінімаркетингові дослідження і вносять відповідні зміни (пошук недорогих матеріалів або зменшення кількості виконуваних операцій під час планування технологічного процесу). На цьому етапі також розробляють робоче креслення або ескіз, на основі якого буде виготовлено виріб.

*На третьому етапі* – технологічному – виконують заплановані операції, здійснюють самоконтроль та оцінюють якість виробу. Засобами є інструменти й обладнання, що заплановані й передбачені у змісті технологічного процесу. Цей етап проектування складається з таких стадій, як виконання операцій, передбачених технологічним процесом, самоконтроль діяльності, дотримання технологічної, трудової дисципліни, культури праці.

*На завершальному етапі* здійснюють кінцевий контроль, порівняння і випробування проєкту, виготовлену конструкцію порівнюють із запланованою. Виявлені недоліки та неполадки намагаються усунути. Виконану роботу аналізують, з'ясовують, чи досягнуто мети, яким є результат праці, роблять самооцінку спроектованого виробу.

Проектування як процес створення макета або діючого зразка документально поділяють на аванпроект та ескізний проєкт:

1. Аванпроект: дослідження та складання завдань проєкту; дослідження проблеми, над якою працюватиме творчий колектив. На основі виконаної роботи складають *технічне завдання*.

2. Ескізний проєкт: ескізи конструктивних елементів виробів розробляють з урахуванням вимог міцності, жорсткості конструкції, а також стійкості, зважаючи на максимальні габаритні відхилення в процесі експлуатації. Особливе значення на цьому етапі має метод макетування майбутнього виробу, складання конструкторської документації.

Перш ніж розпочати виконання проєкту, потрібно переконатись у тому, що вибраний варіант є найбільш технологічним, економічним, екологічним, відповідає вимогам дизайну й ринку.

### **2.3 Особливості концептуального проектування БПЛА**

Проектування БПЛА – комплексний, складний, багатоітераційний процес, що містить ті ж розділи, що й процес проектування пілотованих апаратів, але зі значними змінами:

1. Одним із важливих елементів БПЛА є платформа-носій агрегатів, конструкції бортового радіоелектронного обладнання (БРЕО). Створення ефективної конструкції та бортового обладнання БПЛА забезпечує успішне вирішення завдань у цілому – розроблення БАК, що перевершує за своїми основними параметрами аналогічну систему.

2. Помилки, допущені на ранній стадії розроблення БПЛА, можуть завдати непоправної шкоди для всього проєкту. Нижче розглядаються деякі випадки такого вибору окремих параметрів і характеристик без належного

обґрунтування й опрацювання. Відсутність чіткої концепції конструктивного вигляду часто заповнюється запозиченням і копіюванням рішень інших розробників.

3. Проектування нових рішень не шляхом наслідування, а шляхом застосування власного досвіду й вивчення «підводного каміння».

4. Ще однією концептуальною помилкою під час формування вигляду безпілотної авіації є думка про доцільність розроблення БПЛА на базі пілотованого літального апарата (ПЛА). Якщо використання як мішені ПЛА з малим залишковим ресурсом є виправданим з економічних міркувань, то створення перспективного БПЛА на базі морально й фізично застарілих ПЛА є тупиковим напрямом розвитку безпілотної авіації.

5. Альтернативою «базового» (на основі ПЛА) способу створення БПЛА є розроблення експериментального БПЛА, що активно й ефективно використовується на всіх етапах його розроблення від аванпроекту до сертифікаційних випробувань. Розрахунки показують можливість суттєвої економії коштів на проектування БПЛА, скорочення термінів його створення.

6. Одним зі способів підвищення ефективності безпілотної авіації є використання агрегатів подвійного призначення. Так, у проекті унікального висотного безпілотної літака «Ромб» розроблялося складне крило, що було фактично конформною антеною потужної РЛС. Крило виконувало дві функції: створювало піднімальну силу, а також використовувалося як РЛС кругового огляду.

7. Використання нетрадиційних приводів органів керування ЛА є ще одним перспективним напрямом розроблення БПЛА наступних поколінь.

8. Через застосування класичної механізації (закрилків, передкрилків тощо) значно збільшується маса літака, крім того, зменшуються показники надійності ЛА, підвищується помітність, а через наявність стиків механізації з крилом знижується аеродинамічна якість літака. Тому для розроблення сучасних типів БПЛА є перспективним використання адаптивних елементів конструкції, насамперед крила. Сьогодні випробування адаптивних конструкцій проводить у США компанія DARPA спільно з Lockheed Martin [8]. Основою їх технології є силові приводи з високою питомою потужністю, що перетворюють електричну енергію на механічну за допомогою таких властивостей матеріалів, як пам'ять форми та п'єзоелектричний ефект. Крім того, зараз у DARPA розробляється крило, яке має набір внутрішніх силових елементів, що трансформуються. Планується, що завдяки такій конструкції площу крила можна буде збільшити в півтора рази, відносне подовження – у 4 рази, а товщину профілю крила – у 3 рази. Загалом застосування адаптивних конструкцій на БПЛА дасть змогу:

- зменшити показники аеродинамічного опору;
- забезпечити можливість польоту на всіх режимах з максимальною аеродинамічною якістю;
- знизити рівні вібрацій і шуму;
- зменшити витрату палива.

## 2.4 Алгоритм формування зовнішнього вигляду БПЛА

Зовнішній вигляд БПЛА – це концептуальна характеристика апарата, що відображає його схему, структуру, принципи будови й функціонування. Вибір вигляду – центральне завдання першої стадії дослідно-конструкторських робіт, їх інтелектуальна складова [9]. Одним з основних завдань формування образу є аналіз об'єктів розвідки, їх ППО, засобів РЕБ, показників помітності. Важливо провести аналіз залежності ефективності проведення повітряної розвідки від погодних умов, стану морської поверхні. Необхідно розробити математичні моделі ефективності функціонування комплексу для обґрунтування вимог до траєкторії БПЛА, складу й параметрів цільової апаратури.

Необхідним є створення аеродинамічної моделі БПЛА, моделі геометрії, моделі розрахунку ефективної площі розсіювання БПЛА, моделі компоновання й центрування та інших моделей у межах вибраного опорного вигляду. Алгоритм формування вигляду показано на рисунку 2.3.

На *першому етапі* вибирають критерій оптимальності комплексу БПЛА, яким доцільно вважати стартову масу БПЛА як універсальний критерій оптимальності. Також стартова маса є непрямым критерієм економічної якості ЛА.

На *другому етапі* розглядають умови й фактори, що впливають на ефективність комплексу. Бойове застосування БПЛА повітряної розвідки відбуватиметься в умовах деякої розвідувальної операції, яку можна подати у вигляді умовних послідовних типових бойових епізодів операції, спрямованих на виконання проміжних завдань. Ефективність виконання цих завдань залежить від сукупності дій проєктованого БПЛА та підсистем комплексу, умов, у яких буде застосовуватися апарат ( $\{U_i\}$ ).

Далі, на *третьому етапі*, формується модель функціонування БПЛА в умовах конкретної операції. Розробляються модель оцінювання ефективності комплексу в умовах протидії корабельних засобів РЕБ і ППО противника, модель розрахунку ймовірності виявлення цілей бортовим розвідувальним комплексом, ураховуються параметри об'єктів, що розвідуються (будова, показники помітності). Модель ефективності створюється на основі застосу-

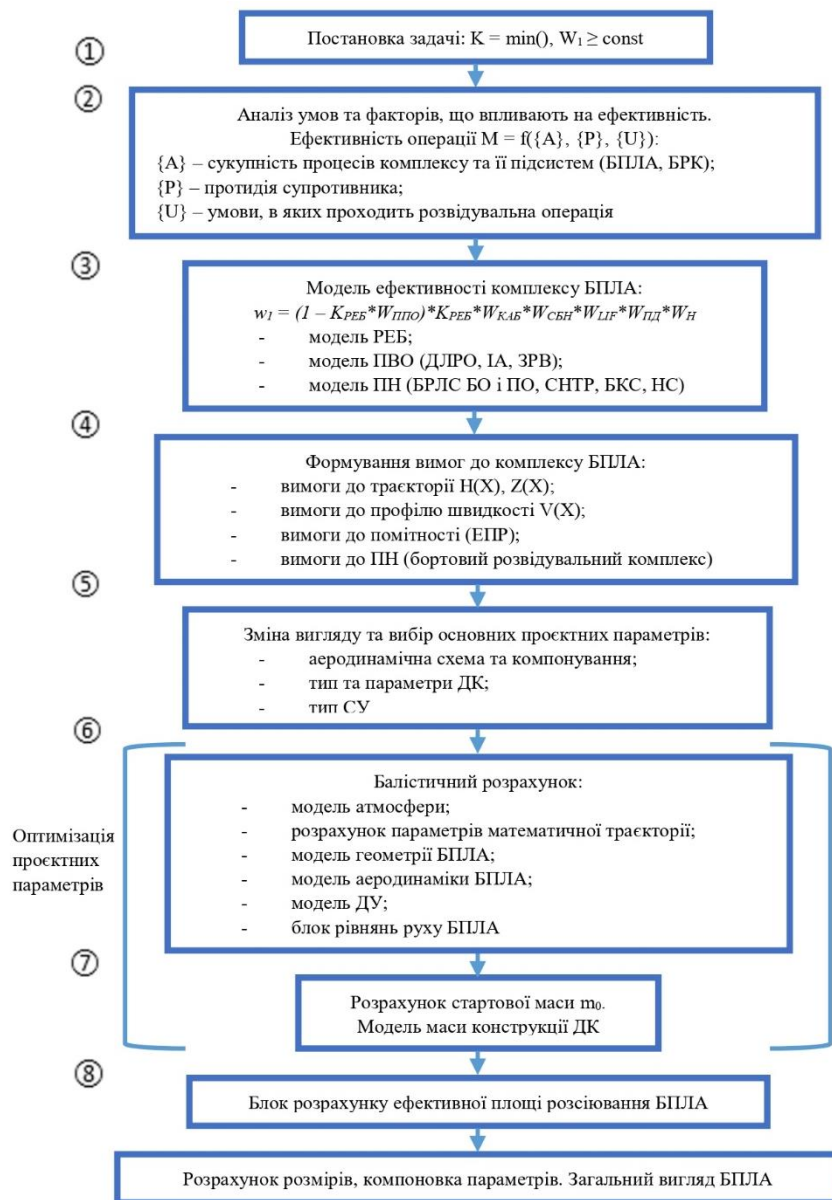


Рисунок 2.3 – Алгоритм формування вигляду БПЛА

вання в межах типової розвідувальної операції. У такій постановці ймовірність виявлення цілі виражається через добуток імовірностей виконання БПЛА різних фаз з урахуванням можливої протидії.

На *четвертому етапі* формуються вимоги й обмеження до характеристик комплексу БПЛА, наприклад до льотно-технічних характеристик, рівня радіолокаційної помітності. Розраховується необхідна траєкторія. Визначаються масогабаритні параметри корисного навантаження й умови його розміщення.

На *п'ятому етапі* здійснюється синтез вигляду БПЛА. Центральним завданням цього етапу є вибір схеми БПЛА. Паралельно з аналізом

можливих схем вибирають тип і параметри двигунної установки, тип системи керування, конструктивну схему планера.

На *шостому етапі* здійснюється балістичне проектування БЛА. Завданням балістичного проектування є визначення відносної маси палива, програми роботи дистанційного керування (задає закон секундної витрати палива), траєкторії  $H(X)$ ,  $Z(X)$ , профілю швидкості  $V(t)$ , що задовольняють заданим граничним умовам. Основою для побудови математичної моделі балістичного проектування є рівняння руху ЛА. Для спрощення розв'язання рівнянь руху можна розглядати рухи ЛА в одній площині. На цьому етапі необхідно мати математичні моделі аеродинаміки, динаміки руху, наближену модель функціонування системи керування. Далі обчислюється стартова маса БПЛА. Основними частинами БПЛА є конструкція (корпус, крила, оперення, рульові приводи), двигуни, паливо й корисне навантаження, а також цільова апаратура.

Маса корисного навантаження майже не залежить від проєктних параметрів, а залежить безпосередньо від вимог до БПЛА з огляду на ефективність (типу виявленої цілі, необхідної ймовірності виконання розвідувального завдання, стабільності передавання даних, імовірності виходу в район розвідки із заданою точністю). Маса інших елементів БПЛА, на відміну від корисного навантаження, істотно залежать від проєктних параметрів і певною мірою є пропорційними стартовій масі.

На *шостому й сьомому етапах* проводиться оптимізація проєктних параметрів БПЛА для виявлення екстремального значення критерію оптимальності, тобто стартової маси. Перевіряється відповідність ефективної площі розсіювання опорного варіанта БПЛА рівню радіолокаційної помітності, заданої на четвертому етапі.

На *останньому етапі* проводиться розрахунок розмірів і центрування ЛА, визначається загальний вигляд БПЛА.

Проектування БПЛА, як і будь-якої іншої складної технічної системи, є комплексним завданням, що проходить усі етапи життєвого циклу від виникнення ідеї до кінцевої реалізації.

До основних етапів *ескізного* проектування МБПЛА відносять:

- 1) формування завдання, яке необхідно вирішити, аналіз наявних БПЛА;
- 2) визначення області розв'язуваного завдання (цивільна або військова);
- 3) покращання льотних характеристик БПЛА: швидкості руху; часу польоту та енергоефективності;
- 4) формування технічного завдання (ТЗ);
- 5) формування конструкції БПЛА, що відповідає вимогам ТЗ;
- 6) детальне опрацювання технічного вигляду;

- 7) вибір аеродинамічної схеми;
- 8) вибір типу й розташування двигунів, сервоприводів; розроблення технічних рішень щодо корисного навантаження льотного зразка;
- 9) проведення комплексних досліджень і розрахунків за аеродинамічною схемою, двигунів, органів керування;
- 10) розроблення технічних і технологічних рішень;
- 11) розроблення пропозицій щодо складу бортового обладнання (контролерів, регуляторів ходу, систем навігації, батареї тощо);
- 12) розроблення технічних рішень щодо автоматичної системи керування;
- 13) проведення досліджень і розроблення технічних рішень щодо наземної станції керування (НСК).

## 2.5 Проектування МБПЛА «Vertigo»

«Vertigo» належить до малогабаритних безпілотних літальних апаратів (МБПЛА), може злітати вертикально й продовжувати політ як вертоліт або літак згідно з аеродинамічними можливостями моделі. Унікальні злітно-посадкові характеристики виникають через конструктивні особливості МБПЛА. Компонування дрона типу «літаюче крило», а також використання двох співвісних двигунів є оптимальним рішенням для переведення безпілотного апарата з вертикального режиму польоту на горизонтальний і навпаки.

Система автоматичного керування (САК) МБПЛА «Vertigo» [10] складається з плати контролера з вбудованими датчиками кутів, кутових швидкостей і прискорень, радіоприймача, акумулятора, двох тягових двигунів в одному корпусі з дволопатевиими гвинтами, що протилежно обертаються, двох регуляторів струму, трьох сервоприводів, гондоли, крила. Завдяки конструктивним особливостям розробленої форми цього безпілотника, специфіці розташування бортового обладнання, а також програмованим алгоритмам САК отримано унікальні льотні характеристики літального апарата.

Завданням запропонованої моделі є покращання способу керування МБПЛА шляхом автоматичної зміни положення рульових поверхонь за спеціальними алгоритмами на основі інформації про параметри польоту від бортових датчиків, а також спрощення конструкції та підвищення маневреності моделі. Силу установку «Vertigo» виконано у вигляді двох однакових моторів із дволопатевиими співвісними гвинтами 10x6 дюймів. Моторами є безконтактні двигуни постійного струму, які розташовані в одному корпусі й кріпляться до передньої кромки крила за допомогою спеціальної гондоли. Керування на режимах вертикального польоту та висіння здійснюється двома елевонами та



рулем напрямку. На режимах польоту з великою швидкістю керування за креном здійснюється диференціальним відхиленням елевонів, за тангажем – синхронним, а по курсу – відхиленням руля напрямку.

На рисунку 2.4, *а* зображено вигляд зверху МБПЛА «Vertigo», а на рисунку 2.4, *б* – вигляд збоку.

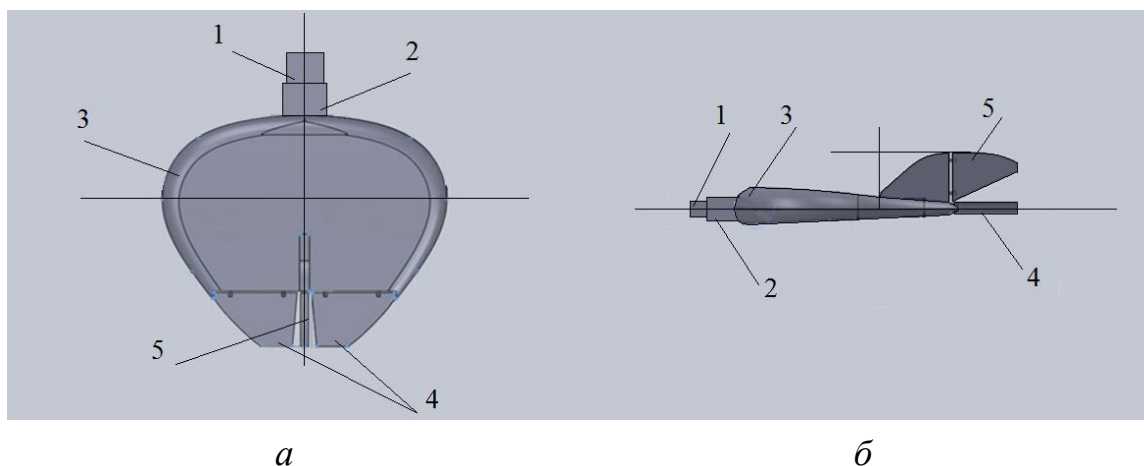


Рисунок 2.4 – МБПЛА «Vertigo»

«Vertigo» – це ЛА аеродинамічної схеми «літаюче крило», що складається з силової установки 1 (з двома однаковими моторами з дволопатевими гвинтами), гондоли 2, крила 3, елевонів 4 і руля напрямку 5. Важливою складовою МБПЛА є бортове обладнання (БО), яке може змінюватися залежно від вирішуваних завдань.

Основними частинами БО є:

- два тягових двигуни AEO-RC CR23L (рисунок 2.5, *б*) в одному корпусі з дволопатевими гвинтами, що обертаються в протилежних напрямках (тяга до 800 г, маса 109 г);
- акумулятор Zipru типовий літєвий (рисунок 2.5, *е*) (напруга 11,1 В, ємність 2500..3000 мА, маса до 185 г);
- два регулятори ходу Turnigy (рисунок 2.5, *з*) масою 47 г кожний;
- три сервоприводи типу Hextronik НХТ900 (рисунок 2.5, *д*) для повороту елевонів і руля напрямку масою 10 г кожний;
- плата контролера з вбудованими датчиками кутів, кутових швидкостей і прискорень типу ArduPilot Mega АРМ 2.1.5 або 2.5.2 (рисунок 2.5, *а*) масою 55 г;
- приймач Fly Sky для передавання й приймання сигналу на відстані до 1 км.



а



в



д



б



г



е

Рисунок 2.5 – Бортовые обладнання МБПЛА

## 2.6 Етапи проектування «Vertigo» у середовищі SolidWorks

Ескізне проектування можна проводити як у ручному натурному режимі, так і в середовищах проектування й моделювання. Одним із таких засобів є програмне забезпечення SolidWorks. Початком проектування в SolidWorks можна вважати створення відповідного файлу «Деталь» у меню «Файл» -> «Новий» (рисунок 2.6).

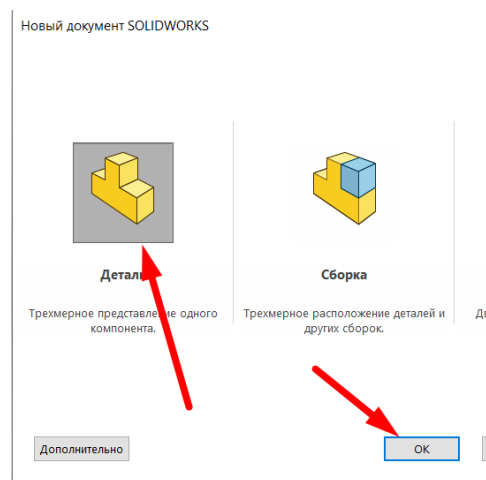
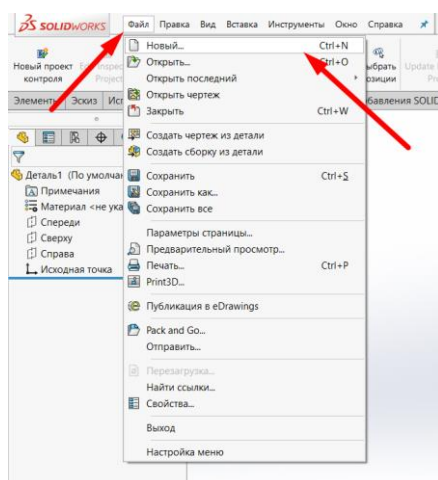


Рисунок 2.6 – Меню «Файл» -> «Новий»

Основне вікно SolidWorks зображено на рисунку 2.7, де 1 – стрічка меню

зі вкладками та основними кнопками керування; 2 – панель інструментів; 3 – панель кнопок керування основним робочим простором; 4 – основна система координат в робочому просторі; 5 – стрічка вкладок із основними додатками середовища SolidWorks; 6 – додаткова піктограма основної системи координат; 7 – вікно дерева стану поточного проєкту.

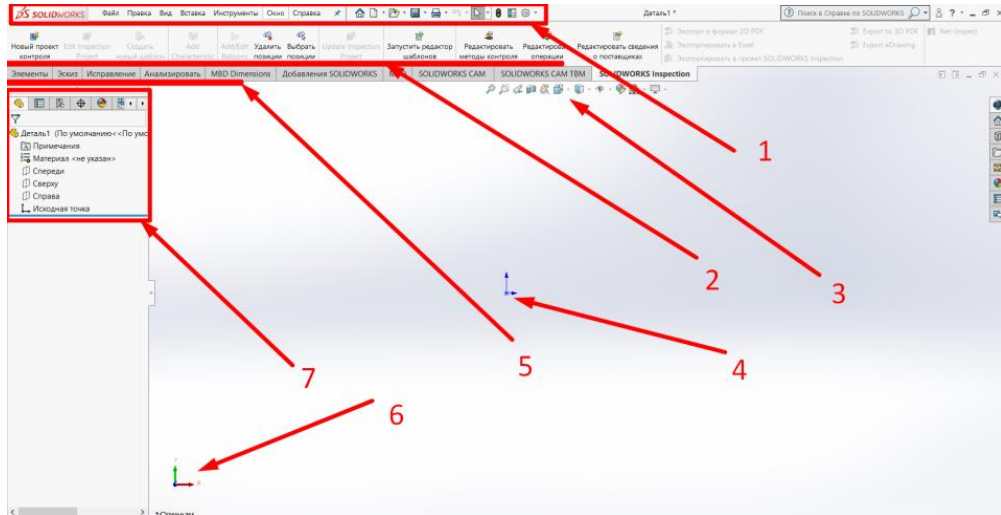


Рисунок 2.7 – Вікно створення нової деталі

### 2.6.1 Створення 3D-моделі МБПЛА

Проектування нової деталі починається з її креслення (ескізу). Виберемо базову площину й натиснемо кнопку «Ескіз» (рисунок 2.8). Робочий простір дещо змінився, з'явилися нові кнопки інструментів для створення й редагування ескізу (рисунок 2.9).

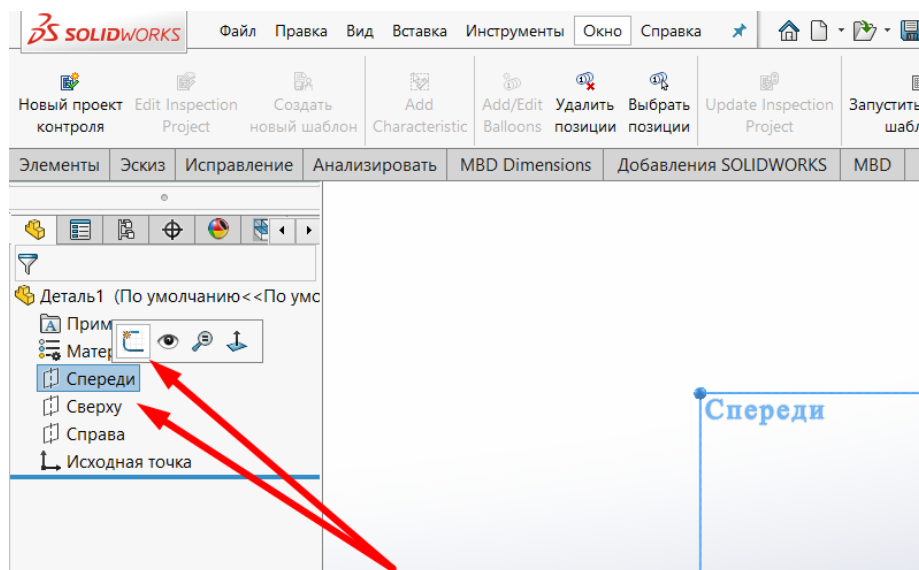


Рисунок 2.8 – Створення нової деталі

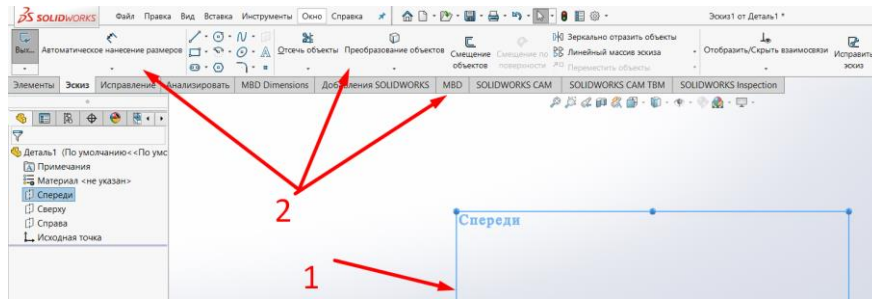


Рисунок 2.9 – Кнопки інструментів

Спочатку необхідно створити осьові лінії, щоб простіше орієнтуватись на площині створення ескізу. Слід пам'ятати, що осьові лінії – це допоміжні елементи ескізу (рисунок 2.10).

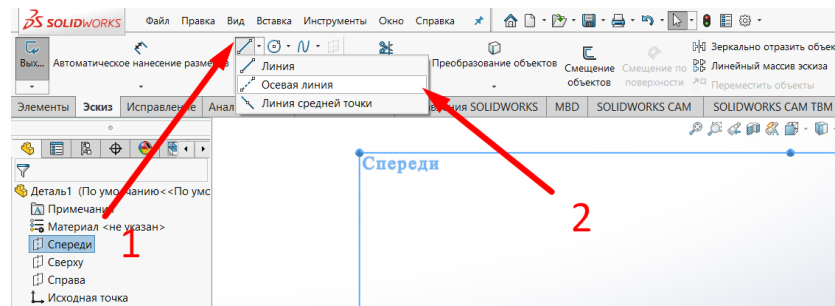


Рисунок 2.10 – Створення осьових ліній

Оскільки лінія, як і коло, є одним із інструментів створення ескізу, вона має певні настройки, які, якщо необхідно, можна задавати (рисунок 2.11).

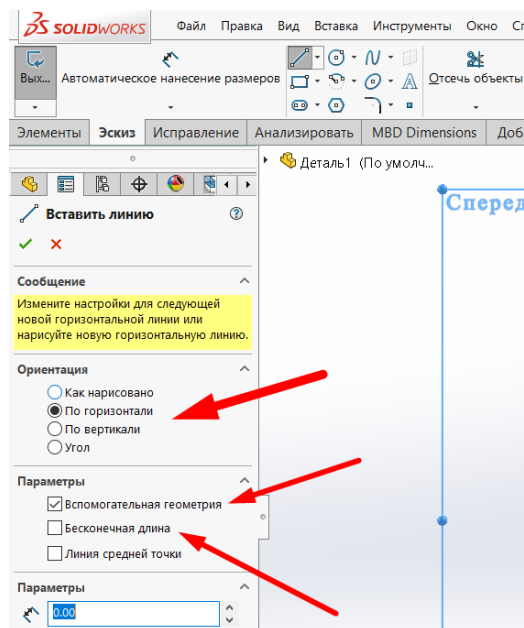


Рисунок 2.11 – Настроювання осьових ліній

Після закріплення вертикальної нескінченної осевої лінії в центрі вибраної площини (1) натискаємо на зелену галочку (2) (рисунок 2.12).

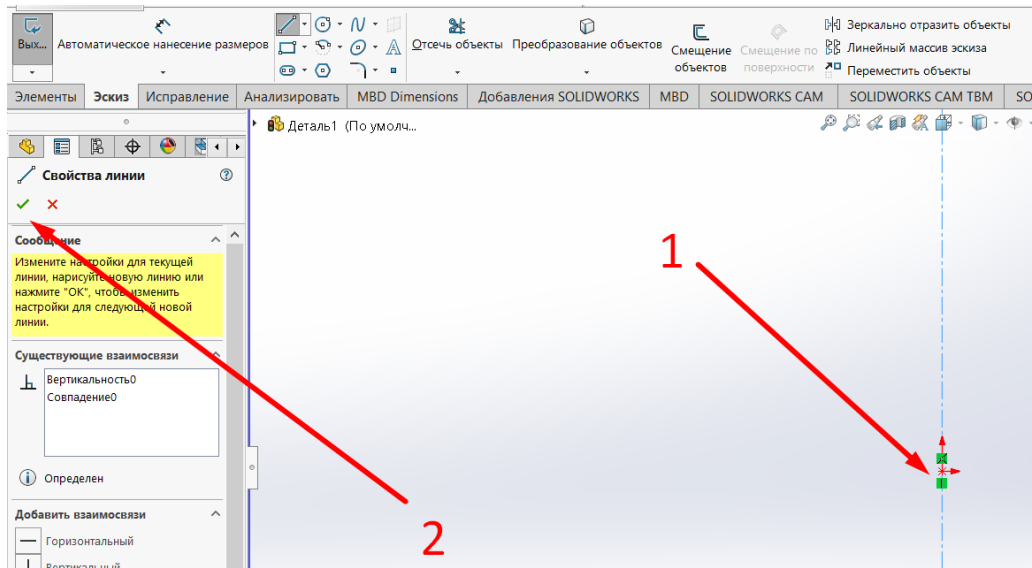
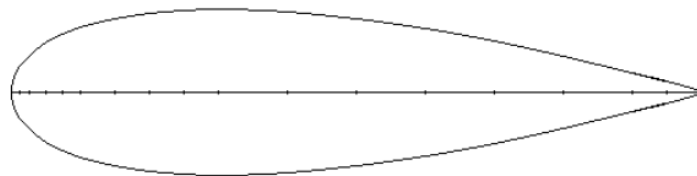


Рисунок 2.12 – Фіксація осевих ліній

Тепер можна починати створення ескізу, наприклад ескізу крила. Виберемо необхідний профіль (рисунок 2.13) із довідника [11].

Профіль NASA-0024



Геометрические характеристики			Аэродинамические характеристики			
X	Yв	Yн	$\alpha^\circ$	$C_y$	$C_x$	$C_m$
0	0	0				
0,0125	0,03788	-0,03788				
0,025	0,05229	-0,05229				
0,05	0,07109	-0,07109				
0,075	0,08400	-0,08400				
0,1	0,09365	-0,09365				
0,15	0,10691	-0,10691				
0,2	0,11475	-0,11475				
0,25	0,11883	-0,11883				
0,3	0,12004	-0,12004				
0,4	0,11607	-0,11607				
0,5	0,10588	-0,10588				
0,6	0,09127	-0,09127				
0,7	0,07328	-0,07328				
0,8	0,05247	-0,05247				
0,9	0,02896	-0,02896				
0,95	0,01613	-0,01613				
1	0,00252	-0,00252				

Рисунок 2.13 – Перелік профілів крила

Для видалення частин геометричних об'єктів можна скористатися коман-

дою «Відсікти об'єкти», попередньо задавши параметри відсічення (рисунок 2.14).

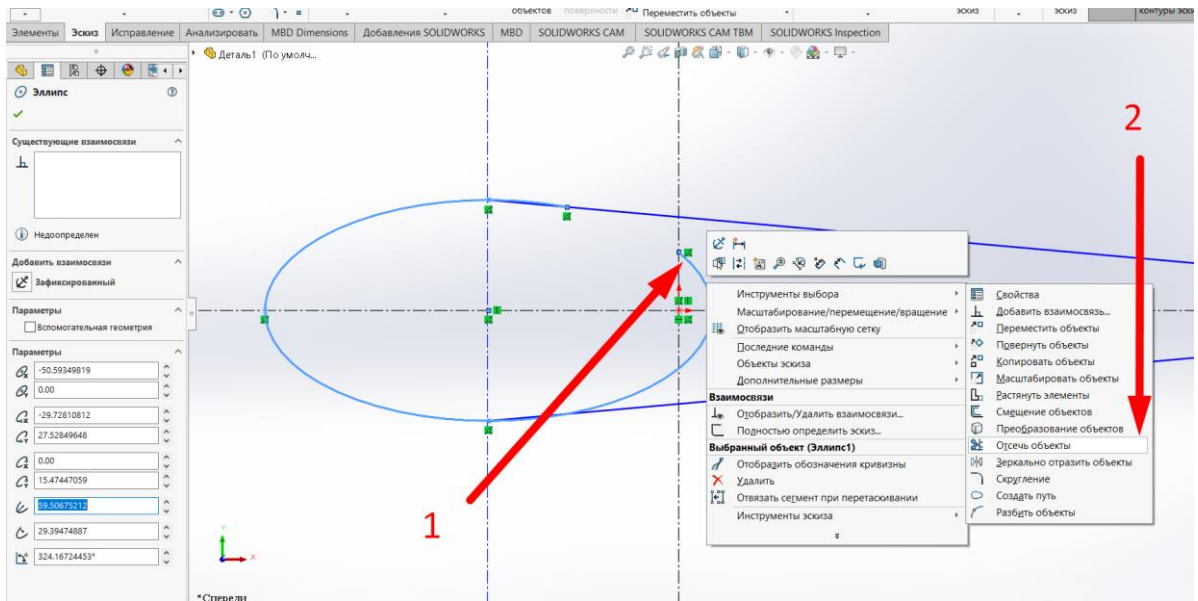


Рисунок 2.14 – Видалення частин геометричних об'єктів

Після створення ескізу його слід відредагувати. Слід задати всі необхідні розміри (стандартно у міліметрах). Зверніть увагу, що після задання розмірів ескіз суттєво змінюється (рисунок 2.15).

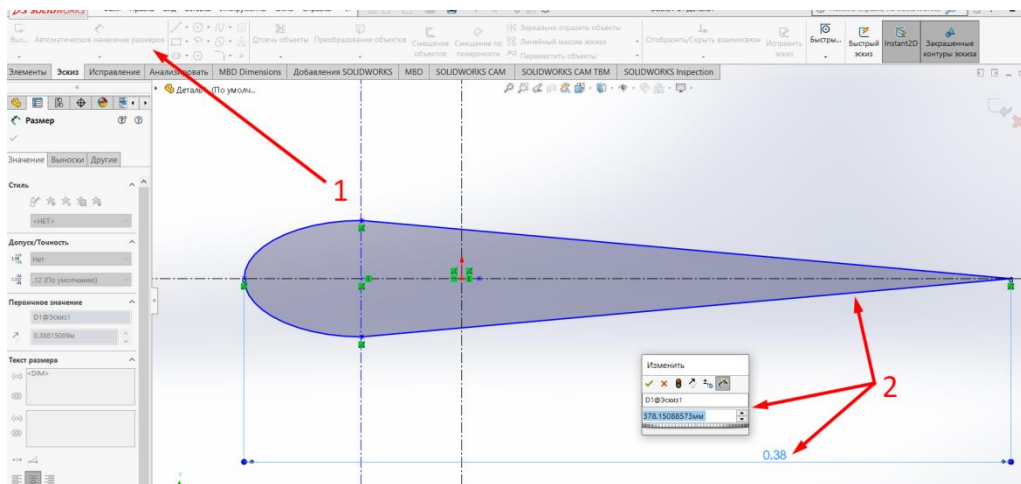


Рисунок 2.15 – Редагування ескізу

Завершимо роботи над ескізом натисненням кнопки «Зберегти та вийти з ескізу». Натиснувши кнопку, розташовану нижче, можна вийти з ескізу без збереження змін у ньому. Зверніть увагу, що в дереві структури деталі зліва з'явився створений ескіз (1). На вкладці «Елементи» (2) є кнопки з інструментів

(3), з допомогою яких з ескізів можна створювати тривимірні об'єкти (рисунок 2.16).

Після створення 3D-моделі необхідно задати такі параметри: масу, тип матеріалів і моменти інерції (якщо необхідно). Для цього слід відкрити вкладку (рисунок 2.17) «Аналізувати» (1) і натиснути кнопку «Масові характеристики» (2).

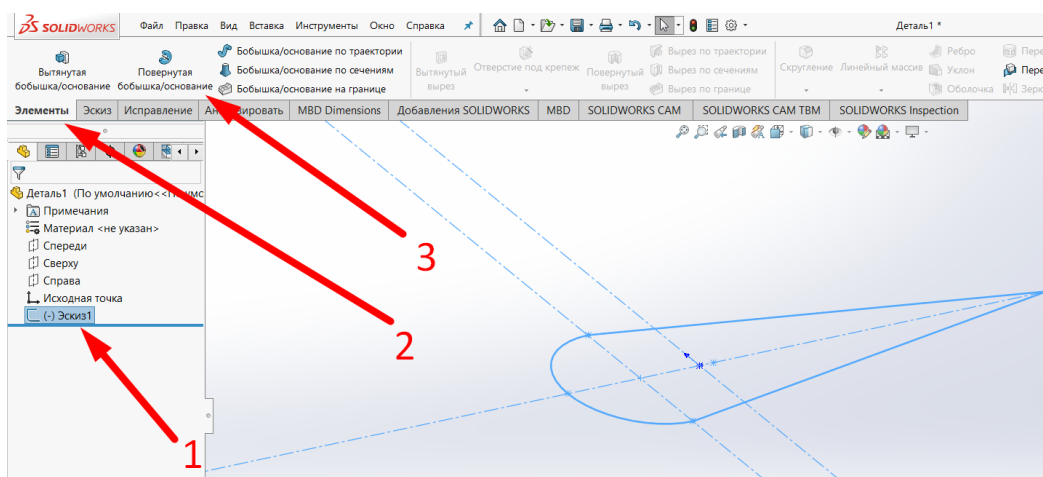


Рисунок 2.16 – Створення з ескізів тривимірних об'єктів

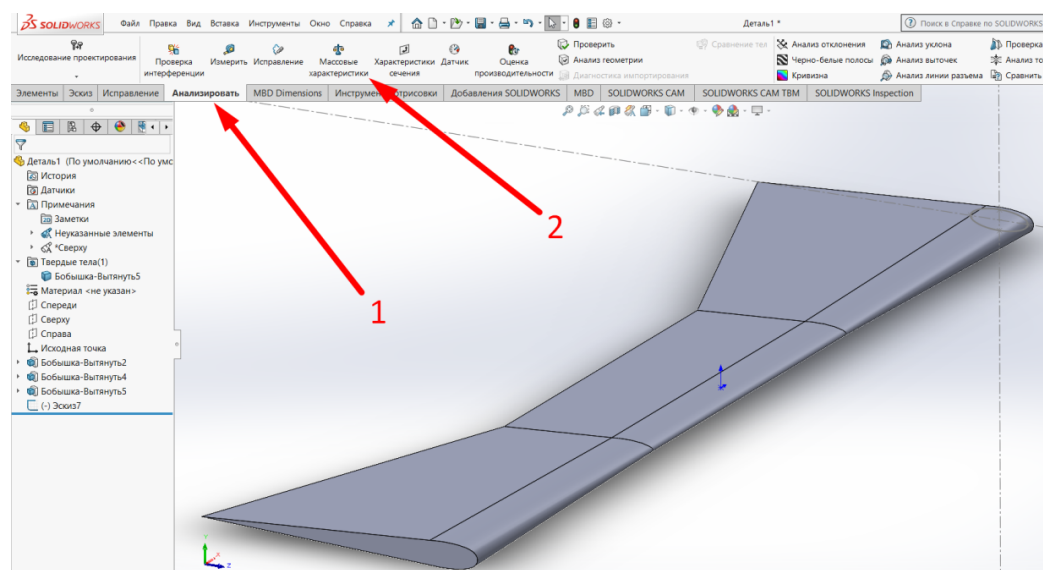


Рисунок 2.17 – Задання параметрів: маси, типу матеріалів і моментів інерції

У вікні «Масові характеристики» відображаються основні параметри створеного об'єкта, коригувати їх можна в меню «Перевизначити масові характеристики» (рисунок 2.18, б). У вікні «Перевизначити масові характеристики» (рисунок 2.18, а) користувач вказує необхідні параметри – масу моделі (1) і місце розташування її центра ваги (2), якщо необхідно, моменти інерції (3). Після налаштування їх необхідно зберегти (4). У вікні «Масові характеристики»

перевіряємо наявність галочок двох параметрів (1) і натискаємо кнопку «Параметри...» (2).

У вікні «Параметри масових характеристик» задають такі настройки (рисунок 2.19, а): «Наукова система» (1), «Використати настройки користувача» (2),

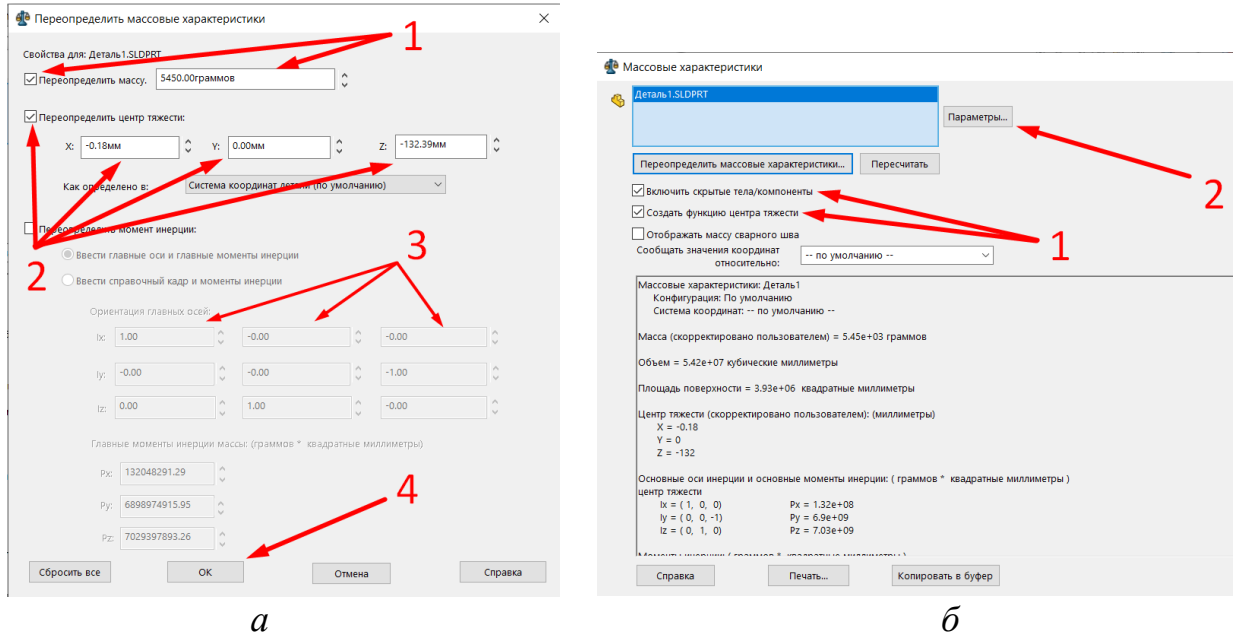


Рисунок 2.18 – Меню коригування параметрів створеного об'єкта

задання необхідної точності розрахунків до певного знака (3), задання одиниць вимірювання (4), точність розрахунку параметрів (5), відображення активної системи координат у кутку вікна (6).

Далі (рисунок 2.19, б) необхідно перерахувати всі параметри (1). Ознайомившись із отриманими значеннями нижче у вікні, їх можна, якщо

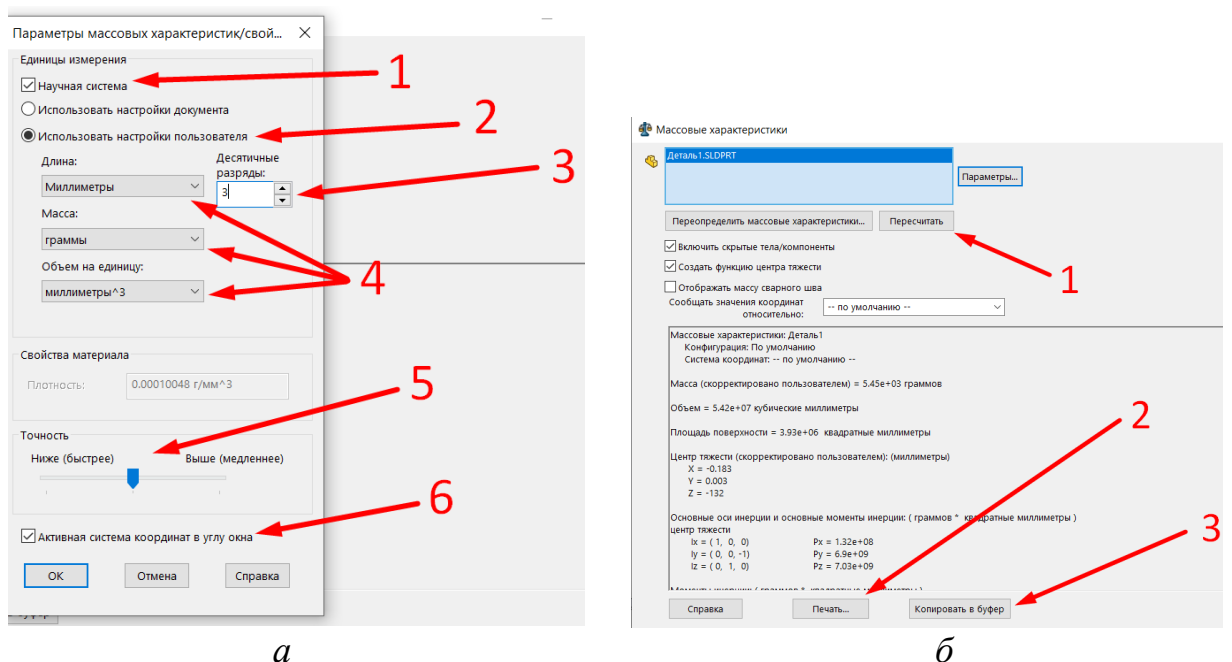


Рисунок 2.19 – Вікно «Параметри масових характеристик»



необхідно, роздрукувати (2) або скопіювати в буфер обміну (3) для подальшого вставляння в інший документ. Якщо необхідно, параметри можна перерахувати знову при зміні маси, моментів інерції тощо, як було зазначено вище. Після завершення роботи це вікно закриваємо.

В основному робочому вікні (рисунок 2.20) у Дереві проєкту зліва та на самій моделі відображається центр ваги 3D-об'єкта (1).

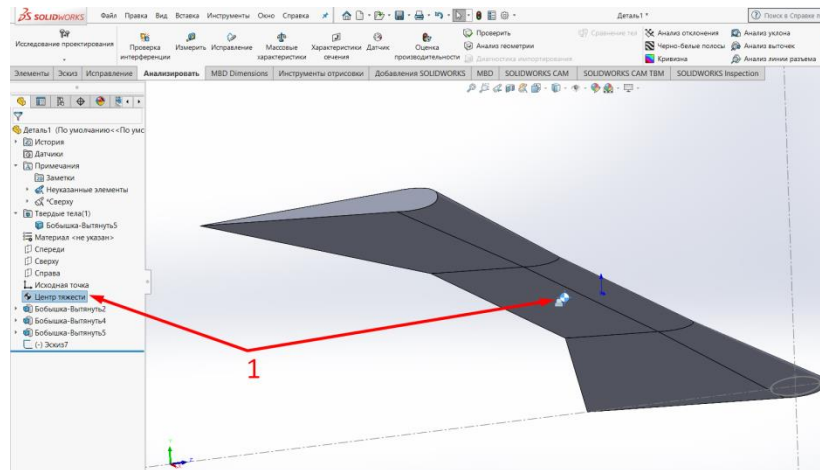


Рисунок 2.20 – Відображення центра ваги 3D-об'єкта

Під час створення складання слід пам'ятати, що настройки масових характеристик можуть відрізнятися від указаних. З допомогою інструмента «Масові характеристики» параметри всього складання розраховуються автоматично, якщо параметри елементів складання було попередньо визначено під час їх створення. Зазвичай їх також можна коригувати.

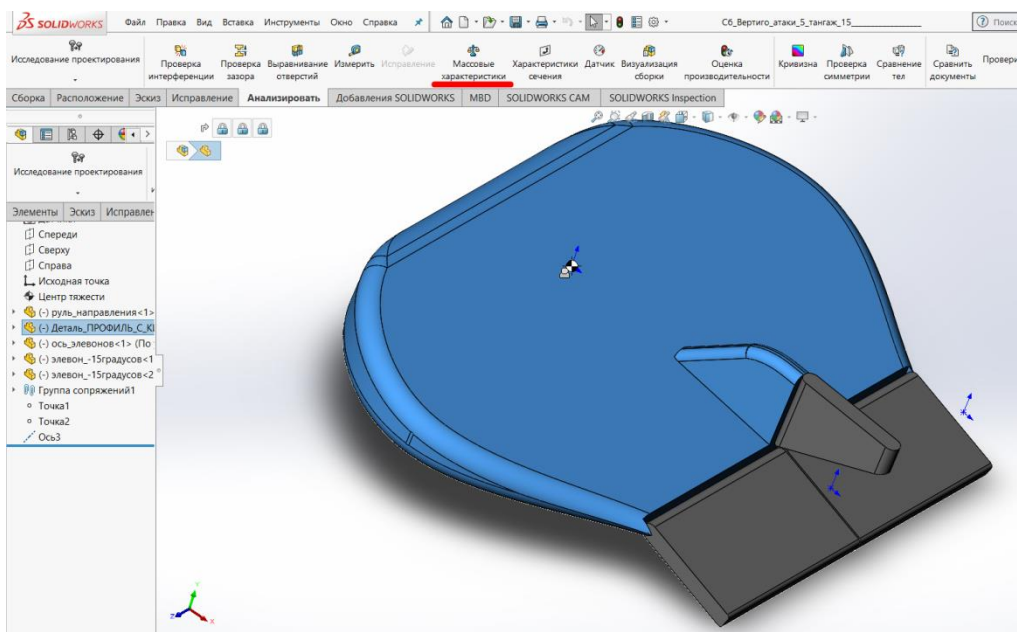


Рисунок 2.21 – Складання 3D-об'єкта

Розрахувати центр ваги можна і без застосування функціонала середовища SolidWorks. Попередньо визначають будівельні осі МБПЛА, які ділять його відповідними площинами (ХОУ, ХОZ та YOZ) на симетричні відносно цих площин частини. У створеній будівельній системі координат вибирають будь-яку точку відліку, відносно якої будуть розраховуватися координати центра ваги ЛА. Розглянемо рівняння з прикладом такого розрахунку:

$$x_t = \frac{\sum r_i m_i}{\sum m_i} = \frac{r_k m_k + r_{\delta b} m_{\delta b} + r_{nl} m_{nl} + r_a m_a + r_{px} m_{px} + r_{np} m_{np} + r_{nл.а} m_{nл.а}}{m_k + m_{\delta b} + m_{nl} + m_a + m_{px} + m_{np} + m_{nл.а}} = 115 \text{ мм};$$

$$y_t = \frac{\sum r_i m_i}{\sum m_i} = \frac{r_{np} m_{np} + r_{nл.а} m_{nл.а}}{m_{np} + m_{nл.а}} = 20,56 \text{ мм},$$

де  $x_t$  та  $y_t$  – координати центра ваги відносно точки відліку, мм;  $r_i$  – відстані від бортового компонента до відповідної осі, мм;  $m_i$  – маса бортового компонента, г.

Графічно розрахунки попереднього слайда зображено на рисунку 2.22, де 1 – плата-контролер Ardupilot Mega 2.5.2; 2 – двигуни AEO-RC CR23L; 3 – плата Arduino Uno; 4 – регулятори струму Mystery 30A; 5 – сервоприводи Hextronik HXT900; 6 – акумулятор Turnigy 2200 mAh 3s.

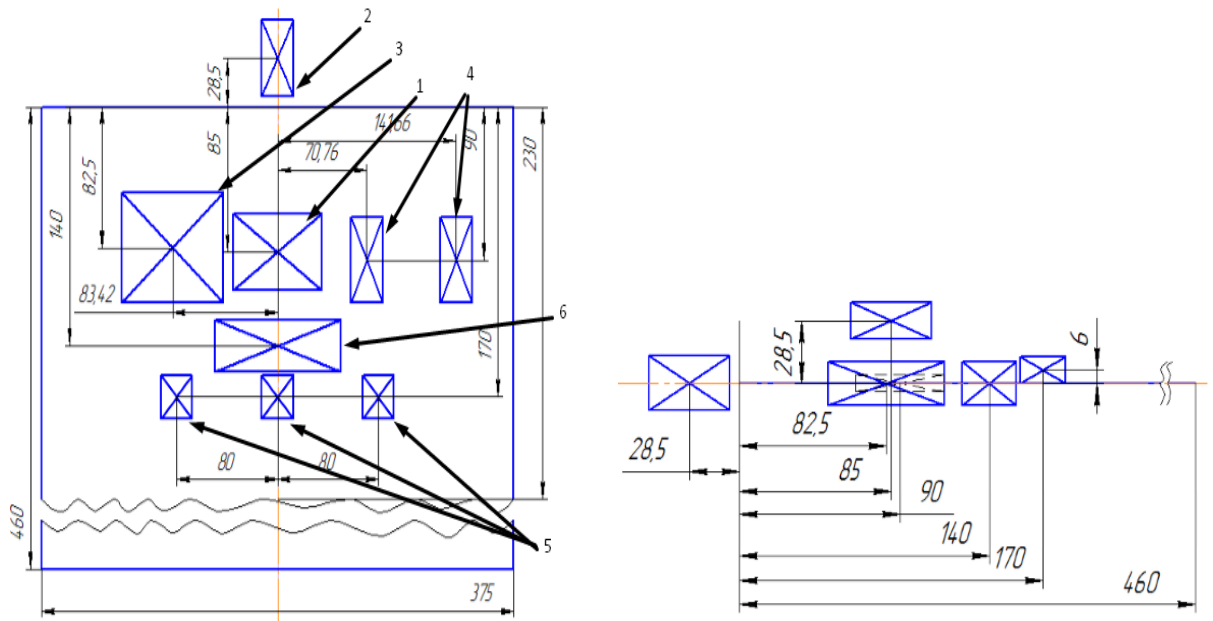


Рисунок 2.22 – Розміщення обладнання на борту БПЛА

Паралельно з проектуванням 3D-моделі формують набір необхідного бортового обладнання. Коригування цього набору (рисунок 2.23) і 3D-моделі відбувається «назустріч» одне одному. Підбір обладнання описано в розділі 5.

Більш детально ознайомитися з можливостями інструментальної бази та її використанням при створенні ескізів можна за посиланням

<https://www.youtube.com/@Sw-tcNet/playlists>

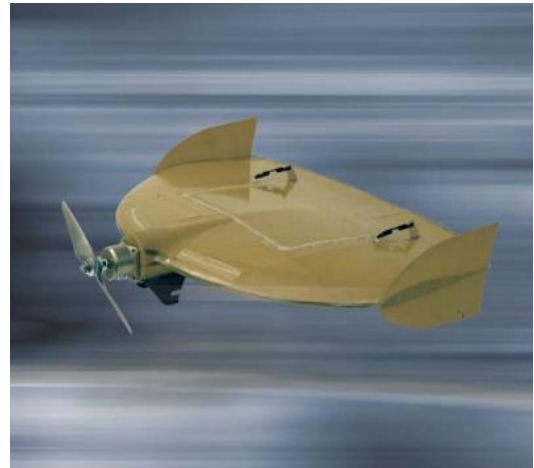
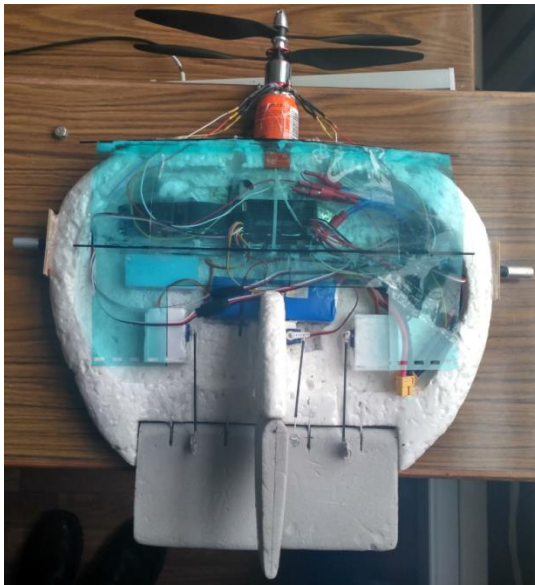


Рисунок 2.23 – Моделі БПЛА

### 2.6.2 Отримання аеродинамічних характеристик МБПЛА

Після визначення масових параметрів 3D-моделі ЛА можна переходити до дослідження її аеродинамічних властивостей, для чого в SolidWorks використовується пакет FlowSimulation (рисунок 2.24).

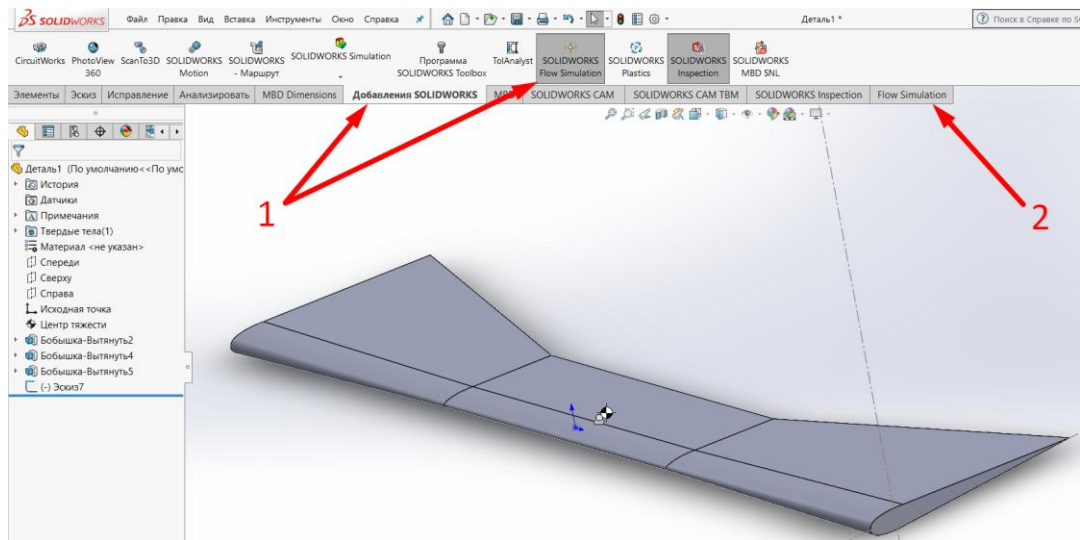


Рисунок 2.24 – Вікно пакета FlowSimulation

У пакеті FlowSimulation (2) вибираємо зліва зверху меню «Майстер проекту» для відкриття стартового вікна налаштувань, у ньому (рисунок 2.25, а) вказуємо назву проекту (дослідження) і додаємо коментарі (1), якщо необхідно, вибираємо 3D-модель, що буде об'єктом дослідження, та ім'я конфігурації

моделі (2) і натискаємо «Далі» (3). Указуємо (рисунок 2.25, б) метричну систему вимірювання SI (1) і натискаємо «Далі» (2).

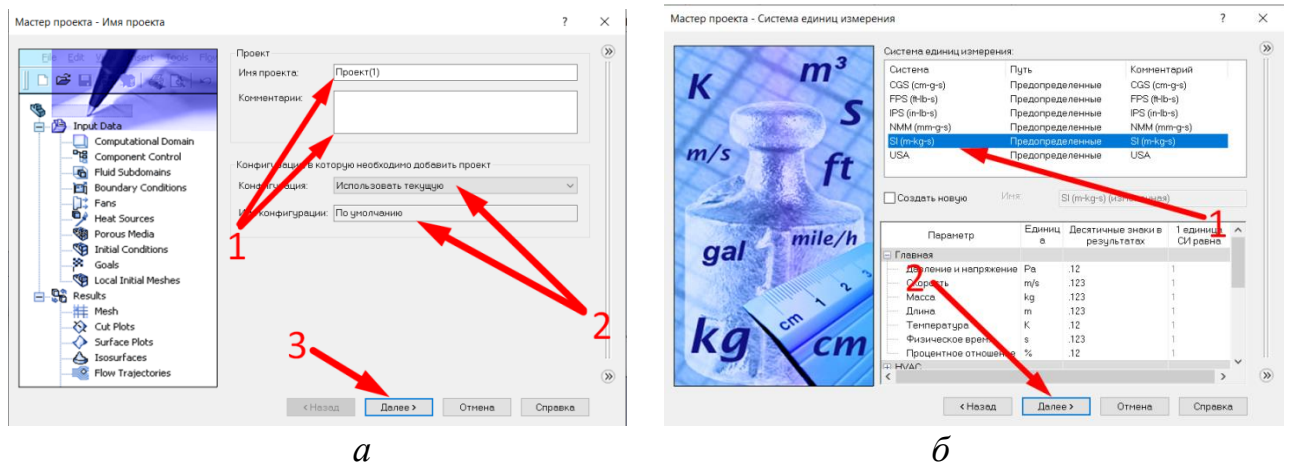


Рисунок 2.25 – Стартовое вікно налаштувань

Визначаємо (рисунок 2.26) тип досліджуваної задачі (потік зовнішній або внутрішній) (1), указуємо всі замкнені поверхні (2). Якщо необхідно, зазначаємо додаткові умови дослідження, наприклад наявність гравітації (3). Якщо це задача сили тяжіння (3), то слід вказати вісь, уздовж якої буде відбуватися дія на об'єкт дослідження.

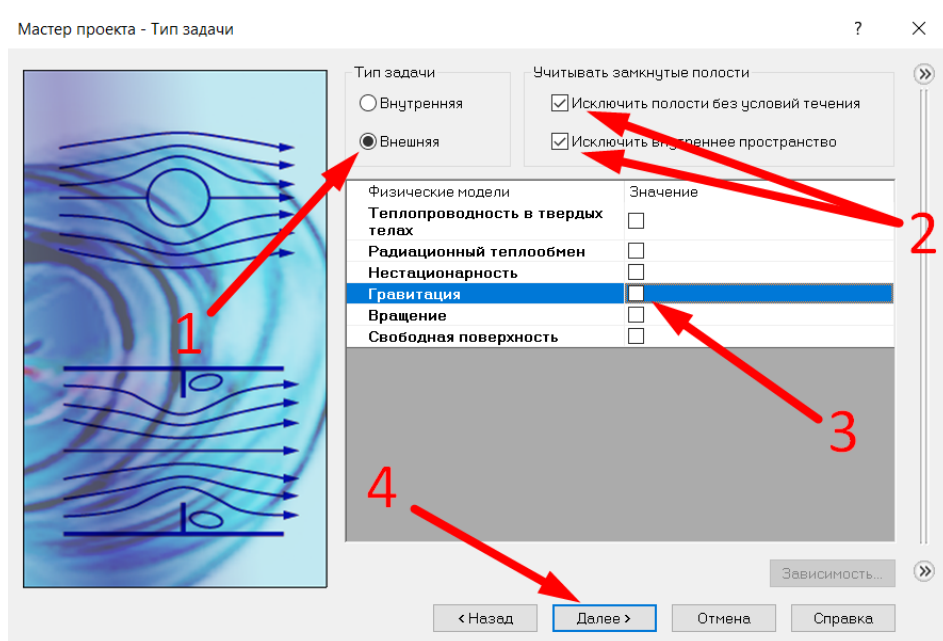


Рисунок 2.26 – Вікно типу задачі

У наступному вікні (рисунок 2.27) необхідно вибрати тип середовища, у якому буде проводитись дослідження. У підрозділі «Гази» вибираємо «Повітря» (1), натискаємо «Додати» (2) і кнопку «Далі» (3).

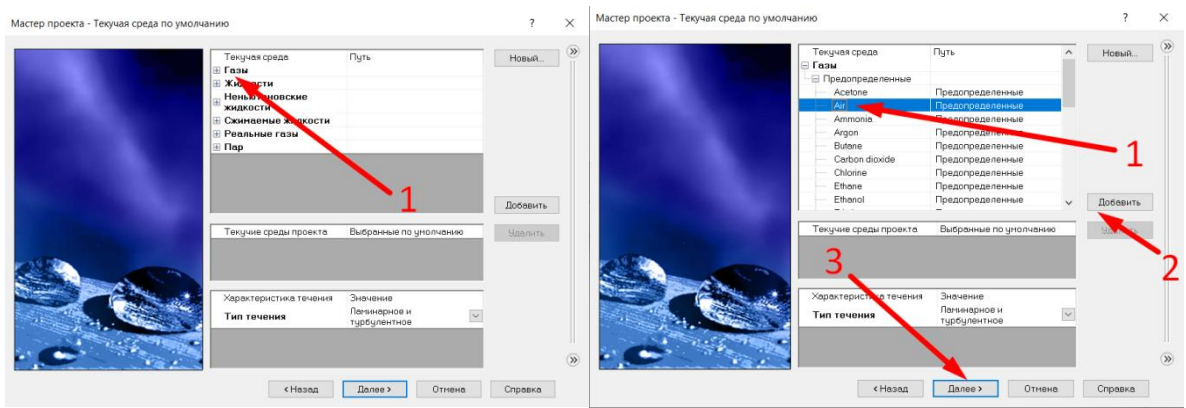


Рисунок 2.27 – Настроювання типу середовища

У вікні настроювання типу поверхні 3D-об'єкта (рисунок 2.28, а) задаємо шорсткість поверхні у мікрометрах (1), якщо вона є відомою (бажано, але не обов'язково), натискаємо «Далі» (2). Задаємо значення фізичних параметрів повітря (середовища) (1): тиск, температуру, напрямок руху повітряного потоку (рисунок 2.28, б). Зміна температури повітря впливає, наприклад, на густину повітря. Повітряний тиск – це умовна висота польоту над рівнем моря. Ці параметри значно впливають на підсумкові результати дослідження! У ТЗ слід звернути увагу на те, на яких висотах, при яких температурах і на яких приблизно швидкостях має працювати ЛА.

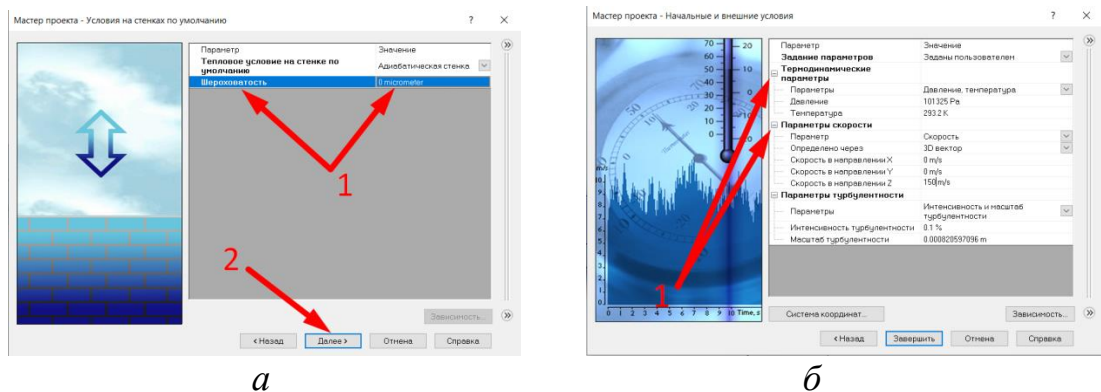


Рисунок 2.28 – Вікно настроювання типу поверхні 3D-об'єкта

Зверніть увагу на орієнтацію системи координат (рисунок 2.29), уздовж осей якої відбуватиметься рух повітря, і на орієнтацію об'єкта дослідження (1). Зі змінням знака швидкості (+ або -) змінюється її напрямок уздовж осі. Систему координат, відносно якої буде проводитись орієнтація потоку повітря, можна змінити (2). Після настроювання натискаємо «Завершити» (3).

В основному вікні SolidWorks (рисунок 2.30) настроюємо межі розрахункової області (1), тобто об'єм, у якому буде середовище (повітря), та об'єкт дослідження (ЛА) у цьому середовищі. Не бажано вибирати цю область

впритул до габаритів 3D-моделі. Уся модель має потрапляти в розрахункову область із певним запасом.

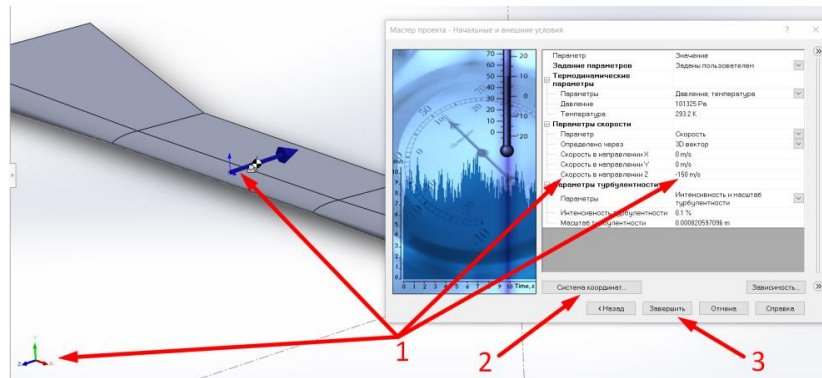


Рисунок 2.29 – Виставлення осей

На вкладці зліва в Дереві проєкту (рисунок 2.30, справа) у вхідних даних для цілей (1) додаємо нові глобальні цілі (2).

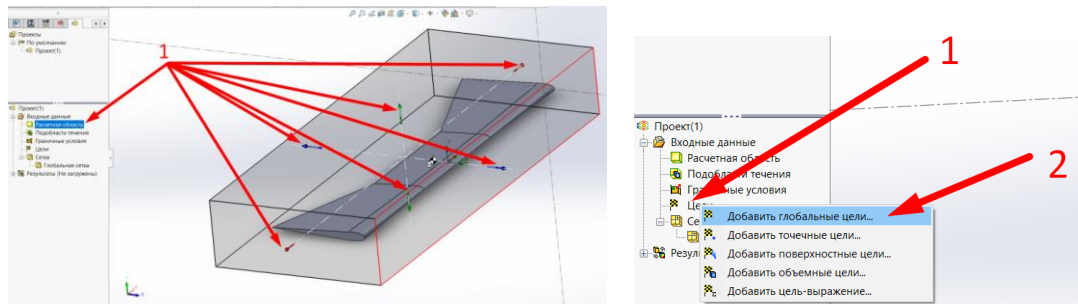


Рисунок 2.30 – Настроювання розрахункової області

Зліва (рисунок 2.31) вибираємо параметри, які необхідно відстежити в

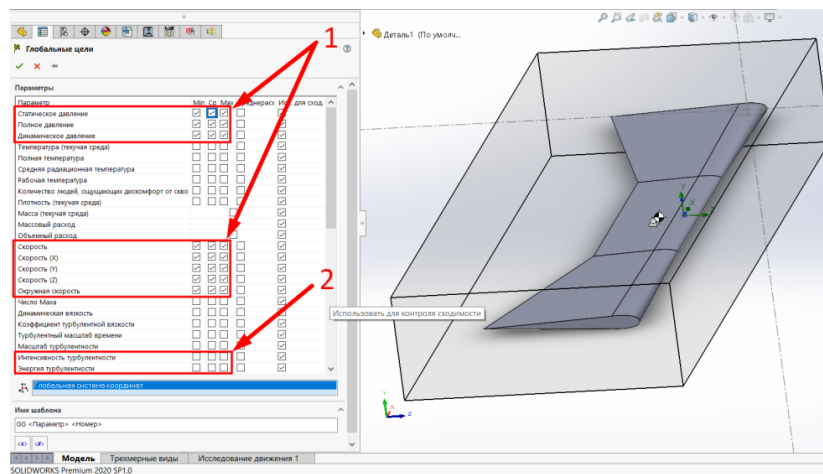


Рисунок 2.31 – Вибір параметрів процесу обтікання

процесі моделювання (1), можна вибрати й додаткові (2). Зверніть увагу, що сили й моменти (1), які необхідно фіксувати, зорієнтовані відносно глобальної системи координат (1). По завершенню натискаємо на галочку зліва «ОК». Далі в Дереві проєкту (рисунок 2.32) вибираємо проєкт (1) і запускаємо його (2).

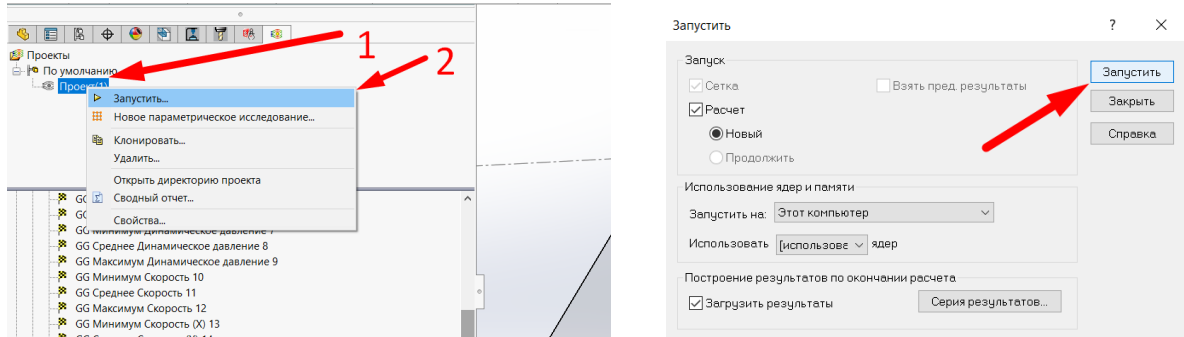


Рисунок 2.32 – Запуск проєкту

Далі (рисунок 2.33, а) вибираємо «Результати» (1) і додаємо їх до відображення в робочому просторі, потім (рисунок 2.33, б) усі поверхні (1) та власне типи відображення (2). Отримаємо результат, який зображено на рисунку 2.34.

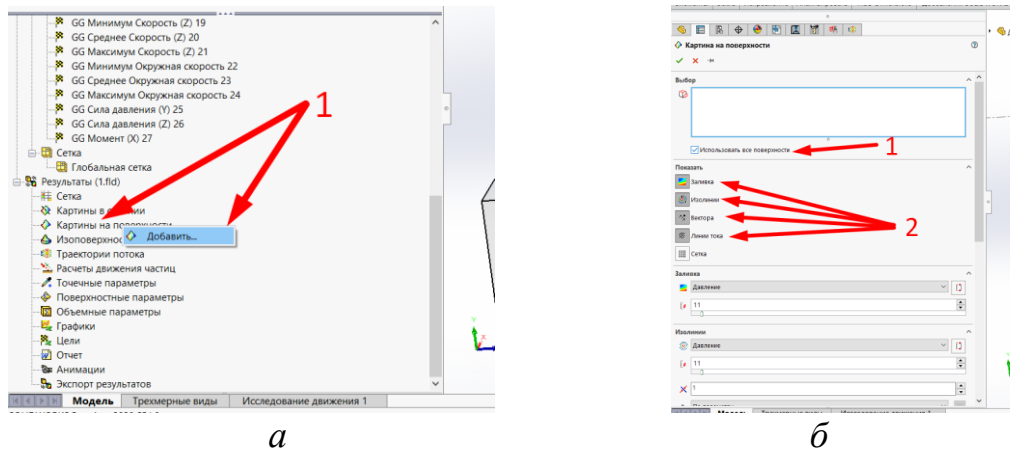


Рисунок 2.33 – Параметри робочого простору

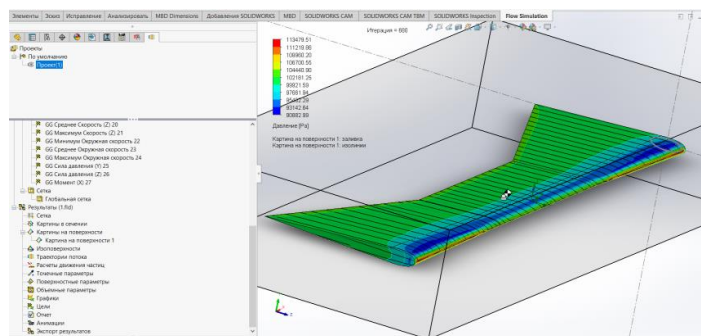


Рисунок 2.34 – Результат проєкту

Приховуємо тимчасово отриманий результат (1), щоб будувати інші об'єкти (рисунк 2.35, а) . Побудуємо (рисунк 2.35, б) траєкторії потоку (1).

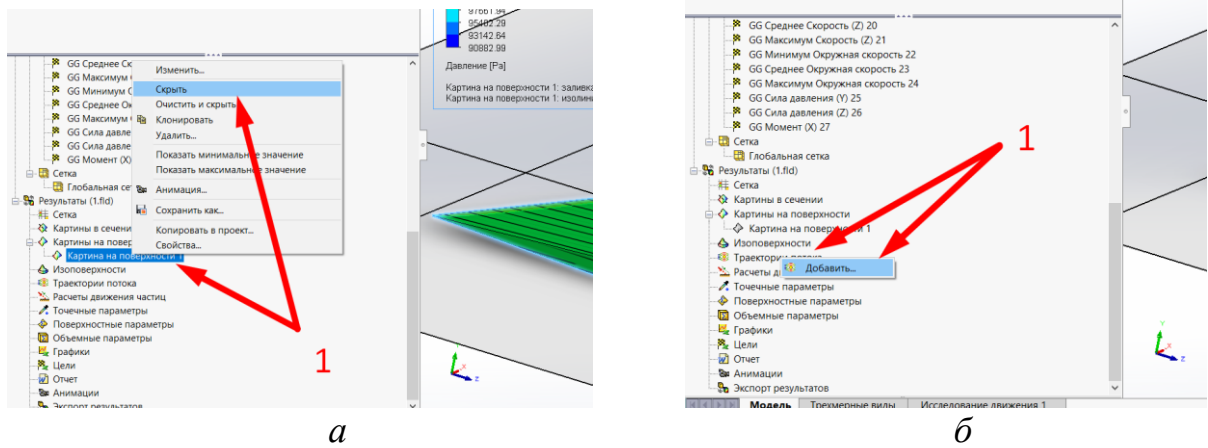


Рисунок 2.35 – Побудова траєкторій потоку

Виберемо всю модель як сукупність стартових точок (1) (рисунк 2.36).

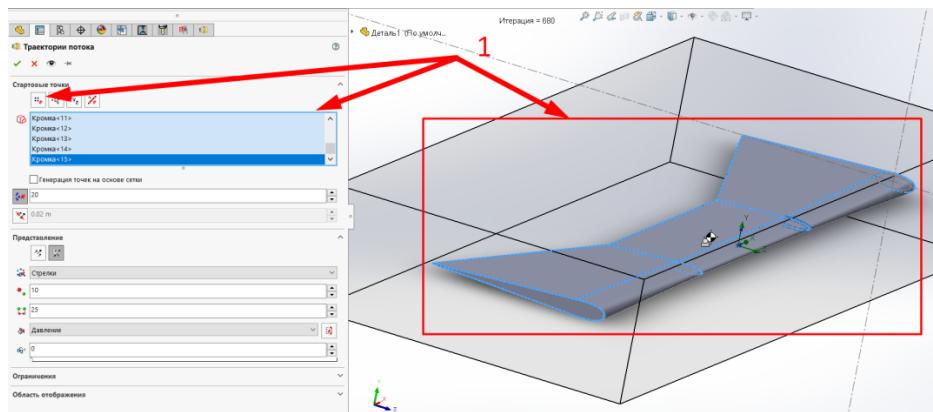


Рисунок 2.36 – Вибір моделі

Траєкторії потоку будуть відображатися зеленим кольором (рисунк 2.37).

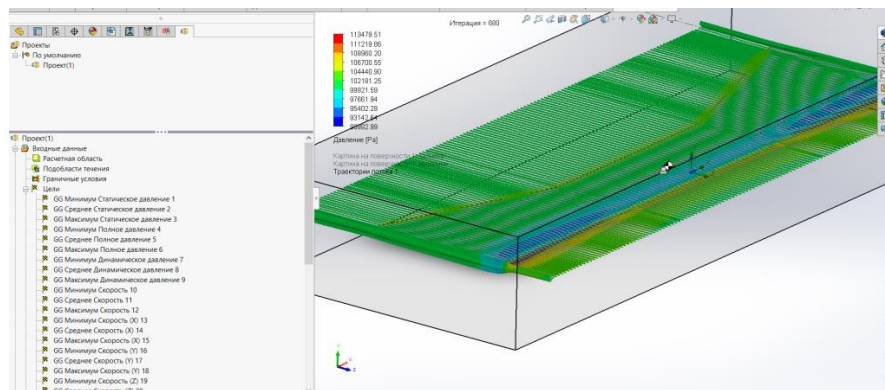


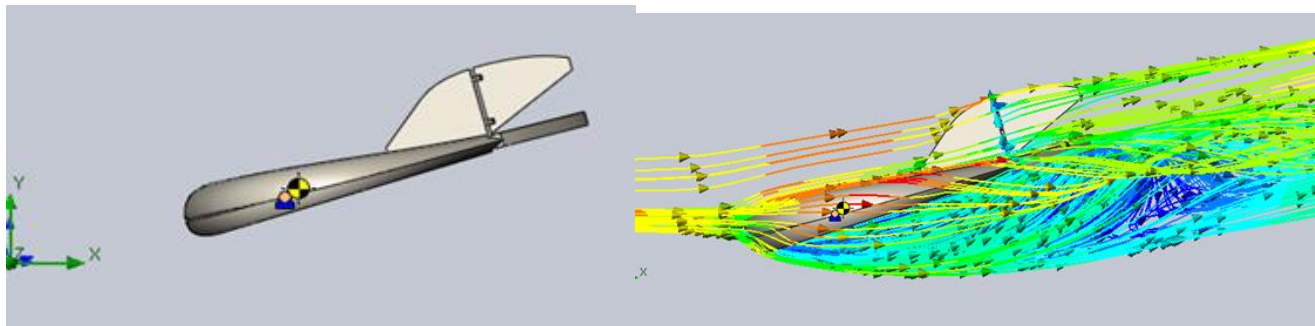
Рисунок 2.37 – Траєкторії потоку



Наведемо приклад дослідження аеродинамічних характеристик МБПЛА «Vertigo» у підпрограмі Flow Simulation середовища SolidWorks [12].

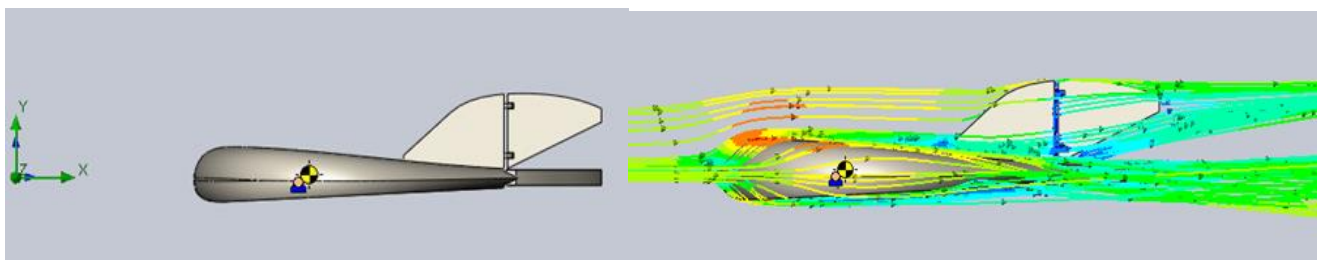
Спочатку створювався ескіз моделі (корпусу та рулів керування), за створеним ескізом будувалася 3D-модель усього БПЛА, симетрична в плані й несиметрична за профілем, а також задавався матеріал моделі. Після отримання 3D-моделі було виконано розрахунок аеродинаміки з урахуванням заданих значень температури й тиску середовища, швидкості потоку повітря, а також шорсткості поверхні БПЛА.

Для отримання аеродинамічних характеристик 3D-модель змінювалася в просторі із заданими кутами атаки:  $-5^\circ$ ,  $-10^\circ$ ,  $-15^\circ$ ,  $-20^\circ$ ,  $0^\circ$ ,  $5^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $40^\circ$ ,  $50^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $70^\circ$ ,  $80^\circ$ ,  $90^\circ$ . Показано положення моделі за кутами  $-15^\circ$ ,  $0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $90^\circ$ , відповідні течії потоку повітря та значення аеродинамічних сил (рисунки 2.38 – 2.41).



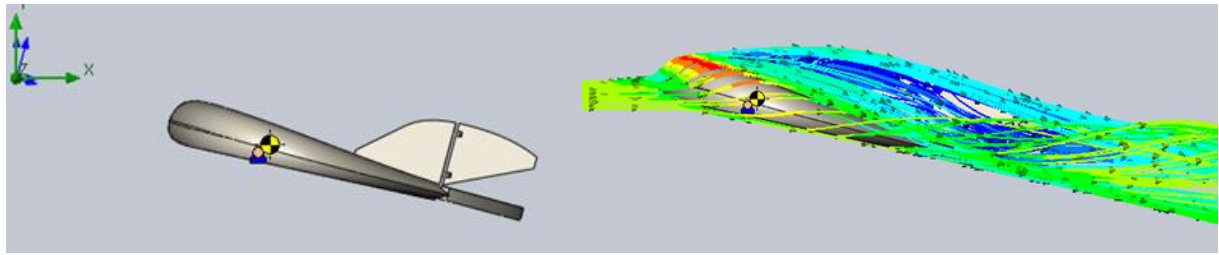
Goal Name	Unit	Value	Averaged Value	Minimum Value	Maximum Value	Progress [%]	Use In Convergence	Delta	Criteria
SG Normal Force (X) 1	[N]	18.45073842	18.48740319	18.37642878	18.60958675	100	Yes	0.147033782	0.329657531
SG Normal Force (Y) 1	[N]	-27.14153606	-27.33836323	-27.67499701	-26.99431853	100	Yes	0.680678481	0.713462208
SG Torque (Z) 1	[N*m]	-7.036319332	-7.098540113	-7.192560194	-7.009677106	100	Yes	0.160249253	0.164157393

Рисунок 2.38 – Потік повітря та аеродинамічні сили при  $\alpha = -15^\circ$



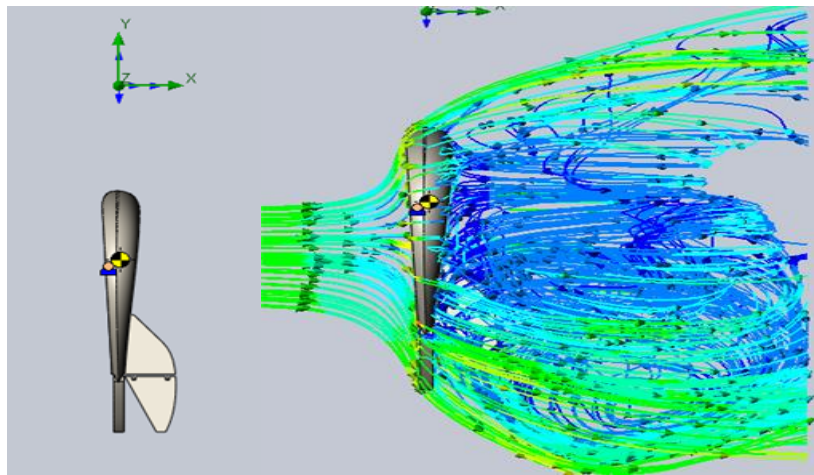
Goal Name	Unit	Value	Averaged Value	Minimum Value	Maximum Value	Progress [%]	Use In Convergence	Delta	Criteria
SG Normal Force (X) 1	[N]	4.1688402	4.171272484	4.115304408	4.218851042	100	Yes	0.035625522	0.21743256
SG Normal Force (Y) 1	[N]	2.096052539	2.244512142	2.071516564	2.47263322	100	Yes	0.091026236	0.098704785
SG Torque (Z) 1	[N*m]	0.41699618	0.460939564	0.408198636	0.528974123	100	Yes	0.021581377	0.022586769

Рисунок 2.39 – Потік повітря та аеродинамічні сили при  $\alpha = 0^\circ$



Goal Name	Unit	Value	Averaged Value	Minimum Value	Maximum Value	Progress (%)	Use In Convergence	Delta	Criteria
SG Normal Force (X) 1	[N]	12.55930625	12.56046831	12.41699323	12.64229393	100	Yes	0.20908327	0.450519294
SG Normal Force (Y) 1	[N]	42.06336471	41.80068404	41.15722234	42.06903674	100	Yes	0.575282799	0.607918635
SG Torque (Z) 1	[N*m]	8.869721567	8.851206975	8.729842838	8.910806076	100	Yes	0.121135521	0.185299912

Рисунок 2.40 – Потік повітря та аеродинамічні сили при  $\alpha = 15^\circ$



Goal Name	Unit	Value	Averaged Value	Minimum Value	Maximum Value	Progress (%)	Use In Convergence	Delta	Criteria
SG Normal Force (X) 1	[N]	279.5675074	281.1613095	275.0559163	286.5923118	100	Yes	3.013948808	3.125317925
SG Normal Force (Y) 1	[N]	18.42017116	18.26045397	16.39797001	19.83517299	100	Yes	0.471593038	1.244399693
SG Torque (Z) 1	[N*m]	71.48602602	71.82499972	70.34609899	73.19520449	100	Yes	0.831311731	0.900333513

Рисунок 2.41 – Потік повітря та аеродинамічні сили при  $\alpha = 90^\circ$

Потім визначаються аеродинамічні коефіцієнти сили лобового опору та піднімальної сили:

$$C_X = \frac{X}{\frac{\rho V^2}{2} S} ; C_Y = \frac{Y}{\frac{\rho V^2}{2} S} ,$$

де  $X$ ,  $Y$  – сила лобового опору; піднімальна сила;  $\rho$  – густина повітря,  $\rho = 1,2 \text{ кг/м}^3$ ;  $V$  – швидкість потоку,  $V = 50 \text{ м/с}$ ;  $S$  – площа поверхні БПЛА,  $S = 0,171135 \text{ м}^2$ .

Графіки отриманих залежностей коефіцієнтів піднімальної сили ( $C_Y$ ) і сили лобового опору ( $C_X$ ) від кутів атаки зображено на рисунку 2.42.

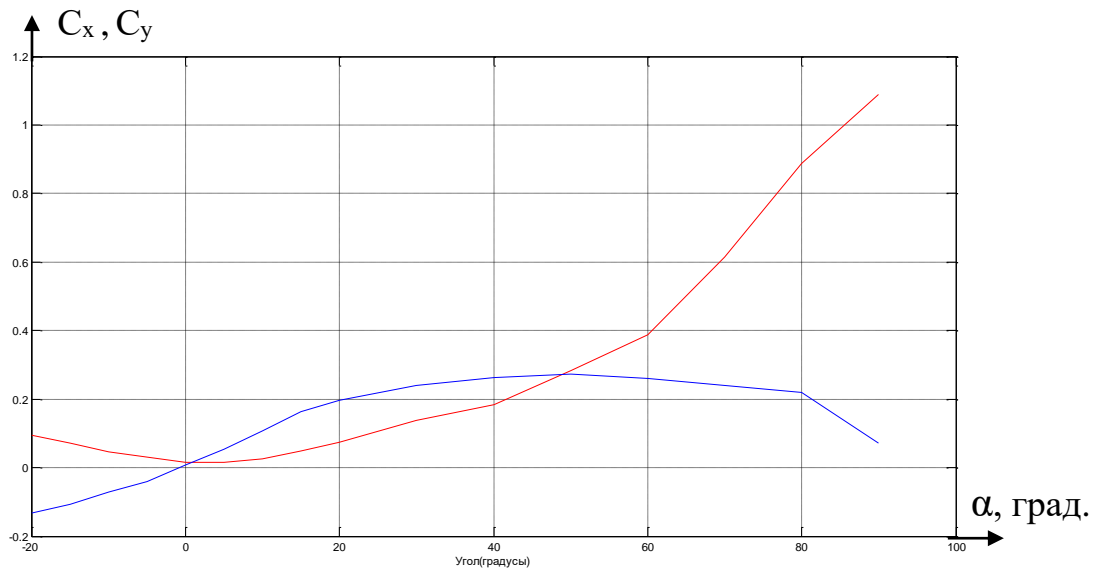


Рисунок 2.42 – Графіки залежності коефіцієнтів лобового опору (червоний) і піднімальної сили (синій) від кута атаки

Проаналізувавши розраховані й отримані дані, можна сказати, що зрив потоку відбувається тоді, коли кут атаки БПЛА в повітряному просторі перевищує  $+50^\circ$ , а саме з передньої кромки крила, що можна побачити на зображеннях і графіках.

Отримані аеродинамічні коефіцієнти у першому наближенні відображають аеродинамічні властивості моделі МБПЛА, ефективність рульових поверхонь під час поздовжнього руху.

### 3 МЕТОДИ ТА ЕТАПИ МОДЕЛЮВАННЯ

*Моделлю* називають подання об'єкта, системи або поняття в деякій абстрактній формі, що є зручною для наукового дослідження.

Методи подібності й моделювання під час конструювання ЛА почали використовувати наприкінці ХІХ – початку ХХ ст. Першою людиною, яка помістила модель літального апарата у штучний потік повітря, тобто створила аеродинамічну трубу (1871 р.), був Франсіс Герберт Венхем, член-засновник Співки з аеронавтики Великої Британії. У першому десятилітті ХХ ст. аеродинамічні труби були побудовані майже в усіх країнах. Серед творців були Стентон у Великій Британії, Г. Ейфель у Франції, Л. Прандтль у Німеччині, М. Жуковський та І. Рябушинський у Росії [13].

### 3.1 Способи побудови моделей

Існують два способи побудови моделей. Перший спосіб полягає в такому: шляхом ретельного вивчення системи визначають закони функціонування системи, що потім відтворюються за допомогою моделі, а поведження системи досліджують на моделі. Параметри моделі  $P$  у цьому випадку пов'язані з реальними процесами, що відбуваються в системі, і мають фізичну інтерпретацію. Тому моделі такого типу називають *фізичними* моделями.

Застосовуючи другий спосіб, дослідники без будь-якого фізичного обґрунтування припускають вид залежності  $F$ , невідомі параметри якої  $P$  потім відшуковують за даними спостережень – за змінними системи  $X, Y$ . Параметри  $P$  у цьому випадку не пов'язані з фізикою реальних процесів, що відбуваються в системі, або, точніше, цей зв'язок досліднику є невідомим. Тому моделі такого типу називають *нефізичними* моделями. У літературі використовуються також терміни «сірий ящик» і «чорний ящик», які є еквівалентними термінам «фізична модель» і «нефізична модель». Для фізичної моделі закони функціонування системи є відомими, тому ящик є прозорим, сірим. Для нефізичної моделі суть системи є прихованою, потайною, тобто ящик є чорним.

### 3.2 Класифікація моделей

За змінністю вихідної величини моделі поділяють на статичні, якщо вихідна величина  $Y$  не змінюється з часом, і динамічні, якщо величина  $Y$  змінюється з часом. Динамічні моделі поділяють на неперервні, якщо величина  $Y$  змінюється неперервно, і дискретні, якщо величина  $Y$  змінюється в деякі особливі моменти часу, а в інші моменти часу є незмінною. Дискретні системи поділяють на детерміновані, якщо змінення величини  $Y$  в особливі моменти часу є цілком передбачуваним, і стохастичні, якщо змінення величини  $Y$  є відомим з деякою імовірністю.

За способом подання залежності вихідних змінних моделі від вхідних її змінних розрізняють алгебраїчні, диференціальні, аналітичні, імітаційні та багато інших. Наприклад, диференціальна модель описується системою диференціальних рівнянь, імітаційна – алгоритмом імітації.

### 3.3 Задачі моделювання

Однакові об'єкти залежно від мети й завдань дослідження можуть мати різні моделі. Під час моделювання розв'язуються задачі моделювання, керування, ідентифікації, оптимізації, прогнозування.

Задача моделювання (або пряма задача) полягає у відшуванні значень вихідних змінних  $Y$  при відомих значеннях вхідних змінних  $X$ , відомій моделі  $F$  і визначених параметрах  $P$  (рисунок 3.1). Задача керування (або обернена задача) полягає у відшуванні таких значень вхідних змінних  $X$ , що забезпечують задані значення вихідних змінних  $Y$  при відомій моделі  $F$  і фіксованих значеннях параметрів  $P$ .



Рисунок 3.1 – Методи моделювання

У формулюванні задачі ідентифікації відомими є множина вхідних змінних  $X$ , множина вихідних змінних  $Y$  і множина моделей  $F$ . Потрібно визначити єдину модель  $f$  з множини запропонованих моделей  $F$  та її параметри  $P$ , що при вхідних значеннях  $X$  забезпечують вихідні значення  $Y$ .

У постановці задачі оптимізації відомими є модель  $F$ , множина можливих вхідних значень  $X$  і критерій оптимізації  $K$ , а дослідник має знайти значення вхідних змінних  $X$ , параметрів  $P$  і вихідних змінних  $Y$ , що задовольняють заданому критерію оптимізації  $K$ .

Задача прогнозування формулюється так: при відомих вхідних і вихідних значеннях моделі  $X_t$ ,  $Y_t$  до моменту часу  $t$  і заданому часі прогнозування  $T$  визначити модель  $F$  та її параметри  $P$ , що забезпечують найліпший прогноз  $Y_{t+T}$ .

### 3.4 Процес моделювання

Процес моделювання складається з кількох етапів (рисунок 3.2).

На *першому етапі* дослідник визначає мету й завдання моделювання.

## ПРОЦЕС МОДЕЛЮВАННЯ



Рисунок 3.2 – Процес моделювання

Виходячи з мети й завдань на *другому етапі* моделювання, дослідник починає вербальний опис системи. Опис набору змінних моделі разом із описом структури системи та формулюванням мети й завдань дослідження становить концептуальну модель системи. Виходячи з концептуальної моделі системи та з огляду на вибір інструментальних засобів, дослідник вибирає теоретичну базу, на основі якої буде побудовано модель системи. Вибравши теоретичну базу моделювання, дослідник має описати систему, що розглядається, вибраними елементами формального опису й визначити для них усі необхідні параметри. Формальне подання системи має вигляд схеми, у якій указано зв'язки між елементами системи та зв'язки із зовнішнім середовищем, а також параметри елементів системи. Формально модель містить інформацію про те, яким чином будуть знайдені вихідні змінні моделі внаслідок моделювання. Наприклад, якщо як теоретичну базу моделювання вибрано засоби мереж масового обслуговування, то формальна модель подається у вигляді мережі масового обслуговування, складеної за умовою задачі, з наведенням числових значень вхідних змінних і параметрів, а також формули розрахунку вихідних змінних моделі, що є метою моделювання.

На *третьому етапі* дослідник починає створювати модель. Спочатку виконується реалізація моделі за допомогою вибраного програмного забезпечення. Потім виконується верифікація моделі, тобто перевірка алгоритму моделювання на відповідність задуму моделювання. Наприклад, змінюють значення вхідних змінних і спостерігають, як модель реагує на такі зміни. Якщо реакція моделі відповідає логіці її функціонування, то модель вважається правильною. Завершується створення моделі перевіркою адекватності моделі, що полягає в порівнянні значень вихідних змінних модельованого об'єкта й моделі при однакових значеннях вхідних змінних. Очевидно, що таку перевірку можна здійснити тоді, коли є відомими деякі значення вхідних і вихідних змінних досліджуваного об'єкта.

*Четвертий етап* – це дослідження моделі. Результати моделювання стають корисними, якщо проведено змістовне дослідження моделі відповідно до мети моделювання. Експерименти, що проводяться з моделлю, мають бути спочатку сплановані, потім – проведені, а наприкінці – статистично оброблені.

Аналіз результатів моделювання полягає в оцінюванні точності результатів моделювання, їх стійкості та чутливості.

Формування висновків і пропозицій – *завершальний етап* моделювання, на якому підбивають підсумки й визначають можливі напрямки подальшого дослідження об'єкта моделювання.

## **4 РОЗРОБЛЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ РУХУ МБПЛА**

Математична модель (ММ) БПЛА як об'єкта керування – основа для опису й дослідження процесів у контурах систем керування, синтезу й аналізу підсистем, що входять до складу цих контурів [14].

На формування ММ впливають такі фактори:

- вигляд механічної моделі БПЛА (тверде тіло, система тіл, змінність маси, геометрія, пружність тощо);
- вид навколишньої атмосфери (збурена);
- вид моделі атмосфери (стандартна, спрощена);
- з урахуванням або без урахування обертання Землі;
- з урахуванням моделі силової установки (інерційність від двигунів);
- вибрана система координат;
- послідовність поворотів при формуванні матриць напрямних косинусів;
- вид і закони змінення сили тяги;
- вид і закони змінення збурень;

- вигляд траєкторії або режим руху ЛА (набір висоти, горизонтальний політ, заходження на посадку тощо);

- вид руху БПЛА (поздовжній, бічний, ізольований тощо).

Повнота і точність розроблюваної моделі, що залежать від призначення і характеристик того або іншого ЛА, свідчать про її адекватність, тобто відповідність моделі розв'язуваної задачі. Наприклад, для моделювання горизонтального польоту немає необхідності у створенні повної нелінійної моделі, а ось аналіз динаміки й роботи систем ЛА при заходженні на посадку потребує розроблення практично повної нелінійної та нестационарної моделі його руху, а для вивчення проблем флатера або згинальних коливань конструкції необхідним є розроблення пружної моделі окремих частин або ЛА в цілому.

Математичну модель створюють для опису певної групи властивостей реального складного об'єкта керування, тому один і той же ЛА може бути поданий за допомогою різних математичних моделей залежно від мети дослідження, режимів польоту й діапазонів вимірювання параметрів стану, впливу аеропружності й змінення маси в польоті, а також від того, наскільки широкими є частотні спектри збурних впливів і сигналів керування в аналізованих контурах.

Незважаючи на складність математичних моделей ЛА як об'єктів керування, найпростіші моделі є наочнішими і якнайкраще розкривають основні закономірності й фізичну суть процесів керування. Отже, відповідно до комплексного підходу до моделювання поряд зі складними моделями розглядатимемо й найпростіші мате-матичні моделі різних типів БПЛА та їх систем керування.

#### 4.1 Векторні рівняння просторового руху

Під час вивчення руху будь-якого матеріального об'єкта, зокрема ЛА, необхідно насамперед указати систему відліку, відносно якої спостерігається рух.

З теоретичної механіки відомо, що жорсткий ЛА (тверде тіло) має шість ступенів свободи:

- три ступені належать до поступального руху: уперед-назад, уверх-униз, управо-уліво;

- три ступені належать до обертального руху навколо трьох будівельних осей.

Рух ЛА підпорядковується законам збереження кількості руху й моменту кількості руху, його можна описати векторними рівняннями

$$\frac{d\bar{Q}}{dt} = \bar{F}; \quad \frac{d\bar{K}}{dt} = \bar{M}, \quad (4.1)$$



де  $\bar{Q} = m \times \bar{V}_0$  і  $\bar{K} = m\bar{r} \times \bar{V}_0$  – вектори кількості руху й моменту кількості руху ЛА;  $\bar{F}$  і  $\bar{M}$  – головні (рівнодійні) вектори всіх зовнішніх сил та їх моментів, що діють на ЛА.

#### 4.1.1 Поступальний рух

Нехай ЛА має масу  $m$  і здійснює поступальний рух з абсолютною швидкістю, а положення центра мас (ц.м.) ЛА відносно деякої системи відліку визначається вектором. Тоді поступальний рух ЛА описується такими рівняннями:

- **рівняння динаміки** – закон збереження кількості руху

$$m \frac{d\bar{V}_0}{dt} = \bar{F}, \quad (4.2)$$

або рівняння сил;

- **рівняння кінематики**

$$\frac{d\bar{r}}{dt} = \bar{V}_0. \quad (4.3)$$

#### 4.1.2 Обертальний рух

Якщо ЛА здійснює обертальний рух із кутовою швидкістю  $\bar{\Omega}$  навколо деякої точки, яку називають полюсом (далі будемо припускати, що полюс збігається з ц.м.), то такий рух характеризується моментом кількості руху (або кінетичним моментом)  $\bar{K} = m\bar{r} \times \bar{V}_0$  відносно полюса, і його можна описати такими рівняннями:

- **рівняння динаміки** – закон збереження моменту кількості руху

$$J \frac{d\bar{K}}{dt} = \bar{M}; \quad (4.4)$$

- **рівняння кінематики**

$$\frac{d\bar{\varepsilon}}{dt} = \bar{\Omega}, \quad (4.5)$$

де  $\bar{\varepsilon}$  – кутове положення ЛА відносно деякої системи відліку.

Якщо система відліку, у якій рух ЛА описується рівняннями (4.1)–(4.5), обертається з кутовою швидкістю  $\bar{\Omega}$ , то відповідно до законів механіки замість (4.2)–(4.4) слід записати

$$\dot{\bar{Q}} + \bar{\Omega} \times \bar{Q} = \bar{F}, \quad (4.6)$$

$$\dot{\bar{r}} + \bar{\Omega} \times \bar{r} = \bar{V}_0, \quad (4.7)$$

$$\dot{\bar{K}} + \bar{\Omega} \times \bar{K} = \bar{M}, \quad (4.8)$$

де точкою над векторами позначено операцію відносного диференціювання відповідних векторів у системі відліку, що обертається.

У практичних дослідженнях векторні рівняння руху (4.2)–(4.8) замінюють еквівалентною системою диференціальних рівнянь, які є проєкціями цих рівнянь на осі вибраної системи координат.

## 4.2 Системи координат

**Нормальна земна** система координат (НЗСК)  $O_0X_gY_gZ_g$  – права прямокутна декартова система координат, початок  $O_0$  якої зафіксовано відносно поверхні Землі і вісь  $O_0Y_g$  якої напрямлена вздовж місцевої вертикалі (протилежно до напрямку сили тяжіння в точці  $O_0$ ), а напрямки осей  $O_0X_g$ ,  $O_0Z_g$  вибирається відповідно до поставленого завдання.

Скрізь, де немає спеціальних обмежень, вісь  $O_0X_g$  уважається паралельною до меридіана, що проходить через точку  $O_0$ , і є напрямленою на північ. Ця система координат є неінерційною й обертається разом із Землею.

Траєкторію БПЛА, його прискорення, швидкість і переміщення визначають зазвичай у нормальній земній системі відліку.

Для запису векторних рівнянь руху на проєкціях використовуються рухомі системи координат, початок яких умовно збігається з центром мас ЛА. Для таких систем координат необхідно задати опорний напрямок та основну площину відносно системи відліку (наприклад, земної поверхні).

### Рухомі системи координат

**Нормальна** система координат (НСК)  $OX_gY_gZ_g$  – рухома система координат (початок  $O$  збігається з центром мас ЛА), у якій вісь  $OY_g$  напрямлена вгору по місцевій вертикалі. Напрямки осей  $OX_g$ ,  $OZ_g$  вибирають відповідно до завдання, площина  $X_gOZ_g$  є паралельною до площини місцевого горизонту. Дуже часто напрямки осей  $OX_g$  вибирають на північ, а осі  $OZ_g$  – на схід.

**Зв'язаною** системою координат (ЗвСК)  $OXYZ$  називають рухому систему координат з початком у центрі мас ЛА: вісь  $OX$  напрямлена по поздовжній осі вперед, вісь  $OY$  є перпендикулярною до осі  $OX$  і лежить у площині симетрії ЛА, а вісь  $OZ$  є перпендикулярною до площини симетрії ЛА  $XOY$  й утворює з першими двома осями праву систему координат (рисунок 4.1).

Зазвичай осі ЗвСК збігаються з головними осями інерції ЛА, тому рівняння моментів у зв'язаній системі координат мають найпростіший вигляд. Відносно положення зв'язаної та НСК (див. рисунок 4.1) визначається кутами  $\psi$ ,  $\vartheta$ ,  $\gamma$ .

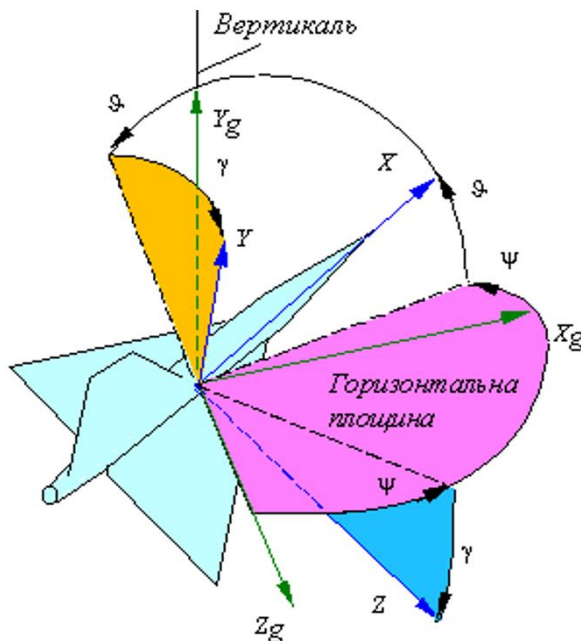


Рисунок 4.1 – Нормальна і зв'язана системи координат

**Швидкісною** системою координат (ШвСК)  $OX_aY_aZ_a$  називають рухому систему координат, початок якої знаходиться в центрі мас ЛА, швидкісна вісь  $OX_a$  напрямлена вздовж вектора повітряної швидкості  $\bar{V}$ , вісь піднімальної сили  $OY_a$  напрямлена вгору перпендикулярно до осі  $OX_a$  і лежить у площині симетрії, а вісь  $OZ_a$  є перпендикулярною до площини  $X_aOY_a$  та утворює з першими двома осями праву систему координат. Ця система використовується в основному для визначення аеродинамічних сил, що діють на ЛА. Відносно положення ШвСК і НСК визначається швидкісними кутами  $\psi_a$ ,  $\vartheta_a$  і  $\gamma_a$  (рисунок 4.2), а ШвСК і ЗвСК – аеродинамічними кутами  $\alpha$  і  $\beta$  (рисунок 4.3).

**Траєкторна** система координат (ТрСК)  $OX_kY_kZ_k$  (рисунок 4.4). Вісь  $OX_k$  збігається з напрямком земної швидкості  $\bar{V}_k$  літака. Вісь  $OY_k$  лежить у вертикальній площині, яка проходить через вісь  $OX_k$  і напрямлена вгору від

поверхні Землі. Вісь  $OZ_K$  разом з осями  $OX_K$  і  $OY_K$  утворює праву систему координат. ТрСК відносно НСК повернута на кути  $\Psi$  і  $\theta$ .

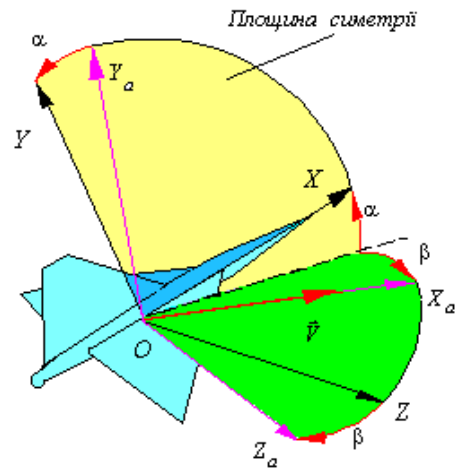
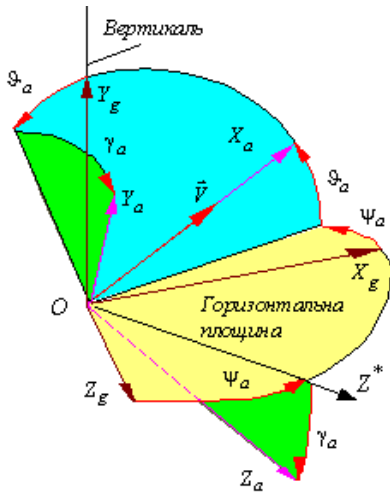


Рисунок 4.2 – Положення ШВСК і НСК    Рисунок 4.3 – Аеродинамічні кути

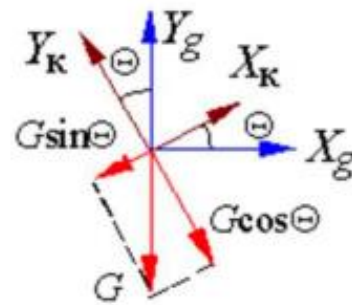
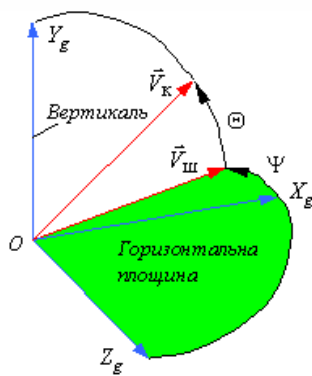


Рисунок 4.4 – Траекторна система координат

На рисунку 4.5 зображено взаємне кутове положення основних СК.

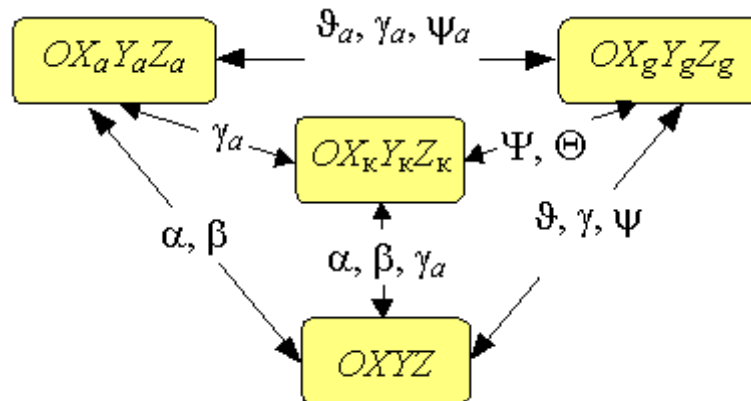


Рисунок 4.5 – Взаємне кутове положення систем координат

### 4.3 Сили й моменти, що діють на БПЛА

На ЛА в польоті діють зовнішні сили й моменти, які є складними функціями параметрів руху, форми та розмірів ЛА.

Крім того, сам ЛА є складною динамічною системою, що складається з великої кількості окремих тіл. Останні можуть мати як «тверді», так і пружні відносні переміщення (відхилення органів керування, обертання гвинта або роторів двигуна, деформації частин ЛА тощо).

Проте математична модель ЛА як абсолютно твердого тіла (модель жорсткого ЛА) є основною моделлю в динаміці польоту. Завдяки правильному вибору системи координат спрощується математичний опис руху ЛА як об'єкта керування.

Основними силами, що діють на БПЛА, є сила ваги  $G$ , сила тяги двигунів  $P$  і результівний вектор аеродинамічних сил  $R_a$ , що створюють моменти як похідні зазначених сил навколо центра мас ЛА. Зовнішні дії (атмосфера) замінюються вектором збурювальних сил  $F^{зб}$ , що, своєю чергою, створює моменти навколо будівельних осей ЛА.

Результівна сила визначається формулою

$$F = G + P + R_a + F^{зб}. \quad (4.9)$$

**Сила ваги** (тяжіння) ЛА  $G = m\bar{g}$  може змінюватися через змінення двох факторів: маси ЛА; прискорення вільного падіння або гравітаційного прискорення.

Маса ЛА змінюється через витрату палива або скидання вантажу (озброєння) і враховується простими математичними залежностями за відомими програмами або характеристиками двигуна.

Силу ваги зручно задавати в НСК, оскільки за означенням ця сила напрямлена вздовж місцевої вертикалі:

$$[G]_H^T = [0, -mg, 0], \quad (4.10)$$

де  $g$  – прискорення вільного падіння.

**Сила тяги двигунів** силової установки

$$\bar{P} = \sum_{i=1}^N \bar{P}_i, \quad (4.11)$$

де  $\bar{P}_i$  – вектор сили тяги  $i$ -го двигуна;  $N$  – кількість джерел тяги силової установки.

Величини  $\bar{P}_i$  визначаються математичними моделями двигунів силової установки:

$$P_i = P_i(M, H_B, V, T, \delta_{Pj}, \dots). \quad (4.12)$$

Тут  $M$  – число Маха;  $H_B$  – барометрична висота польоту;  $T$  – температура навколишнього (або зовнішнього) повітря;  $\delta_{Pj}$  – відхилення виконавчого механізму автомата тяги  $j$ -го двигуна.

Сила тяги двигуна зазвичай діє в площині симетрії ЛА і задається в ЗвСК у загальному випадку так:

$$[P]_{3\theta}^T = P[\cos \phi_T, \sin \phi_T, 0], \quad (4.13)$$

де  $\phi_T$  – кут між поздовжньою віссю та вектором тяги, але частіше в такому вигляді:

$$[P]_{3\theta}^T = [P, 0, 0]. \quad (4.14)$$

**Аеродинамічні сили та їх коефіцієнти.** На ЛА в польоті діють аеродинамічні сили, що породжуються обтіканням зовнішніх частин повітряним потоком. Результівний вектор аеродинамічних сил  $R_a$ , прикладений у точці під назвою «фокус» або «центр тиску (ц.т.)», може бути розкладений на такі сили вздовж осей ШвСК або ЗвСК: сила лобового опору  $X_a$  або  $X$ , піднімальна  $Y_a$  або нормальна  $Y$  сила, бічна  $Z_a$  або поперечна  $Z$  сила.

До аеродинамічних характеристик ЛА також відносять:

- 1) коефіцієнти аеродинамічних сил  $C_{Xa}, C_{Ya}, C_{Za}, (C_X, C_Y, C_Z)$  ;
- 2) коефіцієнти аеродинамічних моментів  $m_X, m_Y, m_Z$ ;
- 3) похідні коефіцієнтів аеродинамічних сил за різними параметрами  $C_{Xa}^\alpha, C_{Xa}^\beta, C_{Xa}^{\gamma c}, \dots, C_{Za}^{\gamma c}$ ;
- 4) похідні коефіцієнтів аеродинамічних моментів за різними параметрами  $m_X^\beta, m_Y^{\omega X}, m_Z^{\omega Z}, \dots$ ;
- 5) аеродинамічні коефіцієнти для окремих елементів конструкції літального апарата;
- 6) похідні аеродинамічних коефіцієнтів окремих елементів конструкції за різними параметрами;
- 7) діапазони зміння вказаних аеродинамічних параметрів.

Аеродинамічні параметри цих груп можуть задаватися у вигляді графіків, таблиць або аналітично.

Аеродинамічні сили визначаються конфігурацією ЛА та характером обтікання його повітряним потоком, опис цих сил здійснюється у швидкісній, напівзв'язаній (потоківій) і зв'язаній СК. Зручніше й простіше описувати аеродинамічні сили у ШвСК:

$$[R_a]_{Шв}^T = [X_a, Y_a, Z_a]. \quad (4.15)$$

У цьому виразі  $X_a = qSc_{xa}$  – сила лобового опору;  $Y_a = qSc_{ya}$  – піднімальна

сила;  $Z_a = qSc_{za}$  – бічна сила, де  $q = \rho V^2 / 2$  – швидкісний натиск,  $\rho$  – густина повітря, що залежить від висоти;  $S$  – площа крила або максимальна площа поперечного перерізу;  $c_{xa}, c_{ya}, c_{za}$  – відповідні безрозмірні аеродинамічні коефіцієнти.

**Збурювальні сили.** До збурювальних впливів  $F^{зб}$  належать:

- 1) аеродинамічні сили, зумовлені велико- та дрібномасштабними коливаннями атмосфери, відхиленнями реальних аеродинамічних і геометричних характеристик ЛА від їх розрахункових значень, відхиленнями реальних величин параметрів атмосфери від їх розрахункових значень;
- 2) сили, зумовлені відхиленням реальних значень параметрів силової установки від їх розрахункових значень;
- 3) сили, зумовлені відхиленням реальних параметрів органів керування ЛА від їх розрахункових значень;
- 4) коріолісові сили, що виникають при переміщенні маси всередині ЛА, що обертається з деякою кутовою швидкістю;
- 5) магнітні сили, що виникають під час руху ЛА в магнітному полі планети та при наведенні струмів у замкнутих контурах;
- 6) сили сонячного тиску.

**Моменти, що діють на літальний апарат:**

1. Момент, обумовлений силами тяги двигунів ЛА:

$$\bar{M}_p = \sum_{i=1}^N \bar{r}_{Pi} \times \bar{P}_i, \quad (4.16)$$

де  $\bar{P}_i$  – сила тяги  $i$ -го двигуна у зв'язаній системі координат;  $\bar{r}_{Pi}$  – радіус-вектор, що визначає положення точки прикладення вектора  $\bar{P}_i$  у зв'язаній системі координат;  $N$  – кількість джерел сили тяги.

Момент  $\bar{M}_p$  виникає внаслідок незбіжності точки прикладення сили  $\bar{P}_i$  та центра мас (ц.м.) або полюса літального апарата.

2. Момент сили тяжіння. Якщо як характерну точку взяти ц.м. ЛА, то момент сили тяжіння дорівнюватиме нулю.

Якщо ж характерна точка не збігається з центром мас, то

$$\bar{M}_G = \bar{r}_G \times \bar{G}, \quad (4.17)$$

де  $\bar{r}_G$  – радіус-вектор, що визначає положення ц.м. ЛА відносно характерної точки у ЗвСК. У загальному випадку  $\bar{r}_G$  може задаватися як величина, що змінюється в деяких межах, як імовірнісна характеристика через нестабільність положення ц.м.

3. Аеродинамічний момент. Вектор аеродинамічних моментів визначається відповідними силами  $X, Y, Z$  і зміщенням ц.т. (центра тиску) відносно ц.м. ЛА:

$$\bar{M}_a = [M_{ax} \ M_{ay} \ M_{az}]^T. \quad (4.18)$$

4. Момент збурення. Момент збурення створюється збурювальною силою  $F^{3b}$ , якщо точка прикладення вектора цієї сили не збігається з полюсом або ц.м. ЛА:

$$\bar{M}^e = \bar{r}_e \times \bar{F}^e. \quad (4.19)$$

Зазвичай момент збурення подають у зв'язаній системі координат.

#### 4.4 Рівняння просторового руху

Під час моделювання просторового руху ЛА передбачається врахування найбільш суттєвих зв'язків між різними складовими руху, геометричними і конструктивними особливостями об'єкта, факторами зовнішнього середовища. З урахуванням основних трьох сил – сили ваги  $G$ , сили тяги двигуна  $P$  та аеродинамічних сил  $R_a$ , що діють на ЛА, а також збурювальних впливів  $F^{3b}$  під час формування рівнянь просторового руху в різних системах координат можна зробити деякі припущення.

Сформулюємо основні припущення:

- атмосфера є нерухомою;
- ЛА є твердим тілом із зосередженою масою в центрі мас;
- базова система координат є нерухомою та збігається з НСК;
- рухомими можуть бути ЗвСК, ШвСК і ТрСК;
- послідовність поворотів матриць перетворення координат є такою:  $\varphi - \nu - \gamma$ ;
- рухомість і сферичність Землі не враховуються;
- маса ЛА – постійна;
- геометрія – незмінна.

#### *Рівняння динаміки поступального руху*

Рівняння динаміки поступального руху (4.2) залежно від мети їх використання (аналіз динаміки траєкторного руху або заходження на посадку, синтез систем керування й наведення на етапах маневрування або виходу в задану точку маршруту, аналіз впливу аеродинамічних особливостей на динаміку польоту тощо) можна подати у зв'язаній, швидкісній або траєкторній системі координат.

*Рівняння у зв'язаній системі координат.* Рівняння сил (4.2) у проєкціях на осі ЗвСК набуває вигляду системи рівнянь

$$\begin{aligned} m \left( \frac{dV_x}{dt} + \omega_y V_z - \omega_z V_y \right) &= F_x; \\ m \left( \frac{dV_y}{dt} + \omega_z V_x - \omega_x V_z \right) &= F_y; \\ m \left( \frac{dV_z}{dt} + \omega_x V_y - \omega_y V_x \right) &= F_z, \end{aligned} \quad (4.20)$$



де  $V_x, V_y, V_z$  – проєкції вектора швидкості руху ЛА в інерційному просторі;  
 $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  – проєкції вектора кутової швидкості обертання ЗвСК відносно НСК.

З урахуванням рівняння (4.9) система (4.20) зводиться до такого вигляду:

$$\begin{aligned} m(\dot{V}_x + \omega_y V_z - \omega_z V_y) &= -mg \sin \vartheta + P - X_a \cos \alpha \cos \beta + Y_a \sin \alpha - Z_a \cos \alpha \sin \beta + F_x^{36}, \\ m(\dot{V}_y + \omega_z V_x - \omega_x V_z) &= -mg \cos \vartheta \cos \gamma + X_a \sin \alpha \cos \beta + Y_a \cos \alpha + Z_a \sin \alpha \sin \beta + F_y^{36}, \\ m(\dot{V}_z + \omega_x V_y - \omega_y V_x) &= mg \cos \vartheta \sin \gamma - X_a \sin \beta + Z_a \cos \beta + F_z^{36}. \end{aligned} \quad (4.21)$$

Рівняння у швидкісній системі координат. Рівняння сил (4.2) у проєкціях на осі ШвСК (рисунок 4.6) набуває вигляду системи рівнянь

$$\begin{aligned} m\dot{V} &= -G \sin \vartheta_a + P \cos \alpha \cos \beta - X_a + F_{x_a}^{36}; \\ mV\omega_{za} &= -G \cos \vartheta_a \cos \gamma_a + P \sin \alpha + Y_a + F_{y_a}^{36}; \\ -mV\omega_{ya} &= G \cos \vartheta_a \sin \gamma_a - P \cos \alpha \sin \beta + Z_a + F_{z_a}^{36}, \end{aligned} \quad (4.22)$$

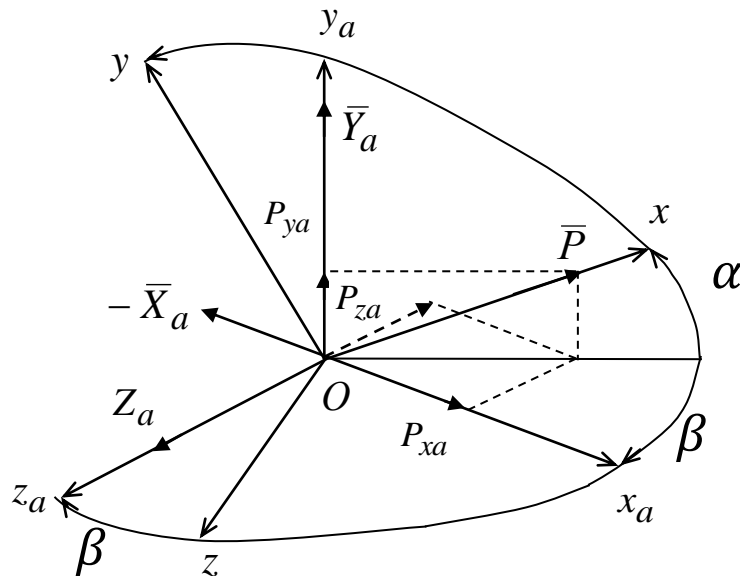


Рисунок 4.6 – Аеродинамічні сили й проєкції сили тяги у ШвСК

яку можна подати в значеннях швидкісних кутів тангажу та ристання (рисунок 4.7), що є більш звичною формою запису, оскільки містить похідні параметрів у лівих частинах усіх трьох рівнянь:

$$\begin{aligned} m\dot{V} &= -G \sin \vartheta_a + P \cos \alpha \cos \beta - X_a + F_{x_a}^{36}; \\ mV\dot{\vartheta}_a &= -G \cos \vartheta_a \cos \gamma_a + P \sin \alpha + Y_a + F_{y_a}^{36}; \\ -mV\dot{\psi}_a \cos \vartheta_a \cos \gamma_a &= G \cos \vartheta_a \sin \gamma_a - P \cos \alpha \sin \beta + Z_a + F_{z_a}^{36}. \end{aligned} \quad (4.23)$$

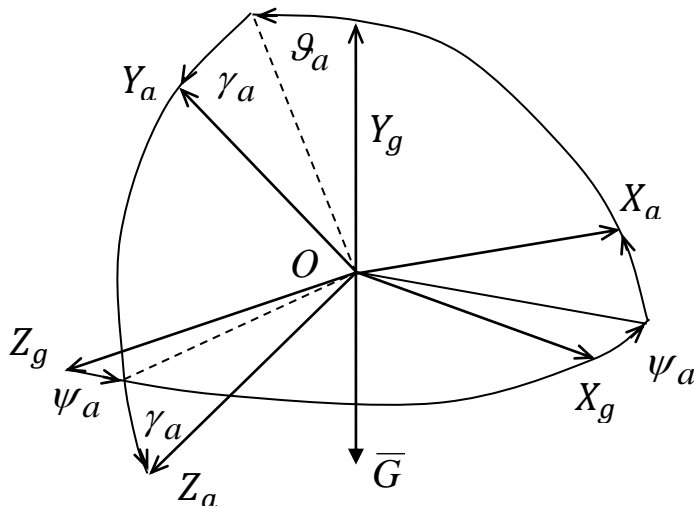


Рисунок 4.7 – Сила тяжіння в проєкціях на осі ШвСК

Рівняння у траєкторній системі координат. Рівняння сил у проєкціях на осі ТрСК (рисунок 4.8) мають досить громіздку форму через складність перетворень аеродинамічних сил і сили тяги зі звичних швидкісної та зв'язаної СК відповідно, тому запишемо їх у матричній формі:

$$m \begin{pmatrix} \dot{V}_k \\ V_k \dot{\Theta} \\ -V_k \dot{\psi} \cos \Theta \end{pmatrix} = M_{\text{Тр}}^{\text{H}} \begin{pmatrix} 0 \\ -mg \\ 0 \end{pmatrix} + M_{\text{Тр}}^{\text{H}} M_H^{3\epsilon} \begin{pmatrix} P \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + M_{\text{Тр}}^{\text{H}} M_H^{3\epsilon} M_{3\text{В}}^{\text{ШВ}} \begin{pmatrix} X_a \\ Y_a \\ Z_a \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} F_x^{3\epsilon} \\ F_y^{3\epsilon} \\ F_z^{3\epsilon} \end{bmatrix}, \quad (4.24)$$

де  $M_{\text{Тр}}^{\text{H}}$  – матриця переходу від НСК до ТрСК;  $M_H^{3\epsilon}$  і  $M_{3\text{В}}^{\text{ШВ}}$  – матриці переходу від ЗвСК до НСК і від ШвСК до ЗвСК відповідно,  $M_{3\text{В}}^{\text{H}} = (M_H^{3\epsilon})^T$  і  $M_{3\text{В}}^{\text{ШВ}} = (M_{\text{ШВ}}^{3\epsilon})^T$  [14].

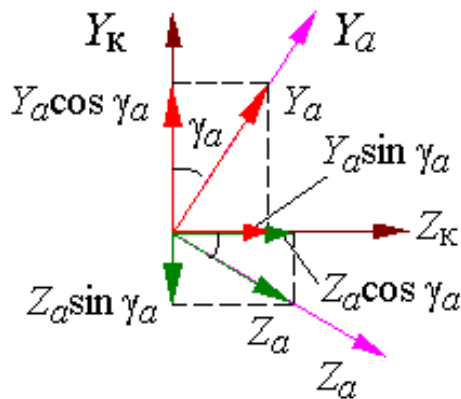


Рисунок 4.8 – Аеродинамічні сили в проєкціях на осі ТрСК

### *Рівняння динаміки обертального руху*

Рівняння динаміки обертального руху (4.4), або рівняння моментів у проєкціях на осі ЗвСК, набувають вигляду

$$\begin{aligned} I_x \dot{\omega}_x + (I_z - I_y) \omega_y \omega_z &= M_x; \\ I_y \dot{\omega}_y + (I_x - I_z) \omega_x \omega_z &= M_y; \\ I_z \dot{\omega}_z + (I_y - I_x) \omega_x \omega_y &= M_z, \end{aligned} \quad (4.25)$$

де  $I_x, I_y, I_z$  – моменти інерції відносно будівельних осей;  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  і  $M_x, M_y, M_z$  – проєкції відповідно вектора абсолютної кутової швидкості та аеродинамічного моменту на головні центральні осі інерції  $OX, OY, OZ$ . Рівняння моментів у ЗвСК значно спрощуються, оскільки основні осі інерції ЛА збігаються з осями цієї СК, що в умовах незначної зміни маси ЛА й постійного її розподілу всередині ЛА приводить до сталості моментів інерції, крім того, усі відцентрові моменти інерції дорівнюють нулю:  $I_{xy}, I_{yx}, I_{yz} = 0$ .

Ураховуючи співвідношення осьових моментів інерції для сучасних літаків  $I_x \ll I_y \approx I_z$ , рівняння (4.25) можна звести до вигляду

$$\begin{aligned} I_x \dot{\omega}_x &= M_x; \\ I_y \dot{\omega}_y + (I_x - I_z) \omega_x \omega_z &= M_y; \\ I_z \dot{\omega}_z + (I_y - I_x) \omega_x \omega_y &= M_z, \end{aligned} \quad (4.26)$$

де члени  $(I_x - I_z) \omega_x \omega_z, (I_y - I_x) \omega_x \omega_y$  зумовлюють перехресний вплив поздовжнього й бічного рухів і є джерелами аероінерційного обертання.

Головний вектор моментів визначається силами й точками прикладення відносно ц.м. ЛА. Моменти від сили ваги через їх прикладення в ц.м. ЛА дорівнюють нулю. Моменти, що створюються тягою двигуна, через однакові тяги лівих і правих двигунів можна записати в такому вигляді:

$$[M_{\text{дв}}]_{3\text{в}}^T = [0, M_{\text{дв.}y}, M_{\text{дв.}z}]. \quad (4.27)$$

Аеродинамічні моменти (4.18) можна визначати за аеродинамічними коефіцієнтами при продуваннях моделі ЛА в аеродинамічній трубі:

$$M_x = qSlm_x, \quad M_y = qSlm_y, \quad M_z = qSb_a m_z, \quad (4.28)$$

де  $m_x, m_y, m_z$  – безрозмірні коефіцієнти аеродинамічних моментів відповідно крену, рискання та тангажу;  $l$  – розмах крила;  $b_a$  – середня аеродинамічна хорда крила.

Моменти від газодинамічних засобів керування враховують, виходячи з відомих зусиль на них і відстаней від ц.м. Моменти зовнішніх сил ураховують залежно від мети дослідження, записують їх у загальному вигляді як проєкції на осі ЗвСК:  $M_x^{зб}, M_y^{зб}, M_z^{зб}$ .

### Рівняння кінематики поступального руху

Рівняння кінематики (4.3) зв'язує просторове положення ц.м. ЛА зі швидкістю його руху.

Рівняння у зв'язаній системі координат. Якщо вектор повітряної швидкості ЛА  $\bar{V}$  визначено в ЗвСК, то похідні координат у НСК можна записати як

$$\begin{pmatrix} \dot{X}_g \\ \dot{Y}_g \\ \dot{Z}_g \end{pmatrix} = M_H^{36} \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11}V_x & \varepsilon_{12}V_y & \varepsilon_{13}V_z \\ \varepsilon_{21}V_x & \varepsilon_{22}V_y & \varepsilon_{23}V_z \\ \varepsilon_{31}V_x & \varepsilon_{32}V_y & \varepsilon_{33}V_z \end{bmatrix}. \quad (4.29)$$

Рівняння у швидкісній системі координат. При отриманні на борту повітряної швидкості (вимірюється повітряна приладова швидкість) кінематичні співвідношення (рисунок 4.9) значно спрощуються:

$$\begin{aligned} V_{xg} &= \dot{X}_0 = V \cos \vartheta_a \cos \psi_a; \\ V_{yg} &= \dot{Y}_0 = \dot{H} = V \sin \vartheta_a; \\ V_{zg} &= \dot{Z}_0 = -V \cos \vartheta_a \sin \psi_a. \end{aligned} \quad (4.30)$$

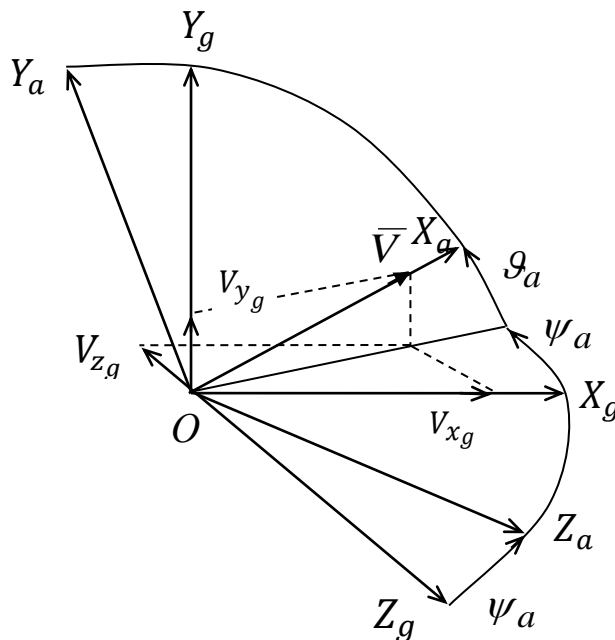


Рисунок 4.9 – Проєкції швидкості в НСК

*Рівняння в траєкторній системі координат.* Проекції земної швидкості на траєкторну СК (рисунок 4.10) визначають через кут нахилу траєкторії  $\Theta$  і шляховий кут  $\Psi$ :

$$\begin{pmatrix} \dot{X}_g \\ \dot{Y}_g \\ \dot{Z}_g \end{pmatrix} = M_{H}^{Tp} \begin{pmatrix} V_{\kappa} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = V_{\kappa} \begin{bmatrix} \cos \Theta \cos \Psi \\ \sin \Theta \\ -\cos \Theta \sin \Psi \end{bmatrix}. \quad (4.31)$$

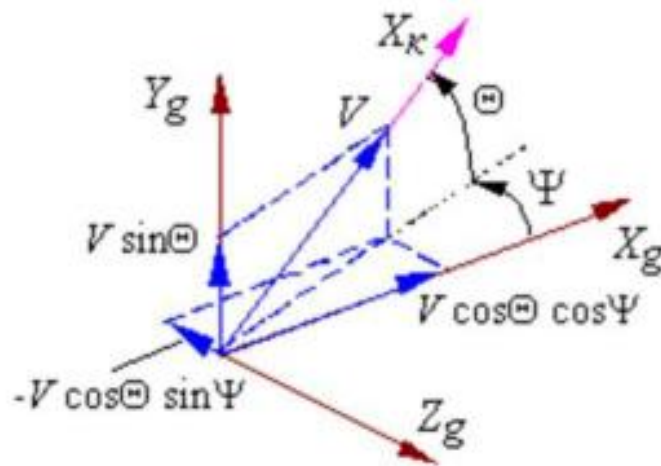


Рисунок 4.10 – Проекції земної швидкості

### *Рівняння кінематики обертального руху*

*Рівняння Ейлера.* Здійснюючи послідовні повороти відносно координатних осей  $OY_g, OZ$  і  $OX$  на кути  $\psi, \vartheta, \gamma$ , НСК суміщається із ЗвСК, кутові швидкості  $\dot{\vartheta}, \dot{\gamma}, \dot{\psi}$ , що є складовими абсолютної кутової швидкості  $\bar{\Omega} = \dot{\gamma} + \dot{\psi} + \dot{\vartheta}$ , проєктуються на осі ЗвСК (рисунок 4.11):

$$\begin{aligned} \omega_x &= \dot{\gamma} + \dot{\psi} \sin \vartheta; \\ \omega_y &= \dot{\psi} \cos \gamma \cos \vartheta + \dot{\vartheta} \sin \gamma; \\ \omega_z &= \dot{\vartheta} \cos \gamma - \dot{\psi} \cos \vartheta \sin \gamma. \end{aligned} \quad (4.32)$$

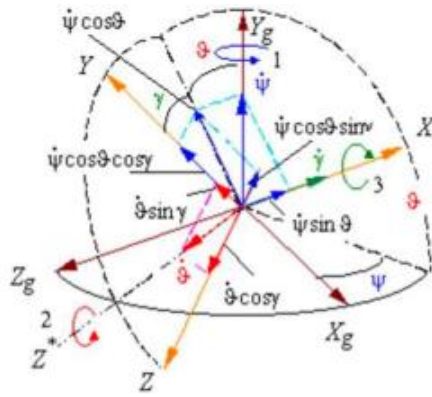


Рисунок 4.11 – Послідовні повороти НСК

Система рівнянь (4.32) відносно кутових швидкостей розв'язується так:

$$\begin{aligned} \dot{\vartheta} &= \omega_z \cos \gamma + \omega_y \sin \gamma; \\ \dot{\gamma} &= \omega_x - \operatorname{tg} \vartheta (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma); \\ \dot{\psi} &= \frac{\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma}{\cos \vartheta}. \end{aligned} \quad (4.33)$$

Додаткові співвідношення:

1. Швидкість вітру  $\bar{W}$  розкладається на проєкції в ЗвСК:

$$W = \begin{bmatrix} W_x \\ W_y \\ W_z \end{bmatrix},$$

де  $W_x$ ,  $W_y$ ,  $W_z$  – проєкції на осі ЗвСК.

Складові істинної повітряної швидкості  $\bar{V}$  під час моделювання можна визначати через земну швидкість і швидкість вітру:

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{KX} \\ V_{KY} \\ V_{KZ} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} W_x \\ W_y \\ W_z \end{bmatrix} = M_{3\theta}^H M_H^{Tp} \begin{bmatrix} V_K \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} W_x \\ W_y \\ W_z \end{bmatrix}. \quad (4.34)$$

2. Істинна повітряна швидкість має такий зв'язок із її проєкціями:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}. \quad (4.35)$$

3. Аеродинамічні кути:

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{V_y}{V_x}, \quad \beta = \arcsin \frac{V_z}{V} = \operatorname{arctg} \frac{V_z}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2}}. \quad (4.36)$$

4. Таблиці стандартної атмосфери:

$$\rho = f_\rho(H), \quad a = f_a(H), \quad M = \frac{V}{a}, \quad q = \frac{1}{2} \rho V^2. \quad (4.37)$$

5. Модель силової установки:

$$T(H, M, n_{зад}, \delta_p, \dot{\delta}_p) \dot{P}(t) + P(t) = k_{ад}(H, M) \delta_p. \quad (4.38)$$

6. Залежність коефіцієнтів аеродинамічних сил і моментів від конфігурації ЛА, відхилення органів керування й параметрів польоту:

$$c_y = c_y(\alpha) + c_y^{\delta_p}(\alpha) \delta_p + c_y^{\delta_z}(\alpha) \delta_z + c_y^{\delta_\epsilon}(\alpha) \delta_\epsilon, \\ c_x = c_{x_0}(\alpha_0) + \dots, \quad c_z = c_z(\beta) + \dots, \quad (4.39)$$

$$m_z = m_z(\alpha) + m_z^{\omega_z}(\alpha) \omega_z + m_z^{\dot{\alpha}}(\alpha) \dot{\alpha} + m_z^{\delta_\epsilon}(\alpha) \delta_\epsilon + m_z \delta_z + m_z \delta_p,$$

$$m_x = m_x(\beta) + \dots, \quad m_y = m_y(\beta) + \dots$$

7. Кінематичні зв'язки між кутами

$$\vartheta = \theta + \alpha, \quad \psi = \Psi + \beta \quad (4.40)$$

можна подати у формі синусів-косинусів цих кутів:

$$\sin \alpha = [\sin \nu \cos \theta - \cos \nu \sin \theta \cos(\psi - \Psi)] \cos \gamma_a - \cos \nu \sin \gamma_a \sin(\psi - \Psi); \\ \sin \beta = [\cos \gamma \sin(\psi - \Psi) + \sin \nu \sin \gamma \cos(\psi - \Psi)] \cos \theta - \sin \theta \cos \nu \sin \gamma; \quad (4.41) \\ \cos \gamma_a = (\sin \alpha \sin \nu + \cos \alpha \cos \nu \cos \gamma) \sec \theta.$$

Повна система нелінійних нестационарних рівнянь просторового руху ЛА:

$$\left\{ \begin{array}{l} m\dot{V} = P \cos \alpha \cos \beta - X_a - G \sin \theta; \\ mV\dot{\theta} = P(\sin \alpha \cos \gamma_a + \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma_a) + Y_a \cos \gamma_a - Z_a \sin \gamma_a - G \cos \theta; \\ -mV\dot{\Psi} \cos \theta = P(\sin \alpha \sin \gamma_a - \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma_a) + Y_a \sin \gamma_a + Z_a \cos \gamma_a; \\ I_x \dot{\omega}_x + (I_z - I_y) \omega_z \omega_y = M_x; \\ I_y \dot{\omega}_y + (I_x - I_z) \omega_x \omega_z = M_y; \\ I_z \dot{\omega}_z + (I_y - I_x) \omega_y \omega_x = M_z; \\ \dot{\psi} = (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma) \sec \vartheta; \\ \dot{\gamma} = \omega_x + \operatorname{tg} \vartheta (\omega_z \sin \gamma - \omega_y \cos \gamma); \\ \dot{\vartheta} = \omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma; \\ \dot{Y}_g = \dot{H} = V \sin \theta; \\ \dot{X}_g = V \cos \theta \cos \Psi; \\ \dot{Z}_g = -V \cos \theta \sin \Psi. \end{array} \right. \quad (4.42)$$

## 4.5 Рівняння повного поздовжнього руху

З повної системи рівнянь руху літака в просторі (4.42) у ШВСК рівняння повного поздовжнього руху (ППР) можна виокремити за допомогою таких умов:

$$\delta_e = \delta_H = 0, \quad \omega_x = \omega_y = 0, \quad \beta = \gamma = \Psi = 0. \quad (4.43)$$

Система лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь поздовжнього руху із постійними коефіцієнтами набуває вигляду

$$\begin{aligned} \Delta \dot{V} + a_x^V \Delta V + a_x^\alpha \Delta \alpha + a_x^\theta \Delta \theta + a_x^h \Delta H &= a_x^{\delta_p} \Delta \delta_p; \\ \Delta \dot{\theta} + a_y^V \Delta V + a_y^\alpha \Delta \alpha + a_y^\theta \Delta \theta + a_y^h \Delta H &= 0; \\ \Delta \dot{\omega}_z + a_{m_z}^V \Delta V + a_{m_z}^\alpha \Delta \alpha + a_{m_z}^{\dot{\alpha}} \Delta \dot{\alpha} + a_{m_z}^{\omega_z} \Delta \omega_z + a_{m_z}^h \Delta H &= a_{m_z}^{\delta_\theta} \Delta \delta_\theta; \\ \Delta \dot{\mathcal{G}} &= \Delta \omega_z; \\ \Delta \theta &= \Delta \mathcal{G} - \Delta \alpha; \\ \Delta \dot{H} + a_h^V \Delta V + a_h^\theta \Delta \theta &= 0. \end{aligned} \quad (4.44)$$

Друге рівняння системи (4.44) можна звести до вигляду

$$\Delta \dot{\alpha} = \Delta \omega_z + a_y^V \Delta V + a_y^\alpha \Delta \alpha + a_y^\theta \Delta \theta + a_y^h \Delta H, \quad (4.45)$$

оскільки кут нахилу траєкторії не завжди піддається безпосередньому вимірюванню.

Систему рівнянь (4.44) можна замінити на таку:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{V} + a_x^V \Delta V + (a_x^\alpha - a_x^\theta) \Delta \alpha + a_x^\theta \Delta \mathcal{G} + a_x^h \Delta H &= a_x^{\delta_p} \Delta \delta_p; \\ \Delta \dot{\alpha} - a_y^V \Delta V - (a_y^\alpha - a_y^\theta) \Delta \alpha - a_y^\theta \Delta \mathcal{G} - \Delta \omega_z - a_y^h \Delta H &= 0; \\ \Delta \dot{\omega}_z + a_{m_z}^V \Delta V + (a_{m_z}^\alpha - a_{m_z}^\theta) \Delta \alpha + a_{m_z}^\theta \Delta \mathcal{G} + a_{m_z}^{\omega_z} \Delta \omega_z + a_{m_z}^h \Delta H &= a_{m_z}^{\delta_\theta} \Delta \delta_\theta; \\ \Delta \dot{\mathcal{G}} &= \Delta \omega_z; \\ \Delta \theta &= \Delta \mathcal{G} - \Delta \alpha; \\ \Delta \dot{H} + a_h^V \Delta V + a_h^\theta \Delta \mathcal{G} - a_h^\theta \Delta \alpha &= 0. \end{aligned} \quad (4.46)$$

Коефіцієнти лінійної моделі, що відповідають системі рівнянь (4.46), мають глибокий фізичний зміст [14].

Рівняння (4.46) в області зображень Лапласа можна записати так:



$$\begin{aligned}
(s + a_x^V)V(s) + (a_x^\alpha - a_x^\theta)\alpha(s) + a_x^\theta \mathcal{G}(s) + a_x^h H(s) &= a_x^{\delta_p} \Delta \delta_p; \\
-a_y^V V(s) + [s + (a_y^\theta - a_y^\alpha)]\alpha(s) - \omega_z(s) - a_y^\theta \mathcal{G}(s) - a_y^h H(s) &= 0; \\
a_{m_z}^V V(s) + (a_{m_z}^\alpha - a_{m_z}^\theta)\alpha(s) + (s + a_{m_z}^{\omega_z})\omega_z(s) + a_{m_z}^\theta \mathcal{G}(s) + a_{m_z}^h H(s) &= a_{m_z}^{\delta_\epsilon} \Delta \delta_\epsilon; \\
s\mathcal{G} &= \omega_z; \\
\mathcal{G} &= \theta + \alpha; \\
a_h^V V(s) - a_h^\theta \alpha(s) + a_h^\theta \mathcal{G}(s) + sH(s) &= 0.
\end{aligned} \tag{4.47}$$

Математичні моделі об'єктів керування можуть бути описані:

- диференціальними рівняннями;
- передатними функціями;
- структурними схемами.

#### 4.6 Математична модель поздовжнього короткоперіодичного руху

*Поздовжній короткоперіодичний рух* (ПКПР) – це високочастотна складова поздовжнього руху з координатами  $\Delta\alpha, \Delta\omega_z, \Delta\vartheta, \Delta n_y$ . Керувальна координата – відхилення стабілізатора  $\Delta\varphi$  або керма висоти  $\Delta\delta_B$ .

Фізичними умовами поділу ППР на короткоперіодичний і довгоперіодичний є:

- стійкість ЛА за  $\alpha$  і  $n_y$ ;
- різне за часом встановлення рівноваги моментів (змінення  $\alpha, \omega_z, \vartheta$ ), а також поздовжніх і нормальних сил (змінення  $V, H, \theta$ ).

Математичні умови ПКПР:

$$\Delta V = 0; \Delta H = 0; \Delta \delta_p = 0; \Delta \theta = 0. \tag{4.48}$$

Перейдемо з часової області в область зображень Лапласа при початкових нульових умовах:

$$\begin{aligned}
(s + a_{m_z}^{\omega_z})\Delta\omega_z(s) + a_{m_z}^\alpha \Delta\alpha(s) &= -a_{m_z}^\varphi \Delta\varphi(s); \\
-\Delta\omega_z(s) + (s + a_y^\alpha)\Delta\alpha(s) &= 0; \\
s\Delta\mathcal{G}(s) &= \Delta\omega_z(s); \\
\Delta n_y(s) &= n_y^\alpha \Delta\alpha(s), \quad n_y^\alpha = \frac{V_o}{g} a_y^\alpha.
\end{aligned} \tag{4.49}$$

З рівняння (4.49) визначимо вихідні координати ЛА

$$\Delta\omega_z(s) = \frac{1}{s + a_{m_z}^{\omega_z}} [-a_{m_z}^{\varphi} \Delta\varphi(s) - a_{m_z}^{\alpha} \Delta\alpha(s)];$$

$$\Delta\alpha(s) = \frac{1}{s + a_y^{\alpha}} \Delta\omega_z(s), \quad (4.50)$$

за якими побудуємо структуру цього ізольованого виду руху (рисунок 4.12).

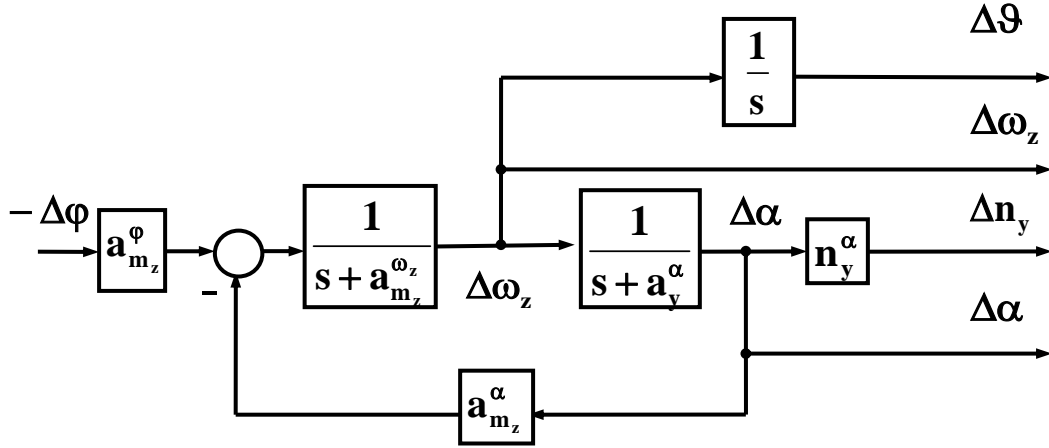


Рисунок 4.12 – Структурна схема ПКІР

*Передавальні функції ПКІР.* За правилом Крамера із системи (4.50) отримаємо головний визначник (характеристичний поліном):

$$\Delta(s) = \begin{vmatrix} s + a_{m_z}^{\omega_z} & a_{m_z}^{\alpha} \\ -1 & s + a_y^{\alpha} \end{vmatrix} = s^2 + a_1 s + a_0 = s^2 + 2\xi_{\alpha} \omega_{\alpha} s + \omega_{\alpha}^2. \quad (4.51)$$

Замінивши другий стовпець у (4.51) на стовпець керувальних впливів системи (4.49), отримаємо

$$\Delta_{\alpha}(s) = \begin{vmatrix} s + a_{m_z}^{\omega_z} & -a_{m_z}^{\alpha} \Delta\varphi(s) \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = -a_{m_z}^{\varphi} \Delta\varphi(s). \quad (4.52)$$

Передавальна функція ЛА за кутом атаки має вигляд

$$W_{\alpha}^{\varphi}(s) = \frac{\Delta_{\alpha}(s)}{-\Delta\varphi(s)} = \frac{k_{\alpha}^{\varphi} \omega_{\alpha}^2}{s^2 + 2\xi_{\alpha} \omega_{\alpha} s + \omega_{\alpha}^2}, \quad (4.53)$$

де  $\omega_{\alpha} = \sqrt{a_0} = \sqrt{a_{m_z}^{\alpha} + a_{m_z}^{\omega_z} a_y^{\alpha}}$ ,  $\xi_{\alpha} = \frac{a_{m_z}^{\omega_z} + a_y^{\alpha}}{2\omega_{\alpha}} - k_{\alpha}^{\varphi} = \frac{a_{m_z}^{\varphi}}{\omega_{\alpha}^2}$  – відповідно власна частота коливань під час поздожнього руху та декремент цих коливань.

Уважається, що додатне відхилення рульової поверхні  $\delta_B$  або  $\varphi$  приводить до від'ємного прискорення.

Нижче наведено передавальні функції ЛА за кутовою швидкістю  $W_{\omega_z}^\varphi(s)$ , перевантаженням  $W_{n_y}^\varphi(s)$  і кутом тангажу  $W_\theta^\varphi(s)$ :

$$W_{\omega_z}^\varphi(s) = \frac{\Delta\omega_z}{-\Delta\varphi(s)} = \frac{k_{\omega_z}^\varphi \omega_\alpha^2 (T_\theta s + 1)}{s^2 + 2\xi_\alpha \omega_\alpha s + \omega_\alpha^2}, \quad (4.54)$$

де  $k_{\omega_z}^\varphi = \frac{1}{T_\theta} k_\alpha^\varphi$  – коефіцієнт передавання відхилення руля висоти за кутовою швидкістю;  $T_\theta = \frac{1}{a_y^\alpha}$  – постійна часу, що характеризує маневрові властивості ЛА у вертикальній площині;

$$W_{n_y}^\varphi(s) = \frac{k_{n_y}^\varphi \omega_\alpha^2}{s^2 + 2\xi_\alpha \omega_\alpha s + \omega_\alpha^2}, \quad (4.55)$$

де  $k_{n_y}^\varphi = n_y^\alpha k_\alpha^\varphi$  – коефіцієнт передавання відхилення руля висоти за перевантаженням;

$$W_\theta^\varphi(s) = \frac{1}{s} W_{\omega_z}^\varphi(s). \quad (4.56)$$

Знаменник передавальної функції (4.53) свідчить про те, що динаміка ЛА за  $\alpha$  є аналогічною динаміці коливальної ланки (рисунок 4.13).

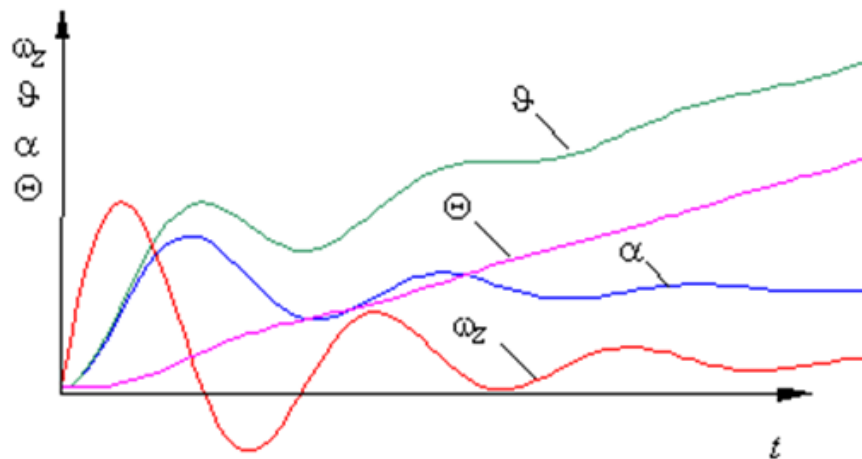


Рисунок 4.13 – Перехідні функції поздовжнього КПП

#### 4.7 Математичний опис руху трикоптера

У просторі трикоптер має шість ступенів свободи, і динаміка його руху описується шістьма диференціальними рівняннями [14]. Розв'язання цих рівнянь

дало б змогу визначати характер просторового руху трикоптера в будь-який момент часу  $i$ , зокрема, судити про стійкість цього руху. Як вихідний режим польоту беремо прямолінійний усталений політ без ковзання і відхилення параметрів руху від вихідних значень вважаємо досить малими. Завдяки симетрії трикоптера систему шести рівнянь руху можна розбити на дві незалежні системи рівнянь: поздовжнього й бічного рухів.

Для кількісного опису положення й руху трикоптера в просторі використовуються різноманітні системи координат [14, 15]: інерціальні, земні й рухомі. Вибір тієї чи іншої системи координат обумовлений розв'язуваною задачею.

Початок  $O$  фіксованої або нормальної земної системи координат  $OX_gY_gZ_g$  лежить на поверхні Землі й осі фіксовані відносно неї. Вісь  $OY_g$  напрямлена вгору по місцевій вертикалі, а осі  $OX_g$  і  $OZ_g$  утворюють горизонтальну площину. Таким чином утворюється прямокутна декартова система координат.

Осі  $OX$ ,  $OY$  та  $OZ$  зв'язаної або рухомої системи координат  $OXYZ$  розташовуються за будівельними осями трикоптера (рисунок 4.14). Осі  $OX$  і  $OY$  утворюють площину симетрії трикоптера.

Просторове положення трикоптера відносно поверхні Землі повністю описується шістьма параметрами: пройденою відстанню  $L$ , бічним відхиленням  $\Delta Z$ , висотою  $H$ , кутами ролування  $\psi$ , тангажу  $\vartheta$  і крену  $\gamma$ .

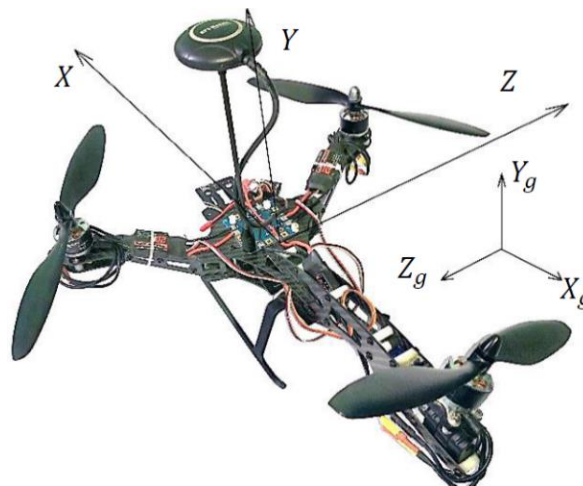


Рисунок 4.14 – Системи координат трикоптера

Рівняння (4.2) і (4.4) описують поступальний та обертальний рухи трикоптера. Унаслідок проєціювання зовнішніх сил рівняння (4.2) на осі  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  зв'язаної системи координат трикоптера утворюється система рівнянь, що визначають поступальний рух БПЛА (рисунок 4.15):

$$\begin{aligned}
m\left(\frac{dV_x}{dt} + \omega_y V_z - \omega_z V_y\right) &= -G \sin(\vartheta) ; \\
m\left(\frac{dV_y}{dt} + \omega_z V_x - \omega_x V_z\right) &= F_A + F_B + F_C \cos(\alpha) - G \cos(\gamma) \cos(\vartheta) ; \\
m\left(\frac{dV_z}{dt} + \omega_x V_y - \omega_y V_x\right) &= F_C \sin(\alpha) + G \sin(\gamma) \cos(\vartheta) ,
\end{aligned} \quad (4.57)$$

де  $F_A, F_B, F_C$  – проєкції сили тяги, що утворюється кожним з гвинтів трикоптера;  $\Psi, \vartheta, \gamma$  – кути крену, тангажу та ристання;  $\alpha$  – кут відхилення хвостового ротора.

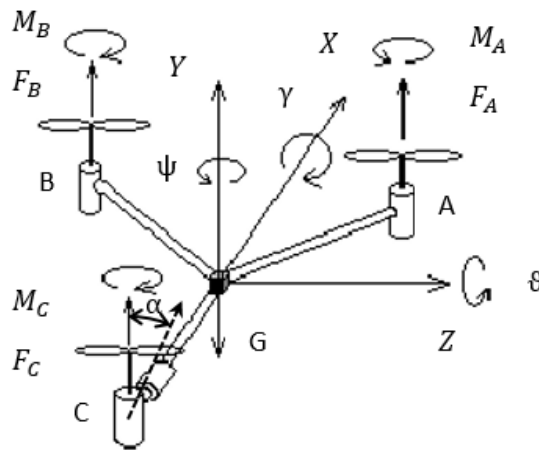


Рисунок 4.15 – Схема сил і моментів, що діють на трикоптер

Кожна із трьох сил тяги або їх комбінація породжується двигунами трикоптера, визначає моменти навколо осей зв'язаної системи координат БПЛА. Крім того, гвинти трикоптера здатні генерувати реактивні моменти з реакцією повітря для їх обертання.

Співвідношення для визначення моментів навколо осей  $X, Y, Z$  мають такий вигляд:

$$\begin{aligned}
I_x \frac{d\omega_x}{dt} + (I_z - I_y) \omega_y \omega_z &= (F_A - F_B) \sin(\beta/2) d ; \\
I_y \frac{d\omega_y}{dt} + (I_x - I_z) \omega_z \omega_x &= F_C \sin(\alpha) l + M_{A_{\text{уп}}} (F_A) - M_{B_{\text{уп}}} (F_B) - M_{C_{\text{уп}}} (F_C \cos(\alpha)); \\
I_z \frac{d\omega_z}{dt} + (I_y - I_x) \omega_x \omega_y &= (F_A + F_B) d \cos(\beta/2) - F_C \cos(\alpha) l - M_{C_{\text{zn}}} (F_C \sin(\alpha)) ,
\end{aligned} \quad (4.58)$$

де  $M_{A_{\text{уп}}}, M_{B_{\text{уп}}}, M_{C_{\text{уп}}}, M_{C_{\text{zn}}}$  – реактивні моменти, які генеруються пропелерами, і проєкції моментів на осі  $Y$  і  $Z$ ;  $\beta$  – кут між променями трикоптера;  $d$  – довжина передніх променів;  $l$  – довжина хвостового променя.

Диференціальні рівняння кінематики руху трикоптера складаються з трьох рівнянь Ейлера, що визначають зв'язок між кутовими швидкостями і кутами крену.

ну  $\gamma$ , тангажу  $\vartheta$  і ристання  $\psi$  :

$$\begin{aligned}\frac{d\gamma}{dt} &= \omega_x - tg(\vartheta)(\omega_y \cos(\gamma) - \omega_z \sin(\gamma)); \\ \frac{d\psi}{dt} &= \frac{\omega_y \cos(\gamma) - \omega_z \sin(\gamma)}{\cos(\vartheta)}; \\ \frac{d\vartheta}{dt} &= \omega_y \sin(\gamma) + \omega_z \cos(\gamma).\end{aligned}\tag{4.59}$$

Також використовуються проєкції рівнянь кінематики поступального руху (4.3) для визначення положення трикоптера в просторі відносно нерухомої системи координат:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= V_x (\cos(\psi) \sin(\vartheta) \cos(\gamma) + \sin(\psi) \sin(\gamma)) ; \\ \dot{y} &= V_y (\sin(\psi) \sin(\vartheta) \cos(\gamma) - \sin(\psi) \sin(\gamma)) ; \\ \dot{z} &= V_z \cos(\vartheta) \cos(\gamma) .\end{aligned}\tag{4.60}$$

Ураховувати контроль зовнішніх умов при проєктуванні системи керування дуже складно, тому спочатку будемо досліджувати повільне керування польотом за відсутності вітру: так, коефіцієнт аеродинамічного опору можна проігнорувати, також можна припустити, що конструкція трикоптера – повністю симетрична. Крім того, у разі малих значень кута, кутової швидкості та кутів Ейлера квазі-інтегральне співвідношення між кутовою швидкістю Ейлера тіла і кутом можна брати у вигляді інтегрального співвідношення й рівняння (3.8):

$$\dot{\gamma} = \omega_x, \quad \dot{\psi} = \omega_y, \quad \dot{\vartheta} = \omega_z .\tag{4.61}$$

Система введення керування визначається так:

$$\begin{aligned}U_1 &= F_A + F_B + F_C \cos(\alpha) = k_t(\omega_A^2 + \omega_B^2 + \omega_C^2 \cos(\alpha)) ; \\ U_2 &= (F_B - F_A) \frac{\sqrt{3}}{2} d = k_t(\omega_B^2 - \omega_A^2) \frac{\sqrt{3}}{2} d; \\ U_3 &= F_C \sin(\alpha) l - M_{C_{yn}}(F_C \cos(\alpha)) = k_t \omega_C^2 \sin(\alpha) l - k_d \omega_C^2 \cos(\alpha) ; \\ U_4 &= F_C \cos(\alpha) l - (F_B + F_A) \frac{d}{2} = k_t(\omega_C^2 \cos(\alpha) l (\omega_B^2 + \omega_A^2) \frac{d}{2}),\end{aligned}\tag{4.62}$$

де  $U_1$  – сигнал керування вертикальною швидкістю;  $U_2$  – сигнал керування креном;  $U_3$  – сигнал керування ристанням;  $U_4$  – сигнал керування тангажем;  $\omega_i$  – швидкість обертання кожного ротора;  $k_t, k_d$  – коефіцієнти аеродинамічного опору, що залежать від швидкості обертання ротора і швидкості руху об'єкта.

Лінійні диференціальні рівняння з малими зовнішніми впливами здебільшого отримано для літаків. Це означає, що вертикальну стійкість можна підвищити, а дослідження системи керування польотом може дати кращі результати й більш високу точність. За теорією малих збурень ідеальний стан руху – це рівномірний рух. Під час такого руху трикоптер перебуває в рівноважному стані.

У разі незначного опору маємо таку математичну модель:

$$\begin{aligned}
 \dot{\omega}_x &= [U_2 - (I_z - I_y)\omega_y\omega_z - k_t\omega_x]/I_x ; \\
 \dot{\omega}_y &= [U_3 - (I_x - I_z)\omega_x\omega_z - k_t\omega_y]/I_y ; \\
 \dot{\omega}_z &= [U_4 - (I_y - I_x)\omega_y\omega_x - k_t\omega_z]/I_z ; \\
 \ddot{x} &= U_1 (\cos(\psi) \sin(\vartheta) \cos(\gamma) + \sin(\psi) \sin(\gamma))/m - k_d\dot{x} ; \\
 \ddot{y} &= U_1 (\sin(\psi) \sin(\vartheta) \cos(\gamma) - \sin(\psi) \sin(\gamma))/m - k_d\dot{y} ; \\
 \ddot{z} &= U_1 \cos(\vartheta) \cos(\gamma)/m - g - k_d\dot{z} .
 \end{aligned} \tag{4.63}$$

Після тестування було визначено параметри трикоптера (таблиця 4.1).

Таблиця 4.1 – Фізичні та аеродинамічні параметри

Параметр	m	l	d	k <sub>t</sub>	k <sub>d</sub>	I <sub>x</sub>	I <sub>y</sub>	I <sub>z</sub>
Одиниця вимірювання	kg	cm	cm	Nms / rad	Ns/m	kgm <sup>2</sup>	kgm <sup>2</sup>	kgm <sup>2</sup>
Значення	0,8	18,7	16,8	5,9e <sup>-3</sup>	0,25	5,392e <sup>-3</sup>	1,225e <sup>-2</sup>	8,182e <sup>-3</sup>

Динаміка руху вздовж осі OX визначається рівнянням

$$\dot{X}_L = A_L X_L + B_L u_L , \tag{4.64}$$

де  $X_L$  – змінна стану,  $X_L = [V_x \ V_y \ \omega_z \ \vartheta]$ ;  $u_L$  – змінне керування,  $u_L = [U_1 \ U_3]$ ;  $A_L, B_L$  – матриці коефіцієнтів,

$$A_L = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} ; \quad B_L = \begin{bmatrix} 0 & a_\delta \\ a_t & b_\delta \\ 0 & c_\delta \\ 0 & 0 \end{bmatrix} . \tag{4.65}$$

Використовуючи значення з таблиці 4.1 і постійні параметри матриці керування  $B_L$ , отримуємо рівняння простору станів

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_x \\ \dot{V}_y \\ \dot{\omega}_z \\ \dot{\vartheta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,31 & 0 & 0 & -9,8 \\ 0 & -0,75 & 6,9 & 1,73 \\ 0 & 0 & -0,72 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ \omega_z \\ \vartheta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1,25 & 0 \\ 0 & 122,2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_4 \end{bmatrix} . \tag{4.66}$$

Оскільки передавальна функція трикоптера в матричній формі має вигляд

$$G(s) = (sI - A)^{-1}B, \quad (4.67)$$

маємо передавальні функції поздовжнього руху трикоптера за тангажем і швидкістю:

$$W_{\vartheta}(s) = \frac{\vartheta(s)}{U_4(s)} = \frac{122,2}{(s+0,72)s}; \quad (4.68)$$

$$W_{V_x}(s) = \frac{V_x(s)}{U_4(s)} = \frac{-9,8}{s+0,31}. \quad (4.69)$$

Відповідно до передавальної функції (4.69) будемо структурну схему s-моделі трикоптера в середовищі MATLAB (рисунок 4.16).

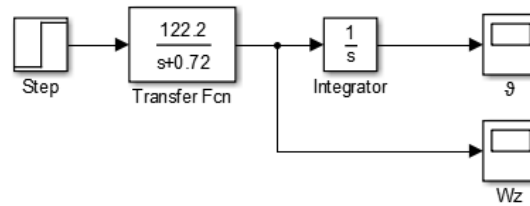


Рисунок 4.16 – S-модель трикоптера за висотою

Унаслідок моделювання в середовищі Simulink маємо графічне зображення реакції трикоптера за тангажем і вертикальною швидкістю на одиничний сигнал за тангажем  $U_4$  (рисунок 4.17).

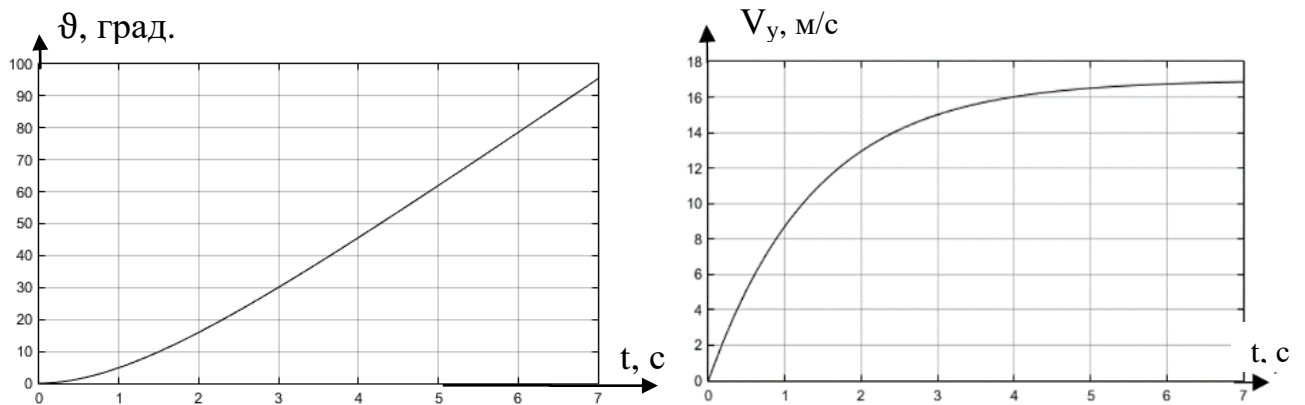


Рисунок 4.17 – Реакція трикоптера за тангажем і вертикальною швидкістю

#### 4.8 Математичний опис руху МБПЛА «Vertigo»

За основу взято поздовжній короткоперіодичний рух (4.49), коефіцієнти ПКПР мають такий вигляд :

$$a_y^\alpha = -\frac{1}{2\tau_a} C_y^\alpha; \quad n_y^\alpha = \frac{V_0}{g} a_y^\alpha; \quad a_{m_z}^{\omega_z} = -\frac{M_z^{\omega_z}}{I_z}; \quad a_{m_z}^\alpha = -\frac{M_z^\alpha}{I_z}; \quad a_{m_z}^{\delta_B} = -\frac{M_z^{\delta_B}}{I_z}.$$



Досліджуємо контури стійкості й керованості БПЛА під час поздовжнього КПР. Числові значення сил і моментів отримуємо під час експериментальних продувок зменшеної моделі «Vertigo» в аеродинамічній трубі.

За значеннями аеродинамічних коефіцієнтів  $C_y$  і  $M_z$  [12], визначеними експериментально, розрахуємо коефіцієнти моделі (4.49):

$$a_y^\alpha = -\frac{1}{2\tau_a} C_y^\alpha = \frac{\rho V_0 S}{2m} C_y^\alpha = -\frac{0,9 \cdot 16,4 \cdot 0,17}{2 \cdot 0,48} 0,315 = -0,2309;$$

$$n_y^\alpha = \frac{V_0}{g} a_y^\alpha = \frac{16,4}{9,7} (-0,2309) = -0,1095.$$

Коефіцієнт аеродинамічного моменту  $M_z^{\delta_B}$  отримуємо, апроксимуючи експериментальні значення в діапазоні  $\delta_B = [-40; 40]$  при  $\alpha = 10$ . Графік апроксимації зображено на рисунку 4.18.

При  $\delta_B = 10$   $M_z^{\delta_B} = 0,2785$ , а при  $\delta_B = 0$   $M_z^{\delta_B} = 0,4438$ , звідки

$$M_z^{\delta_B} = \frac{0,2785 - 0,4438}{10} = -0,01633.$$

Момент інерції  $I_z$  беремо із моделі БПЛА, розрахованої в середовищі SolidWorks:  $I_z = 0,00231687772$  кг · м<sup>2</sup>. Отже,  $a_{m_z}^{\delta_B} = -\frac{M_z^{\delta_B}}{I_z} = \frac{-0,01633}{0,0023} = 7,1$ .

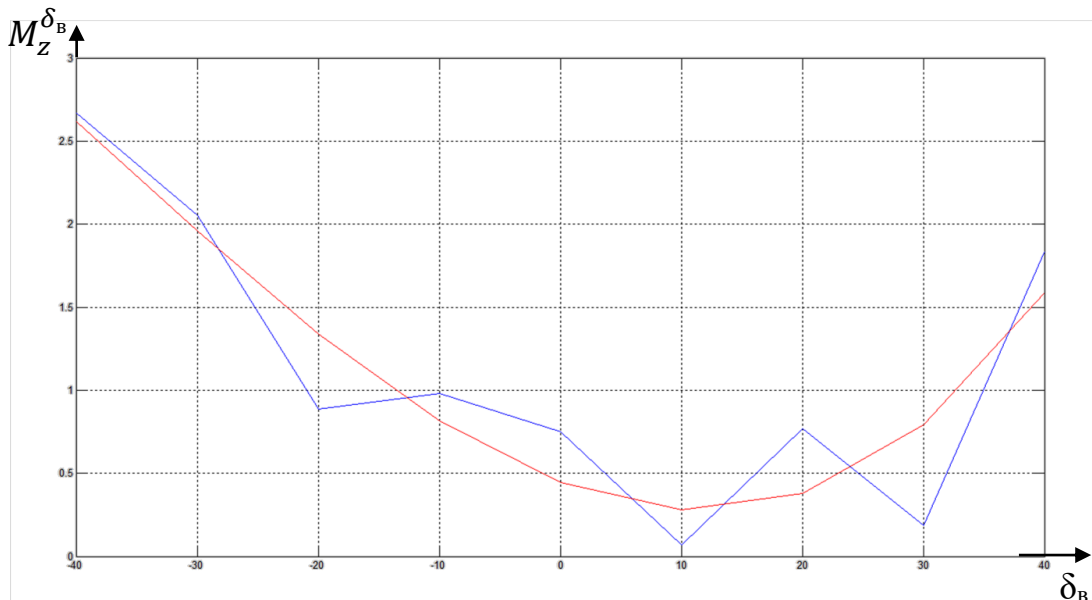


Рисунок 4.18 – Апроксимація  $M_z$

Для визначення  $a_{m_z}^\alpha$  взято значення  $M_z^\alpha = -0,0389$  (при  $\alpha = 10$  і  $\delta_B = 10$ ):

$$a_{m_z}^\alpha = -\frac{M_z^\alpha}{I_z} = -\frac{-0,0389}{0,0023} = 16,91.$$

Коефіцієнт аеродинамічного моменту  $M_z^{\omega_z}$  визначаємо так:

$$\Delta\alpha = \frac{-a_{m_z}^{\delta_B}}{a_{m_z}^{\alpha}} \Delta\delta_B = \frac{-7,1}{16,91} 10 = -4,198;$$

$$M_z^{\omega_z} = \frac{(M_z^{\delta_B} \Delta\delta_B - M_z^{\alpha} \Delta\alpha) I_z}{\Delta\omega_z} = -0,0007512.$$

Насамкінець визначаємо коефіцієнт демпфірування:  $a_{m_z}^{\omega_z} = -\frac{M_z^{\omega_z}}{I_z} = 0,3266$ .

Після отримання коефіцієнтів проведемо дослідження системи в середовищі Matlab Simulink. Схему (або s-модель) поздовжнього КПП «Vertigo» зображено на рисунку 4.19.

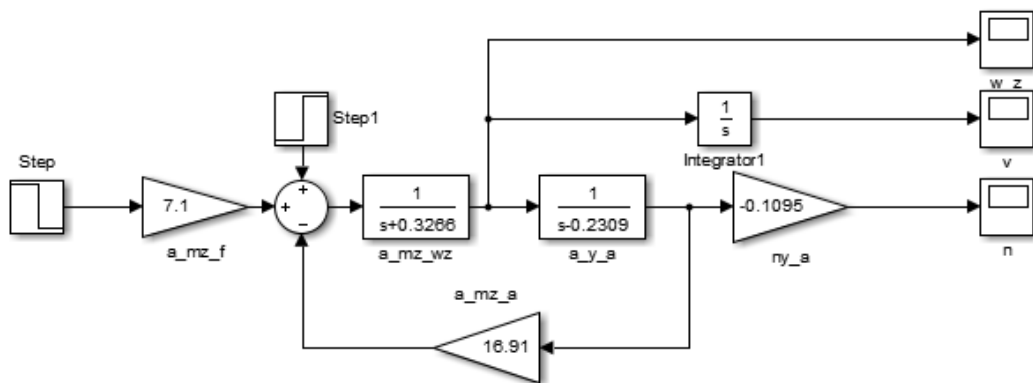


Рисунок 4.19 – Система дослідження ПКПП у середовищі Matlab Simulink

Вплив для s-моделі формуємо у вигляді східчастого сигналу  $\Delta\varphi = -5$ . Моделювання поздовжнього некерованого КПП МБПЛА (рисунки 4.20–4.22) показує, що вільний рух за основними параметрами  $\omega_z$ ,  $\vartheta$ ,  $\nu_y$  є слабозгасним, але

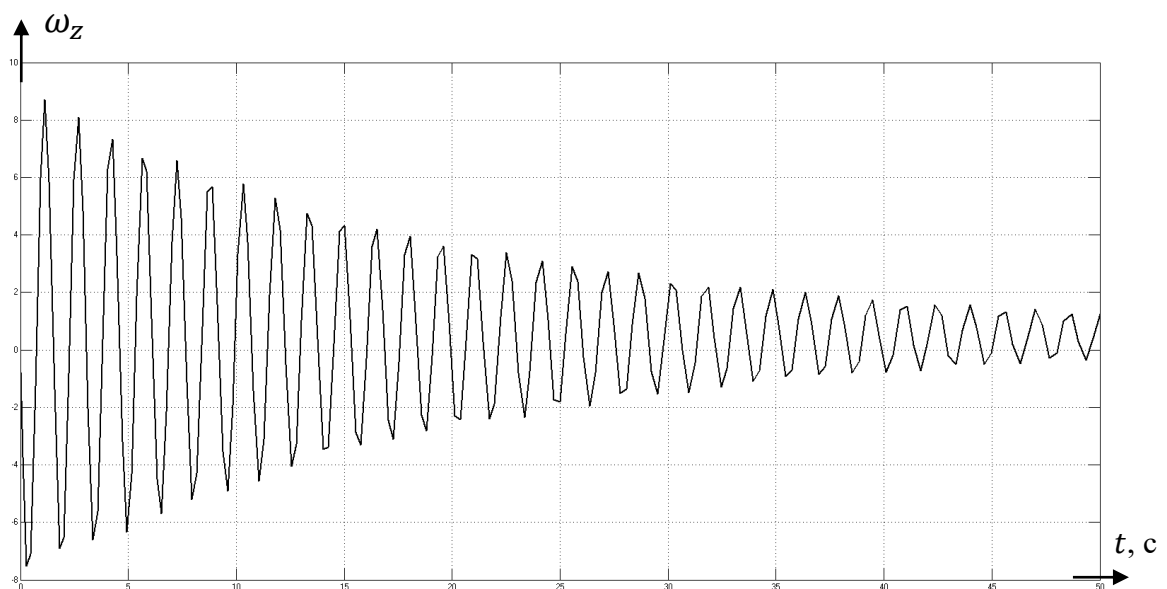


Рисунок 4.20 – Перехідний процес за  $\omega_z(t)$

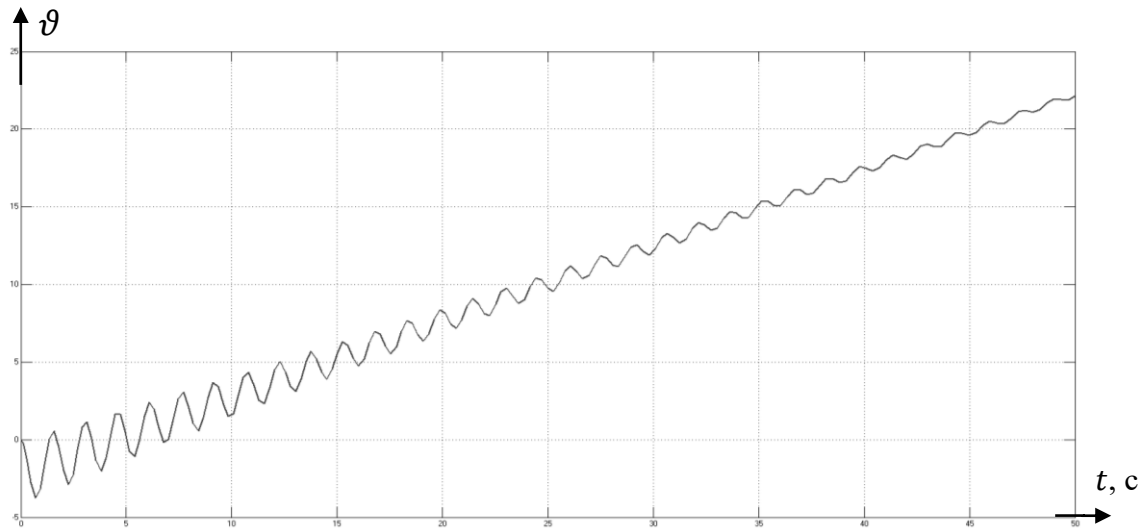


Рисунок 4.21 – Перехідний процес за  $\vartheta(t)$

все ж стійким, що підтверджується геометричним компонуванням, при якому центр мас розташовується перед центром тиску. Аналітично це положення може підтвердитися характером розташування коренів (малими дійсними частинами) передавальної функції МБПЛА під час поздовжнього КПр за кутовою швидкістю тангажу або вертикальним навантаженням.

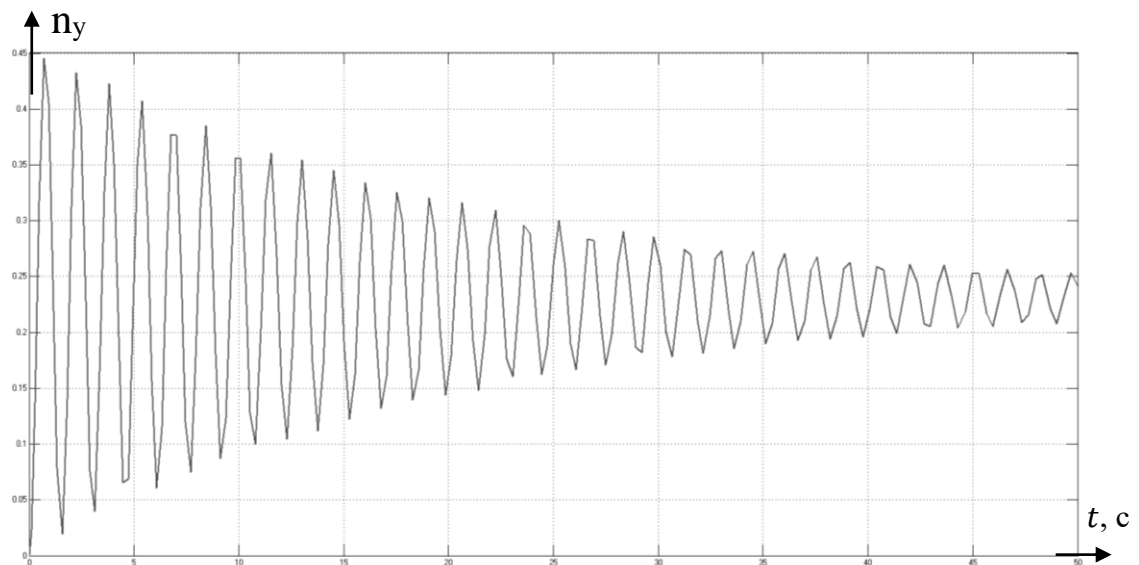


Рисунок 4.22 – Перехідний процес  $n_y(t)$

Запишемо передавальну функцію МБПЛА за вертикальним перевантаженням і знайдемо корінь характеристичного рівняння для перевірки вищесказаного:

$$W_{n_y}^{\delta_B}(s) = a_{m_z}^{\delta_B} \frac{\frac{1}{s + a_{m_z}^{\omega_z}} \frac{1}{s + a_y^{\alpha}}}{1 + a_{m_z}^{\alpha}} n_y^{\alpha} = \frac{-0,77745}{(s + 0,3266)(s - 0,2309) + 16,91}$$

Знайдемо корені характеристичного рівняння

$$A(s) = (s + 0,3266)(s - 0,2309) + 16,91 = s^2 + 0,0957s + 16,83:$$

$$D = b^2 - 4ac = 0,00916 - 67,32 = -67,31;$$

$$s_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-0,0957 \pm \sqrt{-67,31}}{2} = -0,04875 \pm 4,1i.$$

Корені характеристичного рівняння мають малу дійсну частину порівняно з уявною, що і є підтвердженням слабкої коливальної стійкості поздовжнього КПР.

Для покращання якості перехідного процесу в закон керування введемо сигнал від датчика кутової швидкості тангажу  $\omega_z$ , який на борту безпілотної літає формується в блоці датчиків контролера, а саме за допомогою триступеневого мікрогіроскопа. Від'ємний зворотний зв'язок за кутовою швидкістю робить поздовжній рух керованим з огляду на вплив динамічних властивостей, таких як стійкість і керованість, і навіть їх кількісних характеристик. Структура s-моделі зазнає змін, що можна побачити на рисунку 4.23.

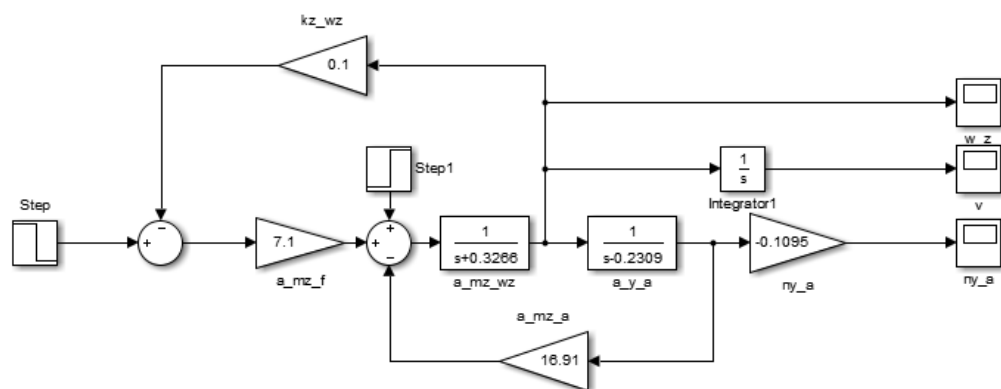


Рисунок 4.23 – Структурна схема з демпфером тангажу (ДТ)

Отримаємо графіки перехідних процесів  $\omega_z(t)$  для трьох значень передатних чисел (ПЧ) ДТ:  $k_{z_1}^{\omega_z} > k_{z_n}^{\omega_z} > k_{z_2}^{\omega_z}$  ( $k_{z_n}^{\omega_z} = 0,1$  – номінальне значення ПЧ, яке підбирається за умов якості перехідного процесу) (рисунок 4.24).

Показники якості є низькими, тому що зберігається велика коливальність, а отже, малий декремент згасання  $\xi_\alpha$ . Уважаємо, що  $k_z^{\omega_z} = 1$ , при такому значенні маємо перехідний процес, зображений на рисунку 4.24.

Графік має два стрибки, перший з яких пояснюється близькістю до уявної осі коренів характеристичного рівняння, тому перерегулювання перевіряємо для другого стрибка:  $\sigma = \frac{0,54-0,54}{0,54} 100 \% = 0 \%$ . Час перехідного процесу  $t_{\text{пп}} = 1,5$  с.

Перевіримо систему при значенні  $k_z^{\omega_z} = 1,5$  (рисунок 4.25).

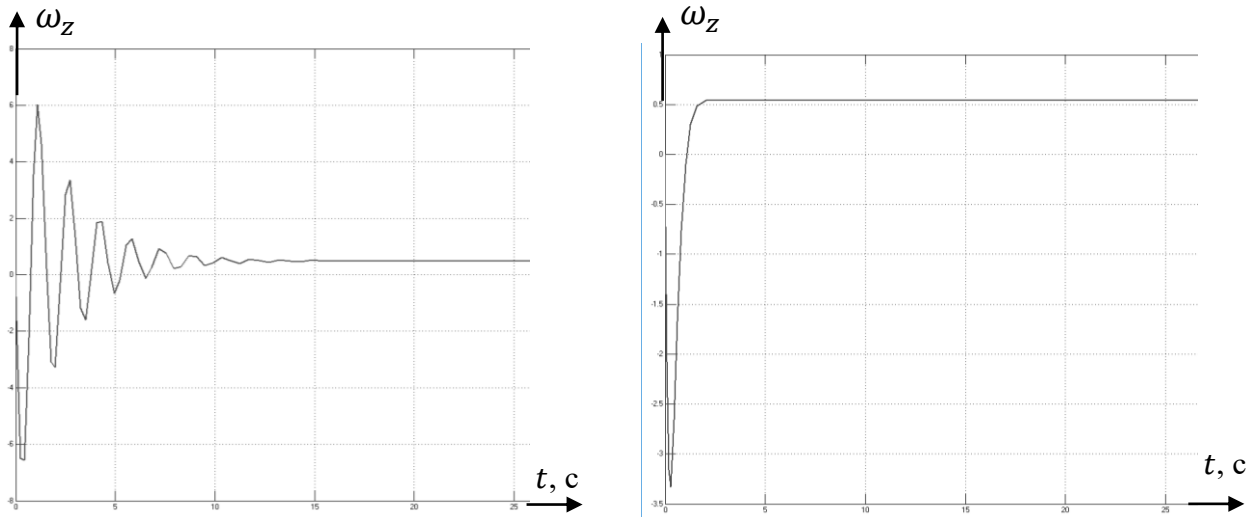


Рисунок 4.24 – Перехідний процес при  $k_z^{\omega_z} = 0,1$  та  $k_z^{\omega_z} = 1$

Перерегулювання немає, але час перехідного процесу збільшився:  $t_{\text{пн}} = 2,5$  с. Виходячи з цього беремо  $k_z^{\omega_z} = 1$ , оскільки при такому значенні якість перехідного процесу є найкращою.

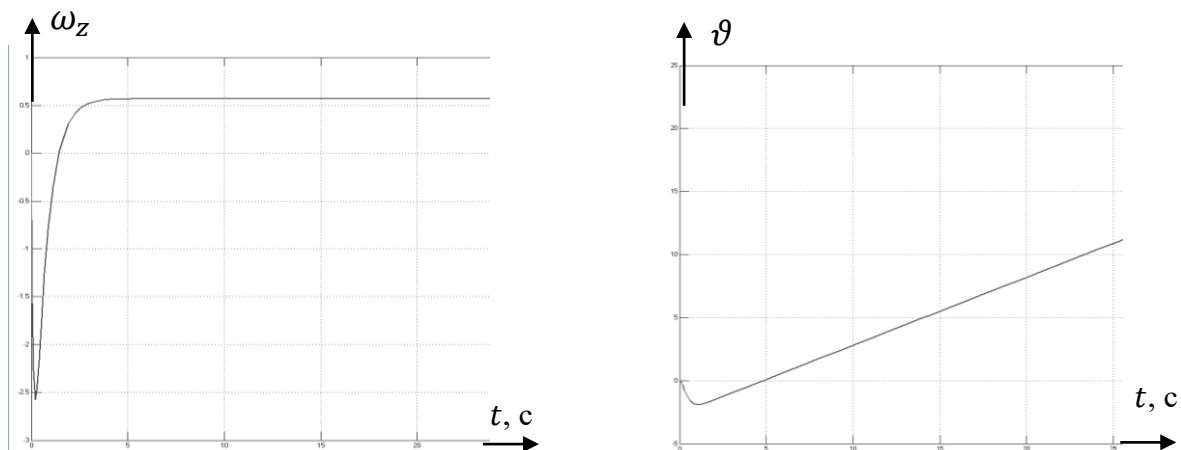


Рисунок 4.25 – Перехідний процес за кутовою швидкістю і тангажем

Як бачимо, порівняно з початковим процесом зникла коливальність. Але сигнал прямує до нескінченності, тобто відсутня стабілізація тангажу. Для забезпечення стабілізації тангажу вводиться зворотний зв'язок за кутом тангажу  $\vartheta$ . Правильне значення коефіцієнта  $k_z^{\vartheta}$  визначається аналогічно попередньому: із трьох коефіцієнтів вибирається найкращий за показниками якості перехідного процесу  $\vartheta(t)$ . Структурну схему зі зворотним зв'язком за кутом тангажу показано на рисунку 4.26, а змінення перехідного процесу при різних передатних числах  $k_z^{\vartheta}$  – на рисунку 4.27.

За графіками визначаємо, що при  $k_z^{\vartheta} = 1$  немає перерегулювання, але час пе-

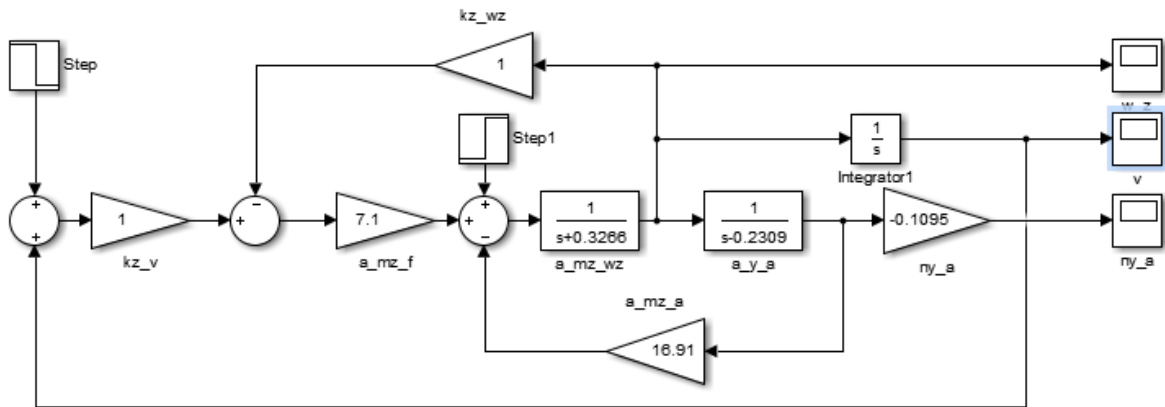


Рисунок 4.26 – Структурна схема з автопілотом тангажу

рехідного процесу є досить великим:  $t_{\text{пн}} = 15,6$  с. При  $k_z^\vartheta = 1,4$  перерегулювання  $\sigma = 14\%$ , що допустимо, ураховуючи технічні вимоги, але час перехідного процесу  $t_{\text{пн}} = 6,2$  с, що значно краще, тому що швидкодія системи підвищилася.

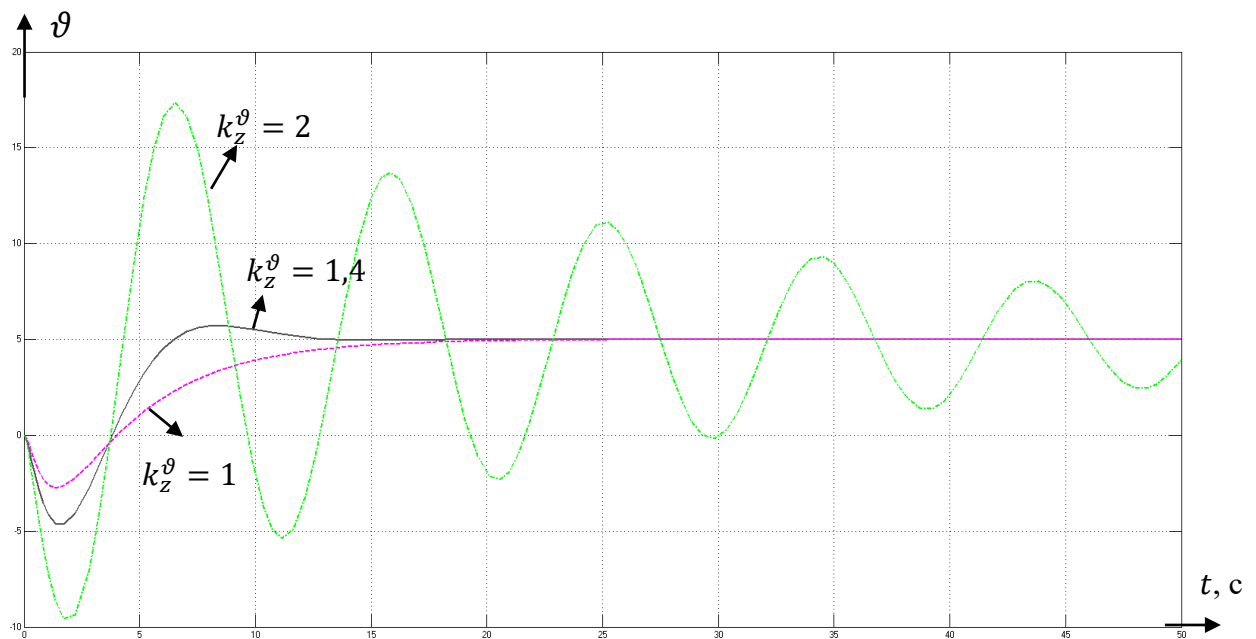


Рисунок 4.27 – Змінення перехідного процесу при різних  $k_z^\vartheta$

Аналогічним чином проведемо дослідження системи при зовнішньому збурювальному моменті  $m_{z36} = 0,5$ . Графіки перехідних процесів за  $\Delta\omega_z$  і  $\Delta\vartheta$  зображено на рисунках 4.28, 4.29.

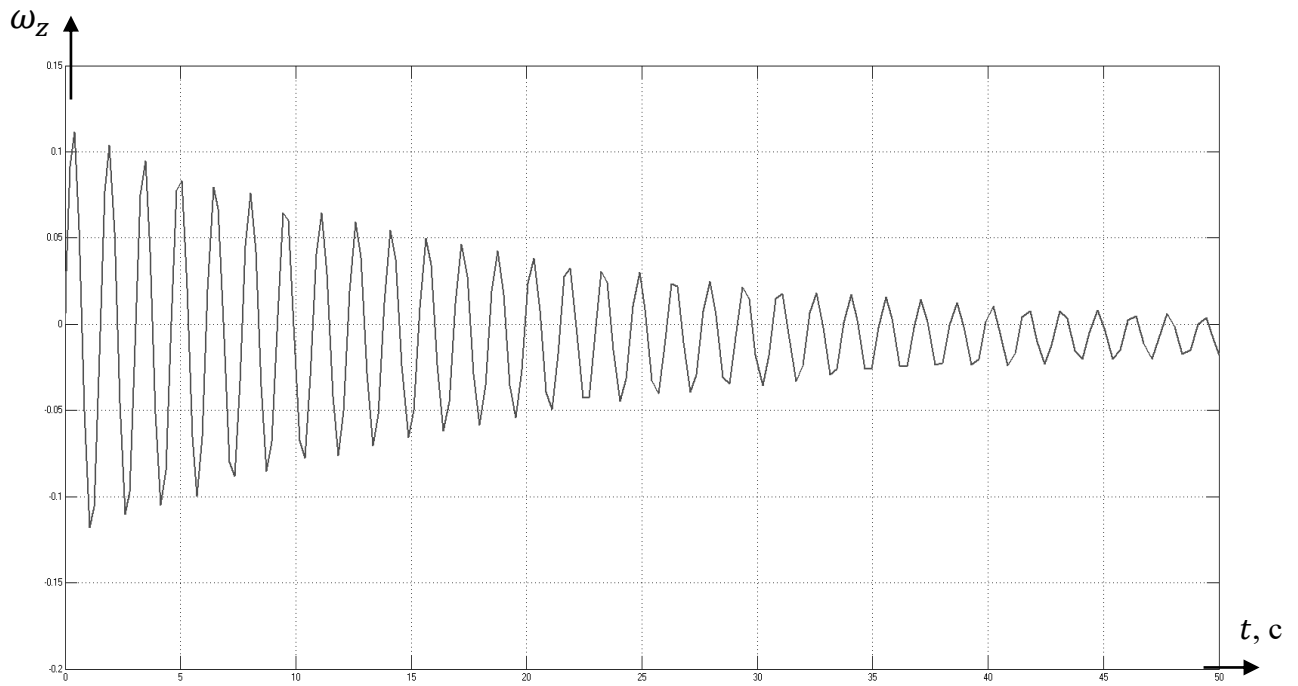


Рисунок 4.28 – Перехідний процес за  $\omega_z(t)$

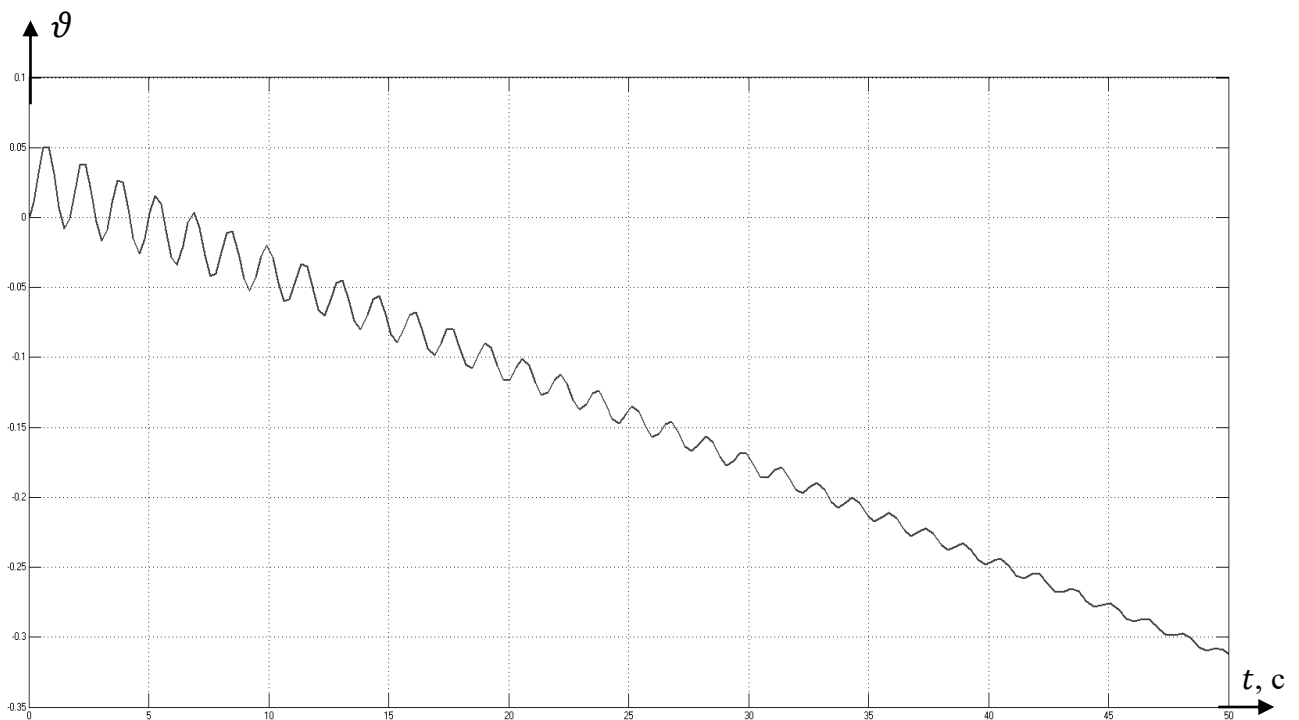


Рисунок 4.29 – Перехідний процес за  $\vartheta(t)$

Після введення зворотного зв'язку за кутовою швидкістю при різних значеннях коефіцієнта  $k_z^{\omega_z}$  (0,5, 0,8, 2) отримано такі графіки, які зображено на рисунку 4.30.

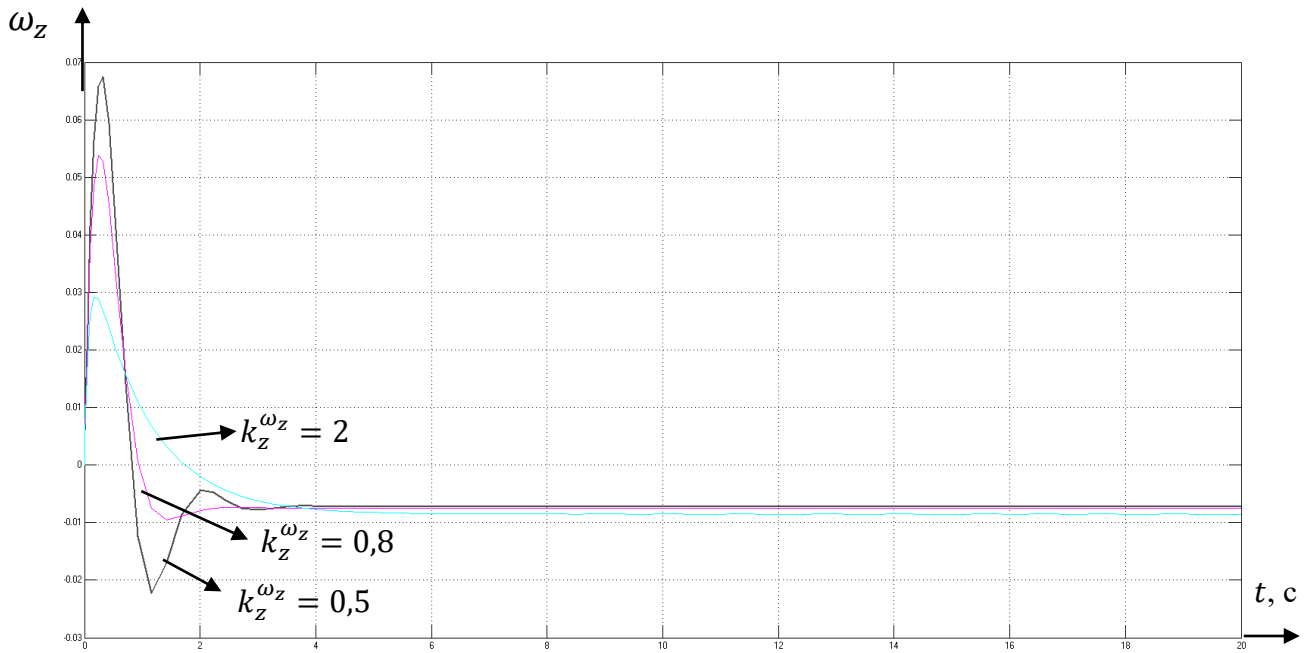


Рисунок 4.30 – Перехідний процес за  $\omega_z(t)$  при різних  $k_z^{\omega_z}$

Оптимальним є коефіцієнт  $k_z^{\omega_z} = 0,8$ , оскільки час переходного процесу в такому випадку є меншим, ніж при  $k_z^{\omega_z} = 2$ :  $t_{\text{пн}} = 1$  с, а перерегулювання є меншим, ніж при  $k_z^{\omega_z} = 0,5$ , але є допустимим – 25 %.

Згідно з попереднім алгоритмом дослідження вводимо зворотний зв'язок за кутом тангажу. Графіки переходних процесів показано на рисунку 4.31.

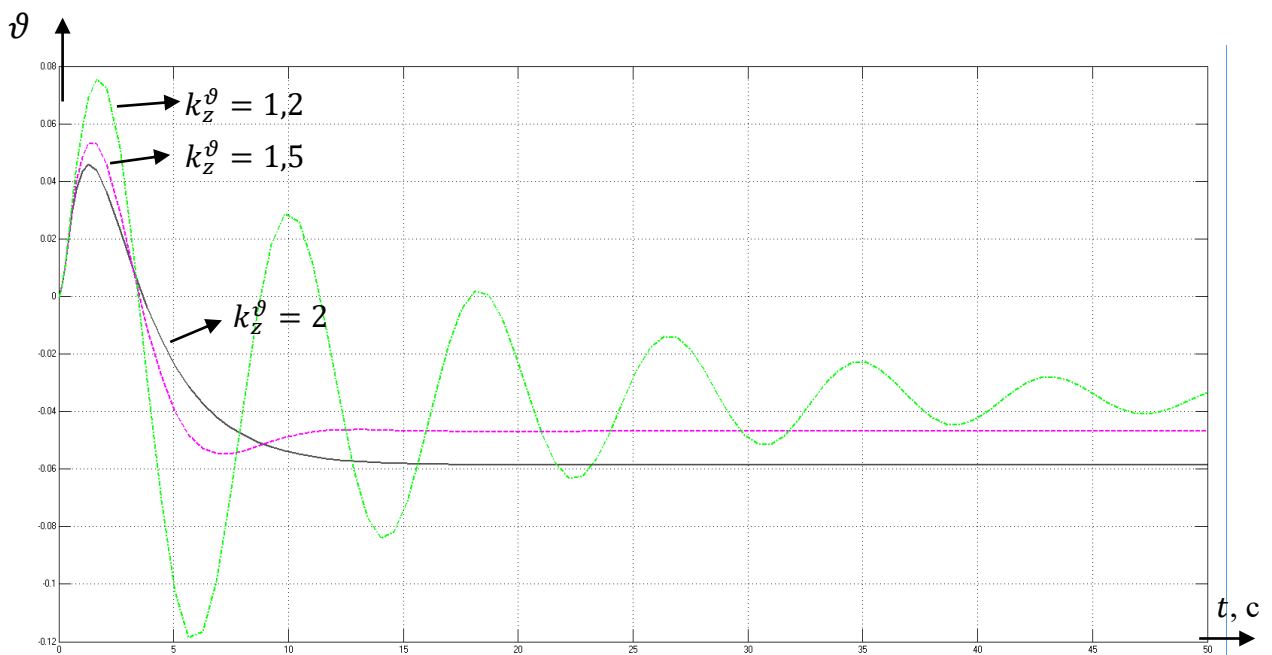


Рисунок 4.31 – Перехідні процеси за  $\vartheta(t)$  при різних  $k_z^{\vartheta}$



При коефіцієнті  $k_z^\vartheta = 1,5$  показники якості є оптимальними:

$\sigma = 20\%$  і  $t_{\text{пн}} = 5,3$  с.

Для усунення статичної помилки в контур зворотного зв'язку за тангажем вводиться інтегральна складова сигналу  $k_z^\vartheta - \frac{k_z^\vartheta}{s}$ , після чого проводиться ще аналіз коефіцієнтів моделі (рисунок 4.32).

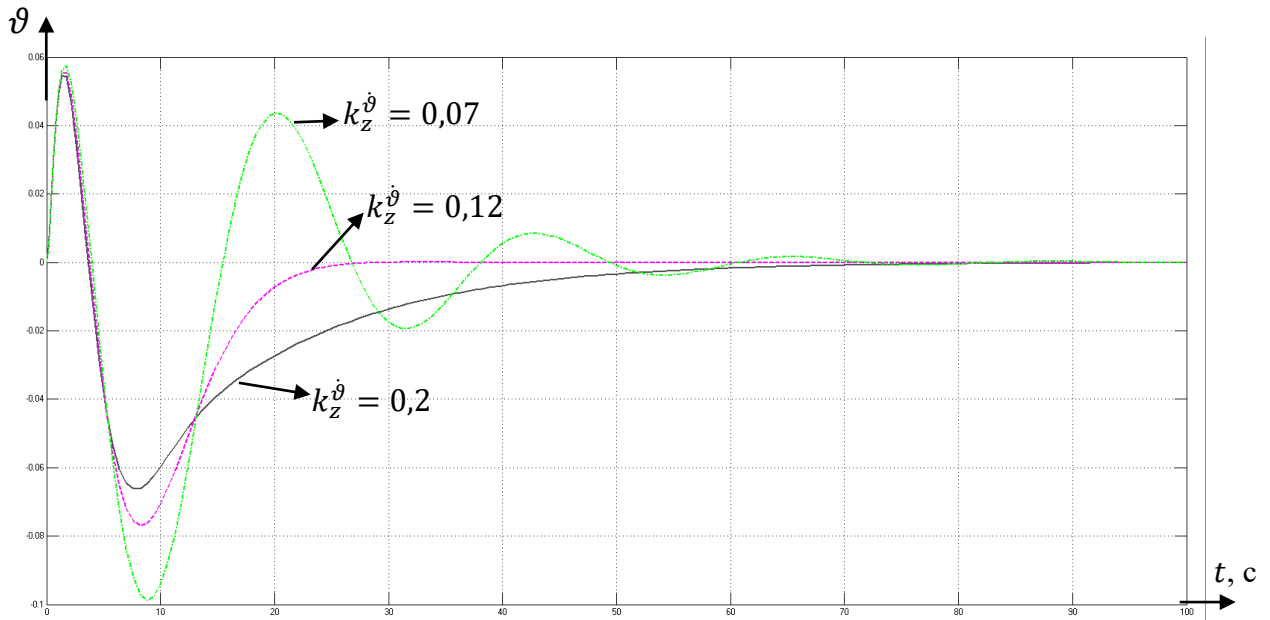


Рисунок 4.32 – Перехідні характеристики при різних  $k_z^\vartheta$

Оскільки час перехідного процесу має бути якнайменшим, беремо інтегральну складову  $k_z^\vartheta = 0,12$ , при якій  $t_{\text{пн}} = 25$  с, а перерегулювання немає.

Проведемо оцінювання керованості з допомогою шкали Купера – Харпера за двома параметрами: власною частотою  $\omega_\alpha$  і декрементом згасання  $\xi_\alpha$  поздовжніх короткоперіодичних коливань. Ці змінні для некерованого руху розраховуємо за формулами

$$\omega_\alpha = \sqrt{a_{m_z}^\alpha - a_{m_z}^{\omega_z} a_y^\alpha}; \quad \xi_\alpha = \frac{a_{m_z}^{\omega_z} - a_y^\alpha}{2\omega_\alpha} . \quad (4.70)$$

Величини  $\omega_\alpha = 4,12$ ;  $\xi_\alpha = 0,07$  за шкалою Купера – Харпера (рисунок 4.33) відповідають третьому рівню, тобто керованість ЛА є низькою [15].

Демпфер тангажу дає змогу підвищити декремент згасання, а отже, і керованість ЛА в цілому. Згідно з попередніми дослідженнями коефіцієнт демпфірування  $k_z^{\omega_z}$  дорівнює 0,8. Перерахуємо декремент згасання, щоб перевірити вплив демпфера тангажу:

$$\hat{\xi}_\alpha = \frac{\xi_\alpha + 0,5\omega_\alpha T_\theta k_{\omega_z}^\delta k_z^{\omega_z}}{\sqrt{1 + k_{\omega_z}^\delta k_z^{\omega_z}}}, \quad (4.71)$$

де  $T_\theta = -\frac{1}{a_y^\alpha} = 4,33$  с – стала часу;  $k_{\omega_z}^\delta = \frac{1}{T_\theta} k_\alpha^\delta = \frac{a_{m_z}^{\omega_z}}{\omega_\alpha^2 T_\theta} = 0,0044$  – коефіцієнт підсилення ЛА за кутовою швидкістю тангажу.

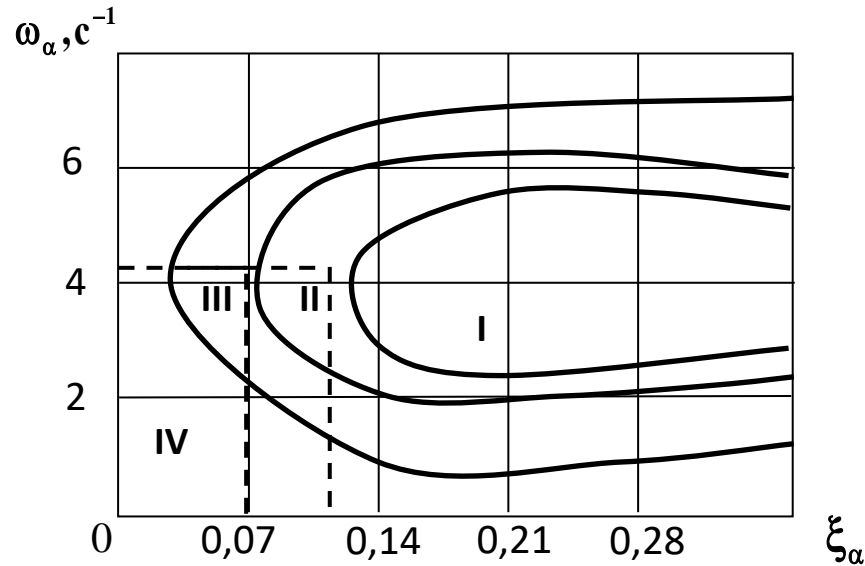


Рисунок 4.33 – Шкала оцінювання керованості ЛА Купера – Харпера

Отже, маємо

$$\hat{\xi}_\alpha = \frac{0,7 + 0,5 \cdot 4,12 \cdot 4,33 \cdot 0,0044 \cdot 0,8}{\sqrt{1 + 0,0044 \cdot 0,8}} = 0,101.$$

Згідно з рисунком 4.33 при такому значенні декременту згасання оцінка керованості переходить у другу зону, що відповідає прийнятній керованості.

Визначимо запаси стійкості системи за амплітудою і фазою. Для цього побудуємо логарифмічну амплітудну частотну характеристику (ЛАЧХ) і логарифмічну фазову частотну характеристику (ЛФЧХ) (рисунок 4.34).

Запас стійкості за фазою визначається як  $\Delta\varphi = \varphi(\omega_{зр}) + 180^\circ$ , де  $\omega_{зр}$  – частота, при якій ЛАЧХ перетинає вісь абсцис. З цього випливає, що  $\Delta\varphi = -82^\circ + 180^\circ = 98^\circ$ . Запас стійкості за амплітудою визначається як  $\Delta A = A(\omega_B)$ , де  $\omega_B$  – частота, при якій  $\varphi(\omega) = -180^\circ$ . Таким чином,  $\Delta A = -60$  дБ.

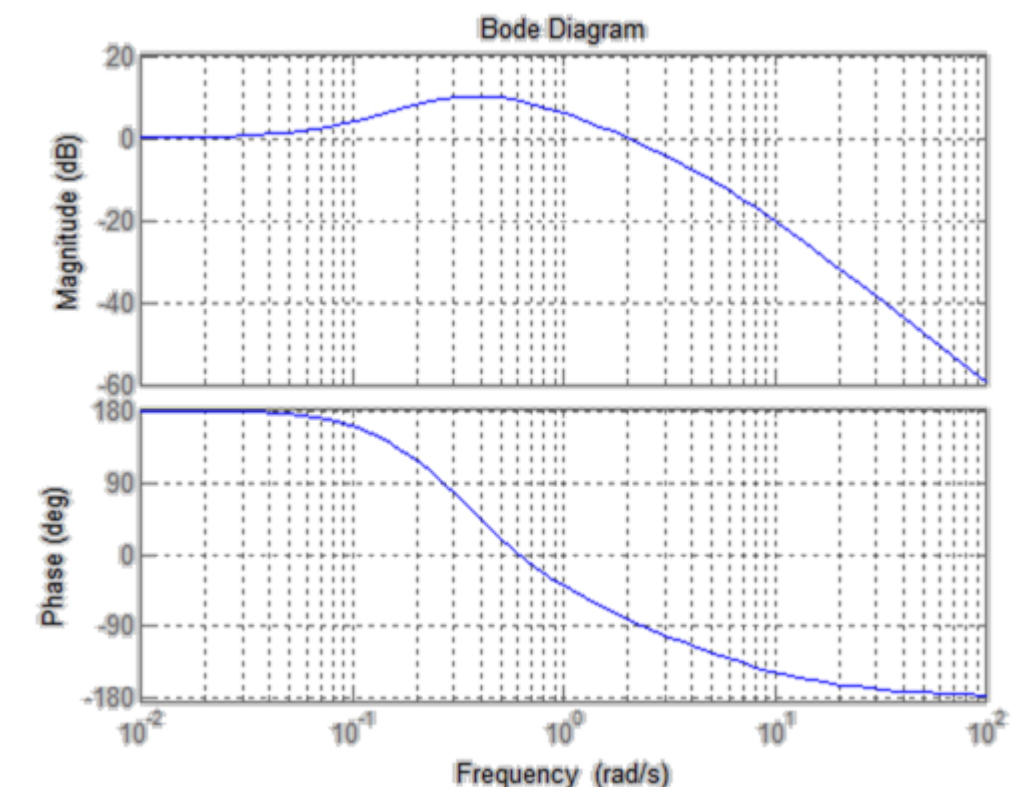


Рисунок 4.34 – ЛАЧХ і ЛФЧХ системи

## 5 РОЗРОБЛЕННЯ КОНСТРУКЦІЇ ТА ВИБІР ОБЛАДНАННЯ МБПЛА

Як і будь-який БПЛА типу «коптер», трикоптер має основні складові, без яких його політ є просто неможливим, та опціональні частини, призначені для полегшення керування літальним апаратом або збільшення його функціоналу.

До основних складових трикоптера належать: рама; польотний контролер; двигуни; ESC-регулятори; сервопривод; акумулятор; апаратура радіокерування; пропелери.

Такі елементи, як GPS, телеметрія, відеолінк, підвіс для камери, OSD, належать до додаткового обладнання та збільшують функціональні можливості трикоптера. Розглянемо всі вищеперелічені частини трикоптера й виберемо потрібні.

### 5.1 Рама

Рама трикоптера (рисунок 5.1) містить елемент рульового механізму для відхилення вбік заднього пропелера. Цьому механізму слід приділити особливу

увагу, оскільки він зазнає значного навантаження, а його руйнування призводить до падіння літального апарата. Одним із можливих варіантів є самостійне виготовлення рами для ЛА, проте у випадку з трикоптером досягти достатньої жорсткості трипроменевої самостійно виготовленої рами досить складно, а забезпечити надійність і безвідмовність рульового механізму – ще складніше, тому було прийнято рішення про придбання готової рами для трикоптера.



Рисунок 5.1 – Рама майбутнього трикоптера

Маса цієї рами становить близько 88 г. Раму вирізано з карбонового листа за допомогою лазера, тому вона має чіткі геометричні розміри і симетрію відносно поздовжньої осі. Рульовий механізм надруковано на 3D-принтері, його міцність є достатньою для експлуатації.

## 5.2 Польотний контролер

Польотом дрона безпосередньо керує польотний контролер. Існують десятки моделей популярних польотних контролерів різних виробників. Їх характеристики в кожній цінній категорії загалом є подібними, і вибір польотного контролера залежить від особистих уподобань конструктора дрона. Цінова шкала доступних на ринку польотних контролерів становить від кількох десятків до кількох тисяч доларів США.

Функціями польотного контролера є такі:

- стабілізація апарата в повітрі;
- утримання висоти (барометр) і позиції (GPS);
- автоматичний політ за заданими точками (опція);
- передавання на землю поточних параметрів польоту за допомогою модема або Bluetooth (опція);
- забезпечення безпеки польоту (повернення в точку зльоту при втраті сигналу, автопосадка);

– підключення додаткової периферії: OSD (накладання параметрів польоту на відео), світлодіодна індикація тощо.

Кількість функцій залежить від наявності на борту коптера відповідної периферії, дешеві контролери можуть не виконувати деякі функції.

Розглянемо найпопулярніші варіанти польотних контролерів, а потім зведемо дані в єдину таблицю для порівняння всіх характеристик.

### **MultiWii**

Польотний контролер MultiWii (рисунок 5.2) є популярним завдяки низькій ціні й відкритості вихідних кодів. Компіляція програми виконується з допомогою безкоштовного середовища розробки Arduino IDE. Останні версії MultiWii виконують більшість функцій, необхідних для польоту, у тому числі для польоту за точками. Проєкт є некомерційним і підтримується ентузіастами.



Рисунок 5.2 – Контролер MultiWii

### **ArduCopter**

Польотний контролер ArduCopter (рисунок 5.3) – найбільш функціональний серед польотних контролерів з відкритим кодом.



Рисунок 5.3 – Контролер ArduCopter

Цей контролер виконує всі необхідні для польоту функції, у тому числі автоматичний політ за точками, накладання параметрів польоту на відео (OSD), утримання позиції тощо. Контролери випускаються компанією 3D Robotics (плати

APM 2.5, 2.6). Існують також китайські клони (HKPilot 2.5), ідентичні за «залізом» і прошивками, їх ціна – близько 50 \$.

Плата APM має лише базову функціональність, решта модулів (GPS, OSD, модем тощо) купуються окремо.

### Польотні контролери DJI

Польотні контролери DJI, які випускає компанія DJI Innovations, мають закриті прошивки і схему. Сьогодні компанія випускає три види контролерів. DJI Naza-M Lite (рисунок 5.4, а) – базова версія, має режими стабілізації польоту та основні GPS-функції (утримання й повернення додому). Не підтримує можливість підключення зовнішніх модулів, в іншому функціональність аналогічна старшій моделі DJI Naza-M V2. Контролери DJI мають високу стабільність польоту, кращу, ніж у більш дешевих моделей. Хоча функціональність контролерів є доволі обмеженою, її можна значно розширити з допомогою зовнішніх модулів



Рисунок 5.4 – Контролери DJI Naza-M Lite (а) та SP Racing F3 (б)

(крім DJI Naza-M Lite). Для отримання можливості безпроводного налаштування необхідно придбати додатковий модуль Bluetooth, для ведення розширених польотних логів – DJI iOSD MARK II, для польоту за точками, передавання телеметрії або керування з планшета iPad – 2.4G Bluetooth Datalink & iPad Ground Station. Таким чином, головним недоліком цих контролерів є висока ціна як самого контролера, так і додаткових модулів.

### *SP Racing F3 DELUXE*

Польотний контролер SP Racing F3 (рисунок 5.4, б) – це основа апаратів як для FPV-дронів, акробатичних польотів, так і для аерофотозйомки. Його побудовано на новому технологічному і швидкому процесорі STM32F303. Підтримує різні літаки, трикоптери, квадрокоптери, гексакоптери, октокоптери тощо.

Особливості: робота всіх функцій одночасно (OSD, SmartPort, SBus, LED, Battery Monitoring, Sonar, 8 моторів); процесор ARM Cortex-M3 72 МГц; легка і

компактна конструкція; наявність польотного чорного ящика; bootloader, який неможливо видалити; наявність OneShot ESC; широка підтримка приймачів (SBUS, IBUS, SUMH, SUMD, Spektrum1024/2048, XBUS, PPM, PWM); програмовані виходи для LED-підсвічування; порт моніторингу напруги і струму батареї.

Склад платформи: процесор STM32F303 CPU, 72 МГц; гіроскоп MPU6050; акселерометр MPU6050; компас HMC5883; барометр MS5611; рознім комбінований (PPM, PWM, SERIAL RX, GPIO, ADC, 3V, 5V, GND) – 1 шт.; розніми для регуляторів і сервоприводів, UART, датчика напруги батареї, пицалки, I2C, настроювання SWD. Розмір плати – 36x36 мм; маса – 6 г.

Головним недоліком усіх вищеперелічених варіантів є закритий код, тобто якимось чином контролювати те, що відбувається в алгоритмах контролера, ми не можемо. Максимум – це зміна коефіцієнтів PID-регулятора, але іноді цього може бути недостатньо, особливо для керування таким апаратом, як трикоптер. Проте контролер SP Racing F3 має досить велику кількість різних прошивок і аж три (CleanFlight, BetaFlight і INav) конфігуратори, які можна використовувати для змінення та встановлення величезної кількості параметрів, налаштування трикоптера та відстежування його динамічних характеристик і логів. Основним керувальним елементом майбутнього трикоптера було вибрано SP Racing F3.

Порівняння найпопулярніших зараз контролерів (розглянутих вище та інших) за функціональністю наведено в таблиці 5.1.

Таблиця 5.1 – Порівняння польотних контролерів

Контролер	Функція					
	Стабілізація польоту	Утримання висоти	Утримання позиції	Політ за точками	Модем/ телеметрія	OSD
MultiWii	+	+	+	+	+	+
ArduCopter	+	+	+	+	+	+
Rabbit	+	+	+	-	-	-
DJI NAZA Lite	+	+	+	-	-	-
Zero UAV	+	+	+	+	+	-
XAircraft	+	+	+	-	-	-
FY-DOS	+	+	+	-	-	-
KK	+	-	-	-	-	-
MicroCopter	+	+	+	+	+	+
SP Rasing F3	+	+	+	+	+	+
CopterControl	+	-	-	-	-	-
Arduino Mega	+	+	+	+	+	+

### 5.3 Мотори та ESC-регулятори

Основними характеристиками під час вибору безконтактного двигуна постійного струму (БДПС) для конкретної моделі БПЛА є формфактор (розмір статора та спосіб кріплення до рами), вантажопідйомність і параметр  $K_v$ , що показує, які оберти може видати БДПС на валу без навантаження при напрузі 1 В.

Було вибрано БДПС RS2205-2300KV 3-6S (рисунок 5.5) – двигун, що може забезпечувати піднімальну силу до 1590 г залежно від встановленого акумулятора і пропелера. Цього буде більш ніж достатньо для польоту трикоптера і навіть для виконання акробатичних маневрів. Також ці двигуни забезпечують оптимальне енергоспоживання, завдяки чому можна збільшити дальність і тривалість польоту трикоптера.

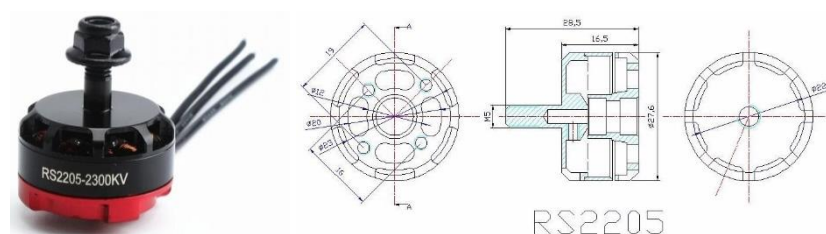


Рисунок 5.5 – БДПС RS2205-2300KV

У більшості випадків система керування БДПС являє собою слідкувальну систему (рисунок 5.6).

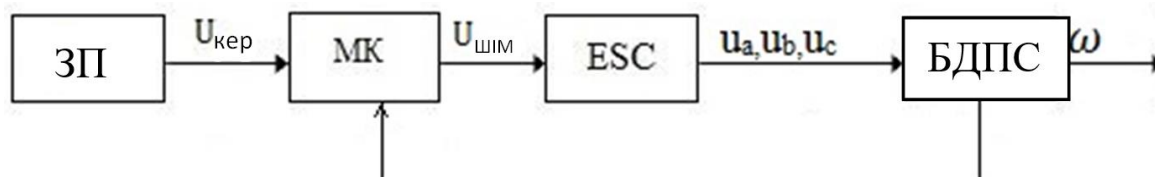


Рисунок 5.6 – Функціональна схема системи керування БДПС

Система керування БДПС складається із задавального пристрою (ЗП), мікроконтролера (МК), регулятора ходу (ESC) і власне БДПС, що перетворює електричну енергію на механічну. Керування роботою ESC реалізується в мікроконтролері за допомогою спеціальних програм, у цьому випадку SP Rasing F3 подає ШІМ-сигнали на ESC для створення необхідної швидкості обертання вала БДПС.

Регулятор ходу ESC (рисунок 5.7), який під'єднано між акумулятором і силовим електродвигуном, являє собою транзисторний силовий комутатор, що видає на три обмотки ДПС по черзі імпульси з напругою  $U_{жив} = 14,4$  В і силою



струму 20...30 А. Вхідні сигнали: напруга  $U_{\text{жив}} = \pm 5 \text{ В}$  і керувальний ШІМ-сигнал з мікроконтролера.



Рисунок 5.7 – Плата ESC-регулятора

Для визначення моменту комутації в контролері використовується зворотна ЕРС, що генерується непідімкненими обмотками. Регулятор ходу приймає сигнали про стан обмоток двигуна й передає їх на МК [16].

#### 5.4 Гвинти (пропелери)

Розміри пропелерів визначаються відповідно до типу встановленого на ЛА двигуна. Зазвичай виробник подає таблиці з рекомендаціями щодо використовуваних гвинтів (рисунок 5.8), у яких також можна знайти дані про тягу кожного гвинта, вантажопідйомність та інші характеристики (залежно від виробника двигунів).

Prop (inch)	Voltages (v)	Throttle (%)	Load Current (A)	Pull(g)	Power(W)	Efficiency (g/W)	Temperature(in full throttle load 1 min)
5050	16.8	50%	8.73	565	146.7	3.852	61C°
		60%	13.07	653	219.6	2.974	
		70%	18.68	891	313.8	2.839	
		80%	25.62	1117	430.4	2.595	
		90%	33.35	1356	560.3	2.420	
		100%	41.5	1519	697.2	2.179	

Рисунок 5.8 – Фрагмент таблиці для вибору пропелера від виробника БДПС

Для трикоптера було вибрано трилопатеві пропелери DALPROP CYCLONE 5,2 дюйма T5249C Pro 5249.

#### 5.5 Апаратура радіокерування, акумулятор

Для дистанційного керування трикоптером потребується апаратура радіокерування з приймачем, який встановлюється власне на літальний апарат і передає команди на польотний контролер. Було вибрано систему радіокерування Flysky FS-i6s (рисунок 5.9) з приймачем з можливістю під'єднання за протоколом

I<sup>Bus</sup>. Характеристики десятиканального передавача FS-I6S: технологія 2.4 ГГц AFHDS; тип коду – модуляція GFSK; напруга живлення 4,2...6 В; попередження про низьку напругу, якщо менше 4,2 В; розмір – 179x81x161 мм; маса – 410 г.



Рисунок 5.9 – Система радіокерування Flysky FS-i6s з приймачем

Для рами, двигунів і пропелерів найкраще підходить акумулятор з вихідною напругою близько 15 В. Таку напругу в поєднанні з малою масою та високою струмовіддачею може забезпечити лише літійполімерний акумулятор 4S (4 – кількість комірок, кожна з яких здатна віддати напругу 3,2...4,2 В). Для реалізації моделі було вибрано акумулятор Ovonic Li-Pol 1550mAh, 4S (14.8V), 100C (рисунок 5.10).



Рисунок 5.10 – Акумулятор Ovonic Li-Pol 1550mAh, 4S (14.8V), 100C

Ще одним важливим параметром акумулятора є його максимальна струмовіддача, що виражається в амперах. Напис «100C» на акумуляторі означає, що він здатен віддати струм, у 100 разів більший за його ємність, виражену в ампер-годинах. Від ємності акумулятора також залежить дальність польоту трикоптера, для польотного часу близько 10 хв буде достатньо акумулятора на 1500 мА·год.

## 5.6 Опціональні елементи БПЛА типу «трикоптер»

GPS використовується для утримання позиції, повернення в точку зльоту та автоматичного польоту за точками.

Нове покоління GPS-модулів NEO-M8N характеризується швидким пошуком сигналу, високою точністю позиціонування й функціональністю, застосуванням оригінальних чіпів M8N і вбудованого компаса. Оновлення позиціонування покращено до 10 ГГц. Модуль підтримує GPS + SBAS і GPS + ГЛОНАСС + SBAS. До комплекту поставки входять корпус, елементи кріплення й монтажна щогла.

Телеметрія призначена для дистанційного настроювання й перегляду параметрів польоту за допомогою безпроводних каналів зв'язку: модема на 433 або 910 МГц, Bluetooth- або WiFi-модуля. Дальність їх роботи може становити від 50 м до 10 км.

Відеолінк призначено для перегляду зображення, переданого з мультикоптера, на якому встановлено мінікамеру та відеопередавач з частотою передавання 900 МГц, 1,2, 2,4 або 5,8 ГГц. Високочастотні сигнали краще передаються компактними антенами, однак низькочастотні сигнали краще огинають перешкоди. Дальність приймання відеосигналу від передавача 200...400 мВт становить близько кілометра. Для передавання сигналів використовуються аналогові камери стандартів PAL або NTSC, цифрові не використовуються через їх дороговизну й більшу масу.

OSD (On Screen Display) (рисунк 5.11, *а*) під'єднується між камерою і відеопередавачем і використовується для накладання параметрів польоту (швидкості, висоти, координат тощо) на відео (рисунк 5.11, *б*), особливо це потребується під час польотів у режимі FPV (First Person View), тобто в режимі перегляду від першої особи з використанням спеціальних окулярів.

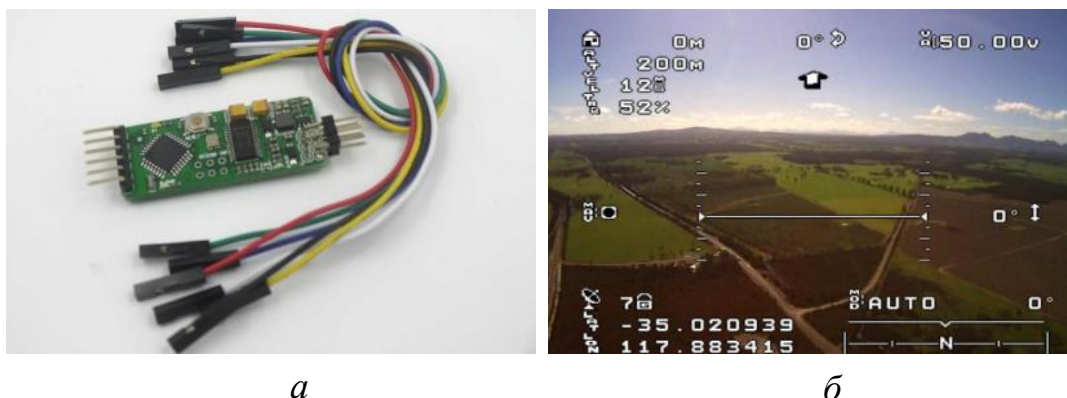


Рисунок 5.11 – Комплект OSD (*а*) та відео з функцією OSD (*б*)

Усі бортові елементи з'єднуються відповідно до схеми (рисунк 5.12).

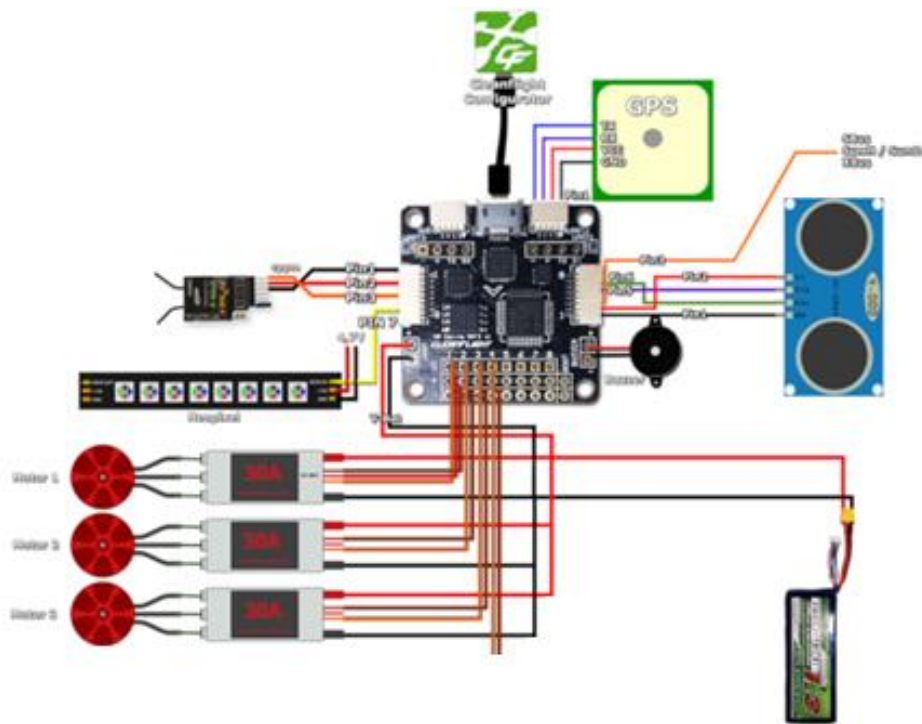


Рисунок 5.12 – Схема з'єднання компонентів трикоптера

Зовнішній вигляд зібраного трикоптера зображено на рисунку 5.13.



Рисунок 5.13 – Практична реалізація трикоптера

## 6 НАСТРОЮВАННЯ ТА ВИПРОБУВАННЯ МБПЛА

Перед польотом трикоптер потребує деякої підготовчої роботи, тому що польотний контролер і датчики інформації мають початкові настройки. Для досягнення оптимальних умов польоту необхідно настроїти параметри як датчиків і моторів, так і польотного контролера та систем зв'язку (пульт керування та телеметрія).

### 6.1 Установлення наземної станції

Mission Planner – програмне забезпечення для налаштування, оснащеного польотним контролером ArduPilot Mega, та керування ним. Повна назва: Mission Planner Ground Control Station або Mission Planner GCS.

На екрані польотних даних, що також містить вікно HUD (Heads-up Display), відображається вся інформація з бортового обладнання (рисунок 6.1).

На головному екрані відображаються такі параметри польоту:

- 1) червона лінія – фактичний курс, напрямок носа ЛА;
- 2) зелена лінія – заданий курс з урахуванням корекції з треку;
- 3) чорна лінія – курс, визначений за даними, отриманими від GPS (зазвичай відрізняється від фактичного);
- 4) жовта лінія – напрямок на поточну маршрутну точку, до якої здійснюється політ;

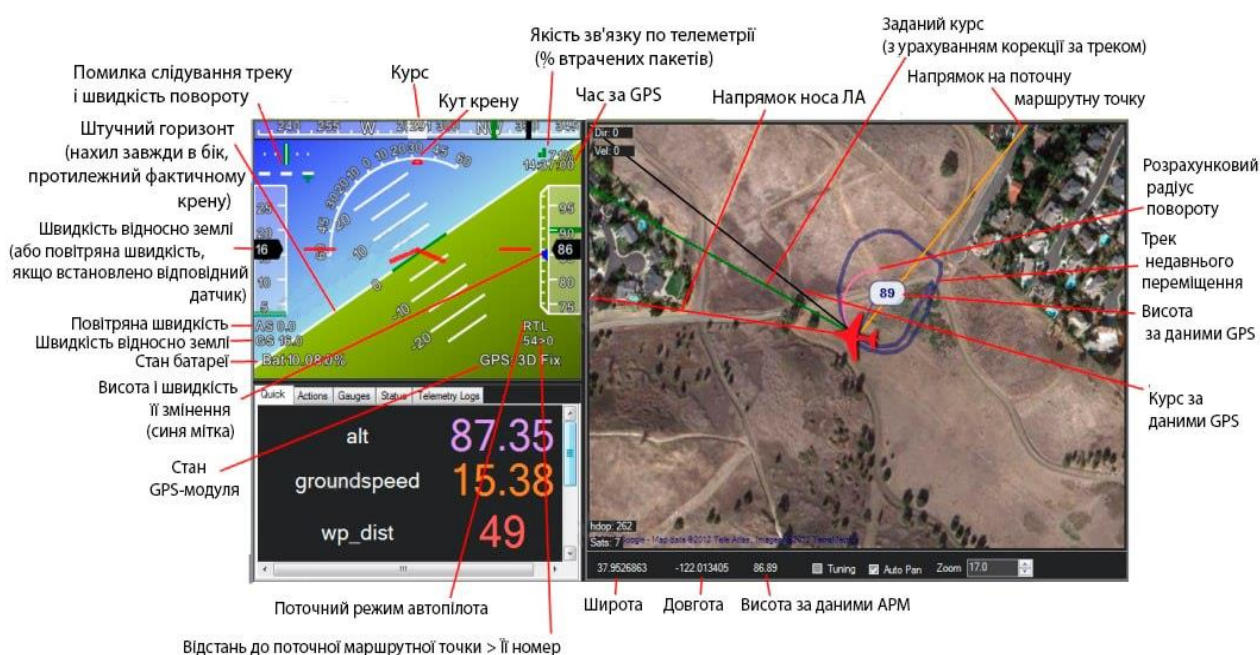


Рисунок 6.1 – Головний екран наземної станції

- 5) Desired turn radius – розрахунковий радіус повороту;
- 6) GPS reported altitude – висота за даними GPS;
- 7) Latitude – широта;
- 8) Longitude – довгота;
- 9) Track of recent travel – трек недавнього переміщення.

## 6.2 Установлення контакту із наземною станцією

*Установлення контакту через USB.* Після встановлення Планувальника завдань на комп'ютер (рисунок 6.2) необхідно під'єднати панель автопілота до комп'ютера за допомогою кабелю MicroUSB, як показано на рисунку 6.2. Використовують прямий порт USB на власному комп'ютері.

Першу спробу під'єднання контролера було зроблено раніше. Тепер постає завдання – завантажити осмислено прошивку й далі вивчати і настроювати її. Проблем з драйвером не має бути, оскільки його встановлено раніше. Запускаємо Mission Planner. У правому верхньому куті натискаємо на список, що випадає, і вибираємо порт, до якого під'єднано контролер. Вибираємо швидкість під'єднання – 115 200 бод.

Далі натискаємо кнопку Initial Setup зверху зліва, потім – рядок Install Firmware. Відкривається вікно із зображенням моделей (автомобіль, літак, вертол-

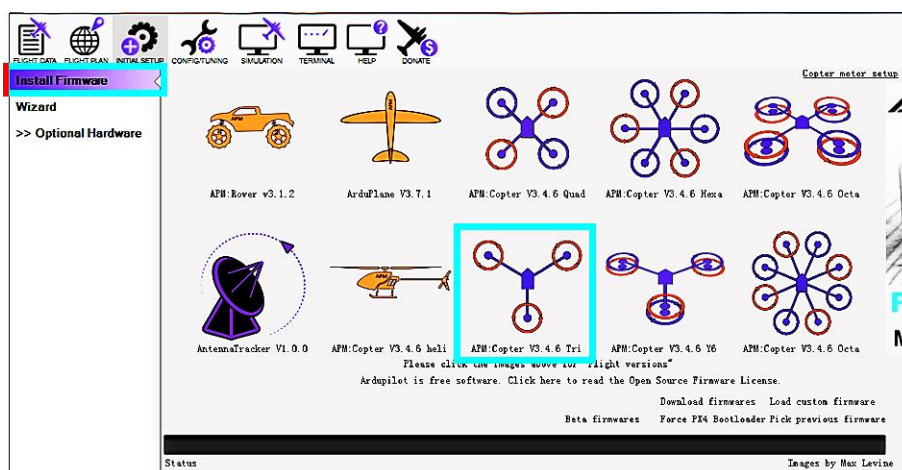


Рисунок 6.2 – Вибір конфігурації прошивки трикоптера

літ і коптер) і конфігурацій коптера. На цей момент необхідно, щоб на комп'ютері було виконано з'єднання з інтернетом. Програма завантажує список поточних прошивок. Вибираємо необхідну конфігурацію прошивки трикоптера.

*Установимо контакт через Bluetooth-пристрої.* Канал передавання даних

Bluetooth можна використовувати для під'єднання АРМ до комп'ютера з підтримкою Bluetooth або наземної станції Android на відстані до 50 м. Bluetooth-пристрій HC-05 або HC-06 підключається до пристрою (код 1234 або 0000), перевіряємо його властивості й переглядаємо вкладку служб. Перевіряємо, чи встановлено прапорець SPP com port (лише там, якщо пристрій Bluetooth активний). Знаходимо диспетчер пристроїв (Windows) і переконуємося, що для Bluetooth встановлено COM-порт, а у властивостях COM-порту встановлюємо швидкість передавання – до 57600 бод.

При підімкненні АРМ модуль з Bluetooth блиматиме з частотою 1 Гц, коли червоний світлодіод не підімкнено.

### 6.3 Калібрування датчиків і приводів

*Калібрування регуляторів швидкості моторів ESC.* Призначенням електронних регуляторів ESC є контроль швидкості обертання двигунів, які регулюються з допомогою польотного контролера. Більшість таких пристроїв мають бути відрегульовані так, щоб були відомими мінімальне й максимальне значення ШІМ, що надходять від польотного контролера.

Перед калібруванням ESC-регуляторів ESC слід переконатися, що коптер не має пропелерів, контролер не під'єднаний до комп'ютера через USB, а акумулятор вимкнений. Далі виконуємо такі дії:

- під'єднуємо один із ESC-регуляторів трипровідним кабелем до радіоприймача (канал регулювання тяги двигуна), зазвичай 3-й канал;
- вмикаємо апаратуру і встановлюємо ручку газу на максимум (повністю вверх);
- вмикаємо акумулятор LiPo;
- почувши музичний тон, а потім два звукові сигнали, ручку газу опускаємо повністю вниз;
- почувши кілька гудків (кількість гудків відповідає кількості осередків батарейки, що використовується) та один довгий сигнал, який свідчить про те, що кінцеві точки встановлено і ESC відкалібровано;
- вимикаємо акумулятор і повторюємо ці дії для всіх регуляторів ESC.

*Калібрування акселерометра.* У розділі Initial Setup|Mandatory Hardware вибираємо Accel Calibration у меню зліва. Натискаємо Accel для запуску калібрування (рисунок 6.3).

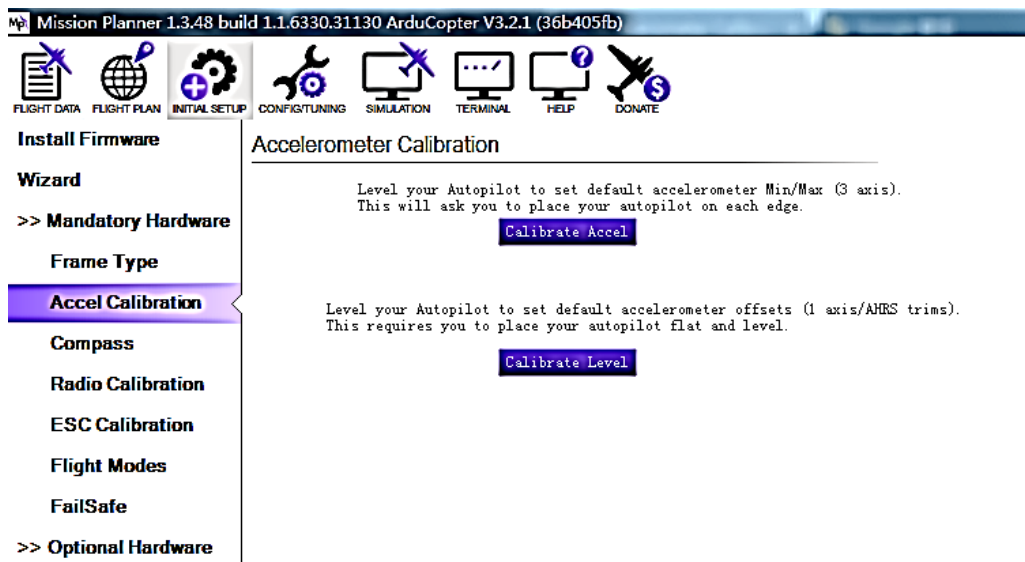


Рисунок 6.3 – Вікно калібрування акселерометра

Mission planner запропонує помістити БПЛА в кожен калібрувальну позицію. Натискаємо будь-яку клавішу, щоб указати, що автопілот знаходиться в положенні готовності, а потім переходимо до наступної орієнтації. Калібрувальні позиції: рівень, управо, уліво, ніс униз, ніс уверх та перевернуте положення (рисунок 6.4).



Рисунок 6.4 – Позиції калібрування акселерометра

*Калібрування компаса.* Для виконання базового калібрування компаса в Mission Planer у меню Initial Setup вибираємо Compass. Вибираємо правильну орієнтацію для встановлення.

Переконавшись, що компас увімкнено та в Enable встановлені галочки, натискаємо кнопку External Compass (рисунок 6.5).

У випадковому вікні з'явиться повідомлення, що є 60 с на те, щоб виконати обертання АРМ навколо всіх осей. Натискаємо ОК. Протягом 60 с потрібно утримувати квадрокоптер у повітрі й повертати його повільно, щоб кожен сторону



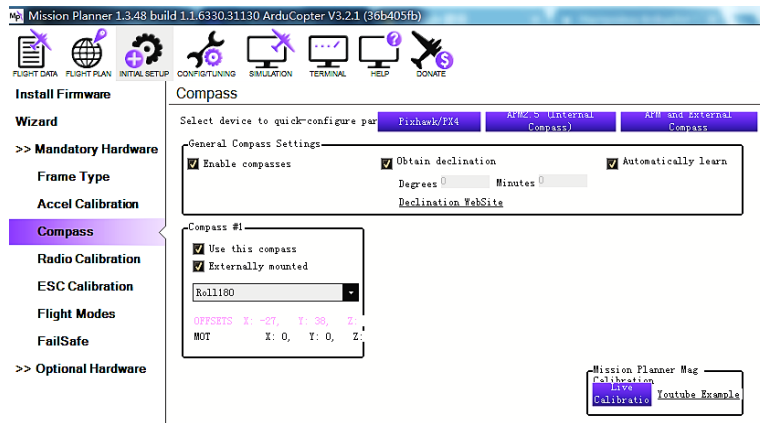


Рисунок 6.5 – Вікно калібрування компаса

(спереду, ззаду, зліва, справа) було зафіксовано протягом декількох секунд (рисунок 6.6).

Калібрування буде автоматично завершено, коли будуть введені дані для всіх позицій. У цей момент з'явиться інше вікно з повідомленням про збереження нових обчислених даних, що відображаються на головному екрані.

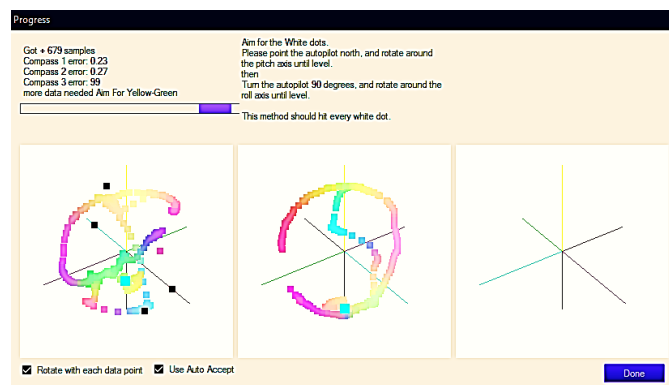


Рисунок 6.6 – Процес калібрування компаса

*Калібрування пульту керування.* Увімкнувши радіоапаратуру, переконаємося, що передавач (рисунок 6.7) перебуває в режимі керування польотом (АРМ має бути в режимі польоту незалежно від вибраного типу БПЛА). Установлюємо всі стіки по центру.

У разі апаратури Mode 1 лівим джойстиком (стіком) можна контролювати кути тангажу (Pitch) і ристання (Yaw), правим – дросель (зміна тяги, throttle) і кут крену (Roll). Для будь-якого типу передавача трипозиційний перемикач має бути підімкнений до 5-го каналу, тоді контролюватимуться режими польоту. Ручками настроювання можна регулювати 6-й канал, призначений для настроювання режи-

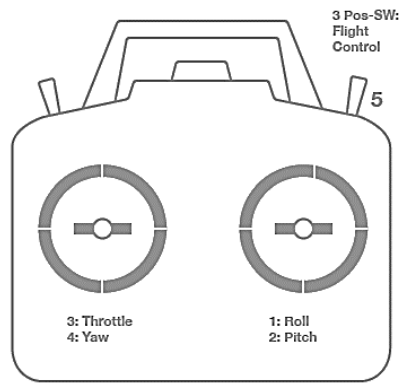


Рисунок 6.7 – Схема каналів керування пульта

му польоту. 7-й і 8-й канали виконують допоміжні функції. Почнемо рухати ручки керування та тумблери на апаратурі від мінімальних до максимальних значень і спостерігаємо за результатом. Червоними лініями калібрувальних міток, що з'явилися, будуть позначені максимальне й мінімальне значення сигналів, що змінюються (рисунок 6.8).

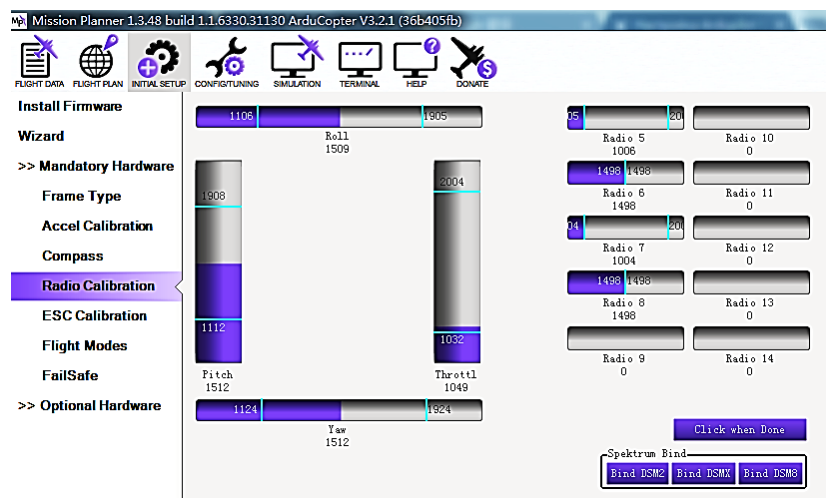


Рисунок 6.8 – Вікно калібрування радіокерування

Коли червоні лінії показників крену, тангажу, тяги, рискання та 5-го радіоканалу (необов'язково 6-го, 7-го та 8-го радіоканалів) встановлено на мінімальних і максимальних значеннях, натискаємо Done. На екрані програми Mission Planner побачимо зведені дані калібрування (рисунок 6.9). Нормальні значення: близько 1100 – для мінімумів; 1900 – для максимумів. Якщо мітки будуть рухатися в протилежному напрямку від напрямку руху стіка або тумблера, то це означає, що

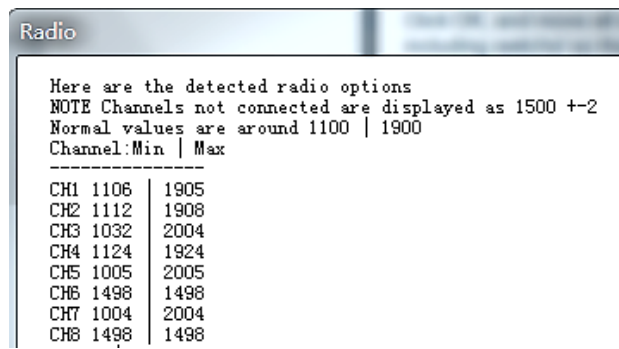


Рисунок 6.9 – Результати калібрування радіокерування

канал на передавачі знаходиться в інверсії. Використовуючи меню апаратури, настроїмо потрібний канал, щоб установити правильне його функціонування.

## БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Класифікація безпілотних літальних апаратів / О. І. Тимочко, Д. Ю. Голубничий, В. Ф. Третяк, І. В. Рубан // Системи озброєння і військова техніка. – 2007. – Вип. 1(9). – С. 61–66.
2. Proposal to create common rules for operating drones in Europe [Electronic resource] // European Aviation Safety Agency. – 2015. – Access mode: easa.europa.eu.
3. Кутовий, О. П. Тенденції розвитку безпілотних літальних апаратів / О. П. Кутовий // Наука і озброєння. – 2014. – № 4. – С. 39–47.
4. Луцький, М. Г. Розвиток міжнародного регулювання та нормативної бази використання безпілотних літальних апаратів / М. Г. Луцький, В. П. Харченко, Д. О. Бугайко // Вісник НАУ. – 2015. – № 4. – С. 5–14.
5. Zulu, A. Review of Control Algorithms for Autonomous Quadrotors [Electronic resource] / A. Zulu, S. John // Open Journal of Applied Sciences. – 2014. – Vol. 4. – P. 547–556. – DOI: 10.4236/ojapps.2014.414053.
6. Американські вчені подолали важливий бар'єр на шляху до енергії синтезу [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [https://texty.org.ua/fragments/48864/Amerykanski\\_vcheni\\_podolaly\\_vazhlyvuj\\_barjer\\_na\\_shlahu-48864/](https://texty.org.ua/fragments/48864/Amerykanski_vcheni_podolaly_vazhlyvuj_barjer_na_shlahu-48864/)
7. Хоменко, Л. М. Основи проектування і моделювання : навч.-метод. посіб. / Л. М. Хоменко. – Умань : ФОП Жовтий О. О., 2016. – 125 с.
8. 8 рейтингових проєктів DARPA: траводні роботи, комахи-кіборги, штучна кров і ще трохи дивного // Defense Express. – 2022. – № 1.
9. Кочук, С. Б. Автоматизація проектування малогабаритного БПЛА з використанням комп'ютерних технологій / С. Б. Кочук, О. А. Нікітін // Інтегровані комп'ютерні технології в машинобудуванні. ІКТМ'2018 : Всеукр. наук.-техн. конф. : тези доп. / Нац. аерокосм. ун-т ім. М. Є. Жуковського «Харків. авіац. ін-т». – Харків, 2018. – Т. 2. – С. 103.
10. Кочук, С. Б. Розробка оптимальної системи управління МБПЛА «Vertigo» / С. Б. Кочук, О. А. Нікітін // Інтегровані комп'ютерні технології в машинобудуванні. ІКТМ'2018 : Всеукр. наук.-техн. конф. : тези доп. / Нац. аерокосм. ун-т ім. М. Є. Жуковського «Харків. авіац. ін-т». – Харків, 2018. – Т. 2. – С. 104.
11. Гідрогазодинаміка / С. М. Василенко, В. Р. Кулінченко, О. Ю. Шевченко, В. А. Піддубний. – Київ : Кондор-Видавництво, 2016. – 676 с.
12. Кочук, С. Б. Про комплексний підхід до проектування малогабаритних безпілотних літальних апаратів / С. Б. Кочук // Відкриті інформаційні та комп'ютерні інтегровані технології: зб. наук. праць / Нац. аерокосм. ун-т ім. М. Є. Жуковського «Харків. авіац. ін-т». – Харків, 2016. – № 74. – С. 49–54.
13. Стеценко, І. В. Моделювання систем : навч. посіб. / І. В. Стеценко. – Черкаси : ЧДТУ, 2010. – 399 с.

14. Кочук, С. Б. Математичні моделі літака як об'єкта управління : навч. посіб. / С. Б. Кочук, С. М. Фірсов, К. Ф. Фомичов. – Харків : ХАІ, 2016. – 74 с.
15. Синеглазов, В. М. Автоматизовані системи управління повітряних суден : підручник / В. М. Синеглазов, М. К. Філяшкін. – Київ : НАУ, 2003. – 502 с.
16. Кочук, С. Б. Практичне дослідження об'єктів автоматизації : навч. посіб. до лаб. практикуму / С. Б. Кочук, А. О. Нікітін. – Харків : ХАІ, 2021. – 61 с.

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
1 ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ЩОДО БЕЗПЛОТНИХ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ...	3
1.1 Роль БПЛА в сучасних технологіях.....	4
1.2 Класифікація БПЛА.....	5
1.3 Дослідні МБПЛА.....	11
2 МЕТОДИ ПРОЄКТУВАННЯ МБПЛА .....	12
2.1 Методи проєктування.....	14
2.2 Етапи та стадії проєктування.....	15
2.3 Особливості концептуального проєктування БПЛА.....	17
2.4 Алгоритм формування зовнішнього вигляду БПЛА.....	19
2.5 Проєктування МБПЛА «Vertigo» .....	22
2.6 Етапи проєктування «Vertigo» у середовищі SolidWorks.....	24
3 МЕТОДИ ТА ЕТАПИ МОДЕЛЮВАННЯ.....	41
3.1 Способи побудови моделей.....	42
3.2 Класифікація моделей.....	42
3.3 Задачі моделювання.....	42
3.4 Процес моделювання.....	43
4 РОЗРОБЛЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ РУХУ МБПЛА.....	45
4.1 Векторні рівняння просторового руху.....	46
4.2 Системи координат.....	48
4.3 Сили й моменти, що діють на БПЛА.....	51
4.4 Рівняння просторового руху.....	54
4.5 Рівняння повного позадвжнього руху.....	62
4.6 Математична модель позадвжнього короткоперіодичного руху.....	63
4.7 Математичний опис руху трикоптера.....	65
4.8 Математичний опис руху МБПЛА «Vertigo».....	70
5 РОЗРОБЛЕННЯ КОНСТРУКЦІЇ ТА ВИБІР ОБЛАДНАННЯ МБПЛА.....	81
5.1 Рама.....	81
5.2 Польотний контролер.....	82
5.3 Мотори та ESC-регулятори.....	86
5.4 Гвинти (пропелери).....	87
5.5 Апаратура радіокерування, акумулятор.....	87
5.6 Опціональні елементи БПЛА типу «трикоптер».....	88
6 НАСТРОЮВАННЯ ТА ВИПРОБУВАННЯ МБПЛА.....	91
6.1 Установлення наземної станції.....	91
6.2 Установлення контакту із наземною станцією.....	92
6.3 Калібрування датчиків і приводів.....	93
БІБЛЮГРАФІЧНИЙ СПИСОК.....	98

Навчальне видання

**Кочук Сергій Борисович**  
**Нікітін Артем Олексійович**  
**Жежера Іван Володимирович**

**ПРОЄКТУВАННЯ МАЛОГАБАРИТНИХ БЕЗПЛОТНИХ  
ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ**

Редактор Т. О. Іващенко

Зв. план, 2024

Підписано до видання 12.07.2024

Ум. друк. арк. 5,6. Обл.-вид. арк. 6,31. Електронний ресурс

---

Видавець і виготовлювач  
Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського  
«Харківський авіаційний інститут»  
61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17  
<http://www.khai.edu>  
Видавничий центр «ХАІ»  
61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17  
[izdat@khai.edu](mailto:izdat@khai.edu)

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи  
до Державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів  
видавничої продукції серія ДК № 391 від 30.03.2001