

В. Я. Жихарев

**НАДІЙНІСТЬ
ВИМІРЮВАЛЬНО-
ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ
КОМПЛЕКСІВ**

1996

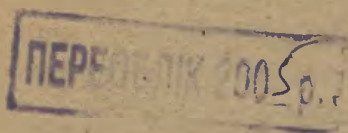
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ

629.73

ДНБ 75

Харківський авіаційний інститут ім. М.С.Жуковського

В.Я. Жихарев



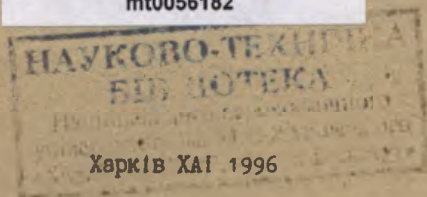
надійність вимірювально-обчислювальних комплексів

Навчальний посібник

Научно-техническая
библиотека
"ХАИ"



mt0056182



629.735.33.054.019.3 (075.8)

УДК 621.9.019.3

Надійність вимірювально-обчислювальних комплексів / В.Я.Жихарев. - Навч. посібник. - Харків: Харк. авіац. ін-т, 1996. - 84 с.

Наведено структурний і логіко-ймовірнісний методи аналізу надійності. Подано моделі розрахунку надійності з використанням мажоритарного принципу, а також моделі надійності програмного забезпечення вимірювально-обчислювальних комплексів. Розглянуто питання надійності їх елементів і вузлів.

Для студентів Харківського авіаційного інституту, які навчаються за спеціальністю 1903.

Іл. 27. Твол. 3. Бібліогр.: 5 назв.

Р е ц е н з е н т и : д-р техн. наук, проф. В.В.Семенець,
канд. техн. наук Л.І.Набока

1. Структурний аналіз і розрахунок надійності вимірювально-обчислювальних комплексів.....	5
1.1. Математична модель структурної схеми.....	6
1.2. Показники якості структурної схеми.....	15
1.3. Статистичний аналіз приладових пристроїв за їх структурною схемою.....	18
1.4. Розрахункові формули для структур довільної конфігурації.....	19
1.5. Методика структурного розрахунку надійності ВСК.....	25
2. Логіко-ймовірнісний метод оцінки ефективності ВСК з урахуванням відмов окремих пристроїв і підсистем.....	28
2.1. Вибір критерію якості функціонування ВСК.....	28
2.2. Кількісна оцінка критерію ефективності функціонування ВСК.....	29
3. Мажоритарний принцип побудови надійних ВСК.....	36
3.1. Мажоритарні елементи.....	36
3.1.1. МЕ з резистивною логікою і перемикачем струму.....	42
3.1.2. МЕ з резистивно-транзисторною логікою.....	43
3.1.3. МЕ з діодною логікою і перемикачем струму.....	43
3.1.4. МЕ з логікою на багатомітерних транзисторах і перемикачем струму.....	44
3.1.5. МЕ з діодною логікою і транзисторним ключем.....	45
3.2. Синтез вузлів і пристроїв ВСК на базі МЕ.....	45
3.3. Надійність мажоритарних ВСК з відновленням.....	51
4. Оцінка надійності програмного забезпечення (ПЗ).....	55
4.1. Класифікація програм за ознаками надійності.....	55
4.2. Задачі аналізу надійності ПЗ.....	56
4.3. Основні показники надійності ПЗ.....	57
4.4. Фактори, які впливають на надійність функціонування КП.....	58
4.5. Вплив структури КП на надійність.....	60
4.6. Контроль функціонування і захисту від завад КП.....	61
4.6.1. Діагностика функціонування КП.....	63
4.6.2. Фактори, що визначають надійність програм.....	64
4.6.3. Методи проектування надійних КП.....	65
4.7. Математичні моделі надійності КП.....	66
4.7.1. Експоненціальна модель.....	67
4.7.2. Модель Гелія.....	72

4.7.3. Модель Вейбулла.....	74
4.7.4. Модель, що використовує гіпергеометричний розподіл.....	75
4.8. Підвищення надійності КП за рахунок надмірності....	76
4.8.1. Етапи забезпечення надійності функціонування КП..	77
4.9. Математичні моделі оперативного контролю і від- новлення функціонування КП.....	77
4.10. Технологія проектування надійних КП.....	81
Список використаної літератури.....	83

1. СТРУКТУРНИЙ АНАЛІЗ І РОЗРАХУНОК НАДІЙНОСТІ ВИМІРЮВАЛЬНО-ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ КОМПЛЕКСІВ

Проблема забезпечення надійності вимірювально-обчислювальних комплексів (ВОК) охоплює всі стадії створення апаратури, починаючи з її проектування і закінчуючи експлуатацією.

На стадії проектування після забезпечення висог надійності необхідно провести розрахунок на надійність ВОК, що проектується. Існує декілька методів розрахунку надійності.

Розглянемо метод аналізу і розрахунку надійності ВОК з точки зору конфігурації його структури.

Оцінка якості пристрою у цьому випадку надає можливість визначити найнавантажениші елементи системи і в разі потреби дотатися її рівнозначності.

Під терміном "структурна схема" будемо розуміти умовне графічне зображення елементів схеми (системи) і зв'язки між ними.

Основним і загальним у всіх роботах, пов'язаних із структурними дослідженнями, є прагнення очистити об'єкт дослідження від усього другорядного і розглядати лише його характерні ознаки.

Структурна схема дає можливість вивчити ВОК в найбільш загальному і чистому вигляді.

При структурних дослідженнях будемо використовувати елементи теорії графів. У зв'язку з цим дамо декілька визначень.

Г р а ф о м називаються дві будь-які множини U і V , в яких кожному елементу з множини U відповідають два елементи з множини V ; елементи з множини U називаються ребрами графа, а елементи з множини V - вершинами.

Елементи з множини V зображуються точками на площині, а елементи з множини U - відрізками ліній.

Р е б р о м називається відрізок лінії разом з кінцевими (або крайніми) точками.

В е р ш и н о ю називається кінцева точка ребра.

Таким чином, при зображенні на кресленні граф являє собою геометричну фігуру, складену з точок і відрізків, що їх з'єднують.

Говорять, що два графи мають одну і ту ж структуру, якщо в одному графі стільки ж вершин і ребер, як і в іншому, і якщо

вершини і ребра одного графа з'єднані одні з одними таким же чином, як і в іншому графі. Рівноструктурні графи називаються також еквівалентними.

Оскільки граф – геометрична фігура, то будь-яка зміна розташування точок (вершин) або розмірів і форми відрізків (ребер) перетворює граф в еквівалентний, а тому не має структури. Зображення графів геометричними фігурами базується на рівноструктурності графа і фігури, яка його зображує.

Існує два підходи при складанні графів. Елементом системи при розв'язуванні одних задач ставлять у відповідність ребра графа, а точкам фізичного з'єднання – його вершини. При розв'язуванні інших задач роблять інакше: джерелам і приймачам повідомлення ставлять у відповідність вершини графа, а лініям зв'язку – його ребра.

Ці два підходи не виключають один одного. Навіть при дослідженні однієї і тієї ж фізичної системи доводиться один граф перетворити в інший, перетворюючи місцину вершин у множину ребер або навпаки.

1.1. Математична модель структурної схеми

Щоб спростити процес наступного дослідження, подамо структурну схему у вигляді графа.

Основне питання, яке доводиться вирішувати під час проведення структурного аналізу, – це підрахунок числа шляхів між двома вершинами графа, аналіз їх складу, визначення максимальних і мінімальних шляхів. Усі наступні задачі є похідними від цієї основної.

Шляхом у графі називається така послідовність ребер, в якій кінець кожного попереднього ребра збігається з початком наступного.

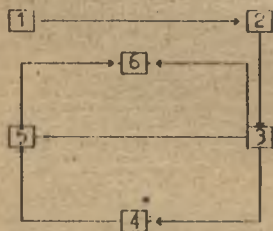


Рис. 1.1

При цьому потрібно враховувати, що у послідовності вершин графа, через які проходить шлях, жодна з них не зустрічається двічі. При невиконанні цієї умови будемо мати так звану серію ребер, яка веде від однієї вершини до іншої. Так, з рис. 1.1, на якому наведено приклад складання

структурної схеми, видно, що з вершини 1 до вершини 5 ведуть одна серія ребер (1-2, 2-3, 3-4, 4-5, 3-5) і два шляхи (1-2, 2-3, 3-4, 4-5) і (1-2, 2-3, 3-5).

Розглянемо блок-схему ВСК (рис. 1.2).

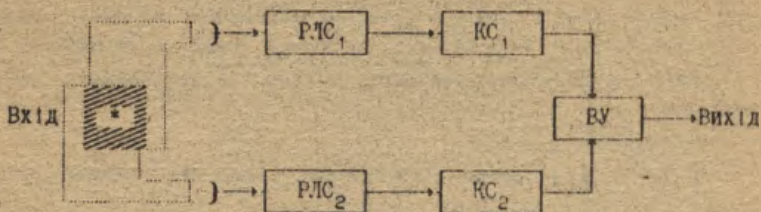


Рис. 1.2

Поставимо у відповідність точкам фізичного з'єднання елементів цієї системи вершини графа, а власно елементам — ребра. Повну структурну схему, яка являє собою орієнтований граф, зображено на рис. 1.3.

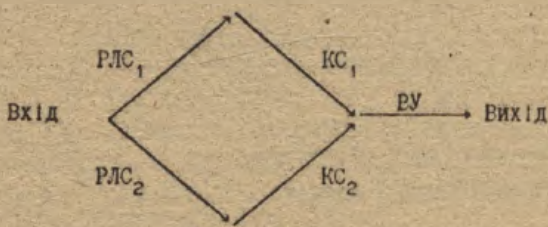


Рис. 1.3

Пошуки шляхів стосовно зображення при будь-якій складній структурі графа спричиняють труднощі, пов'язані з можливістю помилок, а головне, не дають потрібного результату, придатного для подальшого використання. Алгебраїчна методика графів спрощує цей процес, практично виключає можливість появи помилок і видає результати в такій формі, яка є зручною для досліджень. Первісним елементом в алгебраїчній методиці дослідження графа є так звана матриця безпосередніх шляхів. Ця матриця є не що інше, як аналітичний образ графа, його аналітична форма запису, його математична модель. Процес побудови матриці безпосередніх шляхів $[a_{ij}]$ зводиться до такого:

- 1) визначається порядок матриці (він дорівнює числу вершин у початковому графі);
- 2) вершини початкового графа нумеруються (або позначаються

індексами) в довільному порядку;

3) цими ж індексами (індексами) відмічаються рядки та стовпці матриці;

4) елемент, який належить i -му рядку, j -му стовпцю матриці, дорівнюватиме одиниці (в більш загальному випадку – натуральному числу, відмінному від нуля), якщо з вершини i до вершини j є безпосередній шлях, і нулю – в протилежному випадку.

Розглянемо приклад.

Нехай існує система, структурна схема якої зображена на рис. 1.4.

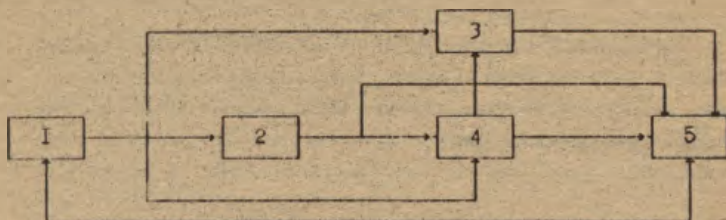


Рис. 1.4

Використовуючи викладені ще правила, побудуємо граф системи (рис. 1.5) і матрицю безпосередніх шляхів, яка має вигляд

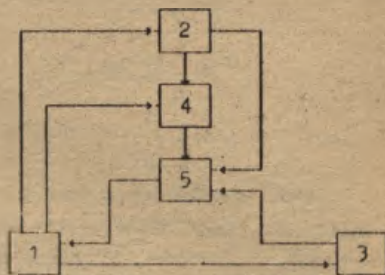


Рис. 1.5

$$|a_{ij}| = \begin{array}{c|ccccc|c} & & 1 & 1 & 1 & & 1 \\ & & & & & 1 & 2 \\ & & & & & & 3 \\ & & & 1 & & 1 & 4 \\ 1 & 1 & & & & & 5 \\ \hline & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \end{array}$$

Наявність одиниці на місці ij -го елемента свідчить про те, що i -та вершина графа пов'язана з j -ю. В пустих клітках матриці розуміється нуль.

Якщо тепер кожному ребру графа приписати деяку "вагу" a_{ij} , що вказує не лише на наявність факту зв'язків, а якимось чином кількісно характеризує цей зв'язок, то матриця безпосередніх шляхів набуде вигляду

$$\|a_{ij}\| = \begin{array}{ccccc|c} & & a_{12} & a_{13} & a_{14} & & 1 \\ & & & & & a_{24} & a_{25} & 2 \\ & & & & & & a_{35} & 3 \\ & & & & & & & a_{45} & 4 \\ a_{51} & & & a_{43} & & & & & 5 \end{array} \quad (1.1)$$

Маючи у своєму розпорядженні матрицю безпосередніх шляхів, можна побудувати повну матрицю безпосередніх шляхів $\|a_{ij}\|$, де a_{ij} - число шляхів із вершини i до вершини j .

Числа a_{ij} або їх літерні вирази знаходяться за допомогою квазімінорів - визначників особливого роду (беззнакових) за формулою

$$a_{kl} = |a_{ij} \rightarrow l_k|_{kl}.$$

Вираз $|a_{ij} \rightarrow l_k|_{kl}$ ($k \neq l$) називається квазімінором елемента a_{lk} у матриці $\|a_{ij}\|$. При цьому знак $| \quad |_{kl}$ є символом квазімінору, а знак $a_{ij} \rightarrow l_k$ вказує на матрицю з викресленням рядком i стовпцем, яка вписується всередину символу квазімінору, подібного до матриці, що вписується всередину звичайного мінору.

Доведено, що якщо $k \neq l$, то

$$|a_{ij} \rightarrow l_k|_{kl} = \sum_{n \neq m} a_{nm} A_{nm}^{(1)}. \quad (1.2)$$

де $A_{nm}^{(1)} = 1$ при $m=1$ і $A_{nm}^{(1)} = |a_{ij} \rightarrow nm \rightarrow l_k|_{m1}$ при $m \neq 1$.

Формула (1.2) зводить обчислення початкового квазімінору до розкладу його на квазімінори меншого порядку.

Проілюструємо цей метод на прикладі.

Нехай матриця безпосередніх шляхів має вигляд (1.1). Потрібно знайти всі шляхи, що ведуть із вершини 1 до вершини 5, і підрахувати їх кількість.

Порядок обчислення такий. Спочатку в початковій матриці безпосередніх шляхів викреслюється стовпець з номером, що відповідає номеру вершини, від якої відшукується шлях, і рядок з номером, на якому цей шлях закінчується. Положення і нумерація інших рядків і стовпців залишаються без зміни. Для цього прикладу одержимо квазімінор вигляду

$$|a_{1j} \cdot 51|_{15} = \begin{array}{ccccc} & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \begin{array}{c} a_{12} \\ \\ \\ \end{array} & \begin{array}{c} a_{13} \\ \\ \\ \end{array} & \begin{array}{c} a_{14} \\ a_{24} \\ \\ a_{43} \end{array} & \begin{array}{c} \\ a_{25} \\ a_{35} \\ a_{45} \end{array} & \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \end{array} \quad (1.3)$$

Квазімінор (1.3) визначає число і конфігурацію шляхів із вершини 1 до вершини 5. Для одержання їх явного вигляду необхідно продовжити розклад (1.3) до тих пір, поки в ньому не залишаться лише мінори першого порядку, тобто цей вигляд перетвориться в звичайний алгебраїчний вираз.

У процесі розкладу доцільно дотримуватися таких правил. Починати розклад необхідно з номера рядка (здійснюючи цей розклад по елементах рядка), який відповідає номеру початкової вершини. В розглянутому прикладі – це перший номер рядка.

Розклад наступних (менших) квазімінорів здійснюється по рядку з номером, що відповідає номеру вершини, в якій ребро, що раніше брало участь у розкладі, має кінець. Проілюструємо цей процес на прикладі. Розкладаючи квазімінор (1.3) по елементах першого рядка, одержимо

$$|a_{1j} \cdot 51|_{15} = a_{12} \begin{array}{ccc} 3 & 4 & 5 \\ \begin{array}{c} \\ \\ a_{43} \end{array} & \begin{array}{c} a_{24} \\ \\ a_{45} \end{array} & \begin{array}{c} a_{25} \\ a_{35} \\ \end{array} \begin{array}{c} 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \end{array} + a_{13} \begin{array}{ccc} 2 & 4 & 5 \\ \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} & \begin{array}{c} a_{24} \\ \\ a_{45} \end{array} & \begin{array}{c} a_{25} \\ a_{35} \\ \end{array} \begin{array}{c} 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \end{array} +$$

$$+ a_{14} \begin{array}{ccc} 2 & 3 & 5 \\ \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} & \begin{array}{c} \\ \\ a_{43} \end{array} & \begin{array}{c} a_{25} \\ a_{35} \\ a_{45} \end{array} \begin{array}{c} 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \end{array}$$

Далі розклад здійснюється так:

1. Для першого доданка – по елементах другого рядка (ребро, що брало участь раніш у розкладі a_{12} , має кінець поблизу вершини з номером 2).

2. Для другого доданка – по елементах третього рядка.

3. Для третього доданка – по елементах четвертого рядка.

Продовжимо розклад:

$$|a_{1j} \cdot 51|_{15} = a_{12} \left(a_{24} \begin{array}{cc} 3 & 5 \\ \begin{array}{c} \\ a_{43} \end{array} & \begin{array}{c} a_{35} \\ a_{45} \end{array} \begin{array}{c} 2 \\ 4 \end{array} \end{array} + a_{25} \cdot 1 \right) + a_{13} a_{35} \cdot 1 +$$

$$+ a_{14} \left[a_{43} \begin{array}{|c|c|} \hline & a_{25} \\ \hline & a_{35} \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} 2 \\ 3 \end{array} + a_{45} \cdot 1 \right].$$

На цьому етапі розкладу вперше виконується умова $m=1$ і рівність одиниці алгебраїчних доданків елементів a_{25} , a_{35} , a_{45} .

Щоб ця умова стала зрозумілішою, виразимо її словами: алгебраїчний доданок дорівнює одиниці в тому випадку, коли воно відповідає елементу, який стоїть у стовпці з номером початково викресленого рядка. Здійснивши заключний етап розкладу і розкривши дужки, дістанемо

$$|a_{1j} + 51| = a_{12}a_{24}a_{43}a_{35} + a_{12}a_{24}a_{45} + a_{12}a_{25} + a_{13}a_{35} + a_{14}a_{43}a_{35} + a_{14}a_{45} \quad (1.4)$$

Якщо тепер покладемо $a_{1j}=1$, то згідно з виразом (1.4) одержимо кількість шляхів, що ведуть із вершини 1 до вершини 5. Очевидно, що $a_{15}=6$. Здійснивши аналогічні обчислення, визначимо інші a_{1j} і побудуємо повну матрицю шляхів для даного графа:

$$|a_{1j}| = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & 1 & 3 & 2 & 6 \\ \hline 3 & & 3 & 2 & 3 \\ \hline 1 & 1 & & 2 & 1 \\ \hline 2 & 2 & 2 & & 2 \\ \hline 1 & 1 & 3 & 2 & \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array}$$

Вигляд повної матриці шляхів дає уявлення про ступінь функціональної навантаженості всіх блоків системи.

Очевидно, що при порівнянні двох матриць повних шляхів, що відповідають двом різним структурним схемам, які виконують одну й ту саму задачу з однаковою ефективністю, треба віддати перевагу тій структурі, елементи матриці повних шляхів якої будуть чисельно меншими.

Наступним практично важливим питанням дослідження структурних властивостей графа є визначення найкоротшого і найдовшого шляхів з однієї вершини до іншої. В основі методу лежать алгебра квазімінорів і умовна арифметика А.Шимбела, які визначаються таким чином.

До дійсних чисел x і y додають символ нескінченності і вводять дві операції:

1. "Сума" x і y ; $x \oplus y = \min(x, y)$.

2. "Добуток" x і y ; xy є алгебраїчна сума в звичайному розумінні. Крім того,

$$\infty \oplus x = x \oplus \infty = x ;$$

$$\infty \circ x = x \circ \infty = \infty ;$$

$$0 \oplus x = x \oplus 0 = 0 ;$$

$$0 \circ x = x \circ 0 = x .$$

Ці формули справедливі для всіх x , включаючи і нескінченність. Умови "додавання" і "множення" мають всі свої звичайні властивості: асоціативність, комутативність і дистрибутивність. Символ нескінченності (∞) є "нулем" умовного додавання, а звичайний нуль – "одиницею" умовного множення.

Оскільки в умовній арифметиці діють основні закони звичайної арифметики, до умовних алгебраїчних виразів застосовуються основні закони звичайної алгебри, в тому числі і правила математичного числення.

Звернемося до питання про найкоротші та найдовші шляхи у графі. Позначимо через d_{ij} довжину найкоротшого ребра ij . Якщо $i=j$ і $a_{ij}=0$ (немає безпосередніх шляхів із i до j), то $d_{ij}=\infty$.

Дійсно, сказати, що дві вершини з'єднує нескінченний шлях, означає стверджувати, що з однієї вершини не можна потрапити до іншої.

Припустимо, що $d_{ii}=0$. Нехай δ_{ij} – довжина найкоротшого шляху з i до j . Якщо $d_{ij}=0$ (немає ніяких шляхів з i до j), то $\delta_{ij}=\infty$. І $\delta_{ii}=0$. Тоді довжина найкоротшого шляху з вершини k до вершини l визначається формулою

$$\delta_{kl} = |d_{ij} + 1_{kl}|_{kl}, \quad (1.5)$$

де $|d_{ij} + 1_{kl}|_{kl}$ – квазімінор.

Позначимо через D_{ij} довжину найбільшого ребра ij , взяту зі знаком мінус. Умовимося, що $D_{ii}=0$, і якщо $a_{ij}=0$ при $i \neq j$, то $D_{ij}=\infty$.

Через D_{ij} позначимо довжину найдовшого шляху з i до j , взяту зі знаком "-" (для випадку визначення найдовшого шляху в умовній арифметиці суму можна розуміти так: $x \oplus y = \max(x, y)$). Умовимося, що $D_{ii}=0$, і якщо $\delta_{ij}=0$ при $i \neq j$, то $D_{ij}=\infty$.

Тоді довжина найдовшого шляху з вершини k до вершини l визначається рівнянням

$$D_{kl} = |D_{ij} + 1_{kl}|_{kl}, \quad (1.6)$$

де $|D_{ij} + 1_{kl}|_{kl}$ – квазімінор.

Потрібно брати до уваги, що при розрахунках за формулами (1.5) і (1.6) додавання і множення є умовними. У зв'язку з цим при обчисленні квазімінорів шляхом їх розкладу на менші потрібно вважати $A_{km}^{(1)} = 0$ (при $m=1$), тому що нуль є одиницею умовного множення.

Вирази (1.5) і (1.6) справедливі для будь-яких графів, в яких ребра мають будь-яку довжину.

Якщо прийняти всі довжини такими, що дорівнюють одиниці, то довжина шляху дорівнюватиме числу ланок в ньому. В цьому випадку за формулами (1.5) і (1.6) визначаються мінімум і максимум ланок між двома вершинами графа.

Визначимо максимальну довжину шляху (максимальну кількість ланцюгів) із вершини 1 у вершину 5 для прикладу, розглянутого вище. Виконавши обчислення за рівнянням (1.6), одержимо вираз, аналогічний (1.4), де алгебраїчні множення і додавання замінимо умовними, тобто

$$D_{15} = |D_{1j} * 5|_{15} = D_{12} \circ D_{24} \circ D_{43} \circ D_{35} \circ D_{12} \circ D_{24} \circ D_{45} \circ \\ \circ D_{12} \circ D_{25} \circ D_{13} \circ D_{35} \circ D_{14} \circ D_{43} \circ D_{35} \circ D_{14} \circ D_{45}.$$

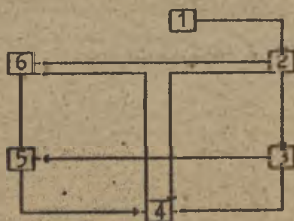
При всіх $D_{1j} = -1$ дістанемо

$$D_{15} = \min |(-1-1-1-1; -1-1-1; -1-1; -1-1; -1-1; -1-1)|,$$

$$\text{або } D_{15} = \min |(-4; -3; -2; -2; -3; -2)| = 4.$$

Таким чином, максимальне число ланцюгів між вершинами 1 і 5 дорівнює 4.

Розглянемо приклад визначення найкоротшого і найдовшого шляхів між вершинами 1 і 6 для графа, який має вигляд



"Вага" всіх ребер однакова і дорівнює одиниці.

Матриця безпосередніх шляхів

Знак "-" тут береться, щоб забезпечити його відповідність до визначення суми в умовній арифметиці. Довжина найдовшого шляху

$$D_{16} = |D_{1j} \rightarrow 61|_{61} = \begin{array}{c} \begin{array}{|ccccc|} \hline -1 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \hline 0 & -1 & -1 & \infty & -1 \\ \hline \infty & 0 & -1 & -1 & \infty \\ \hline \infty & \infty & 0 & \infty & -1 \\ \hline \infty & \infty & -1 & 0 & -1 \\ \hline \end{array} \\ \begin{array}{ccccc} 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{array} \end{array} \begin{array}{l} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array}$$

Тут D_{1j} - довжина найдовшого шляху з i в j , D_{1j} - довжина найбільшого ребра ij .

Обчислення дає такий результат:

$$D_{16} = |D_{1j} \rightarrow 61|_{61} = \left| \min \{ (-4) + (-5) + \infty + (-3) + (-2) \} \right| = |-5| = 5.$$

1.2. Показники якості структурної схеми

Питання про те, як розпочинати аналіз очікуваної надійності системи на різних етапах її проектування, не просте. Складність його зумовлена тим, що в руках фахівця по надійності дуже мало початкових даних. Звичайно на перших етапах проектування він має функціональну схему з описом в загальних рисах принципу її дії, а також вимоги до надійності системи в цілому. У цьому випадку параметри, що визначають якість структурної схеми, мають бути простими і не потребувати даних для їх визначення більше, ніж міститься в самій структурній схемі.

Як параметр, що оцінює якість структурної схеми при поданні її графом, можна рекомендувати ранг елемента.

Вирішуючи питання відносно розподілу зусиль по забезпеченню надійності окремих елементів з меток досягнення заданої надійності системи, необхідно усвідомлювати, який елемент найбільш, а який - найменш значущий. Інакше кажучи, треба знати, який вплив має на загальну надійність системи вихід із ладу того чи іншого її елемента.

На початкових етапах проектування досить за деякими структурними параметрами установити значущість елемента.

Кількісна оцінка значущості вперше була явно сформульована при аналізі структури відношень домінування (переваги) в гру-

пах індивідів – людей, тварин. Ці прикладні соціологічні дослідження дали поштовх розвитку чисто математичної теорії – теорії математичних очікувань, яка оперує довільними за своєю природою об'єктами. У зв'язку з цим деякі її положення можна перенести і на теорію надійності.

При аналізі структури відношень домінування значущість того чи іншого індивіда визначається деяким числом, що називається рангом. Під цим терміном розуміють кількість всіх одночленних, двочленних домінувань, які даний індивід може здійснювати. При цьому мусять виконуватися дві умови:

1. Якщо x_1 і x_j – два індивіди, то неправильно, що $x_1 \gg x_j$ ($\gg$ – знак домінування).

Іншими словами, ніякий індивід не може домінувати над самим собою.

2. Для кожної пари індивідів або $x_1 \gg x_j$, або $x_j \gg x_1$, але обидва відношення одночасно не можуть мати місця. Це означає, що в кожній парі індивідів один індивід в точності домінує над другим.

Відношення домінування можна зобразити геометрично, використовуючи для цього орієнтування графа, і записати алгебраїчно у вигляді матриці домінування, в якій кожен елемент дорівнює або 0, або 1. Елемент 1, який стоїть в i -му рядку і j -му стовпці, означає, що індивід x_i домінує над елементом x_j . Аналогічно елемент 0 свідчить про те, що x_i не домінує над x_j . Це означає, що матриця домінування є алгебраїчною формою запису відношень домінування. Чисельно ступінь домінування, тобто значущість i -го індивіда, визначається рангом, який дорівнює сумі елементів i -го рядка матриці S :

$$S = D + D^2, \quad (1.7)$$

де D – матриця домінування.

Безпосередньо оцінку значущості можна перевести з теорії домінування в теорію надійності лише тоді, коли кожному елементу системи припишеться повна "вага", а матрицю безпосередніх зв'язків буде замінено матрицею домінування. Проте від вимог домінування можна відмовитися, оскільки структурна схема в загальному випадку може містити й двосторонні зв'язки і петлі у вершинах.

Слід відмітити, що в цьому випадку потрібно говорити не про однозначне та двозначне домінування, а про одно- і дво-

ланцюгові шляхи, пов'язуючи даний елемент з іншим. Ранг 1-го елемента визначається як сума елементів 1-го рядка матриці:

$$R = A + A^2 \quad (1.8)$$

де A - матриця безпосередніх шляхів.

П р и к л а д. Нехай задано матрицю безпосередніх шляхів

$$A = \begin{array}{ccccc|c} & 1 & & 1 & 1 & 1 \\ 1 & & & 1 & & 2 \\ & 1 & & 1 & & 3 \\ 1 & & & 1 & & 4 \\ & 1 & & 1 & & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \end{array}$$

Тоді

$$R = A + A^2 = \begin{array}{ccccc|c} & 1 & & 1 & 1 & 1 \\ 1 & & & 1 & & 2 \\ & 1 & & 1 & & 3 \\ 1 & & & 1 & & 4 \\ & 1 & & 1 & & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \end{array} + \begin{array}{ccccc|c} 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ & 3 & & 3 & 1 & 2 \\ 2 & & 2 & & 2 & 3 \\ & 3 & & 3 & 1 & 4 \\ 2 & & 2 & & 2 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \end{array} = \begin{array}{ccccc|c} 2 & 2 & 2 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 1 & 3 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \end{array}$$

Ранги елементів відповідно дорівнюватимуть:

$$R_1=11, R_2=10, R_3=8, R_4=10, R_5=8.$$

Як видно з прикладу, визначення значущості елементу рангом за формулою (1.8) здійснюється досить просто. Але воно недостатньо повне (враховуються лише одно- і дволанцюгові шляхи), а головне, - неоднозначне (невідомо, що робити при рівності рангів). У зв'язку з цим ранг доцільно обчислювати як

$$R(i) = \lim_{k \rightarrow \infty} R_k^{(i)} = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{d^{(1)}(i)}{d^{(1)}(i) + d^{(2)}(i) + \dots + d^{(k)}(i)} \quad (1.9)$$

де $d^{(k)}(i)$ - кількість шляхів довжини k , які йдуть від елемента i .

Значущість елемента визначається шляхом порівняння рангів усіх елементів. Мірування ведуться в такому плані: чим більше ранг даного елемента, тим більшим числом шляхів він по-

в'язаний з іншими елементами, тим більше число елементів перестане одержувати інформацію при його виході з ладу.

Наявність у схемі елементів з рангом, значно більшим за всі інші, свідчить про те, що схема містить "вузькі" місця.

Бажано перерозподілити зв'язок так, щоб ранги всіх елементів були приблизно однаковими. Якщо це не вдається зробити, то в першу чергу потрібно звернути увагу (в розумінні забезпечення надійності) на елементи з найвищим рангом.

1.3. Статистичний аналіз приладових пристроїв за їх структурною схемою

Одержані раніше структурні параметри хоча й характеризують специфіку даної схеми, але ще не дають уявлення про те, якою є очікувана надійність системи, поданої за цією структурною схемою. Щоб відповісти на це питання, необхідно здійснити розрахунок очікуваної надійності. Тут, як відомо, виникає суперечна ситуація - бажання мати найточнішу розрахункову модель і водночас простоту розрахунків, забезпеченість вибраної розрахункової моделі початковими даними.

Методик розрахунку надійності дуже багато. Найбільш широкого поширення набули елементи методу розрахунку надійності. Вони виходять з положень, що система складається із самостійних (в розумінні аналізу надійності) елементів. Відмовою елемента за цією методикою вважається вихід його параметрів за межі допусків, заданих технічними умовами.

Тим самим із розгляду виключається функціональні залежності між параметрами окремих елементів пристроїв, тобто саме те, що відрізняє доцільно діючий пристрій від випадкового набору елементів.

Незважаючи на це, елементні розрахунки є зараз основними. Це пояснюється простотою їх розрахунку, а також тим, що для застосування більш точних методів часто не вистачає початкових даних.

Разом з тим для одержання повного уявлення про надійність великих систем на ранніх стадіях проектування елементні методи підходять найбільше.

Треба ще раз підкреслити те, що на ранньому етапі проектування придатною є така методика оцінки і розрахунку очікува-

ної надійності, яка б дозволяла працювати з мінімумом початкових даних, давала певною мірою якісно повні результати, була по можливості простою, здатна була розглянути і порівняти необхідне число варіантів і тим самим обмежити наступні детальні дослідження.

Елементний метод розрахунку можна поліпшити, вводячи у розрахункову модель залежності характеристик надійності елементів від їх режимів роботи і структурних параметрів системи. Для можливо більшого спрощення здійснення попередніх розрахунків доцільно одержати замість точних формул нерівності, які дають оцінку тому чи іншому показнику надійності.

Із сказаного не виходить, що заперечуються більш складні та досконалі методи. Тут стверджується одне: кожному етапу дослідження потрібен свій метод. Але всіх їх об'єднує спільна мета – на кожному наступному етапі результати попереднього повинні уточнюватися і поліпшуватися. Основний же кількісний розвиток цих результатів мусить залишатися незмінним, що забезпечується якісно повними результатами на початковому етапі.

1.4. Розрахункові формули для структур довільної конфігурації

Функціональні залежності і параметри, що характеризують надійність елемента, можна, як відомо, виразити такими формулами:

– для частоти відмов

$$r(t) = \frac{dg(t)}{dt} = - \frac{dP(t)}{dt} ; \quad (1.10)$$

– для інтенсивності відмов

$$\lambda(t) = \frac{1}{P(t)} \cdot \frac{dg(t)}{dt} = - \frac{1}{P(t)} \cdot \frac{dP(t)}{dt} ; \quad (1.11)$$

– для середнього часу безвідмовної роботи

$$T_{ср} = \int_0^{\infty} t \cdot r(t) dt . \quad (1.12)$$

Наведені рівняння можуть бути поширені на пристрої та системи з довільним з'єднанням елементів.

Якщо відома аналітична формула для ймовірності безвідмовної роботи (або ймовірності відмов) деякого ланцюга, виражена через ймовірності безвідмовної роботи складових його елемен-

тив, то використовуються такі залежності:

- для частоти відмов

$$f(t) = \sum_{i=1}^m \frac{\partial Q}{\partial P_i} \cdot f_i(t) = \sum_{i=1}^m \frac{\partial P}{\partial P_i} \cdot f_i(t); \quad (1.13)$$

- для інтенсивності відмов

$$\lambda(t) = \frac{1}{P} \cdot \sum_{i=1}^m \frac{\partial P}{\partial P_i} \cdot f_i(t); \quad (1.14)$$

- для середнього часу безвідмовної роботи

$$T_{\text{сер}} = \sum_{i=1}^m \int_0^{\infty} t \cdot f_i(t) \frac{\partial P}{\partial P_i} dt; \quad (1.15)$$

де P_1, Q_1, f_1 - ймовірність безвідмовної роботи, ймовірність відмов і частота відмов і-го елемента, а m - число елементів у структурній схемі.

Справедливість наведених формул доводиться шляхом використання понять диференціювання функції від функції і повного диференціала функції багатьох змінних. Дійсно, ймовірність безвідмовної роботи (або відмов) є функціями, які входять в систему елементів, наприклад:

$$Q[q_1(t), q_2(t), \dots, q_3(t)] \text{ і } P[P_1(t), P_2(t), \dots, P_m(t)].$$

Знайдемо вираз для частоти відмов системи:

$$f_2(t) = \frac{dQ}{dt} = - \frac{dP}{dt}. \quad (1.16)$$

у свою чергу,

$$dQ = \frac{dQ}{dq_1} \frac{dq_1}{dt} dt = \frac{dQ}{dq_2} \frac{dq_2}{dt} dt + \dots \quad (1.17)$$

Враховуючи формулу (1.10), одержимо

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\partial Q}{\partial q_1} f_1(t) + \frac{\partial Q}{\partial q_2} f_2(t) + \dots = \sum_{i=1}^m \frac{\partial Q}{\partial q_i} f_i(t). \quad (1.18)$$

Інші рівняння доводяться аналогічно. Порядок користування ними проілюструємо на прикладі.

Нехай ймовірність безвідмовної роботи деякої системи виражається формулою

$$P = P_1 P_2 + P_3 - P_1 P_2 P_3.$$

Тоді згідно з (1.13) частота відмов визначається так:

$$f(t) = (P_2 - P_2 P_3) f_1 + (P_1 - P_1 P_3) f_2 + (1 - P_1 P_2) f_3.$$

Помітимо, що вираз в лапках є не що інше, як часткові похідні від P до P_i .

Продовжуючи розв'язання прикладу, визначимо інтенсивність відмов:

$$\lambda(t) = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^n \frac{\partial P}{\partial t_i} t_i(t) = \frac{(P_2 - P_2 P_3) r_1 + (P_1 - P_1 P_3) r_2 + (P_1 P_2 - P_3) r_3}{P_1 P_2 + P_3 - P_1 P_2 P_3}.$$

Одержати аналітичне рівняння для ймовірності безвідмовної роботи можна різними способами. Один із них базується на використанні символічного обчислення.

Введемо три оператори: крапку ($\cdot$), хрестик ($\times$), рисочку ($\bar{}$).

Нехай кожен із них відповідає логічним зв'язкам висловлювань: крапка ($\cdot$) – і; хрестик ($\times$) – або; рисочка ($\bar{}$) – ні.

Тоді правила перетворення операторів в арифметичну формулу для випадку незалежних подій матимуть вигляд:

$$\begin{aligned} x \cdot y &\longrightarrow xy; \\ x \times y &\longrightarrow x + y - xy; \\ \bar{x} &\longrightarrow 1 - x, \end{aligned} \quad (1.19)$$

де $\longrightarrow$ – знак, який означає перехід від символічної до арифметичної форми запису.

У цій алгебрі (в літературі її інколи називають "алгеброю надмірності") всі змінні – дійсні числа, що змінюються в інтервалі $(0, 1)$. Символу "0" ставлять у відповідність абсолютну вповненість у його правильній роботі, всім іншим числам значення ймовірності безвідмовної роботи (ймовірності відмови) елемента (схеми).

Нуль і одиниця сполучаються із змінними таким чином:

$$\begin{aligned} x \cdot 0 &= 0; \\ x \times 0 &= x; \\ x \times 1 &= 1; \\ x \cdot 1 &= x. \end{aligned} \quad (1.20)$$

Рівняння (1.20) відповідають як правилам (1.19), так і фізичній інтерпретації математичних дій. Наприклад, у випадку відмов типу "обрив" формули (1.20) можна тлумачити таким чином.

Перше рівняння (1.20) показує, що ймовірність безвідмовної роботи системи, яка складається з елемента кінцевої надійності x , послідовно з'єднаного з елементом абсолютно ненадійним, дорівнює нулю.

Друге рівняння означає, що ймовірність безвідмовної роботи системи, яка складається з елемента кінцевої надійності x , паралельно з'єднаного з елементом абсолютно ненадійним, дорівнює x .

Третє рівняння констатує, що ймовірність безвідмовної роботи системи, яка складається з елемента кінцевої надійності x , послідовно з'єднаного з абсолютно надійним елементом, дорівнює x .

Четверте рівняння свідчить про те, що ймовірність безвідмовної роботи системи, яка складається з елемента кінцевої надійності, паралельно з'єднаного з абсолютно надійним елементом, дорівнює 1.

Правила дії над змінними та їх протилежними величинами визначаються такими формулами:

$$\begin{array}{lll} x \cdot x = x ; & x \cdot \bar{x} = 0 ; & (1.21) \\ x + \bar{x} = 1 ; & x + x = x ; & \end{array}$$

Інтерпретувати рівняння (1.21) можна так: вираз $x \cdot x$ являє собою сумісну ймовірність виникнення подій x і x , яка дорівнює ймовірності x , помноженій на умовну ймовірність x , в результаті чого дістають x ; якщо $x \cdot x = x$, то $x \cdot x = x + x - x = x$ і $x \cdot \bar{x} = 0$, тому, що один і той же елемент не може одночасно і працювати, і виходити з ладу. Отже, $x + \bar{x} = x + x - x = x$.

Оперуючи формулами, потрібно враховувати таке: всі елементи схеми мають бути позначені своїми символами навіть у тому випадку, коли ймовірності їх безвідмовної роботи однакові. Зведення подібних і прирівнювання значень ймовірностей можливе лише після одержання арифметичного запису виразу.

Викладений вище метод обчислення справедливий для раптових відмов типу "обрив" або "коротке замикання" (КЗ). У нашому аналізі всім формулам, якщо це особливо не обмежується, відповідають відмови типу "обрив". Щоб рівняння відповідали відмові типу "КЗ", необхідно при їх сумісному записі скрізь замінити оператор-крапку на оператор-хрестик і навпаки, розуміючи одночасно під P_j ймовірність відсутності КЗ в елементі.

Функції надійності (під функцією надійності системи розуміють аналітичну залежність ймовірності безвідмовної роботи системи від ймовірності безвідмовної роботи елементів, які в неї входять) у символічному записі для відмов типу "обрив" і "КЗ" пов'язані формулою

$$P_{\text{КЗ},s} = P_{\text{обрив},s} [P_{\text{КЗ}}] .$$

Риска над виразом, як прийнято, означає заперечення.

Символічне обчислення для випадку змішаних відмов поки що побудувати не вдалося.

Для ілюстрації роботи методу розглянемо приклад. Нехай є деяка система, структурну схему якої подано на рис. 1.6. Ймовірності безвідмовної роботи кожного елемента приписані відповідно ребрам графа. Необхідно одержати функцію надійності системи.

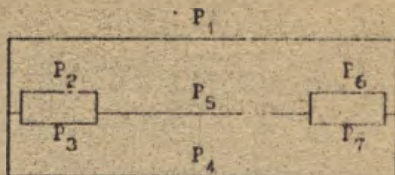


Рис. 1.6

$$\begin{aligned}
 P_s(P_1, P_2, \dots, P_7) &= P_1 \times \left\{ [(P_2 \times P_3) \cdot P_5] \times P_4 \cdot (P_6 \times P_7) \right\} \rightarrow \\
 \rightarrow P(P_1, P_2, \dots, P_7) &= P_1 + [(P_2 + P_3 - P_2 P_3) P_5 + P_4 - (P_2 + \\
 + P_3 - P_2 P_3) P_4 P_5] &[P_6 + P_7 - P_6 P_7] - P_1 [(P_2 + P_3 - P_2 P_3) P_5 + \\
 + P_4 - (P_2 + P_3 - P_2 P_3) P_4 P_5] &[P_6 + P_7 - P_6 P_7]. \quad (1.22)
 \end{aligned}$$

Підставляючи в (1.22) чисельні значення P_1 , є можливість підрахувати P або дослідити її функціональну залежність від P_1 у загальному вигляді.

Припустимо тепер, що всі $P_i = P$. Підставляти P можна лише в другу частину формули (1.22) (арифметичну) і лише там робити всі наступні перетворення. Виконавши все це, одержимо

$$P = P + 2P^2 + P^3 - 11P^4 + 13P^5 - 6P^6 + P^7$$

І, таким чином, тепер маємо всі початкові дані для поділу показника надійності системи на її елементи.

Крім послідовно-паралельних з'єднань мають місце також і місткові.

Функція надійності для такої схеми визначається за допомогою так званої теореми розкладу на множники.

Т е о р е м а р о з к л а д у. $P(t)$ місткової схеми дорівнює добутку ймовірності безвідмовної роботи i -го елемента ланцюга і функції надійності ланцюга, який залишився (місця підключення i -го елемента замкнені накоротко), плюс добуток ймовірності відмови того ж i -го елемента на функцію надійності ланцюга, що залишився (місця підключення i -го елемента розімкнені), наприклад:

Замінивши a_{1j} на P_1 і знак "+" оператором "-", одержимо

$$P_3 = P_1 P_3 \times P_2 P_4 = P_1 P_3 + P_2 P_4 - P_1 P_2 P_3 P_4.$$

Таким чином, використовуючи математичний апарат квазімінів і символічного обчислення, можна визначити ймовірність безвідмовної роботи системи або любого ланцюга її структурної схеми, виражену через ймовірності безвідмовної роботи блока.

1.5. Методика структурного розрахунку надійності ВОК

Структурні та функціональні параметри проектованої системи здатні стати першим обмеженням при розв'язанні задачі про розподіл показників надійності по елементах системи.

Як такі параметри можуть виступати ранги елементів.

Розглянемо порядок розподілу показників надійності по елементах системи у випадку, коли задано ймовірності безвідмовної роботи всієї системи $P(t)$ і час роботи $t_{\text{зад}}$:

1. Складають функціональну схему ВОК. При цьому зв'язки між окремими блоками ВОК необхідно орієнтувати відповідно до умов проходження сигналу в системі.

2. Складають граф функціональної схеми. Вершинами графа мають бути функціональні блоки, а ребрами - зв'язки між ними.

3. Ребра графа орієнтують, обов'язково виходячи з таких міркувань: стрілка ребра, спрямована із вершини i у вершину j мусить означати той факт, що вихід із ладу i -го блока спричиняє втрату працездатності (повну або часткову) j -го блока.

4. Складають матрицю безпосередніх шляхів. Як стани такої матриці використовують вершини графа.

5. Знаходять повну матрицю шляхів. Ця процедура базується на використанні алгебри квазімініорів.

6. Відшукують ранги вершин графа. Для цього визначають матрицю вигляду

$$R = A + A^2.$$

7. Задаючись рівнем надійності $P_{\text{зад}}(t)$ для всієї системи і проміжком часу її функціонування $t_{\text{зад}}$, розраховують допустиму інтенсивність відмов $\lambda_{\text{доп}}$ всієї системи:

$$\lambda_{\text{доп}} = -\ln P_{\text{зад}}(t)/t.$$

8. Виконавши умову, щоб інтенсивність відмов λ_i структурних елементів була розподілена обернено-пропорційно їх рангам, обчисленням у п.6, одержують систему рівнянь вигляду

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{R_2}{R_1}; \frac{\lambda_2}{\lambda_3} = \frac{R_3}{R_2}; \dots; \frac{\lambda_{n-1}}{\lambda_n} = \frac{R_n}{R_{n-1}}. \quad (1.23)$$

9. Маючи функцію надійності (ймовірність безвідмовної роботи) ВОР, виражену через ймовірність безвідмовної роботи елементів, знаходять співвідношення між інтенсивністю відмов всієї системи $\lambda_{\text{доп}}$ і інтенсивністю відмов елементів λ_i . Проілюструємо цей пункт на прикладі.

Нехай має місце залежність

$$P_{\text{зад}}(t) = P_1(t) + P_2(t) - P_1(t) \cdot P_2(t), \quad (1.24)$$

що відповідає паралельному з'єднанню двох елементів. Проінтегруємо обидві частини виразу (1.24) в межах від нуля до нескінченності. Припускаючи, що

$$P_1(t) = e^{-\lambda_1 t},$$

дістанемо

$$\int_0^{\infty} P_{\text{зад}}(t) dt = \int_0^{\infty} P_1(t) dt + \int_0^{\infty} P_2(t) dt - \int_0^{\infty} P_1(t) \cdot P_2(t) dt$$

або

$$\int_0^{\infty} e^{-\lambda_{\text{доп}} t} dt = \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 t} dt + \int_0^{\infty} e^{-\lambda_2 t} dt - \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2) t} dt.$$

Виконавши інтегрування, одержимо

$$\frac{1}{\lambda_{\text{доп}}} = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2}.$$

звідки

$$\lambda_{\text{доп}} = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2 - \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}}.$$

Додавши цей вираз до системи рівнянь (1.23), маємо систему рівнянь, розв'язавши яку знаходимо невідомі значення $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$.

10. Знаючи λ_1 і $t_{\text{зад}}$, визначають ймовірність безвідмовної роботи елементів за формулою

$$P_1(t_{\text{зад}}) = e^{-\lambda_1 t_{\text{зад}}}.$$

Таким чином, ймовірність безвідмовної роботи системи $P_{\text{зад}}$ розподілена по елементах.

У випадку, коли загальний показник надійності задано у вигляді середнього часу безвідмовної роботи T , послідовність розрахунку повинна бути такою. Перші 3 пунктів залишаються такими ж, як і в розглянутому вище випадку. Далі проілюструємо послідовність розрахунку на прикладі.

Нехай були одержані такі значення рангів:

$$R_1 = 0,275; R_2 = 0,237; R_3 = 0,143; R_4 = 0,203; R_5 = 0,143.$$

11. Вибирають як суперечне значення інтенсивності відмов

$$\lambda_5 = \lambda_{оп}.$$

Тоді

$$\lambda_1 = \frac{R_5}{R_1} \lambda_{оп} = 0,522 \cdot \lambda_{оп}, \quad \lambda_2 = \frac{R_5}{R_2} \lambda_{оп} = 0,605 \cdot \lambda_{оп}.$$

$$\lambda_3 = \frac{R_5}{R_3} \lambda_{оп} = \lambda_{оп}, \quad \lambda_4 = \frac{R_5}{R_4} \lambda_{оп} = 0,707 \cdot \lambda_{оп}.$$

12. Знаючи функцію надійності, виражають T через λ_1 .

Нехай функція надійності визначена за формулою (знак t відкинемо)

$$P_{ад} = P_5 + P_1 P_2 + P_3 P_4 - P_1 P_2 P_3 - P_3 P_4 P_5 - P_1 P_2 P_3 P_4 + P_1 P_2 P_3 P_4 P_5.$$

Тоді у випадку експоненціального розподілу відмов маємо

$$T = \frac{1}{\lambda_5} - \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} - \frac{1}{\lambda_3 + \lambda_4} - \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3} - \frac{1}{\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5} - \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5}. \quad (1.25)$$

13. Підставляючи у рівняння (1.25) значення λ_1 , виражене через $\lambda_{оп}$ і відношення рангів, дістанемо

$$\lambda_{оп} T = 1,49$$

або

$$\lambda_{оп} = \frac{1,49}{T}.$$

14. При заданому T визначають $\lambda_{оп}$, а потім і всі інші λ_1 .

15. Знаходять середній час безвідмовної роботи кожного елемента:

$$T_1 = 1/\lambda_1.$$

Отже, тепер можна дійти висновків, що структурний аналіз і розрахунок надійності дозволяють:

1. Визначити приховані дефекти функціональної схеми, такі, як наявність вершин, що "висять", нерівномірна завантаженість функціональних елементів.

2. Розподілити показник надійності всієї системи по її елементах, в результаті чого одержати потрібні значення показника надійності для кожного елемента функціональної схеми.

Далі необхідно провести розрахунок надійності системи за середньостатистичними значеннями інтенсивностей відмов комплектуючих елементів. Якщо одержані результати не задовольняють вимоги структурного розрахунку, то треба вжити заходів по під-

лищиню надійності відповідного функціонального елемента, замінивши імілектуальні елементи більш надійними, запровадити резервування і т.д.

2. ЛОГІКО-ІМОВІРНІСНИЙ МЕТОД ОЦІНКИ ЕФЕКТИВНОСТІ ВОК З УРАХУВАННЯМ ВІДМОВ ОКРЕМИХ ПРИСТРОІВ І ПІДСИСТЕМ

Сучасні ВОК є складними системами, що вирішують декілька функціональних завдань. Через різноманітність виконуваних функцій такі ВОК здатні функціонувати з різними рівнями якості. У ВОК відмови деяких елементів і блоків не спричиняють відмову в цілому, а переводять його у стан виконання окремих задач зі зниженою якістю.

Оцінимо втрати ефективності ВОК при відмовах деяких елементів.

2.1. Вибір критерію якості функціонування ВОК

Сукупність можливих станів ВОК створює множину G , яку розбіємо на три підмножини A , B і C , що перетинаються:

$$A \subset G, B \subset G, C \subset G.$$

Підмножина A включає стани, що відповідають нормальному функціонуванню ВОК.

Підмножина B охоплює стани часткового погіршення ефективності функціонування (наприклад, відмови окремих пристроїв у різних каналах).

До підмножини C входять стани повного припинення функціонування.

За критерій якості функціонування беремо ефективність виконання ВОК заданих функцій за час t на потрібному рівні:

$$E(t) = \sum_s \Phi_s \cdot H_s(t), \quad (2.1)$$

де $E(t)$ – ефективність функціонування ВОК, Φ_s – вихідна ефективність ВОК у стані s ; $H_s(t)$ – ймовірнісна міра стану s .

Для ВОК, що мають n дискретних станів і створюють повну групу несумісних подій при виконанні ВОК ω часткових задач, формула (2.1) має вигляд

$$E(t) = \sum_{\eta=1}^{\omega} \sum_{i=1}^n P_{\eta}(t) \cdot P(H_i) \cdot P_{\eta}(A/H_i), \quad (2.2)$$

де $P_{\eta}(t)$ – ймовірність виконання ВОК η -ї часткової задачі

($\eta=1,2,\dots,\omega$); $P(N_1)$ – ймовірність знаходження ВОК в i -му робочому стані ($i=1,2,\dots,n$); $P_\eta(A/N_1)$ – умовна ймовірність події A , що означає виконання ВОК своїх функцій на рівні якості, що дорівнює A і якого досить для розв'язання η -ї часткової задачі при визначенні ВОК в i -му робочому стані.

Таким чином, математична модель ефективності функціонування ВОК для кожної η -ї задачі з відповідною ймовірністю виконання P_η містить елементи моделі, які відображають можливі стани ВОК N_1 з відповідними ймовірностями їх виникнення $P_\eta(N_1)$ і елементи, що зображують вихідні ефекти ВОК у даному стані:

$$P_\eta(A/N_1) \rightarrow \Phi_s.$$

2.2. Кількісна оцінка критерію ефективності функціонування ВОК

Задача оцінки ефективності відповідно до виразу (2.2) розкладається на етапи визначення:

- а) ймовірностей $P_\eta(t)$ виконання ВОК η -х часткових задач;
- б) ймовірностей $P(N_1)$ для всіх N_1 робочих станів ВОК;
- в) умовних ймовірностей $P_\eta(A/N_1)$ або нормованих вихідних ефектів Φ_s .

Аналітичне дослідження моделей ВОК за критерієм ефективності з урахуванням можливих відмов його окремих блоків призводить до істотних труднощів у визначенні вихідних ефектів Φ_s і переборі всіх можливих станів досліджуваної ВОК.

Для знаходження вихідних ефектів є два підходи:

1. Експериментальна перевірка функціонування системи, під час якої досліджується вплив відмов окремих елементів системи на вихідний ефект.

Цей метод – точний і ефективний, але для його реалізації необхідно мати ВОК. А як бути на етапі розроблення ВОК?

2. Використання коефіцієнтів значущості $k_{E_{1j}}$ пристроїв системи.

Фізичний зміст коефіцієнта значущості – це ймовірність невиконання системою j -ї задачі на потрібному рівні якості при знаходженні системи в i -му стані.

Тоді умовна ймовірність виконання системою η -ї часткової задачі з потрібним рівнем якості буде

$$P_\eta(A/N_1) = 1 - k_{E_{1j}}. \quad (2.3)$$

Коефіцієнт $k_{E_{1j}}$ визначається шляхом докладного аналізу системи при виконанні η -ї задачі і обчислюється як

$$k_{E_{1j}} = \frac{n_1}{N}, \quad (2.4)$$

де $i=1,2,\dots$; N – загальна кількість параметрів, які система одержує на 100%-ному рівні її ефективності при розв'язанні ω задач, для яких вона призначена; n_1 – кількість параметрів, які система видає при виконанні i -ї часткової задачі на 100%-ному рівні ефективності.

Таким чином, у виразі (2.2) необхідно знайти величини $P_\eta(t)$ і $P(N_1)$. Ймовірність $P_\eta(t)$ виконання системою η -ї часткової задачі визначається з технічних умов на систему, що проектується і апріорно задається замовником.

Якщо система призначена для одночасного керування ω різними технологічними процесами, то $P_\eta(t)=1$ для $n=1,2,\dots,\omega$.

Якщо невідомо, як часто виконуватиметься та чи інша задача керування, то $P_\eta(t)=1/\omega$.

Якщо замовнику відома частота вирішення системою кожної з ω задач, то він задає закон розподілу звернень до системи на виконання тієї чи іншої задачі у вигляді вектора-рядка ймовірностей:

$$P(t) = \{P_1, P_2, \dots, P_\eta, \dots, P_\omega\},$$

де $\sum_{i=1}^{\omega} P_i = 1$.

Визначення ймовірностей $P(N_1)$ усіх робочих станів системи починають з аналізу структури системи і задач, які нею вирішуються.

Аналіз проводиться з метою виявлення умов працездатності у вигляді функцій алгебри логіки.

При розв'язанні системою однієї часткової задачі умову працездатності записують у вигляді диз'юнкції усіх найкоротших шляхів функціонування:

$$y_c(x_1; x_2; \dots; x_m) = \bigvee_{i=1}^{\alpha} y_i = \bigvee_{i=1}^{\alpha} |k_i \& x_k|, \quad (2.5)$$

де диз'юнкція береться для всіх $y_i=1$, а $\&(x_k^\alpha) = (x_1^\alpha, x_2^\alpha, \dots, x_m^\alpha)$ є кон'юнкцією із справних елементів множини (x_k) , ні один з яких неможливо вилучити, не порушивши функціонування системи.

П р и к л а д.

Визначимо функцію працездатності для системи, зображеної

на рис. 2.1.

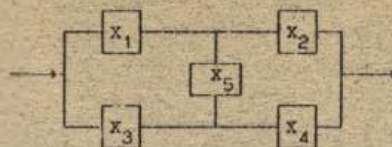


Рис. 2.1

Нормальне функціонування системи з п'яти блоків зводиться до проходження сигналу зі входу на вихід.

Можливі чотири найкоротші шляхи успішного функціонування системи:

1-й шлях: $x_1 \wedge x_2$;

2-й шлях: $x_3 \wedge x_4$;

3-й шлях: $x_1 \wedge x_5 \wedge x_4$;

4-й шлях: $x_3 \wedge x_5 \wedge x_2$.

Реалізація хоча б одного з цих шляхів забезпечує працездатний стан системи.

Функція працездатності для цього прикладу має вигляд

$$y_c(x_1; x_2; x_3; x_4; x_5) = (x_1 \wedge x_2) \vee (x_3 \wedge x_4) \vee (x_1 \wedge x_5 \wedge x_4) \vee (x_3 \wedge x_5 \wedge x_2).$$

Функція працездатності (2.5) є логічною функцією, яка набуває значення 1, якщо система працездатна, і значення 0, якщо система відмовила.

Для того, щоб використати логіко-ймовірнісний метод для визначення ефективності функціонування системи за критерієм (2.2), необхідно кожну кон'юнкцію виразу (2.5) доповнити нормованим вихідним ефектом (2.3):

$$E_c \{ y_c(x_1; x_2; \dots; x_m) \} = \bigvee_{i=1}^{\sigma} |k_i \& x_k| \cdot |\Phi_c|, \quad (2.6)$$

де $\Phi_c = \begin{vmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \vdots \\ \Phi_k \end{vmatrix}$ – вектор-стовпець вихідних ефектів системи.

Кожна компонента вектора Φ_c є співмножником відповідного найкоротшого шляху функціонування системи. Для того, щоб використати формулу (2.6) для розрахунку кількісного значення ефективності E_c з урахуванням відмов окремих пристроїв, необхідно перейти від логічних функцій, які пов'язують випадкові події, до їх ймовірної міри.

Для такого переходу скористаємося теоремою додавання ймовірностей складних сумісних подій, якими безпосередньо висту-

пють елементарні кон'юнкції умов працездатності системи:

$$\begin{aligned}
 & \cdot \{x_{\alpha}(x_1; x_2; \dots; x_m) = 1, t\} = \sum_{\eta=1}^{\omega} P_{\eta} \sum_{i=1}^z P_i \cdot \Phi_1 = \sum_{\eta=1}^{\omega} \sum_{i=1}^z P_{\eta} \cdot P_i \cdot \Phi_1 - \\
 & - \sum_{\eta=1}^{\omega} \sum_{i=1}^z \sum_{j=1}^{c_z^2} P_{\eta} [P_i \& P_j] \Phi_{1j} + \sum_{\eta=1}^{\omega} \sum_{i=1}^z \sum_{(1j)}^{c_z^2} \sum_{(1jk)}^{c_z^3} P_{\eta} [P_i \& P_j \& P_k] \Phi_{1jk} - \\
 & - \dots + (-1)^{\alpha-1} \sum_{\eta=1}^{\omega} P_{\eta} [P_1 \& P_2 \& \dots \& P_{\alpha}] \Phi_{1,2,\dots,\alpha} \quad (2.7)
 \end{aligned}$$

Тут знаки суми поширюються на різні значення індексів η , i , j , k ,:

$$\Phi_1 = [1 - k_{E_1}] ; \quad \Phi_{1j} = [1 - (k_{E_1} + k_{E_j})] ;$$

$$\Phi_{1,2,\dots,\alpha} = [1 - (k_{E_1} + k_{E_j} + \dots + k_{E_{\alpha}})] .$$

Верхні межі складання індексів $i, j, k, \dots$ визначаються таким чином.

Нехай система складається з n пристроїв і вирішує m задач. При розв'язанні конкретної i -ї задачі використовується n_i пристроїв $x_{11}, x_{21}, \dots, x_{n1}$, які можуть створити декілька шляхів успішного функціонування.

У випадку будь-якого одного найкоротшого шляху функціонування у формулі (2.7) залишається лише перший доданок:

$$\sum_{\eta=1}^{\omega} \sum_{i=1}^z P_{\eta} \cdot P_i \cdot \Phi_1 .$$

При наявності двох будь-яких шляхів функціонування додається другий доданок:

$$\sum_{\eta=1}^{\omega} \sum_{i=1}^z \sum_{j=1}^{c_z^2} P_{\eta} [P_i \& P_j] \Phi_{1j} .$$

Кількість можливих варіантів двох працездатних шляхів дорівнюватиме числу комбінацій із всіх можливих шляхів z по 2, тобто

$$C_z^2 = \frac{z!}{(z-2)!2!} .$$

Наступний доданок враховує три можливі шляхи функціонування, число яких дорівнює C_z^3 , і т.д. Таким чином, загальна кількість доданків у рівнянні (2.7)

$$C = C_z^1 + C_z^2 + \dots + C_z^{z-1} .$$

Фізичний зміст C - це загальне число умов працездатності.

Останній доданок у виразі (2.7) завжди дорівнюватиме нулю.

тому що він враховує одночасну працездатність усіх шляхів функціонування. А це означає, що

$$k_{E_1} + k_{E_{1j}} + k_{E_{1jk}} + \dots + k_{E_{1,2,\dots,z}} = 1$$

$$i \quad \left(1 - \sum_{1,j,k} k_{E_1} \right) = 0.$$

Проілюструємо на прикладі розрахунок ефективності системи з урахуванням виникнення відмов окремих пристроїв, використовуючи формулу (2.7). До рис. 2.1 додамо блок керування (БК) (рис. 2.2).

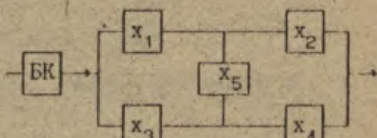


Рис. 2.2

Нехай система виконує такі чотири задачі:

з а д а ч а 1: проходження сигналу шляхом $x_1 \wedge x_2$ з вихідним ефектом $\Phi_1 = I - k_{E_1}$.

з а д а ч а 2: проходження сигналу шляхом $x_3 \wedge x_4$ з вихідним ефектом $\Phi_2 = I - k_{E_2}$.

з а д а ч а 3: проходження сигналу шляхом $x_1 \wedge x_5 \wedge x_4$ з вихідним ефектом $\Phi_3 = I - k_{E_3}$.

з а д а ч а 4: проходження сигналу шляхом $x_3 \wedge x_5 \wedge x_2$ з вихідним ефектом $\Phi_4 = I - k_{E_4}$.

Вважаємо БК абсолютно надійним.

До БК надходять заявки на виконання кожної з перелічених задач. Згідно із заявками БК організовує відповідний шлях проходження сигналу.

В и х і д н і д а н і

1. Заявки на виконання кожної із задач рівноймовірні, тобто $P_{\eta} = P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = 0,25$.

2. Ймовірність безвідмовної роботи кожного пристрою однакова і дорівнює $P(x_1) = P(x_2) = P(x_3) = P(x_4) = 0,9$.

3. Кількість параметрів, що видаються системою при вирішенні всіх задач, $N=10$:

4. Кількість параметрів, що видаються системою при розв'язанні кожної задачі, така:

задача 1 - $n_1 = 2$;

задача 3 - $n_3 = 3$;

задача 2 - $n_2 = 2$;

задача 4 - $n_4 = 3$.

Знайти значення ефективності системи (див. рис. 2.2), вра-

хочучи можливі відмови пристроїв системи x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 .

Розв'язок

1. Обчислимо коефіцієнти значущості для кожної з розв'язуваних задач за формулою (2.4):

$$k_{E_1} = \frac{n_1}{N};$$

$$k_{E_1} = k_{E_2} = 0.2; k_{E_3} = k_{E_4} = 0.3.$$

2. Визначимо вихідні ефекти для кожної задачі за рівнянням (2.3):

$$\Phi_1 = P_\eta(A/N_1) = 1 - k_{E_1};$$

$$\Phi_1 = \Phi_2 = 0.8; \Phi_3 = \Phi_4 = 0.7.$$

Для нашого прикладу запишемо вираз (2.7):

$$\begin{aligned} E_c\{y_c(x_1; x_2; x_3; x_4; x_5)=1, t\} &= \sum_{\eta=1}^4 \sum_{i=1}^4 P_i \Phi_i P_\eta - \\ &- \sum_{\eta=1}^4 \sum_{1j}^{c_2^2=6} P_\eta [P_j \& P_1] \Phi_{1j} + \sum_{\eta=1}^4 \sum_{1j k}^{c_2^3=4} P_\eta [P_1 \& P_j \& P_k] \Phi_{1jk} - \\ &- \sum_{\eta=1}^4 P_\eta [P_1 \& P_2 \& P_3 \& P_4] \Phi_{1,2,3,4}. \end{aligned}$$

Обчислення першого доданка (тобто визначення ефекту, що дає система при відмові одного будь-якого шляху):

$$\sum_{\eta=1}^4 \sum_{i=1}^4 P_\eta P_i \Phi_i.$$

Значення P_1 знайдемо з умови працездатності:

$$P_1(x_1 \wedge x_2) = P(x_1) \cdot P(x_2) = 0.9 \cdot 0.9 = 0.81;$$

$$P_2(x_3 \wedge x_4) = P(x_3) \cdot P(x_4) = 0.9 \cdot 0.9 = 0.81;$$

$$P_3(x_1 \wedge x_5 \wedge x_4) = P(x_1) \cdot P(x_5) \cdot P(x_4) = 0.9 \cdot 0.9 \cdot 0.9 = 0.729;$$

$$P_4(x_3 \wedge x_5 \wedge x_2) = P(x_3) \cdot P(x_5) \cdot P(x_2) = 0.9 \cdot 0.9 \cdot 0.9 = 0.729.$$

Підставляючи у формулу

$$P_\eta = P_{\eta_1} = P_{\eta_2} = P_{\eta_3} = P_{\eta_4} = 0.25,$$

де η - число задач, дістанемо

$$P_1 \Rightarrow P_1 = P_2 = 0.81; P_3 = P_4 = 0.729,$$

$$\Phi_1 \Rightarrow \Phi_1 = \Phi_2 = 0.8; \Phi_3 = \Phi_4 = 0.7.$$

$$\sum_{\eta=1}^4 \sum_{i=1}^4 P_\eta P_i \Phi_i = \sum_{\eta=1}^4 P_\eta (P_1 \Phi_1 + P_2 \Phi_2 + P_3 \Phi_3 + P_4 \Phi_4) = 4 \cdot 0.25 \cdot$$

$$\cdot (0.81 \cdot 0.8 + 0.81 \cdot 0.8 + 0.729 \cdot 0.7 + 0.729 \cdot 0.7) = 2.32.$$

Обчислення другого доданка (тобто визначення ефекту системи при відмові двох будь-яких шляхів):

$$\sum_{\eta=1}^4 \sum_{j=1}^{z=6} P_{\eta} [P_1 \& P_j] \Phi_{1j} = 4 \cdot 0,25 \cdot \{P_1 \cdot P_2 [1 - (k_{E_1} + k_{E_2})] + P_1 \cdot P_3 [1 - (k_{E_1} + k_{E_3})] + P_1 \cdot P_4 [1 - (k_{E_1} + k_{E_4})] + P_2 \cdot P_3 [1 - (k_{E_2} + k_{E_3})] + P_2 \cdot P_4 [1 - (k_{E_2} + k_{E_4})] + P_3 \cdot P_4 [1 - (k_{E_3} + k_{E_4})]\} = 4 \cdot 0,25 \cdot \{0,81 \cdot 0,81 [1 - (0,2+0,2)] + 0,81 \cdot 0,729 [1 - (0,2+0,3)] + 0,81 \cdot 0,729 [1 - (0,2+0,3)] + 0,81 \cdot 0,729 [1 - (0,2+0,3)] + 0,729 [1 - (0,2+0,3)] + 0,81 \cdot 0,729 [1 - (0,3+0,3)]\} = 1,787.$$

Обчислення третього доданка (тобто визначення ефекту системи при відмові трьох будь-яких шляхів):

$$\sum_{\eta=1}^4 \sum_{j,k=1}^{z=4} P_{\eta} [P_1 \& P_j \& P_k] \Phi_{1jk} = \sum_{\eta=1}^4 P_{\eta} \{P_1 P_2 P_3 [1 - (k_{E_1} + k_{E_2} + k_{E_3})] + P_1 P_2 P_4 [1 - (k_{E_1} + k_{E_2} + k_{E_4})] + P_2 P_3 P_4 [1 - (k_{E_2} + k_{E_3} + k_{E_4})] + P_3 P_4 P_1 [1 - (k_{E_3} + k_{E_4} + k_{E_1})]\} = 4 \cdot 0,25 \cdot \{0,81 \cdot 0,81 \cdot 0,729 [1 - (0,2+0,2+0,3)] + 0,81 \cdot 0,81 \cdot 0,729 [1 - (0,2+0,2+0,3)] + 0,81 \cdot 0,729 \cdot 0,729 [1 - (0,2+0,3+0,3)] + 0,729 \cdot 0,729 \cdot 0,81 [1 - (0,2+0,3+0,3)]\} = 0,458.$$

Четвертий доданок (тобто ефект системи при відмові чотирьох шляхів) дорівнює нулю, бо в цьому випадку всі чотири шляхи відмовили і система не може виконати всі чотири задачі безвідмовно $\left(1 - \sum_{i=1}^4 k_{E_i} = 0\right)$.

Значення ефективності системи з урахуванням можливих відмов її пристроїв:

$$E_c [y_c] = 2,32 - 1,787 + 0,458 = 0,983.$$

Таким чином, $E_c = 0,983$ є ймовірністю того, що система в будь-який момент зможе виконати або одну будь-яку задачу (видасть два параметри), або дві будь-які (чотири параметри), або три будь-які (сім параметрів), або всі чотири задачі (всі десять параметрів) на заданому рівні ефективності.

3. МАЖОРИТАРНИЙ ПРИНЦИП ПОБУДОВИ НАДІЙНИХ ВОК

Під мажоритарним принципом розуміють застосування мажоритарних елементів для побудови заданих вузлів, пристроїв і використання мажоритарного способу резервування ВОК на різних рівнях.

За допомогою мажоритарних елементів вдається побудувати надійні вузли та пристрої ВОК з підвищеною стійкістю до завад, а також реалізувати органи голосування при мажоритарному способі резервування.

Великою перевагою мажоритарного способу резервування є можливість знаходити і замінювати несправні вузли та елементи ВОК, не перериваючи роботи системи за основною програмою, що дозволяє значно підвищити надійність системи.

У зв'язку з розробленням простих і надійних схем МЕ інтегрального типу мажоритарний принцип знаходить все більш широке застосування при побудові пристроїв ВОК, особливо пристроїв їх контролю.

Для підвищення надійності ВОК використовуються такі методи:

- підвищення надійності елементів;
- просте резервування апаратури;
- мажоритарне резервування;
- застосування кодів коректування;
- ефективний контроль вірогідності результатів оброблення інформації.

Проблему підвищення надійності ВОК неможливо повністю вирішити шляхом підвищення надійності окремих елементів, бо неможливо створити абсолютно надійні елементи і навіть при наявності таких елементів повністю позбутися впливу на них випадкового поля. Тому поряд з розробленням надійних елементів необхідно вести пошук ефективних способів резервування.

Потрібно підкреслити, що будь-яке резервування пов'язано з використанням зайвого обладнання або введенням зайвої інформації.

3.1. Мажоритарні елементи

Мажоритарним елементом (МЕ) називається логічний елемент, сигнал на виході якого набуває значення, що збігається зі

значенням сигналу на більшості входів.

У порівнянні зі стандартними логічними елементами МЕ має такі переваги:

- можливість скорочення кількості обладнання при побудові деяких вузлів ВОК;
- підвищену стійкість до перебоїв через те, що на входи МЕ подається зайва інформація;
- реальність повної уніфікації схем, що поліпшує автоматизацію їх виробництва і полегшує виготовлення великих функціональних субсистем інтегрального типу;
- можливість побудови надійних вузлів і пристроїв за мажоритарним способом резервування.

Аналіз різноманітних моделей резервування показує, що всі вони мають такі недоліки:

- складність комутації;
- переривання в роботі системи за основною програмою при зміні каналу, який відмовив, справним.

Названих недоліків не має мажоритарна модель резервування, тобто використання мажоритарного способу резервування з одним або декількома відновлювальними органами (ВО).

При цьому способі резервування будують непарну кількість каналів $m \geq 3$, вихідні сигнали яких з'єднуються за допомогою ВО.

Через те, що сигнал на виході ВО визначається більшістю вхідних сигналів, відмова $\frac{m+1}{2}$ каналів (пристроїв, блоків, вузлів) не призведе до відмови системи в цілому.

Мажоритарний спосіб резервування дозволяє легко знайти відмови в елементах пристроїв, що резервуються, і здійснювати заміну каналів (блоків), які відмовили, без переривання роботи системи.

Ця особливість мажоритарного способу резервування, незважаючи на складність його реалізації та великі витрати, справджує його застосування в особливо відповідальних системах і пристроях, в яких відмови в роботі призводять до катастрофічних наслідків. Використання мажоритарного принципу введення надмірності є на цей час перспективним, оскільки при інтегральному виконанні систем із структурною надмірністю відбувається зменшення їх вартості.

Розвиток теорії мажоритарної моделі йде за такими напрям-

ками:

1. Вичення властивостей МЕ з метою визначення їх надійності.
2. Раціональний поділ системи на блоки і застосування до них мажоритарної моделі.
3. Розроблення адаптивного МЕ.
4. Дослідження надійності різних мажоритарних моделей з метою вибору найбільш придатних для підвищення надійності ВОК.

МЕ відносяться до класу порогових елементів (ПЕ), закон функціонування яких описується співвідношенням

$$y = \text{sign} \left(\sum_{i=1}^m b_i x_i - v \right). \quad (3.1)$$

Тут y - значення сигналу на виході ПЕ; $x_i \in \{0,1\}$ - значення сигналу на i -му вході ПЕ; b_i - ваговий коефіцієнт i -го входу; v - поріг елемента; m - кількість входів ПЕ;

$$\text{sign } z = \begin{cases} 1, & \text{якщо } z > 0, \\ 0, & \text{якщо } z < 0, \end{cases} \quad (3.2)$$

де $z = \sum_{i=1}^m b_i x_i - v$.

МЕ працює за принципом більшості, і його вихідний сигнал визначається з таких рівнянь:

$$\begin{aligned} y &= 1, \text{ якщо } \sum_1 b_i > \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m b_i; \\ y &= 0, \text{ якщо } \sum_0 b_i > \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m b_i, \end{aligned} \quad (3.3)$$

де символи $\sum_0$ і $\sum_1$ означають, що додавання вагових коефіцієнтів b_i здійснюється на тих входах, де значення вхідного сигналу дорівнює одиниці та нулю відповідно.

Основою МЕ з пороговою логікою є ПЕ, який являє собою сукупність підсумовуючої ланки і релейного елемента (рис. 3.1).

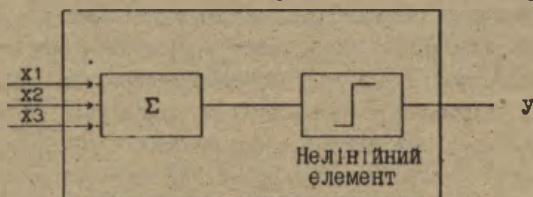


Рис. 3.1

Підсумовуюча схема на вході ланцюга релейного елемента виконує диз'юнктивний (кон'юнктивний) процес над вхідними

сигналами. Враховуючи заданий поріг спрацювання релейного елемента, здійснюється зважене "голосування" двійкових сигналів і на виході МЕ створюється мажоритарна функція у вигляді логічного нуля або одиниці.

Як ПЕ застосовуються схеми на феритових осердях, транзисторах, тунельних діодах і параметронах.

МЕ на пасивних логічних елементах зображені на рис. 3.2 (І - для негативних, АБО - для позитивних сигналів) і 3.3 (І - для позитивних, АБО - для негативних сигналів). МЕ на активних логічних елементах показані на рис. 3.4 (ЛЕ І з трьома входами на транзисторах), 3.5 (ЛЕ АБО НІ з трьома входами на транзисторах) і 3.6 (МЕ на тунельному діоді).

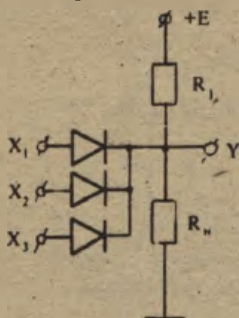


Рис. 3.2

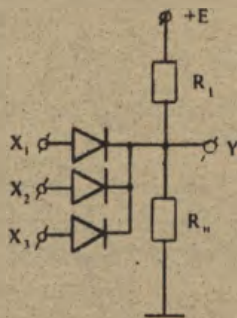


Рис. 3.3

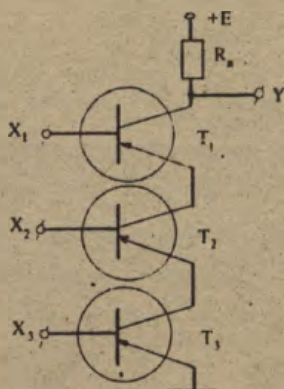


Рис. 3.4

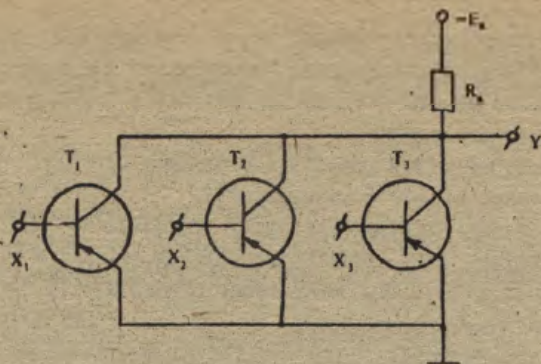


Рис. 3.5

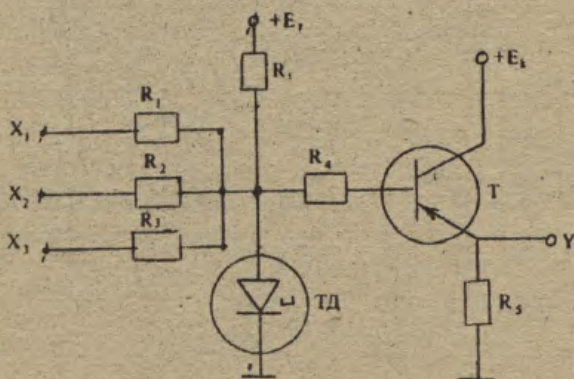


Рис. 3.6

Розглянемо усі випадки.

1. ЛЕ АБО для позитивних сигналів. Напруга живлення $+E$. Діоди закриті. Напруга на виході $U_{\text{вих}} = \frac{E \cdot R}{R_1 + R_H} \rightarrow 0$. Під час подачі позитивних сигналів на будь-який вхід діоди відкриваються, напруга на виході змінюється стрибком від $U_{\text{вих}} = \frac{E \cdot R}{R_1 + R_H}$ до $U_{\text{вих}} = \frac{E \cdot R_H}{R_1 + R_H} + I_{\text{вих1}} \cdot R_H \rightarrow 0$.

Логічна функція АБО

$$(x_1 \cdot x_2) \vee (x_1 \cdot x_3) \vee (x_2 \cdot x_3).$$

Напруга виходу

$$U_{\text{вих}} = \frac{E \cdot R_n}{R_1 + R_n} + (I_{\text{вх1}} + I_{\text{вхj}}) R_n \rightarrow 1.$$

2. ЛЕ 1 для негативних сигналів при +Е. Діоди відкриті, якщо потенціали на анодах більші, ніж потенціали на катодах, і

$$U_{\text{вих}} = \frac{E \cdot R_n}{R_1 + R_n} + (I_1 + I_2 + I_3) R_n \rightarrow 0.$$

Під час надходження всіх трьох негативних сигналів діоди закриваються і напруга на виході

$$U_{\text{вих}} = \frac{E \cdot R_n}{R_1 + R_n} \rightarrow 1.$$

Логічна функція

$$x_1 \wedge x_2 \wedge x_3.$$

3. ЛЕ 1 для позитивних сигналів. Діоди відкриті. Напруга виходу

$$U_{\text{вих}} = (I_1 + I_2 + I_3) R_n + \frac{E \cdot R_n}{R_1 + R_n}.$$

Під час надходження позитивних сигналів діоди закриваються і

$$U_{\text{вих}} = \frac{E \cdot R_n}{R_1 + R_n}.$$

4. ЛЕ АБО для негативних сигналів. Початковий стан: на всіх катодах позитивний потенціал вищий, ніж потенціал анодів, і діоди закриті:

$$U_{\text{вих}} = \frac{E \cdot R_n}{R_1 + R_n} \rightarrow 0.$$

Під час надходження будь-якого з негативних сигналів формується стрибок напруги на навантаженні, який дорівнює

$$U_{\text{вих}} = \frac{E \cdot R_n}{R_1 + R_n} + I_1 R_n \rightarrow 0.$$

5. ЛЕ не спрацьовує.

Якщо надходять будь-які дві негативні напруги, то виникає такий стрибок:

$$U_{\text{вих}} = \frac{E \cdot R_n}{R_1 + R_n} + (I_1 + I_j) R_n \rightarrow 1.$$

Логічна функція

$$(x_1 \cdot x_2) \vee (x_1 \cdot x_3) \vee (x_2 \cdot x_3).$$

В обчислювальній техніці широкого поширення набули МЕ з непарною кількістю входів, вага кожного з яких дорівнює одиниці. Поріг МЕ в цьому випадку $V = (m+1)/2$. Функція, що описує роботу таких МЕ, має вигляд

$$y = \text{sign} \left[\sum_{i=1}^m x_i - \frac{m+1}{2} \right], \quad (3.4)$$

де m – непарне число.

МЕ згідно з цим виразом можна побудувати трьома основними способами: підсумуванням гармонійних сигналів; підсумуванням імпульсних або потенціальних сигналів із застосуванням вагових резисторів і елемента, який має порогову характеристику; за допомогою логічних елементів І-АБО-НІ з діодною логікою на вході.

Перший спосіб побудови МЕ використовується в тому випадку, коли інформація міститься у фазі гармонічних коливань. МЕ, побудовані цим способом, називаються параметронами. Параметрони мають надзвичайно високу надійність і навантажувальну здатність, але порівняно низьку швидкість дії.

МЕ, побудовані другим способом, відрізняються простотою схеми і економічністю. Як елементи з пороговою характеристикою в цьому випадку використовуються транзистори або тунельні діоди. Але у МЕ з резистивною логікою на вході порівняно невелика швидкість дії і невисока стійкість до завад.

МЕ, побудовані третім способом, мають ряд переваг у порівнянні з МЕ з резистивною логікою на вході. У них більш висока швидкість дії, більша стійкість до завад і порівняно широка зона стійкої роботи. Але реалізація цим способом МЕ з кількістю входів більше трьох спричиняє великі технічні труднощі через складність вхідного ланцюга.

МЕ, побудовані другим і третім способами, випускаються промисловістю у вигляді інтегральних схем. Розрізняють такі типи інтегральних МЕ залежно від виду вхідного ланцюга і характеру зв'язків між транзисторами: з резистивно-транзисторною логікою (РТЛ); з резистивною логікою і перемикачем струму (ПСРЛ); з діодною логікою і перемикачем струму (ПСДЛ); з діодно-транзисторною логікою (ДТЛ); з транзисторно-транзисторною логікою (ТТЛ); з транзисторно-транзисторною логікою і перемикачем струму (ПСТТЛ).

Перелічені типи МЕ відрізняються один від одного часом вмикання і вимикання, навантажувальною здатністю, стійкістю до завад та іншими параметрами.

3.1.1. МЕ з резистивною логікою і перемикачем струму

МЕ з резистивною логікою і перемикачем струму (рис. 3.7)

містить резистивний подільник R_1 , R_2 , R_3 і R_4 , разом з перемикачем струму здійснює виконання мажоритарної логіки і формування рівнів напруг. Емітерні повторувачі на транзисторах T_3 і T_4 служать для підвищення навантажувальної здатності елемента і забезпечують зміщення рівнів напруг, які формуються на виходах перемикача струму. Зміщенням рівнів напруги за допомогою емітерних повторувачів досягається узгодження потенціалів виходів і входів елементів (потенціальне узгодження елементів).

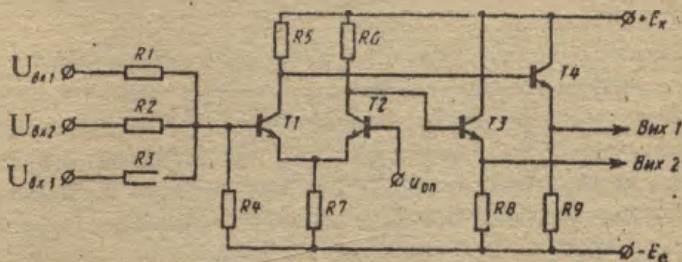


Рис. 3.7

3.1.2. МЕ з резистивно-транзисторною логікою

Резистивно-транзисторна логіка (РТЛ) - це спосіб реалізації логічних відношень за допомогою ЛЕ, виконаних на резистивних збірках і транзисторах, причому логічні операції виконуються резистивною збіркою, а транзистор служить підсилювачем-інвертором.

Перемикач струму перемикає струм з одного електричного ланцюга в інший.

Під впливом вхідного сигналу стрибком змінюється вхідне навантаження транзистора. Воно стає зашунтованим, тобто дуже малим або дуже великим.

3.1.3. МЕ з діодною логікою і перемикачем струму

Схему елемента трьома способами наведено на рис. 3.8.

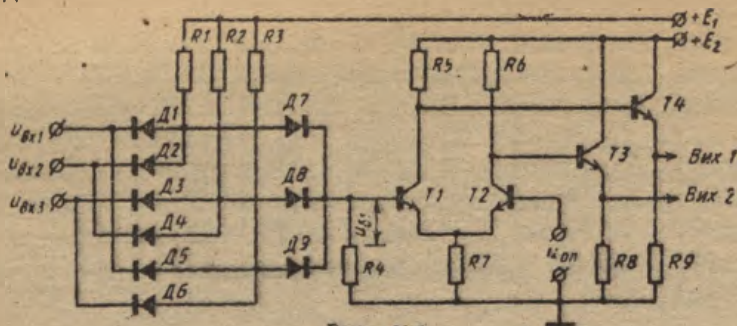


Рис. 3.8

Діоди $D1$ і $D2$, $D3$ і $D4$, $D5$ і $D6$ разом з резисторами $R1$, $R2$ і $R3$ створюють три логічні схеми І, діоди $D7$, $D8$ і $D9$ – логічну схему АБО. Останні діоди одночасно запобігають взаємному впливу входів. На транзисторах $T1$, $T2$ складений перемикач струму, на транзисторах $T3$, $T4$ виконані емітерні повторювачі, які підвищують навантажувальну здатність елементу. Схема перемикача струму не відрізняється від розглянутих раніше.

3.1.4. МЕ з логікою на багатоемітерних транзисторах і перемикачем струму

Оскільки в МЕ діоди мають декілька спільних точок вмикання, то з метою підвищення технологічності можна запропонувати схему МЕ, в якій об'єднуються транзисторно-транзисторна логіка з перемикачем струму. На двоемітерних транзисторах $T1$, $T2$, $T3$ виконується мажоритарна логіка для трьох входних сигналів U_{BX1} , U_{BX2} , U_{BX3} . Колектори багатоемітерних транзисторів об'єднані і створюють схему АБО (рис. 3.9).

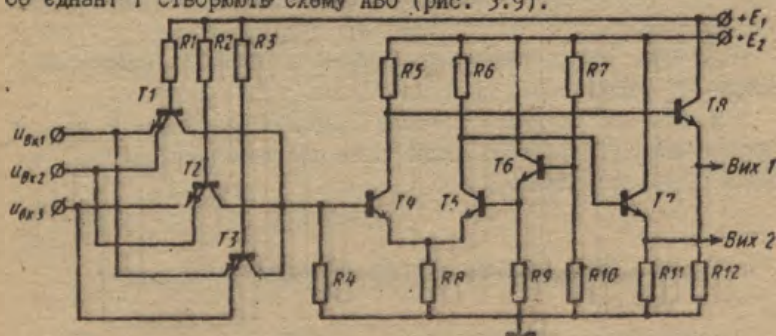


Рис. 3.9

3.1.5. МЕ з діодною логікою і транзисторним ключем

Схему МЕ типу ДЕМ наведено на рис. 3.10.

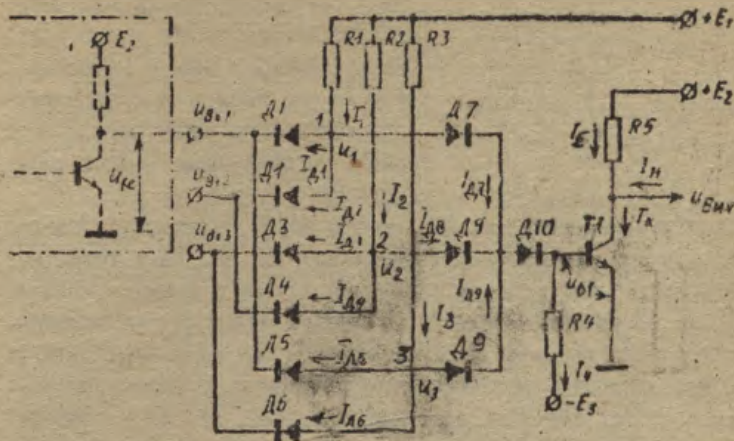


Рис. 3.10

У цьому елементі призначення діодів D1-D9 таке ж, як і в елементах типу ПРДЛ. Діод D10 разом з діодами D7-D9, що виконують логічну операцію АБО, зміщує рівень напруги не без транзистора, при якому останній є надійно закритим.

На транзисторі T1 знаходиться ключ, який інвертує сигнал і формує його фронт, зріз, верхній та нижній рівні напруги. Резистор R4 разом з джерелом E3 забезпечують потрібний струм через змищувальні діоди D7-D10. Нижній рівень напруги на базі T1 треба вибирати виходячи з умови створення необхідного порогу замирання транзистора. Наявність резистора R4 і джерела E3 сприяє прискоренню процесу вимкнення транзистора.

3.2. Синтез вузлів і пристроїв ЕОМ на базі МЕ

Застосування МЕ найбільш ефективно для коригування помилок, які виникають в результаті самоліквідних перебоїв. У табл. 3.1 наведено можоритарну функцію трьох змінних. Змінні, помічені зірочкою, можуть набувати протилежних значень вна-

Таблиця 3.1

Номер набору	x_1	x_2	x_3	y
0	0*	0	0	0
1	0	0	1*	0
2	0	1*	0	0
3	0*	1	1	1
4	1*	0	0	0
5	1	0*	1	1
6	1*	1	0*	1
7	1	1	1	1

слідок перебоїв, при цьому значення функції y не зміниться. На 0-му і 7-му наборах одиничні перебої на будь-якому зі входів МЕ не призводять до перекручення вихідного сигналу. Зникнення або поява помічених одиниць і нулів на наборах 1-6 може без наслідків супроводжуватися виникненням помилкового сигналу на будь-якому з двох інших входів МЕ.

Зазначені властивості МЕ значною мірою підвищують завадостійкість вузлів ЦОМ, побудованих на базі МЕ. Крім того, мажоритарний базис у порівнянні з бульовим у деяких випадках дозволяє побудувати вузли ЕОМ з меншою кількістю обладнання. Функціональна повнота системи означає, що будь-який скільки завгодно складний логічний вузол можна побудувати на базі трьох основних логічних елементів: І, АБО, НІ. Крім названої повної системи функцій існує цілий ряд інших повних систем.

Мажоритарна функція трьох змінних дорівнює

$$Y(x_1; x_2; x_3) = M(x_1; x_2; x_3) = x_1 x_2 \vee x_1 x_3 \vee x_2 x_3. \quad (3.5)$$

Введемо мажоритарну операцію $\#$ для позначення мажоритарної функції:

$$M(x_1; x_2; x_3) = x_1 \# x_2 \# x_3; \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} M(x_1; x_2; x_3) &= \overline{x_1} x_2 \vee \overline{x_1} x_3 \vee x_2 x_3 = \overline{x_1} \# \overline{x_2} \# \overline{x_3} = \\ &= \overline{x_1} \overline{x_2} \vee \overline{x_1} \overline{x_3} \vee \overline{x_2} \overline{x_3} = \overline{x_1} \# \overline{x_2} \# \overline{x_3}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Функціонально повна система елементів мажоритарного базису складається з МЕ, генератора "одиниць", генератора "нулів" і інвертора. Тому до складу цієї системи мажоритарного базису досить включити МЕ з інверсним виходом МЕІ, умовне зображення якого має вигляд



На МЕІ можна побудувати будь-який ЛЕ з булевого базису.

Якщо на один із входів МЕІ подати 0 або 1, то реалізовуватиметься або операція диз'юнкції

$$M(\overline{x_1}; \overline{x_2}; 0) = \overline{x_1} \# \overline{x_2} \# 0 = x_1 \vee x_2. \quad (3.8)$$

або операція кон'юнкції

$$M(\overline{x_1}; \overline{x_2}; 1) = \overline{x_1} \# \overline{x_2} \# 1 = x_1 x_2. \quad (3.9)$$

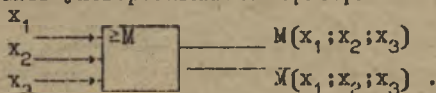
При одночасній подачі на три або два входи МЕІ одного і того ж сигналу $x_1 x_2$ або x_3 здійснюється операція заперечення:

$$M(x_1; x_1; x_1) = \overline{x_1} \# \overline{x_1} \# \overline{x_1} = \overline{x_1}, \quad (3.10)$$

$$M(x_1; x_1; 0(1)) = \overline{x_1} \# \overline{x_1} \# 0, 1 = \overline{x_1}. \quad (3.11)$$

На третій вхід у другому випадку подається або нульовий, або одиничний сигнал. Для синтезу схеми на МЕІ можна використовувати будь-який набір ЛЕ.

Для більшої гнучкості та зручності синтезу вузлів ЦОМ доцільно застосовувати МЕ з двома інверторами на вході. Такий елемент називають універсальним мажоритарним елементом (УМЕ):



Тоді ЛЕ І та АБО визначаються таким чином:

$$M(x_1; x_2; 0) = x_1 x_2, \quad (3.12)$$

$$M(x_1; x_2; 1) = x_1 \vee x_2. \quad (3.13)$$

Використовуючи УМЕ можна здійснювати синтез мажоритарних вузлів комбінованого типу з пам'яттю.

Багатоканальна мажоритарна система ВОК будується за мажоритарним способом резервування. Вона містить непарну кількість ідентичних каналів, виходи яких об'єднуються за допомогою мажоритарних елементів, що виконують роль відносивальних органів. Відмови та перебої, які спостерігаються в $(m-1)/2$ каналах ВОК, не впливають на працездатність системи в цілому. Тому працездатність окремих каналів ВОК можна відновлювати без переривання його роботи за основною програмою. Останнє дозволяє значно збільшити коефіцієнт готовності ВОК, під яким розуміємо ймовірність того, що ВОК буде працездатним у довільно вибраний момент часу. Але при мажоритарному способі резервування потрібна велика кількість обладнання, і тому даний спосіб можна використовувати для підвищення надійності найвідповідальніших пристроїв, ймовірності безвідмовної і безперебійної роботи яких мають бути дуже високими. До таких пристроїв в першу чергу відносяться різного роду контрольні пристрої.

Для вибраної кратності резерву МЕ реалізує логічну функцію

$$Y = x_1 x_2 \sim x_1 x_3 \sim x_2 x_3. \quad (3.14)$$

Знайдемо вираз ймовірності безвідмовної роботи схеми для наведеного прикладу. Нехай $P_{cx1} = P_{cx2} = P_{cx3} = P$, а ймовірність безвідмовної роботи МЕ дорівнює P_{me} .

Система, зображена на рис. 3.11, працюватиме безвідмовно в таких двох несумісних випадках:

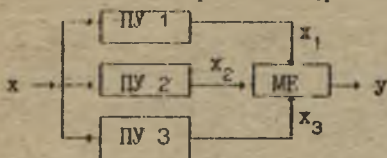


Рис. 3.11

1) усі три схеми справні, справний МЕ;

2) справні дві будь-які схеми і справний МЕ.

Ймовірність реалізації першого випадку:

$$P_1 = P^3 \cdot P_{me} = C_{2+1}^0 \cdot P^{2+1-0} \cdot P_{me} (1-P)^0. \quad (3.15)$$

Ймовірність реалізації другого випадку:

$$P_2 = P_{me} C_{2+1}^1 \cdot P^{2+1-1} \cdot (1-P)^1 = 3 P^2 \cdot (1-P) \cdot P_{me}. \quad (3.16)$$

Тоді ймовірність безвідмовної роботи схеми з мажоритарним резервуванням дорівнюватиме

$$P_m = P_1 + P_2 [3 \cdot P^2 \cdot (1-P) + P^3]. \quad (3.17)$$

Якщо $P_{cx1} = 0,9$, $P_{me} = 0,99$,

$$P_m = (0,9^3 + 3 \cdot 0,9^2 \cdot 0,1) \cdot 0,99 = 0,96228.$$

то виграш у надійності

$$\Delta P = P_m \cdot P_{cx1} = 0,96228 - 0,1 = 0,06228.$$

Розглянемо блок-схему мажоритарного методу для кратності резервування $k=4$ ($m=5$). У цьому випадку МЕ реалізує функція

$$F = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \sim x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \sim x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \sim x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \sim x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \sim x_1 \cdot x_4 \cdot x_5 \sim x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \sim x_1 \cdot x_2 \cdot x_5 \sim x_1 \cdot x_3 \cdot x_5 \sim x_3 \cdot x_4 \cdot x_5. \quad (3.18)$$

Із цього рівняння виходить, що для реалізації мажоритарним органом функції працездатності достатньо безпомилкової роботи трьох блоків із системи та МЕ.

Визначимо вираз для безвідмовної роботи цієї схеми, для чого розглянемо такі випадки:

1. Жоден із блоків, включаючи основний і МЕ, не відмовив. Ймовірність цієї події:

$$P_1 = P^5 \cdot P_{me} = C_{4+1}^0 \cdot P^{4+1-0} \cdot (1-P)^0 \cdot P_{me}, \quad (3.19)$$

де $C_{4+1}^0 = 1$ — число комбінацій від 5 до 0.

2. Відмовив будь-який із резервних блоків або основний при

безвідмовній роботі МЕ. Ймовірність цієї події:

$$P_1 = P_{\text{не}} \cdot C_{4+1}^1 \cdot P^{4+1-1} \cdot (1-P)^1 = (5P^4 - 5P^5) \cdot P_{\text{не}}. \quad (3.20)$$

3. Відмовили будь-які два із всіх блоків, включаючи основний. Ймовірність цієї події:

$$P_1 = C_{4+1}^2 \cdot P^{4+1-2} \cdot (1-P)^2 \cdot P_{\text{не}} = (10P^3 - 15P^4 + 6P^5) \cdot P_{\text{не}}. \quad (3.21)$$

З урахуванням трьох несумісних випадків ймовірність безвідмовної роботи схеми з мажоритарним резервуванням дорівнює

$$P_{\text{м}} = P_{\text{не}} \cdot \sum_{i=0}^2 P_i = P_{\text{не}} \cdot (10P^3 - 15P^4 + 6P^5). \quad (3.22)$$

Узагальнюючи викладене вище, одержимо вираз ймовірності безвідмовної роботи системи з мажоритарним резервуванням довільної кратності:

$$P_{\text{м}} = P_{\text{не}} \cdot \sum_{k=0}^{k/2} C_k^1 \cdot P^{k+1-1} \cdot (1-P)^1. \quad (3.23)$$

Зазначимо, що надійність мажоритарної схеми обмежується надійністю МЕ. Для ліквідації цього недоліку використовують мультиплексну схему, в якій резервується МЕ.

Виправлення помилки, пов'язаної з несправністю окремого МЕ, здійснюється не відразу, а через шар резервованих схем (рис. 3.12).

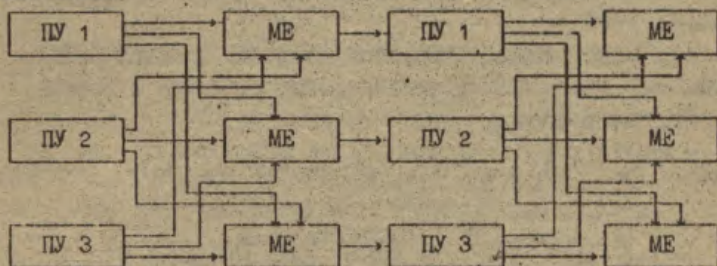


Рис. 3.12

Використовуючи аналогічні обчислення, знаходимо

$$P_{\text{мп}} = \left[\sum_{k=0}^{k/2} C_k^1 \cdot P^{k+1-1} \cdot (1-P)^1 \right] \cdot \left[\sum_{j=0}^{k/2} C_k^j \cdot P^{k+1-j} \cdot (1-P_{\text{не}})^j \right]. \quad (3.24)$$

За способом підключення резервованих блоків і МЕ розрізняють мажоритарне вузлове і мережне резервування.

Існують різноманітні варіанти реалізації надмірних структур з МЕ. Основними з них є ті МЕ, які використовують елементи І та АБО.

Найбільшого поширення при резерзуванні логічних пристроїв

набули схеми голосування "два з трьох".

На рис. 3.13 подано схему мажоритарного вузлового резерву-

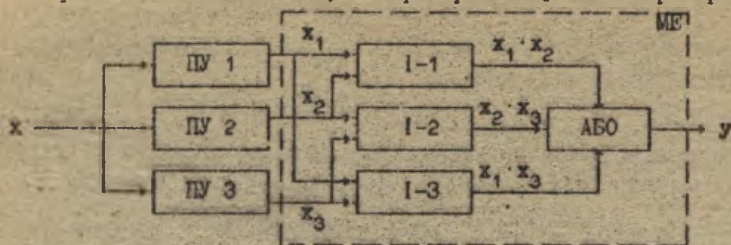


Рис. 3.13

вання, для якого логіку роботи МЕ можна описати в нормальній диз'юнктивній формі:

$$Y_{\text{вузл}} = M_0^2 \left\{ x_i \right\}_{i=1,3} = x_1 \cdot x_2 \vee x_2 \cdot x_3 \vee x_1 \cdot x_3 \quad (3.36)$$

У такій логічній формі МЕ виправляє помилковий сигнал, забезпечуючи видачу правильної інформації.

У цій схемі МЕ виконано на трьох двохходових елементах І і на одному елементі АБО. При надходженні двох сигналів (0 або 1) із набору x_1, x_2, x_3 з однаковою вагою на вхід будь-якої схеми І МЕ здійснює кон'юнкцію сигналів, видаючи на схему АБО відповідно 0 або 1.

На рис. 3.14 наведено схему мажоритарного вузлового резервування, для якого логіку роботи можна записати в нормально-кон'юнктивній формі:

$$Y_{\text{вузл}} = M_0^2 \left\{ x_i \right\}_{i=1,3} = (x_1 \cdot x_2) \vee (x_2 \cdot x_3) \vee (x_1 \cdot x_3) \quad (3.26)$$

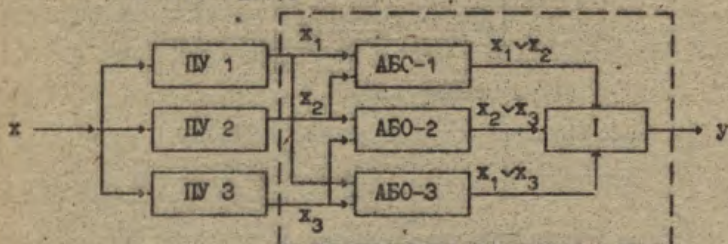


Рис. 3.14

Тут МЕ складається з трьох елементів АБО і одного тривходового елемента І.

У будь-якій комбінації два вхідні сигнали з трьох надхо-

дять на три входи схеми І, пройшовши схему АБГ.

Схема І реалізує кон'юнкцію і видає сигнал 1 або 0 згідно з більшістю сигналів x_1, x_2, x_3 на вході схеми.

На рис. 3.15 подано схему мажоритарного мережного резервування для трьох блоків і трьох МЕ.

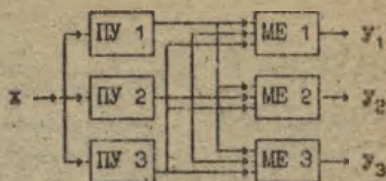


Рис. 3.15

Із наведених співвідношень видно, що триканальна мажоритарна система має високу надійність і задовольняє вимоги в багатьох практичних випадках. Крім того, в триканальній системі у порівнянні з п'яти- і семиканальною системами використовується набагато менше обладнання.

Мажоритарний спосіб резервування без відновлення можна застосовувати для підвищення надійності ВОК, ремонт яких у процесі функціонування не здійснюється.

3.3. Надійність мажоритарних ВОК з відновленням

Для підвищення надійності ВОК найбільший практичний інтерес викликає мажоритарний спосіб резервування з відновленням. При оцінці надійності системи з відновленням звичайно припускають, що інтервали часу між відмовами і час відновлення елементів розподілені за експоненціальним законом. При такому припущенні поведінка системи з відновленням описується однорідним марківським процесом.

Якщо в системі з відновленням протікає однорідний марківський процес зі скінченним числом станів, то цей процес можна описати за допомогою скінченного числа диференціальних рівнянь. На практиці звичайно цікавляться стаціонарним процесом, коли

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{dP_k(t)}{dt} = 0, \quad (3.27)$$

де $P_k(t)$ - ймовірність того, що в системі несправними є рівно k каналів. У такому випадку система диференціальних рівнянь зводиться до системи алгебраїчних рівнянь, розв'язок яких дає значення

$$P_k = \frac{e_k}{\sum_{k=0}^m e_k} \quad (3.28)$$

Тут $e_k = (\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \dots \lambda_{k-1}) / (0! \mu_1 \mu_2 \mu_3 \dots \mu_k)$, $e_0 = 1$, $k = 1, 2, \dots, m$, де $\lambda_k = 1/T_{ok}$ - сумарна інтенсивність відмов системи для k -го стану, а T_{ok} - напрацювання на відмову; $\mu_k = 1/T_{Bk}$ - сумарна інтенсивність; T_{Bk} - середній час відновлення; $m+1$ - максимальне число можливих станів (під станом системи будемо розуміти кількість несправних на даний момент каналів).

Ймовірність безвідмовної роботи мажоритарної системи з відновленням залежить від кількості резервних каналів $v = (m-1)/2$; її можна визначити з таких співвідношень:

$$P_{\text{сист}} = \sum_{k=0}^v P_k \quad (3.29)$$

$$P_{\text{сист}} = 1 - \sum_{k=v+1}^m P_k$$

де $\sum_{k=0}^v P_k$ - сумарна ймовірність того, що система з відновленням матиме не більше v несправних каналів;

$\sum_{k=v+1}^m P_k$ - сумарна ймовірність того, що система з відновленням буде несправною.

Розглянемо найхарактерніші випадки мажоритарної системи з відновленням, які можуть мати місце на практиці.

1. Припустимо, що система складається із n робочих і v резервних каналів, число ремонтних одиниць (бригад) $> n+v$. У цьому випадку сумарна інтенсивність відмов λ_k і сумарна інтенсивність відновлення μ_k визначаються з таких рівнянь:

$$\lambda_k = (n+v-k)\lambda, \quad \mu_k = k\mu \quad (3.30)$$

де λ, μ - інтенсивності відмов і відновлення окремих каналів відповідно.

Підставляючи значення λ_k і μ_k у формулу для P_k , одержимо

$$P_k = \frac{C_{n+v}^k \cdot \lambda^k \cdot \mu^{n+v-k}}{(\lambda + \mu)^{n+v}} \quad (3.31)$$

де C_{n+v}^k - число комбінацій із $n+v$ елементів по k .

Обчислимо ймовірність безвідмовної роботи триканальної мажоритарної системи з відновленням:

$$P_0 = \mu^3 / (\lambda + \mu)^3 \quad (2)$$

де P_0 - ймовірність того, що в системі всі канали справні;

$$P_1 = 3 \cdot \lambda \cdot \mu^2 / (\lambda + \mu)^3, \quad (3.32)$$

де P_1 - ймовірність того, що в системі один канал несправний. Тоді ймовірність безвідмовної роботи триканальної мажоритарної системи з відновленням у стаціонарному режимі можна визначити із співвідношення

$$P_0 = \sum_{k=0}^v P_k = P_0 + P_1 = (\mu^3 + 3\lambda\mu) / (\lambda + \mu)^3. \quad (3.34)$$

Аналогічно знаходяться ймовірності безвідмовної роботи п'яти- і семиканальної мажоритарних систем з відновленням:

$$P_5 = \sum_{k=0}^v P_k = P_0 + P_1 + P_2 = \frac{\mu^5 + 5\lambda\mu^4 + 10\lambda^2\mu^3}{(\lambda + \mu)^5}, \quad (3.35)$$

$$P_7 = \sum_{k=0}^v P_k = P_0 + P_1 + P_2 + P_3 = \frac{\mu^7 + 7\lambda\mu^6 + 21\lambda^2\mu^5 + 35\lambda^3\mu^4}{(\lambda + \mu)^7}.$$

2. Система складається із h робочих і v резервних каналів. Число ремонтних бригад $r=1$. У даному випадку $\lambda_k = (h+v-k)\lambda$, $\mu_k = \mu$. Тоді

$$P_k = \frac{1/(h+v-k)! (\mu/\lambda)^{h+v-k}}{(1/t!) (\mu/\lambda)^t}. \quad (3.36)$$

Звідси легко визначити ймовірність безвідмовної роботи триканальної мажоритарної системи:

$$P_3 = \frac{1/2 (\mu/\lambda)^2 + 1/6 (\mu/\lambda)^3}{1 + (\mu/\lambda) + 1/2 (\mu/\lambda) + 1/6 (\mu/\lambda)^3}. \quad (3.37)$$

3. Система має h робочих і v резервних каналів, число ремонтних одиниць і кількість запасних деталей не обмежені. У цьому випадку $\lambda_k = (h+v)\lambda$, $\mu_k = k \cdot \mu$, а тому

$$P_k = \frac{[(h+v)\lambda/\mu]^k}{k!} \exp[-(h+v)\lambda/\mu]. \quad (3.38)$$

Ймовірність безвідмовної роботи триканальної мажоритарної системи в стаціонарному режимі можна знайти з формули

$$P_3 = (1 + 3\lambda/\mu) \exp(-3\lambda/\mu). \quad (3.39)$$

П р и к л а д. Визначимо ймовірність безвідмовної роботи арифметичного пристрою (АП) ЕОМ при таких початкових даних: $m=3$, $t=100$ год., $T_B=1/6$ год., $P_{ME}(1)=0.999$, $\lambda=50 \cdot 10^{-6}$ год $^{-1}$, де T_B - середній час відновлення АП; λ_2 - сумарна інтенсивність відмов контрольного пристрою (КП) з урахуванням індектора відмов.

Розглянемо такі випадки:

а) ймовірність безвідмовної роботи АП без резерву

$$P_{\text{нр}}(t) = \exp(-\lambda_{\Sigma} t) = 0,995;$$

б) ймовірність безвідмовної роботи АП при мажоритарному способі резервування без відновлення $P_3(t) = 0,999$;

в) ймовірність безвідмовної роботи КІІ при мажоритарному способі резервування з відновленням $P_3 = 1 - 10^{-9}$.

Згідно із співвідношенням для P_3 при відомому параметрі λ можна визначити потрібне значення параметра μ для забезпечення заданої ймовірності безвідмовної роботи ВОК ($P_{\text{вок}}$). Результати такого розрахунку зведені в табл. 3.2.

Таблиця 3.2

$\lambda, \text{год}^{-1}$	$\mu, \text{год}^{-1}$			
10^{-6}	0,0017	0,0005	0,00017	0,00005
10^{-5}	0,0173	0,0054	0,00172	0,00054
10^{-4}	0,1731	0,0547	0,0172	0,0054
10^{-3}	1,7317	0,5473	0,1728	0,05443
10^{-2}	17,317	5,473	1,7287	0,54435
10^{-1}	173,17	547,75	17,287	5,4435
1	1731	547,73	172,87	54,4
$P_{\text{иск}}$	0,999999	0,999999	0,9999	0,995

Можливість знаходження μ за заданою ймовірністю P і відомим параметром λ дозволяє вже на етапі проектування скласти аналогічні таблиці для широкої області значень P , λ і сформулювати вимогу стосовно інтенсивності відновлення кожного каналу окремо і ВОК в цілому. Можна легко вирішити і зворотну задачу – поставити кожному каналу вимоги до надійності і кількості обладнання, для чого за відомими величинами P і μ треба знайти параметр λ одного каналу. Потім, знаючи інтенсивність відмов одного елемента λ_1 , необхідно визначити допустиме число елементів N у кожному каналі, потрібне для забезпечення заданої ймовірності безвідмовної роботи ВОК при відомій величині μ .

Аналіз мажоритарного способу резервування з відновленням свідчить про те, що ймовірність безвідмовної роботи мажоритарних систем істотно залежить від числа резервних каналів і кількості ремонтних бригад, але зовсім не залежить від квалі-

фікації обслуговуючого персоналу (що впливає на середній час відновлення системи), а також від інших факторів, які при великій кількості станів системи дуже складно врахувати. Тому необхідно оперувати поняттям коефіцієнта готовності, визначення якого за допомогою апарата напівмарківських процесів дозволяє більш повно врахувати багато факторів, що впливають на експлуатаційні якості системи.

4. ОЦІНКА НАДІЙНОСТІ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ (ПЗ)

4.1. Класифікація програм за ознаками надійності

Програми можна поділити на три типи.

Перший тип програм призначений для вирішення інженерних і науково-дослідних задач.

Вони характеризуються:

- непевним використанням ресурсів обчислювальних систем;
- порівняно невеликим часом життєвого циклу;
- епізодичним і короткочасним характером експлуатації;
- відсутністю обмежень на допустиму тривалість очікування результатів;
- суворим контролем вихідних даних;
- можливістю поставити контрольний експеримент.

До цього типу програм практично не застосовуються основні поняття теорії надійності.

Другий тип програм представлений складними комплексами для інформаційно-дослідникових систем і систем автоматичного оброблення інформації, які функціонують не в реальному масштабі часу.

Вони характеризуються:

- періодом їх експлуатації, значно більшим за тривалість розроблення, а також здатністю розвиватися і доповнюватися в ході експлуатації;
- можливістю визначення проміжків часу, протягом яких показники надійності можуть зберігатися;
- ймовірністю того, що розвиток програм може призвести до того, що значення показників надійності стануть нестаціонарними.

Таким чином, виходить, що до цього типу програм можна за-

стосувати основні поняття теорії надійності.

Третій тип представлений комплексами програм автоматичного або автоматизованого керування, які безпосередньо входять у контур керування. Функціонують в реальному масштабі часу і визначають ступінь автоматизації виробництва та якості керування.

Вони характеризуються:

- повним використанням ресурсів пам'яті і продуктивності обчислювальної машини;
- тривалою експлуатацією;
- всіма типовими для промислових виробів рисами.

До цих програм більшою мірою застосовуються основні підходи й поняття теорії надійності.

Стабільність тривалої експлуатації, наявність вимог технічної документації та можливість дефектів у комплексах програм (КП), що спричиняють до перебоїв, відмов при функціонуванні, дозволяють аналізувати показники надійності програм другого і третього типів.

Реальна надійність ПЗ часто буває нижчою, ніж надійність апаратних засобів, і визначає надійність функціонування системи.

4.2. Задачі аналізу надійності ПЗ

До задач аналізу надійності ПЗ відносяться:

1. Формулювання основних показників надійності програмних комплексів.

2. Знаходження і дослідження основних факторів, які визначають характеристики надійності складних програмних комплексів.

3. Дослідження помилок у програмах і динаміки їх зміни при настройці та модернізації.

4. Розроблення та дослідження методів структурного синтезу складних КП, які підвищують їх надійність.

5. Дослідження методів і засобів контролю та захисту від перекручування обчислювального процесу і даних у пам'яті шляхом введення різноманітних видів надмірності, а також захисту від завад.

6. Розроблення методів створення КП із заданою надійністю

функціонування, а також засобів захисту від перебоїв і відмов.

7. Опрацювання методів прогнозування характеристик надійності КП з урахуванням їх складності, структурної побудови і технології проєктування.

4.3. Основні показники надійності ПЗ

Під надійністю ПЗ будемо розуміти ймовірність його роботи без помилок протягом певного періоду часу.

Надійність програм суттєво відрізняється від надійності апаратури, яка визначається випадковими перебоями.

Помилки в ПЗ не є його внутрішніми властивостями, тому що програма не спрацьовується. Отже, надійність програми під час її настройки лише збільшується, якою б тривалою не була настройка.

Основною причиною відмови при ідеальній апаратурі програмного забезпечення є конфлікт між початковими даними, які потрібно обробити, і характеристиками програми, що здійснює це оброблення. При цьому під початковими даними розуміють як повідомлення, що надійшли, так і всю інформацію, яка збиралася протягом попереднього функціонування програм.

При конфліктах початкових даних і характеристик програми відсутнє фізичне руйнування апаратури і не потрібні заміна чи ремонт матеріалів або компонентів. Це приводить до зміни понять ВІДМОВИ і ПЕРЕБОЮ ПЗ. Основною ознакою класифікації перебоїв і відмов стає показник тривалості відновлення після перекидання обчислювального процесу. При цьому встановлюють порогове значення часу відновлення.

Якщо час відновлення менший від встановленого порогу, спостерігається перебіг, якщо ж більший – то відмова.

Відмова ПЗ може проявлятися такими характерними формами:

1. Зациклення – послідовне виконання групи команд, що повторюються, яке не припиняється без зовнішнього втручання, блокуючи функціонування всіх інших програм даного комплексу.

2. Зупинка ЕОМ і повне припинення вирішення функціональних задач.

3. Перекидання або повна втрата даних про стан зовнішніх абонентів і процес їх функціонування.

4. Пропускання або втрата необроблених груп повідомлень

внаслідок перевантаження ЕОМ по пропускній здатності. .

4.4. Фактори, які впливають на надійність функціонування КП

Виділяють три групи факторів, що впливають на надійність функціонування КП.

До першої групи відносяться:

а) перекурення початкової інформації, що надійшла від зовнішніх абонентів;

б) відмови і перебої апаратури ОС;

в) не знайдені помилки в КП.

До другої групи належать архітектура КП і структурна побудова його компонентів.

Структура програм визначає можливість розширення наслідків перекурення інформації або обчислювального процесу, впливає на ймовірність перетворення перекурень у відмову і на час програмного відновлення після відмови.

До третьої групи відносяться методи контролю стану і функціонування програм, використання надмірності: а) програмної; б) інформаційної; в) часової.

Програмне відновлення - це відновлення текстів програм, виправлення перекурень даних, коректування обчислювального процесу.

Зупинимось на деяких кількісних характеристиках факторів.

Причини перекурення даних від зовнішніх абонентів:

1. Помилкові дані на первісних носіях інформації.

2. Перебої та часткові відмови в апаратурі введення даних з первісних носіїв інформації.

3. Шуми і перебої в каналах зв'язку при передачі повідомлень по телекодових лініях зв'язку.

4. Втрати або перекурення повідомлень в обмежених буферних накопичувачах ОС.

5. Помилки в документах при підготовці даних, які вводяться в ОС.

Розглянемо особливості основних типів даних, що надходять в ОС, і специфіку їх опису.

Значна частина даних являє собою квантовані результати вимірювання безперервних фізичних характеристик. Розрядність таких змінних визначається точністю їх вимірювання. Наприк-

лад, при вимірюванні координат об'єктів з похибкою 0,01% координати кодуються І4-І5-бітовими розрядами.

У повідомленнях від керованих об'єктів міститься також кодова інформація, яка характеризує стан окремих компонентів об'єкта. Кожна кодова частина повідомлення відповідає певному пристрою або деякому набору станів. Така логічно пов'язана частина може містити стислі дані в межах одного біта (так - ні; ввімкнено - вимкнено) або більш складні відомості, кодовані декількома бітами або навіть байтами. Статистичний аналіз показує, що більшість логічних і кодових змінних кодується в межах 5 біт - 1 байт.

Таким чином, початкові дані здебільшого мають обсяг, кратний цілому числу байтів.

У багатьох ОС інтерфейс із зовнішніми абонентами, як і процес оброблення інформації, базується на байтовій структурній основі (тобто він 8-розрядний). Тому для оцінки показань вірогідності початкової інформації для КП вибирають ймовірність перекидання одного байта. В підготовці і введенні початкових даних беруть участь оператори. Це призводить до того, що відповідна частина даних характеризується невисокою вірогідністю із ймовірністю помилки 0,0001 на один байт. В автоматичних пристроях підготовки і передачі інформації ймовірність помилки знаходиться в межах 0,000001...0,000001 на один байт. При роботі з дисплеями помилка введення відповідає 0,00001 на один символ.

Перебої та відмови в апаратурі - це фактори, які істотно впливають на надійність функціонування КП. Причинами перебоїв і відмов є здебільшого зовнішні впливи на апаратуру, що призводить до порушення контактів і зникнення сигналів. Якщо середній час напруження на стійку відмову в однопроцесорній ЕОМ становить 100 годин, то проміжки часу між знайденими перебоями і самоусувними відмовами - близько однієї години. Це частіше відбуваються перебої, які неможливо зареєструвати, наприклад, перекидання молодших розрядів змінних, що є результатом вимірювання гладких фізичних величин (які повільно змінюються). При середній швидкості дії ЕОМ здійснюють 100 тисяч операцій за секунду. Це відповідає дев'яноста операціям із ймовірністю перекидання 0,0000001...0,0000001.

Неявні помилки в КП є основною причиною ненадійності функ-

ціонування.

У процесі настройки основна частина помилок у програмах виявляється і усувається, але завжди є ризик пропускання декількох помилок. Будь-яка настройка може показати наявність помилок, але не здатна довести їх відсутність. Під час тестування і настройки складних КП практично неможливим є виконання абсолютно повних перевірок, які гарантують відсутність неперевірених компонентів програми і вичерпне виявлення всіх потенційних помилок.

Різноманітність реальних комбінацій значень змінних у початкових даних, оброблюваних програмою, створює ситуації, за яких наслідки окремих помилок у програмах проявляються аналогічно наслідкам перебоїв в апаратурі ЕОМ.

При обсязі КП 100 тисяч команд навіть 10 незнайдених помилок можуть призвести до помітних перекручень результатів і до відмов. Дійсно, при ймовірності помилок у програмі 0,0001 під час рівноймовірного виконання всіх команд у КП, при швидкості дії ЕОМ 100 тисяч операцій неправильні команди виконувалися б в середньому 10 разів за одну секунду, тобто саме стільки і за такий же час мали б місце відмова, перебої або перекручення результату.

Проте розподіл ймовірностей виконання маршрутів у програмах відрізняється від рівномірного. Основні найбільш ймовірні маршрути оброблення інформації у програмі перевіряються і настроюються найретельніше. Тому команди з помилками виконуються здебільшого при проходженні по малоїмовірних маршрутах на 1-2 порядки рідше, ніж в наведених вище оцінках.

Кількість невиявлених помилок на початку регулярної експлуатації комплексу може бути значно вищою, ніж 10. У результаті ймовірність перекручення через помилки в складних комплексах програм знаходиться на рівні 0,00001...0,0000001 на одну виконану команду.

4.5. Вплив структури КП на надійність

На надійність функціонування ПЗ впливають структура і технологія розроблення КП.

Залежно від структурної побудови КП наслідки помилки можуть бути локалізовані на невеликій ділянці програм і даних

або поширватися на велику відстань від місця появи помилки.

Суворі ієрархічна побудова великих КІ на базі завершених програмних модулів забезпечує зниження ймовірності помилки в кожній програмі команди і зменшує можливість поширення наслідків помилок за межі програмного модуля.

У програмах існують потенційно ненадійні конструкції, здатні призводити до відмов при невеликих перекрученнях обчислювального процесу або масивів даних. Наприклад, цикли, вихід з яких організований при суворому порівнянні з деяким параметром, можуть закінчуватись при перекрученні цього параметра і кроку циклу.

Значно стійким є цикл, що має організацію виходу при досягненні числа проходжень циклом заданого значення.

Низька стійкість до перекручень обчислень спостерігається у програмних конструкціях, в яких є безумовний перехід (оператор goto).

Будь-яке перекручення змінної в цій комірці може стати причиною відмови внаслідок переадресації в довільній підпрограмі або масиви даних.

На надійність функціонування складних КІ впливає також структурний розподіл оперативної пам'яті локальних і глобальних змінних. Для забезпечення стійкості при довільному виклику підпрограм, зниження ймовірності руйнування даних доцільно виділяти зони локальної пам'яті для кожної підпрограми або підпрограм одного ієрархічного рівня.

Таким чином, крім ефективності програмування потрібно враховувати потенційний нахил рекомендованих конструкцій до локалізації та зниження шкідливих наслідків будь-якої помилки або апаратного перебою.

Суворі модульно-ієрархічна побудова КІ і максимально можлива автономність зон оперативної пам'яті значно підвищують надійність функціонування таких комплексів.

4.6. Контроль функціонування і захисту від завад КІ

При перекрученні обчислювального процесу або даних задача полягає в максимально швидкому виявленні перекручення, в точній класифікації його можливих наслідків, а також у вживанні заходів, що забезпечують швидке відновлення нормального

функціонування.

Застосування засобів контролю і захисту від завад у програмі дозволяє скомпенсувати неповну настройку, а також знищити вплив зовнішніх факторів.

Таким чином, так само, як і в апаратурних комплексах, задача надійності може бути досягнута:

1) підвищенням надійності компонентів (настройкою підпрограм);

2) введенням надмірності контролю і резервування КІ;

3) спільним збалансованим застосуванням цих методів підвищення надійності.

Підкреслимо істотну відміну методів і засобів контролю стану і захисту від завад для процесу виконання програм і процесу запису, зберігання і використання масивів даних.

Використання програми – процес динамічний, і переключення необхідно знайти швидко та з мінімальним запізненням, а також оперативно відновлювати обчислювальний процес. Тому засоби контролю повинні органічно входити до складу виконуваних програм і гнучко реагувати на будь-які аномалії при обробленні даних.

Збереження і використання оброблених даних характеризується меншою динамічністю змін, і ряд задач можна розглядати як статистичні. Ці особливості процесів визначають необхідність застосування різноманітних видів надмірності:

– для контролю і захисту переключення програм – здебільшого часової надмірності та оперативних методів відновлення (потрійний рахунок);

– для захисту даних – найбільшою мірою методів їх кодування, яке захищено від завад, та інформаційної надмірності (коди Хеммінга, перевірка на парність, циклічні коди).

Відсутність фізичного руйнування КІ дозволяє ставитися до процесу відновлення інакше, ніж до апаратури.

Оскільки немає необхідності для ремонту і заміни компонентів комплексу програм за участю людини, можна досягти високої автоматизації відновлення програм.

Головною задачею стає відновлення програми за час, який не перебільшує граничного значення між перебоєм і відмовою. При автоматизації процесу і скороченні часу відновлення можна відмови перетворити в перебої, і тим самим покращати показники

надійності функціонування системи.

Для вирішення цієї задачі в КП повинні бути засоби, які дозволяють:

- здійснювати систематичний контроль і знаходити аномалії стану програм, даних і процесів функціонування;
- діагностувати виявлені переключення;
- вибирати методи та засоби оперативного відновлення;
- реалізовувати оперативне відновлення нормальної працездатності;
- реєструвати кожний перебіг або відмову;
- узагальнювати дані переключення для виявлення випадків, які потребують допрацювання програми або апаратури.

Реалізація таких засобів здійснюється за рахунок введення надмірності у програми, дані і процес функціонування КП.

Види надмірності:

- програмна, що включає всі програмні компоненти, призначені для контролю, виявлення, діагностики та відновлення працездатності КП;
- інформаційна, яка полягає в дубльованому зберіженні даних і різноманітних засобах кодового захисту від завад інформації;
- часова, що передбачає виділення необхідних резервів часу для обчислювальної структури на виконання програм, які забезпечують оперативний контроль і відновлення.

Перелічені види надмірності використовуються разом і потребують додаткових ресурсів оперативної пам'яті, пам'яті команд і продуктивності.

4.6.1. Діагностика функціонування КП

Основні задачі діагностики функціонування КП:

- перевірка справності системи, тобто встановлення факту відсутності пошкодження і повної відповідності її технічній документації;
- перевірка працездатності системи і можливості виконання нею всіх функцій;
- перевірка правильності функціонування в даному режимі роботи в даний момент часу;
- пошук і локалізування пошкоджень у системі.

Особливості ІП такі:

- логічна складність і розмірність, які в багатьох випадках перебільшують складність технічних пристроїв;
- відсутність еталона, якому мусить відповідати цілком справний і працездатний КП, а також невизначеність при класифікації станів і ступеня працездатності системи;
- висока складність комплексів і невизначеність еталонів, що не дозволяє попередньо створювати набори тестів, що гарантують певну перевірку КП.

Ці особливості обмежують можливість застосування методів технічної діагностики і потребують створення нових методів.

Задачі та методи тестового діапазону залежно від фаз їх застосування:

- оперативний діагноз поточного стану системи в процесі її робочого функціонування - оперативне функціональне тестування;
- діагноз стану серійної впробованої системи перед початком її робочого функціонування - передстартове функціональне тестування;
- діагноз етапу макета або дослідного зразка системи в процесі його проектування - настроювальне тестування.

Основними ресурсами для діагнозу стану КП є пам'ять і продуктивність ОС.

При робочому функціонуванні на діагностику вдається виділити не більше 5-10 % цих ресурсів, і тому оперативна діагностика і функціональний контроль КП у процесі робочого функціонування характеризується відносно невеликою ґрунтовністю.

Більш повний і поглиблений діагноз стану КП можливий перед початком робочого функціонування.

У процесі проектування КП повинен підлягати найповнішій діагностиці.

4.6.2. Фактори, що визначають надійність програм

Особливості об'єктів керування та абонентів ОС:

- вимоги до показників надійності;
- інерційність об'єктів;
- необхідний час реакції ОС;
- середній темп обміну повідомленнями.

Характеристики перекручень логічних даних:

- перекручення, зумовлені взаємодією людини і ОС;
- перекручення інформації в системах передачі даних;
- перекручення даних при накопиченні та збереженні в ОС.

Помилки і перекручення програм, масивів даних і обчислювального процесу включають статистичні характеристики помилок і перекручень програм, масивів даних і обчислювального процесу, а також класів програмних, алгоритмічних і системних помилок.

4.6.3. Методи проектування надійних КП

Структурне проектування програм і даних включає проектування програмних модулів, проектування КП і взаємодії модулів, структурування масивів даних, а також контроль виконання правил структурування.

Тестування програм:

- детерміноване;
- статистичне;
- контроль пропускової здатності в реальному часі.

Випробування і визначення надійності програм:

- експериментальне визначення надійності в нормальних умовах функціонування;
- форсування випробування програм на надійність;
- розрахунково-експериментальні методи визначення надійності програм.

Методи підвищення надійності програм за рахунок надмірності забезпечуються контролем стану і функціонування програм, а також програмним відновленням.

Контроль стану і функціонування програм:

- використання програмної, інформаційної і часової надмірності;
- контроль програм, даних і вирішення задач при профілактичних роботах;

- передстартовий контроль;

- оперативний контроль.

Програмне відновлення:

- відновлення текстів програм;
- виправлення перекручених даних;

- коректування обчислювального процесу.

4.7. Математичні моделі надійності КІ

Для оцінки надійності програм обмежуються інтегральними показниками напрацювання на відмову і середнім часом відновлення.

Визначення інших показників пов'язано з необхідністю проведення тривалих експериментів або складних розрахунків.

Якість настройки програм зумовляється частотою відмов і значеннями помилок у вихідних результатах, одержаними за рахунок не знайдених помилок у програмах і перекручення початкових даних.

Оцінка рівня настройки функціонування програм здійснюється за значенням втрат через неліквідовані помилки в програмі.

Точне визначення повної кількості помилок у програмі прямими методами вимірювання неможливе. Є лише побічні шляхи статистичної оцінки їх повної кількості або ймовірності помилки в кожній команді програми.

Такі оцінки базуються на побудові математичних моделей з припущенням твердої кореляції між загальною кількістю і проявами помилок у КІ після їх настройки протягом деякого часу (тобто між наступними параметрами) за рахунок:

- сумарної кількості помилок у КІ або ймовірності помилки в кожній команді програми;

- кількості помилок, знайдених за одиницю часу в процесі тестування і настройки;

- інтенсивності відмов або числа перекручень результатів на виході КІ внаслідок не знайдених помилок при нормальному функціонуванні системи за одиницю часу.

Існуючі моделі надійності програм дозволяють оцінювати характеристики помилок у програмах і прогнозувати їх надійність при проектуванні та експлуатації.

Моделі надійності мають ймовірнісний характер, і вірогідність прогнозів залежить від точності початкових даних та ґрунтовності при проектуванні та експлуатації.

Моделі надійності програм призначені для оцінки:

- показників надійності КІ у процесі настройки;
- кількості помилок, які залишилися невиявленими;

- часу, необхідного для знаходження наступної помилки у програмі;

- часу, потрібного для виявлення всіх помилок із заданою ймовірністю.

Використання моделей дає змогу ефективно і цілеспрямовано проводити настройку КП, допомагає прийняти раціональне рішення про час проектування настроювальних робіт.

Малий обсяг вибору реальної кількості виявлених помилок і великий розкид часу знаходження послідовних помилок при завершенні настройки не дозволяють побудувати високоточні моделі. Тому доцільно використовувати найпростіші, точність яких близька до тієї, що зумовлена початковими даними.

4.7.1. Експоненціальна модель

Розглянемо обмеження і припущення, на яких базується експоненціальна модель вимірювання помилок у процесі настройки:

1. Будь-які помилки в програмі є незалежними і проявляються у випадкові моменти часу з постійною середньою інтенсивністю за відсутності коректування на всьому інтервалі часу функціонування. Ця властивість визначається наявністю великої кількості різноманітних даних, необхідних для виконання програм, і практично некорельованою їх зміною, що призводить до зовнішньо випадкового вибору маршруту, за яким виконується програма в кожному конкретному випадку.

2. Типи виконуваних у програмі команд перемішані, і час роботи між помилками визначається середнім часом виконання команди на ЕОМ і середнім числом команд, виконуваних між помилками.

Це означає, що інтенсивність прояву помилок при реальному функціонуванні програм залежить від середньої швидкості дії ЕОМ.

3. Потенційна множина тестів при настройці повинна перекривати всю множину реальних початкових даних при нормальному функціонуванні КП.

Вибір настроювальних тестів мусить бути представницьким і випадковим для того, щоб виключити концентрацію незнайдених помилок для деяких реальних умов функціонування програми.

4. Помилка, яка є причиною перекручення результатів, фак-

сується і виправляється після завершення тестування.

У період тестування та настройки завдяки підвищеній увазі до переключень результатів пропустити помилку менш ймовірно, ніж під час нормальної експлуатації програми.

Із перелічених властивостей і обмежень виходить, що за нормальних умов експлуатації кількість помилок, які проявляються в деякому інтервалі часу, розподілені за законом Пуассона, внаслідок чого тривалість безперервної роботи між переключеннями є експоненціальною.

Параметр розподілу (інтенсивність) змінюється після знаходження і ліквідації наступної помилки.

За стаціонарних умов тестування та експлуатації інтенсивність виявлення та ліквідації помилок сподіє залежно від часу.

Припустимо, що на початку настройки КП при $t=0$ в ньому містилося N_0 помилок.

Після настройки за час t залишилося n_0 і ліквідовано n помилок:

$$N_0 = n_0 + n.$$

За постійних умов настройки інтенсивність знаходження перекручень обчислювального процесу пропорційна кількості помилок, які залишилися в КП.

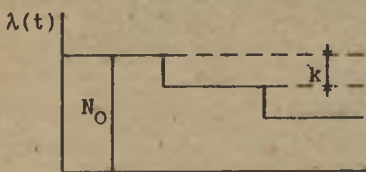


Рис. 4.1

Таким чином, $\lambda(t)$ є сталою за умови виявлення і виправлення помилки, після чого вона, змінюючись стрибком, знову стає сталою, але вже з іншим, меншим значенням (рис. 4.1).

Це означає, що $\lambda(t)$ прямо пропорційна числу помилок, які залишилися.

Швидкість знаходження помилок можна зобразити так:

$$\frac{dn}{dt} = k \cdot n_0 = k(N_0 - n),$$

$$N_0 = n_0 + n,$$

де n_0 - число помилок, що залишилися; n - число виявлених помилок.

Тоді

$$\frac{dn}{dt} + k \cdot n = k \cdot N_0,$$

тобто розв'язок рівняння має вигляд

$$n = N_0 [1 - \exp(-k\tau)] . \quad (4.1)$$

Кількість помилок, що залишилися в КІ,

$$n_0 = N_0 \cdot \exp(-k\tau) ,$$

де N_0 - загальна кількість помилок, пропорційна інтенсивності знаходження $\frac{dn}{d\tau}$ з точністю до коефіцієнта k .

Напрацювання на відмову, що розглядається як знайдене перекручення програми, яке порушує працездатність, дорівнює величині, оберненій інтенсивності знаходження відмов (помилки):

$$T = \frac{1}{\frac{dn}{d\tau}} = \frac{1}{k \cdot N_0} \exp(k\tau) . \quad (4.2)$$

Якщо врахувати, що до початку тестування в КІ містилося N_0 помилок і цьому відповідало напрацювання на відмову T_0 , то функцію напрацювання на відмову від тривалості перевірок можна подати у вигляді

$$k = \frac{1}{N_0 \cdot T_0} ; T = T_0 \exp\left(\frac{T}{N_0 \cdot T_0}\right) ; \quad (4.3)$$

Фізично цей вираз означає таке: чим більше тривалість перевірок τ , тим більше число помилок знаходиться і ліквідується, а тому довшим стає інтервал часу T напрацювання програм на відмову.

У процесі настройки і випробування програми для підвищення напрацювання на відмову від T_1 до T_2 необхідно знайти і ліквідувати Δn помилок.

Величину Δn можна визначити, записавши число знайдених помилок через тривалість на відмову, для чого експоненту із рівняння (4.2) підставимо у вираз (4.1) для двох випадків n_1 , n_2 , а потім віднімемо " n_1 " від " n_2 ":

$$T_1 = \frac{1}{k \cdot N_0} \exp(k\tau) = \frac{1}{k \cdot N_0 \cdot \exp(-k\tau)} ; \exp(-k\tau) = \frac{1}{T_1 k \cdot N_0} ;$$

$$n_1 = N_0 \left[1 - \frac{1}{T_1 k \cdot N_0} \right] ; n_2 = N_0 \left[1 - \frac{1}{T_2 k \cdot N_0} \right] ;$$

$$\begin{aligned} \Delta n &= n_2 - n_1 = N_0 \left[1 - \frac{1}{T_2 k \cdot N_0} - 1 + \frac{1}{T_1 k \cdot N_0} \right] = \\ &= \frac{N_0}{k \cdot N_0} \left[\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right] = \frac{1}{k} \left[\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right] = N_0 T_0 \left[\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right] , \end{aligned}$$

де $k = \frac{1}{N_0 \cdot T_0}$ з рівняння (4.3); k - коефіцієнт, що враховує масштаб часу, використовуваний для опису процесу виявлення

помилку.

Якщо відомі моменти знаходження помилок t_i і кожний раз у ці моменти знаходиться і певно ліквідується одна помилка, то, використовуючи метод максимальної правдоподібності, можна дістати систему рівнянь для визначення початкового числа помилок N_0 і коефіцієнта пропорційності k .

Метод максимальної правдоподібності дозволяє одержати незміщені та ефективні оцінки результатів випробувань.

Припустимо, що закон розподілу моментів виявлення помилок $t_1, t_2, \dots, t_n$ відомий. Невідомі лише його параметри розподілу m_t, α_t .

За результатами експерименту потрібно оцінити m_t, α_t .

1. Знайдемо ймовірність виникнення випадкової вибірки, тобто ймовірність сумісної появи випадкової величини t в інтервалах $t_1 \dots t_1 + \Delta t_1, t_2 \dots t_2 + \Delta t_2, t_3 \dots t_3 + \Delta t_3, \dots, t_n \dots t_n + \Delta t_n$.

Оскільки вибір моментів часу $t_1, t_2, \dots, t_n$ - випадковий, то події виникнення значень випадкової величини t в кожному із інтервалів є подіями незалежними. Тоді ймовірність появи вибірки визначиться як

$$P = f(t_1) \cdot f(t_2) \cdot \dots \cdot f(t_n) \cdot \Delta t_1 \cdot \Delta t_2 \cdot \dots \cdot \Delta t_n.$$

Кожне вибране значення t_i є величиною незалежною.

У функції $f(t_i)$ містяться шукані m_t і α_t .

2. Для обчислення невідомих параметрів вводиться функція максимальної правдоподібності

$$L = \ln \frac{P}{\Delta t_1 \cdot \Delta t_2 \cdot \dots \cdot \Delta t_n} = \sum_{i=1}^n \ln f(t_i).$$

3. Знаходження невідомих m_t і α_t зводиться до розв'язання таких рівнянь:

$$\frac{\partial L}{\partial m_t} = 0; \quad \frac{\partial L}{\partial \alpha_t} = 0.$$

П р и к л а д. Нехай t_1 розподілена за нормальним законом. Дисперсія розподілу відома: $\sigma_t^2 = 1$. Потрібно знайти оцінку математичного очікування методом максимальної правдоподібності.

Запишемо функцію максимальної правдоподібності:

$$L = \sum_{i=1}^n \left[\ln \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t_i - m_t)^2}{2}} \right] = n \cdot \ln \frac{1}{\sqrt{2\pi}} - \frac{n}{2} \sum_{i=1}^n (t_i - m_t)^2.$$

Визначимо часткову похідну по m :

$$\frac{\partial L}{\partial m_t} = \sum_{i=1}^n (t_i - m_t) = \sum_{i=1}^n t_i - n \cdot m_t = 0; \quad \bar{m}_t = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n}.$$

Для вибраної моделі процесу появи помилок час між помилками розподілений за експоненціальним законом з інтенсивністю виявлення помилок пропорційно числу не знайдених помилок:

$$\lambda = k(N-1),$$

$$f(t_i) = k(N-1) \cdot \exp\{-k(N-1) \cdot t_i\},$$

де N - можлива кількість помилок у програмі; i - число виявлених помилок.

Нехай процес настройки програми подано такою таблицею даних:

1	1	2	3	4	...	1	...	n
t_1	t_1	t_2	t_3	t_4	...	t_1	...	t_n

Використовуючи обрану модель і значення табличних даних, а також метод максимальної правдоподібності, знайдемо оцінку можливого числа помилок у програмі N і оцінку коефіцієнта пропорційності k :

1. Запишемо функцію правдоподібності:

$$\begin{aligned} L &= \sum_{i=1}^n \ln f(t_i) = \sum_{i=1}^n \ln \{k(N-1) \exp[-k(N-1) \cdot t_i]\} = \\ &= \sum_{i=1}^n \ln k + \sum_{i=1}^n \ln (N-1) - \sum_{i=1}^n k(N-1) \cdot t_i. \end{aligned}$$

Визначимо вираз для k :

$$\frac{\partial L}{\partial k} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{k} - \sum_{i=1}^n (N-1) \cdot t_i = 0;$$

$$\frac{n}{k} - \sum_{i=1}^n (N-1) \cdot t_i = 0;$$

$$\begin{aligned} \bar{k} &= \frac{n}{\sum_{i=1}^n (N-1) \cdot t_i} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n N \cdot t_i - \sum_{i=1}^n i \cdot t_i} = \frac{n}{N \cdot T - \sum_{i=1}^n i \cdot t_i}, \\ &\quad \sum_{i=1}^n N \cdot t_i = N \cdot T, \end{aligned}$$

де T - напруцювання на відмову.

Помножимо на T обидві частини рівняння:

$$k \cdot T = \frac{T \cdot n}{N \cdot T - \sum_{i=1}^n i \cdot t_i}$$

де $T = \sum_{i=1}^n t_i$. Отже,

$$k \cdot T = \frac{n}{N - \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n i \cdot t_i} \quad (4.4)$$

Здиференціюємо функцію L по N і дістанемо другу залежність:

$$\frac{\partial L}{\partial N} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{N_i - 1} - \sum_{i=1}^n k \cdot t_i = 0,$$

або, оскільки $\sum_{i=1}^n t_i = T$,

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{N_i - 1} = k \cdot T. \quad (4.5)$$

Таким чином, маємо систему двох рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} k \cdot T &= \frac{n}{N - \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n i \cdot t_i}, \\ k \cdot T &= \sum_{i=1}^n \frac{1}{N_i - 1}. \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

Значення N дає оцінку повного числа помилок.

Параметр k дозволяє використовувати рівняння для передбачення часу появи $(n+1)$ -ї, $(n+2)$ -ї і т.д. помилок.

Нехай після розв'язання системи рівнянь одержано $N=26$, $k=0,01$ і у процесі настройки знайдено 11 помилок.

Можна припустити, що будуть виявлені ще 15 помилок, які поки що і невідомі, бо не мають істотного впливу на результати розрахунку програм.

4.7.2. Модель Релея

Модель Релея побудована на основі гіпотези про те, що частота появи помилок лінійно залежить від часу випробувань t_i між моментами знаходження послідовних i -ї та $(i-1)$ -ї помилок:

$$\lambda(t_i) = k[N-i] \cdot t_i, \quad (4.7)$$

де N - початкова кількість помилок; k - коефіцієнт пропорційності, який забезпечує рівність одиниці площі під кривою густини ймовірності виявлення помилок.

Тоді густина ймовірності розподілу часу напрацювання на відмову (часу знаходження помилки) підпорядковується розподілу Релея:

$$f(t_1) = k[N-1] \cdot t_1 \cdot \exp\left\{-k[N-1] \cdot \frac{t_1^2}{2}\right\}. \quad (4.8)$$

Використовуючи функцію максимальної правдоподібності, одержимо оцінку загальної кількості помилок у програмі N і коефіцієнта K .

Запишемо цю функцію у вигляді

$$L = \sum_{i=1}^n \ln f(t_1) = \sum_{i=1}^n \ln k + \sum_{i=1}^n \ln (N-1) + \sum_{i=1}^n t_1 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n k(N-1) \cdot t_1^2.$$

Тоді

$$\frac{\partial L}{\partial k} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{k} - \sum_{i=1}^n (N-1) \cdot t_1^2 = \frac{n}{k} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (N-1) \cdot t_1^2 = 0;$$

$$\frac{n}{k} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (N-1) \cdot t_1^2; \quad (4.9)$$

$$\bar{k} = \frac{2n}{\sum_{i=1}^n (N-1) \cdot \sum_{i=1}^n t_1^2} = \left[\frac{2n}{\sum_{i=1}^n (N-1)} \right] \cdot \frac{1}{\sum_{i=1}^n t_1^2}.$$

Далі дістанемо:

$$\frac{\partial L}{\partial N} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{N-1} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n k \cdot t_1^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^n (N-1)} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n k \cdot t_1^2 = 0;$$

$$\frac{1}{\sum_{i=1}^n (N-1)} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n k \cdot t_1^2; \quad \sum_{i=1}^n (N-1) = \frac{2}{k \cdot \sum_{i=1}^n t_1^2};$$

$$\sum_{i=1}^n (N) - \sum_{i=1}^n (i) = \frac{2}{k \cdot \sum_{i=1}^n t_1^2}; \quad n \cdot N = \frac{2}{k \cdot \sum_{i=1}^n t_1^2} + \sum_{i=1}^n (i);$$

$$N = \left[\frac{2}{k} + \sum_{i=1}^n (i) \cdot t_1^2 \right] \cdot \frac{1}{n \cdot \sum_{i=1}^n t_1^2};$$

$$\left[\begin{aligned} \bar{k} &= \left[\frac{n}{\sum_{i=1}^n (N-1)} \right] \cdot \frac{1}{\sum_{i=1}^n t_1^2} \\ N &= \left[\frac{2}{k} + \sum_{i=1}^n (i) \cdot t_1^2 \right] \cdot \frac{1}{n \cdot \sum_{i=1}^n t_1^2} \end{aligned} \right. \quad (4.10)$$

Розв'язок системи рівнянь дає оцінку параметрів N і K .

4.7.3. Модель Вейбулла

Особливістю моделі Вейбулла є врахування східчастого характеру зміни надійності при ліквідації наступної помилки.

Для апроксимації зміни частоти відмови у часі при знаходженні і усуненні помилок використовується функція

$$\lambda(t) = \alpha \cdot \beta \cdot t_1^{\beta-1}. \quad (4.11)$$

Якщо $0 < \beta < 1$, то інтенсивність відмови (виявлення помилок) знижується по мірі настройки або в процесі експлуатації.

При такому вигляді функції $\lambda(t)$ густина функції розподілу напрацювання на відмову описується двопараметричним розподілом Вейбулла:

$$f(t) = \alpha \cdot \beta \cdot t^{\beta-1} \cdot \exp \left\{ -\alpha \cdot t^\beta \right\}. \quad (4.12)$$

Тоді функція максимальної правдоподібності

$$\begin{aligned} L &= \sum_{i=1}^n \ln f(t_i) = \sum_{i=1}^n \ln \left[\alpha \cdot t_i^{\beta} \cdot (-1)^{-\alpha t_i^{\beta}} \right] = \\ &= \sum_{i=1}^n \ln \alpha + \sum_{i=1}^n \ln(t_i^{\beta}) - \sum_{i=1}^n \ln \alpha \cdot t_i^{\beta}. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Визначимо оцінки параметрів α і β :

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\alpha} - \sum_{i=1}^n t_i^{\beta} = \frac{1}{n \cdot \bar{\alpha}} - \sum_{i=1}^n t_i^{\beta} = 0;$$

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{n \cdot \sum_{i=1}^n t_i^{\beta}}; \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \beta} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{t_i^{\beta}} \cdot t_i^{\beta} \cdot \ln t_i - \bar{\alpha} \sum_{i=1}^n t_i^{\beta} \cdot \ln t_i = 0;$$

$$n = \bar{\alpha} \sum_{i=1}^n t_i^{\beta};$$

$$\sum_{i=1}^n t_i^{\beta} = \frac{n}{\bar{\alpha}}. \quad (4.15)$$

Для знаходження $\bar{\alpha}$ і β система рівнянь

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\alpha} = \frac{1}{n \sum_{i=1}^n t_i^{\beta}} \\ \sum_{i=1}^n t_i^{\beta} = \frac{n}{\bar{\alpha}} \end{array} \right. \quad (4.16)$$

розв'язується методом Зейделя з використанням стандартної підпрограми.

4.7.4. Модель, що використовує гіпергеометричний розподіл

Метод оцінки кількості помилок базується на процедурі штучного введення в реальну програму помилок, які невідомі спеціалістам, що здійснюють настрійку програми.

Отже, знайдені помилки складаються з помилок двох типів: повністю невідомих реальних і штучно введених.

При реєстрації відмови здійснюється діагностика стосовно того, відноситься помилка до групи раніше виявлених чи є цілком новою.

Методом максимальної правдоподібності одержують вирази, що дозволяють здійснювати оцінку повної кількості помилок у КП за допомогою даних про кількість знайдених нових і раніше виявлених помилок.

Ця модель потребує великих вибірок, які містять десятки нових і виявлених помилок. У противному разі оцінки характеризуються низькою певністю.

Оцінка характеристик помилок, а тому й надійності функціонування КП, дозволяє вирішувати такі задачі:

- планувати трудомісткість, тривалість та інші витрати, необхідні для проектування КП;
- оцінювати реальний стан і якість системи залежно від тривалості проектування і характеристик виявлених помилок;
- планувати розподіл зусиль по виконанню робіт, спрямованих на виявлення помилок;
- розраховувати необхідну ефективність засобів оперативного контролю і забезпечення стійкості від завад КП для захисту від невиявлених помилок;
- оцінювати ресурси ОС за допомогою пам'яті і продуктивності, необхідні для реалізації надійного КП, з урахуванням витрат на усунення помилок і захист від них.

Витрати на визначення надійності КП залежно від тривалості

проектування та експлуатації визначаються такими факторами:

- абсолютною кількістю знайдених і усунутих у КП помилок за одиницю часу;
- кількістю усунутих помилок на одну команду в КП;
- кількістю помилок, виявлених і усунутих одним фахівцем за одиницю часу.

Аналіз кількості усунутих помилок на одну команду в програмі дозволяє зіставити характеристики знайдених помилок у КП різного обсягу.

Дані про помилки, нормовані з урахуванням обсягу підключених програм, можна апроксимувати функцією вигляду

$$\left. \frac{dn}{dt} \right|_R = k \cdot E^{-k\tau_k}, \quad (4.17)$$

де R - обсяг програми; $\frac{dn}{dt}$ - кількість виявлених помилок на одну команду за одиницю часу; τ_k - календарний час тестування і настройки програми.

Ця функція відповідає експоненціальній моделі, введеній раніше.

4.8. Підвищення надійності КП за рахунок надмірності

У процесі проектування необхідно створити презильні програми, які видають необхідну інформацію при ідеальних початкових даних і за абсолютної відсутності впливів.

Треба розробити надійні програми, стійкі до різноманітних впливів і здатні зберігати потрібну кількість оброблення в реальних умовах функціонування.

Для зниження впливів застосовуються фільтри, які можуть знаходити перекручення, селектувати їх, усувати або зменшувати їх шкідливі наслідки.

Реалізація фільтрів базується на застосуванні надмірності.

Надмірність використовується для контролю та селекції перекручень процесу функціонування КП або даних, а також для опрацювання заходів по зниженню наслідків цих перекручень.

Основна задача введення надмірності полягає в обмеженні аварійних наслідків від впливів, відповідальних за відмови системи.

Для цього в КП використовуються різні способи, які вирішують такі задачі:

1) оперативне знаходження перекручень програм, обчислювального процесу проміжних і результуючих даних;

2) солекція і розпізнавання перекручень, оцінка їх можливих наслідків для функціонування КП;

3) прийняття рішення і вибір операцій для відновлення нормального функціонування;

4) реалізація прийнятого рішення;

5) реєстрація і збирання даних про виявлені перекручення, а також оперативно вжиті заходи для їх ліквідації або обмеження області впливу.

4.8.1. Етапи забезпечення надійності функціонування КП

Раніше зазначалось, що для забезпечення захисту обчислювального процесу програмно-алгоритмічними методами використовуються часові, інформаційна і програмна надмірності.

Під часовою надмірністю розуміють застосування частини продуктивності обчислювальної мережі для контролю виконання програм і відновлення обчислювального процесу.

Значення часової надмірності залежить від вимог до надійності функціонування системи і становить від 5...10% продуктивності однопроцесорної ЕОМ до три- і чотирикратного дублювання продуктивності ЕОМ у мажоритарних обчислювальних комплексах.

Інформаційна надмірність полягає у дублюванні початкових і проміжних даних оброблюваних КП.

Програмна надмірність використовується для контролю і забезпечення певності важливих рішень по керуванню і обробленню інформації.

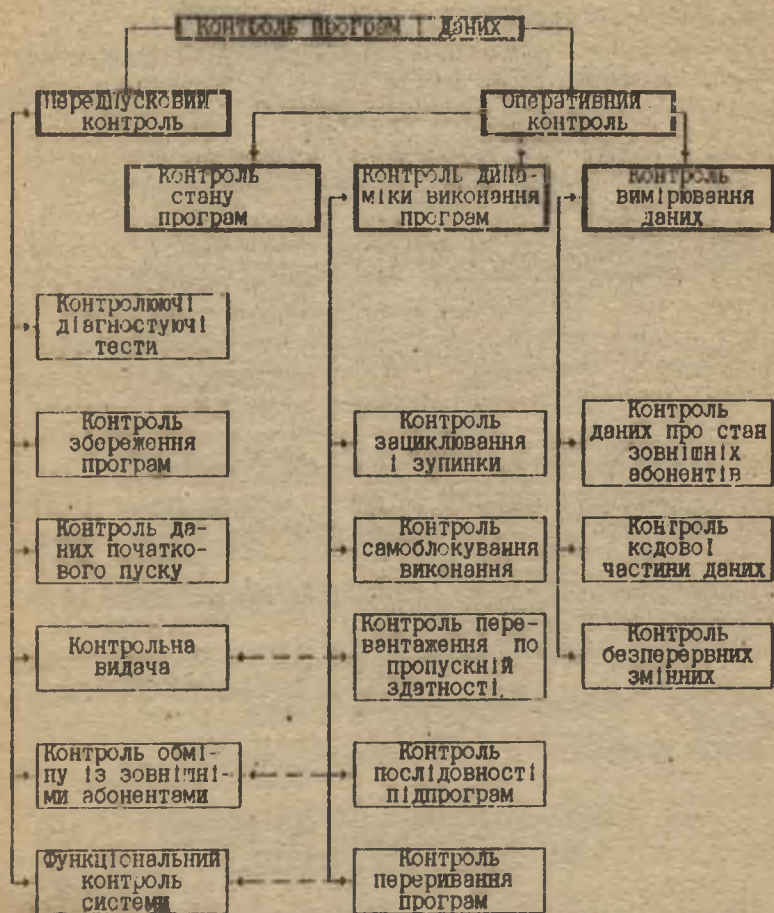
Методи програмного контролю наведено в табл. 4.1.

4.9. Математичні моделі оперативного контролю і відновлення функціонування КП

Для аналізу методів відновлення працездатності КП і методів знаходження перекручень необхідно виділити основні показники, які дозволяють оцінити ці методи, і побудувати їх математичні моделі.

Процес контролю і оперативного знаходження перекручень ха-

Таблиця 4.1



рактизується такими факторами:

- ймовірністю знаходження перекручення при використанні процедури контролю P_1 ;
- тривалістю проведення процедури контролю t_1 ;
- інтервалом часу між послідовними процедурами контролю t' ;
- втратами в ефективності функціонування КІ через запізнення на одиницю часу в знаходженні перекручування даних або обчислювального процесу b_2 ;
- ймовірністю неправильного виявлення перекручення P_2 .

Процес оперативного відновлення працездатності характеризується такими параметрами:

- ймовірністю повного відновлення нормального функціонування КІ P_3 ;
- витратами ресурсів обчислювальної мережі на проведення процедури відновлювальних робіт b_3 ;
- часом проведення робіт по відновленню - сумарним часом вибору метода відновлення і часом його реалізації t_3 ;
- тривалістю прояви наслідків перекручення після відновлення.

Далі будемо вважати, що сукупність відновлювальних процедур забезпечує повну працездатність і $\tau_0 = 0$.

Процес функціонування КІ на однопроцесорній ЕОМ у реальному масштабі часу з урахуванням операцій контролю і відновлення можна подати графом станів, дуги в якому відповідають можливим переходам між станами за деякий інтервал часу (рис. 4.2).

Система має такі стани:

- корисна робота (стан 0) відповідає нормальному функціонуванню працездатного КІ за відсутності перекручень;
- контроль (стан 1) відповідає переходові КІ у режим контролю функціонування і знаходження помилок;
- не знайдене перекручення даних або обчислювального процесу (стан 2) відповідає функціонуванню КІ при наявності перекручення, не виявленого засобами контролю;
- відновлення після перекручення (стан 3) характеризується функціонуванням групи програм відновлення режиму корисної роботи і усуненням наслідків перекручень;
- відновлення після помилкової тривоги (стан 4) відповідає відновленню режиму корисної роботи після неправильного прояв-

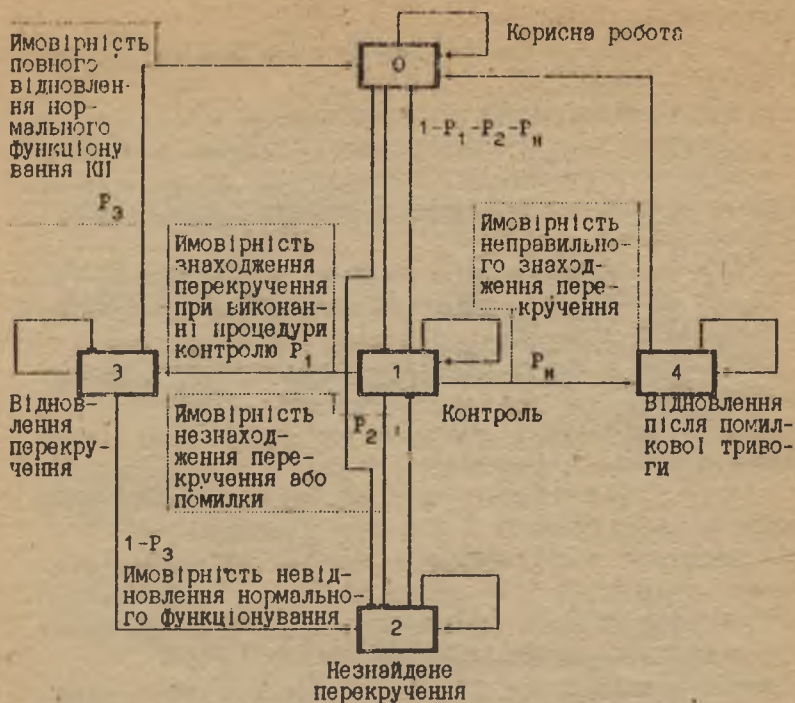


Рис. 4.2

лення перекручення, коли в дійсності стан корисної роботи не порушився.

Переходи між станами здійснюються випадково або (за деякими напрямками) детерміновано.

Так, наприклад, перехід у стан контролю може здійснюватися періодично і від його результатів залежить перехід у стан відновлення (рис.4.3, діаграма 1). На цьому рисунку подано часову діаграму стану КП, де 1- повна схема станів; 2- простої при запізненні у знаходженні перекручення, контролю і відновлення; 3 - відмови; t_1 - тривалість проведення процедури контролю; t - інтервал часу між послідовними процедурами контролю; t_2 - час запізнення у виявленні перекручення даних або обчислювального процесу; t_3 - тривалість проведення робіт по відновленню; t - тривалість безперервного перебування поза станом "0".

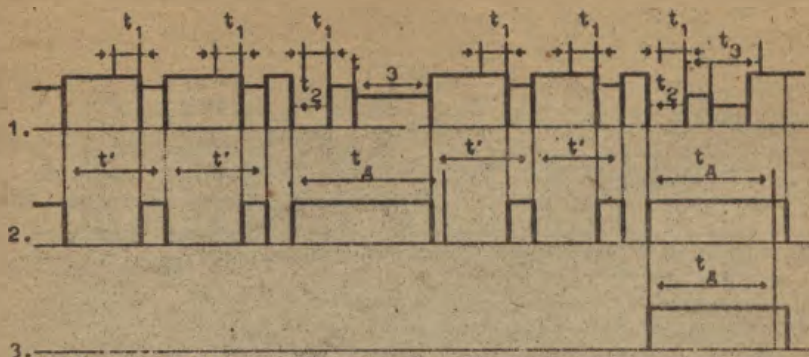


Рис. 4.3

Перебування у всіх станах, крім нульового, пов'язано з витратами продуктивності обчислювальної мережі (ОМ) на виконання операцій, не зумовлених прямими функціональними задачами, і може розглядатися як зниження ефективності КП.

На продуктивність і ефективність системи впливають витрати на проведення операцій контролю, відновлення і роботи з неліквідованими переключеннями незалежно від того, в якій послідовності вони здійснюються і які ресурси потрібні (див. рис. 4.3; діаграму 2).

Перебування в цих станах може розглядатися як відмова, якщо тривалість безперервного перебування поза станом "0" перебільшує t_d (див. рис. 4.3, діаграму 3).

4.10. Технологія проектування надійних КП

Методи проектування надійних КП та їх захисту від впливів об'єднує технологічна схема, яка дозволяє впорядкувати процес проектування.

На основі мережних графіків (рис. 4.4.) можна поетапно описати основні операції технології проектування, частина яких спрямована на одержання надійних програм. Із цих мережних графіків, що охоплюють всі етапи розроблення, виділені та узгоджені операції та події, які мають основною метою створення КП із заданою надійністю (див. рис. 4.4).

При визначенні впливу на показники надійності враховується лише такий ланцюг послідовних станів поза працездатним, який

має довжину, більшу за t_d . Всі інші короткі виходи із стану "0" не впливають на надійність.

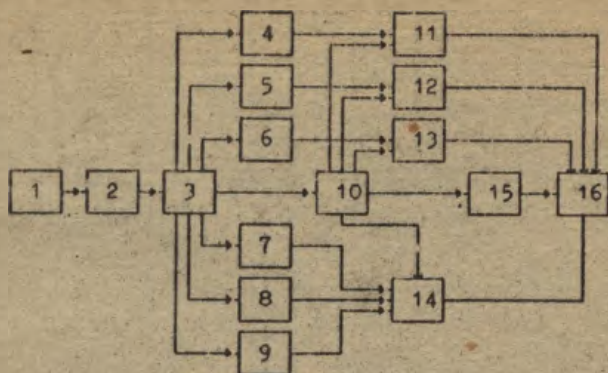


Рис. 4.4

У верхній частині мережного графіка подано основні події, які забезпечують структурну і програмну надійність програми.

У нижній частині графіка відбито події, які завершують створення засобів контролю і захисту від завад КП.

У цій технології показово програмно-алгоритмічні методи забезпечення функціонування КП і не враховуються апаратні методи.

У мережному графіку:

1. Визначено загальні вимоги до характеристик надійності КП.

2. Сформульовано і стверджено розділ технічного завдання, що встановлює необхідні показники надійності КП.

3. Підготовлено план заходів по забезпеченню заданої надійності КП.

4. Вивчено характеристики певності початкових даних, які надходять від вищих абонентів.

5. Розроблено:

- правила структурної побудови КП і масиву даних;
- методи і засоби планування, проведення та оцінки якості настройки КП;
- методи і загальна схема передстартового контролю і відновлення;

- методи і загальна схема оперативного контролю і відновлення;

- методи визначення необхідної пропускну і швидкості ОМ і адаптації КІ до перевантажень;

- методи і програмні засоби фільтрації початкових даних і забезпечення їх необхідної певності;

- методи і програмні засоби контролю структури КІ і масивів даних;

- програмні засоби знаходження перекручень програм, даних і обчислювального процесу, а також відновлення робочого функціонування КІ;

- методи і засоби для завершальних випробувань і одержання характеристик надійності КІ.

6. Розподілено ресурси проектування між різними засобами забезпечення заданої надійності КІ.

7. Здійснено настройку компонентів і всього КІ.

8. Проведено комплексні випробування надійності функціонування програм і підтверджено відповідність розробленого комплексу вимогам технічного завдання.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Нечипоренко В.И. Структурный анализ систем. - М.: Сов. радио, 1977. - 216 с.

2. Карповский Е.Я., Чижов С.И. Надежность программной продукции. - К.: Техніка, 1990. - 160 с.

3. Котов В.Е. Введение в теорию схем программ. - Новосибирск: Наука, 1978. - 257 с.

4. Тейер Т., Липов И. Надежность программного обеспечения. - М.: Мир, 1981. - 325 с.

5. Карповский Е.Я. Надежность алгоритмов управления. - К.: Техніка, 1983. - 110 с.

Володимир Якович Жихарев

НАДІЙНІСТЬ ВИМІРОВАЛЬНО-ОБЧИСЛОВАЛЬНИХ КОМПЛЕКСІВ

Р е д а к т о р Л.О. Кузьменко

Зв.план, 1996

Підписано до друку 24.12.96

Формат 60х84 1/16. Папір.офс. М2. Офс.друк.

Умовн.-друк.арк. 4,6. Облік.-вид.арк. 5,25. Т. 250 прим.

Замовлення 92.

Ціна вільна

Х а р к і в с ь к и й а в і а ц і й н и й і н с т и т у т

310070, Харків-70, вул.Чкалова, 17

Р о т а п р и н т д р у к а р н і Х А І

310070, Харків-70, вул.Чкалова, 17