

І. В. Бичкова, Д. В. Сокол

ПРОЄКТУВАННЯ АВТОНОМНИХ НАВІГАЦІЙНИХ СИСТЕМ

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний аерокосмічний університет
«Харківський авіаційний інститут»

І. В. Бичкова, Д. В. Сокол

ПРОЄКТУВАННЯ АВТОНОМНИХ НАВІГАЦІЙНИХ СИСТЕМ

Конспект лекцій

Харків «ХАІ» 2025

УДК 629.7.056(075.8)

Б67

Рецензенти: д-р. техн. наук, проф. В. П. Лисечко,
канд. техн. наук, доц. К. К. Кулагін

Бичкова, І. В.

Б67 Проектування автономних навігаційних систем [Електронний ресурс] : консп. лекцій / І. В. Бичкова, Д. В. Сокол. – Харків : Нац. аерокосм. ун-т «Харків. авіац. ін-т», 2025. – 184 с.

ISBN 978-966-996-078-8

Розглянуто основні положення та принципи проектування автономних навігаційних систем, у тому числі безплатформних інерціальних навігаційних систем (БІНС). Викладено особливості побудови алгоритмів навігаційного оброблення, методи оцінювання та компенсації помилок інерціальної навігації. Висвітлено питання калібрування чутливих елементів, демпфування коливань, а також моделювання та побудови комплексних навігаційних систем, включаючи системи з неортогональним розташуванням сенсорів. Подано матеріал для проведення лекційних занять і самостійного опрацювання з дисципліни «Проектування автономних навігаційних систем». За кожною темою наведено запитання для самоконтролю.

Для здобувачів вищої освіти денної та заочної форм навчання за спеціальностями «Електроніка, електронні комунікації, приладобудування та радіотехніка» та «Авіаційна та ракетно-космічна техніка».

Іл. 122. Табл. 5. Бібліогр.: 18 назв

УДК 629.7.056(075.8)

© Бичкова І. В., Сокол Д. В., 2025

© Національний аерокосмічний університет
«Харківський авіаційний інститут», 2025

ISBN 978-966-996-078-8

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА.....	4
Тема 1 ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ ЩОДО АВТОНОМНИХ НАВІГАЦІЙНИХ СИСТЕМ.....	5
Тема 2 ПРИНЦИПИ ПРОЄКТУВАННЯ БІНС.....	19
Тема 3 ПОХИБКИ ІНЕРЦІАЛЬНОЇ НАВІГАЦІЇ.....	34
Тема 4 КАЛІБРУВАННЯ БІНС.....	49
Тема 5 ДЕМПФУВАННЯ КОЛИВАНЬ БІНС.....	75
Тема 6 КОМПЛЕКСНІ НАВІГАЦІЙНІ СИСТЕМИ.....	89
Тема 7 МОДЕЛЮВАННЯ КОМПЛЕКСНИХ БІНС.....	117
Тема 8 БІНС З НЕОРТОГОНАЛЬНИМ РОЗТАШУВАННЯМ ЧУТЛИВИХ ЕЛЕМЕНТІВ.....	155
БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК.....	182

ПЕРЕДМОВА

Сучасні літальні апарати, автономні транспортні засоби та навігаційні комплекси все частіше потребують високої точності, надійності та незалежності від зовнішніх джерел навігаційної інформації. За сучасних умов особливої значущості набувають автономні навігаційні системи, насамперед – інерціальні, які мають здатність функціонувати за будь-яких умов середовища проживання і за відсутності зовнішніх сигналів.

Проектування автономних навігаційних систем, зокрема БІНС, потребує комплексного підходу, що поєднує глибокі знання в галузі фізики сенсорів, оброблення навігаційної інформації, математичного моделювання та системної інтеграції.

У цьому конспекті лекцій розглянуто ключові аспекти, необхідні для розуміння та розроблення автономних навігаційних систем: від загальних положень і принципів побудови БІНС до аналізу помилок інерціальної навігації та методів їх компенсації. Значну увагу приділено процедурам калібрування БІНС, демпфування коливань, моделювання комплексних навігаційних систем, зокрема систем з неортогональним розташуванням чутливих елементів.

Видання буде корисним здобувачам вищої освіти технічних напрямів, які вивчають навігаційні системи, а також магістрантам та аспірантам, що спеціалізуються в галузі авіаційної та космічної навігації, електроніки, приладобудування та радіотехніки. Може бути також використане інженерами та розробниками, зайнятими у сфері проектування навігаційного обладнання та інтелектуальних систем управління.

ТЕМА 1 ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ ЩОДО АВТОНОМНИХ НАВІГАЦІЙНИХ СИСТЕМ

1.1 Автономні інерціальні навігаційні системи

Інерціальна навігаційна система (ІНС) – це навігаційний пристрій, у якому використовуються комп'ютер, датчики руху (акселерометри) і датчики обертання (гіроскопи) для безперервного обчислення положення, орієнтації та швидкості (напрямів та швидкості руху) рухомого об'єкта без необхідності визначення зовнішніх даних. Часто інерціальні датчики доповнюються барометричним висотоміром, а іноді – магнітними датчиками (магнітометрами) та/або пристроями вимірювання швидкості. ІНС використовуються на мобільних роботах і на транспортних засобах, таких як кораблі, літаки, підводні човни, керовані ракети та космічні апарати.

Інерціальна навігація – це автономний навігаційний метод, у якому вимірювання, що виконуються акселерометрами та гіроскопами, використовуються для відстеження положення та орієнтації об'єкта відносно відомої початкової точки, орієнтації та швидкості. Інерціальні вимірювальні блоки (ІВБ) зазвичай містять три ортогональні швидкісні гіроскопи і три ортогональні акселерометри, що вимірюють кутову швидкість і лінійне прискорення відповідно. Обробляючи сигнали від цих пристроїв, можна відстежувати положення й орієнтацію пристрою.

Інерціальна навігація застосовується в багатьох сферах, включаючи навігацію літаків, тактичних і стратегічних ракет, космічних апаратів, підводних човнів і кораблів. ІНС може бути вбудована у мобільний телефон з метою визначення його розташування та відстеження. Завдяки останнім досягненням у галузі створення мікроелектромеханічних систем (МЕМС) було створено маленькі та легкі ІНС. Ці досягнення розширили діапазон можливих застосувань, включивши до нього такі області, як захоплення рухів людини та тварин.

ІНС складається з комп'ютера і платформи або модуля, що містить акселерометри, гіроскопи або інші датчики руху. ІНС спочатку отримує дані про положення та швидкість від іншого джерела (людини-оператора, супутникового приймача GPS тощо) разом з початковою орієнтацією і після цього обчислює своє власне положення і швидкість, інтегруючи інформацію, отриману від датчиків руху. Перевага ІНС полягає в тому, що вона не потребує зовнішніх впливів для визначення свого положення, орієнтації або швидкості після ініціалізації.

ІНС може виявити зміну свого географічного положення (наприклад, переміщення на схід або північ), своєї швидкості (швидкості та напрямків руху) і своєї орієнтації (обертання навколо осі). Вона робить це шляхом вимірювання лінійного прискорення та кутової швидкості, доданих до системи. ІНС не потребує зовнішнього впливу (після ініціалізації), а тому є несприйнятливою до перешкод і помилок.

ІНС використовуються на багатьох об'єктах, що рухаються. Однак їх вартість і складність накладають обмеження на умови, у яких вони практично застосовуються.

Гіроскопи вимірюють кутову швидкість рамки датчика відносно інерціальної системи відліку. Якщо використовувати вихідну орієнтацію системи в інерціальній системі відліку як початкову умову та інтегрувати кутову швидкість, поточна орієнтація системи буде завжди відома. Акселерометри вимірюють лінійне прискорення транспортного засобу, що рухається в датчику або рамці кузова, але в напрямках, які можуть бути виміряні тільки відносно рухомої системи (оскільки акселерометри закріплені в системі й обертаються разом із системою, але не визначають своєї власної орієнтації).

Це схоже на здатність пасажира із зав'язаними очима відчувати, як автомобіль повертається вліво та вправо чи нахилиється вгору та вниз, коли автомобіль піднімається чи спускається з пагорбів. Ґрунтуючись тільки на цій інформації, він знає, як автомобіль прискорюється щодо самого себе, тобто чи прискорюється він вперед, назад, ліворуч, праворуч, вгору (до стелі автомобіля) або вниз (до підлоги автомобіля), прискорення, виміряне щодо автомобіля, але не напрямок відносно Землі, оскільки пасажир не знає, в якому напрямку автомобіль рухався відносно Землі, коли він відчув прискорення.

Однак, відстежуючи як поточну кутову швидкість системи, так і поточне лінійне прискорення системи, виміряне відносно системи, що рухається, можна визначити лінійне прискорення системи в інерціальній системі відліку. Виконання інтегрування за інерційними прискореннями (вихідна швидкість береться як початкові умови) з використанням правильних кінематичних рівнянь дає інерціальні швидкості системи, а інтегрування знову (вихідне положення використовується як початкові умови) дає інерційне положення. У нашому прикладі, якщо пасажир із зав'язаними очима знав, як автомобіль був спрямований і яка була його швидкість до того, як йому зав'язали очі, і якщо він може відстежувати, коли автомобіль повернув і як він прискорився і сповільнився з тих пір, то він може точно визначити поточне положення та швидкість автомобіля у будь-який час.

1.2 Історія

Перші пілоти орієнтувалися за Сонцем, зірками чи компасом, потім з'явилися радіосигнали, але ці способи залежали від зовнішніх чинників, отже, були повністю надійними. Був потрібен навігаційний прилад, що аналізує рух літака і використовує зовнішні джерела інформації. Усе необхідне обладнання має бути розміщене на борту літака, а система має функціонувати повністю автономно.

Такий метод теоретично був розроблений у 1930-ті роки, але реалізувати його вдалося лише через 20 років. Інерціальна навігація

ґрунтується на застосуванні законів механіки, зокрема на теорії стійкості механічних систем, яку розробляли А. М. Ляпунов та А. В. Михайлов. Перші ІНС було створено у 1950-ті роки. Вони були досить громіздкими і могли займати весь вільний простір літака. Сучасні ІНС виготовляються із застосуванням мікроелектронних технологій і займають набагато менше місця.

ІНС можуть вирішувати різні завдання. Це і загальне географічне орієнтування, і визначення місцезнаходження відносно заданої траєкторії або мети, і наведення на ціль, що рухається.

Переваги ІНС перед іншими навігаційними системами полягають у їх повній незалежності від зовнішніх джерел даних, підвищеному захисті від перешкод, високій інформативності та можливості передавати інформацію на великій швидкості. Відсутністю будь-якого випромінювання під час роботи ІНС забезпечується прихованість об'єкта, у якому вона використовується.

Недоліком ІНС можна назвати помилки, які накопичуються з часом у отриманій від приладів інформації. Це можуть бути як методичні помилки, так і помилки, пов'язані з неправильним початковим настроюванням обладнання. Для їх корекції створюються інтегровані навігаційні системи, де дані, які отримують ІНС, доповнюються даними, що надходять від неавтономних систем, наприклад супутникової навігації. Ще одним відносним недоліком ІНС є висока вартість устаткування, що входить до їх складу.

ІНС спочатку розроблялися для ракет. Американський піонер ракетобудування Роберт Годдард експериментував із елементарними гіроскопічними системами. Ці системи набули ширшого застосування з появою космічних кораблів, керованих ракет і комерційних авіалайнерів.

Ранні німецькі системи наведення часів Другої світової війни V2 об'єднували два гіроскопи та бічний акселерометр із простим аналоговим комп'ютером для регулювання азимуту для ракети в польоті. Аналогові комп'ютерні сигнали використовувалися для приведення в дію чотирьох графітових рулів у вихлоп ракети для управління польотом. Система Gn&C (наведення, навігація та управління) для V2 забезпечила багато нововведень як інтегрована платформа з наведенням короткозамкнутого витка.

На початку 1950-х років американський уряд хотів обмежити залежність від німецької команди в галузі військового застосування, включаючи розроблення повністю вітчизняної програми наведення ракет. Массачусетський технологічний інститут вибрали для забезпечення автономного резервного копіювання системи наведення Convair у Сан-Дієго та створення нової міжконтинентальної балістичної ракети «Атлас». Система наведення «Атлас» повинна була являти собою комбінацію бортової автономної системи та наземної системи стеження та управління.

Автономна система зрештою показала високу ефективність у застосуванні балістичних ракет.

Перша система наведення «Дельта» оцінювала різницю в положенні від вихідної траєкторії. Обчислення швидкості, яку необхідно отримати (VGO), провадиться для корекції поточної траєкторії з метою приведення VGO до нуля. Математика цього підходу була фундаментально обґрунтована, але відкинута через проблеми з точним інерційним наведенням та аналоговою обчислювальною потужністю. Проблеми, з якими зіткнулися «Дельта», пододала система Q. Революція системи Q полягала в тому, щоб пов'язати завдання наведення ракети (і пов'язані з ними рівняння руху) у матриці Q. Матриця Q є частинною похідною швидкості щодо вектора положення. Ключова особливість цього підходу дала змогу використовувати компоненти векторного крос-продукту як основні сигнали швидкості автопілота – метод, який став відомий як крос-продукт рульового управління. Q-система була представлена на першому технічному симпозиумі балістичних ракет, що відбувся в корпорації Рамо-Вулдрідж в Лос-Анджелесі 21 і 22 червня 1956 року. Система Q була секретною інформацією аж до 1960-х років. Похідні цього наведення використовуються для сучасних ракет.

ІНС містять ІВБ, які мають кутові та лінійні акселерометри (для зміни положення); деякі ІВБ містять гіроскопічний елемент (для підтримки абсолютного кутового орієнтира).

Кутові акселерометри вимірюють, як корабель обертається у просторі. Зазвичай є принаймні один датчик для кожної з трьох осей: тангажа (ніс вгору і вниз), рискання (ніс вліво і вправо) і крену (за годинниковою стрілкою або проти годинникової стрілки з кабіни).

Лінійні акселерометри вимірюють негравітаційні прискорення транспортного засобу. Оскільки він може переміщатися трьома осями (вгору і вниз, вліво і вправо, вперед і назад), для кожної осі є лінійний акселерометр.

Комп'ютер постійно визначає поточне положення автомобіля. По-перше, для кожного з шести ступенів свободи (x , y , z та ϑ , ψ , γ) він інтегрує з часом прискорення, що відчувається, разом з оцінкою сили тяжіння для обчислення поточної швидкості. Потім він інтегрує швидкість обчислення поточного становища.

Інерційне наведення важко реалізувати без комп'ютерів. Бажання використати інерційне наведення в ракеті Minuteman та проєкті Apollo привело до ранніх спроб зменшення розміру комп'ютерів.

У наш час інерціальні системи наведення зазвичай поєднуються із супутниковими навігаційними системами за допомогою цифрової системи фільтрації. Інерціальна система забезпечує отримання короткострокових даних, а супутникова система виправляє накопичені помилки інерціальної системи.

Інерціальна система наведення, яка працюватиме поблизу поверхні Землі, являє собою маятник Шулера, розташований таким чином, що її платформа продовжує вказувати у бік центра Землі, коли транспортний засіб переміщується з місця на місце.

Отже, ІНС вже понад п'ятдесят років входять до складу більшості авіаційних комплексів бортового обладнання. І, звісно, за всі ці роки вони значно удосконалились. З'явилося нове покоління таких систем – БІНС, безплатформна ІНС. Що таке платформа у цьому випадку і куди вона зникла? Для початку розглянемо будову класичної ІНС. Її головні елементи – акселерометри, що зчитують лінійне прискорення, та гіроскопи, що дають змогу визначити кути нахилу літака. Основою для платформних ІНС є гіростабілізована платформа. Вона є електротехнічним пристроєм з великою кількістю рухомих частин – механічних гіроскопів, датчиків кутів, стабілізувальних двигунів та багатьох інших елементів.

У БІНС немає рухомих деталей: акселерометри та гіроскопи жорсткозв'язані з корпусом приладу. Функції платформи моделюються математично обчислювальною системою. Завдяки таким конструктивним особливостям БІНС мають цілу низку переваг порівняно з платформними ІНС. Вони більш надійні, легші у виготовленні та експлуатації, характеризуються меншою масою та габаритами, можуть функціонувати при значних навантаженнях, а також є більш інформативними.

Точність отриманої інформації у будь-якій інерціальній системі залежить від акселерометрів і гіроскопів. І ці ключові елементи ІНС зазнали значних змін із роками. Сучасні гіроскопи бувають лазерними, волоконно-оптичними, хвильовими твердотілими, мікромеханічними. У сучасних інерціальних системах використовуються лазерні гіроскопи та кварцові акселерометри. БІНС вважається одним із найбільш складних і високотехнологічних виробів авіаційної промисловості.

Сполучення радіотехнічних систем, у яких часто використовуються складні радіосигнали, дає змогу створювати багатофункціональні комплекси, які мають більш оптимальні конструктивні й експлуатаційні характеристики. При реалізації першого принципу комплексування багатофункціональні радіотехнічні системи створюються на базі наявних однофункціональних систем зв'язку та навігації. Прикладом такого комплексування є об'єднана супутникова навігаційна система GPS/ГЛОНАСС, а також інтеграція СНС з радіотехнічними системами ближньої та дальньої навігації.

При іншому принципі комплексування здійснюється спільне (комплексне) оброблення інформації кількох пристроїв або систем навігаційного комплексу, які визначають ті самі або функціонально зв'язані навігаційні параметри. Наприклад, за допомогою ІНС, РСБН, РСДН, СНС та інших вимірників є можливість з певною надмірністю знаходити координати місцезнаходження та швидкість споживача. Надвисока точність СНС з

визначення навігаційних параметрів робить її найбільш оптимальною для комплексування.

Сформована на цей момент практика створення та застосування комплексних навігаційних систем заснована на використанні інтегрованих інерціально-супутникових систем навігації (ІССН). При цьому ІССН можуть бути також інтегровані з барометричними або радіотехнічними висотомірами та іншими бортовими вимірниками. Це пов'язано з такими причинами:

- для завдань управління польотом необхідно мати аналогове вимірювання лінійних і кутових параметрів польоту, або, принаймні, необхідно, щоб частота квантування цих параметрів вимірювалася десятками герц. Водночас СРНС забезпечує частоту квантування сигналів положення і швидкості ЛА з частотою 1 Гц (у кращому випадку 0,5 Гц), що явно недостатньо для систем управління польотом ЛА. ІНС забезпечують високу швидкість передачі інформації (до 100 Гц);

- ІНС мають високу інформативність, тобто вимірюють як лінійні, так і кутові параметри, а супутникові системи вимірюють тільки лінійні параметри (вектор положення ЛА в деякій геоцентричній системі координат і вектор його швидкості);

- похибки, що виникають в ІНС і СНС, мають різний характер. Для ІНС є характерним необмежене збільшення похибок у часі, яке може бути компенсоване тільки за допомогою зовнішньої корекції. Водночас випадкові похибки первинних вимірювань ІНС досить добре згладжуються за допомогою операцій інтегрування. З іншого боку, у СНС одержання основної інформації про вектори положення і швидкості ЛА не базується на інтегруванні. Тому, хоча помилки вихідних сигналів СНС також мають місце, але, на відміну від ІНС, вони обмежені, хоча дисперсія випадкових похибок вихідних сигналів СНС досить висока;

- сигнали СНС мають високу частоту та малу потужність. Слабка потужність сигналу, багаторазове відбиття прийнятого сигналу від навколишніх поверхонь, природні іоносферні, атмосферні та тропосферні перешкоди значно зменшують відношення «сигнал – шум» й істотно знижують ефективність приймача СНС за таких умов. Радіотехнічні контури стеження за сигналами навігаційних супутників можуть легко «загубити» супутник за наявності активних перешкод. З іншого боку, ІНС мають повну автономність, високу перешкодостійкість та надійність навігаційного забезпечення.

Зазначені вище причини приводять до необхідності застосування інтегрованих інерціально-супутникових систем для навігації і управління ЛА всіх типів.

Пілотажно-навігаційний комплекс (ПНК) є логічним наслідком еволюції систем навігації та управління і являє собою якісно новий ступінь в автоматизації літаководіння. До складу ПНК сучасного літального апарата будь-якого класу входять декілька навігаційних систем, зокрема ІНС та

СНС. Завдяки різній фізичній природі та різним принципам формування навігаційного алгоритмічного забезпечення, ІНС та СНС добре доповнюють одна одну, що природно визначило їх інтеграцію в складі сучасних ПНК. Спільне використання цих систем дає змогу, з одного боку, обмежити зростання похибок менш точної, але більш інформативної інерціальної системи, а з іншого боку – підвищити темп видачі інформації бортовим споживачам, істотно підняти рівень перешкодозахищеності та знизити шумову складову помилок високоточної супутникової системи.

ІНС як найбільш інформативні системи дають змогу одержувати всю сукупність необхідних параметрів для управління об'єктом, включаючи кутову орієнтацію. При цьому такі системи цілком автономні, тобто для їх нормального функціонування не потрібно використання будь-якої інформації від інших систем. Ще однією перевагою цих систем є висока швидкість надання інформації зовнішнім споживачам: швидкість відновлення кутів орієнтації становить до 100 Гц, навігаційної – від 10 до 100 Гц. Цей показник для супутникових систем становить для кращих приймачів 10 Гц, а для звичайних – здебільшого 1 Гц.

Водночас інерціальні системи мають недоліки, що не дають змоги використовувати їх тривалий час в автономному режимі.

Вимірювальним елементам ІНС, насамперед, гіроскопам і акселерометрам, притаманні власні методичні й інструментальні похибки, вихідні дані не можуть бути введені абсолютно точно, обчислювач, що входить до складу ІНС, вносить свої похибки. Під впливом цих факторів ІНС працює в так званому «збуреному» режимі, а отримана від ІНС інформація буде містити похибки, спричинені впливом цих збурень, і, головне, ці похибки з часом збільшуються. Для усунення впливу цих факторів переходять до створення комплексів, які забезпечують корекцію ІНС.

1.3 Завдання, що вирішують ІНС, та їх класифікація

Через високу інформативність ІНС їх відносять до класу універсальних навігаційних систем з визначення траєкторних рухів і кутових координат (кутів крену, тангажа і курсу) ЛА та інших параметрів, наприклад, прискорень, кутових швидкостей тощо.

ІНС, які встановлюються на борту ЛА, вирішують завдання з визначення таких пілотажно-навігаційних параметрів польоту:

- кутів крену γ , тангажа ϑ та курсу ψ ;
- величини вектора перевантаження \bar{n} , або питомої результативної сили \bar{a} , в проєкціях на осі зв'язаної або нормальної СК;
- шляхової $\bar{V}_ш$ та вертикальної $\bar{V}_н$ швидкостей;
- географічних φ, λ або ортодромічних координат $\varphi_{орт}, \lambda_{орт}$ та висоти польоту h .

За наявності перелічених координат можуть бути визначені також кути нахилу та повороту траєкторії; відстань до орієнтира з відомими координатами, його азимут і пеленг, додатково можуть бути визначені кутові швидкості та прискорення ЛА відносно відповідних осей.

Значні інформативні можливості, автономність, перешкодостійкість визначили для ІНС одне з головних місць у складі інформаційних систем ЛА.

Класифікують ІНС частіше за все залежно від способів розташування акселерометрів на борту ЛА та від ролі обчислювача у складі ІНС.

Залежно від способів розташування акселерометрів на ЛА розрізняють платформні та безплатформні ІНС. У першому випадку акселерометри встановлюються на гіростабілізованій платформі, у другому – безпосередньо на корпусі ЛА або у спеціальному блоці чутливих елементів, при цьому осі чутливості акселерометрів не змінюють орієнтацію відносно напрямку осей, зв'язаних з ЛА.

Серед платформних ІНС розрізняють системи з некорегованою і горизонтальною платформою. В ІНС з некорегованою платформою осі платформи, а також акселерометри, що встановлені на цій платформі, не обертаються в інерціальному просторі. ІНС з горизонтальною платформою класифікують як ІНС із вільною в азимуті платформою й ІНС з корегованою в азимуті платформою.

Залежно від ролі обчислювача у визначенні кутових і лінійних координат розрізняють геометричні, напіваналітичні й аналітичні ІНС.

У геометричних ІНС основним елементом є гіростабілізатор, який відтворює напрямок осей інерціальної системи відліку, і платформа з акселерометрами, осі чутливості яких відтворюють деякі напрямки в площині горизонту і напрямок місцевої вертикалі. Роль обчислювача є мінімальною і зводиться до забезпечення корекції заданого положення платформи. Інформація про координати знімається з кутомірних пристроїв гіростабілізатора та платформи.

До напіваналітичних систем відносять системи з горизонтальною платформою. В цих системах гіроплатформа з акселерометрами відтворює напрямок нормальної (рухомої) системи відліку. З кутомірних пристроїв гіростабілізатора знімається інформація про кути крену, тангажа, курсу ЛА. Обчислювач ІНС вирішує завдання визначення кінематичних параметрів руху центра мас ЛА і видає сигнали для корекції гіростабілізатора.

До аналітичних ІНС відносять БІНС і ІНС з акселерометрами на некорегованому або вільному гіростабілізаторі.

БІНС можна класифікувати за складом датчиків первинної інформації, за алгоритмами реалізації кінематичних рівнянь, зокрема, за обраними системами координат, в яких вирішуються завдання інерціальної навігації тощо.

Обчислювач аналітичних ІНС виконує більший обсяг обчислень порівняно з платформними ІНС. Окрім визначення кінематичних параметрів

руху центра мас літака, він аналітично визначає кутову орієнтацію нормальної рухомої СК відносно інерціальної СК і кутову орієнтацію зв'язаної рухомої СК відносно нормальної.

1.4 Основи інерціального методу визначення параметрів руху

В основі інерціального методу обчислення шляху лежать основні закони механіки. Інерціальне обчислення шляху може бути виконано відносно інерціальної системи відліку, яка створюється опорними (інерційними) тілами, що рівномірно і прямолінійно рухаються в просторі.

Інерціальний метод обчислення шляху заснований на фізичному й аналітичному моделюванні динаміки руху об'єкта під дією рівнодійної зовнішніх сил і моментів, що прикладаються до нього. Інерціальне обчислення шляху здійснюється інтегруванням у часі диференціальних рівнянь рухів об'єкта, праві частини яких – це прискорення, обмірювані датчиками первинних параметрів руху. У найпростішому випадку швидкість руху та координати місця розташування ЛА можна визначити відповідно шляхом одноразового і дворазового інтегрування прискорень, які вимірюють акселерометрами з урахуванням вихідних умов.

Розглянемо основне рівняння інерціального методу визначення динаміки руху об'єкта, яке записується у векторній формі у вигляді

$$m\ddot{R} = F,$$

де m – маса об'єкта; R – радіус-вектор (вектор положення) центра мас об'єкта в інерціальній СК; F – рівнодійна зовнішніх сил, прикладених до об'єкта. Для сили F можна записати

$$F = m \sum_{i=0}^k g_{oi}(R_i) + F_{HG}, \quad (1.1)$$

де $g_{oi}(R_i)$ – вектор прискорення сили тяжіння i -го небесного тіла, що є функцією радіуса-вектора R_i ; F_{HG} – вектор зовнішніх негравітаційних сил, прикладених до об'єкта.

Розділивши рівняння (1.1) на m , одержимо

$$\ddot{R} = g_{oi}(R_i) + A, \quad (1.2)$$

де $A = F_{HG}/m$ – прискорення центра мас об'єкта, яке вимірюється акселерометром і яке називають уявним прискоренням.

Диференціальне рівняння (1.2) є рівнянням для загального випадку інерціальної навігації в довільній інерціальній СК. Для визначення

параметрів просторової орієнтації об'єкта необхідно вихідне рівняння (1.2) подати в навігаційній СК, початок якої має бути певним чином зв'язаний з яким-небудь конкретним небесним тілом, наприклад з центром Землі. Уведемо праву ортогональну СК (рисунок 1.1), у якій справджуються закони Ньютона, а також СК з початком у центрі мас Землі, орієнтація осей яких збігається.

Тоді радіус-вектор об'єкта R у довільній інерціальній системі зв'язується з радіусом-вектором R_1 об'єкта в СК з початком у центрі Землі співвідношенням

$$R = R_1 + R_0, \quad (1.3)$$

де R_1 – радіус-вектор точки O_1 місцезнаходження центра мас об'єкта відносно центра мас Землі O ;

R_0 – радіус-вектор центра мас Землі точки O відносно початку O_1 інерціальної системи координат.

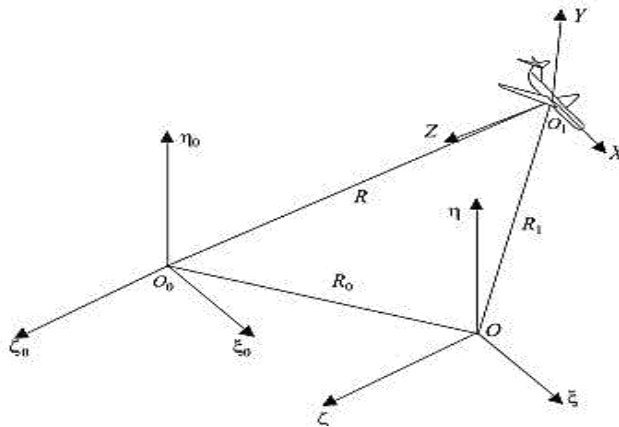


Рисунок 1.1 – Права ортогональна СК

Підставивши вираз (1.3) у рівняння (1.2), отримуємо рівняння

$$\ddot{R}_1 = A + \sum_{i=0}^k g_{oi}(R_i) - \ddot{R}_0. \quad (1.4)$$

У тому випадку, коли рух об'єкта відбувається поблизу Землі, тобто коли відстань R_1 від центра Землі до об'єкта в багато разів менша, ніж відстань від центра Землі до інших небесних тіл ($R_1 \ll R_i$), різниця прискорень сил тяжіння, створюваних i -м небесним тілом у центрі Землі у центрі мас об'єкта, стає мізерно малою порівняно з прискоренням сили тяжіння $g_0(R)$ гравітаційного поля Землі. З урахуванням цих міркувань, а

також вважаючи, що початок O_0 інерціальної СК збігається з центром мас Землі ($R_0 = 0$; $R_1 = R$), рівняння (1.4) набуває вигляду

$$\ddot{R}_1 = A + g_0(R). \quad (1.5)$$

Вектор R цілком характеризує поточне місце розташування об'єкта в інерціальній нерухомій СК і визначається в ІНС шляхом дворазового інтегрування диференціального рівняння (1.5). Однак координати об'єкта зазвичай розраховуються в одній з навігаційних систем координат, зв'язаній з географічною (геодезичною) СК.

Абсолютну швидкість об'єкта в інерціальній СК у векторній формі можна записати у вигляді

$$\dot{R}_1 = V_r + \Omega \times R, \quad (1.6)$$

де V_r – вектор відносної швидкості об'єкта (швидкість відносно земної поверхні); Ω – вектор кутової швидкості обертання Землі; R – радіус-вектор об'єкта в інерціальній СК відносно центра Землі; $\Omega \times R$ – лінійна периферична швидкість об'єкта, що зумовлена обертанням Землі.

Візьмемо похідні від лівої і правої частин (1.6). Унаслідок диференціювання отримаємо величину абсолютного (повного) прискорення

$$\ddot{R} = \omega = \dot{V}_r + \Omega \times \dot{R}. \quad (1.7)$$

З урахуванням обертання вектора V_r з абсолютною кутовою швидкістю $\omega_a = \omega + \Omega$, обумовленою кутовою швидкістю, яка виникає при польоті навколо сферичної поверхні Землі, що обертається з кутовою швидкістю Ω , похідну вектора відносної швидкості V_r , використовуючи теорему про похідну вектора в обертівій СК, можна подати у вигляді

$$\dot{V}_r = \left(\dot{V}_r\right)_3 + \omega_a \times V_r = \left(\dot{V}_r\right)_3 + (\omega_a + \Omega) \times V_r, \quad (1.8)$$

де $\left(\dot{V}_r\right)_3$ – похідна від швидкості в земній СК (прискорення відносно Землі).

Підставляючи (1.6) і (1.8) у (1.7), одержимо

$$f_{\text{відц}} = \Omega^2 R_{\Gamma} \cos\varphi,$$

де $\Omega = 15,04107^\circ/\text{год}$ – кутова швидкість обертання Землі;
 R_{Γ} – геоцентрична відстань ОМ; φ – геоцентрична широта точки М.

Напрямок вектора прискорення сили земного тяжіння g_0 збігається з напрямком гравітаційної вертикалі, яка відрізняється від геоцентричної вертикалі (від напрямку на центр Землі) на кут

$$\varepsilon = \mu - \delta,$$

де $\delta \gg f_{\text{відц}}/g = \Omega^2 R_{\Gamma} \cdot \cos\varphi \cdot \sin\varphi/g$, а кут μ характеризує відмінності між геодезичною (географічною) широтою B і геоцентричною широтою φ .

$$\mu = B - \varphi \gg 11,5' \sin 2\varphi.$$

Вектор прискорення сили ваги g як рівнодійна відцентрової сили земного тяжіння задає напрямок справжньої вертикалі, яка найчастіше вибирається як напрямок вертикальної осі геотопічних навігаційних систем координат, використовуваних в ІНС.

Проектуючи векторне рівняння (1.12) на осі, наприклад, зв'язаної з Землею правої прямокутної геотопічної СК $OLR\Phi$ (рисунок 1.3), дві осі якої OL , $O\Phi$ лежать у площині горизонту, а третя OR збігається з місцевою справжньою вертикаллю, одержимо показання трьох ортогональних акселерометрів, зорієнтованих по осях цієї СК.

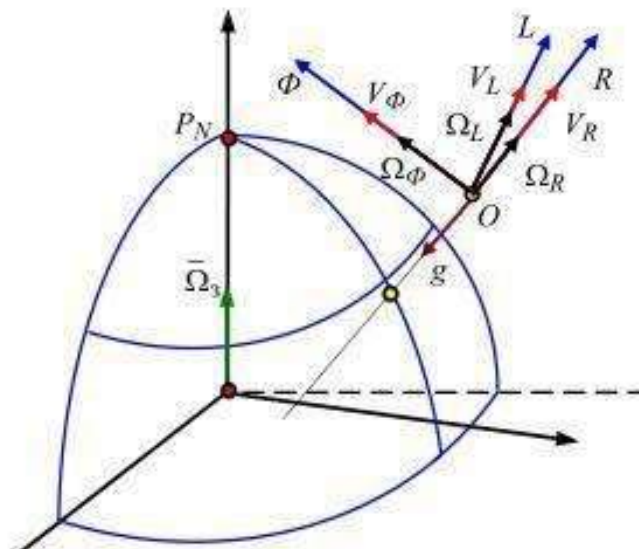


Рисунок 1.3 – Права прямокутна геотопічна СК

$$\begin{cases} \mathbf{a}_L = \dot{V}_L + V_R \omega_{\phi\Sigma} - V_\phi \omega_{R\Sigma} - \mathbf{g}_L; \\ \mathbf{a}_R = \dot{V}_R + V_\phi \omega_{L\Sigma} - V_L \omega_{\phi\Sigma} - \mathbf{g}_R; \\ \mathbf{a}_\phi = \dot{V}_\phi + V_L \omega_{R\Sigma} - V_R \omega_{L\Sigma} - \mathbf{g}_\phi; \end{cases} \quad (1.13)$$

$$\begin{cases} \omega_{\phi\Sigma} = \omega_{\phi V} + 2\Omega_\phi; \\ \omega_{R\Sigma} = \omega_{RV} + 2\Omega_R; \\ \omega_{L\Sigma} = \omega_{LV} + 2\Omega_L. \end{cases}$$

Тут $\omega_{\phi V}, \omega_{RV}, \omega_{LV}$ – проекції кутової швидкості обертання навігаційної СК $OLR\Phi$, що виникає при польоті навколо сферичної поверхні Землі; $\Omega_L, \Omega_R, \Omega_\phi$ – проекції кутової швидкості обертання Землі Ω_3 на осі навігаційної СК $OLR\Phi$.

Для того, щоб унаслідок інтегрування сигналів акселерометрів, які вимірюють уявне прискорення центра мас об'єкта, одержати значення вектора земної швидкості, необхідно з показань акселерометрів (1.13) відняти складові коріолісового прискорення і прискорення сили ваги. Тоді вектор земної швидкості можна одержати, інтегруючи рівняння

$$\begin{aligned} \dot{V}_L &= \mathbf{a}_L - (V_R \omega_{\phi\Sigma} - V_\phi \omega_{R\Sigma}) + \mathbf{g}_L; \\ \dot{V}_R &= \mathbf{a}_R - (V_L \omega_{\phi\Sigma} - V_\phi \omega_{L\Sigma}) + \mathbf{g}_R; \\ \dot{V}_\phi &= \mathbf{a}_\phi - (V_L \omega_{R\Sigma} - V_R \omega_{L\Sigma}) + \mathbf{g}_\phi. \end{aligned} \quad (1.14)$$

За інформацією про складові вектора земної швидкості і відомі координати точки старту можна розв'язати задачу обчислення поточних координат ЛА. Для визначення геодезичних (географічних) координат ЛА методом обчислення необхідно враховувати деякі геометричні фактори обчислення шляху.

Запитання для самоконтролю

1. Що таке «Інерціальна навігаційна система» та яке її місце у сучасному світі?
2. Які завдання вирішують інерціальні навігаційні системи?
3. У чому полягає інерціальний метод визначення параметрів руху об'єкта управління?

Тема 2 ПРИНЦИПИ ПРОЄКТУВАННЯ БІНС

2.1 Загальні підходи до проєктування БІНС

З метою спрощення аналізу можливостей БІНС для початку розглянемо однокомпонентну систему навігації. Однокомпонентна система навігації повинна містити тільки два акселерометри A_x і A_y , вимірювальні осі яких x_0y_0 (рисунок 2.1) у точці старту встановлюються по осях навігаційного координатного двогранника $\xi_0\eta_0$, зв'язаного з земною умовною СК. Стартове положення вимірювальних осей акселерометрів фіксується на об'єкті на увесь час руху останнього.

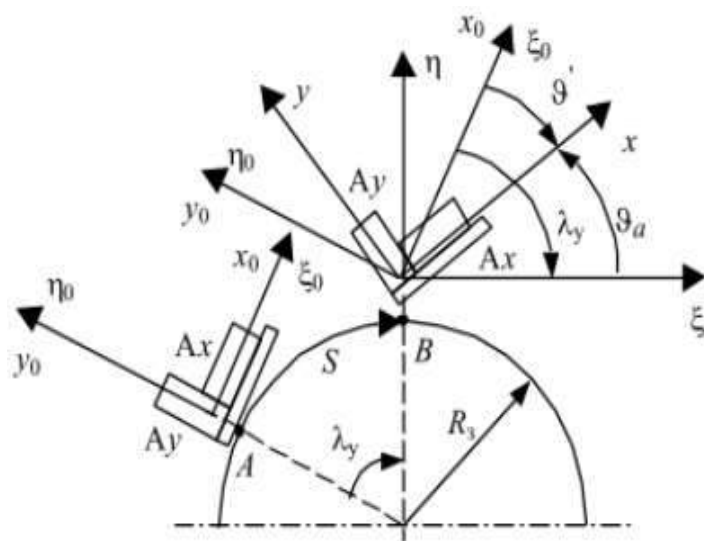


Рисунок 2.1 – Діаграма вільного тіла з урахуванням БІНС

Для визначення прискорень, вимірюваних жорсткозв'язаними з об'єктом акселерометрами, розглянемо момент часу t , коли об'єкт знаходиться в точці B , яка віддалена від точки A на відстань, що відповідає $\lambda_y = S/R_3$. Очевидно, що кутове положення умовного координатного двогранника $\xi\eta$ в точці B , змінене відносно двогранника $\xi_0\eta_0$ за рахунок обльоту Землі, також визначається умовною координатою λ_y . Положення вимірювальних осей акселерометрів x , y відносно координатних двогранників $\xi_0\eta_0$ і $\xi\eta$ визначається відповідно кутами: ϑ' характеризує зміну орієнтації об'єкта, що виникає за рахунок його власного обертання; ϑ_a характеризує положення вимірювальних осей акселерометрів відносно поточного положення координатного двогранника $\xi\eta$.

Акселерометри БНС (рисунок 2.2) будуть вимірювати негравітаційні складові вектора абсолютного прискорення руху точки O двогранника x, y (a_x, a_y):

$$a_x = \omega_x - g_{0x};$$

$$a_y = \omega_y - g_{0y}.$$

(2.1)

Тут враховано, що при встановленні вертикального акселерометра на нерухомій основі він вимірює уявне прискорення, що дорівнює за величиною, але протилежно за напрямком вектору напруженості поля сили ваги \bar{g} . При цьому

$$g_{0x} = g_0 \cos \vartheta_a;$$

$$g_{0y} = g_0 \sin \vartheta_a,$$

(2.2)

де $g_0 \approx -9,8 \text{ м/с}^2$.

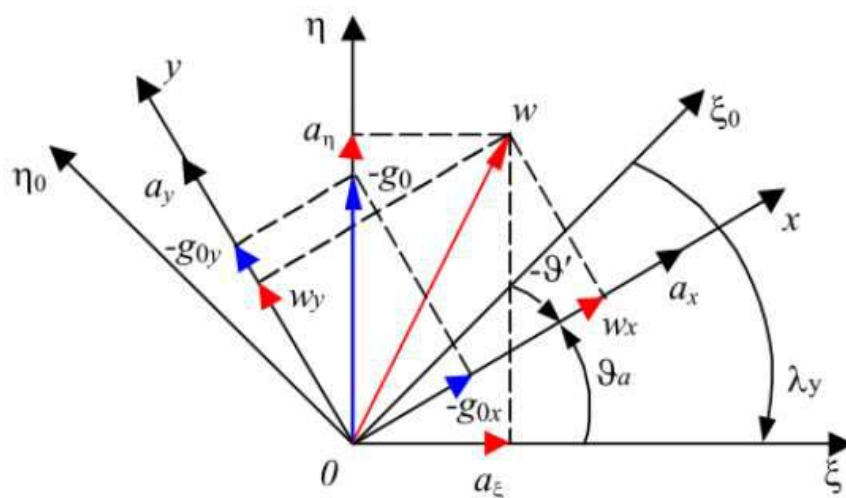


Рисунок 2.2 – Діаграма вільного тіла з урахуванням акселерометрів

Для визначення кінематичних параметрів, що характеризують рух об'єкта відносно земної поверхні, необхідно знати поточні значення проєкцій вектора прискорення центра мас об'єкта на осі умовного координатного двогранника a_ξ, a_η :

$$a_{\xi} = \omega_x \cos \vartheta_a - \omega_y \sin \vartheta_a; \quad (2.3)$$

$$a_{\eta} = \omega_x \sin \vartheta_a + \omega_y \cos \vartheta_a.$$

Підставляючи значення a_x , a_y , знайдені з виразу (2.1), у вирази (2.3) з урахуванням (2.2), одержимо

$$a_{\xi} = a_x \cos \vartheta_a - a_y \sin \vartheta_a; \quad (2.4)$$

$$a_{\eta} = a_x \sin \vartheta_a + a_y \cos \vartheta_a + g_0.$$

З рисунка 2.2 видно, що

$$\vartheta_a = -(\lambda_y - \vartheta'), \quad (2.5)$$

тоді

$$a_{\xi} = a_x \cos(\lambda_y - \vartheta') + a_y \sin(\lambda_y - \vartheta'); \quad (2.6)$$

$$a_{\eta} = -a_x \sin(\lambda_y - \vartheta') + a_y \cos(\lambda_y - \vartheta') + g_0.$$

У свою чергу, поточні значення кута відхилення вимірювальних осей акселерометрів відносно координатного двогранника $\xi_0 \eta_0$ можна визначити як безпосереднім вимірюванням (за допомогою, наприклад, вільного гіроскопа), так і шляхом вимірювання поточних значень кутового прискорення ϑ'' або кутової швидкості ϑ' з подальшим їх інтегруванням

$$\vartheta' = \int_0^t \left(\int_0^t \ddot{\vartheta}' dt \right) dt \quad \text{або} \quad \vartheta' = \int_0^t \dot{\vartheta}' dt. \quad (2.7)$$

Таким чином, залежно від способу визначення кутового положення об'єкта в інерціальному просторі можливі такі основні варіанти схем БІНС:

1) перший варіант передбачає наявність у складі БІНС шести акселерометрів, рознесених по осях об'єкта на певну відстань для вимірювання кутових прискорень, і обчислювального пристрою;

2) другий варіант включає три лінійних акселерометри і три вимірники кутової швидкості об'єкта відносно центра мас, що встановлені в центрі мас об'єкта, а також обчислювальний пристрій;

3) третій варіант передбачає наявність трьох лінійних акселерометрів і вимірника кутового положення об'єкта в інерціальному просторі, встановлених у центрі мас об'єкта, і обчислювального пристрою.

Використання БНС першого варіанта (рисунок 2.3) має складності реалізації через малу вимірну базу визначення кутових прискорень об'єкта за допомогою акселерометрів, а також через похибки у визначенні координат, що збільшуються пропорційно квадрату часу руху. Тому цей варіант системи може бути застосований тільки при використанні досить точних акселерометрів і для об'єктів, що здійснюють політ протягом нетривалого часу.

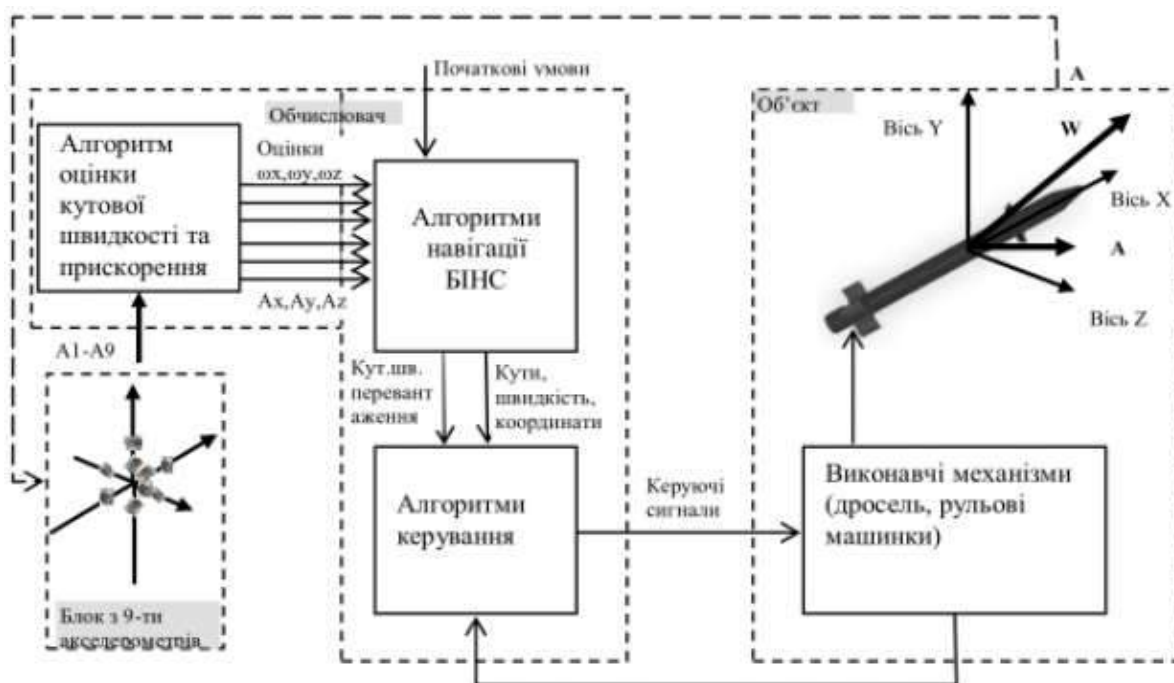


Рисунок 2.3 – Узагальнена схема системи автоматичного управління з БНС

Така схема не є традиційною та для неї необхідно обрати розміщення надлишкової кількості акселерометрів, розробити алгоритми оцінювання кутової швидкості та прискорення, дослідити область застосування такої системи.

Реалізація третього варіанта БНС припускає наявність у складі навігаційної системи триступеневого гіроскопічного вимірника кутових положень, що тотожно трьохосьовій гіростабілізованій платформі – досить дорогому прецизійному приладу.

Тому нині загально визнаним є використання на пілотованих ЛА БНС, побудованої на трьох акселерометрах і трьох вимірниках кутової швидкості (рисунок 2.4), тобто БНС другого класу за наведеною вище класифікацією (найбільш перспективними чутливими елементами високоточних БНС цього класу є лазерні кільцеві гіроскопи).

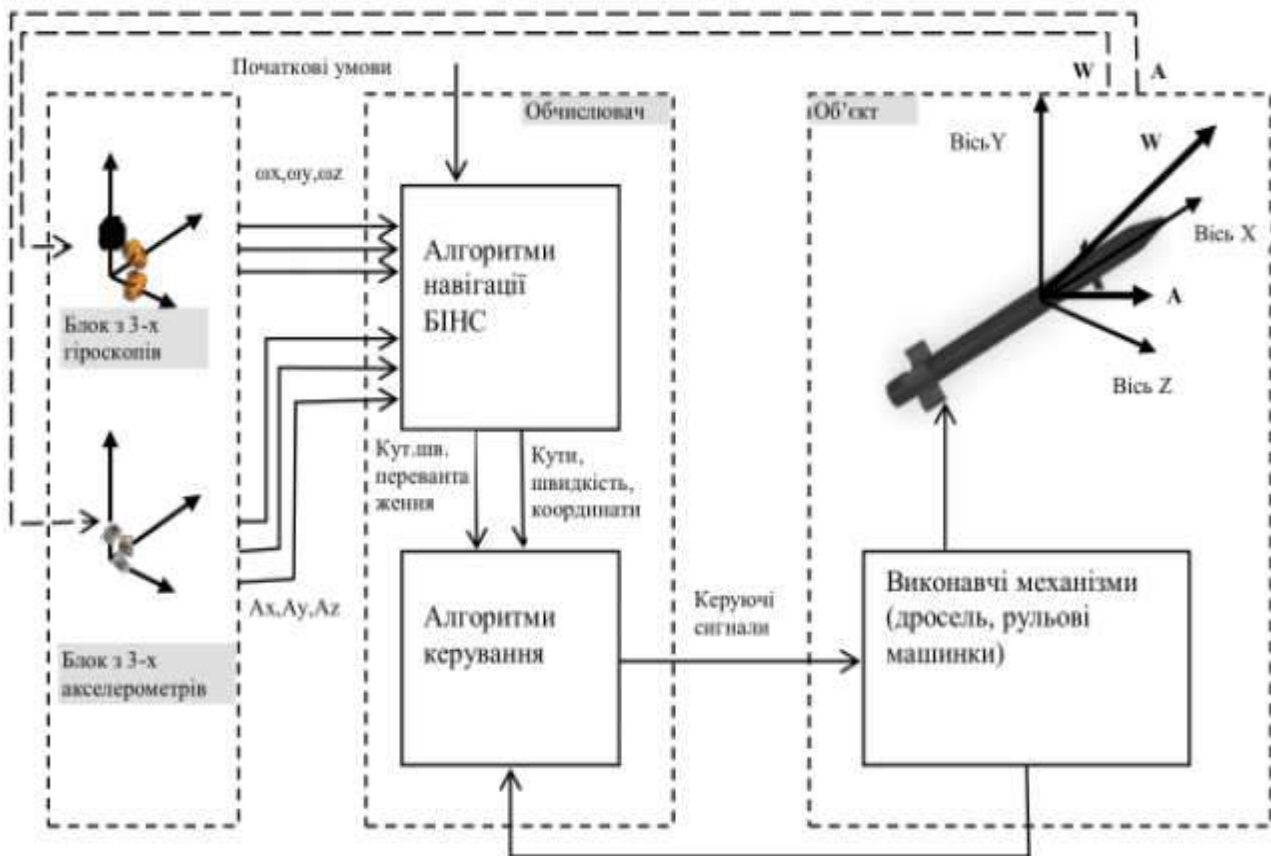


Рисунок 2.4 – Узагальнена схема САУ з гіроскопами та акселерометрами

Для визначення поточних значень горизонтальної складової швидкості руху об'єкта V_{ξ} умовної координати λ_y за допомогою БІНС другого варіанта необхідно розв'язати таку систему кінематичних рівнянь:

$$a_{\xi} = a_x \cos(\lambda_y - \vartheta') + a_y \sin(\lambda_y - \vartheta');$$

$$V_{\xi} = V_{\xi 0} + \int_0^t a_{\xi} dt;$$

$$\dot{\lambda}_y = \frac{1}{R_3} V_{\xi}; \tag{2.8}$$

$$\vartheta' = \int_0^t \dot{\vartheta}' dt.$$

Після перетворення систему (2.8) можна подати у вигляді

$$\ddot{\lambda}_y = \frac{1}{R_3} [a_x \cos(\lambda_y - \vartheta') + a_y \sin(\lambda_y - \vartheta')];$$

$$\vartheta' = \int_0^t \dot{\vartheta}' dt.$$
(2.9)

Ця система є математичною моделлю кінематики маятника Шулера, на відміну від ІНС із гіростабілізованою платформою, в якій кінематика цього маятника моделюється фізично.

Для розв'язання цієї системи рівнянь необхідно мати поточні значення прискорень a_x , a_y і кутової швидкості руху об'єкта ϑ' відносно центра мас.

Крім того, при розв'язанні систем (2.9) мають бути відомі початкові значення кута ϑ'_0 , лінійної швидкості руху центра мас об'єкта відносно земної поверхні $V_{\xi 0}$ і умовної координати λ_{y0} .

На рисунку 2.5 зображено блок-схему обчислювального пристрою безперервної дії для другого варіанта схеми БІНС, з якої видно, що система замкнена за координатою λ_y .

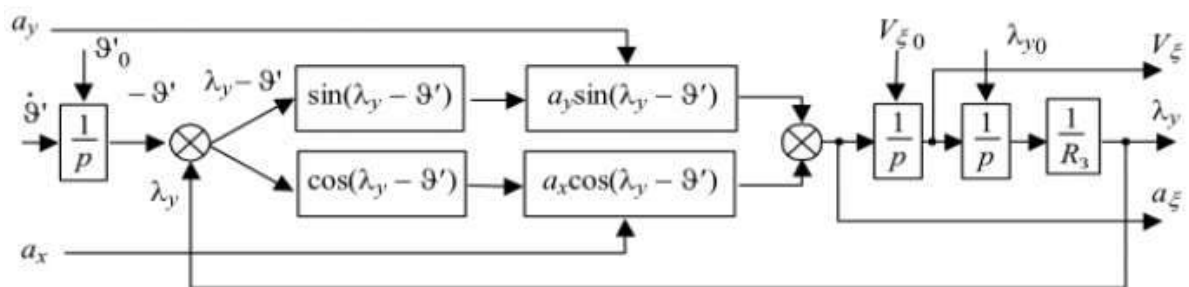


Рисунок 2.5 – Блок-схема обчислювального пристрою

Зазначимо, що БІНС дає змогу визначити не тільки параметри, що характеризують рух центра мас об'єкта відносно земної поверхні, але і параметри, що характеризують кутове положення об'єкта в площині горизонту.

Наприклад, для визначення кута тангажа об'єкта ϑ необхідно, щоб обчислювальний пристрій розв'язував рівняння (2.5) з урахуванням кута встановлення осей акселерометрів ϑ_{a0} в момент старту:

$$\vartheta = \vartheta_a + \vartheta_{a0}.$$

Інструментальні похибки БІНС визначаються похибками акселерометрів, вимірників кутової швидкості або кутового положення, а

також похибками обчислювального пристрою. Звичайно, при застосуванні обчислювального пристрою досить високої точності похибки БІНС будуть визначатися головним чином похибками первинних вимірювальних приладів, що входять до складу системи.

2.2 Алгоритми роботи трикомпонентної БІНС

Алгоритм функціонування БІНС містить сукупність аналітичних залежностей, які дають змогу за вимірюваним значенням уявного прискорення й абсолютної кутової швидкості ЛА безперервно визначати поточне значення координат місця розташування, складові шляхової швидкості та кутове положення ЛА у вибраній навігаційній СК.

В алгоритмах роботи трикомпонентної БІНС, як і в алгоритмах платформної ІНС, точність обчислення навігаційних параметрів досягається внаслідок виключення із сигналів уявного прискорення, яке вимірюють акселерометри, складові прискорення сили ваги і коріолісового прискорення. Але вплив цих складових компенсується, на відміну від платформної ІНС, тільки аналітично.

Кінематичні рівняння інерціальної навігації в основному визначаються вибраною СК, тобто навігаційним базисом, в якому визначаються навігаційні параметри (координати і проєкції швидкості). Своєю чергою, вибір навігаційного базису залежить від типу літального апарата, особливостей його траєкторного руху, характеру вирішуваних завдань.

Наприклад, для БІНС, що інтегруються зі супутниковими навігаційними системами, можна застосовувати інерціальну СК, яка використовується супутниковою системою навігації. При цьому позиційну інформацію одержують у формі декартових прямокутних координат, швидкісну – у формі проєкцій абсолютної швидкості на осі вибраної інерціальної СК, а інформацію про кутову орієнтацію – у вигляді відповідної матриці або трьох кутів орієнтації ЛА відносно вибраного базису. Подальше перерахування отриманих координат в обертову СК ПЗ-90 (WGS-84) здійснюється за алгоритмами супутникової системи навігації.

Для БІНС літальних апаратів, які здійснюють рух в атмосфері Землі, найбільш часто використовуються обертові СК з базовою площиною місцевого горизонту і певною орієнтацією горизонтальних осей в азимуті. Під орієнтацією осей в азимуті розуміється можливість їх орієнтації, наприклад, за сторонами світу, коли дві горизонтальні осі спрямовані в східному і північному напрямках.

При цьому позиційну інформацію визначають широтою φ , довготою λ і висотою h , що виміряні на еліпсоїді Красовського або на еліпсоїді міжнародної системи WGS-84. Швидкість визначають проєкціями на східну V_E , північну V_N і вертикальну осі V_H , якщо за навігаційну систему обрана система з орієнтацією осей за сторонами світу або проєкціями на осі

горизонтального базису з іншою орієнтацією. Орієнтація при цьому визначається кутами крену, тангажа і справжнього курсу.

Типову схему побудови БІНС зображено на рисунку 2.6. Цей варіант реалізує алгоритм системи, яка працює в обертовій земній СК.

Датчики первинної інформації БІНС – датчики кутової швидкості й акселерометри – встановлюються жорстко на ЛА. Складні умови роботи датчиків інформації призводять до появи значних похибок, тому в алгоритмах роботи БІНС бажано здійснити аналітичну компенсацію похибок вимірників (здійснювати їх польотне калібрування), перш ніж ці сигнали будуть використані для розрахунку параметрів орієнтації і для визначення складових уявного прискорення уздовж навігаційних осей.

Для корекції показань датчиків первинної інформації необхідна математична модель вимірника, в якій зазвичай ураховують: нелінійність; неспіввісність осей датчиків; дрейф; викривлення масштабного коефіцієнта.

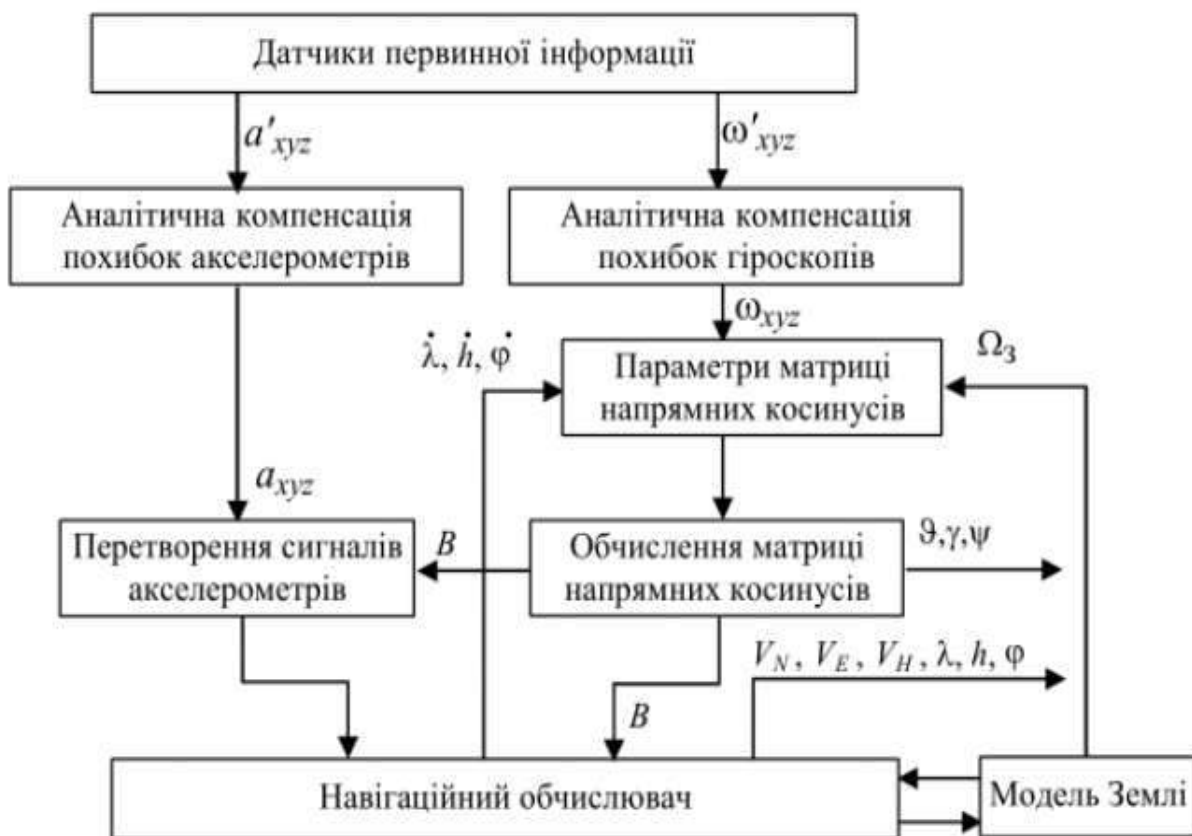


Рисунок 2.6 – Типова схема побудови БІНС

Сигнали $\omega_{x,y,z}$ з виходу аналітичного компенсатора похибок використовуються для обчислення параметрів матриці напрямних косинусів B , яка визначає зв'язок між двома СК. Оскільки матриця напрямних косинусів B визначається між зв'язаними з ЛА осями й осями обертової навігаційної СК, то при розрахунках параметрів матриці B необхідно

залучити обчислені проєкції вектора кутової швидкості навігаційної СК, що відображено на схемі додатковими зв'язками, які враховують кутову швидкість, що виникає при польоті навколо сферичної Землі ($\dot{\lambda}$, \dot{h} , $\dot{\phi}$) і кутову швидкість обертання самої Землі (Ω_3). Перетворення складових уявного прискорення $a_{x,y,z}$ від осей ЛА до осей навігаційної СК здійснюється за допомогою матриці напрямних косинусів B . Навігаційний обчислювач вирішує завдання, властиві всім платформним системам, оскільки на вході цього обчислювача сформовані проєкції уявного прискорення на осі навігаційної СК і нічого принципово нового у вирішенні цього завдання немає. На виході БІНС формуються радіус-вектор місця розташування ЛА, вектор швидкості, а також кути орієнтації ЛА.

В окремому випадку, коли за навігаційний базис вибраний горизонтальний орієнтований за сторонами світу тригранник, на виході системи будуть сформовані географічні (геодезичні) координати радіус-вектора місця розташування B , L , H , проєкції відносної швидкості руху V_E , V_N , V_H , а також кути орієнтації ЛА в географічній СК – справжній курс ψ , тангаж ϑ і крен γ .

Обсяг обчислень у БІНС значний. Це пояснюється в основному тим фактом, що БЦОМ вирішує завдання, які зв'язані з динамікою обертання ЛА, а також з динамікою поступального руху ЛА.

Розглянемо алгоритми БІНС, яка працює в географічній системі координат. За навігаційний тригранник візьмемо тригранник NHE , зв'язаний з земною поверхнею.

Виберемо такий напрямок осей NHE (рисунок 2.7): ON – збігається з вертикаллю; ON – дотична до меридіана; OE – утворює праву трійку.

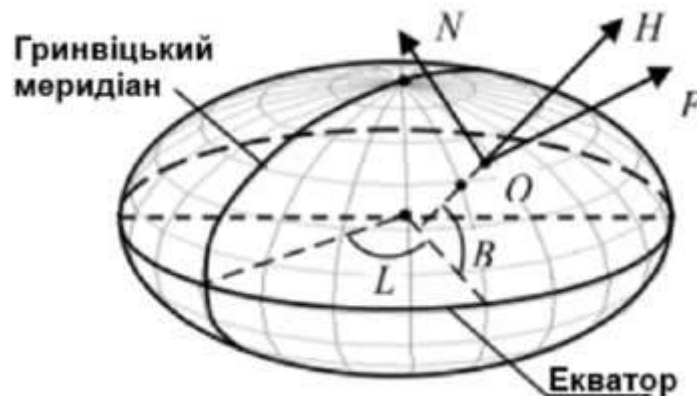


Рисунок 2.7 – Географічна система координат

В алгоритмах БІНС зазвичай виділяють динамічні та кінематичні рівняння. Динамічні рівняння реалізують трикомпонентну схему БІНС, у якій географічні координати L , B , H визначаються інтегруванням рівнянь вигляду

$$\dot{L} = \frac{V_E}{(R_2 + H) \cos B};$$

$$\dot{B} = \frac{V_N}{R_1 + H};$$

$$\dot{V} = V_H,$$

де V_H, V_E – північна та східна проєкції шляхової швидкості (проєкції на осі СК NHE (див. рисунок 2.7); R_1, R_2 – два радіуси кривизни земного сфероїда (еліпсоїда обертання); R_1 – радіус кривизни меридіонального перерізу еліпсоїда (площиною HN); R_2 – радіус кривизни перерізу еліпсоїда площиною HE (площиною першого вертикала):

$$R_1 = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 B)^{3/2}} \text{ та } R_2 = \frac{a}{\sqrt{(1-e^2 \sin^2 B)}},$$

де a – велика піввісь еліпсоїда ($a = 6378388$ м);

e – ексцентриситет еліпсоїда ($e^2 = 6,73 \cdot 10^{-3}$);

H – висота польоту.

Тут можна застосовувати такі ж спрощення, що й у платформних інерціальних системах. Зокрема, функції $\frac{1}{R_1 + H}$ і $\frac{1}{R_2 + H}$ з точністю до членів порядку малості 10^{-5} можна подати у такому вигляді:

$$\frac{1}{R_1 + H} = \frac{1}{a} \left[1 - e^2 - \frac{H}{a} - \frac{3}{2} e^2 \sin^2 B + 2e^2 \frac{H}{a} - 3e^2 \frac{H}{a} \sin^2 B + \left(\frac{H}{a} \right)^2 + e^4 \left(1 - 3 \sin^2 B + \frac{3}{8} \sin^4 B \right) \right];$$

$$\frac{1}{R_2 + H} = \frac{1}{a} \left[1 - \frac{H}{a} - \frac{1}{2} e^2 \sin^2 B + e^2 \frac{H}{a} \sin^2 B + \left(\frac{H}{a} \right)^2 + e^4 \left(\frac{1}{4} \sin^2 B - \frac{3}{8} \right) \sin^2 B \right].$$

Якщо у формулах $\frac{1}{R_1+H}$ і $\frac{1}{R_2+H}$ зберегти лише члени порядку малості 10^{-2} , то вони набудуть вигляду

$$\frac{1}{R_1+H} \gg \frac{1}{a} \left[1 - e^2 - \frac{H}{a} - \frac{3}{2} e^2 \sin^2 B \right];$$

$$\frac{1}{R_2+H} \gg \frac{1}{a} \left[1 - \frac{H}{a} - \frac{1}{2} e^2 \sin^2 B \right].$$

Слід зазначити, що використання спрощень може призвести до похибок, порівнянних з похибками високоякісних гіроскопічних вимірників, які використовуються в БІНС.

Складові шляхової швидкості ЛА V_H , V_N , V_E одержують унаслідок інтегрування проєкцій сигналів акселерометрів, виключаючи із них складові коріолісового прискорення і прискорення сили ваги:

$$\dot{V}_E = a_E - (V_N \omega_{H\Sigma} - V_H \omega_{N\Sigma}) + g_E;$$

$$\dot{V}_H = a_H - (V_E \omega_{N\Sigma} - V_N \omega_{L\Sigma}) + g_H;$$

$$\dot{V}_N = a_N - (V_H \omega_{E\Sigma} - V_E \omega_{H\Sigma}) + g_N,$$

де $a_{E,N,H}$ – проєкції уявного прискорення ЛА, вимірювані акселерометрами, на осі навігаційного тригранника;

$g_{E,N,H}$ – проєкції вектора прискорення сили ваги, які враховують прискорення земного тяжіння, і прискорення, що викликається відцентровою силою інерції та зв'язане з обертанням Землі; складові в дужках – проєкції коріолісового прискорення на осі навігаційного тригранника;

$\omega_{E\Sigma, N\Sigma, H\Sigma}$ – проєкції кутової швидкості навігаційного тригранника відносно інерціального простору, які враховують проєкції кутової швидкості обертання Землі $\Omega_{E,N,H}$ – складові відносної кутової швидкості навігаційного тригранника, обумовлені рухом ЛА відносно Землі $\omega_{EV, NV, HV}$:

$$\omega_{N\Sigma} = \omega_{NV} + 2\Omega_N; \quad \omega_{H\Sigma} = \omega_{HV} + 2\Omega_H; \quad \omega_{E\Sigma} = \omega_{EV} + 2\Omega_E.$$

У свою чергу, складові відносної кутової швидкості навігаційного тригранника і швидкості обертання Землі визначаються співвідношеннями

$$\omega_{EV} = -\frac{V_N}{R_1 + H} = -\dot{B};$$

$$\omega_{HV} = -\frac{V_E}{R_2 + H} \operatorname{tg} B = \dot{L} \sin B;$$

$$\omega_{NV} = -\frac{V_E}{R_1 + H} = \dot{L} \cos B;$$

$$\Omega_N = \Omega_3 \cos B; \quad \Omega_H = \Omega_3 \sin B; \quad \Omega_E = 0,$$

де Ω_3 – кутова швидкість обертання Землі ($\Omega_3 = 7,27 \cdot 10^{-5}$ рад/с).

Детермінована математична модель прискорення сили ваги існує тільки для нормальної складової поля сили ваги, що відповідає земному еліпсоїду з рівномірним розподілом мас в об'ємі цієї фігури. Градієнт цього поля в будь-якій точці, що належить поверхні еліпсоїда, спрямований за нормаллю до неї і розташований у площині меридіанного перерізу. Оскільки точка місцеположення ЛА не належить поверхні Землі, то вектор градієнта нормального поля сили ваги g у цій точці не буде спрямований за лінією нормалі, опущеної з неї до поверхні земного еліпсоїда (вісь OH).

Разом з тим цей вектор буде розташований у площині меридіана точки O , тобто в площині NOH . Тоді, використовуючи потенційну функцію нормального поля тяжіння земного сфероїда, з точністю до членів порядку малості 10^{-4} співвідношення для проєкцій складових поля сили ваги g мають такий вигляд:

$$g_A = 0;$$

$$g_N = g \sin 2B + \frac{5}{2} g \sin^2 B \frac{H}{a} \left(\frac{e^2}{2} - 2g \right);$$

$$g_H = -g \left[1 - \frac{e^2}{2} \sin^2 B + \frac{3}{2} g \sin^2 B + e^4 \left(-\frac{1}{8} \sin^2 B + \frac{1}{32} \sin^2 2B \right) + \frac{H}{a} e^2 (3 \sin^2 B - 1) + e^2 g \left(-\frac{17}{28} \sin^2 B - \frac{5}{16} \sin^2 2B \right) - 2 \frac{H}{a} + 3 \frac{H^2}{a^2} \right],$$

де $g = 9,78049 \text{ м/с}^2$ – прискорення сили ваги на екваторі;

$a = 0,00346775$ – відношення відцентрової сили, обумовленої обертанням Землі, до сили ваги на екваторі.

При малих значеннях висоти ($H < 100 \text{ км}$) проєкції вектора g на осі NHE , якщо в них зберегти лише члени порядку малості 10^{-2} , взагалі мають простий вигляд:

$$g_E = 0;$$

$$g_N = 0;$$

$$g_H = -g \left(1 + 5,2884 \cdot 10^{-3} \sin^2 B \right) \left[1 - \frac{2H}{a} (1 - e \sin^2 B) \right].$$

При розв'язанні кінематичних рівнянь розраховуються проєкції NHE уявного прискорення ЛА на осі навігаційного тригранника NHE за показаннями акселерометрів зі зв'язаної з ЛА СК XYZ з використанням матриці напрямних косинусів B .

Матриця напрямних косинусів має такий вигляд:

$$B = \begin{bmatrix} \cos\psi \cos\vartheta & \sin\psi \sin\gamma - \cos\psi \sin\vartheta \cos\gamma & \sin\psi \cos\gamma + \sin\vartheta \sin\vartheta \cos\psi \\ \sin\vartheta & \cos\vartheta \cos\gamma & -\cos\vartheta \sin\gamma \\ -\sin\psi \cos\vartheta & \cos\psi \sin\gamma - \sin\psi \sin\vartheta \cos\gamma & \cos\psi \cos\gamma - \sin\psi \sin\vartheta \sin\gamma \end{bmatrix},$$

де кут рискання відрізняється від географічного курсу знаком, $\psi_r = -\psi$.

За елементами матриці B визначаються кути орієнтації ЛА:

$$\gamma = \arctg \left(\frac{-b_{23}}{b_{22}} \right) = \arcsin \left(\frac{-b_{23}}{\sqrt{1 - b_{21}^2}} \right) = \arccos \left(\frac{b_{22}}{\sqrt{1 - b_{21}^2}} \right);$$

$$\vartheta = \arctg \left(\frac{b_{21}}{\sqrt{b_{22}^2 + b_{33}^2}} \right) = \arcsin (b_{21}) = \arccos \left(\sqrt{1 - b_{21}^2} \right);$$

$$\psi = -\arctg \left(\frac{b_{31}}{b_{11}} \right) = \arcsin \left(\frac{-b_{31}}{\sqrt{1 - b_{21}^2}} \right) = \arccos \left(\frac{b_{11}}{\sqrt{1 - b_{21}^2}} \right).$$

Інший алгоритм отримання матриці напрямних косинусів припускає її формування безпосередньо за кутами γ , ϑ , ψ .

Кінематичні співвідношення між кутами γ , ϑ , ψ та проєкціями вектора абсолютної кутової швидкості на осі зв'язаної СК $\omega_{X\Sigma}$, $\omega_{Y\Sigma}$, $\omega_{Z\Sigma}$ можна одержати з рисунка 2.7, на якому показано перетворення навігаційної СК $OLR\Phi$ на зв'язану $OXYZ$ шляхом трьох поворотів: 1 – навколо осі OR ; 2 – навколо проміжної осі OZ^* ; 3 – навколо осі OX .

Очевидно, що кутові швидкості $\dot{\gamma}$, $\dot{\vartheta}$, $\dot{\psi}$, спрямовані вздовж відповідних осей, є складовими абсолютної кутової швидкості ЛА.

Проектуючи $\dot{\gamma}$, $\dot{\vartheta}$, $\dot{\psi}$ на осі зв'язаної СК, отримуємо:

$$\omega_{X\Sigma} = \dot{\gamma} + \dot{\psi} \sin \vartheta;$$

$$\omega_{Y\Sigma} = \dot{\vartheta} \sin \gamma + \dot{\psi} \cos \vartheta \cos \gamma;$$

$$\omega_{Z\Sigma} = \dot{\vartheta} \cos \gamma - \dot{\psi} \cos \vartheta \sin \gamma.$$

Розв'язуючи ці співвідношення, одержимо такі кінематичні рівняння:

$$\psi = (\omega_{Y\Sigma} \cos \gamma - \omega_{Z\Sigma} \sin \gamma) \sec \vartheta;$$

$$\gamma = \omega_{X\Sigma} + \operatorname{tg}(\omega_{Z\Sigma} \sin \gamma - \omega_{Y\Sigma} \cos \gamma);$$

$$\vartheta = \omega_{Y\Sigma} \cos \gamma + \omega_{Z\Sigma} \sin \gamma.$$

У свою чергу,

$$\omega_{Y\Sigma} = \omega_{y_{ЛА}} - \omega_{y_{NHE}};$$

$$\omega_{X\Sigma} = \omega_{x_{ЛА}} - \omega_{x_{NHE}};$$

$$\omega_{Z\Sigma} = \omega_{z_{ЛА}} - \omega_{z_{NHE}}.$$

де $\omega_{y_{ЛА}}$, $\omega_{x_{ЛА}}$, $\omega_{z_{ЛА}}$ – проєкції кутової швидкості ЛА відносно інерціального простору на осі зв'язаної СК, вимірювані датчиками кутових швидкостей;

$\omega_{y_{NHE}}$, $\omega_{x_{NHE}}$, $\omega_{z_{NHE}}$ – проєкції кутової швидкості навігаційного тригранника відносно інерціального простору на осі зв'язаної СК, які враховують проєкції кутової швидкості обертання Землі Ω_H , Ω_E , Ω_N і

складові відносної кутової швидкості навігаційного тригранника, що обумовлені рухом ЛА відносно Землі ω_{NV} , ω_{EV} , ω_{HV} .

Перевагою такого підходу до визначення кутів орієнтації ЛА (інтегруванням диференціальних рівнянь, що описують швидкості зміни кутів Ейлера, а не за арктангенсами відношення елементів матриці напрямних косинусів) є відсутність обмежень у $\pm 90^\circ$, що особливо важливо при визначенні курсу ЛА на віражах. Тривимірні матриці напрямних косинусів досить зручні для обчислень у бортовій ЦОМ. Однак формування матриці В з використанням тригонометричних функцій вимагає значних обчислювальних витрат.

Для визначення орієнтації ЛА можна використовувати не тільки напрямні косинуси, але і параметри Родріга – Гамільтона у формі кватерніонів. Перевага методу кватерніонів полягає в тому, що він дає змогу описувати перехід від однієї СК до іншої за допомогою всього лише чотирьох чисел, а не дев'яти напрямних косинусів. Кватерніонний метод ґрунтується на теоремі Ейлера, яка доводить, що будь-який поворот однієї СК відносно іншої можна подати як поворот на деякий кут навколо однієї нерухомої осі.

Запитання для самоконтролю

1. Опишіть узагальнену схему системи автоматичного управління з акселерометрами.
2. Опишіть узагальнену схему системи автоматичного управління з акселерометрами та вимірниками кутової швидкості об'єкта відносно його центра мас.
3. Опишіть узагальнену схему системи автоматичного управління з акселерометрами та вимірником кутового положення об'єкта в інерціальному просторі.
4. Опишіть типову схему побудови БНС.
5. Опишіть алгоритм роботи БНС у географічній системі координат.
6. Які альтернативні підходи можуть бути використані для визначення орієнтації ЛА?

Тема 3 ПОХИБКИ ІНЕРЦІАЛЬНОЇ НАВІГАЦІЇ

3.1 Основні джерела похибок ІНС

Вихідні похибки ІНС обумовлюються в основному такими складовими:

- методичними похибками, зокрема, похибками математичної моделі Землі, у тому числі моделі, що використовується для врахування впливу гравітаційного поля на покази інерційних чутливих елементів;
- похибками датчиків первинної інформації (ДПІ);
- похибками обчислень.

Методичні похибки ІНС виникають через спрощення кінематичних рівнянь інерціальної навігації. Спростувати кінематичні рівняння доцільно після того, як вибрані основні елементи ІНС (акселерометри та гіроскопи). Причому вибирати елементи ІНС можна після наближеного розрахунку похибок для найпростішого випадку однокомпонентної ІНС.

Спростувати кінематичні рівняння ІНС доцільно доти, доки методичні похибки, обумовлені цими спрощеннями, будуть порівнянні з зонами нечутливості або дрейфом нуля відповідних елементів.

Наприклад, обчислювати складові вектора відносного прискорення з точністю 10^{-6} g немає сенсу, якщо зони нечутливості акселерометрів ІНС лежать у межах $10^{-4} \dots 10^{-5}$ g, також нераціонально обчислювати кутові швидкості обертання вимірювальних осей приладового та навігаційного тригранників з точністю 10^{-7} 1/с, якщо значення власного дрейфу гіроскопічних елементів ІНС становить 10^{-6} 1/с.

Основною причиною методичних похибок ІНС є спрощення, пов'язані з математичною моделлю Землі, зокрема спрощення розрахунків радіусів кривизни земного сфероїда (еліпсоїда обертання), а для БІНС – спрощення математичної моделі прискорення сили ваги.

Для ІНС, побудованих на датчиках зниженої точності, зокрема встановлюваних на ЛА, які здійснюють політ протягом малого проміжку часу, можливим є навіть використання сферичної моделі Землі.

Найбільш вагомий внесок у вихідні похибки ІНС роблять датчики первинної інформації. Ось чому при створенні ІНС намагаються конструктивно зменшити величину похибок первинних датчиків.

Взагалі ж, кожен тип гіроскопа або акселерометра має свої джерела похибок з їх характерними компонентами і чисельними значеннями. Проте можна похибки будь-якого датчика задати деякою узагальненою моделлю, що якісно враховує залежності похибок від того або іншого збурювального фактора. Для конкретного типу гіроскопів і акселерометрів коефіцієнти в цих моделях повинні одержати відповідні чисельні значення, а частина членів, несуттєвих для приладів цього типу, можуть набути нульових значень.

Основними характерними джерелами похибок такого узагальненого датчика ІНС можна вважати:

- зону нечутливості;

- систематичний дрейф;
- похибку масштабного коефіцієнта;
- невиваженість вимірювальної осі (похибку юстирування);
- неортогональність осей чутливості;
- випадкове блукання нуля.

Багато складових вихідних похибок датчиків залежать від параметрів траєкторії об'єкта й умов роботи датчика, від рівня вібрації та температури. Тому більш детальний аналіз точнісних характеристик ІНС необхідно проводити з використанням їх математичних моделей похибок.

Вихідні похибки ІНС, пов'язані з похибками обчислень, обумовлюються похибками методів і алгоритмів реалізації обчислювальних процедур у бортовому цифровому обчислювачі. Вибір алгоритму обчислювальних процедур, який забезпечує для притаманних цьому типу ЛА характеристик кутового руху припустиме значення похибок обчислень з мінімальним завантаженням процесора бортового обчислювача, дає змогу суттєво зменшити похибки ІНС.

3.2 Інструментальні похибки БІНС

Інструментальні похибки БІНС визначаються похибками акселерометрів, вимірників кутової швидкості або кутового положення, а також похибками обчислювального пристрою. Звичайно, при застосуванні обчислювального пристрою досить високої точності похибки БІНС будуть визначатися головним чином похибками первинних вимірювальних приладів, що входять до складу системи.

Якщо акселерометри БІНС вимірюють прискорення a_x і a_y з похибками Δa_x і Δa_y , то зазвичай це призводить до похибки у визначенні координати $\Delta \lambda_y$.

Приладові значення зазначених параметрів (зі знаком «*»)

$$a_{\xi}^* = a_{\xi} + \Delta a_{\xi};$$

$$a_x^* = a_x + \Delta a_x;$$

$$a_y^* = a_y + \Delta a_y;$$

(3.1)

$$\lambda_y^* = \lambda_y + \Delta \lambda_y;$$

$$g'^* = g' + \Delta g'.$$

З урахуванням цих параметрів матимемо таке рівняння похибок:

$$\Delta\ddot{\lambda}_y + \frac{(a_\eta + g_0)}{R_3} \Delta\lambda_y = \frac{1}{R_3} [a_x \cos(\lambda_y - \vartheta') + a_y \sin(\lambda_y - \vartheta')]. \quad (3.2)$$

Ліва частина рівняння (3.2) є (при $a_\eta = 0$) рівнянням маятника Шулера, а права – збурювальним впливом.

Координата λ_y і кут ϑ' у процесі руху безперервно змінюються, тому права частина рівняння (3.2) буде теж змінною в часі.

Ураховуючи те, що при автоматичному управлінні рухом кут відхилення об'єкта від площини горизонту досить малий, а також вважаючи, що

$$\Delta a_x = \Delta a_y = \Delta a,$$

у першому наближенні одержимо

$$\Delta\ddot{\lambda}_y + \frac{(a_\eta + g_0)}{R_3} \Delta\lambda_y \cong \frac{\Delta a}{R_3}. \quad (3.3)$$

При $a_\eta = 0$, $\Delta a = const$ розв'язок рівняння (3.3) матиме вигляд

$$\Delta\lambda_y \cong \frac{\Delta a}{g_0} \left(1 - \cos \left(\sqrt{\frac{g_0}{R_3}} t \right) \right). \quad (3.4)$$

З виразу (3.4) видно, що похибка БІНС у визначенні координати $\Delta\lambda_y$, зумовлена похибкою акселерометрів, буде мати як сталу, так і змінну складові. Найбільше значення похибки не перевищить $\Delta\lambda_y \leq 2\Delta a$.

Графік залежності $\Delta\lambda(t)$, отриманий шляхом моделювання однокомпонентної БІНС за наявності постійних похибок акселерометрів, зображено на рисунку 3.1, а.

Якщо вимірник кутової швидкості об'єкта має похибку $\Delta\vartheta'$, то приладове значення кутової швидкості $\Delta\vartheta'^* = \vartheta' - \Delta\vartheta'$. При цьому зазвичай будуть мати місце похибки й у визначенні інших параметрів руху.

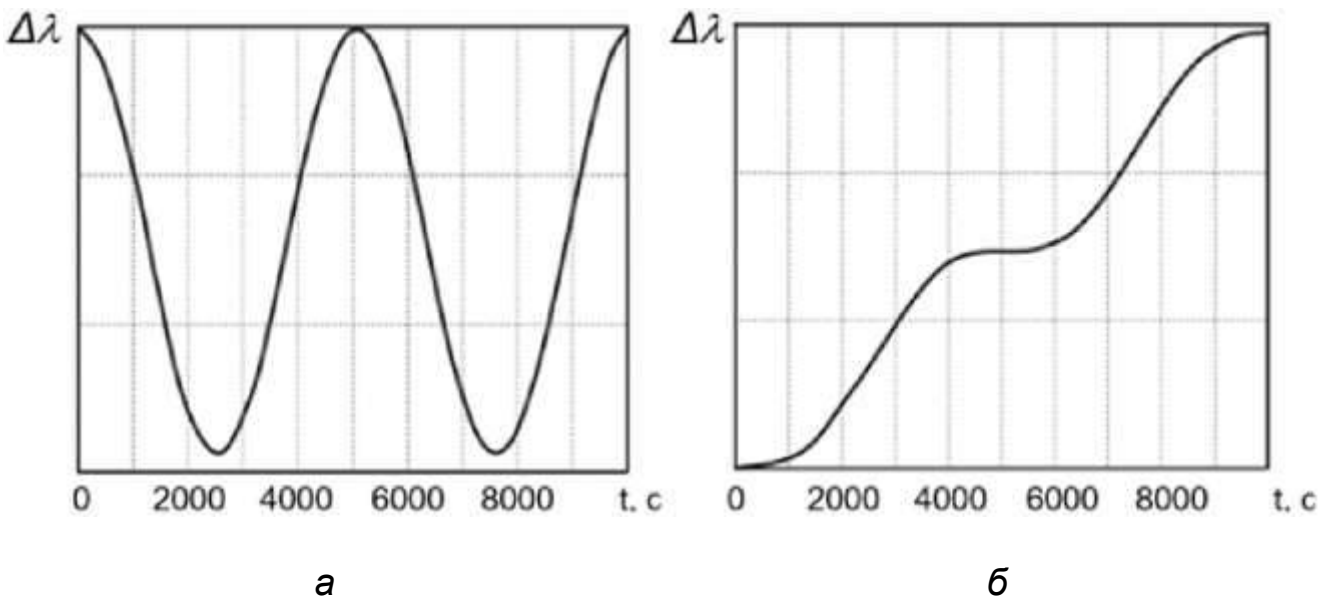


Рисунок 3.1 – Графіки змін похибок акселерометрів у часі

Якщо вважати похибку $\Delta g' = \Delta g_0'$, то $\Delta g' = \Delta g_{0t}'$, при цьому розв'язок рівняння (3.2) буде (при $a_n = 0$) таким:

$$\Delta \lambda_y = \Delta \dot{g}_0' \left(\sqrt{\frac{R_3}{g_0}} \sin \left(\sqrt{\frac{g_0}{R_3}} t \right) - t \right). \quad (3.5)$$

Як видно з виразу (3.4), похибка у визначенні координати λ_y , що зумовлена похибкою вимірника кутової швидкості, у першому наближенні має дві складові (рисунок 3.1, б), одна з яких збільшується пропорційно часу польоту

$$\Delta \lambda_{y0} = \Delta \dot{g}_0' t.$$

а інша змінюється з періодом маятника Шулера

$$\Delta \lambda_y = \Delta \dot{g}_0' \left(\sqrt{\frac{R_3}{g_0}} \sin \sqrt{\frac{g_0}{R_3}} t \right).$$

Графік залежності $\Delta \lambda(t)$, зображений на рисунку 3.1, б, отримано шляхом моделювання однокомпонентної БІНС за наявності постійної похибки вимірника кутової швидкості.

3.3 Оцінювання похибок обчислювальних алгоритмів БІНС

Для забезпечення роботи систем навігації та управління високошвидкісного об'єкта, яким є ЛА, в БІНС за показниками інерційних датчиків необхідно розраховувати і видавати поточні параметри орієнтації СК, зв'язаної з блоком ДПІ відносно опорної (навігаційної) СК, а також проєкції швидкості і координати центра мас ЛА в опорному базисі з частотою ~ 100 Гц.

При задаванні орієнтації зв'язаної СК відносно опорної СК можуть бути використані різні параметри: напрямні косинуси, кути Ейлера, компоненти векторів кінцевого повороту й орієнтації, параметри Родріга – Гамільтона, параметри Келі – Клейна та ін.

При використанні як датчиків первинної інформації БІНС датчиків кутової швидкості (ДКШ) первинна інформація про кутовий рух об'єкта виходить у вигляді послідовності квантованих за часом і за рівнем збільшень квазікоординат. Для визначення, наприклад, параметрів орієнтації географічної СК $OX_1Y_1Z_1$ відносно зв'язаної СК $OXYZ$ за інформацією такого виду можуть бути використані як класичні схеми числового інтегрування, так і різні алгоритми спеціального виду. Підходи до синтезу подібних обчислювальних алгоритмів також відрізняються розмаїтістю. Відомі способи, засновані на наближеному поданні матриці наведених вище диференціальних рівнянь, що зв'язують похідні параметрів орієнтації зі складовою кутової швидкості зв'язаної СК. До них варто віднести використання гіпотези про незмінність орієнтації вектора кутової швидкості на малих інтервалах часу, метод Пікара, метод степеневих рядів, метод невизначених коефіцієнтів та ін. Досить ефективний підхід до синтезу обчислювальних алгоритмів, що використовують як проміжні параметри орієнтації координати вектора орієнтації, заснований на побудові однокрокових та багатокрокових окремих розв'язків диференціального рівняння для вектора орієнтації.

Похибки обчислення параметрів орієнтації за допомогою наведених алгоритмів поділяються на такі:

- а) похибки через обмежену смугу пропускання обчислювального алгоритму;
- б) методичні похибки через обмеження порядку точності;
- в) похибки за рахунок квантування первинної інформації за рівнем;
- г) похибки округлення.

На рисунку 3.2 похибка обчислень побудована залежно від відношення частоти кутового руху до частоти інтегрування обчислювача в логарифмічному масштабі по обох осях.



Рисунок 3.2 – Графік залежності зміни похибки обчислень від відношення частоти кутового руху до частоти інтегрування обчислювача

У випадку, коли частота інтегрування менше частоти кутового руху, яку повинен відстежувати процес інтегрування, обчислювач працює в області обмеження смуги пропускання у верхній правій частині кривої. В цій області похибка не залежить від характеристик обчислювального процесу й обчислювача.

Якщо частота інтегрування збільшується порівняно з частотою кутового руху, то похибка обчислень переходить в область методичних похибок через обмеження порядку методу інтегрування. У цій області похибка обчислень залежить як від порядку методу інтегрування, так і від відношення частоти кутового руху до частоти інтегрування. Збільшення частоти інтегрування (зменшення кроку інтегрування h) впливає на зниження похибки обчислень.

Збільшення порядку методу числового інтегрування (підвищення порядку точності алгоритму) зменшує цю похибку обчислень, тому що при такому збільшенні графік похибки в цій області обертається навколо точки його перетину з графіком похибки в області обмеження смуги пропускання і нахил збільшується.

Нахил ліній похибки від обмеження порядку методу інтегрування n дорівнює порядку методу інтегрування (для методу четвертого порядку нахил дорівнює 4, а для методу прямокутників дорівнює 1).

Якщо частота інтегрування збільшується, то похибка обчислень переходить в область, де вона визначається рівнем квантування (вагою імпульсів виходу датчиків).

В області квантування похибка обчислень визначається рівнем квантування сигналів датчика і відношенням частоти кутового руху до частоти інтегрування, тобто залежить від характеру кутового руху. Похибки через квантування вихідних сигналів інтегровальних датчиків кутової

швидкості обумовлені ефектом некомутативності кінцевих поворотів й інваріантні до вибору алгоритму.

Нахил кривої похибки від квантування, побудованої залежно від відношення частот, дорівнює одиниці, величина похибки квантування при будь-якому відношенні частот пропорційна квадрату рівня квантування сигналу датчика. Якщо частота інтегрування ще більш збільшується порівняно з частотою кутового руху, то похибка обчислення переходить у четверту область – область округлення.

У цій області похибки обчислень залежать від способу подання чисел в обчислювачі, пропорційні частоті інтегрування і зворотно пропорційні довжині розрядної сітки обчислювача. Додавання одного розряду зменшує похибку округлення в два рази і не залежить від методу інтегрування та кутової швидкості руху об'єкта.

На рисунку 3.3 зображено залежність похибки обчислень від чотирьох параметрів, вибором яких може регулюватися величина цієї похибки:

- кількості розрядів;
- рівня квантування сигналів датчиків;
- методу інтегрування;
- кроку інтегрування.

Похибка та параметри, що дають змогу регулювати величину цієї похибки в різних областях, є незалежними. Тому всі чотири ділянки кривої похибок для конкретних варіантів застосування можуть вибиратися також незалежно одна від одної, ґрунтуючись на конкретних вимогах з тим, щоб отримати бажані характеристики обчислень.



Рисунок 3.3 – Графік залежності похибки обчислень від вибраних параметрів

При заданому характері кутового руху основи значення сумарної обчислювальної похибки БНС із ДКШ обумовлюється вибором алгоритму,

кроку інтегрування h , рівня квантування вихідних сигналів ДКШ ε і довжиною розрядної сітки r (кількість двійкових розрядів у поданні числа).

Порівняльна ефективність різних алгоритмів визначення параметрів орієнтації може бути встановлена шляхом зіставлення їх характеристик для тих самих типових рухів основи.

Наближена верхня оцінка для систематичної складової дрейфу, обумовлена квантуванням вихідних сигналів ДКШ за рівнем при кінчному русі основи, може бути подана у вигляді

$$|\omega_{др.к}| \leq \frac{\varepsilon}{\sqrt{2}} \delta\omega_0,$$

де ε – ціна кванту вихідного сигналу ДКШ.

Аналіз формул оцінювання складових дрейфу показує, що для кожного з обчислювальних алгоритмів при заданих параметрах кінчного руху основи δ , ω_0 і довжині розрядної сітки r є оптимальне значення кроку h , при якому досягається мінімальне значення сумарної швидкості дрейфу, обумовленого погрішностями обчислень.

Ці результати можуть бути корисні при обґрунтуванні вимог до характеристик бортової обчислювальної машини.

Природно, що вимоги до бортового обчислювача також визначаються складністю математичних моделей в алгоритмах процедур комплексування.

3.4 Інженерний аналіз похибок БНС

Досить часто виникає необхідність швидкого експрес-оцінювання похибок БНС, що розробляється на основі документації або технічних описів гіроскопів і акселерометрів. Рішення щодо вибору тих чи інших датчиків іноді доводиться приймати далеко від лабораторії і без можливості моделювання повної структури БНС, тому знання простих методів оцінювання похибок БНС є цінною інформацією. Нерідко у практиці проектування буває, що величина відхилення параметрів реально створеної системи від розрахункових має той самий порядок незалежно від того, чи це моделювання повних алгоритмів БНС, чи оцінювання за інженерними оцінними формулами.

Якщо розглядається варіант створення БНС на датчиках, виконаних за технологією МЕМС, то це унеможлиблює тривалий автономний режим роботи і врахування шулерівських, а тим більше добових коливань помилок.

Численні роботи з теорії БНС дають змогу оцінити похибки у визначенні параметрів орієнтації та навігації, викликані лише постійними (систематичними) похибками гіроскопів та акселерометрів, або оперують складними моделями похибок, далекими від інженерного аналізу.

Детальний опис похибок гіроскопів та акселерометрів наводиться тільки для опису структури фільтра Калмана при комплексуванні БІНС з іншими вимірювальними системами, а не для оцінювання вкладу у сумарну похибку БІНС. Щодо визначення впливу випадкових похибок на точність БІНС, то такі оцінки в літературі часто мають фрагментарний характер або відсутні зовсім.

3.5 Принцип побудови БІНС

БІНС – вимірювальна система, що визначає координати розташування рухомого об'єкта методом подвійного інтегрування складових прискорення, що діє на нього. Вирішення навігаційного завдання в інерціальних системах здійснюється автономними засобами, тобто на основі показань акселерометрів та гіроскопів, які конструктивно поєднуються в єдиний вузол – ІВБ. Він зазвичай містить три акселерометри і три гіроскопи з взаємно ортогональними вимірювальними осями, вимірює проекції векторів абсолютної кутової швидкості і прискорення на осі, пов'язаній з об'єктом системи координат.

На рисунку 3.4 показано випадок одноканальної БІНС під час руху об'єкта, з яким зв'язана система координат X_Y у північному напрямку у площині меридіана сферичної Землі. На борту об'єкта розташовані два акселерометри та один гіроскоп, який за своїми вимірювальними властивостями є датчиком кутової швидкості. На рисунку 3.4 введено також географічну систему координат, у якої вісь X_g направлена на північ, а Y_g – по вертикалі вгору.

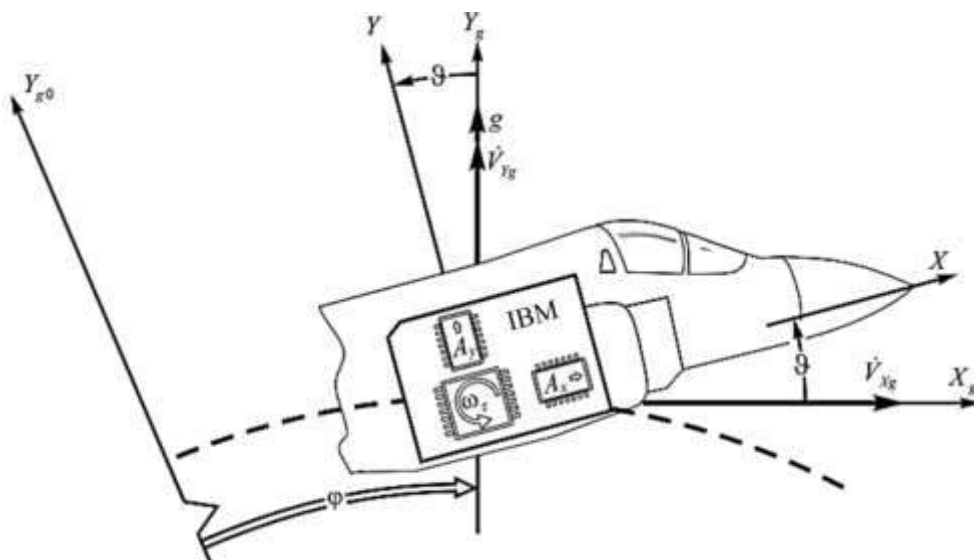


Рисунок 3.4 – Одноканальна БІНС

У разі ідеальних вимірювань акселерометри фіксуватимуть такі проекції уявного прискорення:

$$\begin{aligned} n_x &= \dot{V}_{X_g} \cos \vartheta + (g + \dot{V}_{Y_g}) \sin \vartheta; \\ n_y &= -\dot{V}_{X_g} \sin \vartheta + (g + \dot{V}_{Y_g}) \cos \vartheta, \end{aligned} \quad (3.6)$$

де V_{X_g}, V_{Y_g} – північна та вертикальна складова прискорення об'єкта в географічній системі координат X_g, Y_g .

Показання ідеального гіроскопа як датчика абсолютної кутової швидкості мають вигляд

$$\omega_z = -\dot{\varphi} + \dot{\vartheta}, \quad (3.7)$$

де $\dot{\varphi}, \dot{\vartheta}$ – кутові швидкості зміни широти й тангажа.

У північному каналі БІНС показання акселерометрів перераховуються із зв'язаної системи координат на вісь X_g географічної системи координат

$$n_{X_g} = n_x \cos \vartheta - n_y \sin \vartheta. \quad (3.8)$$

Підставляючи показання акселерометрів (3.6) у співвідношення (3.8), отримаємо рівність $n_{X_g} = \dot{V}_{X_g}$, тобто прискорення об'єкта у північному напрямку. Двічі інтегруючи прискорення \dot{V}_{X_g} , отримаємо автономно швидкість та широту розташування об'єкта:

$$V_{X_g} = \int_0^t n_{X_g} dt + V_{X_g}(t_0), \quad \varphi = \frac{1}{R} \int_0^t V_{X_g} dt + \varphi(t_0), \quad (3.9)$$

де R – радіус Землі; $V_{X_g}(t_0), \varphi(t_0)$ – початкові значення швидкості та широти. Перерахунок даних (3.8) можливий лише за наявності інформації про кут тангажа ϑ , що визначається з показань гіроскопа ω_z ,

$$\vartheta = \int_0^t (\omega_z + \dot{\varphi}) dt + \vartheta(t_0),$$

у якому попередньо скомпенсовану кутову швидкість переносного руху об'єкта $\dot{\varphi}$. Вирішення завдань навігації та орієнтації засноване на тому, що початкова інформація про координату $\varphi(t_0)$, швидкість $V_{X_g}(t_0)$ та кут тангажа $\vartheta(t_0)$ відома.

3.6 Модель похибок БІНС

У реальних умовах інформація про вектори прискорення і кутової швидкості, що задається, буде перекручуватися за рахунок немінучих інструментальних похибок акселерометрів і гіроскопів (рисунок 3.5).

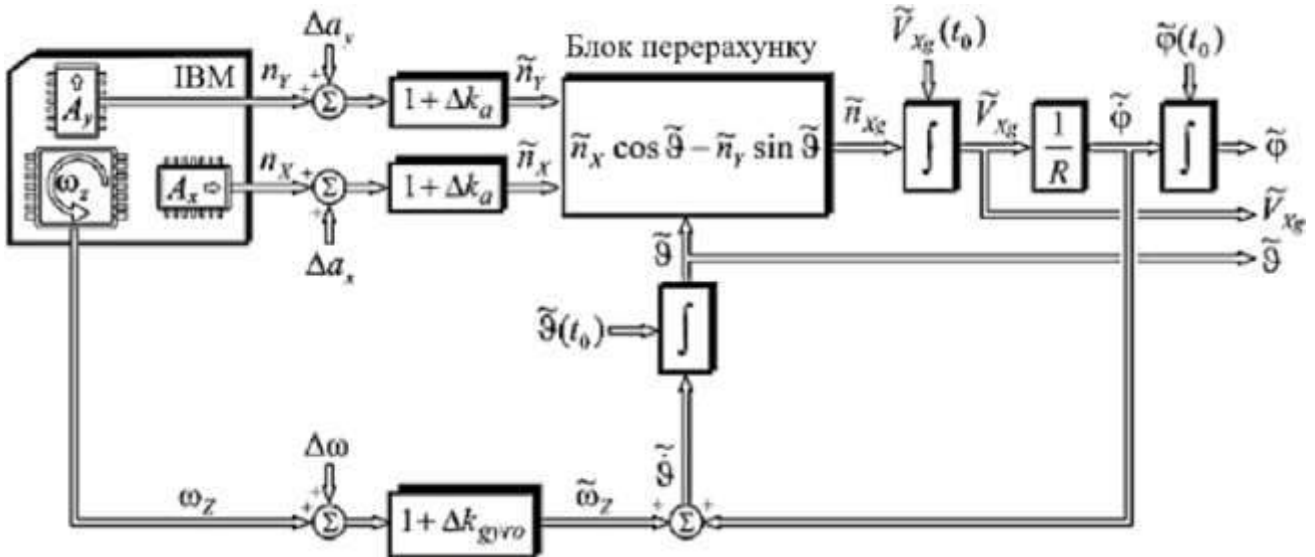


Рисунок 3.5 – Структурна схема північного каналу БІНС

Тому вихідні сигнали датчиків запишемо у вигляді

$$\begin{aligned} \tilde{n}_x &= (1 + \Delta k_a) \left[\dot{V}_{x_g} \cos \vartheta + (g + \dot{V}_{y_g}) \sin \vartheta + \Delta a_x \right], \\ \tilde{n}_y &= (1 + \Delta k_a) \left[-\dot{V}_{x_g} \sin \vartheta + (g + \dot{V}_{y_g}) \cos \vartheta + \Delta a_y \right], \\ \tilde{\omega}_z &= (1 + \Delta k_{gyro}) \left[-\dot{\varphi} + \dot{\vartheta} + \Delta \omega \right], \end{aligned} \quad (3.10)$$

де Δa_x , Δa_y , $\Delta \omega$ – похибки акселерометрів та гіроскопа відповідно;

Δk_a , Δk_{gyro} – похибки коефіцієнтів перетворення акселерометра та гіроскопа відповідно.

У співвідношеннях (3.10) і далі символом « \sim » відзначені величини, що містять похибки. Через похибки показання акселерометрів замість точних показань (3.8) перераховуватимуться в географічну систему координат за допомогою відхиленого від дійсного значення кута тангажа $\tilde{\vartheta}$:

$$\begin{aligned} \tilde{n}_{xg} = (1 + \Delta k_a) & \left[\dot{V}_{xg} \cos \vartheta + (g + \dot{V}_{yg}) \sin \vartheta + \Delta a_x \right] \cos \tilde{\vartheta} - \\ & - (1 + \Delta k_a) \left[-\dot{V}_{xg} \sin \vartheta + (g + \dot{V}_{yg}) \cos \vartheta + \Delta a_y \right] \sin \tilde{\vartheta}. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Вважаючи $g \gg \dot{V}_{yg}$ і з огляду на основні тригонометричні тотожності різниці кутів, співвідношення (3.11) набуде вигляду

$$\tilde{n}_{xg} = (1 + \Delta k_a) (\dot{V}_{xg} \cos \Delta \vartheta - g \cdot \sin \Delta \vartheta + \Delta a_x \cos \tilde{\vartheta} - \Delta a_y \sin \tilde{\vartheta}), \quad (3.12)$$

де $\Delta \vartheta = \tilde{\vartheta} - \vartheta$ – похибка у вимірюванні кута тангажа. Приймаючи кути $\Delta \vartheta$ і ϑ малими величинами і нехтуючи добутками похибок, співвідношення (3.12) наближено набуде вигляду

$$\tilde{n}_{xg} \approx \dot{V}_{xg} - g \Delta \vartheta + \Delta a_x + \Delta k_a \dot{V}_{xg}. \quad (3.13)$$

Таким чином, після перерахунку даних у географічну систему координат замість дійсного значення прискорення \dot{V}_{xg} буде отримано величину (3.13). Додаток до величини \dot{V}_{xg} у правій частині рівності (3.13) – це похибка визначення прискорення у північному напрямку

$$\Delta \dot{V}_{xg} = -g \Delta \vartheta + \Delta a_x + \Delta k_a \dot{V}_{xg}. \quad (3.14)$$

Похибка у визначенні координати (за пройденим шляхом) пов'язана з похибкою $\Delta \dot{V}_{xg}$ рівнянням

$$\Delta X = \Delta V_{xg}. \quad (3.15)$$

Знайдемо рівняння для похибки у визначенні кута тангажа. Відповідно до структурної схеми північного каналу БНС (див. рисунок 3.5) маємо

$$\tilde{\vartheta} = (1 + \Delta k_{gyro}) \tilde{\omega}_z + \tilde{\varphi} = (1 + \Delta k_{gyro}) (-\dot{\varphi} + \dot{\vartheta} + \Delta \omega) + \dot{\varphi} + \Delta \varphi. \quad (3.16)$$

Зазвичай $\dot{\varphi} \ll \dot{\vartheta}$, тоді, беручи до уваги рівність $\Delta \dot{\varphi} = \Delta V_{xg} / R$, диференціальне рівняння для похибки кута тангажа наближено набуде вигляду

$$\Delta \dot{\vartheta} = \Delta V_{X_g} / R + \Delta \omega + \Delta k_{gyro} \dot{\vartheta}. \quad (3.17)$$

Рівняння (3.17), (3.16) та (3.15) подамо в операторній формі

$$\begin{cases} s\Delta\vartheta(s) = \Delta V_{X_g}(s)/R + \Delta\omega(s) + \Delta\vartheta_0 + \Delta k_{gyro}\dot{\vartheta}(s); \\ s\Delta V_{X_g}(s) = -g\Delta\vartheta(s) + \Delta a_x(s) + \Delta V_{X_{g0}} + \Delta k_a \dot{V}_{X_g}(s); \\ s\Delta X(s) = \Delta V_{X_g}(s) + \Delta X_0, \end{cases} \quad (3.18)$$

де s – аргумент у перетворенні Лапласа;

$\Delta\vartheta_0$, $\Delta V_{X_{g0}}$, ΔX_0 – похибки введення початкових значень кута тангажа, швидкості та координати відповідно.

Розв'язуючи систему операторних рівнянь (3.18), отримуємо зображення похибок кута тангажа, швидкості та координати:

$$\Delta\vartheta(s) = \frac{\Delta V_{X_{g0}} + \Delta a_x(s) + \Delta k_a \dot{V}_{X_g}(s)}{R(s^2 + \omega_0^2)} + \frac{s(\Delta\vartheta_0 + \Delta\omega(s) + \Delta k_{gyro}\dot{\vartheta}(s))}{s^2 + \omega_0^2},$$

$$\Delta V_{X_g}(s) = \frac{s(\Delta V_{X_{g0}} + \Delta a_x(s) + \Delta k_a \dot{V}_{X_g}(s))}{s^2 + \omega_0^2} - \frac{g(\Delta\vartheta_0 + \Delta\omega(s) + \Delta k_{gyro}\dot{\vartheta}(s))}{s^2 + \omega_0^2}, \quad (3.19)$$

$$\Delta X(s) = \frac{\Delta X_0}{s} + \frac{\Delta V_{X_{g0}} + \Delta a_x(s) + \Delta k_a \dot{V}_{X_g}(s)}{s^2 + \omega_0^2} - \frac{g(\Delta\vartheta_0 + \Delta\omega(s) + \Delta k_{gyro}\dot{\vartheta}(s))}{s(s^2 + \omega_0^2)},$$

де $\omega_0 = \sqrt{g/R}$ – частота Шулера (якщо прийняти $g = 9,81$ м/с², $R = 6371$ км, то $\omega_0 = 0,00124$ с⁻¹).

За допомогою операторних рівнянь (3.19) можна проаналізувати похибки північного каналу БНС, спричинені інструментальними похибками гіроскопа та акселерометрів.

3.7 Вплив систематичних похибок

Систематичні похибки акселерометра $\Delta a_{сум}$ (гіроскопа $\Delta\omega_{сум}$) зазвичай відрізнятимуться від систематичної похибки іншого екземпляра акселерометра (гіроскопа) цього типу, або відрізнятимуться від запуску до запуску. Внаслідок чого для групи однотипних акселерометрів (гіроскопів)

систематичні похибки найчастіше розглядаються як випадкові величини із середньоквадратичними відхиленнями $\sigma_{сисм}^{акс}$ і $\sigma_{сисм}^{зиро}$.

Нехай $\Delta a_{сисм}$, $\Delta \omega_{сисм}$ – постійні систематичні похибки акселерометра та гіроскопа відповідно, тоді їх зображення мають вигляд

$$\Delta a_x(s) = \Delta a_{сисм}/s; \tag{3.20}$$

$$\Delta \omega(s) = \Delta \omega_{сисм}/s.$$

Підставляючи рівняння (3.19) у рівняння (3.20) і переходячи від зображень до оригіналів, отримаємо

$$\Delta g = \frac{\Delta a_{сисм}}{g} (1 - \cos \omega_0 t) + \frac{\Delta \omega_{сисм}}{\omega_0} \sin \omega_0 t;$$

$$\Delta V_{X_g} = \frac{\Delta a_{сисм}}{\omega_0} \sin \omega_0 t - R \Delta \omega_{сисм} (1 - \cos \omega_0 t); \tag{3.20}$$

$$\Delta X = \frac{\Delta a_{сисм}}{\omega_0^2} (1 - \cos \omega_0 t) + \frac{R \Delta \omega_{сисм}}{\omega_0} (\sin \omega_0 t - \omega_0 t).$$

Розв'язки (3.20) показують внесок постійних систематичних похибок гіроскопів та акселерометрів у похибки БІНС. Розкладемо в розв'язках (3.20) множники, що містять тригонометричні функції, в статичні ряди, і утримаємо в них по одному члену. Переходячи від абсолютних значень до середньоквадратичних відхилень, отримаємо внесок систематичних похибок гіроскопів на короткому інтервалі часу (0–10 хв):

$$\sigma_{\Delta g}^{зиро}(t) \approx \sigma_{сисм}^{зиро} t, \quad \sigma_{\Delta V}^{зиро}(t) \approx \frac{g \cdot \sigma_{сисм}^{зиро} t^2}{2}, \quad \sigma_{\Delta X}^{зиро}(t) \approx \frac{g \cdot \sigma_{сисм}^{зиро} t^3}{6}. \tag{3.21}$$

З наближених рівнянь (3.21) випливає, що похибка кута тангажа на короткому інтервалі часу збільшується пропорційно до часу, швидкості – квадрату часу, координати – кубу часу.

Наприклад, якщо $\sigma_{сисм}^{зиро} = 5^{\circ}/год$, то СКВ похибок БІНС за час автономної роботи 3 хв будуть мати такі значення:

$$\sigma_{\Delta g}^{zipo}(180) = \frac{5 \cdot 180}{3600} = 0,25 \text{ }^\circ;$$

$$\sigma_{\Delta V}^{zipo}(180) = \frac{9,8 \cdot \frac{5}{3600} \cdot \frac{\pi}{180}}{2} \cdot 180^2 = 3,85 \text{ м/с};$$

$$\sigma_{\Delta X}^{zipo}(180) = \frac{9,8 \cdot \frac{5}{3600} \cdot \frac{\pi}{180}}{6} \cdot 180^3 = 231,14 \text{ м.}$$

Аналогічно отримуємо співвідношення для оцінки вкладу систематичних похибок акселерометрів у СКВ похибок БІНС:

$$\sigma_{\Delta g}^{акс}(t) \approx \frac{\sigma_{сисм}^{акс} t^2}{2R}, \quad \sigma_{\Delta V}^{акс}(t) \approx \sigma_{сисм}^{акс} t, \quad \sigma_{\Delta X}^{акс}(t) \approx \frac{\sigma_{сисм}^{акс} t^2}{2}. \quad (3.22)$$

Через наявність у знаменнику першої наближеної рівності (3.22) радіуса Землі R можна вважати, що похибки акселерометрів не впливають на похибки по кутах орієнтації (в цьому випадку по куту тангажа), тобто $\sigma_g^{акс}(t) \approx 0$. Якщо систематична похибка акселерометра становить $\sigma_{сисм}^{акс} = 10^{-4} g \approx 10^{-3} \text{ м/с}^2$, то похибки БІНС будуть такими:

$$\sigma_{\Delta V}^{акс}(180) = 10^{-3} \cdot 180 = 0,18 \text{ м/с}, \quad \sigma_{\Delta X}^{акс}(180) = \frac{10^{-3} \cdot 180^2}{2} = 16,2 \text{ м.}$$

Запитання для самоконтролю

1. Перелічіть основні джерела похибок інерціальної навігації, наведіть приклади.
2. У чому полягають особливості інструментальних похибок БІНС?
3. У чому полягають особливості оцінювання похибок обчислювальних алгоритмів БІНС? Наведіть приклади похибок обчислень.
4. Як систематичні похибки впливають на роботу інерціальних систем?

Тема 4 КАЛІБРУВАННЯ БІНС

4.1 Діапазон вимірювань

Діапазон вимірювань визначає максимальне та мінімальне значення частоти, яке може надходити на вхід гіроскопа. Вимірюваних діапазонів зазвичай кілька, і може бути обраний один з них.

При перевищенні цих меж гіроскоп переходить у стан насичення. Наприклад, при виборі значення 250 °/с зі швидкістю обертання 260 °/с відбудеться насичення, і на виході датчика буде значення 250 °/с.

4.2 Чутливість (Sensitivity, mV/dps або mdps/LSB)

Для аналогового гіроскопа чутливість визначає, скільком мілівольтам на виході відповідає кутова швидкість 1 °/с на вході. Використовуючи цей параметр, користувач може перевести вихід гіроскопа з напруги на кутову частоту. Для цифрового гіроскопа чутливість визначає, скільки градусів на секунду на вході відповідають молодшому біту (LSB) на виході. Також чутливість може бути використана для обчислення кутової швидкості.

4.3 Нелінійність (Non linearity, відсоток від FS)

В ідеалі значення на виході гіроскопа пропорційно значенню на вході, тобто залежність між входом та виходом – лінійна. На практиці вона нелінійна, а значення нелінійності визначає максимальне відхилення реального вихідного сигналу від сигналу в лінеаризованій моделі.

У документації гіроскопа нелінійність вказується як кількість відсотків від вибраного діапазону. Наприклад, якщо вибраний діапазон ± 250 °/с, а значення нелінійності дорівнює 0,2 %, то максимальна помилка, викликана лінеаризацією, дорівнюватиме $250 \times 0,002 = 0,5$ °/с.

4.4 Зміщення нуля (Zero-rate level, V або LSBs) і його дрейф

Якщо гіроскоп нерухомий, то на його виході все ж таки сигнал не буде строго нульовим. Це ненульове значення можна розглядати як суму двох величин. Перша з цих величин називається «зміщенням нуля», вона постійна, тобто не залежить від часу і температури, тому її можна компенсувати за рахунок зміни в електронній схемі або під час цифрового оброблення сигналу. Другу компоненту зміщення неможливо компенсувати, оскільки вона змінюється в часі, ця компонента називається «дрейфом зміщення нуля». Усунення дрейфу є складним технічним завданням, яке все ж таки можна вирішити паралельним застосуванням вимірників, заснованих на інших принципах дії.

4.5 Щільність шуму (Rate noise density, dps/(Hz) 1/2)

На виході гіроскопа завжди є шум, навіть коли на вхід нічого не подається. Шум також вимірюється у градусах за секунду. Шум можна визначити як функцію частоти. В цьому випадку говорять про щільність шуму, яка виражається в градусах, віднесених до кореня із ширини діапазону частот, наприклад, $1 \text{ }^\circ/\sqrt{\text{Гц}}$. Шум може бути описаний за допомогою параметра, що називається Angle random walk (ARW).

ARW визначає середнє відхилення (або помилку), яке має місце при інтегруванні вихідного сигналу (часто гіроскоп використовується для вимірювання кута повороту, для чого необхідно інтегрувати вихід). Це відхилення з'являється виключно через шум на виході гіроскопа і збільшується зі збільшенням часу інтегрування, що вносить певні обмеження щодо можливостей вимірювання кута.

Вплив шуму можна продемонструвати, якщо інтегрувати вихід гіроскопа, на вхід якого нічого не подається. Через шум значення вихідного сигналу буде іноді більше нуля, а іноді менше нуля, що в середньому може давати на виході сигнал, досить близький до нуля. Але оскільки білий шум описується гаусовим розподілом, інтеграл від цієї величини може містити компоненту, яка дасть на виході регресію, тобто поступове збільшення або зменшення вихідної величини.

Якісно цю ситуацію можна проілюструвати результатом моделювання, зображеним на рисунку 4.1.

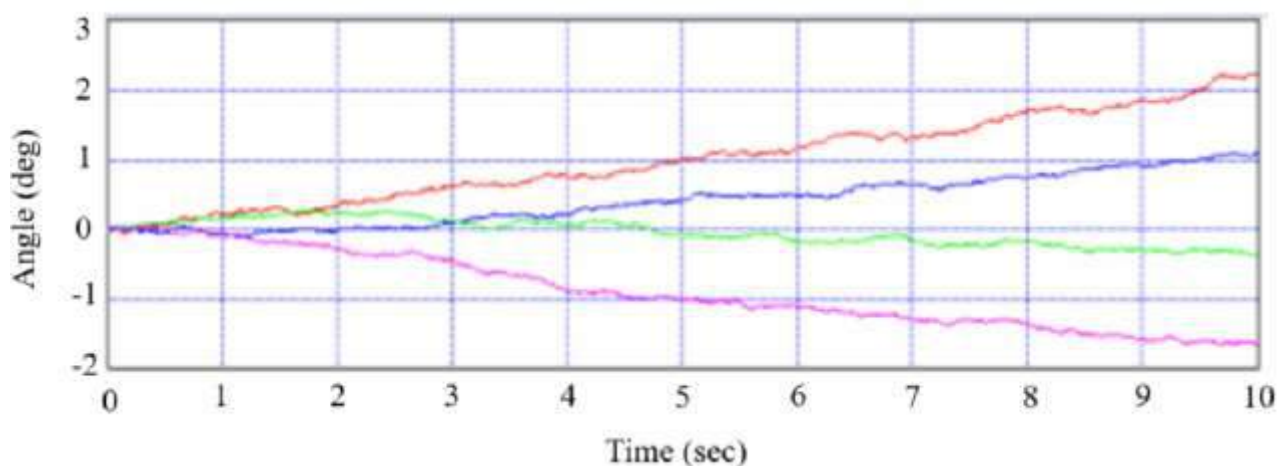


Рисунок 4.1 – Приклад результату вимірювання кута повороту гіроскопа (результати моделювання)

4.6 Частота зчитування сигналу (Output data rate, Hz) та смуга пропускання системи (System bandwidth, Hz)

Частота, з якою оновлюються дані на виході гіроскопа, називається частотою зчитування. Чим більше це значення, тим більший шум.

Смуга пропускання системи визначає частоту зміни кутової швидкості, яку може зафіксувати гіроскоп. Якщо потрібна вузла смуга пропускання, можна використовувати вбудований фільтр низьких частот (якщо він є). У цифрових гіроскопах для використання ФНЧ необхідно змінити значення одного з регістрів.

Для дослідження випадкових похибок гіроскопів широко застосовуються такі методи аналізу:

- частотні методи аналізу спектральної щільності потужності (Power Spectral Density (PSD));
- часові методи аналізу за варіаціями Аллана (Allan Variance (AVAR)).

Спектральна щільність потужності $S(\omega)$ визначається як одностороннє перетворення Фур'є від кореляційної функції $K(\tau)$

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

та характеризує розподіл потужності випадкового сигналу за частотами.

Варіація Аллана – це метод аналізу часових послідовностей визначення характеристик шумів у функції усередненого часу.

Варіація Аллана визначається в такий спосіб. Береться запис вихідного сигналу гіроскопа на нерухомій основі, куди входять M відліків, кожен із яких має тривалість T_0 . Довжина запису відповідно MT_0 . Далі визначається кут, накопичений унаслідок інтегрування:

$$\theta_m = \int_0^{mT_0} \omega(t) dt. \quad (4.1)$$

Розмір варіації Аллана розраховується за формулою

$$\sigma^2(nT_0) = \frac{1}{2(M-2n)(nT_0)^2} \sum_{M=1}^{M-2n} (\theta_{M+2n} - 2\theta_{M+n} + \theta_m), \quad (4.2)$$

де $n = 1, 2, 3, \dots, n_{max} \leq (M-1)/2$.

Найчастіше визначається не варіація Аллана, а відхилення Аллана (Allan Deviation) $\sigma^2(nT_0)$, тобто корінь квадратний із варіації Аллана. При цьому по осі абсцис відкладається десятковий логарифм середнього часу $\tau = nT_0$, а по осі ординат – десятковий логарифм варіації Аллана. Далі здійснюється аналіз нахилу різних ділянок кривої відхилення Аллана, за

якими роблять висновки про наявність різних складових похибки гіроскопа (рисунок 4.2).

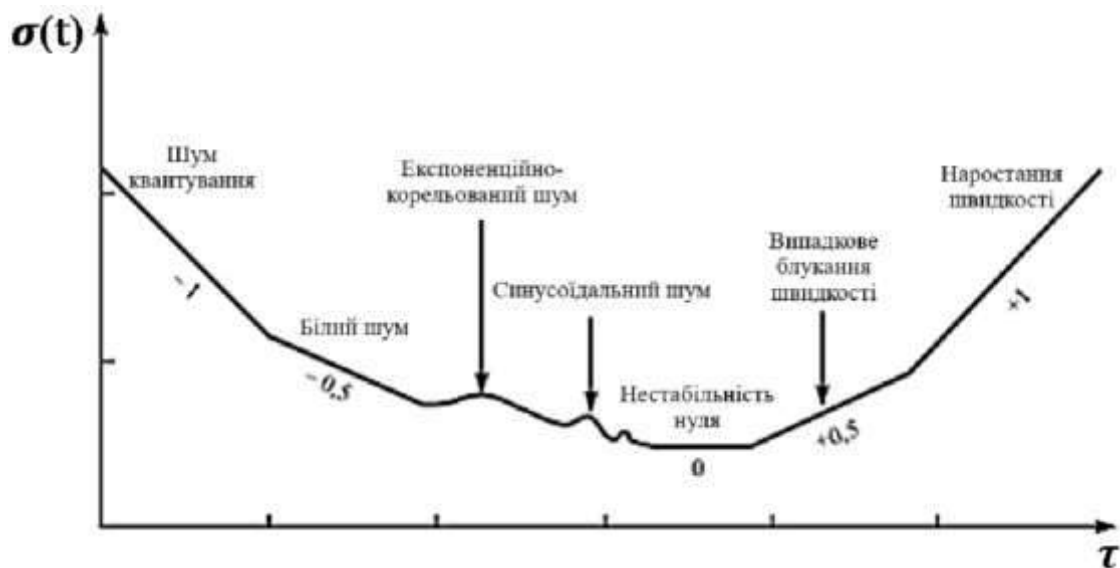


Рисунок 4.2 – Загальний вигляд кривої відхилення Аллана

4.7 Систематичні похибки

Систематичну похибку усунення нуля записують найчастіше так:

$$\varepsilon_S = \varepsilon_{SB} + \varepsilon_{SA}, \quad (4.3)$$

де ε_{SB} – основна (Basic) систематична похибка; ε_{SA} – додаткова (Additional) систематична похибка.

Основна систематична похибка цього гіроскопа зазвичай відрізнятиметься від систематичної похибки іншого екземпляра гіроскопа цього ж типу, внаслідок чого для групи однотипних гіроскопів основна систематична похибка може розглядатись як випадкова похибка, постійна в цьому запуску.

Постійна систематична похибка виникає після увімкнення гіроскопа і може бути описана випадковою величиною з нульовим середнім та дисперсією σ_S^2 . Постійне зміщення підпорядковується очевидному диференціальному рівнянню:

$$\dot{\varepsilon}_{SB} = 0. \quad (4.4)$$

Постійне зміщення нуля оцінюється в процесі калібрування і виключається з показань гіроскопа при його функціонуванні.

Якщо у вихідному сигналі гіроскопа є синусоїдальна похибка $A\sin(2\pi f_0 t)$ (A , f_0 – амплітуда і частота відповідно), то вона може бути виявлена за варіацією (відхиленням) Аллана (рисунок 4.3).

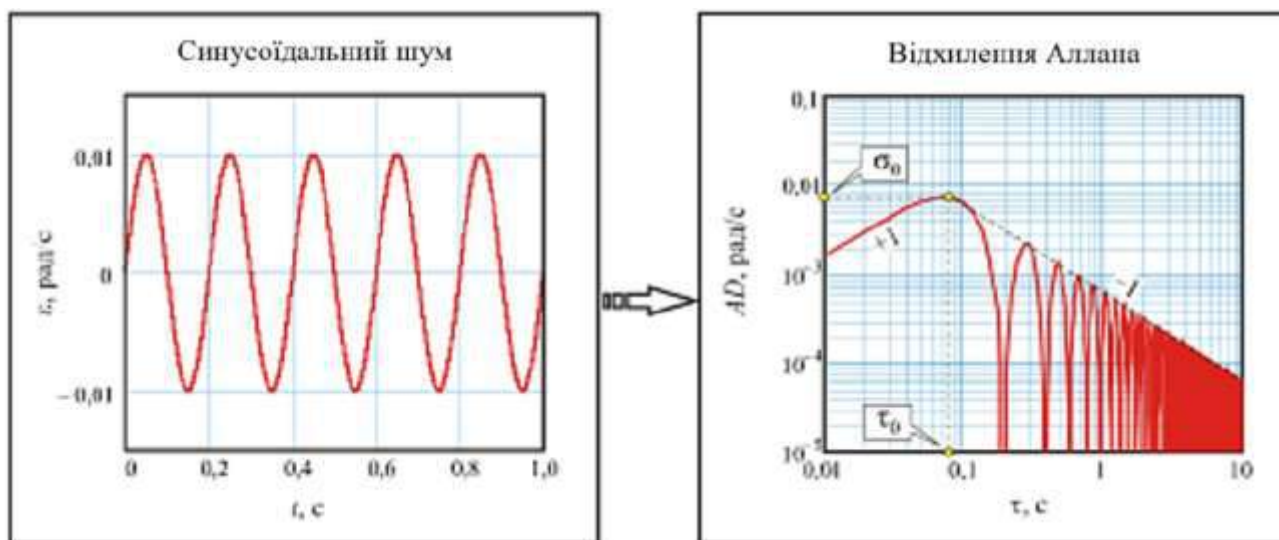


Рисунок 4.3 – Відхилення Аллана синусоїдального сигналу

Якщо визначення амплітуди та частоти за спектральною характеристикою є очевидним, то розрахунок цих параметрів за відхиленням Аллана (див. рисунок 4.2) проводиться таким чином. Визначається максимальне значення кривої відхилення Аллана σ_0 та знаходиться відповідне для нього значення середнього часу τ_0 .

Тоді амплітуда та частота розраховуються за формулами

$$A = \frac{\sigma_0}{0,725} \approx 0,01 \frac{\text{рад}}{\text{с}}, \quad f_0 = \frac{0,371}{\tau_0} \approx 5 \text{ Гц.}$$

При розрахунку амплітуди та частоти величини 0,725 та 0,371 є фіксованими.

Додаткові похибки гіроскопів викликаються чутливістю до зміни зовнішніх факторів (Environment), до яких належать:

- чутливість до прискорень $\varepsilon_{SA\alpha}\alpha$, де $\varepsilon_{SA\alpha}$ – коефіцієнт чутливості гіроскопа до прискорення щодо відповідної осі, [(рад/с)/(м/с²)] або [(рад/с)/g], α – прискорення [м/с²];
- чутливість до зміни температури $\varepsilon_{SA t}\Delta t$, де $\varepsilon_{SA t}$ – коефіцієнт чутливості гіроскопа до зміни температури, [(рад/с)/K] або [(рад/с)/°C], Δt – величина відхилення температури від нормальної [K], [°C];

– чутливість до вібрацій $\varepsilon_{SA\nu} \nu$, де $\varepsilon_{SA\nu}$ – коефіцієнт чутливості гіроскопа до частоти вібрації, $[(\text{рад/с})/(\text{с}^{-1})]$ або $[(\text{рад/с})/\text{Гц}]$, ν – частота вібрації $[\text{с}^{-1}]$, $[\text{Гц}]$.

4.8 Випадкові похибки

Випадкові похибки гіроскопів подаються у вигляді

$$\varepsilon_R = \varepsilon_{WN} + \varepsilon_{BI} + \varepsilon_{RRW} + \varepsilon_M, \quad (4.5)$$

де ε_{WN} – білий шум (White Noise); ε_{BI} – нестабільність нуля (Bias Instability); ε_{RRW} – випадкове блукання кутової швидкості (Random Rate Walk); ε_M – експоненційно-корельований (марківський) шум (Markov noise).

4.9 Білий шум

Термін «білий шум» (White Noise) походить від аналогій з білим світлом, яке містить електромагнітні хвилі на всіх частотах видимого діапазону, так і білий шум теоретично включає коливання сигналу на всіх частотах. Теоретична спектральна щільність потужності білого шуму є сталою на всіх частотах.

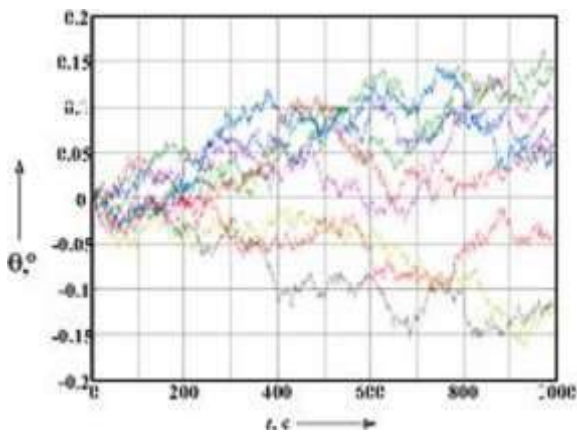
Вихідний сигнал гіроскопа схильний до різних збурень. Якщо сигнал гіроскопа приймається у дискретні моменти часу з періодом дискретизації T_0 , то шум гіроскопа може бути описаний білою послідовністю (дискретним білим шумом) з нульовим середнім $M[\varepsilon_{WN}] = 0$, причому біла послідовність, на відміну від безперервного білого шуму, має кінцеву дисперсію σ_{WN}^2 .

Отже, при інтегруванні шуму типу білої послідовності виникає випадкова похибка у визначенні кута повороту об'єкта з нульовим середнім і СКВ:

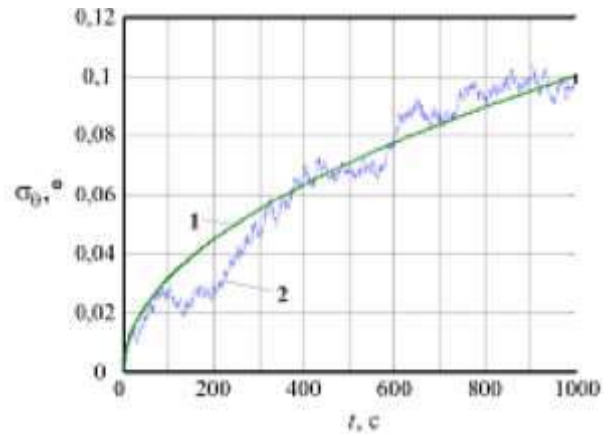
$$\sigma_\theta(t) = \sigma_{WN} \sqrt{T_0 \cdot t}, \quad (4.6)$$

яке збільшується пропорційно до кореня квадратного від часу. Вираз (4.6) показує процес накопичення СКВ кута $\sigma_\theta(t)$ внаслідок інтегрування за час t білої послідовності з періодом дискретизації T_0 .

На рисунку 4.4, а показано результат інтегрування десяти реалізацій білої послідовності зі СКВ 0,1 %/с, а також змінення СКВ кута з часом, де крива 1 побудована відповідно до виразу (4.6), а крива 2 – СКВ безлічі реалізацій, зображених на рисунку 4.4, а.



а



б

Рисунок 4.4 – Інтегрування білої послідовності зі СКВ 0,01 °/С:
 а – результат інтегрування десяти реалізацій білої послідовності;
 б – залежність СКВ накопичення кута від часу

Зазвичай у технічних описах до гіроскопів вказуються параметри не самого білого шуму, а випадкового процесу, отриманого внаслідок інтегрування білого шуму. Такий випадковий процес називається вінерівським випадковим процесом (Wiener Random Process) (див. рисунок 4.4, а).

Для характеристики білого шуму використовується величина, яка називається випадковим блуканням кута (Angle Random Walk (ARW)), вона визначається таким чином:

$$ARW = \sigma_{WN} \sqrt{T_0}. \quad (4.7)$$

З урахуванням (4.6) співвідношення (4.7) можна подати у вигляді

$$\sigma_\theta(t) = ARW \sqrt{t}. \quad (4.8)$$

Іншими характеристиками шуму є спектральна густина потужності шуму (Power Spectral Density (PSD)) (розмірність $(^\circ/\text{год})^2/\text{Гц}$, $(^\circ/\text{с})^2$) або швидке перетворення Фур'є (Fast Fourier Transform (FFT)) (розмірність $(^\circ/\text{год})/\sqrt{\text{Гц}}$, $(^\circ/\text{с})/\sqrt{\text{Гц}}$). Для того щоб знайти випадкове блукання кута спектральної щільності шуму S або швидкого перетворення Фур'є FFT, необхідно скористатися такими формулами:

$$ARW \left[^\circ/\sqrt{\text{год}} \right] = \frac{1}{60} \sqrt{S \left[(^\circ/\text{год})^2/\text{Гц} \right]}; \quad (4.9)$$

$$ARW \left[\text{°}/\sqrt{\text{год}} \right] = \frac{1}{60} FFT \sqrt{\left[\left(\text{°}/\text{год} \right) / \Gamma \text{ц} \right]}. \quad (4.10)$$

Якщо відома ефективна смуга пропускання гіроскопа BW (Bandwidth) та стандартне відхилення σ_{WN} шуму, то випадкове блукання кута визначається виразом

$$ARW \left[\text{°}/\sqrt{\text{год}} \right] = \frac{1}{60} \sigma_{WN}^2 \left[\text{°}/\text{год} \right] \cdot \frac{1}{\sqrt{BW \left[\Gamma \text{ц} \right]}}. \quad (4.11)$$

Критерієм відсутності білого шуму у вихідному сигналі гіроскопа є прямолінійна ділянка з нахилом $-0,5$ на кривій відхилення Аллана (рисунок 4.5).

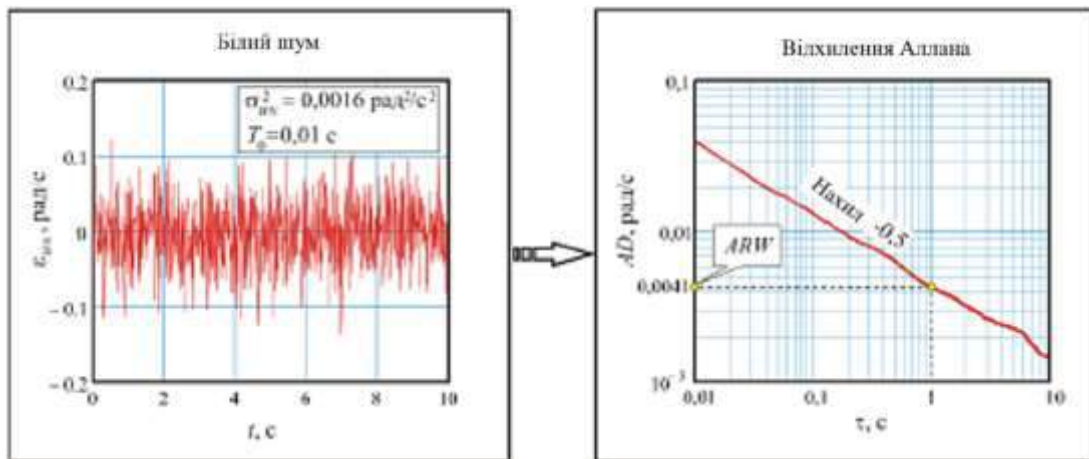


Рисунок 4.5 – Білий шум та його відхилення Аллана

За кривою відхилення Аллана легко відшукується випадкове блукання кута (ARW), що визначається як значення відхилення Аллана при $T = 1 \text{ с}$. На рисунку 4.5 показано дискретний білий шум, що має дисперсію $\sigma_{WN}^2 = 0,0016 \text{ рад}^2/\text{с}^2$, що надходить з періодом дискретизації $T_0 = 0,01 \text{ с}$. На основі аналізу кривої Аллана отримано значення випадкового блукання кута $ARW = 0,0041 \text{ рад}/\sqrt{\text{с}}$.

Проте слід пам'ятати, що точність визначення параметрів випадкового процесу залежить від довжини запису.

4.10 Нестабільність нуля

Нестабільність нуля зазвичай пов'язують із шумом в електронних компонентах знімання та оброблення інформації гіроскопів, так званим фліккер-шумом (Flicker noise), що має спектральну щільність

$$S(\omega) = \begin{cases} \frac{B^2}{2\pi\omega}, & \text{при } \omega \leq \omega_0; \\ 0, & \text{при } \omega > \omega_0, \end{cases} \quad (4.12)$$

де ω_0 – гранична частота; B – коефіцієнт нестабільності нуля.

Спектральна щільність флікер-шуму обернено пропорційна частоті, і цей шум є універсальним типом флуктуацій. Загальної теорії такого шуму немає, але більшість дослідників використовують підхід, заснований на дробовому інтегруванні спектра білого шуму. Ідея такого підходу полягає в тому, що якщо білий шум $\omega(t)$ зі спектральною щільністю $S(\omega) = S_0$ проінтегрувати m разів, то утворюється випадковий процес зі спектральною щільністю

$$S_\omega = \frac{S_0}{\omega^{2m}}. \quad (4.13)$$

Якщо вважати, що $2m = 1$, то

$$S_\omega^{1/2} = \frac{S_0}{\omega}, \quad (4.14)$$

що і є необхідним спектром із зворотною залежністю від частоти. Умова $2m = 1$ відповідає інтегралу половинного порядку від $\omega(t)$. Таким чином, якщо білий шум пропустити через фільтр із передавальною функцією

$$H(s) = \frac{1}{S_\omega^{1/2}}, \quad (4.15)$$

то флуктуації на виході фільтра матимуть спектр флікер-шуму.

У такому разі цей гіпотетичний фільтр виконує роль інтегратора дробового порядку (рисунок 4.6).

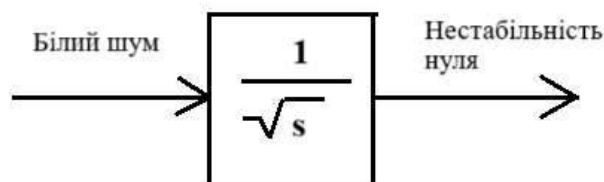


Рисунок 4.6 – Модель формування нестабільності нуля

Коефіцієнт нестабільності нуля гіроскопа B визначається за кривою відхилення Аллана, що має ділянку з нульовим нахилом (рисунок 4.7).

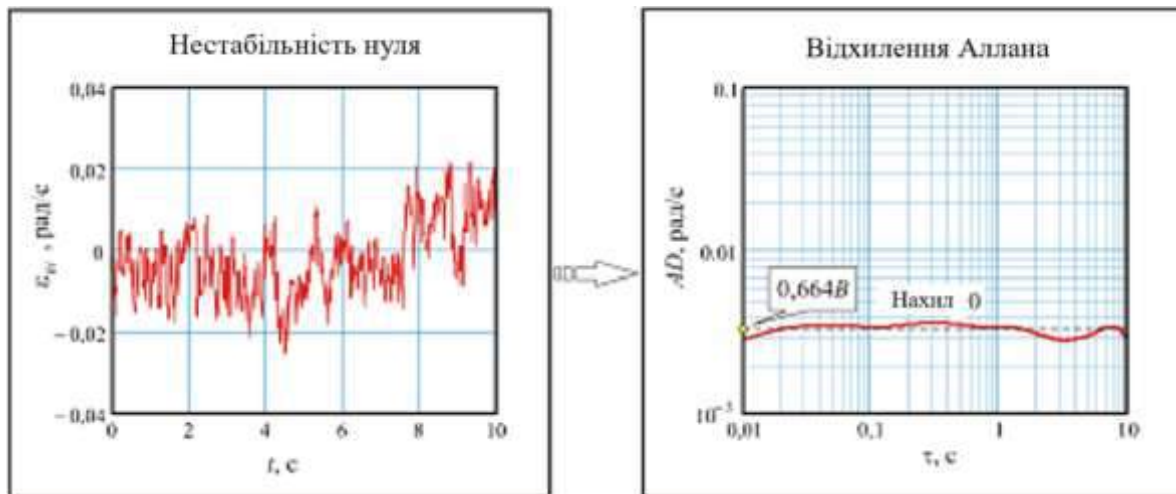


Рисунок 4.7 – Нестабільність нуля та його відхилення Аллана

Величина 0,664 є фіксованою за підрахунком коефіцієнта B . При цьому за нестабільність нуля гіроскопів беруть мінімальне значення кривої відхилення Аллана. Розмірність $[\text{°/с}]$ та $[\text{°/год}]$.

4.11 Випадкове блукання кутової швидкості

Випадкове блукання кутової швидкості $\omega(t)$ описується вінерівським випадковим процесом (випадковим блуканням) виду

$$\frac{d}{dt} \varepsilon_{RRW} = \omega(t), \quad (4.16)$$

де $\omega(t)$ породжує білий шум з нульовим середнім $M[\omega(t)] = 0$. Із (4.16) випливає

$$\varepsilon_{RRW} = \int_0^t \omega(\tau) d\tau. \quad (4.17)$$

Таким чином, випадкове блукання кутової швидкості утворюється як результат пропускання білого шуму крізь інтегрувальну ланку $1/s$ (рисунок 4.8).

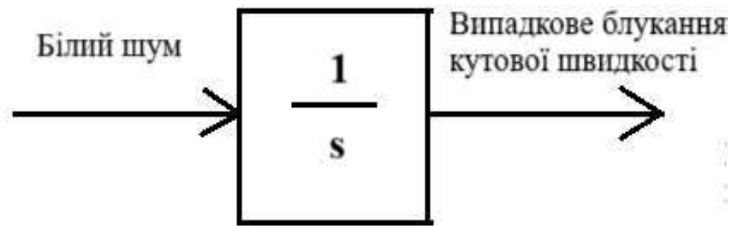


Рисунок 4.8 – Модель формування випадкового блукання кутової швидкості

Якщо білий шум $w(t)$ має спектральну щільність S_0 , то спектральна щільність випадкового блукання кутової швидкості

$$S_{RRW} = \left| \frac{1}{j\omega} \right|^2 S_0 = \frac{S_0}{\omega^2}. \quad (4.18)$$

Звідси випливає, що спектральна щільність випадкового блукання кутової швидкості обернено пропорційна квадрату частоти.

Блок-схему формування випадкового блукання кутової швидкості дискретного часу зображено на рисунку 4.9.

На рисунку 4.9 символом z^{-1} позначений оператор ланки одиничного запізнення. Вихідний сигнал цієї ланки дорівнює вхідному сигналу в попередній дискретний момент часу.

Випадкове блукання кутової швидкості призводить до наявності прямолінійної ділянки з нахилом $+0,5$ на кривій відхилення Аллана (рисунок 4.10).

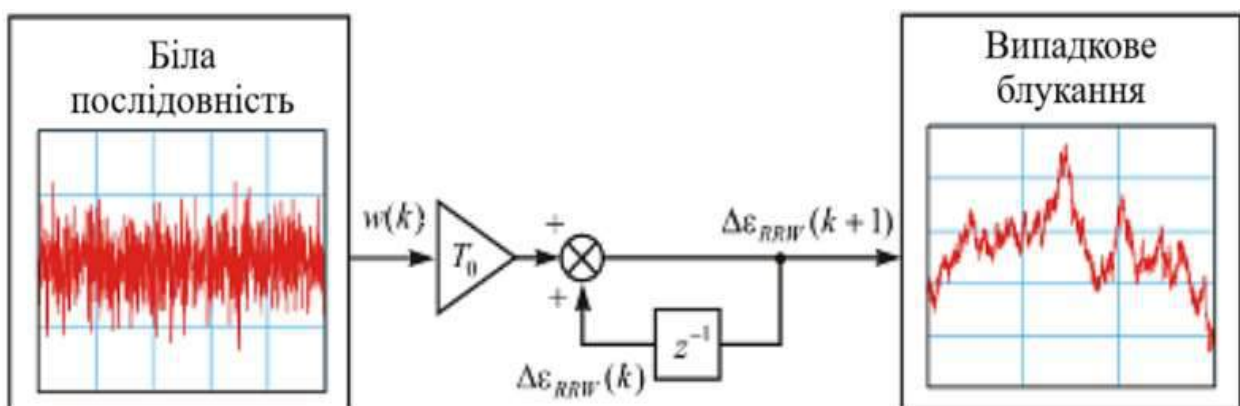


Рисунок 4.9 – Формування випадкового блукання з білої послідовності

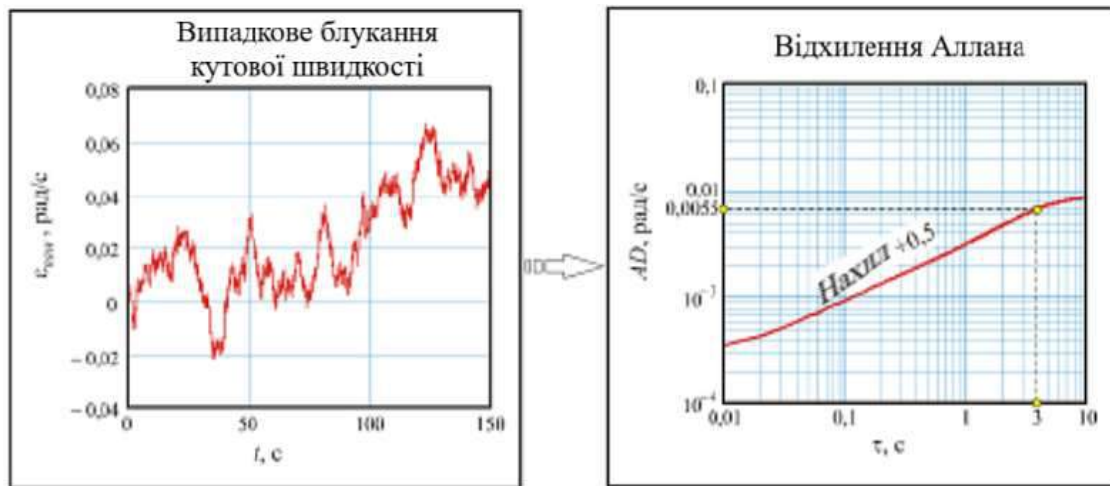


Рисунок 4.10 – Випадкове блукання кутової швидкості та його відхилення Аллана

Щоб визначити спектральну щільність білого шуму $\omega(t)$, що пропускається через інтегратор для формування випадкового блукання, необхідно знайти квадрат значення відхилення Аллана при $\tau = 3$ с.

СКВ випадкового блукання швидкості накопичується згодом аналогічно співвідношенню (4.18):

$$\sigma_{RRW}(t) = \sigma_{WN}^* \sqrt{T_0 \cdot t}, \quad (4.19)$$

де σ_{WN}^* – СКВ, що породжує білий шум $\omega(t)$.

Комплексні навігаційні системи (КНС), що складаються з ІНС та супутникових радіонавігаційних систем (СРНС), мають низку переваг і використовуються в умовах переривань у надходженні радіосигналів від СРНС або їх незадовільної якості.

Точність роботи БІНС залежить від точнісних характеристик та якості виконання калібрування акселерометрів та гіроскопів. Метою калібрування є визначення їх систематичних похибок, які потім обчислюються в алгоритмах бортового обчислювача БІНС.

Блок чутливих елементів (БЧЕ) БІНС, або, як його ще називають, ІВБ складається з акселерометрів та гіроскопів, кожен з яких має свої індивідуальні особливості у вигляді коефіцієнта передачі (масштабного коефіцієнта), зміщення нуля, перехресних зв'язків та інших параметрів. Крім того, при встановленні чутливих елементів у блоці в силу інструментальних похибок виготовлення виникають розбіжності осей чутливості елементів з базовими осями блока.

Для забезпечення високої точності БІНС необхідно мати високоточну інформацію від вимірників, що може бути забезпечена лише при врахуванні зазначених особливостей кожного акселерометра та гіроскопа.

Для початку складається адекватна модель вихідних сигналів чутливих елементів, що враховує їх особливості та похибки, потім проводиться визначення параметрів цієї моделі. Надалі, при штатній роботі БІНС, вихідні сигнали акселерометрів і гіроскопів коригуються з урахуванням прийнятої моделі, щоб якомога точніше визначити проєкції прискорення і кутової швидкості вздовж базових осей БІНС.

Визначення параметрів вихідних сигналів вимірників (параметрів математичних моделей) з метою подальшого їх обліку називають калібруванням.

4.12 Моделі вихідних сигналів інерційних вимірників

З одного боку, чим повніше модель враховує особливості вимірювальних пристроїв, тим точніше можна визначити вимірювані величини. Однак надмірне ускладнення моделі призводить до збільшення обсягу обчислень у обчислювачі БІНС, і це невиправдано, якщо модель доповнюється малозначними складовими, а тим більше, якщо вони слабо повторювані.

Загалом залежність вихідних сигналів чутливих елементів від вимірюваних величин є нелінійною і допускає лінеаризацію для обмеженого діапазону вимірюваних величин. В ІНС використовуються високоточні вимірників, однією з вимог до яких є лінійність їх характеристик у необхідному діапазоні вимірювань. Вимоги до нелінійності тут зазвичай на рівні сотих часток відсотка і менше.

4.13 Модель вихідних сигналів акселерометрів

Грунтуючись на наведених вище міркуваннях, подамо вихідні сигнали трьох акселерометрів БІНС у вигляді

$$\begin{aligned} U_{ax} &= K_x a_{x1} + U_{ax0} + n_{ax}; \\ U_{ay} &= K_y a_{y2} + U_{ay0} + n_{ay}; \\ U_{az} &= K_z a_{z3} + U_{az0} + n_{az}, \end{aligned} \quad (4.20)$$

де U_{ax} , U_{ay} , U_{az} – значення вихідних сигналів акселерометрів у розмірності напруги, струму, коду АЦП, частоти чи інших величин;

a_{x1} , a_{y2} , a_{z3} – значення проєкцій уявного прискорення на осі чутливості акселерометрів OX_1 , OY_2 , OZ_3 ;

K_x , K_y , K_z – масштабні коефіцієнти (коефіцієнти передачі) кожного з акселерометрів;

U_{ax0} , U_{ay0} , U_{az0} – зміщення нулів акселерометрів;

n_{ax} , n_{ay} , n_{az} – шуми вимірювань.

Модель вимірювання (4.20) можна записати в матричному вигляді:

$$\begin{bmatrix} U_{ax} \\ U_{ay} \\ U_{az} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_x & 0 & 0 \\ 0 & K_y & 0 \\ 0 & 0 & K_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_{x1} \\ a_{y2} \\ a_{z3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_{ax0} \\ U_{ay0} \\ U_{az0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{ax} \\ n_{ay} \\ n_{az} \end{bmatrix}. \quad (4.21)$$

Важливо відзначити, що модель вимірювань (4.20) або (4.21) – це модель не найбільш чутливих елементів акселерометрів, а модель усього вимірювального тракту кожного з них, що містить найбільш чутливий елемент акселерометра, а також вимірювальні, підсилювальні та перетворювальні елементи.

На практиці, через залишкові похибки установки акселерометрів в ІВБ (БЧЕ) БІНС, напрямки їх осей чутливості OX_1 , OY_2 , OZ_3 не ортогональні і не збігаються з базовими осями ІВБ БІНС. Останні прив'язані зазвичай до зовнішніх базових (або настановних) поверхонь ІВБ.

Позначимо через $OXYZ$ базову систему координат БІНС. Задамо парами кутів α_i , β_i положення осей чутливості OX_1 , OY_2 , OZ_3 кожного з акселерометрів щодо базових осей БІНС, як показано на рисунку 4.11.

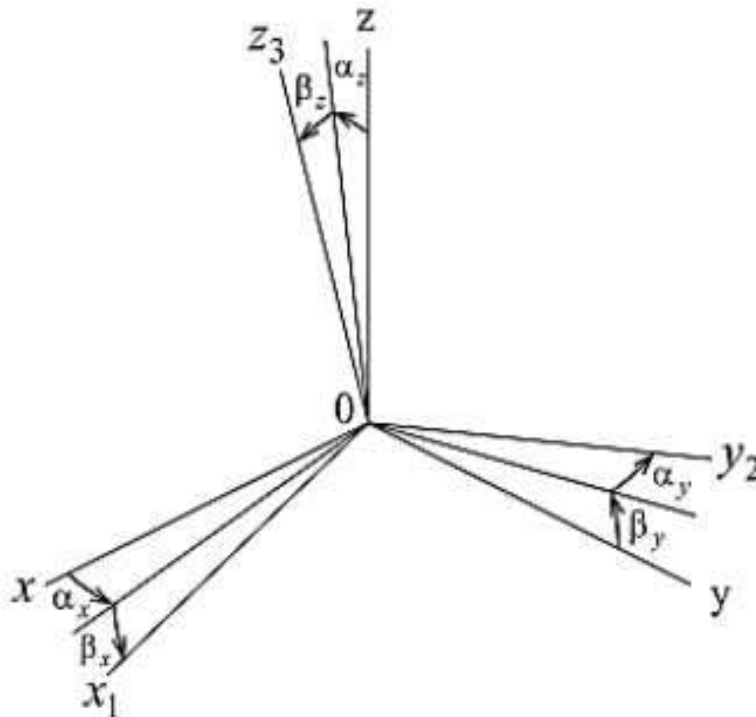


Рисунок 4.11 – Кути перекосу осей чутливості акселерометрів

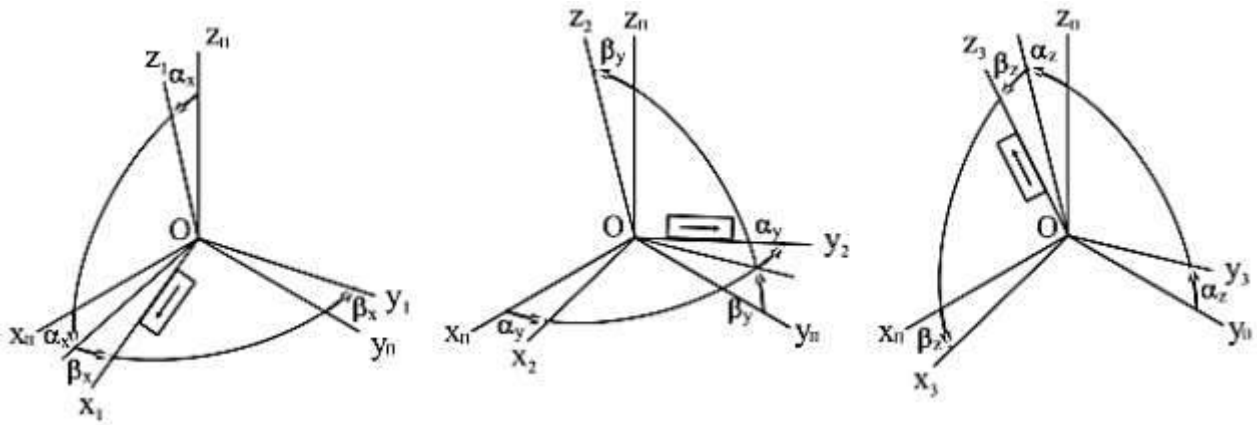


Рисунок 4.12 – Кути повороту осей чутливості акселерометрів щодо базової системи координат БІНС

Використовуючи рисунок 4.12, можна визначити проєкції уявного прискорення об'єкта на осі чутливості OX_1 , OY_2 , OZ_3 акселерометрів:

$$\begin{bmatrix} a_{x1} \\ a_{y2} \\ a_{z3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha_x \cos\beta_x & \sin\beta_x & -\sin\alpha_x \cos\beta_x \\ -\sin\beta_y & \cos\alpha_y \cos\beta_y & \sin\alpha_y \cos\beta_y \\ \sin\beta_z & -\sin\alpha_z \cos\beta_z & \cos\alpha_z \cos\beta_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix}. \quad (4.22)$$

Підставляючи вираз (4.22) у (4.20), отримуємо остаточну модель сигналів вимірювань акселерометрів:

$$\begin{bmatrix} U_{ax} \\ U_{ay} \\ U_{az} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_x & 0 & 0 \\ 0 & K_y & 0 \\ 0 & 0 & K_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\alpha_x \cos\beta_x & \sin\beta_x & -\sin\alpha_x \cos\beta_x \\ -\sin\beta_y & \cos\alpha_y \cos\beta_y & \sin\alpha_y \cos\beta_y \\ \sin\beta_z & -\sin\alpha_z \cos\beta_z & \cos\alpha_z \cos\beta_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_{ax0} \\ U_{ay0} \\ U_{az0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{ax} \\ n_{ay} \\ n_{az} \end{bmatrix}. \quad (4.23)$$

4.14 Модель вихідних сигналів гіроскопів

Розглянемо найпоширеніший тип гіроскопів, які застосовуються в БІНС, – ДКШ. Як було обґрунтовано вище, розглянемо лінійну модель вихідних сигналів ДКШ:

$$\begin{aligned}
U_{\omega x} &= R_x \omega_{x1} + U_{\omega x0} + n_{\omega x}; \\
U_{\omega y} &= R_y \omega_{y2} + U_{\omega y0} + n_{\omega y}; \\
U_{\omega z} &= R_z \omega_{z3} + U_{\omega z0} + n_{\omega z},
\end{aligned}
\tag{4.24}$$

де $U_{\omega x}$, $U_{\omega y}$, $U_{\omega z}$ – значення вихідних сигналів ДКШ у розмірності напруги, струму, коду АЦП, частоти чи інших величин;

ω_{x1} , ω_{y2} , ω_{z3} – значення проєкцій абсолютної кутової швидкості на осі чутливості ДКШ OX_1 , OY_2 , OZ_3 ;

R_x , R_y , R_z – масштабні коефіцієнти кожного ДКШ;

$U_{\omega x0}$, $U_{\omega y0}$, $U_{\omega z0}$ – зміщення нулів ДКШ;

$n_{\omega x}$, $n_{\omega y}$, $n_{\omega z}$ – шуми вимірювань.

У БІНС застосовують гіроскопи, побудовані на різних принципах, відповідно і базова лінійна модель (4.24) може уточнюватися за рахунок специфічних складових. Так, для більшості типів гіроскопів характерна істотна чутливість нуля до лінійного прискорення руху. Зокрема, це всі електромеханічні гіроскопи, зокрема поплавкові, ДНГ, меншою мірою – волоконно-оптичні, твердотільні хвильові гіроскопи. Для таких гіроскопів модель вихідних сигналів (4.24) розширюють, додаючи доданки, пропорційні проєкціям уявного прискорення на осі чутливості гіроскопів.

Також деякі типи гіроскопів мають, наприклад, помітну чутливість до напруженості магнітного поля, що також потребує відповідного розширення математичної моделі.

Аналогічно процедурі, описаній для акселерометрів, отримуємо зв'язок вихідних сигналів гіроскопів $U_{\omega x}$, $U_{\omega y}$, $U_{\omega z}$ з потрібними проєкціями ω_x , ω_y , ω_z абсолютної кутової швидкості на базові осі БІНС:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} U_{\omega x} \\ U_{\omega y} \\ U_{\omega z} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_x & 0 & 0 \\ 0 & R_y & 0 \\ 0 & 0 & R_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\gamma_x \cos\rho_x & \sin\rho_x & -\sin\gamma_x \cos\rho_x \\ -\sin\rho_y & \cos\gamma_y \cos\rho_y & \sin\gamma_y \cos\rho_y \\ \sin\rho_z & -\sin\gamma_z \cos\rho_z & \cos\gamma_z \cos\rho_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_{\omega x0} \\ U_{\omega y0} \\ U_{\omega z0} \end{bmatrix} + \\
&+ \begin{bmatrix} b_{11}^* & b_{12}^* & b_{13}^* \\ b_{21}^* & b_{22}^* & b_{23}^* \\ b_{31}^* & b_{32}^* & b_{33}^* \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\gamma_x \cos\rho_x & \sin\rho_x & -\sin\gamma_x \cos\rho_x \\ -\sin\rho_y & \cos\gamma_y \cos\rho_y & \sin\gamma_y \cos\rho_y \\ \sin\rho_z & -\sin\gamma_z \cos\rho_z & \cos\gamma_z \cos\rho_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{\omega x} \\ n_{\omega y} \\ n_{\omega z} \end{bmatrix},
\end{aligned}
\tag{4.25}$$

де кути γ_i , ρ_i визначають перекося вимірювальних осей гіроскопів щодо базової системи координат $OXYZ$ ІВБ БІНС аналогічно кутам перекося акселерометрів α_i , β_i , показаним на рисунку 4.12.

4.15 Спрощення моделей вихідних сигналів інерційних вимірників

Отримані моделі вихідних сигналів акселерометрів (4.22) та гіроскопів (4.25) придатні для досліджень. Для практичного застосування в алгоритмах БІНС ці моделі містять надмірну кількість проміжних обчислень, які можна виконати ще раз на етапі калібрування. Наприклад, немає сенсу визначати як параметри кути перекосу $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \rho_i$, а потім у обчислювачі БІНС робити складні тригонометричні обчислення. Можна відразу після калібрування обчислити необхідні тригонометричні функції і як параметри моделі використовувати готові коефіцієнти. Таким чином, використання моделей (4.22) та (4.25) значно спрощується. Калібрування виконується на спеціальних похило-поворотних (калібрувальних) стендах (рисунок 4.13).

Стенд орієнтується щодо площин горизонту та меридіана, може обертатися та розвертатися на постійні кути. Орієнтація стенда, кутові швидкості обертання та кути вимірюються з високою точністю. Похибки акселерометрів та гіроскопів називаються калібрувальними коефіцієнтами. Калібрувальні коефіцієнти після калібрування «зашиваються» в бортовий обчислювач БІНС для компенсації систематичних похибок. Як калібрувальні сигнали для акселерометрів і гіроскопів використовується прискорення сили тяжіння g і проєкції кутової швидкості добового обертання Землі.

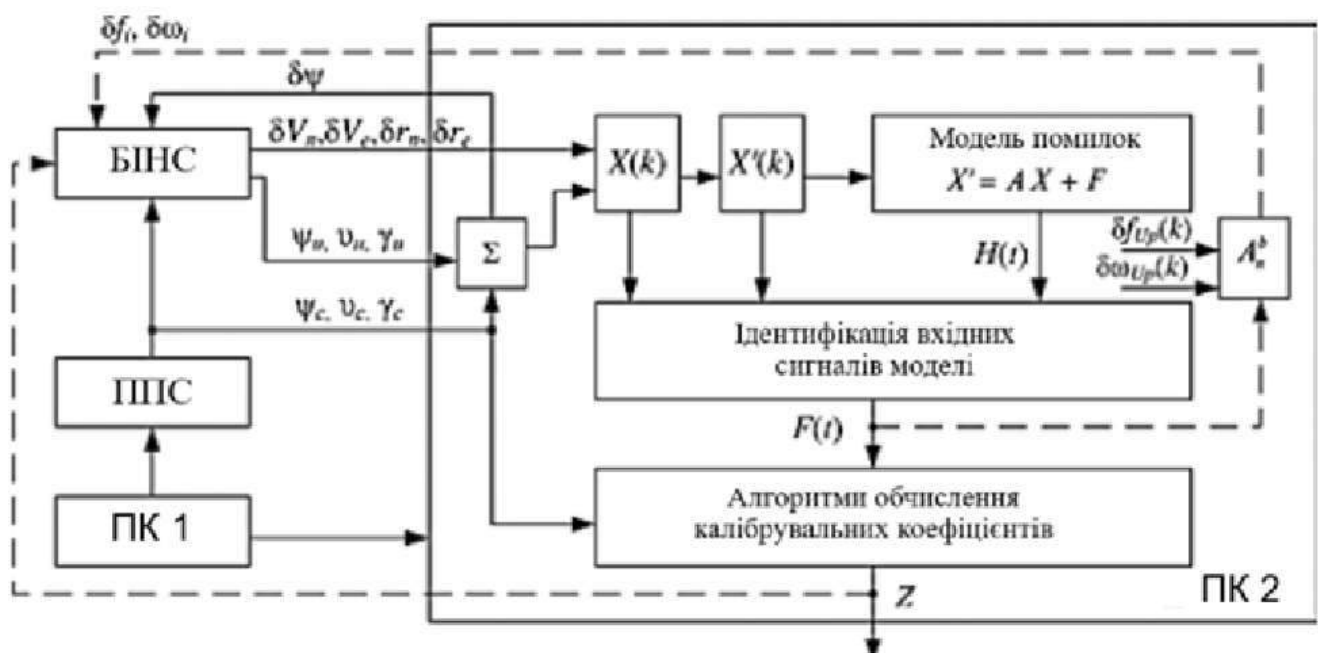


Рисунок 4.13 – Схема калібрування двоканальної БІНС: ППС – похило-поворотний стенд; ПК 1, 2 – персональні комп'ютери

Забезпечення високоточного калібрування є однією з основних умов побудови прецизійних БІНС. Калібрування полягає у визначенні

систематичних похибок інерційних вимірників (гіроскопів та акселерометрів).

Ідея використання математичної моделі помилок БІНС при калібруванні полягає у знаходженні способу, за допомогою якого за вимірними вихідними сигналами системи можна визначити калібрувальні коефіцієнти інерційних вимірників. Реалізація такого способу стала можливою з появою калібрувальних похило-поворотних столів (ППС), які визначають орієнтацію БІНС з точністю до 2–3". Суть цього способу полягає в тому, що БІНС встановлюють на двовісному калібрувальному ППС, який задає необхідні фіксовані положення системи. Ці положення БІНС визначаються структурою моделей помилок вимірників. У процесі калібрування на першому етапі оцінюється вектор помилок системи. Вектор помилок двоканальної БІНС містить такі складові:

- помилки вимірювання кутів орієнтації (курсу, тангажа та крену);
- помилки визначення складових лінійної швидкості у північному та східному напрямках;
- помилки вимірювання широти та довготи.

Значення складових вектора помилок системи привірюються до їх аналогів, отриманим шляхом формування математичної моделі помилок БІНС. Далі для фіксованого моменту часу формується система алгебричних рівнянь для визначення вхідних сигналів моделі помилок БІНС. На другому етапі за отриманими алгебричними рівняннями визначаються калібрувальні коефіцієнти інерційних вимірників.

Методика калібрування – це сукупність технічних та обчислювальних прийомів, пов'язаних з визначенням калібрувальних коефіцієнтів. Відповідно до схеми калібрування двоканальної БІНС (рисунок 4.14) можна запропонувати таку сукупність основних операцій:

1. Задається модель помилок БІНС та визначається її фундаментальна матриця розв'язків $H(t)$.

2. Задається перша орієнтація стенда ($k = 1$).

2.1. Виготовляється виставлення БІНС за показаннями стенда, формується початковий вектор помилок моделі $X(0)$ БІНС; включається інерціальний (автономний) режим роботи БІНС на конкретний час t_i ; протягом цього відрізка БІНС коригується по азимуту за сигналами стенда.

2.2. Обробляються сигнали датчиків та БІНС, отриманих на відрізку часу t_i ; формуються масиви показань датчиків БІНС, помилок вихідних сигналів БІНС та обчислених похідних від помилок вихідних сигналів БІНС.

2.3. Виконується ідентифікація вхідних сигналів моделі помилок $F(k)$ та визначення векторів інструментальних помилок акселерометрів $\delta_a X, Y, Z(k)$ і гіроскопів $\delta_\omega X, Y, Z(k)$.

2.4. Виконується ітераційна процедура уточнення вхідного сигналу $F(k)$ і векторів інструментальних помилок акселерометрів $\delta_a X, Y, Z(k)$ і

гіроскопів $\delta_{\omega}X, Y, Z(k)$. На кожному циклі ітерацій $(i+1)$ здійснюється корекція сигналів датчиків на величини $\delta_a X, Y, Z(k)$ і $\delta_{\omega}X, Y, Z(k)$ та повторюються операції пунктів 2.2, 2.3.

3. Задається наступна орієнтація стенда $(k+1)$ та сукупність операцій пункту 2 повторюється. Після виконання всіх дванадцяти орієнтацій перший етап калібрування завершується.

4. На другому етапі калібрування обчислюються калібрувальні коефіцієнти.

5. Обчислені коефіцієнти заносяться до бортового обчислювача БНС і проводяться контрольні обчислення вектора помилок X .

6. У разі незадовільних результатів включається зовнішній ітераційний цикл для уточнення складових вектора калібрувальних коефіцієнтів із повторенням операцій пунктів 2–5.

Використання сучасних мікропроцесорних пристроїв оброблення сигналів та порівняно низька вартість БНС на основі MEMS-датчиків забезпечують високу конкурентоспроможність КНС серед інших навігаційних систем в умовах, коли системи GPS і ГЛОНАСС не є роботоздатними.



Рисунок 4.14 – Схема калібрування БНС

Залежно від наявності сигналів від СРНС виділяють два режими роботи КНС: режим уточнення координат, отриманих від СРНС, та режим автономної роботи БНС. В обох випадках точність вирішення навігаційних завдань залежатиме, по-перше, від помилок числового обчислення

інтегралів при реалізації методу обчислення шляху, по-друге, від адекватності математичних моделей даних, одержуваних з інерційних датчиків прискорення та кутової швидкості, та їх параметричної ідентифікації, по-третє, від точності розв'язання кінематичних рівнянь.

Якщо розглядати автономну роботу БІНС, що складається лише з одного акселерометра та одного гіроскопа, то помилка визначення переміщення з урахуванням усіх можливих джерел похибки датчиків може бути оцінена за допомогою виразу

$$\begin{aligned} \delta_p(t) \approx & \delta_{p0} + \delta_{V0}\Delta t + \delta_{b_{0a}} \frac{\Delta t^2}{2} + \delta_{b_{0g}} \frac{\Delta t^3}{6} + \delta_{\theta_{0g}} \frac{\Delta t^2}{2} + \\ & + \delta_{A_{0z}} V \Delta t + SF_{0a} f \frac{\Delta t^2}{2} + SF_{0g} \delta_{A_{0z}} V \Delta t, \end{aligned} \quad (4.26)$$

де δ_{p0} – помилка визначення координат у початковий момент часу t_0 ;

$\delta_{V0}\Delta t$ – помилка швидкості в момент t_0 ;

Δt – інтервал часу з моменту отримання останніх даних від СРНС;

$\delta_{b_{0a}}$ – помилка усунення нуля акселерометра в момент t_0 ;

$\delta_{b_{0g}}$ – помилка усунення нуля гіроскопа в момент t_0 ;

$\delta_{\theta_{0g}}$ – помилка несуміщення осей БІНС по кутах крену та тангажа з осями локальної системи координат (СК);

$\delta_{A_{0z}} V \Delta t$ – помилка несуміщення БІНС за кутом азимуту з локальної системи координат, помножена на пройдену відстань;

SF_{0a} – масштабний коефіцієнт для акселерометра;

SF_{0g} – масштабний коефіцієнт для гіроскопа;

f – уявне прискорення;

g – прискорення вільного падіння.

З (4.26) видно, що помилка визначення переміщення з використанням БІНС збільшується пропорційно квадрату часу через параметри (зсув нуля (b) і масштабного коефіцієнта (SF)) акселерометра і куб часу через зміщення нуля гіроскопа.

Нині набули поширення такі методи лабораторного калібрування:

– шестипозиційний метод – six-position method (SPM), модифікований (MSPM);

– багатопозиційний та модифікований багатопозиційний методи – multi-position method (MPM) і MMPM відповідно.

Метод SPM дає змогу оцінити зміщення нуля датчиків (b) та їх масштабні коефіцієнти (SF) за допомогою простих співвідношень для вимірювань у шести положеннях. Щоб оцінити параметри

неортогональності осей, застосовують MSPM. При цьому вимірювання проводять мінімум у дев'яти положеннях датчика з відомою кутовою орієнтацією, а оцінюють параметри методом найменших квадратів (МНК). Недолік обох методів – необхідність задавання відомої кутової орієнтації осей БІНС щодо осей локальної системи координат (СК). Цього недоліку позбавлені такі дві процедури калібрування.

Метод MPM заснований на тому, що незалежно від орієнтації осей БІНС та локальної СК за відсутності зовнішніх впливів сума квадратів показань осей чутливості датчика дорівнює квадрату опорного впливу (прискорення вільного падіння для акселерометрів; швидкості обертання Землі для гіроскопів):

$$I_{K,x}^2 + I_{K,y}^2 + I_{K,z}^2 = (-K\cos\alpha)^2 + (-K\cos\beta)^2 + (-K\cos\gamma)^2 = \|K\|^2,$$

де $I_{K,x}$, $I_{K,y}$, $I_{K,z}$ – показання осей акселерометрів або гіроскопів;

K – величина опорного сигналу;

α , β , γ – кути між осями чутливості та опорним вектором (рисунок 4.15, а).

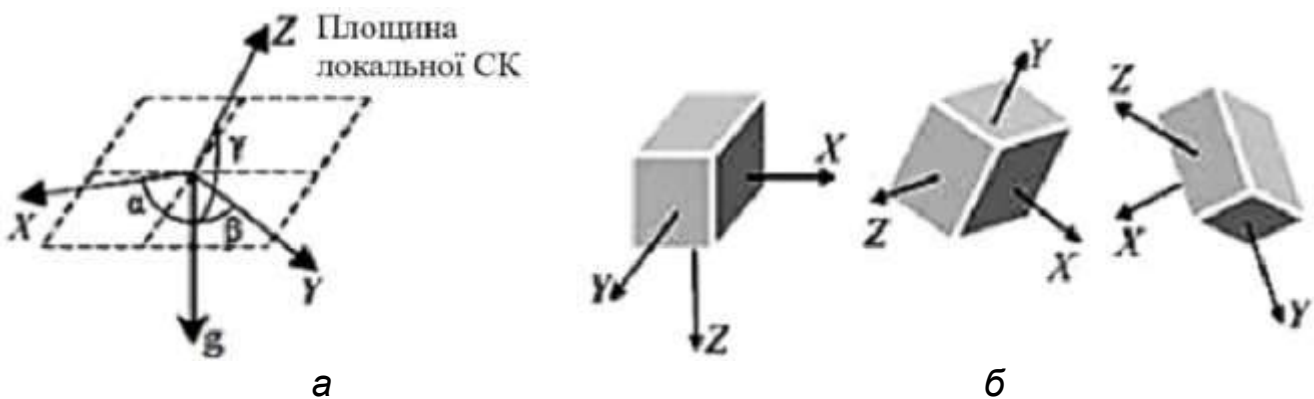


Рисунок 4.15 – Орієнтація осей датчика:

а – щодо локальної площини СК; б – приклад орієнтації БІНС для калібрування методами MPM і MMPM

Кутова швидкість обертання Землі є досить слабким сигналом і може бути використана для калібрування тільки високоточних і дорогих БІНС, у яких рівень шумів датчика кутових швидкостей нижче за величину опорного сигналу. Для калібрування гіроскопів БІНС середнього та низького класу точності, до яких належать БІНС на основі MEMS, необхідно використовувати допоміжний поворотний пристрій, який може забезпечувати стабільну опорну швидкість обертання. Цей метод калібрування називають модифікованим MPM (MMPM).

Для простоти опису розглядатимемо випадок калібрування акселерометрів. Для калібрування гіроскопів процедура буде аналогічною, за винятком того, що знадобиться контрольоване обертання.

Для успішної роботи алгоритму необхідно, щоб кількість вимірів n була більшою за кількість невідомих. У зв'язку з цим у роботі проводилося моделювання 26 незалежних вимірів при кожному включенні датчика. Деякі з можливих положень показано на рисунку 4.11, б.

Цей метод не потребує спеціального вирівнювання БІНС з осями локальної СК, що дає змогу застосовувати його при випробуваннях за межами лабораторії високоточних приладів. Для приладів середнього та низького класу точності калібрування акселерометрів проводиться методом МРМ, а для гіроскопів обчислюються лише зміщення нулів шляхом усереднення показань датчиків. Результати калібрування (моделювання) МЕМС-методом ММРМ дають змогу зробити такі висновки:

1. Похибка оцінок параметрів при заданій кількості положень БІНС істотно залежить від їх інформативності, яка пов'язана з незалежністю отриманих даних по всіх трьох осях. Великі величини помилок в оцінці методом ММРМ можуть бути викликані недостатньою незалежністю положень БІНС.

2. Точність оцінки параметрів залежить від обсягу вибірки при кожному положенні датчика, що так само збільшує час процедури. Встановлено, що за обсягів вибірок більше 7000 суттєвого збільшення точності не спостерігається. Це пов'язано з тим, що внесок випадкової складової мінімізований за рахунок збільшення обсягу вибірки, та її подальше збільшення впливає на існуючу систематичну похибку.

3. При малих обсягах вибірки оцінки параметрів зміщені. При збільшенні обсягу вимірювань оцінки стають незміщеними та їх дисперсії зменшуються пропорційно в $1/N$ разів.

4.16 Температурне калібрування інерційних вимірників

У БІНС середньої та високої точності всі інерційні вимірники (акселерометри та гіроскопи) мають компенсацію температурних похибок параметрів моделі їх вихідних сигналів. Як мінімум, проводиться температурне калібрування нулів U_{ax0} , U_{ay0} , U_{az0} , $U_{\omega x0}$, $U_{\omega y0}$, $U_{\omega z0}$ та масштабних коефіцієнтів k_{11} , k_{22} , k_{33} , r_{11} , r_{22} , r_{33} у моделях вихідних сигналів акселерометрів та гіроскопів. При цьому для вимірників поточної температури використовуються індивідуальні термодатчики кожного з інерційних вимірників. У деяких прецизійних гіроскопах використовують кілька температурних датчиків для врахування нерівномірності теплового поля всередині гіроскопа. Іноді враховується ще й напрямок зміни температури, щоб компенсувати температурний гістерезис.

Іншим способом зниження температурних похибок є термостабілізація інерційних вимірників, тобто підтримання постійної температури всередині гіроскопів (насамперед) та акселерометрів. Температура може стабілізуватися не в окремих вимірників, а всередині ІВБ загалом.

Термостабілізація дає змогу забезпечити високу стабільність параметрів інерційних вимірників. Часто це найефективніший спосіб зниження температурних похибок порівняно з їх компенсацією. Однак температурна стабілізація має низку недоліків:

- велике енергоспоживання;
- збільшення габаритів;
- збільшення часу готовності БІНС;
- зниження ресурсу вимірників.

Останній недолік пов'язаний з тим, що при термостабілізації робочу температуру всередині приладу часто піднімають вище за максимальну температуру при експлуатації – щоб для підтримки температури використовувати тільки нагрівальні елементи, без охолоджувачів. Для рівномірного розподілу температури всередині ІВБ використовуються також вентилятори.

У БІНС низької точності, які працюють лише у складі комплексних навігаційних систем, компенсація температурних похибок датчиків часто не проводиться, тому що температурне калібрування призводить до суттєвого збільшення собівартості БІНС (використання спеціальних стендів з термокамерами) та значного збільшення часу заводських калібрування та випробувань. Це веде до зменшення обсягу випуску БІНС за календарний період, а також збільшення собівартості БІНС. Унаслідок цього нівелюється одна з основних переваг таких БІНС – низька вартість. Зміни нулів та масштабних коефіцієнтів інерційних вимірників таких БІНС зазвичай компенсуються у комплексній системі шляхом оцінювання цих змін (наприклад, фільтром Калмана) та їх подальшим розрахунком.

Температурні залежності параметрів моделей вихідних сигналів акселерометрів і гіроскопів мають складний характер, оскільки визначаються безліччю факторів (матеріали, конструкція, способи з'єднання елементів тощо). Детальне дослідження цих залежностей необхідне для пошуку шляхів зниження температурної чутливості параметрів, забезпечення стабільності цієї чутливості для можливості її компенсації. Як зазначалося, найчастіше проводиться компенсація температурних змін нулів і масштабних коефіцієнтів акселерометрів і гіроскопів.

При використанні вихідних сигналів інерційних вимірників у приладах та системах температурні залежності їх параметрів зазвичай апроксимують нескладними функціями від температури. Найбільш часто використовують лінійну, кусково-лінійну та поліноміальну апроксимацію.

4.17 Лінійна апроксимація температурних залежностей

При лінійній апроксимації нульовий сигнал U_0 і масштабний коефіцієнт k кожного вимірника (акселерометра або гіроскопа) подаються у вигляді

$$U_0 = U_{0\text{НОМ}} + \alpha T_0, \quad k = k_{\text{НОМ}} (1 + \beta \Delta T), \quad \Delta T = T - T_{\text{НОМ}}, \quad (4.27)$$

де $U_{0\text{НОМ}}$, $k_{\text{НОМ}}$ – номінальні значення параметрів, визначені за номінальної температури $T_{\text{НОМ}}$;

T – поточна температура, виміряна термодатчиком;

α , β – коефіцієнти температурної чутливості нульового сигналу та масштабного коефіцієнта.

Щоб визначити температурні коефіцієнти α , β , необхідно виконати описані процедури калібрування акселерометрів та гіроскопів при двох значеннях температури – номінальній $T_{\text{НОМ}}$ та підвищеної чи зниженої T_2 . Для цього калібрування акселерометрів та гіроскопів виробляють у термокамерах. Унаслідок калібрування одержують пари значень нулів $U_{0\text{НОМ}}$, U_{02} і масштабних коефіцієнтів $k_{\text{НОМ}}$, k_2 , відповідні двом значенням температури $T_{\text{НОМ}}$ і T_2 .

Далі, згідно з виразами (4.27), визначають шукані коефіцієнти температурної чутливості:

$$\Delta T = T_2 - T_{\text{НОМ}}, \quad \alpha = \frac{U_{02} - U_{0\text{НОМ}}}{\Delta T}, \quad \beta = \frac{k_2 - k_{\text{НОМ}}}{k_{\text{НОМ}} \Delta T}. \quad (4.28)$$

Зазвичай як номінальну температуру вибирають нормальну $T_{\text{НОМ}} = 200 \text{ }^\circ\text{C}$ або $T_{\text{НОМ}} = 250 \text{ }^\circ\text{C}$, а як другу температуру T_2 – максимальну або мінімальну відповідно до вимог до вимірника або БІНС загалом.

І ще одне важливе зауваження: на практиці термодатчики вимірників не калібрують і використовують їх «сирі» значення в кодах АЦП (або розмірності напруги, струму, частоти, інших величин, які є безпосереднім виходом термодатчика). Це стосується як калібрування, так і вирішення зворотного завдання – компенсації температурних змін нулів та масштабних коефіцієнтів відповідно до формул (4.28). Тобто у всіх формулах використовуються значення $T_{\text{НОМ}}$, T , ΔT в кодах АЦП, а не у градусах Цельсія або Кельвіна.

4.18 Використання результатів калібрування інерційних вимірників в алгоритмі БНС

Після калібрування, описаного раніше, стають відомими значення параметрів моделей вихідних сигналів акселерометрів і гіроскопів. Це дає змогу при роботі БНС визначати поточні проєкції уявного прискорення a_x , a_y , a_z та абсолютної кутової швидкості об'єкта ω_x , ω_y , ω_z на базові осі БНС, використовуючи вихідні сигнали акселерометрів U_{ax} , U_{ay} , U_{az} і гіроскопів $U_{\omega x}$, $U_{\omega y}$, $U_{\omega z}$. Ці сигнали перераховуються відповідно до рівнянь

$$\begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{bmatrix} \cdot \left(\begin{bmatrix} U_{ax} \\ U_{ay} \\ U_{az} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} U_{ax0} \\ U_{ay0} \\ U_{az0} \end{bmatrix} \right);$$

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \cdot \left(\begin{bmatrix} U_{\omega x} \\ U_{\omega y} \\ U_{\omega z} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} U_{\omega x0} \\ U_{\omega y0} \\ U_{\omega z0} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \right),$$

де матриці

$$\begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix}^{-1};$$

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}^{-1}.$$

Зазначимо, що компенсація шумів вимірів n_{ax} , n_{ay} , n_{az} , $n_{\omega x}$, $n_{\omega y}$, $n_{\omega z}$, вихідних сигналів акселерометрів і гіроскопів, що входять до моделі, неможлива через випадковий характер цих шумів. Використання фільтрів для зниження рівня цих шумів обмежено в БНС вимогами щодо смуги пропускання для акселерометрів та гіроскопів, які, у свою чергу, визначаються динамікою об'єкта, на якому встановлюється БНС.

У пам'яті обчислювача зберігаються номінальні значення нулів акселерометрів та гіроскопів $U_{a_i \text{ ОНОМ}}$, $U_{\omega_j \text{ ОНОМ}}$, їх масштабних коефіцієнтів

$K_{i\text{НОМ}}$, $R_{j\text{НОМ}}$, а також номінальні значення температур $T_{i\text{НОМ}}$, $T_{j\text{НОМ}}$ та коефіцієнти температурної чутливості α_i , α_j , β_i , β_j . Усі перелічені параметри – суворо індивідуальні для кожного з акселерометрів та гіроскопів, що визначаються при температурному калібруванні.

Запитання для самоконтролю

1. Наведіть приклади основних характеристик БІНС.
2. У чому полягає різниця між варіацією Аллана та відхиленням Аллана?
3. У чому полягають особливості систематичних помилок?
4. У чому полягають особливості випадкових помилок?
5. Дайте визначення білого шуму.
6. Дайте визначення нестабільності нуля як характеристики БІНС.
7. Опишіть схему калібрування БІНС.

Тема 5 ДЕМПФУВАННЯ КОЛИВАНЬ БІНС

5.1 Алгоритм побудови БІНС

Алгоритми роботи БІНС описуються системою диференціальних рівнянь, і для їх розв'язання необхідно задати початкові умови, які визначаються у процесі початкового виставлення. Суть алгоритму БІНС, так само, як і платформної ІНС, полягає в інтегруванні прискорень (двічі) для визначення поточних значень лінійної швидкості та координат об'єкта. Для інтегрування рівнянь необхідно задати початкові умови – три проєкції початкової лінійної швидкості та три координати. БІНС не може автономно визначити ці початкові параметри, для цього потрібна зовнішня інформація. У багатьох випадках БІНС включають при нерухомому щодо Землі об'єкті. У цьому випадку проєкції лінійної швидкості, наприклад, на осях географічного супровідного тригранника дорівнюють нулю. А осі координат місця об'єкта мають бути введені зовні, наприклад, від СНС.

Для визначення орієнтації необхідно задати початкові кути. Це початкові умови для диференціальних рівнянь Ейлера. Для рівнянь Пуассона необхідно задати початкову матрицю напрямних косинусів. Для рівнянь у кватерніонах необхідно відповідно задати початковий кватерніон орієнтації. На відміну від початкової лінійної швидкості та координат, початкові кути орієнтації можуть бути визначені автономно самою БІНС, хоча можливо отримати ці кути і зовні. У БІНС початкове виставлення в основному проводиться аналітично. За інформацією, що надходить від чутливих елементів БІНС, визначаються початкові значення параметрів – кутів Ейлера – Крилова, напрямних косинусів та інших параметрів. Таке виставлення є автономним, оскільки не потребує залучення зовнішньої інформації.

Розглянемо виставлення БІНС із датчиками кутової швидкості (рисунок 5.1).

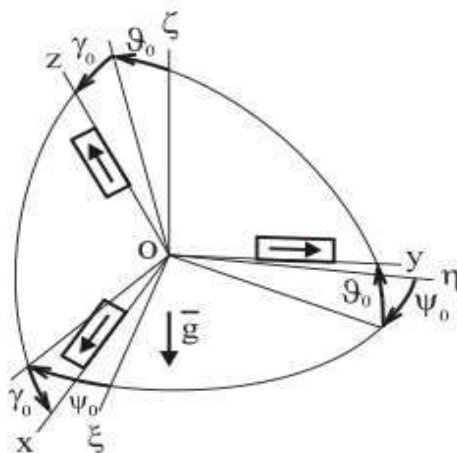


Рисунок 5.1 – Початкове положення БІНС

На рисунку 5.1 показано: $O\xi\eta\zeta$ – географічний супровідний тригранник, $OXYZ$ – тригранник, пов'язаний із блоком чутливих елементів БІНС (далі просто БІНС). Матриця напрямних косинусів між осями $O\xi\eta\zeta$ та $OXYZ$ відповідає таблиці 5.1.

Чутливими елементами є акселерометри та, наприклад, ДКШ, що вимірюють абсолютну кутову швидкість. Це можуть бути поплавкові ДКШ, ДКШ на гіроскопах, що динамічно настроюються, лазерні гіроскопи, волоконно-оптичні гіроскопи, твердотільні хвильові гіроскопи.

Таблиця 5.1 – Напрямні косинуси

C^{gb}	x	y	z
ξ	$c_{11} = \cos\gamma_0 \cos\psi_0 + \sin\gamma_0 \sin\psi_0 \sin\vartheta_0$	$c_{12} = \sin\psi_0 \cos\vartheta_0$	$c_{13} = \sin\gamma_0 \cos\psi_0 - \cos\gamma_0 \sin\psi_0 \sin\vartheta_0$
η	$c_{21} = -\cos\gamma_0 \sin\psi_0 + \sin\gamma_0 \cos\psi_0 \sin\vartheta_0$	$c_{22} = \cos\psi_0 \cos\vartheta_0$	$c_{23} = -\sin\gamma_0 \sin\psi_0 - \cos\gamma_0 \cos\psi_0 \sin\vartheta_0$
ζ	$c_{31} = -\sin\gamma_0 \cos\vartheta_0$	$c_{32} = \sin\vartheta_0$	$c_{33} = \cos\gamma_0 \cos\vartheta_0$

Акселерометри вимірюють проєкції вектора прискорення сили тяжіння:

$$g_x = g \sin\gamma_0 \cos\vartheta_0 = -gc_{31};$$

$$g_y = -g \sin\vartheta_0 = -gc_{32}; \quad (5.1)$$

$$g_z = -g \cos\gamma_0 \cos\vartheta_0 = -gc_{33}.$$

На нерухомій щодо Землі основі проєкції кутової швидкості обертання супровідного тригранника $O\xi\eta\zeta$ мають вигляд

$$\omega_\xi = 0, \quad \omega_\eta = u \cos\varphi, \quad \omega_\zeta = u \sin\varphi,$$

де $u = 7,29 \cdot 10^{-5}$ 1/с – кутова швидкість обертання Землі; φ – широта.

Датчики кутової швидкості вимірюють абсолютні кутові швидкості

$$\omega_x = \omega_\eta c_{21} + \omega_\zeta c_{31};$$

$$\omega_y = \omega_\eta c_{22} + \omega_\zeta c_{32}; \quad (5.2)$$

$$\omega_z = \omega_\eta c_{23} + \omega_\zeta c_{33}.$$

Для того щоб забезпечити початковими умовами алгоритм функціонування БІНС, необхідна інформація про кутове положення об'єкта (кути ψ_0 , γ_0 , θ_0) та інформація про напрямні косинуси між осями OXYZ і O $\xi\eta\zeta$ (див. таблицю 5.1).

З виразів (5.1) випливає, що

$$\vartheta_0 = \arcsin(-g_y/g), \text{ або } \vartheta_0 = -\arctg(-g_y \sin \gamma_0 / g_x), \text{ або } \vartheta_0 = -\arctg(c_{32} / \sqrt{1 - c_{32}^2}); \quad (5.3)$$

$$\gamma_0 = -\arctg(g_x/g_z), \quad g = \sqrt{g_x^2 + g_y^2 + g_z^2}; \quad (5.4)$$

$$c_{31} = -g_x/g, \quad c_{32} = -g_y/g, \quad c_{33} = -g_z/g. \quad (5.5)$$

Тоді з (5.3)

$$\psi_0 = \arccos((\omega_y - \omega_\zeta \sin \vartheta_0) / \omega_\eta \cos \vartheta_0).$$

Однак це визначення неоднозначне.

Отримавши c_{31} , c_{32} , c_{33} з (5.2), можна знайти

$$c_{21} = (\omega_x - \omega_\zeta c_{31}) / \omega_\eta, \quad c_{22} = (\omega_y - \omega_\zeta c_{32}) / \omega_\eta, \quad c_{23} = (\omega_z - \omega_\zeta c_{33}) / \omega_\eta. \quad (5.6)$$

Отримавши шість напрямних косинусів, інші три можна знайти зі співвідношень

$$c_{11} = c_{22}c_{33} - c_{23}c_{32};$$

$$c_{12} = c_{23}c_{31} - c_{21}c_{33}; \quad (5.7)$$

$$c_{13} = c_{21}c_{32} - c_{22}c_{31}.$$

Якщо відомі всі напрямні косинуси, то початкове значення курсу можна знайти зі співвідношення

$$\psi_0 = \arctg(c_{12}/c_{22}). \quad (5.8)$$

Використання виразу (5.8) дає змогу усунути неоднозначність визначення ψ_0 для різних квадрантів, що існує у виразі (5.5).

Структурну схему алгоритму початкового виставлення зображено на рисунку 5.2.

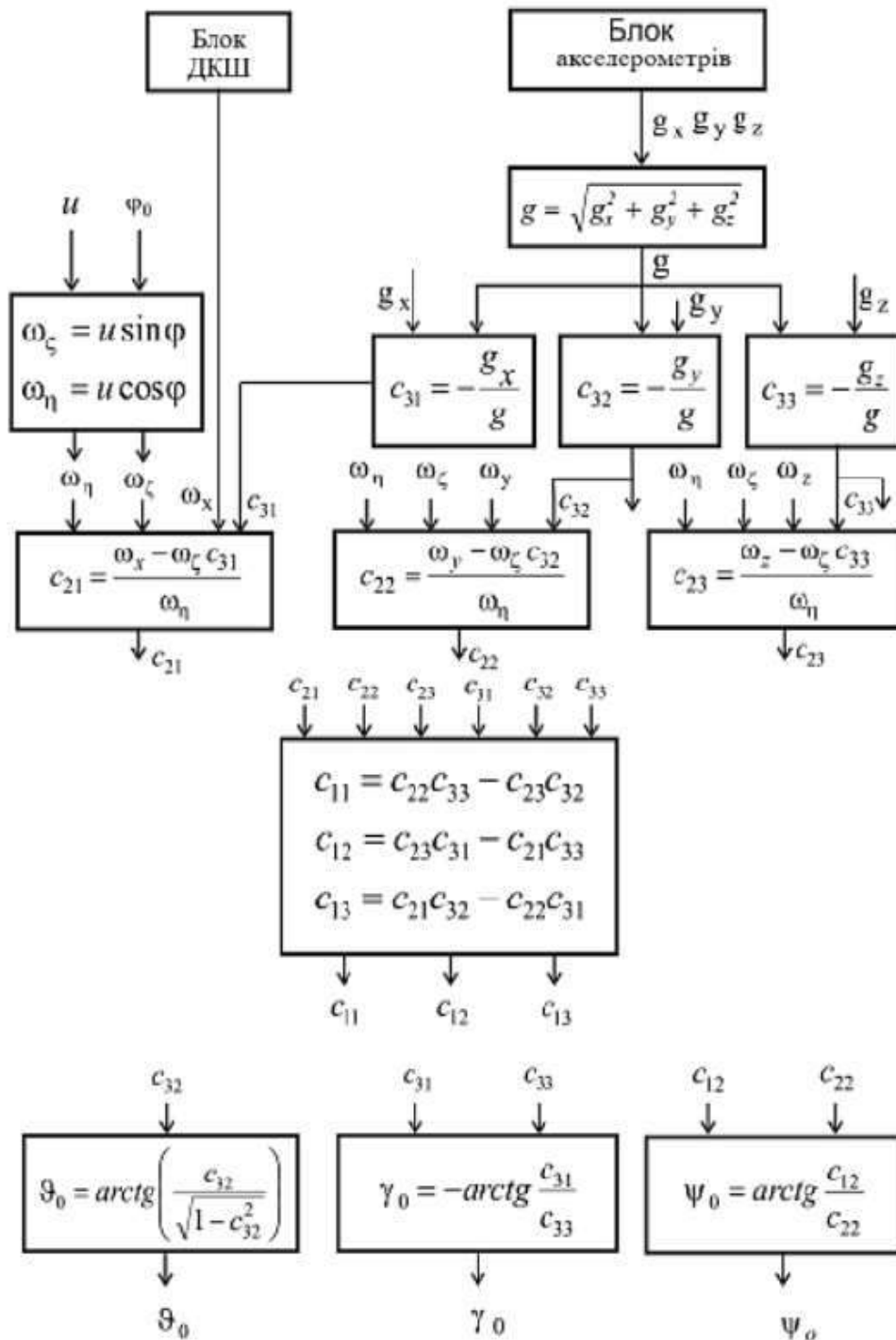


Рисунок 5.2 – Структурна схема алгоритму початкового виставлення

Якщо алгоритм орієнтації побудований на використанні параметрів Родріга – Гамільтона, для його функціонування необхідно отримати початкові значення цих параметрів. Їх можна отримати з формул

$$\lambda_{00} = \cos \frac{\psi_0}{2} \cos \frac{\vartheta_0}{2} \cos \frac{\gamma_0}{2} + \sin \frac{\psi_0}{2} \sin \frac{\vartheta_0}{2} \sin \frac{\gamma_0}{2};$$

$$\lambda_{10} = \cos \frac{\psi_0}{2} \sin \frac{\vartheta_0}{2} \cos \frac{\gamma_0}{2} + \sin \frac{\psi_0}{2} \cos \frac{\vartheta_0}{2} \sin \frac{\gamma_0}{2};$$

$$\lambda_{20} = \cos \frac{\psi_0}{2} \cos \frac{\vartheta_0}{2} \sin \frac{\gamma_0}{2} - \sin \frac{\psi_0}{2} \sin \frac{\vartheta_0}{2} \cos \frac{\gamma_0}{2};$$

$$\lambda_{30} = \sin \frac{\psi_0}{2} \cos \frac{\vartheta_0}{2} \cos \frac{\gamma_0}{2} - \cos \frac{\psi_0}{2} \sin \frac{\vartheta_0}{2} \sin \frac{\gamma_0}{2}.$$

На етапі початкового виставлення БІНС, поряд із забезпеченням теплових режимів системи та визначенням правильності її функціонування, перш за все, вирішуються два основні завдання:

- визначення початкових значень швидкості і координат розташування ЛА;

- визначення орієнтації вимірювальних осей акселерометрів, що полягає у визначенні початкового значення матриці напрямних косинусів, що характеризує взаємну орієнтацію координатного тригранника, пов'язаного з блоком вимірювальних елементів БІНС, та системи координат, узятій за базову СК.

Ця інформація далі вводиться в БІНС як початкові умови для розв'язання основного рівняння інерціальної навігації та рівнянь, що визначають алгоритм вирішення завдання орієнтації.

Ураховуючи, що процес підготовки БІНС БПЛА здійснюється на основі, нерухомій щодо літака-носія (ЛН), початкові значення швидкості та координат розташування БПЛА відомі апріорно і дорівнюють, відповідно, значенням швидкості та координат, визначеним пілотажно-навігаційними пристроями на борту ЛН. Такий спосіб передачі орієнтації полягає у виставленні навігаційної системи (НС) БПЛА залежно від попереднього виставлення НС ЛН. При аналізі точності передачі виставлення розглядаються лише помилки, що виникають між НС ЛН та БПЛА.

Передбачається, що НС ЛН абсолютно точно узгоджена з незалежною (базовою) системою відліку. Будь-яка помилка НС ЛН у збереженні незалежної системи координат безпосередньо передається НС БПЛА. Загальна помилка виставлення НС БПЛА є сумою помилок «пам'яті» НС ЛН та помилки виставлення НС БПЛА щодо НС ЛН.

Розглянемо початкове виставлення з прикладу використання інформації з борту ЛН. Ядром навігаційного комплексу БПЛА вибрано триканальну БІНС, побудовану на трьох волоконно-оптичних гіроскопах (постійний дрейф 0,02 °/год) і трьох акселерометрах (постійна помилка

0,0004g). Джерелом коригувальної інформації вибрано НС ЛН, побудовану на базі БІНС, що коригується від супутникової навігаційної системи (СНС) ГЛОНАСС/GPS, системи повітряних сигналів (СПС), астросистеми (АС).

Схему комплексного рішення показано на рисунку 5.3.

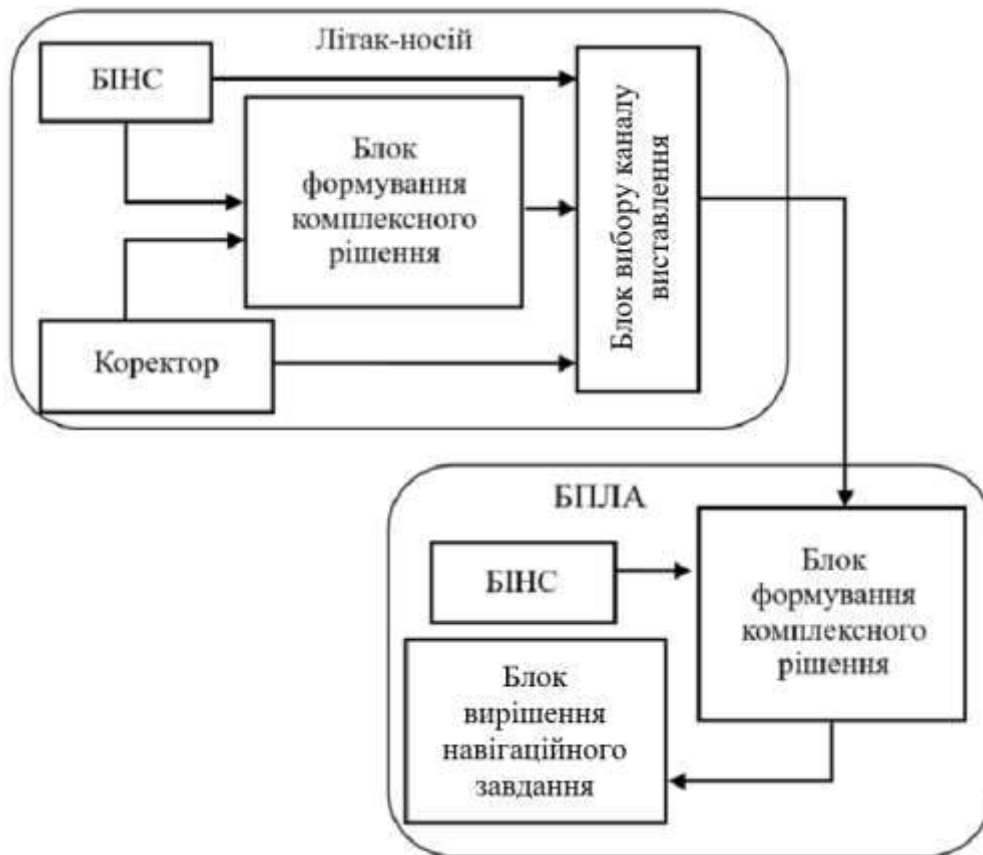


Рисунок 5.3 – Загальна схема виставлення БІНС БПЛА

Початкові значення швидкості і координат ЛА відомі апіорно і дорівнюють (з урахуванням компенсації роздільної установки навігаційних систем) значенням швидкості і координат, визначеним попередньо виставленою НС ЛН. Наближене початкове значення матриці напрямних косинусів БІНС БПЛА визначає взаємне положення горизонтного базису та базису, пов'язаного з блоком вимірювальних елементів БІНС БПЛА. Точність обчислення матриці напрямних косинусів залежатиме не тільки від похибок використовуваних вимірювальних елементів, а й від ступеня деформацій корпусу ЛН. Оскільки дійсний рух об'єкта під впливом зовнішніх факторів, а також похибки вимірювальних елементів інерціальних систем зазвичай невідомі і можуть бути задані лише їх ймовірні характеристики, для підвищення точності початкового виставлення застосовано метод оптимальної фільтрації Калмана (ОФК).

Таким чином, вирішення завдання початкового виставлення БІНС із застосуванням методу оптимальної фільтрації виконується у два етапи. На першому етапі знаходять наближене початкове значення матриці

напрямних косинусів, а на другому за допомогою алгоритму фільтрації визначають оцінку кутових неузгоджень базисів БІНС ЛН і БПЛА і уточнюють значення матриці напрямних, яке в момент старту БПЛА береться за початкове і вводиться в блок вирішення завдання орієнтації БІНС.

Для вирішення завдання виставлення БІНС БПЛА по опорній навігаційній інформації від НС із застосуванням методу ОФК доцільно організувати структуру інтегрованої системи (рисунок 5.4), згідно з якою БІНС БПЛА та НС ЛН формують незалежні рішення. У сполучному блоці фільтр Калмана на підставі опорної навігаційної інформації від ЛН формує оцінку вектора стану і проводиться корекція даних, отриманих від БІНС БПЛА. Різниця незалежно обчислених навігаційних параметрів БІНС БПЛА та СР СН використовується для оцінювання помилок БІНС БПЛА з метою подальшої їх компенсації. Перевагою такої схеми є висока надійність комплексної системи, а недоліком – можлива кореляція процесів, що надходять на вхід фільтра Калмана, та необхідність синхронізації надходження вимірювань від НС обох бортів на вхід блока формування комплексного розв'язання.

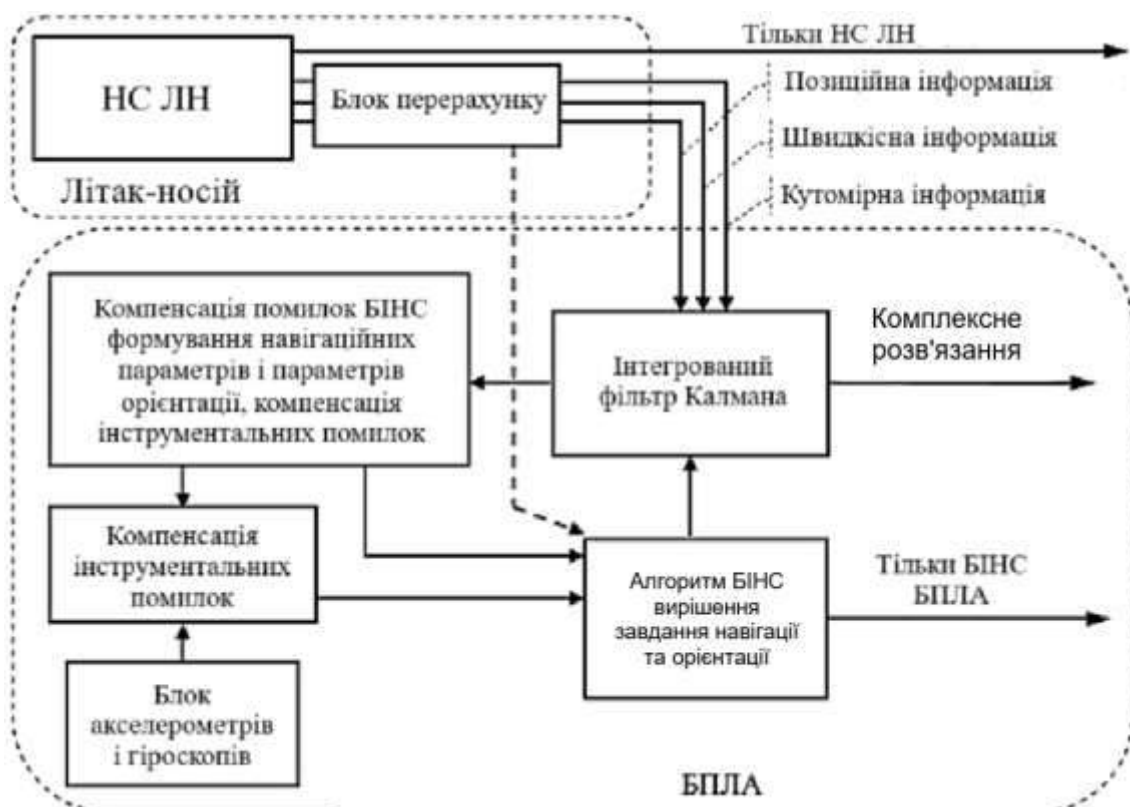


Рисунок 5.4 – Структура інтегрованої системи

При вирішенні завдань комплексування різних навігаційних приладів, зокрема при використанні фільтра Калмана в завданнях корекції інерціальних систем, застосовується спосіб формування вектора вимірювань у вигляді різниці вихідних сигналів коригування та однієї з

коригувальних навігаційних систем, що містять інформацію про одну і ту ж фізичну величину.

Може використовуватися спосіб формування вектора вимірів:

- 1) за різницею координат НС ЛН і БІНС відокремлюваного ЛА;
- 2) за неузгодженістю кутів орієнтації НС ЛН і БІНС відокремлюваного ЛА;
- 3) за різницею координат та неузгодженістю кутів орієнтації;
- 4) за різницею координат та проєкцій швидкостей;
- 5) за різницею проєкцій швидкостей та неузгодженістю кутів орієнтації;
- 6) за різницею координат, проєкцій швидкостей та неузгодженістю кутів орієнтації.

Виставлення БІНС матиме більш високу точність під час корекції за найбільшим обсягом вимірювань. Крім цього, найкраще оцінюватимуться компоненти вектора стану, коригувальна інформація по яких формує вектор вимірювань.

Іншими словами, при позиційній корекції буде спостерігатися швидка збіжність помилок оцінювання похибок БІНС за координатами, при кутомірній корекції – помилок оцінювання похибок БІНС у побудові вимірювального тригранника.

Похибки БІНС здебільшого мають характер незгасних коливань з періодом Шулера. Виникає природне запитання, чи не можна демпфувати ці коливання. У відомій літературі розглядається така можливість стосовно платформних систем. Розглянемо можливості демпфування у БІНС.

5.2 Демпфування за допомогою внутрішніх зв'язків

Розглянемо на рисунку 5.5 північний канал, де перші інтегратори охоплені зворотним зв'язком.

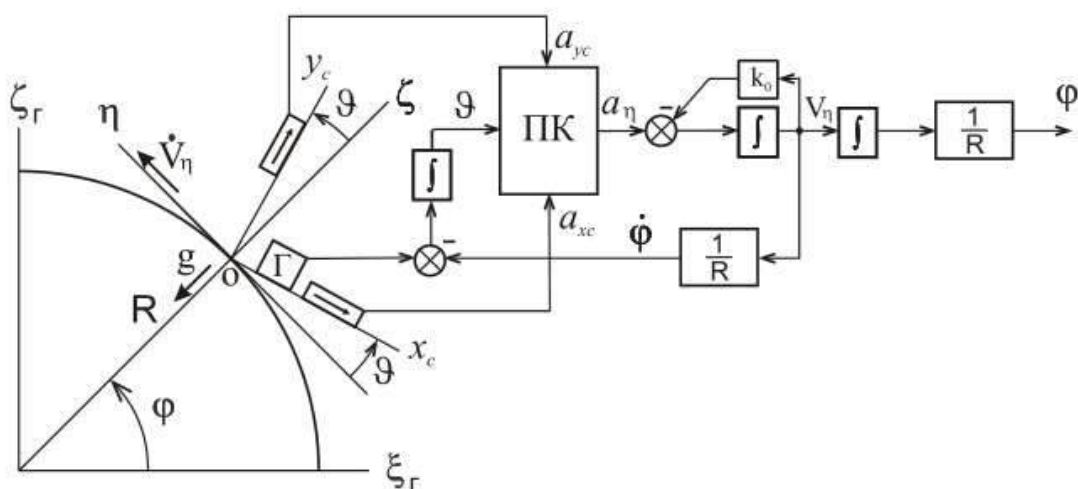


Рисунок 5.5 – Північний канал із демпфуванням

Прискорення, які вимірюються акселерометрами, відповідають формулам

$$a_{xc} = g \sin \vartheta - \dot{V}_\eta \cos \vartheta; \quad (5.9)$$

$$a_{yc} = g \cos \vartheta + \dot{V}_\eta \sin \vartheta.$$

Зазначимо, що внаслідок перетворення уявних прискорень в блоці напрямних косинусів і перетворення координат НК-ПК отримаємо уявне прискорення в проєкціях на осі супроводжувального базису

$$a_\eta = \dot{V}_\eta. \quad (5.10)$$

5.3 Охоплення перших інтеграторів негативним зворотним зв'язком

Рівняння ідеальної роботи, які відрізнятимуться від наведених тим, що в них враховано охоплення перших інтеграторів зворотним зв'язком з коефіцієнтом передачі k_0 :

$$\dot{\vartheta} = \omega_z - V_\eta / R, \quad \vartheta_0 = 0, \quad \vartheta = \int_0^t \dot{\vartheta} dt + \vartheta_0;$$

$$a_\eta = -a_{xc} \cos \vartheta + a_{yc} \sin \vartheta;$$

(5.11)

$$\dot{V}_\eta = a_\eta - k_0 V_\eta, \quad V_{\eta 0} = 0, \quad V_\eta = \int_0^t (\dot{V}_\eta - k_0 V_\eta) dt + V_{\eta 0};$$

$$\dot{\varphi} = V_\eta / R, \quad \varphi_0 = 0, \quad \varphi = \int_0^t \dot{\varphi} dt + \varphi_0.$$

Як раніше було показано, помилка визначення кута повороту об'єкта тотожна помилці обчислення положення географічного базису:

$$\Delta \vartheta \equiv \beta, \quad \Delta \dot{\vartheta} \equiv \dot{\beta}.$$

Варіюючи перше рівняння (5.9), отримаємо

$$\dot{\beta} = \Delta\omega_z - \frac{\Delta V_\eta}{R}, \quad (5.12)$$

де $\Delta\omega_z$ – помилка вимірника кутової швидкості.

Варіюючи друге рівняння (5.11), з урахуванням рівнянь (5.9),

$$\Delta a_\eta = -\Delta a_{xc} \cos \vartheta + \Delta a_{yc} \sin \vartheta + g\beta, \quad (5.13)$$

де Δa_{xc} , Δa_{yc} – помилки акселерометрів.

Варіюючи наступні рівняння системи (5.11), можна записати

$$\Delta \dot{V}_\eta = \Delta a_\eta - k_0 \Delta V_\eta; \quad (5.14)$$

$$\Delta \dot{\phi} = \Delta V_\eta / R.$$

Розглянемо диференціальні рівняння (5.12), (5.14).

Якщо здиференціювати (5.12), підставляючи (5.13) і вважаючи для простоти, що похибки акселерометрів у (5.13) відсутні, можна записати

$$\ddot{\beta} = \Delta\dot{\omega}_z - \frac{\Delta \dot{V}_\eta}{R};$$

$$\Delta \dot{V}_\eta = g\beta - k_0 \Delta V_\eta.$$

Якщо $\Delta\omega_z = \text{const}$ та підставити друге рівняння до першого, то

$$\ddot{\beta} = -\frac{1}{R}(g\beta - k_0 \Delta V_\eta).$$

Якщо підставити замість $\frac{\Delta V_\eta}{R}$ відповідний вираз з (5.12), отримаємо

$$\ddot{\beta} + \frac{k_0}{R} \dot{\beta} + \frac{g}{R} \beta = \frac{k_0}{R} \Delta\omega_z. \quad (5.15)$$

Як відомо, $\frac{g}{R} = \nu^2$ – квадрат частоти Шулера. Наявність зворотного негативного зв'язку забезпечує демпфування шулерівських коливань помилки β . Очевидно, що наслідком буде демпфування всіх похибок.

Постійний огляд гіроскопа $\Delta\omega_z$ призводить до сталої помилки, яка залежить від коефіцієнта передачі зворотного зв'язку

$$\beta_{cm} = \frac{k_0}{g} \Delta\omega_z.$$

5.4 Охоплення перших інтеграторів прямим зв'язком

Фрагмент структурної схеми північного каналу показано на рисунку 5.6, де k_n – коефіцієнт передачі прямого ланцюга.

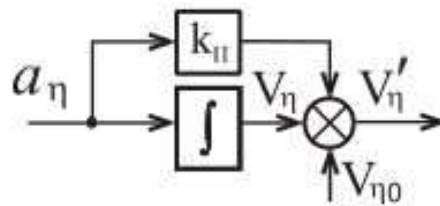


Рисунок 5.6 – Охоплення першого інтегратора прямим зв'язком

Рівняння (5.11) ідеальної роботи в цьому випадку набудуть вигляду

$$\dot{\vartheta} = \omega_z - V'_\eta/R, \quad \vartheta_0 = 0, \quad \vartheta = \int_0^t \dot{\vartheta} dt + \vartheta_0;$$

$$a_\eta = -a_{xc} \cos \vartheta + a_{yc} \sin \vartheta;$$

$$\dot{V}'_\eta = \dot{V}_\eta + k_n \dot{V}_\eta, \quad V_{\eta 0} = 0, \quad V'_\eta = \int_0^t \dot{V}_\eta dt + k_n V_\eta; \tag{5.16}$$

$$\dot{\varphi} = V'_\eta/R, \quad \varphi_0 = 0, \quad \varphi = \int_0^t \dot{\varphi} dt + \varphi_0.$$

Рівняння помилки (5.12) перетворюється на

$$\dot{\beta} = \Delta\omega_z - \frac{\Delta V'_\eta}{R}.$$

Друга похідна

$$\ddot{\beta} = \Delta\dot{\omega}_z - \frac{\Delta\dot{V}'_{\eta}}{R}. \quad (5.17)$$

Після підстановки в (5.17) $\Delta\dot{V}'_{\eta}$ і перетворення рівняння помилки

$$\ddot{\beta} + k_n v^2 \dot{\beta} + v^2 \beta = \Delta\dot{\omega}_z. \quad (5.18)$$

Вигляд рівняння (5.18) показує, що внаслідок охоплення першого інтегратора зворотним зв'язком помилка має згасаючий характер. Помилка, що встановилася, може виникнути лише при кутовому прискоренні догляду, що рідко має місце. Отже, ця схема має деяку перевагу перед схемою з негативним зворотним зв'язком.

5.5 Демпфування за швидкістю від зовнішньої системи

Використовуємо для демпфування дані про швидкість зовнішньої системи, що має високу точність вимірювання (супутникова навігаційна система, доплерівські вимірники швидкості). Структуру північного каналу цього варіанта наведено на рисунку 5.7.

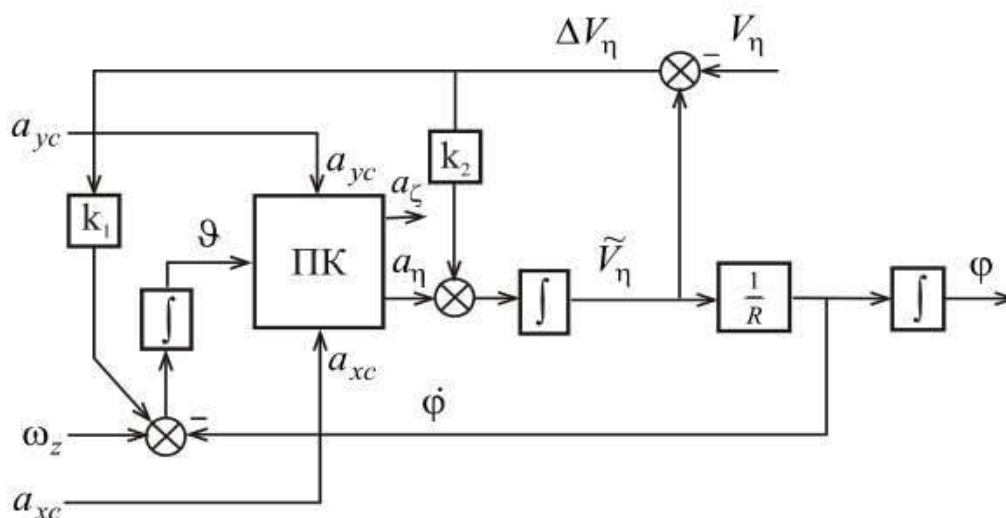


Рисунок 5.7 – Демпфування із зовнішньої швидкості

Різниця приладової швидкості \tilde{V}_{η} та еталонної швидкості V_{η} від зовнішньої системи може бути подана на вхід першого інтегратора лінійного прискорення з коефіцієнтом k_2 або на вихід вимірника кутової швидкості з коефіцієнтом k_1 , або на обидва ці коригувальні входи одночасно.

За аналогією з раніше наведеними системами рівнянь (5.11), (5.16), можна записати рівняння ідеальної роботи у вигляді

$$\dot{\vartheta} = \omega_z - V_\eta/R + k_1 \Delta V_\eta, \quad \vartheta_0 \neq 0;$$

$$a_\eta = -a_{xc} \cos \vartheta + a_{yc} \sin \vartheta;$$

$$a_\zeta = a_{xc} \sin \vartheta + a_{yc} \cos \vartheta; \quad (5.19)$$

$$\dot{V}_\eta = a_\eta + k_2 \Delta V_\eta, \quad V_{\eta 0} = 0;$$

$$\dot{\varphi} = V_\eta/R, \quad \varphi_0 = 0.$$

Рівняння помилок отримаємо варіюванням рівнянь ідеальної роботи з урахуванням рівняння (5.9):

$$\dot{\vartheta} \equiv \beta;$$

$$\dot{\beta} = \Delta \omega_z - \Delta V_\eta/R + k_1 \Delta V_\eta;$$

$$\Delta a_\eta = -\Delta a_{xc} \cos \vartheta + \Delta a_{yc} \sin \vartheta + g \beta;$$

$$\Delta a_\zeta = \Delta a_{xc} \sin \vartheta + \Delta a_{yc} \cos \vartheta - \dot{V}_\eta \beta; \quad (5.20)$$

$$\Delta \dot{V}_\eta = \Delta a_\eta + k_2 \Delta V_\eta;$$

$$\Delta \dot{\varphi} = \Delta V_\eta/R.$$

Спростимо розгляд, нехай $\Delta \omega_z = 0$, $\Delta a_{xc} = 0$, $\Delta a_{yc} = 0$, $\beta_0 \neq 0$.

Диференціюючи за цих умов друге рівняння (5.19) та підставляючи п'яте рівняння (5.19), отримаємо

$$\ddot{\beta} = \left(k_1 - \frac{1}{R} \right) \Delta \dot{V}_\eta = \left(k_1 - \frac{1}{R} \right) (\Delta a_\eta + k_2 \Delta V_\eta). \quad (5.21)$$

Урахуємо, що за $\Delta a_{xc} = 0$, $\Delta a_{yc} = 0$ з (5.19) $\Delta a_\eta = g \beta$. Розглянемо випадок, коли $k_2 = 0$. Тоді

$$\ddot{\beta} = \left(\frac{g}{R} - k_1 \right) \beta = 0. \quad (5.22)$$

При цьому частота власних незгасних коливань відрізняється від «шулерівської», $\nu^2 = \frac{g}{R}$, адже квадрат частоти – $\omega_0^2 = \frac{g}{R} - k_1$. Таким чином, корекція на виході вимірника кутової швидкості дає змогу збільшувати частоту коливань ($k_1 < 0$) і внаслідок цього прискорювати демпфування.

Якщо взяти $k_1 = 0$ і $k_2 \neq 0$, тоді, враховуючи рисунок 5.7, можна записати такі вирази:

$$\Delta V_\eta = \int_0^t (g\beta + k_2 \Delta V'_\eta) dt;$$

$$\dot{\beta} = -\frac{\Delta V_\eta}{R} = -\frac{1}{R} \int_0^t (g\beta + k_2 \Delta V'_\eta) dt;$$

$$\ddot{\beta} = -\frac{1}{R} (g\beta + k_2 \Delta V_\eta) = -\frac{1}{R} (g\beta - k_2 \dot{\beta} R).$$

Звідси

$$\ddot{\beta} + k_2 \dot{\beta} + \nu^2 \beta = 0.$$

Таким чином, коригувальний сигнал на вхід першого інтегратора прискорення дає змогу демпфувати коливання.

Запитання для самоконтролю

1. Які основні завдання вирішуються на етапі початкового виставлення БІНС?
2. Опишіть схему виставлення БІНС БПЛА.
3. Опишіть структуру інтегрованої системи.
4. У чому полягає особливість демпфування за допомогою внутрішніх зв'язків?
5. У чому полягає особливість демпфування за швидкістю від зовнішньої системи?
6. Опишіть схему моделювання північного каналу.

Тема 6 КОМПЛЕКСНІ НАВІГАЦІЙНІ СИСТЕМИ

6.1 Комплексування СНС і ІНС

Крім вимог до точності, до навігаційних систем зараз ставляться вимоги до таких параметрів, як цілісність, доступність і безперервність навігаційного забезпечення. Мірою цілісності є ймовірність виявлення виходу робочих характеристик системи (насамперед точності) за певні межі та повідомлення про це протягом заданого інтервалу часу. Доступність визначається ймовірністю одержання споживачем достовірної інформації в заданий момент часу з необхідною точністю.

Безперервність характеризується ймовірністю забезпечення споживача достовірною інформацією на заданому інтервалі часу. Достовірність, у свою чергу, визначається як здатність навігаційної системи підтримувати з заданою ймовірністю свої характеристики в необхідних межах на визначеному інтервалі часу в якому-небудь районі. Забезпечення необхідного рівня цих показників найчастіше є більш складним завданням, ніж забезпечення необхідної точності навігаційних вимірювань.

Завдяки різній фізичній природі та різним принципам формування навігаційного алгоритмічного забезпечення, ІНС і СНС добре доповнюють одна одну. Їх спільне використання дає змогу, з одного боку, обмежити збільшення похибок ІНС, а з іншого боку, зменшити шумову складову похибок СНС, підвищити темп видачі інформації бортовим споживачам, істотно підняти рівень перешкодозахищеності. На сучасному етапі ядром інтегрованої системи є ІНС завдяки своїй автономності та можливості з високою швидкістю відновлення надавати споживачу як позиційну, так і кутову інформацію. У складі інтегрованих інерціально-супутникових систем найчастіше використовуються БІНС. Це обумовлюється їх підвищеною надійністю, меншою вагою і габаритами, меншим споживанням енергії. Відсутність платформи визначає здебільшого і менший час виставлення системи – обов'язкової процедури первинного визначення орієнтації осей чутливості акселерометрів й ініціалізації координат і швидкостей. Основним завданням БІНС є забезпечення навігаційними параметрами (координатами та складовими вектора швидкості), а також параметрами кутової орієнтації бортових споживачів у реальному масштабі часу в режимі корекції від супутникової навігаційної системи.

Завдяки такому комплексуванню інформації досягаються:

- підвищення точності визначення координат, висоти, швидкості і часу споживача;
- уточнення кутів орієнтації (курсу, крену і тангажа);
- оцінювання й уточнення параметрів калібрування навігаційних датчиків, таких як дрейфи гіроскопів, масштабні коефіцієнти, зсуви акселерометрів тощо;

- забезпечення на цій основі безперервності навігаційних визначень на всіх етапах руху, зокрема і при тимчасовій нероботоздатності приймача СНС у випадках впливу перешкод або енергійних маневрів ЛА;
- поліпшення характеристик цілісності навігаційного забезпечення, тобто здатності при спільному обробленні інформації автономних засобів (особливо ІНС) і СНС забезпечувати бортовий автономний контроль цілісності.

Нині розроблені схеми можливого комплексування СНС і ІНС є у чотирьох основних варіантах:

- розімкнена схема;
- слабкозв'язана схема;
- жорсткозв'язана схема;
- глибокоінтегрована схема.

Перший варіант – це роздільна або розімкнена схема (рисунок 6.1). Це найбільш простий варіант спільного використання ІНС і СНС. Тут обидві системи працюють незалежно одна від одної, але, оскільки похибки ІНС з часом збільшуються, то необхідно періодично або безперервно проводити корекцію ІНС за даними СНС. Для демпфірування вертикального каналу ІНС може бути застосована інформація від системи повітряних сигналів (СПС).

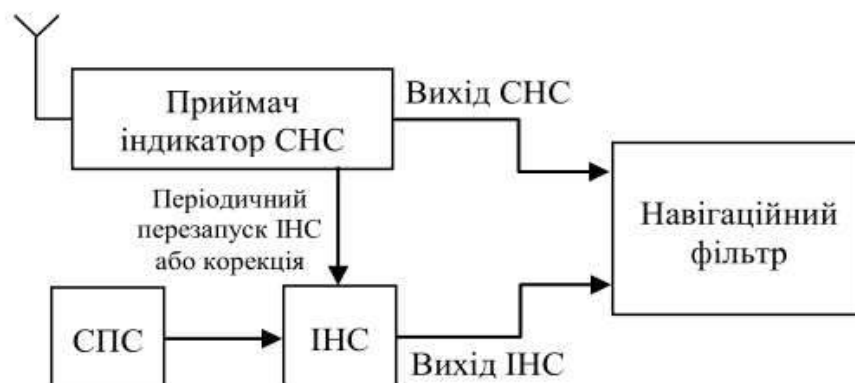


Рисунок 6.1 – Розімкнена схема комплексування СНС і ІНС

Періодична корекція може зводитися до періодичного перезапуску алгоритму ІНС із новими початковими умовами за координатами та швидкістю, дані про які надходять від приймача СНС.

Безперервна корекція процедурно може бути оформлена як одночасна позиційна та швидкісна корекція ІНС за сигналами СНС. Така архітектура комплексування на етапі вирішення навігаційного завдання (на етапі вторинного оброблення інформації) забезпечує незалежність систем (крім моментів перезапуску або корекції) й інформаційну надмірність сукупної структури. Вихідна інформація двох систем може піддаватися комплексному обробленню з використанням фільтра Калмана.

У цілому комплексна система має більш високу точність як за координатами і швидкістю, так і за кутовою орієнтацією. При цьому зберігається можливість одержувати позиційну, швидкісну та кутову інформацію (у тому числі про перевантаження та кутову швидкість), необхідну для цілей пілотування та навігації з високою частотою, притаманною ІНС.

Наступною за глибинним зв'язком ІНС і СНС є слабкозв'язана система. Тут інерціальна система та приймач СНС, як і раніше, виробляють незалежні навігаційні вимірювання, однак з'являється з'єднувальний блок – обчислювач ІНС СНС, у якому формується оцінка координат і швидкості польоту, коригуються дані, отримані від ІНС (рисунок 6.2).

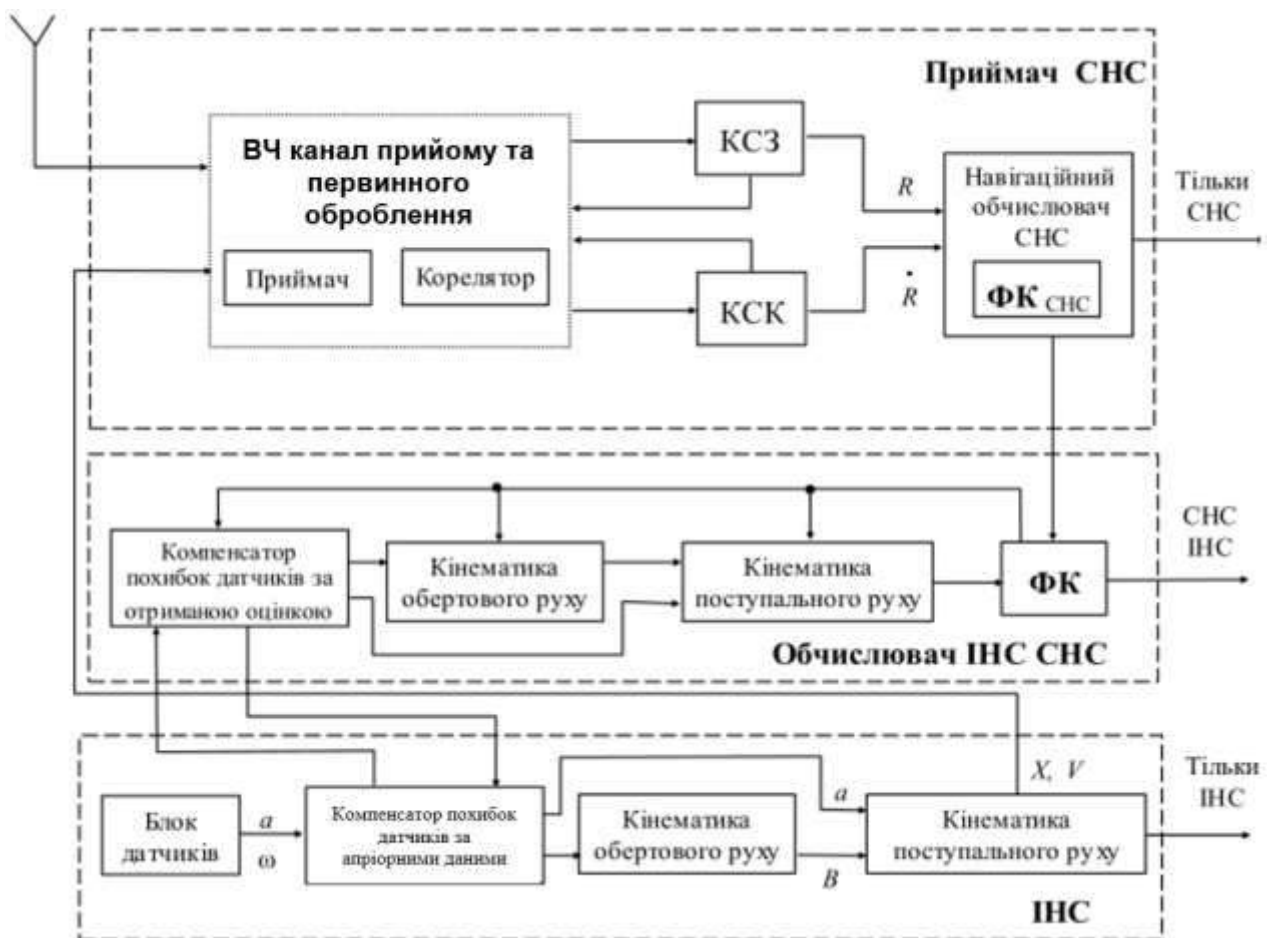


Рисунок 6.2 – Слабкозв'язана схема комплексування СНС і ІНС

У цій схемі функціональний розподіл підсистем може супроводжуватися їх фізичним поділом: приймач СНС, ІНС і навігаційний обчислювач конструктивно оформляються у вигляді закінчених роздільних блоків, між якими організовані відповідні інформаційні зв'язки, що зазвичай не вимагають високих швидкостей передачі даних. Зрозуміло, усі три перелічені компоненти системи можуть бути розміщені й у єдиному модулі, якщо це бажано за умовами функціонування комплексу. У слабкозв'язаних

системах ІНС повинна забезпечити досить тривале функціонування зі збереженням прийнятної точності. Таким чином, передбачається можливість як роздільного функціонування ІНС і СНС протягом тривалого періоду, так і їх сумісного функціонування в інтегрованому режимі.

У блоці високочастотного каналу прийому та первинного оброблення забезпечується прийом сигналу, його частотне перетворення і кореляційне оброблення. Інформація з кореляторів передається в контур стеження за кодом (КСК) (контур стеження за фазою (КЗФ) – у СНС ГЛОНАСС) і доплерівським зсувом несного контуру стеження за затримкою (КСЗ). У цьому контурі виробляються сигнали зворотного зв'язку для захоплення сигналу супутника. Виходом контурів стеження є часове зрушення коду і доплерівське зрушення частоти несної або відповідні їм псевдодальність R і псевдошвидкість R' .

Багатоканальний приймач має забезпечити стеження за необхідною кількістю супутників (не менше чотирьох) або за усіма видимими супутниками. Це досягається використанням кількох (зазвичай 6, 12 або 24) каналів стеження. Інформація про вимірювані псевдодальності та псевдошвидкості використовується в алгоритмах навігаційного обчислювача для отримання координат і швидкості споживача, а також виправлень до еталона часу та частоти приймача СНС. За наявності надмірності з метою підвищення точності обчислення навігаційних параметрів здійснюється їх спільне оцінювання, зокрема з використанням ОФК.

Робота супутникової системи коригується від ІНС на етапі «холодного» і «гарячого» стартів. Тут приймач СНС використовує інформацію від ІНС тільки з метою більш надійного та швидкого відновлення захоплення сигналу у випадку його втрати.

У блоці ІНС на рисунку 6.2 показано структуру БІНС. Блок датчиків видає вектори кутових швидкостей ω та лінійних прискорень a . У блоці «кінематика обертового руху» виконується інтегрування кінематичних рівнянь кутового руху та формується матриця напрямних косинусів B за інформацією датчиків кутових швидкостей. Матриця напрямних косинусів B разом із даними акселерометрів використовується в блоці інтегрування кінематичних рівнянь поступального руху – блок «кінематика поступального руху». На виході цього блока формуються координати та швидкості ЛА у вибраній навігаційній системі.

У середній частині рисунка 6.2 зображено з'єднувальний блок – обчислювач ІНС СНС, що копіює алгоритм БІНС, здійснює в блоці «компенсатор похибок датчиків» компенсацію похибок датчиків відповідно до моделей цих похибок та реалізує безпосередньо комплексування ІНС і СНС. Оцінювання параметрів, що характеризують фазові координати руху ЛА, реалізується в польоті за результатами, наприклад, застосування розширеного фільтра Калмана для сигналів ІНС і СНС у блоці ФК. За результатами оцінювання здійснюється позиційна та швидкісна корекція

копії алгоритмів БІНС. Корекція самої ІНС у слабкозв'язаних системах не передбачається.

Очевидно, у слабкозв'язаній системі навігаційні параметри, так само як і в розімкненій схемі, виробляються незалежно як у ІНС, так і в СНС, причому, як уже відзначалося, до складу приймача включена схема оцінювання (зазвичай фільтр Калмана). Така схема називається «каскадною» через два послідовно включених фільтри Калмана. Перевагою такої схеми є висока надійність інтегрованої системи, а недоліком – взаємна кореляція похибок оцінок першого фільтра (фільтра супутникового приймача) і їх відмінність від білих шумів. Надходячи з виходу СНС на вхід другого фільтра Калмана, і стаючи для нього шумами вимірювань, вони порушують умови оптимальної роботи цього фільтра. Крім цього, у такій схемі необхідно здійснювати заходи синхронізації вимірювань ІНС і приймача СНС.

Третій варіант інтеграції систем – жорсткозв'язана (сильнозв'язана) схема (рисунок 6.3). У жорсткозв'язаних системах ступінь автономності ІНС значно менший, ніж у слабкозв'язаних системах: допускається автономна робота протягом від декількох секунд до декількох десятків секунд. Практично в цих системах ІНС найчастіше є додатком для СНС. У таких системах роль ІНС зводиться лише до вимірювання первинних параметрів поступального й обертального рухів, наприклад проєкцій уявного прискорення й абсолютної кутової швидкості обертання об'єкта. З цієї причини в схемах такого типу ІНС являють собою лише блоки інерційних вимірників (акселерометри і гіроскопи). Основна навігаційна інформація виробляється в СНС, у той час як ІНС інтерполює значення навігаційних параметрів у період між двома сусідніми тактами надходження інформації від СНС.

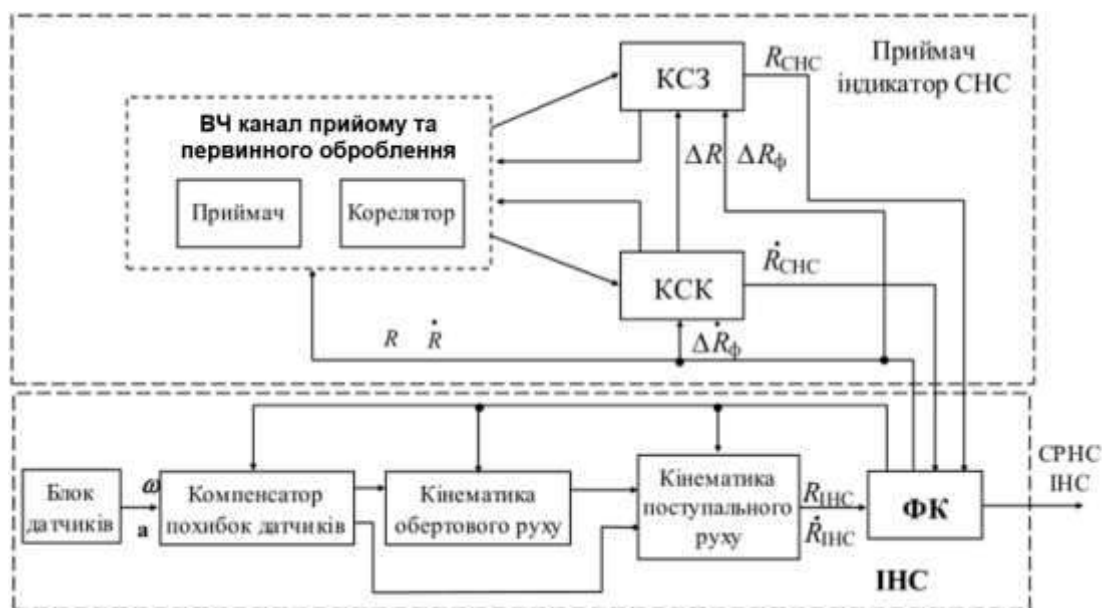


Рисунок 6.3 – Жорсткозв'язана схема комплексування СНС і ІНС

Компенсація похибок датчиків відповідно до моделей цих похибок виконується в блоці компенсатора похибок від розширеного фільтра Калмана. Інтегрування кінематичних рівнянь обертового руху та поступального руху виконується з урахуванням скоригованих координат. Тобто в жорсткозв'язаних системах виконуються одночасно процедури оцінювання (фільтрації) і коригування ІНС.

У супутниковому навігаційному приймачі присутній ВЧ канал прийому і первинного оброблення і блок стеження за кодом і доплерівським зрушенням несної, що функціонують аналогічно описаному вище варіанту слабкозв'язаної схеми. Відмінністю цієї структури від попередніх є відсутність у складі приймача фільтра Калмана. У жорсткозв'язаній схемі й ІНС, і приймач лише забезпечують склад вимірів для загального обчислювального блока, у якому реалізований єдиний фільтр Калмана. Виміри для фільтра в жорсткозв'язаних системах будуються за різницею псевдодальностей або/і швидкостей зміни псевдодальностей, визначених, з одного боку, у ІНС за обчисленими координатами об'єкта й ефемеридами супутника, і обмірюваних СНС приймачем, з іншого.

Жорсткозв'язані системи забезпечують більшу точність вирішення навігаційного завдання порівняно з попередніми системами, при цьому фільтр Калмана дає змогу оптимально використовувати всі доступні супутники. Однак наявність лише одного фільтра Калмана призводить до втрати надмірності системи, тому що стає доступним лише одне спільне рішення.

До інших переваг такої схеми можна віднести:

- відсутність проблеми взаємної кореляції шумів вимірів і їх відмінностей від білих шумів;
- відсутність проблеми синхронізації вимірів БІНС і СНС, тому що використовується один формувач тактових частот;
- можливість виявлення і відбраковування «поганих» вимірів псевдодальностей за їх підвищеними значеннями, сформованими з використанням даних від БІНС.

До недоліків жорсткозв'язаних систем можна віднести:

- необхідність розроблення спеціальної апаратури споживача (приймача);
- використання складних співвідношень для вимірів;
- погіршення надійності, тому що відмова БІНС призводить до відмови системи в цілому.

Останній недолік можна усунути, ввівши додатковий (паралельний) фільтр Калмана, призначений лише для приймача. Таке рішення створює деякий проміжний варіант між слабко- та жорсткозв'язаною схемами. Таким чином, основні відмінності жорсткозв'язаної схеми від слабкозв'язаної полягають у такому:

- використання вихідної інформації ІНС про прискорення в КСК та доплерівський зсув несного КСЗ. Це дає змогу звузити смугу пропускання контурів стеження та підвищити швидкодію та точність налаштування;
- використання вимірювань псевдодальностей і псевдошвидкостей (а не координат і швидкостей) для оцінювання похибок ІНС.

Система, що зображена на рисунку 6.4, надає два навігаційних рішення: одне на виході блока СНС, інше – на виході ІНС. Блоки мають той же зміст, що і на попередніх схемах. ІНС може забезпечувати вирішення навігаційного завдання навіть за відсутності сигналів від СНС. Крім того, передбачено режим підтримки роботи СНС від ІНС за рахунок поліпшення стійкості стеження. Блок КЗФ – блок стеження за фазою несної частоти, зазвичай більш уразливий для природних або штучних перешкод. Тому, якщо цей блок стеження втратив «захоплення» фази і не виконує функцію підтримки стеження КСЗ, тобто працює тільки блок КСЗ – блок стеження за затримкою, то ІНС заміняє відсутній сигнал ΔR на сигнал ІНС R , підтримуючи, таким чином, роботу супутникової системи без збоїв.

ІНС у цьому випадку, так само як і у всіх інших, використовується також і для екстраполяції сигналів положення R і швидкості R' між двома вимірюваннями СНС. Оскільки у фільтрі Калмана відновлюється цілком весь вектор стану ЛА, то змінні кутової орієнтації використовуються для корекції алгоритмів інтегрування кінематичних рівнянь кутового руху, тобто здійснюється корекція за швидкістю.

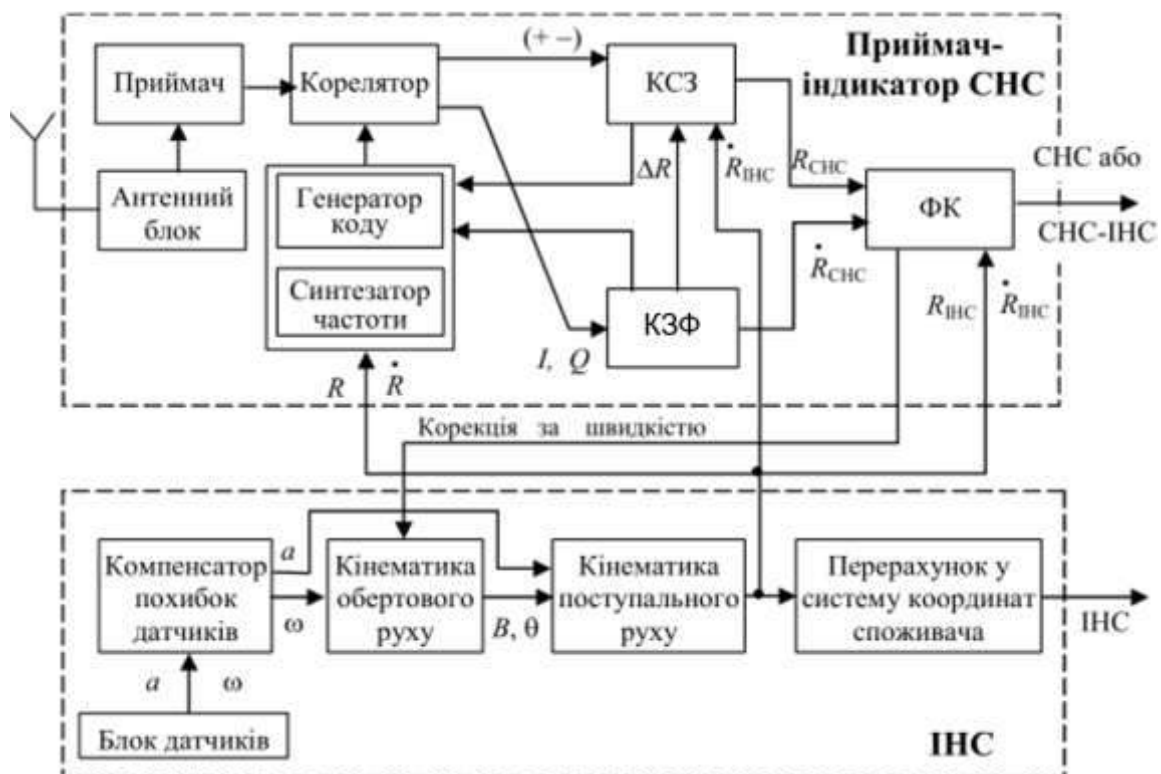


Рисунок 6.4 – Схема слабкозв'язаної системи

Так звані глибокоінтегровані системи є ще більш складними і менш гнучкими з огляду організації їх структури, мають жорстку організацію зв'язків і єдиний вихід (рисунок 6.5).

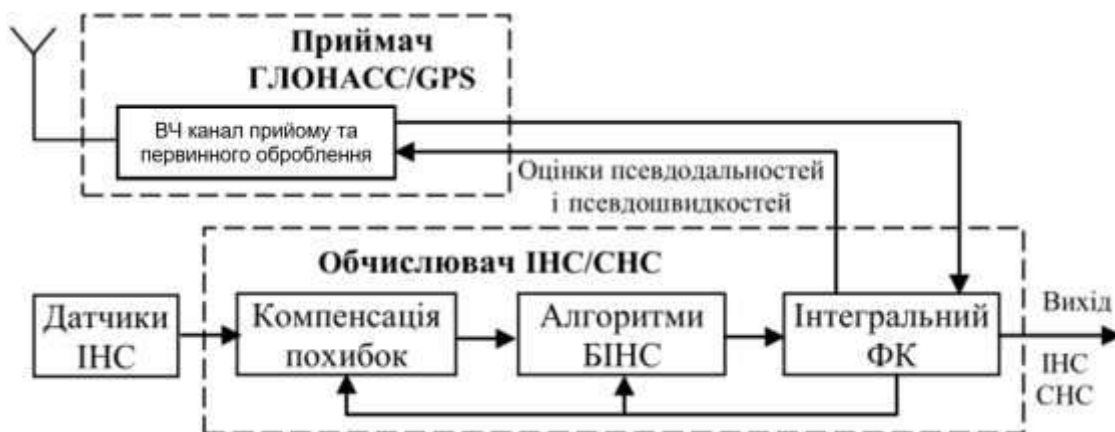


Рисунок 6.5 – Схема глибокоінтегрованої системи

Обчислювач ІНС/СНС реалізує алгоритми БІНС й алгоритми оптимальної оцінки параметрів. Всі оцінки виробляються в інтегральному фільтрі Калмана, а приймач СНС ГЛОНАСС/GPS ще більш спрощується.

У таблиці 6.1 наведено основні особливості перерахованих схем комплексних систем.

Таблиця 6.1 – Порівняльні характеристики комплексних систем різної архітектури

Тип системи	Основні особливості
Розімкнена	Надмірність, обмеженість помилок оцінок розташування та швидкості, наявність інформації про орієнтацію та кутову швидкість, висока швидкість видачі інформації, мінімальні зміни в бортовій апаратурі
Слабко-зв'язана	Усі перелічені якості розімкненої системи, плюс швидше відновлення стеження за кодом і фазою сигналів СНС, виставлення і калібрування БІНС у польоті, як наслідок – підвищена точність без СНС-сигналу
Жорстко-зв'язана	Подальше поліпшення точності та калібрування, підвищена стійкість стеження за СНС-сигналами при динамічних маневрах, підвищена перешкодостійкість
Глибоко-інтегрована	Позитивні якості: єдиний фільтр усуває проблему «каскадного» під'єднання фільтрів, компактність, знижені вимоги щодо енергозабезпечення Недолік: вектор стану містить до 40 компонентів і фільтр, який складно реалізувати; необхідність розроблення спеціальних датчиків

Усі перераховані схеми комплексування СНС і ІНС (крім першої), одержують на виході фільтра Калмана оцінки інструментальних похибок ІНС (похибки зсуву нулів гіроскопів і акселерометрів, похибки масштабних коефіцієнтів тощо), які використовуються для корекції інерційних датчиків. Тому при перервах надходження даних із приймача отримані раніше оцінки похибок ІНС і її вимірювальних елементів дають змогу поліпшити точнісні характеристики ІНС в автономному режимі.

Перші дві з наведених структур інтегрованих систем можуть бути реалізовані з використанням наявних супутникових приймачів та інерціальних систем. Разом з тим жорсткозв'язана і особливо глибокоінтегрована схеми в обов'язковому порядку потребують розроблення спеціальних приймачів і обчислювачів супутникової навігації для забезпечення корекції обох контурів стеження від інерціальної системи навігації, а також створення спеціалізованих датчиків для інерціальних систем, виготовлених на одній технологічній та конструктивній базі.

Найбільш привабливим і масовим у цей час є інтегрування ІНС та СНС. Основні особливості ІНС та СНС наведено в таблиці 6.2.

Таблиця 6.2 – Основні особливості й недоліки СНС та ІНС

Тип системи	Основні особливості	Недоліки
СНС	Висока точність (порядок 1 м у визначенні координат та 0,1 м/с у визначенні швидкості) Помилки не мають тенденції до зростання Високочастотний характер помилок	Низька швидкість поновлення інформації (1...10 Гц) Відсутність інформації про орієнтацію (як правило) Схильність до перешкод
ІНС	Висока швидкість видачі інформації (до 100 Гц) Повний набір необхідної інформації для управління, включаючи орієнтацію Повна автономність Несхильність до зовнішніх перешкод Низькочастотний характер помилок (шулерівські коливання, добові коливання, зростання у часі)	Необмежене зростання помилок у часі Необхідність знання моделі гравітаційного поля Необхідність початкового виставлення під час запуску та будь-якої перерви в роботі

Як показують дослідження та досвід експлуатації, основним недоліком БІНС, як і інших ІНС, є збільшення похибок з часом. Зменшення похибок з допомогою вдосконалення чутливих елементів пов'язане з великими

труднощами і витратами. Значний ефект підвищення точності досягається при корекції БІНС від інших навігаційних систем, що мають високі точнісні характеристики. Це можуть бути доплерівські вимірники швидкості або лаги, супутникові навігаційні системи, астронавігаційні системи, різні оглядово-порівняльні системи. Комплексні системи, що містять кілька різних систем, іноді називають інтегрованими.

Під час інтегрування ІНС та СНС можуть використовуватися різні схеми. Найпростішою є розімкнена схема, що базується на відомій у комплексних системах схемі компенсації. Обов'язковою умовою під час використання такої схеми є різний частотний склад перешкод систем, що наявні у комплексній системі. Цій умові, як видно з таблиці 6.2, повністю відповідають ІНС та СНС.

6.2 Розімкнена схема комплексування із супутниковою навігаційною системою

У розімкненій схемі (рисунок 6.6) найчастіше застосовують фільтр Калмана для отримання оцінок помилок ІНС.

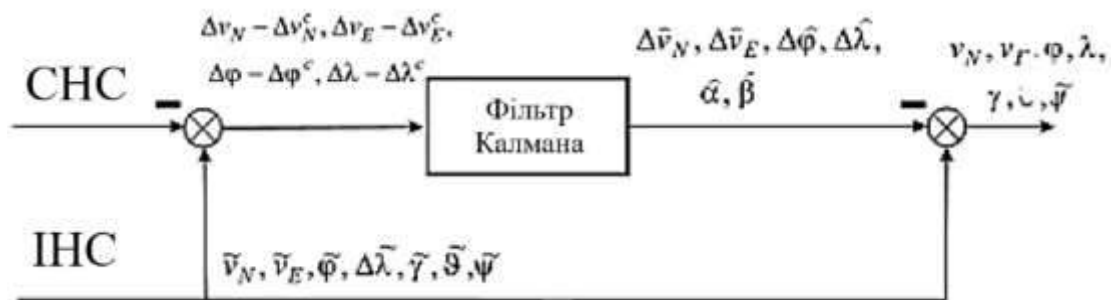


Рисунок 6.6 – Розімкнена схема комплексування ІНС і СНС

Вхідним сигналом для фільтра є різниця координат і складових швидкості, що виробляються ІНС та СНС. Ця різниця відповідає різниці помилок ІНС $\Delta V_N, \Delta V_E, \Delta \varphi, \Delta \lambda$ і СНС $\Delta V_N^C, \Delta V_E^C, \Delta \varphi^C, \Delta \lambda^C$:

$$\Delta V_N - \Delta V_N^C, \Delta V_E - \Delta V_E^C, \Delta \varphi - \Delta \varphi^C, \Delta \lambda - \Delta \lambda^C.$$

Різниця помилок, проходячи крізь фільтр Калмана, практично очищається від помилок СНС. Завдяки можливостям фільтра на виході отримуємо не лише оцінки помилок координат та швидкості, але також оцінки помилок кутів орієнтації об'єкта $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$. Помилка азимутального каналу δ не оцінюється. Потім із реальних вихідних сигналів ІНС віднімаємо оцінки їх помилок і отримуємо практично точні значення навігаційних параметрів, що виробляються ІНС. Для покращення роботи азимутального

каналу необхідне інтегрування з курсовою системою. Найчастіше як таку використовують магнітну систему.

Недолік розімкненої схеми в тому, що при зникненні сигналу СНС через дію перешкод у тунелях, в тіні будівель або дерев коригувальний сигнал, а з ним і позитивний ефект комплексування, відразу ж зникає.

Розглянемо приклад моделювання оцінки помилок у розімкненій схемі інтегрування. Під час використання фільтра Калмана користуються такою матричною формою запису лінійної моделі досліджуваної системи:

$$\dot{\bar{x}} = A\bar{x} + B\bar{u} + G\bar{w}, \quad (6.1)$$

де \bar{x} – n -вимірний вектор стану системи;

\bar{u} – r -вимірний вектор управління;

\bar{w} – k -вимірний вектор випадкових впливів;

A – матриця стану розмірності $n \times n$;

B – матриця управління розмірності $n \times r$;

G – матриця передачі випадкових впливів розмірності $n \times k$.

Спостерігач зазвичай не має можливості вимірювати повний вектор стану системи \bar{x} . Вимірювана інформація (доступна чи необхідна для вирішення поставлених завдань) визначається такими рівняннями:

$$\bar{y} = H\bar{x} + \bar{v}, \quad (6.2)$$

де \bar{y} – m -вимірний вектор вимірювання;

\bar{v} – m -вимірний вектор перешкод вимірювання;

H – матриця вимірювання (спостережуваності) розмірності $m \times n$.

Впливи w та перешкоди v будемо вважати гауссівськими випадковими процесами типу білого шуму з нульовими математичними сподіваннями

$$M[w(t)] = 0, \quad M[v(t)] = 0$$

та кореляційними матрицями

$$M[w(t)w^T(\tau)] = Q(t)\delta(t-\tau), \quad M[v(t)v^T(\tau)] = R(t)\delta(t-\tau),$$

де $Q(t)$ – симетрична невід'ємно визначена ($k \times k$) матриця інтенсивності білого шуму $w(t)$;

$R(t)$ – симетрична додатно визначена ($m \times m$) матриця інтенсивності білого шуму $v(t)$;

$\delta(t-\tau)$ – дельта-функція Дірака.

Початковий стан системи $x(t_0)$ характеризується відомим математичним сподіванням $M[x(t_0)] = \bar{x}_0$ та кореляційною матрицею $M\{[x(t_0) - \bar{x}_0][x(t_0) - \bar{x}_0]^T\} = P(t_0, t_0)$. Також передбачається, що початковий стан системи, випадкові впливи та перешкоди вимірів взаємно некорельовані при всіх $t \geq t_0$.

Побудова фільтра Калмана зводиться до визначення матриці коефіцієнтів посилення K , яка забезпечила б оптимальну оцінку (в сенсі мінімуму дисперсії помилки оцінювання) вектора стану.

6.3 Дискретний фільтр Калмана

У дискретному фільтрі Калмана безперервній динамічній системі (6.1) та вимірюванням (6.2) відповідають записана в різницевій формі дискретна система та дискретні вимірювання

$$\bar{x}_{k+1} = F_k \bar{x}_k + \Psi_k \bar{u}_k + \Gamma_k \bar{w}_k; \quad (6.3)$$

$$\bar{y}_k = H_k \bar{x}_k + \bar{v}_k, \quad (6.4)$$

де $\Gamma_k \cong F_k G_k \Delta t$ – матриця, що визначає вплив вектора вхідних шумів w_{k+1} в момент часу t_k , в першому наближенні $\Gamma_k \approx G_k \Delta t$; $\Psi_k \cong F_k B_k \Delta t$ – матриця, що визначає вплив вектора управління u_{k-1} в момент часу t_k , в першому наближенні $\Psi_k \approx B_k \Delta t$; підрядкові індекси k і $k+1$ вказують номер дискретного моменту часу t_k і t_{k+1} ; крок дискретизації $\Delta t = t_{k+1} - t_k$; $F_k = \exp(A \Delta t)$ – перехідна матриця системи у момент часу t_k , яка може бути подана приблизно у вигляді розкладання в ряд

$$F_k = I + F_k \Delta t + \frac{1}{2} (F_k \Delta t)^2 + \dots,$$

де I – одинична матриця.

Матриці інтенсивностей векторних дискретних гауссівських шумів w_k системи і v_k вимірювань пов'язані з відповідними матрицями безперервної динамічної системи співвідношеннями

$$Q_k = \frac{Q(t_k)}{\Delta t}, \quad R_k = \frac{R(t_k)}{\Delta t}.$$

Для оцінювання вектора стану можна використовувати алгоритм лінійного дискретного фільтра Калмана:

– задамо початкове значення \hat{x}_{k_0} оцінки вектора змінної стану, початкове значення передбачуваної (апріорної) кореляційної матриці помилок \hat{P}_{k_0} , матриці інтенсивностей шумів Q_k і R_k ;

– отримаємо передбачене (апріорне) значення вектора змінних стану

$$\hat{x}_{k+1} = F_k \hat{x}_k + B_k u_k;$$

– розрахуємо значення коефіцієнтів фільтра

$$K_k = \hat{P}_k H_k^T [H_k \hat{P}_k H_k^T + R_k]^{-1};$$

– обчислимо скориговане (апостеріорне) значення оцінки вектора стану

$$\check{x}_k = \hat{x}_k + K_k [y_k - H_k \hat{x}_k];$$

– обчислимо скориговану (апостеріорну) кореляційну матрицю помилок фільтра

$$\hat{P}_k = [I - K_k H_k] \check{P}_k;$$

– розрахуємо значення передбаченої (апріорної) кореляційної матриці помилок для нового кроку обчислень

$$\check{P}_{k+1} = F_k \hat{P}_k F_k^T + Q_k;$$

– перейдемо на новий цикл обчислень.

Для полегшення обчислень можна взяти наближене значення перехідної матриці $F = I + A\Delta t$, \hat{x}_k – скориговане (апостеріорне) значення оцінки вектора стану, \check{x}_k – передбачене (апріорне) значення оцінки вектора стану, K_k – матрицю коефіцієнтів посилення Калмана, \hat{P}_k – скориговану (апостеріорну) кореляційну матрицю помилок фільтра, \check{P}_k – передбачену (апріорну) кореляційну матрицю помилок фільтра, R_k – матрицю інтенсивностей шумів спостереження (вимірювання) v , Q_k – матрицю інтенсивностей вхідних збурень w . Початкова матриця P_k зазвичай містить

діагональні елементи, що відповідають початковим дисперсіям помилок відповідних змінних станів.

Як модель БІНС візьмемо її рівняння помилок у вигляді

$$\dot{\beta} = -\omega_{\eta}\delta + \omega_{\zeta}a - \frac{\Delta v_N}{R_N} - c_{11}\Delta\omega_{xc} - c_{12}\Delta\omega_{yc} - c_{13}\Delta\omega_{zc};$$

$$\dot{\alpha} = -\omega_{\zeta}\beta + \omega_{\xi}\delta - \frac{\Delta v_E}{R_E} - u\sin\varphi - c_{21}\Delta\omega_{xc} - c_{22}\Delta\omega_{yc} - c_{23}\Delta\omega_{zc};$$

$$\dot{\delta} = -\omega_{\xi}\alpha + \omega_{\eta}\beta + \frac{\Delta v_E \operatorname{tg}\varphi}{R_E} + \left(\frac{\Delta v_E \operatorname{tg}\varphi}{R_E} + u\cos\varphi \right) \Delta\varphi - c_{31}\Delta\omega_{xc} - c_{32}\Delta\omega_{yc} - c_{33}\Delta\omega_{zc};$$

$$\Delta\dot{v}_E = \delta a_N - \alpha a_H + c_{11}\Delta a_{xc} + c_{12}\Delta a_{yc} + c_{13}\Delta a_{zc};$$

(6.5)

$$\Delta\dot{v}_N = -\delta a_E + \beta a_H + c_{21}\Delta a_{xc} + c_{22}\Delta a_{yc} + c_{23}\Delta a_{zc};$$

$$\Delta\dot{v}_H = \alpha a_E - \beta a_N + c_{31}\Delta a_{xc} + c_{32}\Delta a_{yc} + c_{33}\Delta a_{zc};$$

$$\Delta\dot{\varphi} = \frac{\Delta v_N}{R_N};$$

$$\dot{\lambda} \approx \frac{1}{R_E \cos\varphi} (\Delta v_E + v_E \operatorname{tg}\varphi \Delta\varphi).$$

Ці рівняння необхідно подати у векторно-матричній формі (6.1).
Вектор змінних стану буде

$$\bar{x} = [\beta, \alpha, \delta, \Delta v_E, \Delta v_N, \Delta v_H, \Delta\varphi, \Delta\lambda]^T.$$

Матриця стану

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \omega_\zeta & -\omega_\mu & 0 & -\frac{1}{R_N} & 0 & 0 & 0 \\ -\omega_\zeta & 0 & \omega_\xi & \frac{1}{R_E} & 0 & 0 & -u \sin \varphi & 0 \\ \omega_\eta & -\omega_\xi & 0 & \frac{\operatorname{tg} \varphi}{R_E} & 0 & 0 & \frac{v_E}{R_E \cos^2 \varphi} + u \cos \varphi & 0 \\ 0 & -a_H & a_N & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_H & 0 & -a_E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -a_N & a_E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R_N} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R_E \cos \varphi} & 0 & 0 & \frac{v_E \operatorname{tg} \varphi}{R_E \cos \varphi} & 0 \end{bmatrix}.$$

Якщо помилки сигналів вимірників мають постійну та випадкову складові

$$\Delta \omega_{ic} = \bar{\omega}_{\partial p i} + \varepsilon_{\omega i}, \quad \Delta \bar{a}_{ic} = \mathbf{a}_i + \varepsilon_{a i}, \quad i = x, y, z,$$

то можна записати вектор управління

$$\bar{u} = \left[\bar{\omega}_{\partial p x} \quad \bar{\omega}_{\partial p y} \quad \bar{\omega}_{\partial p z} \quad \Delta \bar{a}_x \quad \Delta \bar{a}_y \quad \Delta \bar{a}_z \right]^T.$$

Будемо вважати, що випадкові складові є «білошумними» і можуть бути подані у вигляді $\varepsilon_{\omega i} \approx \sigma_{\omega i} w$, $\varepsilon_{a i} \approx \sigma_{a i} w$, $i = x, y, z$, де w – «білий шум» одиничної інтенсивності, $\sigma_{\omega i}$ і $\sigma_{a i}$ – середньоквадратичні помилки сигналів ДКШ та акселерометрів відповідно.

Матриця управління B має вигляд

$$B = \begin{bmatrix} -c_{11} & -c_{12} & -c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ -c_{21} & -c_{22} & -c_{23} & 0 & 0 & 0 \\ -c_{31} & -c_{23} & -c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ 0 & 0 & 0 & c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ 0 & 0 & 0 & c_{31} & c_{32} & c_{33} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Матриця збурення G має 8 рядків, з яких 2 нижні нульові:

$$G = \begin{bmatrix} -c_{11}\sigma_{\omega x} & -c_{12}\sigma_{\omega y} & -c_{13}\sigma_{\omega z} & 0 & 0 & 0 \\ -c_{21}\sigma_{\omega x} & -c_{22}\sigma_{\omega y} & -c_{23}\sigma_{\omega z} & 0 & 0 & 0 \\ -c_{31}\sigma_{\omega x} & -c_{23}\sigma_{\omega y} & -c_{33}\sigma_{\omega z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{11}\sigma_{ax} & c_{12}\sigma_{ay} & c_{13}\sigma_{az} \\ 0 & 0 & 0 & c_{21}\sigma_{ax} & c_{22}\sigma_{ay} & c_{23}\sigma_{az} \\ 0 & 0 & 0 & c_{31}\sigma_{ax} & c_{32}\sigma_{ay} & c_{33}\sigma_{az} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Вектор вимірювання $y = [\Delta v_E \quad \Delta v_N \quad \Delta \varphi \quad \Delta \lambda]^T$.

Матриця виміру H має вигляд

$$H = [H_1 \quad H_2], \quad H_1 = 0, \quad H_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Для оцінювання можливостей інтегрованої системи доцільно перевірити її спостереження.

Матриця спостереження N має вигляд

$$N = [H \quad HA \quad HA^2 \quad \dots \quad HA^{n-1}]^T, \quad (6.6)$$

де n – порядок системи. Кількість спостережуваних змінних дорівнює рангу матриці N . Ранг матриці дорівнює найбільшій кількості лінійно незалежних рядків (або стовпців) матриці. У прикладі $rank(N)$ дорівнює 7, тобто одна змінна з восьми відсутня.

Результати моделювання цієї схеми при середньоквадратичних помилках (σ) супутникової системи у визначенні координат – 1 м, швидкості – 0,05 м/с. Збурювальні впливи: помилки початкового горизонтування – 0,01°, помилка гірокомпасування – 0,1°, відхилення гіроскопа – 0,1 °/год, помилка акселерометра 10^{-4} м/с². Показали, що помилка азимутального каналу δ не оцінюється. Шум оцінювання

практично непомітний в оцінці помилок координат, швидкості і суттєвий в оцінці помилок орієнтації.

Для зменшення шуму вимірювання можна використовувати згладжування шуму шляхом зосередження на певному інтервалі. Для згладжування оцінок можуть застосовуватись різні алгоритми. Вважається, що частота надходження первинної інформації має бути на порядок вище, ніж частота оновлення інформації на виході системи.

Отримані помилки віднімають із сигналів БІНС, як показано на рисунку 6.6.

6.4 Замкнена схема комплексування із супутниковою навігаційною системою

На рисунку 6.7 показано схему, у якій, на відміну від попередньої, оцінки помилок використовуються для формування коригувальних впливів у БІНС.

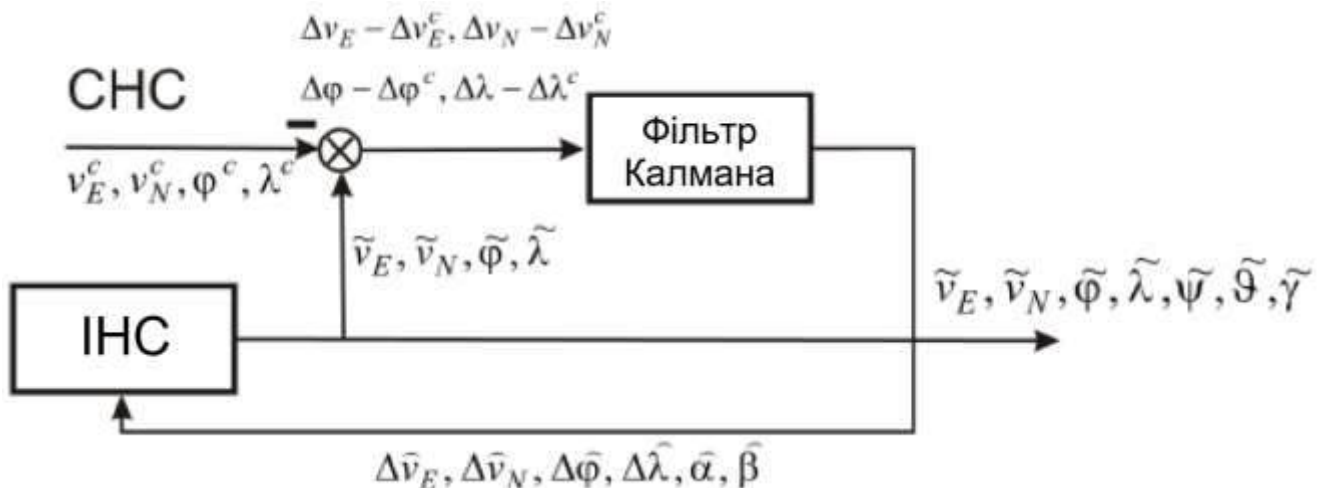


Рисунок 6.7 – Замкнена схема комплексування ІНС та СНС

Коригувальні впливи можуть формуватися по-різному. Можна використовувати комплекс оцінок помилок, можна використовувати частину оцінок. Найчастіше використовують оцінки помилок швидкості. Варіанти використання можуть бути різні. На рисунку 6.8 показано, що можна ввести коригувальний сигнал з коефіцієнтом k_2 на вхід інтеграторів прискорень, можна ввести коригувальний сигнал з коефіцієнтом k_1 у сигнали датчиків кутової швидкості $\bar{\omega}_b$. Можна коригувати сигнали на виході відповідних блоків як у всьому комплексі вихідних параметрів (показано на рисунку 6.8 як віднімання оцінок помилок), так і з його частини.

Вектори \bar{b} і \bar{c} містять оцінки помилок гіроскопів та акселерометрів, визначені при калібруванні.

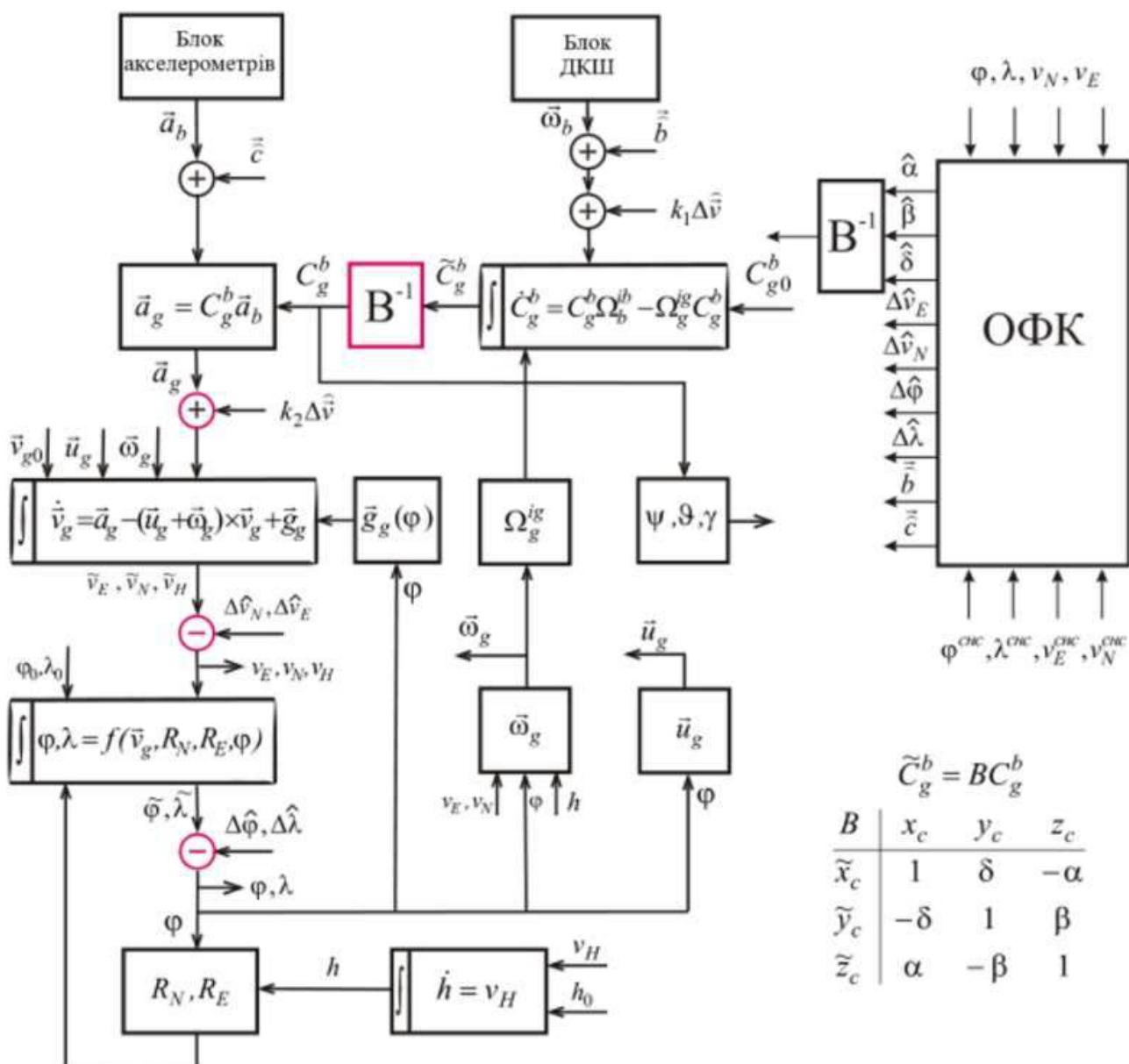


Рисунок 6.8 – Алгоритм корекції БНС

Використання замкненої схеми дає можливість використовувати для оцінки похибок не фільтр Калмана, а простіші фільтри першого та другого порядку, аналогічні тим, які використовують для згладжування випадкових перешкод. Такі фільтри дають змогу отримати оцінки помилок швидкості та координат, проте не оцінки помилок кутової інформації. Але оцінки помилок швидкості можна використовувати для корекції кутової інформації.

Як показують результати моделювання, використання як фільтра Калмана, так і простих фільтрів дає змогу отримати близькі результати. При виборі коефіцієнтів корекції бажано попередньо оцінити межі вибору, виходячи з умов стійкості системи. Це можна зробити, умовно розділивши східний, північний та азимутальний канали.

6.5 Основні особливості бортової інтегрованої системи літального апарата

Аналіз показує, що бортові інтегровані системи управління (БІСУ) характеризуються низкою особливостей, головною з яких є уніфікація відповідних функціональних груп на рівні технічних рішень. Наприклад, те саме технічне рішення на рівні аналого-цифрових перетворювачів застосовується і в системі цілепоказчиків, і в контурі управління приводом, і в системі вбудованого контролю електричних характеристик. Аналогічно, всі процесорні секції обчислювальної системи однакові, незалежно від того, яке завдання вони вирішують: навігаційне, наведення чи стабілізації. Цим усувається один із основних недоліків традиційної (складової) бортової системи управління – надмірність номенклатури схемно-технічних рішень.

Уніфікація схемно-технічних рішень за допомогою мінімізації їх номенклатури та номенклатури елементної бази приводить до підвищення надійності системи, зменшення складу контрольного та технологічного обладнання, скорочення термінів розроблення та, зрештою, здешевлення як системи загалом, так і процесу її проектування.

Зазвичай в основі БІСУ знаходиться обчислювальна система, що сполучається із зовнішнім середовищем за допомогою пристроїв перетворення інформації, що забезпечують з мінімальними спотвореннями перетворення цифрового коду, в якому працює система, на сигнали необхідної фізичної природи або, навпаки, – сигналів на цифровий код. Усі логічні операції на борту здійснюються лише у обчислювальній системі. Це зумовлено тим, що сучасний мікропроцесор за концентрацією логічних можливостей перевершує на кілька порядків будь-який інший альтернативний елемент, придатний для бортових систем. Крім того, відпрацювання логіки може вестись на програмному рівні, завдяки чому процес проектування системи спрощується розподілом на два практично незалежні етапи. На першому етапі створюється апаратна інфраструктура для вирішення бортового завдання, а на другому – її логічне наповнення.

Архітектура обчислювальної системи БІСУ орієнтована на вирішення конкретного класу бортових завдань і оптимізується під клас вирішуваних бортових завдань з надмірністю близько 30 %. При цьому вона має забезпечити повний вбудований контроль, мінімально необхідні комунікації для забезпечення живучості системи, можливість перепрограмування її ззовні та ін.

Зауважимо, що сформульовані вимоги типові для будь-якої сучасної обчислювальної системи та їх виконання не викликає принципових труднощів. Таким чином, для БІСУ характерні такі властивості:

- функціональна гнучкість та можливість перепрограмування її функцій;

– високі експлуатаційні показники, тобто можливість створення компактної контрольної та пускової апаратури за високої ймовірності виконання бойового завдання;

– живучість (система або регенерує, або переходить на один із приватних алгоритмів роботи, або приймає рішення про варіант самоліквідації).

Нарешті, орієнтація архітектури обчислювальної системи на клас конкретних бортових завдань дає змогу отримати вииграш у габаритах і енергоспоживанні.

БІСУ містить вбудовану розподілену систему реєстрації, що фіксує всі потоки інформації, що до неї надходять. Оскільки, як зазначалося вище, всі логічні бортові завдання вирішуються у обчислювальній системі і всі інформаційні потоки проходять крізь неї. Записуючи всю вхідну інформацію кожного процесора у відповідний реєструвальний елемент, можна (за умови збереження цього елемента) відтворити після досліду всі стани кожного процесора в лабораторних умовах. Це приводить до зменшення трудомісткості налагодження та відпрацювання бортових алгоритмів та програм.

Пускова та контрольна апаратури БІСУ мають доступ до будь-якого елемента бортової обчислювальної системи через єдиний інформаційний канал. Цим забезпечується компактність контрольної та пускової апаратури, мінімальна кількість комутацій при експлуатації виробу та висока ймовірність виконання ним бойового завдання після старту (шляхом реалізації великої глибини передстартового контролю бортової системи через єдиний інформаційний канал).

Паралельно з БІСУ прийнято розробляти інструментальні засоби для її відпрацювання та випробувань. Створення апаратної інфраструктури займає 25–30 % від усього обсягу розроблення системи, решта обсягу припадає на процес написання та налагодження бортового та тестового програмного забезпечення. Цей процес потребує створення спеціальних програмно-апаратних інструментальних засобів, ядром яких є сучасна, але легкодоступна та найпопулярніша зараз ПК з базовою операційною системою. Ядро доповнюється апаратними засобами (у тому числі співпроцесорами) та програмним забезпеченням, орієнтованими на функціонування з конкретною системою управління, та паралельно з тими, що розробляються. До інструментальних засобів можна віднести: систему програмування та налагодження бортових програм, стенди напівнатурного моделювання, контрольну-повірочну апаратуру, систему оброблення експериментальних даних тощо.

Оскільки як бортова система, так і спеціальні інструментальні засоби створюються з урахуванням обчислювальних систем, розроблених паралельно й узгоджених між собою, передбачається розроблення єдиної обчислювальної розподіленої системи, частина якої знаходиться на борту ЛА. У такій постановці операційне середовище створюється для

розподіленої системи. Це дає змогу, крім бортових програм, створювати одночасно з ними тестові програми для комплексної перевірки системи управління й алгоритмів функціонування виробу в цілому.

6.6 Склад та основні функціональні схеми інтегрованих систем навігації та наведення літального апарата

Розвиток безпілотних ЛА, а також необхідність вирішення нових прикладних завдань, пов'язаних з визначенням параметрів руху об'єктів, ставить комплекс нових вимог щодо точності та надійності отримання інформації про координати, швидкість, орієнтацію рухомих об'єктів. Умови застосування та функціонування маневрених ЛА потребують підвищеної точності та високої частоти навігаційних визначень на всіх етапах їх використання, починаючи від моменту ввімкнення бортових систем або старту апарата до закінчення виконання поставленого завдання.

Крім вимог до точності нині ставляться вимоги до таких параметрів, як цілісність, доступність і безперервність навігаційного забезпечення. Мірою цілісності є ймовірність виявлення виходу робочих характеристик системи (насамперед точності) за необхідні межі й повідомлення про нього протягом заданого часового інтервалу. Доступність визначається ймовірністю отримання споживачем достовірної інформації в заданий час з необхідною точністю. Безперервність характеризується ймовірністю забезпечення системи достовірною інформацією в заданому інтервалі часу. Достовірність, своєю чергою, визначається як здатність навігаційної системи підтримувати із заданою ймовірністю свої характеристики у необхідних межах, тобто у певному проміжку часу в якомусь районі.

Забезпечення необхідного рівня цих показників найчастіше є складнішим завданням, ніж дотримання необхідної точності.

Забезпечення заданих рівнів точності та зазначених якісних показників надійності ставить особливі вимоги до сучасних і перспективних систем навігації маневрених ЛА. До основних сучасних бортових систем навігації насамперед слід віднести ІНС і СНС. ІНС вже давно є штатним обладнанням на великих літаках. Авіаційним стандартом для високоточних ІНС цивільних літаків вважається точність, що відповідає помилці по координаті 1 морська миля за годину польоту (1,8 км/год).

Відомі також приклади реалізації більш точних систем, у яких помилка визначення координат не перевищує кількох сотень метрів за годину польоту. Супутникові навігаційні системи стали активно використовуватися в авіаційних додатках лише протягом останнього десятиліття і швидко завойовують місце у штатному складі бортового устаткування. Цьому сприяє насамперед їх висока точність, яка для відкритого каналу становить 10...15 м. Досвід експлуатації СНС свідчить про те, що при багатьох позитивних якостях СНС не можуть задовольнити всім вимогам, що ставляться сьогодні, за якісними характеристиками, переліченими вище.

Це обмеження щодо точності знімається у спеціалізованих супутникових приймачах з трьома та більше антенами. Завдяки різній фізичній природі та різним принципам формування навігаційного алгоритмічного забезпечення супутникові та інерціальні навігаційні системи добре доповнюють одна одну. Їх спільне використання дає змогу, з одного боку, обмежити збільшення похибок ІНС та, з іншого боку, знизити шумову складову помилок СНС, підвищити темп видачі інформації бортовим споживачам, суттєво підняти рівень перешкодозахищеності. На сучасному етапі ядром інтегрованої системи є ІНС завдяки автономності та можливості з високою швидкістю оновлення давати споживачеві як позиційну, так і кутову інформацію.

У складі інтегрованих інерціально-супутникових систем найчастіше використовують БІНС. Це пояснюється їх підвищеною надійністю, меншою масою й габаритами, меншим споживанням енергії. Відсутність платформи зазвичай визначає і менший час виставлення системи – обов'язкової процедури початкового завдання (для платформних ІНС) або визначення (для БІНС) орієнтації осей чутливості акселерометрів та ініціалізації координат і швидкостей. Ця процедура передуює переходу ІНС у робочий режим і багато в чому визначає час її готовності до роботи. Таким чином, основним завданням БІНС є забезпечення навігаційними параметрами (координатами та висотою ЛА, що становлять вектор швидкості), а також параметрами орієнтації бортових споживачів у реальному масштабі часу в режимі корекції від супутникової навігаційної системи.

У таблиці 6.3 наведено дані, що характеризують якості комплексних інерціально-супутникових систем порівняно з традиційними бортовими системами.

Таблиця 6.3 – Основні переваги інтегрованих систем

Фактори	Ступінь поліпшення
Точність	Для ІНС: багаторазово
Маса	Зменшення на 30...70 %
Об'єм	Зменшення на 50...60 %
Споживана потужність	Зменшення на 25...50 %
Надійність	Збільшення в 2 рази
Ступінь резервування	Збільшення на 50 % і більше
Вартість	Зменшення на 30 % і більше

Слід зазначити:

– сучасний рівень розвитку супутникових систем унеможлиблює використання їх як окремого (єдиного) засобу навігації для безпілотних маневрених ЛА;

– комплексування супутникових та інерціальних навігаційних систем є ефективним засобом забезпечення необхідних тактико-технічних характеристик бортового навігаційного комплексу.

6.7 Особливості реалізації алгоритмів комплексування інформації БІНС і ГЛОНАСС/GPS-приймача у складі БІСУ

Розглянемо тепер конкретні особливості реалізації фільтра Калмана під час побудови алгоритмів комплексного оброблення інформації БІНС та ГЛОНАСС/GPS-приймача в разі незв'язаної схеми комплексування (так зване сполучення за вихідними даними).

ГЛОНАСС/GPS-приймач як вимірник навігаційної інформації має такі особливості:

– високочастотний порівняно з БІНС характер помилок вимірювань з малим рівнем низькочастотної складової;

– можливість припинення (перерв) надходження інформації на певних інтервалах часу з урахуванням можливої постановки перешкод чи порушення умов видимості навігаційних штучних супутників Землі.

У межах схеми комплексування, що обговорюється, доцільно розглянути БІНС як основне джерело навігаційних даних, а інформацію, що надходить від ГЛОНАСС/GPS-приймача, використовувати для корекції БІНС.

Відомо, що при оцінюванні параметрів просторового руху керованих авіаційних засобів ураження (КАЗУ) так званий вертикальний канал руху, що містить висоту польоту, має кілька особливостей, головна з яких полягає в необхідності мати додаткове джерело інформації – висотомір, що забезпечує стійке оцінювання параметрів навігації у цьому каналі. Аналізуючи особливості реалізації алгоритмів оброблення інформації, обмежимося алгоритмами фільтрації в поздовжньому та бічному каналах.

Модель помилок розрахунку параметрів польоту КАЗУ у поздовжньому та бічному каналах БІНС зручно подати у такому вигляді:

$$\Delta \dot{X} = \Delta V_x, \quad \Delta \dot{V}_x = \Delta a_x, \quad \Delta \dot{a}_x = \xi_{x1};$$

$$\Delta \dot{Z} = \Delta V_z, \quad \Delta \dot{V}_z = \Delta a_z, \quad \Delta \dot{a}_z = \xi_{x2},$$

де ΔX , ΔV_x , Δa_x , ΔZ , ΔV_z , Δa_z – помилки БІНС за координатами та їх похідними;

ξ_{x1} , ξ_{x2} – шуми акселерометрів, що розглядаються як білі шуми з інтенсивностями S_{x1} і S_{x2} відповідно.

Модель спостереження можна записати так:

$$Z_1 = X_{\text{БІНС}} - X_{\text{СНС}} = \Delta X + \zeta_{z1};$$

$$Z_2 = Z_{\text{БІНС}} - Z_{\text{СНС}} = \Delta Z + \zeta_{z2};$$

$$X_{\text{БІНС}} = X_I + \Delta X, \quad Z_{\text{БІНС}} = Z_I + \Delta Z; \quad (6.8)$$

$$X_{\text{СНС}} = X_I + \zeta_{z1}, \quad Z_{\text{СНС}} = Z_I + \zeta_{z2},$$

де $X_{\text{БІНС}}, Z_{\text{БІНС}}$ – координати, що визначаються БІНС;

$X_{\text{СНС}}, Z_{\text{СНС}}$ – координати польоту КАЗУ, що визначаються ГЛОНАСС/GPS-приймачем;

X_I, Z_I – істинні значення координат;

$\Delta X, \Delta Z$ – похибки БІНС, що розглядаються як систематичні помилки, зумовлені відхиленням (зміщенням) гіроскопів і неточністю акселерометрів;

ζ_{z1}, ζ_{z2} – шумова складова помилки ГЛОНАСС/GPS-приймача, що розглядається як білі шуми з інтенсивностями S_{z1} і S_{z2} відповідно.

Зведемо наведену вище модель і співвідношення для вимірювань до стандартної форми:

$$\dot{X} = AX + \xi_k, \quad Z = HX + \zeta_z, \quad (6.9)$$

де $X = [\Delta X \quad \Delta V_x \quad \Delta a_x \quad \Delta Z \quad \Delta V_z \quad \Delta a_z]^T$ – аналізований вектор стану системи;

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ – матриця спостереження;}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ – динамічна матриця оцінюваної системи;}$$

Z – вектор спостереження;

ξ_k – матриця шумів спостереження;

ζ_z – матриця шумів системи.

Стандартний алгоритм безперервного фільтра Калмана стосовно цього завдання має вигляд

$$\begin{aligned}
 \Delta \hat{X} &= \Delta \hat{V}_X + K_{\phi_1} (Z_1 - \Delta \hat{X}) + K_{\phi_1}^* (Z_2 - \Delta \hat{Z}); \\
 \Delta \hat{V}_X &= \Delta \hat{a}_X + K_{\phi_2} (Z_1 - \Delta \hat{X}) + K_{\phi_2}^* (Z_2 - \Delta \hat{Z}); \\
 \Delta \hat{a}_X &= K_{\phi_3} (Z_1 - \Delta \hat{X}) + K_{\phi_3}^* (Z_2 - \Delta \hat{Z}); \\
 \Delta \hat{Z} &= \Delta \hat{V}_Z + K_{\phi_4} (Z_1 - \Delta \hat{X}) + K_{\phi_4}^* (Z_2 - \Delta \hat{Z}); \\
 \Delta \hat{V}_Z &= \Delta \hat{a}_Z + K_{\phi_5} (Z_1 - \Delta \hat{X}) + K_{\phi_5}^* (Z_2 - \Delta \hat{Z}); \\
 \Delta \hat{a}_Z &= K_{\phi_6} (Z_1 - \Delta \hat{X}) + K_{\phi_6}^* (Z_2 - \Delta \hat{Z}),
 \end{aligned} \tag{6.10}$$

де K_{ϕ_i} , $K_{\phi_i}^*$, $i = \overline{1, 6}$ – коефіцієнти фільтрації, що визначаються шляхом розв'язання матричного рівняння Ріккати;

$\Delta \hat{X}$, $\Delta \hat{V}_X$, $\Delta \hat{a}_X$, $\Delta \hat{Z}$, $\Delta \hat{V}_Z$, $\Delta \hat{a}_Z$ – оцінки компонентів вектора стану.

Коефіцієнти фільтрації K_{ϕ_i} , $K_{\phi_i}^*$ як результат розв'язання рівняння Ріккати є функціями часу. На практиці з метою зменшення обсягу обчислень і спрощення алгоритму часто вдаються до такого прийому. Аналіз показує, що при великих обсягах вимірювань і високій частоті їх надходження розв'язок рівняння Ріккати визначається досить швидко (приблизно протягом декількох секунд польоту КАЗУ). Це означає, що коефіцієнти K_{ϕ_i} , $K_{\phi_i}^*$ можуть бути визначені як постійні з рівняння Ріккати, яке в цьому випадку перетворюється на нелінійне алгебричне.

Аналіз функціонування подібного алгоритму корекції БНС структури фільтра Калмана показує загалом стійкість процесу оцінювання у сенсі збіжності оцінок до справжніх значень, але іноді перехідний процес виявляється затягнутим. У ситуаціях, коли КАЗУ застосовується з висот на велику дальність, цей недолік не призводить до великих помилок оцінювання координат на кінцевій ділянці польоту і, як наслідок, до погіршення точності попадання в ціль. При цьому СКВ промаху визначається в основному систематичною складовою помилки ГЛОНАСС/GPS-приймача. Однак при використанні КАЗУ на малих дальностях подібний алгоритм може суттєво вплинути на точність наведення.

У цьому випадку доцільним є інший підхід до побудови алгоритму фільтрації, що базується на зниженні порядку вихідної системи та

використанні вимірювань координат і швидкостей. Модель руху КАЗУ, що використовується для формування алгоритму для одного з каналів БІНС (коли береться припущення про незалежність каналів), має вигляд

$$\dot{X} = V_x, \quad \dot{V} = a + \xi, \quad (6.11)$$

де X , V , a – координата, швидкість та прискорення КАЗУ однієї з осей опорного тригранника;

ξ – білий шум з інтенсивністю S_x .

Модель вимірника $Z = X + \zeta$, де ζ – білий шум з інтенсивністю S_z .

Рівняння фільтра Калмана для оцінювання параметрів руху КАЗУ мають вигляд

$$\begin{aligned} \hat{X} &= \hat{V} + K_1(Z - \hat{X}), \quad \hat{X}(t_0) = X_0; \\ \hat{V} &= a + K_2(Z - \hat{X}), \quad \hat{V}(t_0) = V_0, \end{aligned} \quad (6.12)$$

де коефіцієнти K_1 , K_2 визначаються як

$$K_1 = \frac{R_{11}}{S_z}, \quad K_2 = \frac{R_{12}}{S_z}. \quad (6.13)$$

Кореляційні моменти визначаються шляхом розв'язання системи диференціальних рівнянь Ріккаті третього порядку:

$$\begin{aligned} \dot{R}_{11} &= 2R_{12} - \frac{R_{11}^*}{S_z}, \quad R_{11}(t_0) = \sigma_{x0}; \\ \dot{R}_{12} &= R_{22} - \frac{R_{11}R_{12}}{S_z}, \quad R_{12}(t_0) = R_{12_0}; \\ \dot{R}_{22} &= S_z - \frac{R_{12}^2}{S_z}, \quad R_{22}(t_0) = \sigma_{v0}. \end{aligned} \quad (6.14)$$

Таким чином, деяке спрощення моделі для синтезу дає змогу побудувати алгоритм фільтрації, що складається з системи диференціальних рівнянь (6.12), включаючи рівняння Ріккаті, що забезпечує точне обчислення коефіцієнтів фільтрації.

Якість процесу оцінювання вектора стану системи можна поліпшити шляхом змінення моделі вимірювань:

$$\begin{aligned} Z_1 &= X + \zeta_1; \\ Z_2 &= V + \zeta_2, \end{aligned} \tag{6.15}$$

де ζ_1 і ζ_2 – білі шуми вимірів з інтенсивностями S_1 і S_2 відповідно.

Розв'язанням цього завдання є алгоритм безперервного фільтра Калмана у вигляді

$$\begin{aligned} \hat{X} &= \hat{V} + K_1(Z_1 - \hat{X}) + K_2(Z_2 - \hat{V}), \quad \hat{X}(t_0) = X_0; \\ \hat{V} &= a + K_3(Z_2 - \hat{X}) + K_4(Z_2 - \hat{V}), \quad \hat{V}(t_0) = V_0; \\ K_1 &= \frac{R_{11}}{S_{Z1}}, \quad K_2 = \frac{R_{12}}{S_{Z2}}, \quad K_3 = \frac{R_{12}}{S_{Z1}}, \quad K_4 = \frac{R_{22}}{S_{Z2}}; \\ \dot{R}_{11} &= 2R_{12} - \frac{R_{11}^2}{S_{Z1}} - \frac{R_{12}^2}{S_{Z2}}, \quad R_{11}(t_0) = \sigma_{x0}^2; \\ \dot{R}_{12} &= R_{22} - R_{12} \left(\frac{R_{11}}{S_{Z1}} - \frac{R_{22}}{S_{Z2}} \right), \quad R_{12}(t_0) = R_{12_0}; \\ \dot{R}_{22} &= S_z - \frac{R_{12}^2}{S_{Z1}} - \frac{R_{22}^2}{S_{Z2}}, \quad R_{22}(t_0) = \sigma_{v0}^2. \end{aligned} \tag{6.16}$$

Проте порядок системи рівнянь алгоритму фільтрації не змінився, лише трохи збільшилася кількість обчислень.

Для побудови функціональної схеми програмно-математичного забезпечення, призначеного для математичного моделювання інтегрованих бортових систем навігації та наведення високоманеврених ЛА, необхідно скласти функціональну схему моделювання, що містить усі об'єкти моделювання із зазначенням їх призначення та взаємодії з іншими об'єктами та зовнішнім середовищем. Таку функціональну схему зображено на рисунку 6.9.

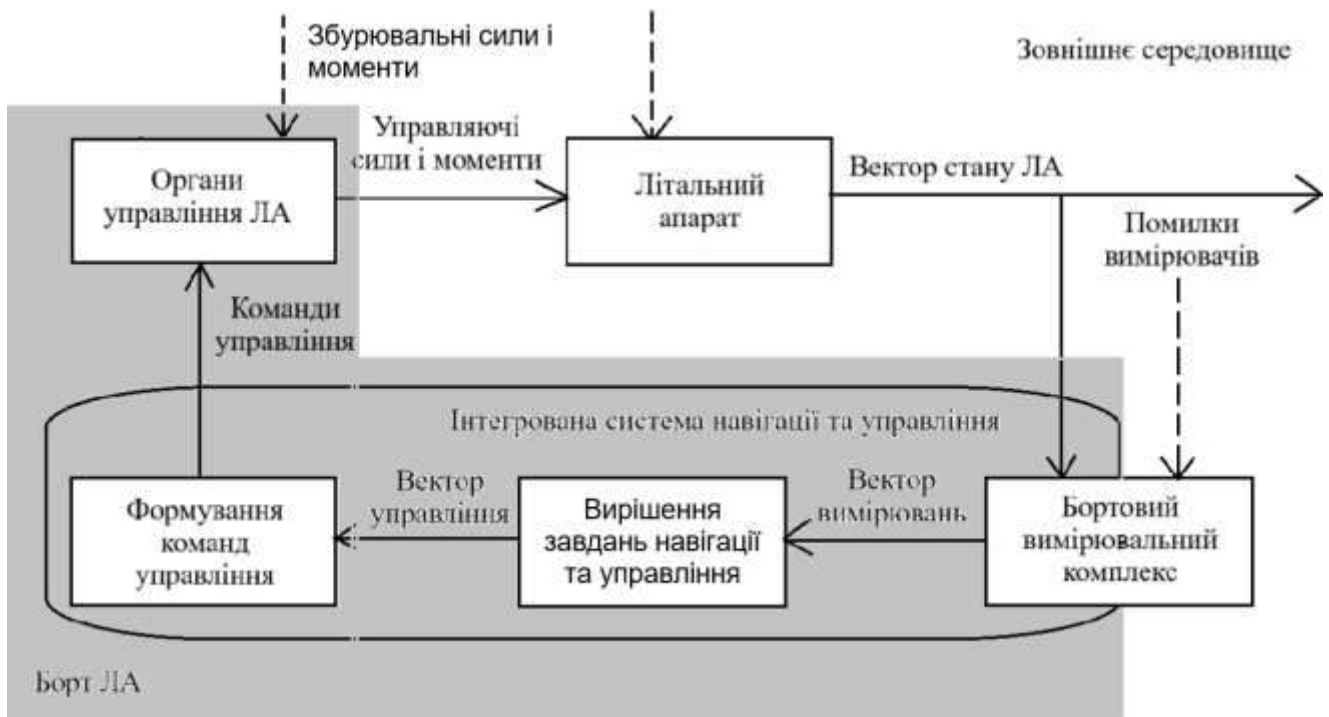


Рисунок 6.9 – Функціональна схема моделювання

Запитання для самоконтролю

1. Що таке цілісність, доступність і безперервність навігаційного забезпечення?
2. Опишіть розімкнену схему комплексування СНС та ІНС.
3. Опишіть слабкозв'язану схему комплексування СНС та ІНС.
4. Опишіть жорсткозв'язану схему комплексування СНС та ІНС.
5. Опишіть схему слабкозв'язаної системи.
6. Опишіть схему глибокоінтегрованої системи.
7. Перелічіть основні властивості й недоліки СНС.
8. Перелічіть основні властивості й недоліки ІНС.
9. Опишіть роботу дискретного фільтра Калмана.
10. Що таке бортова інтегрована система управління?

ТЕМА 7 МОДЕЛЮВАННЯ КОМПЛЕКСНИХ БІНС

7.1 Алгоритм орієнтації з кутами Ейлера – Крилова

Відповідно до узагальненої функціональної схеми алгоритми БІНС можна подати у вигляді окремих блоків:

- алгоритм орієнтації;
- блок перерахунку;
- навігаційний алгоритм.

Одним з основних блоків БІНС є алгоритм орієнтації, оскільки від нього залежить не тільки точність вироблення параметрів орієнтації, а й перерахунок вектора прискорення зі зв'язаної системи координат у географічну.

Джерелом інформації алгоритму орієнтації з кутами Ейлера – Крилова є проєкції вектора відносної кутової швидкості, що одержують на основі сигналів з трьох осей ДКШ і проєкцій абсолютної кутової швидкості географічного тригранника. Виходом алгоритму орієнтації є кути ψ , γ , ϑ .

Для того щоб мати можливість порівнювати ці кути, сформуємо блок, що дає змогу формувати проєкції $\omega_x^{ВІДН}$, $\omega_y^{ВІДН}$, $\omega_z^{ВІДН}$. Використовуємо рівняння, що зв'язує кути орієнтації з кутовими швидкостями:

$$\begin{cases} \omega_x^{ВІДН} = \dot{\gamma} + \dot{\psi} \sin \vartheta; \\ \omega_y^{ВІДН} = \dot{\vartheta} \sin \gamma + \dot{\psi} \cos \gamma \cos \vartheta; \\ \omega_z^{ВІДН} = -\dot{\psi} \sin \gamma \cos \vartheta + \dot{\vartheta} \cos \gamma. \end{cases} \quad (7.1)$$

Закони змінення кутів рискання, тангажа та крену вважатимемо синусоїдальними з такими параметрами:

- рискання: амплітуда 10, частота 0,1 Гц;
- тангаж: амплітуда 1,50; частота 0,15 Гц;
- крен: амплітуда 0,30, частота 0,2 Гц.

Запустимо пакет Simulink програми MATLAB і відкриємо пусте вікно нової моделі натисканням кнопки Create a new model на панелі інструментів браузера бібліотек Simulink. Для реалізації законів змінення кутів орієнтації з бібліотеки Sources перетягнемо мишею три джерела синусоїдального сигналу Sine Wave і позначимо ці блоки psi, theta, gamma.

Відкриємо кожен з цих блоків (подвійним клацанням) і введемо задані значення амплітуди й частоти в одиницях СІ у відповідні поля введення Amplitude (амплітуда) і Frequency (частота). Для переведення в одиниці СІ можна скористатися вбудованою константою pi, що відповідає числу π (рисунок 7.1).

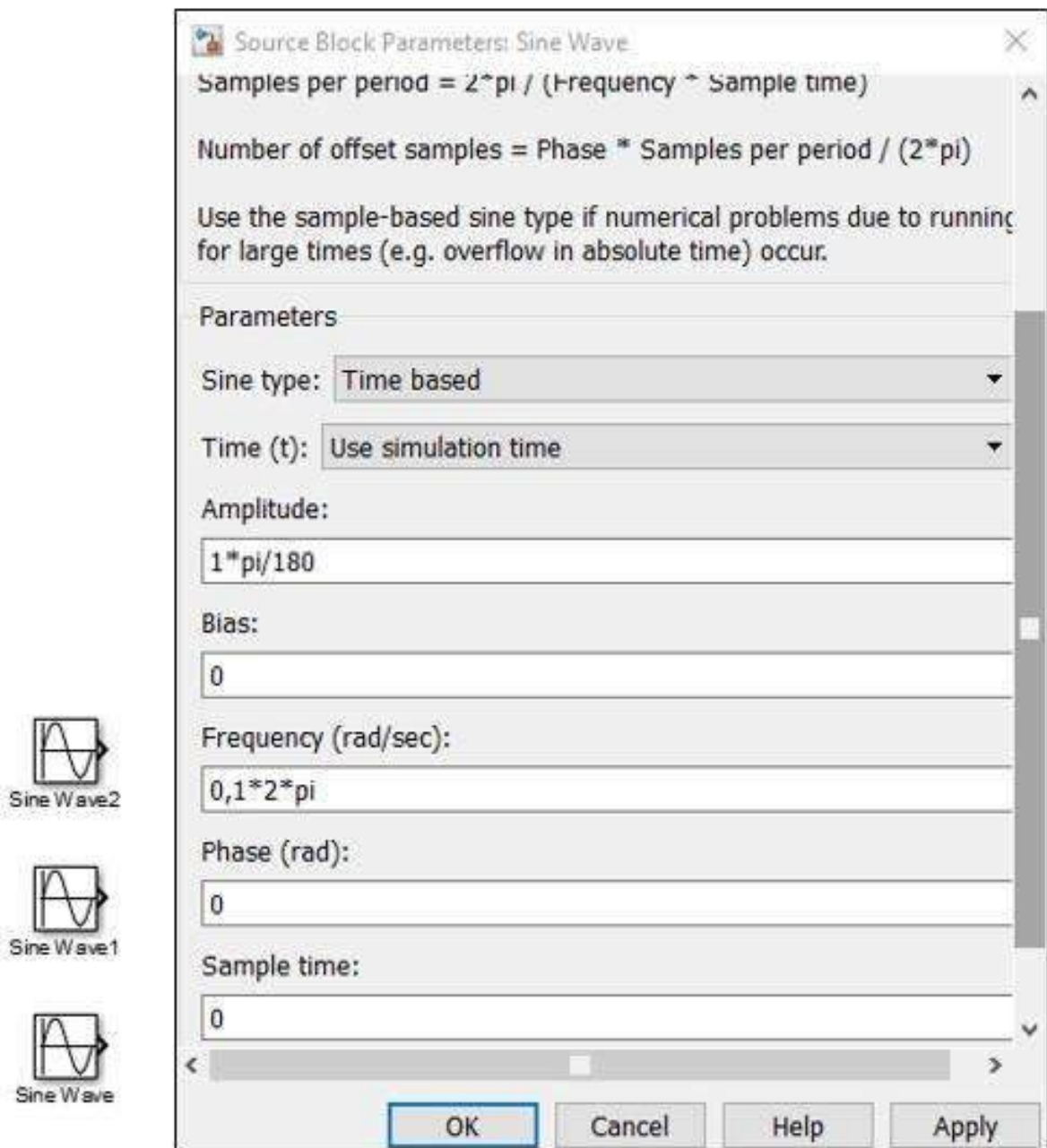


Рисунок 7.1 – Блоки синусоїдального сигналу та вікно параметрів одного з блоків

Для формування співвідношень (7.1) використовуються блоки диференціювання, добутку, підсумовування та тригонометричних функцій синуса й косинуса. Блок диференціювання Derivative розташований у бібліотеці Continuous; підсумовування, добуток і тригонометричні функції реалізуються за допомогою блоків Sum, Product та Trigonometric Function відповідно, розташованих у бібліотеці Math Operations. Отриману модель, що відповідає системі рівнянь (7.1), зображено на рисунку 7.2.

До виходу кожної складової кутової швидкості під'єднано осцилограф Scope з бібліотеки віртуальних реєстраторів Sinks.

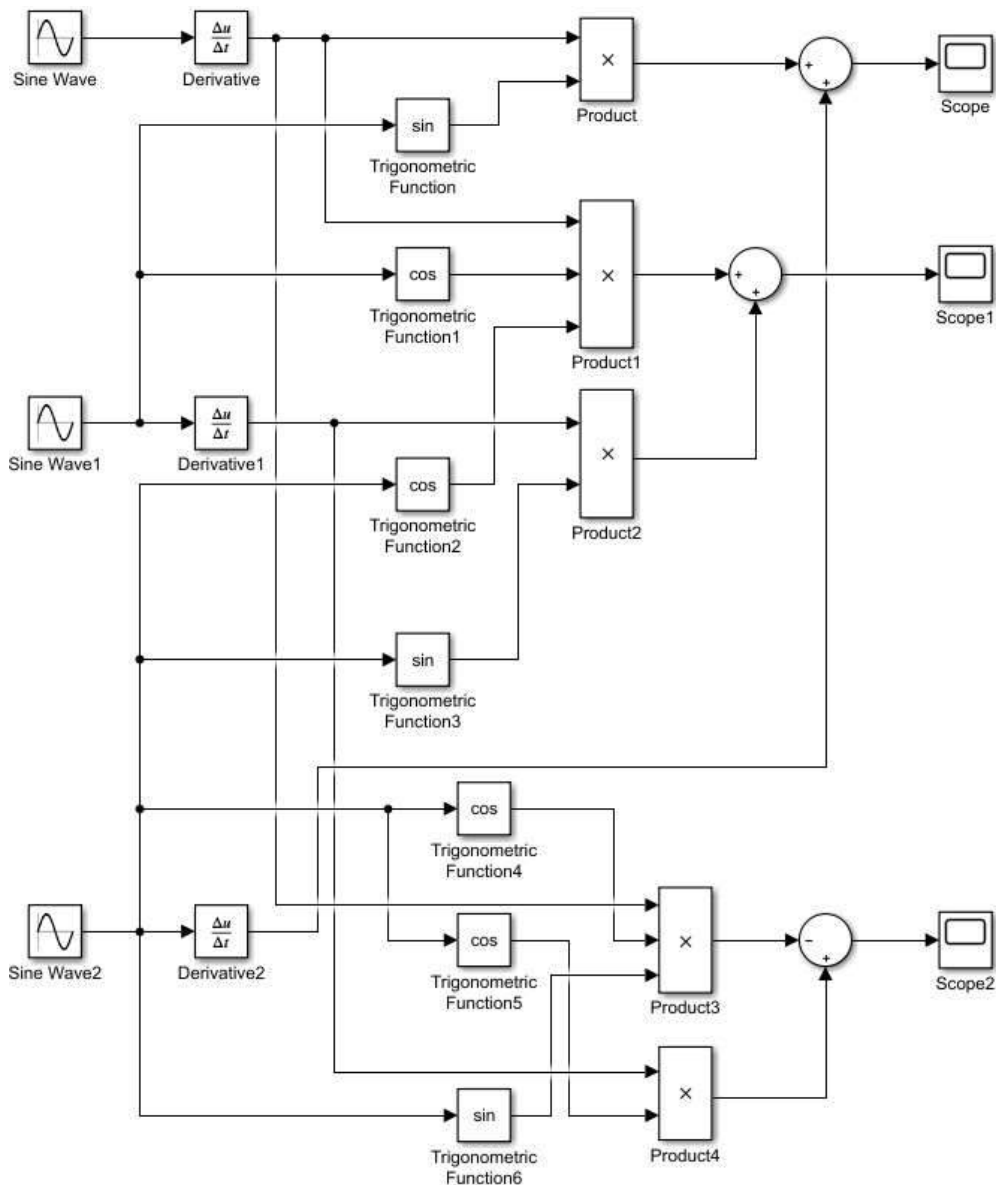


Рисунок 7.2 – Реалізація рівнянь (7.1)

Для задавання параметрів моделювання необхідно увійти до розділу меню Simulation (Моделювання) вікна моделі й вибрати команду Simulation parameters... (Параметри моделювання), унаслідок цього відкривається вікно, вигляд якого показано на рисунку 7.3.

Уведемо розмір максимального кроку інтегрування (Max step size) 10^{-3} с і кінцевий час інтегрування (Stop time) 100 с.

Запустимо отриману модель натисканням кнопки (Start simulations) на панелі інструментів вікна моделі, відкриваючи подвійним клацанням осцилографи, можна переглянути результати моделювання (рисунок 7.4, а). Для того щоб осцилограф не обмежував кількість точок, що виводяться, необхідно натиснути кнопку Parameters на панелі інструментів блока Scope і у вікні вкладки Data History, що відкрилося, скинути прапорець Limit data points to last (рисунок 7.4, б).

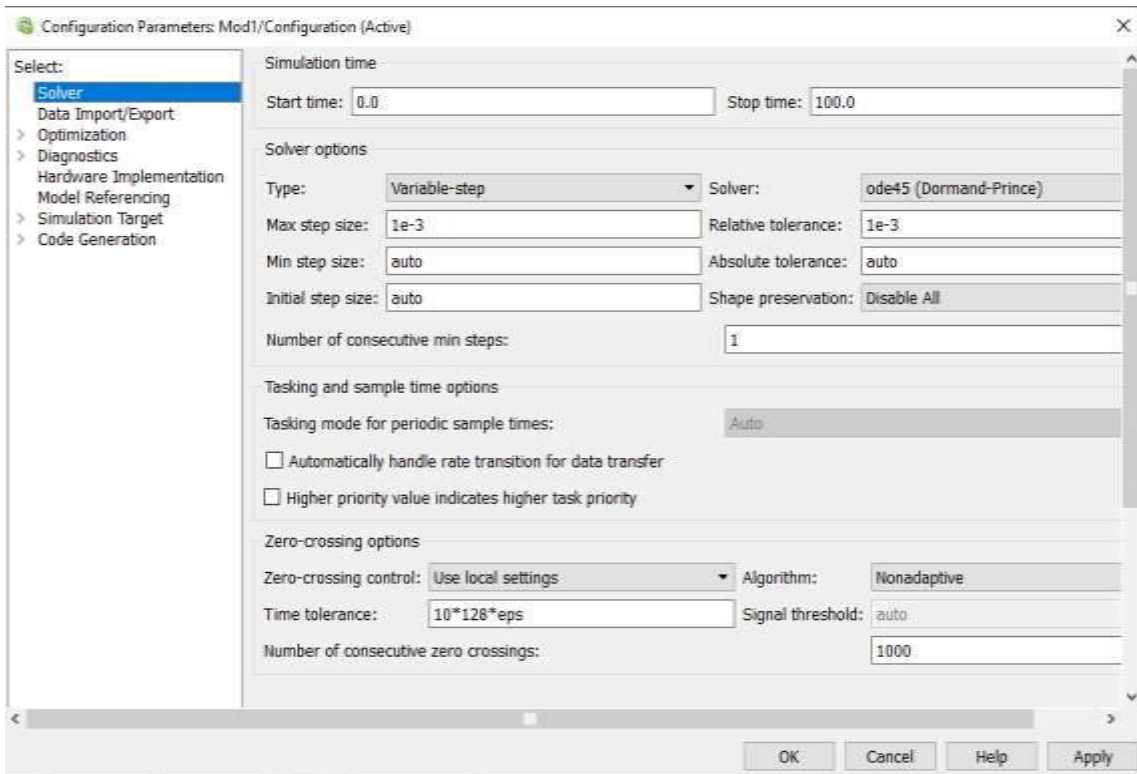
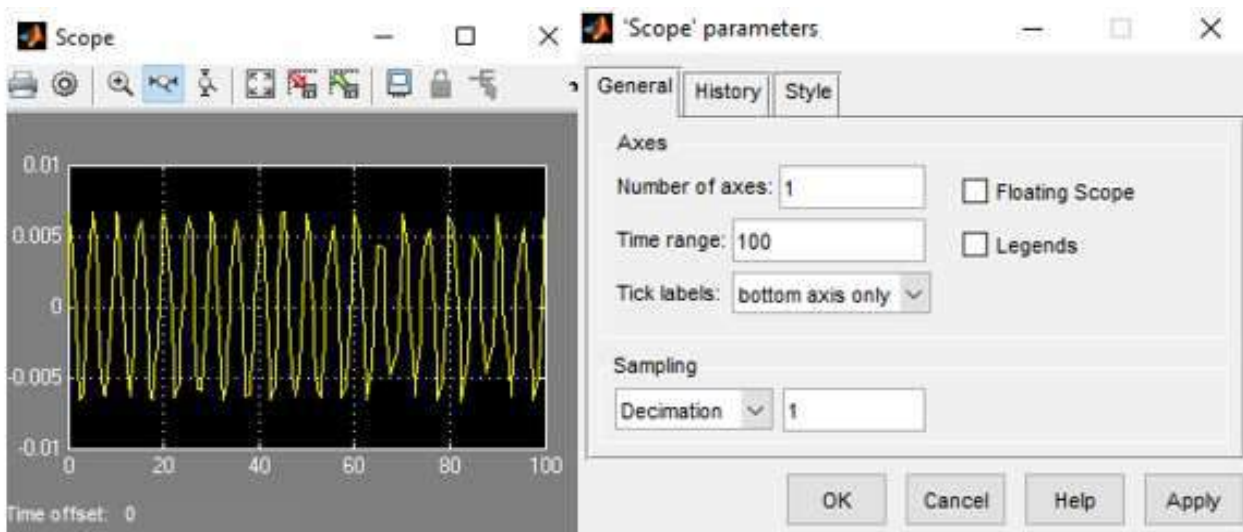


Рисунок 7.3 – Вікно параметрів моделювання



а

б

Рисунок 7.4 – Результати моделювання складової кутової швидкості $\omega_x^{ВДН}$ (а) і вікно параметрів блока Scope (б)

Для реалізації алгоритму орієнтації з кутами Ейлера – Крилова необхідно розв'язати обернену задачу, тобто зі складових кутової швидкості $\omega_x^{відН}$, $\omega_y^{відН}$, $\omega_z^{відН}$ отримати кути ψ , γ , ϑ . Цей алгоритм складено на основі розв'язання системи рівнянь

$$\begin{cases} \dot{\psi} = \frac{1}{\cos \vartheta} [\omega_Y^{ei\partial H} \cos \gamma - \omega_Z^{ei\partial H} \sin \gamma]; \\ \dot{\vartheta} = \omega_Y^{ei\partial H} \sin \gamma + \omega_Z^{ei\partial H} \cos \gamma; \\ \dot{\gamma} = \omega_X^{ei\partial H} - \operatorname{tg} \vartheta [\omega_Y^{ei\partial H} \cos \gamma - \omega_Z^{ei\partial H} \sin \gamma]. \end{cases} \quad (7.2)$$

Рівняння (7.2) можна розв'язати відносно перших похідних від кутів ψ , γ , ϑ , тому, сформувавши праві частини (7.2) і зінтегрувавши їх, отримаємо шукані кути орієнтації. Необхідно враховувати, що рівняння (7.2) зв'язані між собою кутами тангажа та крену. Модель алгоритму орієнтації з кутами Ейлера – Крилова, що реалізує вирази (7.1), (7.2), зображено на рисунку 7.5.

Кутова швидкість обертання об'єкта (відносна кутова швидкість обертання зв'язаної системи координат відносно базової) у вигляді проєкцій на осі зв'язаної системи координат моделюється шляхом обчислення похідних від відповідних кутів повороту. Реальні ж показання ДКШ містять як переносні швидкості, що залежать від обертання Землі й лінійного переміщення об'єкта, так і відносні, що залежать від обертання зв'язаної системи координат відносно базової. Крім того, має місце дрейф показань ДКШ на рівні 0,02...0,03 °/с.

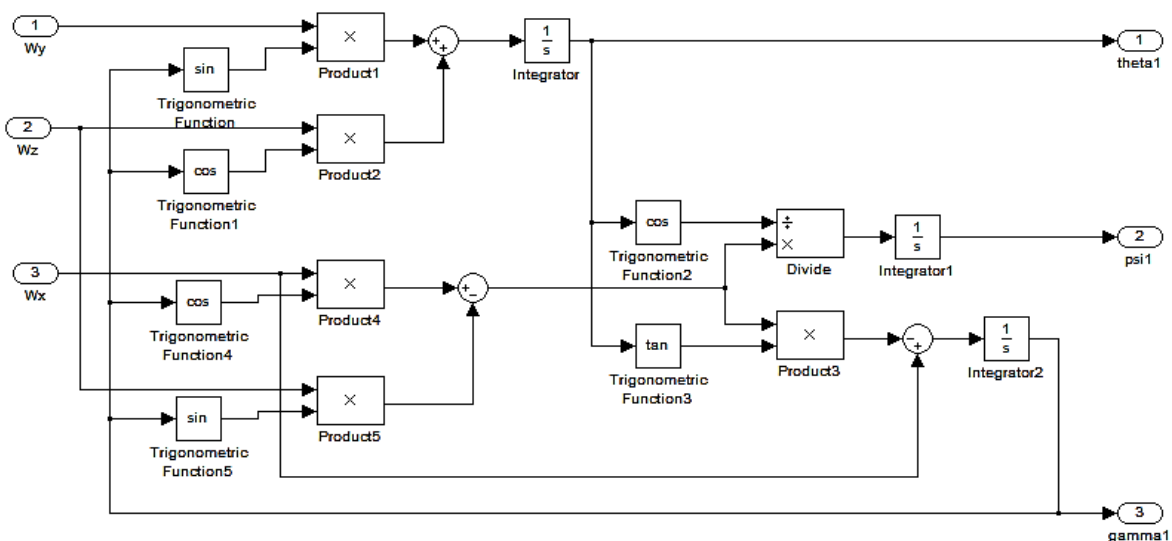


Рисунок 7.5 – Реалізація системи рівнянь (7.2)

Реалізовані системи рівнянь (7.1) та (7.2) можна подати у більш компактній та зручній формі. Для цього послідовно виділимо відповідну область моделі, потім правою кнопкою миші відкриємо контекстне меню й виберемо команду Create subsystem, унаслідок чого виділені області моделі будуть мати вигляд окремих блоків: Krylov Angles to Angular Velocity та Algorithm Orientation Euler відповідно до рисунків 7.2 та 7.5.

Отриману модель алгоритму орієнтації з кутами Ейлера – Крилова показано на рисунку 7.6.

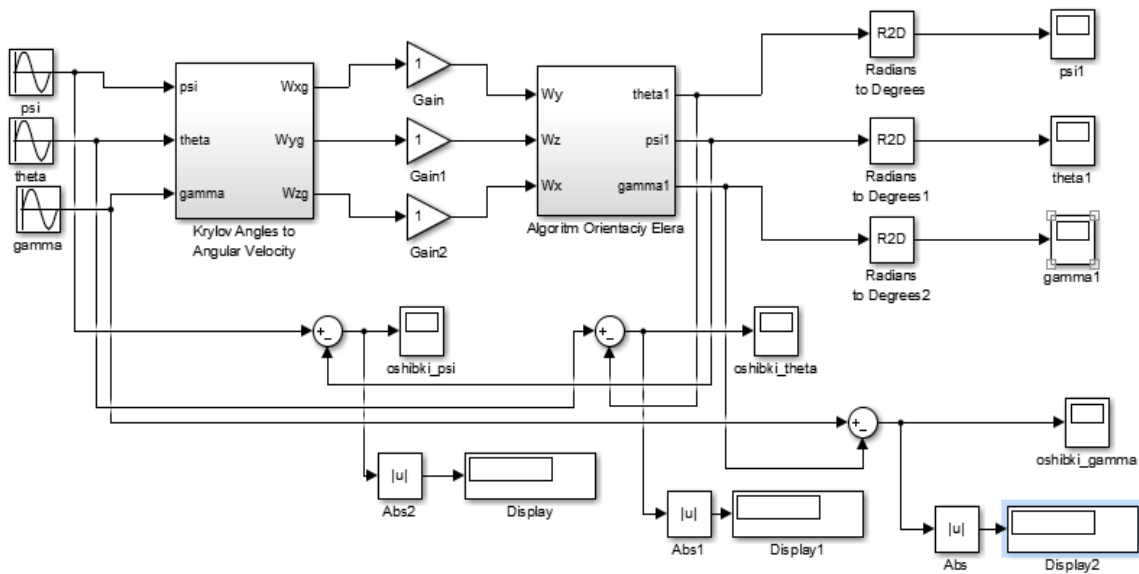
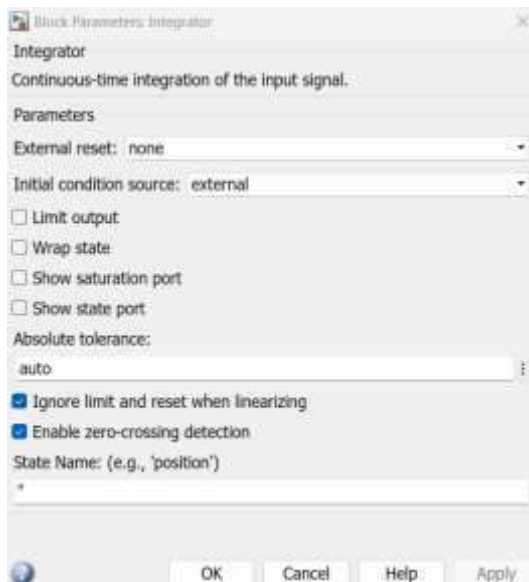
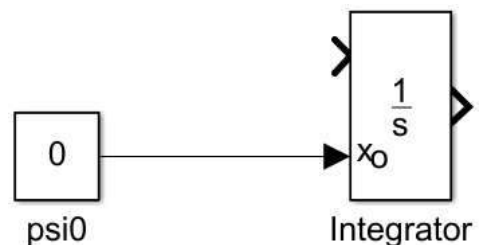


Рисунок 7.6 – Модель алгоритму орієнтації з кутами Ейлера – Крилова

Для операції ділення необхідно у вікні параметрів блока Product увести символи */. На інтеграторах за замовчуванням встановлено нульові початкові умови (Initial condition) (рисунок 7.7, а), що відповідають початковим значенням кутів ристання, тангажа та крену (оскільки було взято синусоїдальну форму змінення цих кутів).



а



б

Рисунок 7.7 – Вікно параметрів інтегратора (а) та інтегратор із зовнішнім джерелом початкових умов (б)

В іншому випадку в інтеграторах необхідно встановлювати початкові значення кутів ψ , γ , ϑ . Початкові значення в інтеграторі також можна подавати і встановлювати від зовнішнього джерела, наприклад з блока Constant. Для цього потрібно зі списку Initial condition source (джерело початкових умов) вікна параметрів блока Integrator вибрати альтернативу external (зовнішній) (рисунок 7.7, б).

Після того, як переконалися в тому, що кути ψ , γ , ϑ збігаються з відповідними кутами на вході, можна об'єднати алгоритм орієнтації в підсистему та під'єднати до виходу віртуальні авіаційні прилади з бібліотеки Dials&Gauges Blockset\Global Majic ActiveX Library\Demo Aircraft (рисунок 7.8).

Віртуальний авіагоризонт і курсовий індикатор реєструють кути в градусах, тому вихідні сигнали алгоритму орієнтації необхідно перевести в градуси, використовуючи для цього блоки (Radians to Degrees), що знаходяться в бібліотеці Simulink Extras\Transformations. Для об'єднання сигналів тангажа та крену застосовано блок мультиплексора Mux, що знаходиться в бібліотеці Signal Routing.

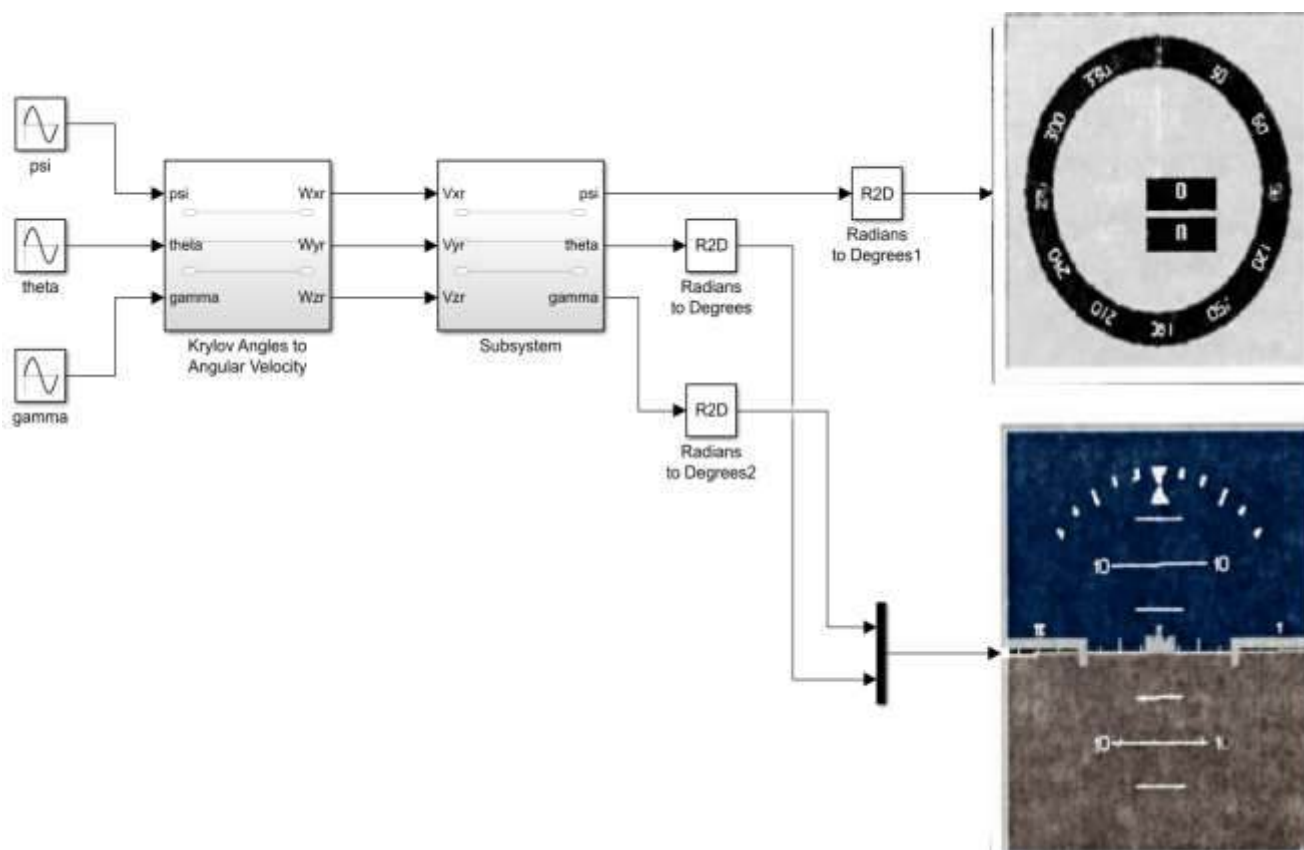


Рисунок 7.8 – Алгоритм орієнтації з під'єднаними віртуальними авіаційними приладами

7.2 Алгоритм орієнтації з напрямними косинусами

Алгоритм орієнтації з напрямними косинусами ґрунтується на розв'язанні узагальненого рівняння Пуассона

$$\dot{C} = C[\omega] - [\omega_g]C. \quad (7.3)$$

Якщо знехтувати вектором кутової швидкості географічного тригранника $\omega_{xg} = \omega_{yg} = \omega_{zg} = 0$, то рівняння (7.3) набуде вигляду

$$\dot{C} = C[\omega]. \quad (7.4)$$

Розв'яжемо рівняння (7.4) у Simulink для законів змінення кутів рискання, тангажа та крену (див. підрозділ 7.1). Для цього необхідно сформуванати кососиметричну матрицю

$$[\omega] = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}. \quad (7.5)$$

На рисунку 7.9 показано спосіб формування кососиметричної матриці $[\omega]$.

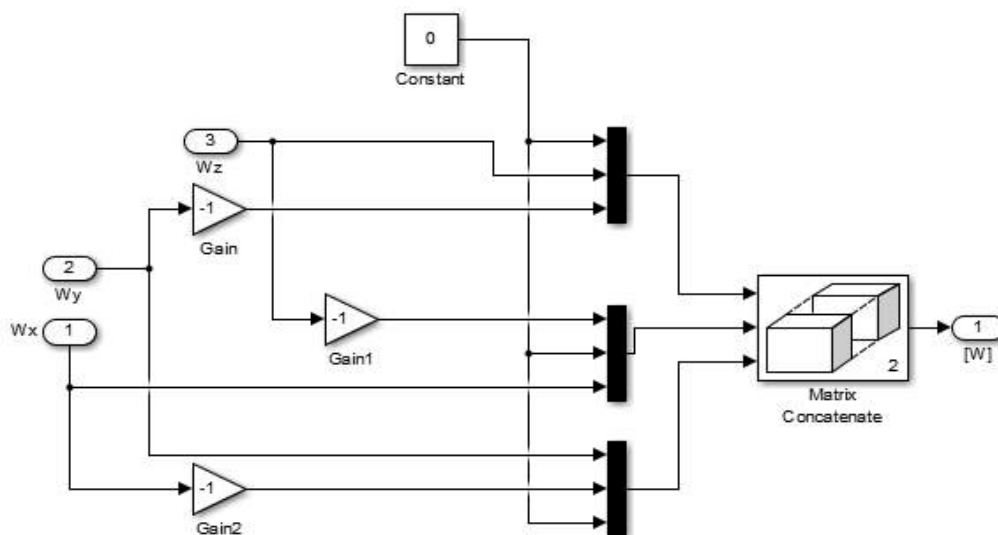


Рисунок 7.9 – Формування кососиметричної матриці

Стовпці кососиметричної матриці формуються за допомогою блоків тих із трьохма входами, а за допомогою блока Matrix Concatenate (бібліотека

Math Operations) відбувається об'єднання стовпців у матрицю 3x3. Модель алгоритму орієнтації з напрямними косинусами відповідно до рівняння (7.4) зображено на рисунку 7.10.

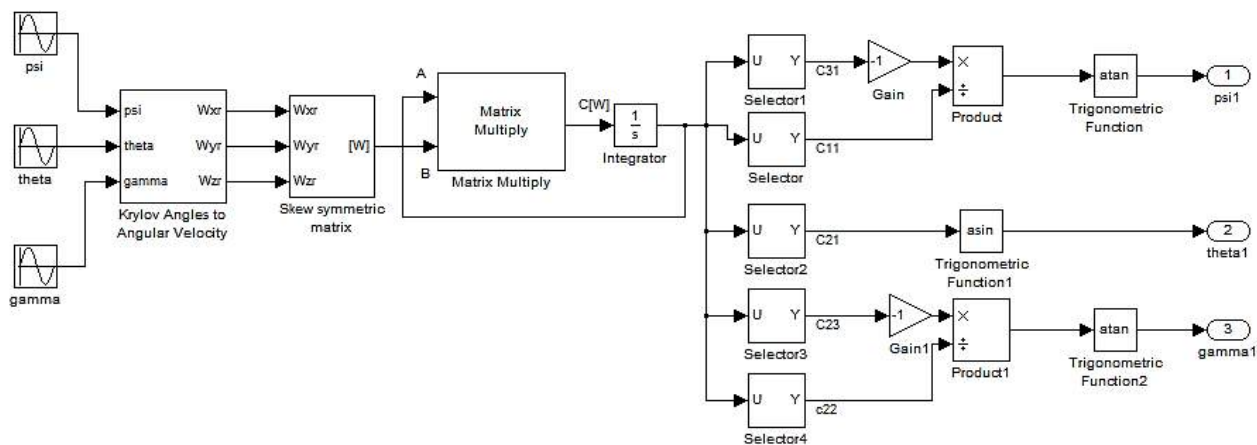


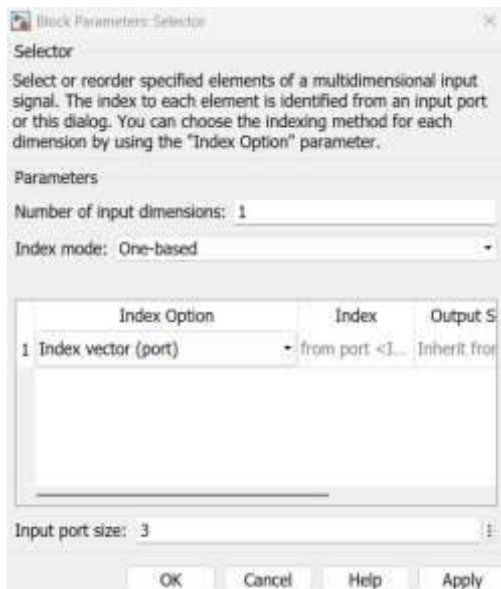
Рисунок 7.10 – Алгоритм орієнтації з напрямними косинусами

У моделі використовується вже створений блок формування кутових швидкостей із кутів Ейлера – Крилова. У центральній частині моделі реалізовано матричне рівняння (7.4), унаслідок чого утворюється матриця напрямних косинусів C . Формування матриць реалізується за допомогою блока Matrix Multiply з бібліотеки DSP Blockset Math Functions Matrix and Linear Algebra Matrix Operation. Для отримання необхідних елементів з матриці напрямних косинусів використовуються блоки Selector (бібліотека Signal Routing).

У вікні параметрів блока Selector необхідно змінити тип входу (Input Type) з векторного (Vector) на матричний (Matrix) і ввести відповідні значення номера рядка і стовпця матриці в полях Rows і Columns (рисунок 7.11, а). Після встановлення типу входу Matrix зовнішній вигляд блока зміниться на такий, який зображено на рисунку 7.11, а.

Початковою умовою для інтегрування матричного рівняння (7.4) є початкова матриця напрямних косинусів $C(t_0)$, яка через те, що в початковий момент часу $\psi_0 = 0$, $\vartheta_0 = 0$, $\gamma_0 = 0$, і в силу синусоїдальних законів змінення кутів ψ , γ , ϑ буде одиничною:

$$C(t_0) = \begin{vmatrix} \cos\theta_0 \cos\psi_0 & -\cos\gamma_0 \cos\psi_0 \sin\theta_0 + \sin\gamma_0 \sin\psi_0 & \sin\gamma_0 \cos\psi_0 \sin\theta_0 + \cos\gamma_0 \sin\psi_0 \\ \sin\theta_0 & \cos\gamma_0 \cos\theta_0 & -\sin\gamma_0 \sin\theta_0 \\ -\cos\theta_0 \sin\psi_0 & \cos\gamma_0 \sin\psi_0 \sin\theta_0 + \sin\gamma_0 \cos\psi_0 & -\sin\gamma_0 \sin\psi_0 \sin\theta_0 + \cos\gamma_0 \cos\psi_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (7.6)$$



а



б

Рисунок 7.11 – Вікна параметрів блоків Selector (а) та Integrator (б)

Вікно параметрів інтегратора зображено на рисунку 7.11, б. Для задавання матриці в квадратних дужках необхідно записати рядки матриці, відокремлюючи їх «точкою з комою», а для розділення елементів у рядку матриці слід використовувати пробіл. Блок-схему алгоритму орієнтації з напрямними косинусами, що базується на узагальненому рівнянні Пуассона (7.3), показано на рисунку 7.12.

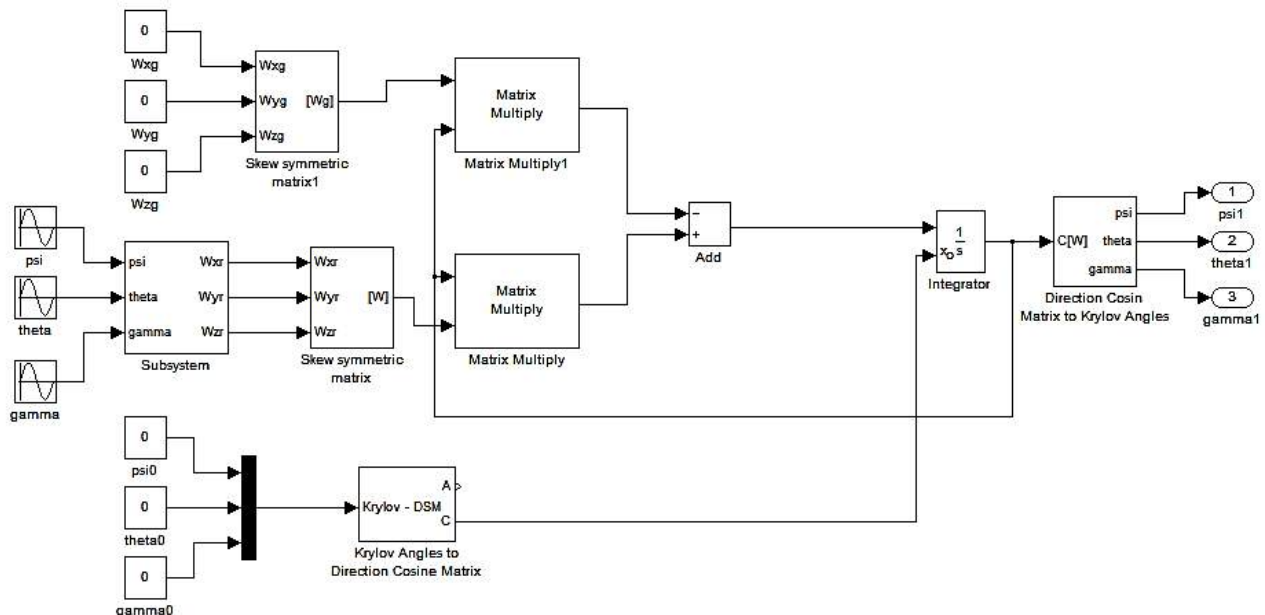


Рисунок 7.12 – Блок-схема алгоритму орієнтації на основі узагальненого рівняння Пуассона

Для формування кососиметричної матриці $[\omega_g]$ використовуємо вже створений раніше блок Skew-symmetric matrix, на який у цьому випадку подаються нульові значення проєкцій ω_{xg} , ω_{yg} , ω_{zg} (і в БІНС ці значення подаються з навігаційного алгоритму). Інтегратор на схемі реалізовано із зовнішнім прийманням початкових умов, тобто з матрицею $C(t_0)$. Для формування матриці напрямних косинусів з кутів Ейлера – Крилова використано попередньо розроблений блок Krylov Angles to Direction Cosine matrix (рисунок 7.13). Блок Fcn з бібліотеки User-Defined Function дає змогу реалізувати довільну функцію, що задається користувачем. У моделі цей блок здійснює множення входів $u[1] \dots u[6]$ на формування матриці напрямних косинусів. Для перетворення матриці напрямних косинусів C на кути ψ , γ , ϑ використано створений блок Direct Cosine Matrix to Krylov Angles, що є об'єднанням у підсистему правої частини моделі, зображеної на рисунку 7.10.

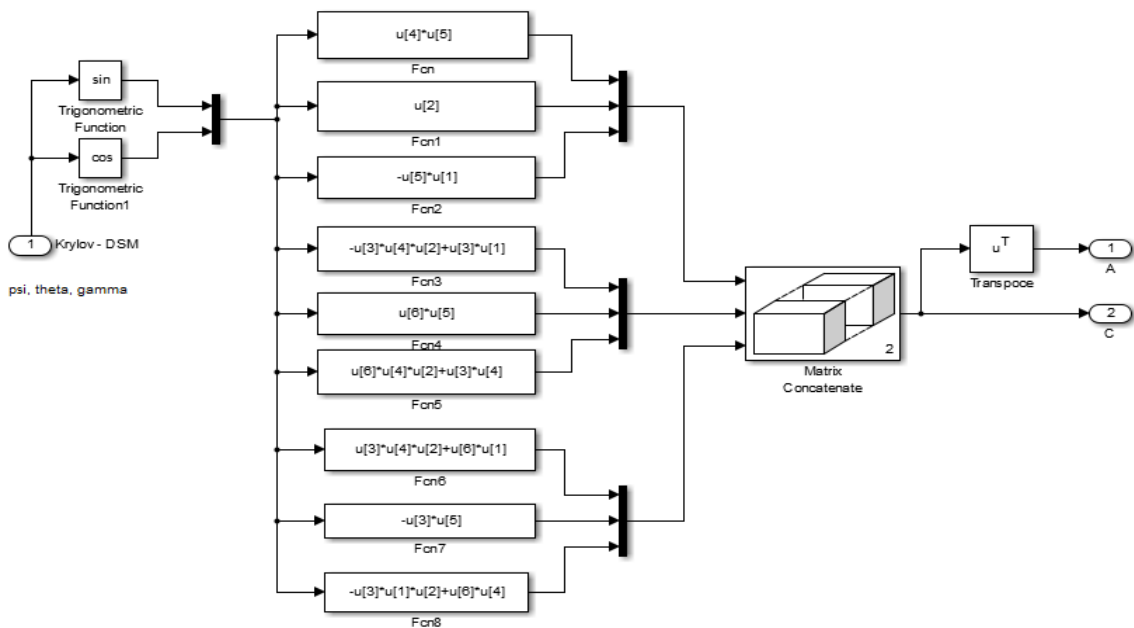


Рисунок 7.13 – Блок формування матриці напрямних косинусів з кутів Ейлера – Крилова

Необхідно зазначити, що в розділі Transformations/Axes бібліотеки Aerospace Blockset містяться блоки перетворення кутів Ейлера на матрицю напрямних косинусів, кутів Ейлера на кватерніон і т. д. (рисунок 7.14, а). Однак у цих блоках використовується інша послідовність поворотів на кути ризику, тангажа та крену на відміну від прийнятої в контексті лекцій, тому безпосереднє застосування цих блоків може призвести до некоректних результатів (рисунок 7.14, б).

На рисунку 7.14 блок Krylov Angles to Direction Cosine matrix створено відповідно до рисунка 7.13, а блок Euler Angles to Direction Cosine Matrix вставлено з бібліотеки Aerospace Blockset, при чому використовуються різні значення елементів матриць напрямних косинусів.

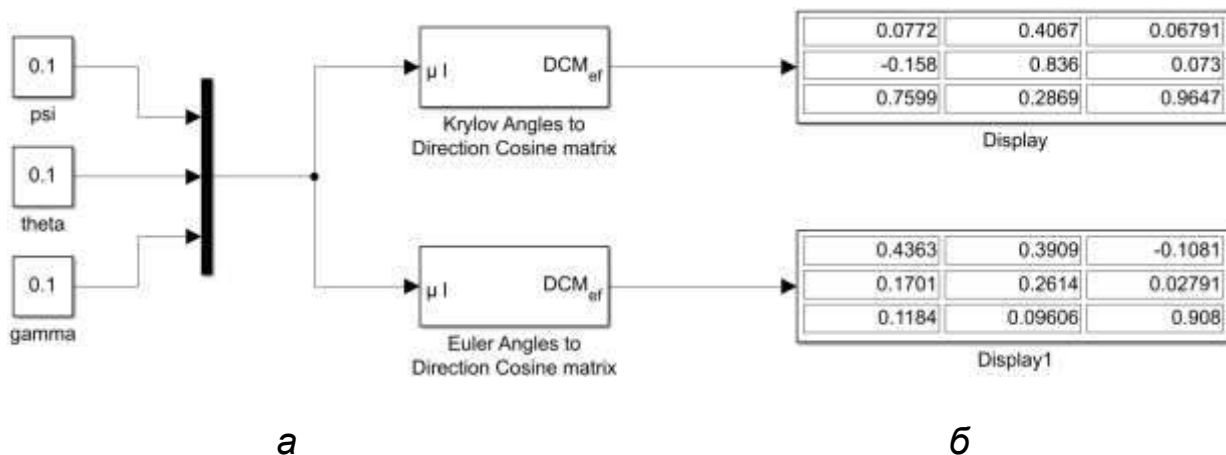


Рисунок 7.14 – Розділ Transformations/Axes бібліотеки Aerospace Blockset (а); блоки формування матриці напрямних косинусів (б)

7.3 Алгоритм орієнтації із кватерніонами

Алгоритм орієнтації з кватерніонами ґрунтується на розв'язанні кінематичного рівняння

$$\dot{\Lambda} = \Lambda^\circ \Omega - \Omega^\circ \Lambda + \Lambda(1 - \|\Lambda\|), \quad (7.7)$$

де Λ – власний кватерніон, що характеризує орієнтацію зв'язаної системи координат відносно географічної.

Рівняння (7.7) має коригувальний член $\Lambda(1 - \|\Lambda\|)$ для автоматичного коригування норми кватерніона. Як видно з цього виразу, для розв'язання рівняння (7.7) у середовищі Simulink необхідним є блок множення кватерніонів за допомогою кватерніонних матриць. Раніше було показано, що множення кватерніонів Λ і Ω відповідає множенню матриць вигляду

$$M(\lambda) = \begin{bmatrix} \lambda_0 & -\lambda_1 & -\lambda_2 & -\lambda_3 \\ \lambda_1 & \lambda_0 & -\lambda_3 & \lambda_2 \\ \lambda_2 & \lambda_3 & \lambda_0 & -\lambda_1 \\ \lambda_3 & -\lambda_2 & \lambda_1 & \lambda_0 \end{bmatrix}, \quad \omega = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}. \quad (7.8)$$

Приклад формування матриць $M(\lambda)$ і $\bar{M}(\lambda)$ показано на рисунку 7.15.

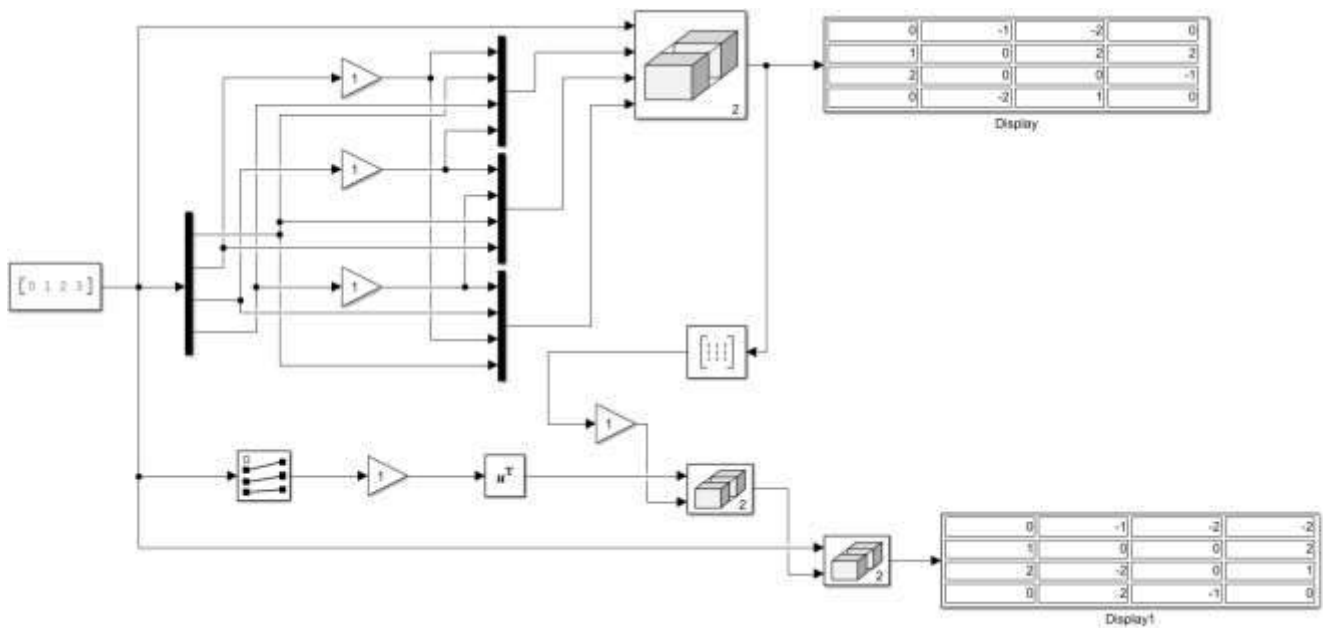


Рисунок 7.15 – Блок формування матриць $M(\lambda)$ і $\bar{M}(\lambda)$

Блок Submatrix (розташування DSP Blockset(Math Functions)) виокремлює векторне ядро матриці $M(\lambda)$.

Приклад добутку довільних кватерніонів за допомогою блок-схеми (рисунок 7.15), інтегрованої у вигляді підсистеми, та блока Matrix Quaternions (кватерніонна матриця) показано на рисунку 7.16.

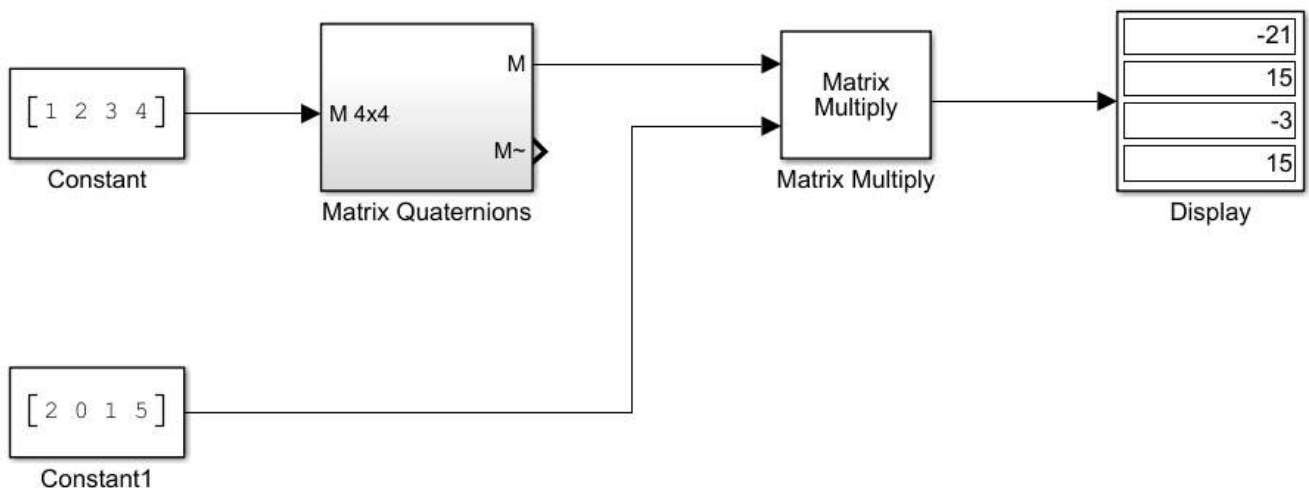


Рисунок 7.16 – Добуток кватерніонів за допомогою матриці $M(\lambda)$

Виконуючи обчислення, пов'язані з кватерніонними матрицями, зручно користуватися блоком перетворення вектора на гіперкомплексне відображення цього вектора, для чого необхідно формально додати до вектора нульову компоненту (рисунок 7.17).

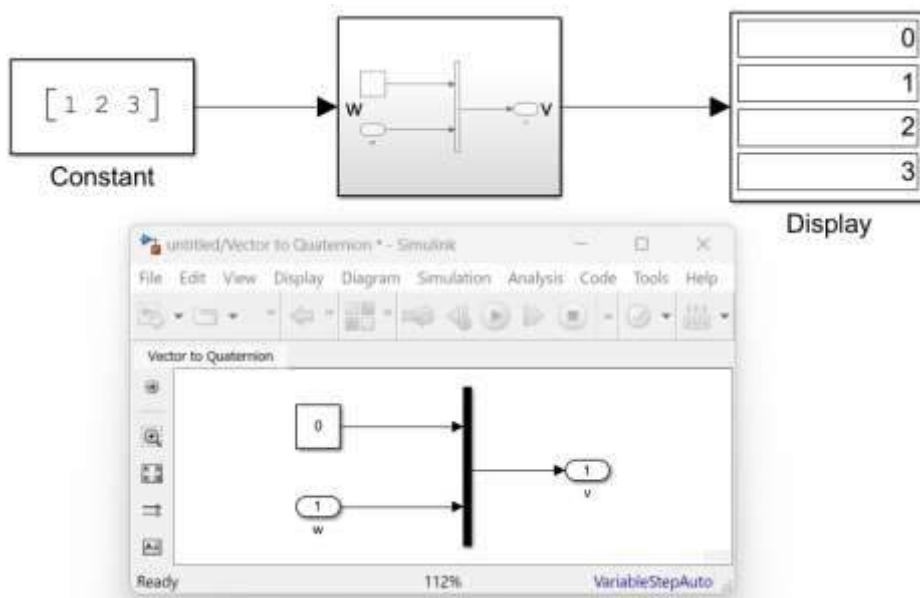


Рисунок 7.17 – Блок перетворення вектора на відображення

Блок-схему алгоритму орієнтації з кватерніонами зображено на рисунку 7.18.

У центральній частині блок-схеми показано блок, що реалізує рівняння (7.7) і на вхід якого подаються відображення векторів абсолютної кутової швидкості зв'язаного й географічного тригранників.

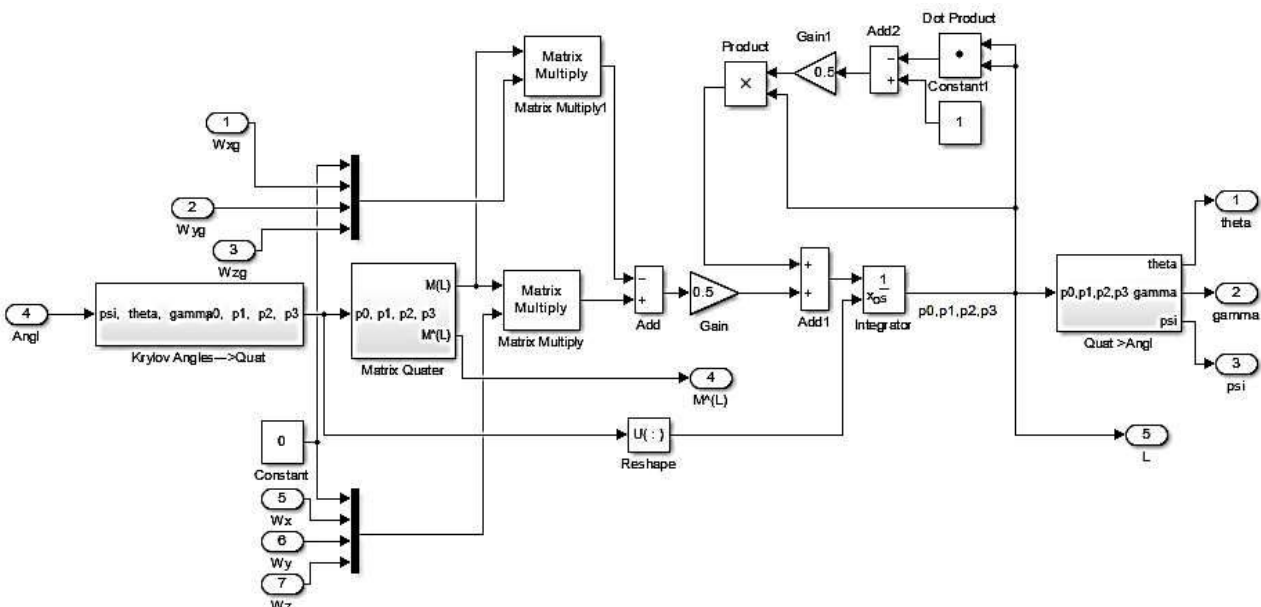


Рисунок 7.18 – Блок-схема алгоритму орієнтації із кватерніонами

На рисунку 7.19 зображено підсистему, що реалізує рівняння (7.7). Темним кольором виділено блоки, що формують член $\Lambda(1 - \|\Lambda\|)$ для автоматичного коригування норми кватерніона. Блок Reshape включено до

складу системи коректної роботи моделі. Блок Krylov Angles→Quat призначено для перетворення початкових кутів рискання, тангажа та крену.

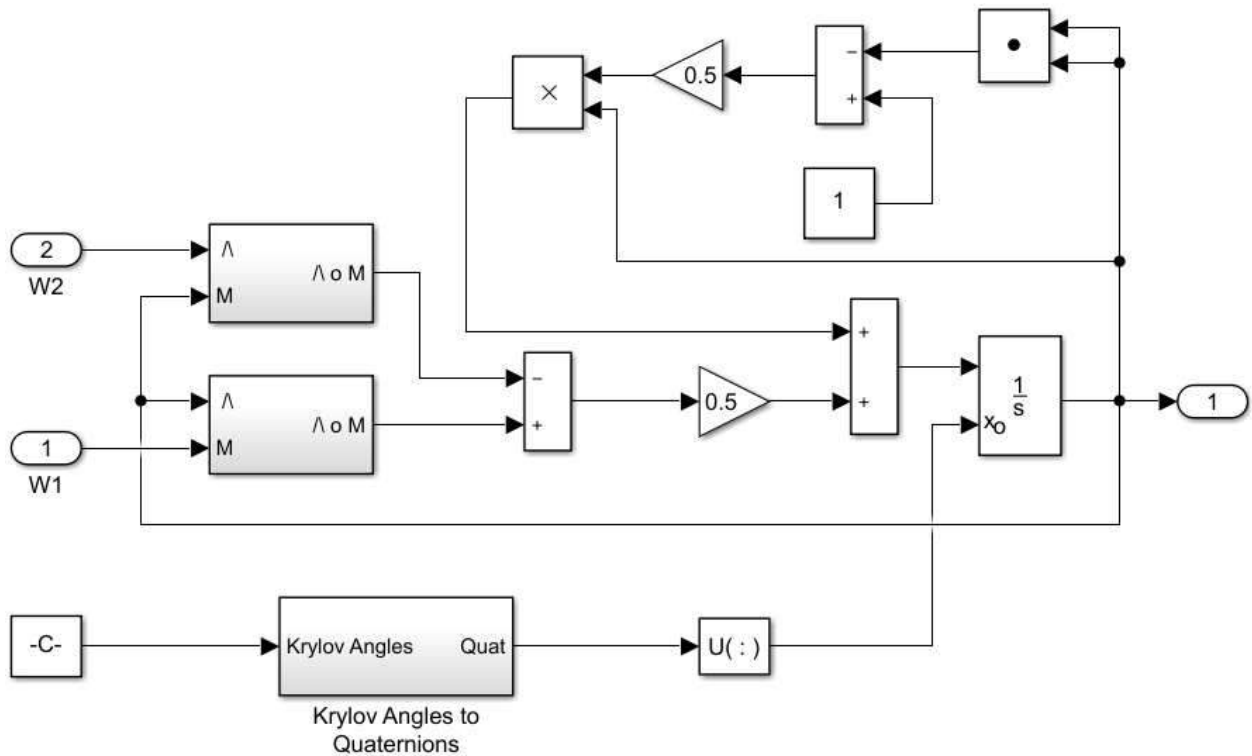


Рисунок 7.19 – Підсистема розв'язання кінематичного рівняння у кватерніонах

Структуру блока Krylov Angles→Quat зображено на рисунку 7.20.

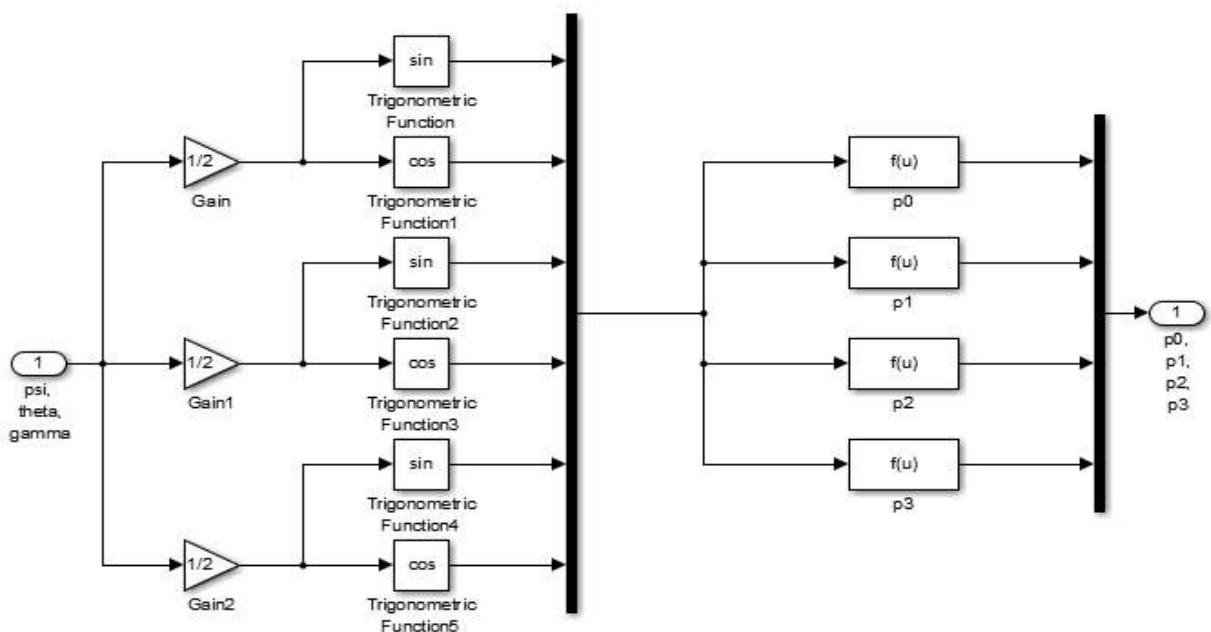


Рисунок 7.20 – Структура блока Krylov Angles→Quat

Аналогічний блок знаходиться в бібліотеці Simulink, але він не відповідає взятій послідовності розворотів на кути рискання, тангажа та крену, тому перед використанням його необхідно модернізувати.

7.4 Ідентифікація датчиків. Пасивна ідентифікація

Під пасивною ідентифікацією розуміють, що є вибірка значень сигналу на вході та виході об'єкта. За цими сигналами необхідно ідентифікувати об'єкт.

Зазвичай ідентифікація – багатоетапна процедура, що складається з таких етапів:

- структурна ідентифікація, що полягає у визначенні структури математичної моделі, виходячи з теоретичних міркувань;
- параметрична ідентифікація – це процедура оцінювання параметрів моделі за експериментальними даними;
- перевірка адекватності – перевірка якості моделі в сенсі вибраного критерію близькості виходів моделі й об'єкта.

Слід зазначити, що у зв'язку з різноманіттям об'єктів і різних підходів до їх моделювання існує безліч варіантів вирішення завдання ідентифікації.

Пасивна ідентифікація здійснюється за допомогою toolbox ident. Відкрити toolbox можна, набравши у командному рядку MATLAB слово ident, унаслідок чого відкриється вікно, зображене на рисунку 7.21.

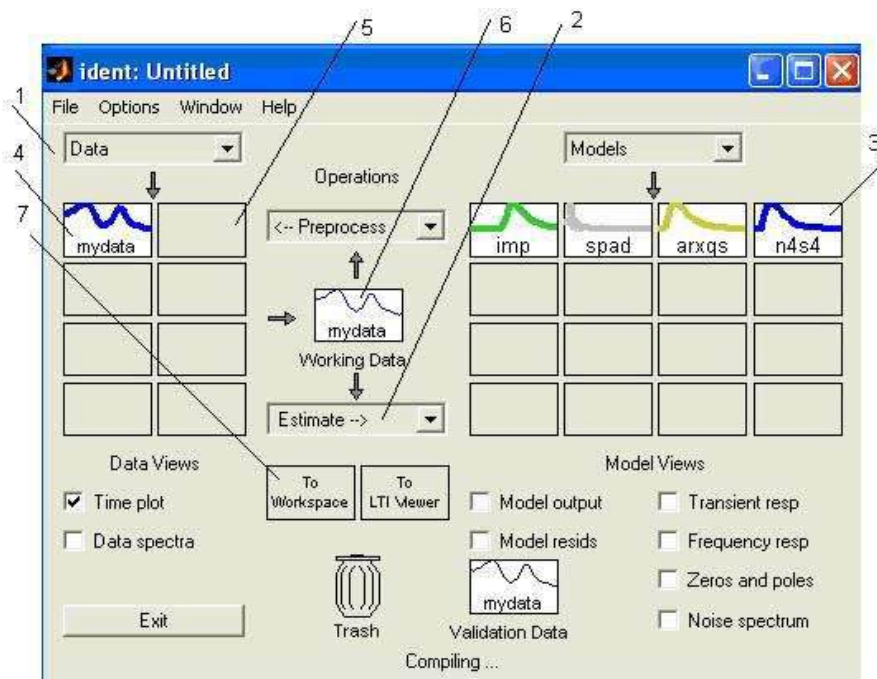


Рисунок 7.21 – Основне вікно toolbox ident

Розглянемо конкретний приклад ідентифікації об'єкта управління. Передавальна функція об'єкта має вигляд

$$W_o(s) = \frac{1}{50s^2 + 20s + 1}$$

Цю передавальну функцію необхідно отримати внаслідок ідентифікації. Передавальна функція ПІ-регулятора з параметрами $K_p = 3$ та $T_i = 5$ має вигляд

$$W_p(s) = \frac{15s + 1}{5s}$$

Параметри регулятора та його структура мають бути відомими. Блоки Switch, Constant, B-L-W і Step є необхідними для формування різних тестових сигналів.

Відповідну модель системи управління в Simulink зображено на рисунку 7.22.

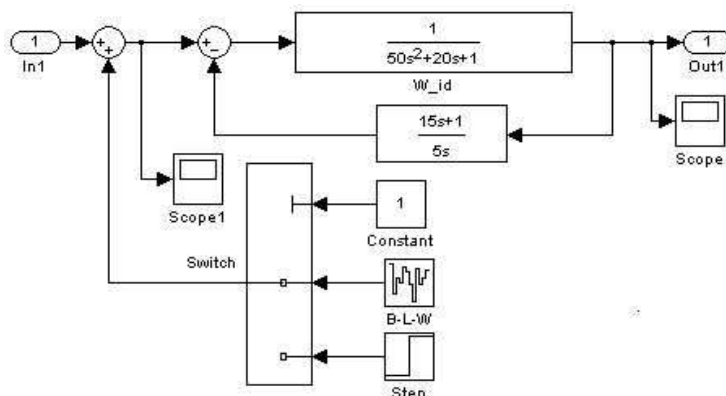


Рисунок 7.22 – Модель системи управління

Установимо в блоці Constant значення, яке дорівнює двом, що еквівалентно подаванню на вхід об'єкта одиничного стрибка. Запустимо модель, отримаємо графік вихідного сигналу (рисунок 7.23).

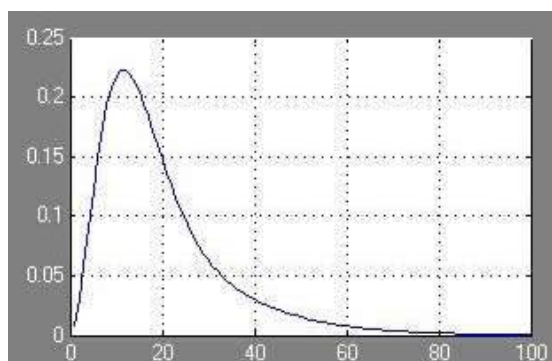


Рисунок 7.23 – Графік перехідного процесу системи

Такий графік маємо отримати після ідентифікації системи. Але відразу зазначимо, що це графік перехідного процесу в замкненій системі управління, а кінцевою метою є отримання передавальної функції об'єкта.

Тепер установимо в блоці Constant значення, яке дорівнює одиниці, що еквівалентно подаванню на вхід об'єкта випадкового сигналу. Графік випадкового сигналу на вході об'єкта зображено на рисунку 7.24.

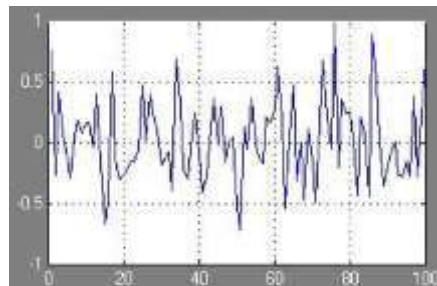


Рисунок 7.24 – Графік випадкового сигналу на вході об'єкта SysX

Блоки Scope необхідно налаштувати таким чином, як показано на рисунку 7.25. Це необхідно, щоб у робочому середовищі MATLAB отримати масиви вхідного й вихідного сигналів. Ідентифікатором вхідного сигналу є SysX, а ідентифікатором вихідного – SysY. Графік вихідного сигналу зображено на рисунку 7.26.

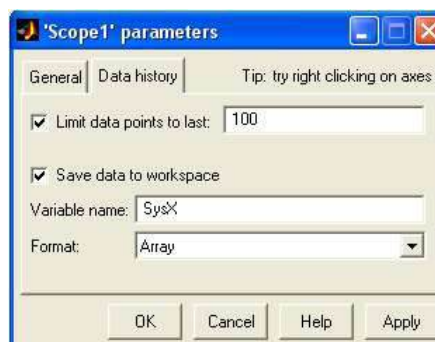


Рисунок 7.25 – Налаштування блока Scope

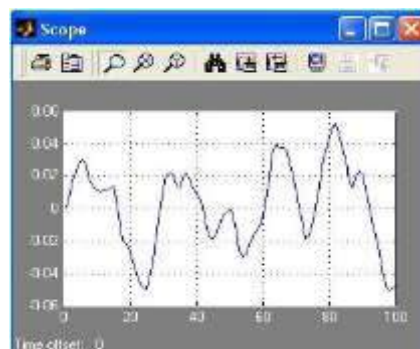


Рисунок 7.26 – Графік сигналу на виході об'єкта SysY

Слід зазначити, що сигнали SysX і SysY передаються в робоче середовище MATLAB як матриці, перший стовпець яких є вектором часу, а системі Ident необхідні вектори лише самих сигналів. Для виключення векторів часу виконаємо в робочому вікні MATLAB команди

$$\text{SysX} = \text{SysX}(1 : 100, 2);$$
$$\text{SysY} = \text{SysY}(1 : 100, 2).$$

Тепер маємо все для проведення ідентифікації. Під час практичної ідентифікації сигнали SysX та SysY можна ввести в робоче вікно MATLAB вручну або імпортувати їх із трендів спочатку в Excel, а потім у MATLAB. Модель потрібна для перевірки точності ідентифікації.

Для завантаження даних у пакет Ident необхідно в списку Data, що розкривається (позиція 1 на рисунку 7.21) вибрати опцію Import, унаслідок чого відкриється вікно, зображене на рисунку 7.27.

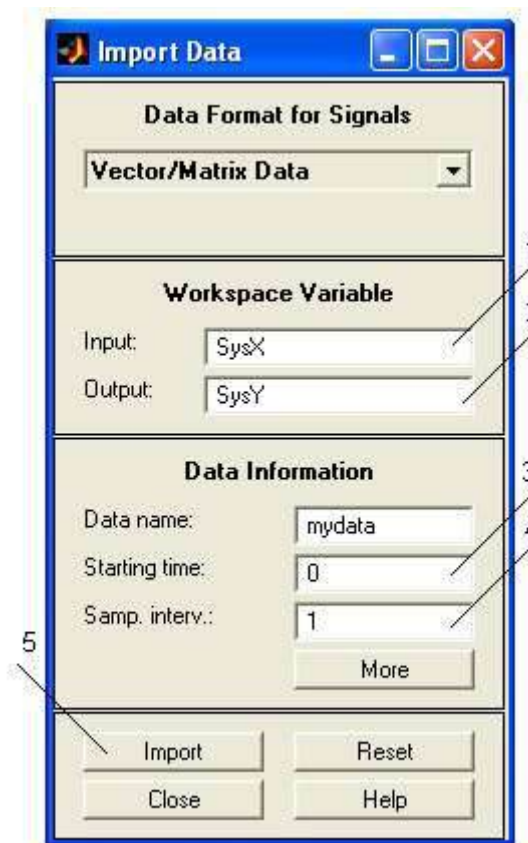


Рисунок 7.27 – Вікно Import Data

Після натиснення кнопки Import відбудеться завантаження даних, про що свідчить поява графіка позиції 4 на рисунку 7.21.

Подивитися графіки імпортованих даних можна, натиснувши прапорець Time plot.

Для запуску ідентифікації в списку Working Data (позиція 2 на рисунку 7.21) вибираємо команду QuickStart. Унаслідок цього здійснюється ідентифікація чотирма способами, про що свідчать чотири графіки (позиція 3 на рисунку 7.21).

Необхідно зазначити, що блок Ident має безліч способів ідентифікації та налаштувань. У цьому випадку інтерес становить ідентифікація моделі у просторі станів, що описується рівняннями

$$x(t+Ts) = Ax(t) + Bu(t) + Ke(t);$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) + e(t).$$

Такій моделі відповідає графік n4s4 (позиція 3 на рисунку 7.21). Назва графіка може бути різною залежно від налаштувань і порядку розрахованої моделі.

Після клацання правою кнопкою миші по вказаному графіку відкриється вікно, зображене на рисунку 7.28.

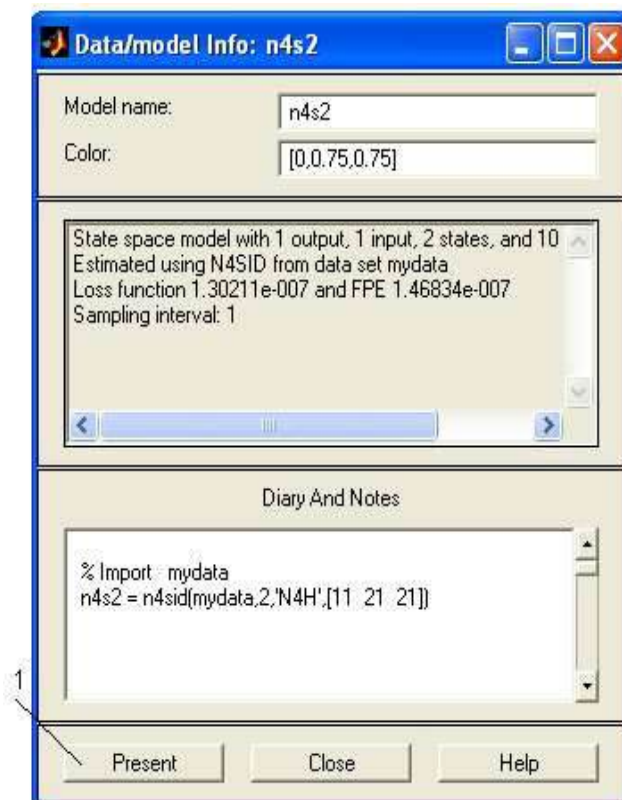


Рисунок 7.28 – Вікно Data/model Info

Натиснемо кнопку Present (позиція 1 на рисунку 7.28), і в командному вікні MATLAB отримаємо матриці моделі в просторі станів під ім'ям **ans**:

$$A = \begin{bmatrix} 0,684 & -0,08 & 0,088 \\ -0,157 & 1,018 & 0,163 \\ -0,25 & -0,226 & 0,907 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0,261 \\ 0,053 \\ -0,0008 \end{bmatrix}.$$

У командному вікні MATLAB отримаємо матриці моделі в просторі станів під ім'ям графіка n4s4.

Виконаємо у командному вікні команду

$$W = tf(ans),$$

унаслідок чого отримаємо передавальні функції моделі з різних входів:

- передавальна функція з входом «u1» та виходом «y1»

$$\frac{0,00087z^2 - 0,00109z - 0,0076}{z^3 - 2,603z^2 + 2,277z - 0,6703};$$

- передавальна функція з входом «v@y1» та виходом «y1»

$$\frac{0,0002z^3 - 0,00034z^2 + 0,00017z - 3,94e - 005}{z^3 - 2,603z^2 + 2,277z - 0,6703}.$$

Інтерес становить перша передавальна функція, тому виконаємо команду

$$W1 = W(1).$$

Як видно з наведених вище формул, передавальну функцію отримано в дискретній формі. Для перетворення її на аналогову форму виконаємо команду

$$W2 = d2c(W1),$$

унаслідок чого отримаємо передавальну функцію

$$W2(s) = \frac{-3,148e^{-0,008}s^2 + 0,02s - 7,5e^{-0,18}}{s^3 + 0,4s^2 + 0,08s + 0,004}.$$

Скоротимо цю передавальну функцію, виконавши команду

$$Wz = \text{minreal}(W2),$$

та отримаємо передавальну функцію замкненої системи за збурювальним впливом

$$Wz(s) = \frac{-3,148e^{-0,008s^2} + 0,02s}{s^3 + 0,4s^2 + 0,08s + 0,004}.$$

Щоб побудувати графік, зображений на рисунку 7.29, виконаємо команду `step (Wz), grid`.

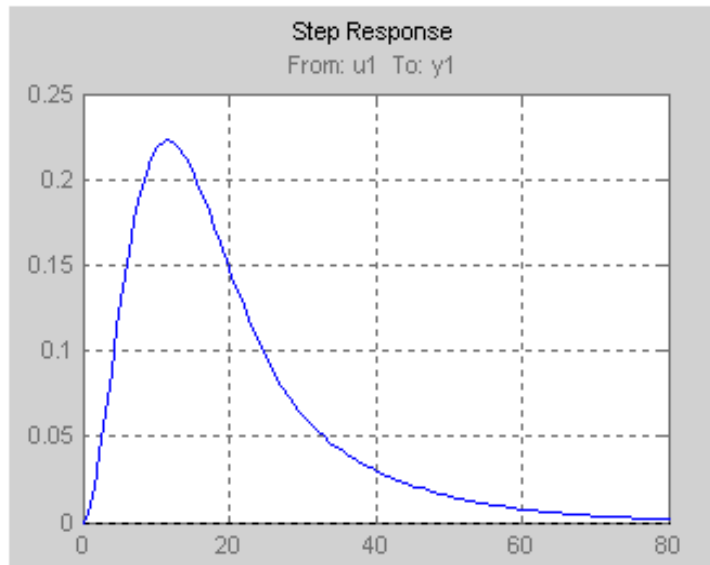


Рисунок 7.29 – Графік перехідного процесу в замкненій системі

Порівнявши графіки, показані на рисунках 7.23 і 7.27, бачимо, що вони мають абсолютно ідентичний вигляд. Але, як було сказано раніше, інтерес становить не передавальна функція замкненої системи, а передавальна функція об'єкта управління, тому із отриманої передавальної функції замкненої системи необхідно виключити передавальну функцію регулятора.

З теорії автоматичного управління відомо, що передавальна функція замкненої системи має вигляд

$$Wz(s) = \frac{W_o(s)}{W_o(s)W_p(s) + 1}.$$

Звідси передавальна функція об'єкта визначатиметься формулою

$$W_o(s) = \frac{-Wz(s)}{Wz(s)W_p(s) - 1}$$

Також відомо, що передавальна функція ПІ-регулятора з роздільними налаштуваннями є паралельним з'єднанням підсилювальної та інтегровальної ланок.

Щоб отримати її в MATLAB, виконаємо послідовність команд:

$$K_p = tf([3], [1]);$$

$$T_i = tf([1], [5 \ 0]);$$

$$W_p = K_p + T_i.$$

Отже,

$$W_p(s) = \frac{15s + 1}{5s}.$$

Для отримання передавальної функції об'єкта виконаємо в командному вікні MATLAB таку команду:

$$W_o = -Wz / (Wz * W_p - 1).$$

Відразу скоротимо отриману передавальну функцію, виконавши команду

$$W_{oa} = minreal(W_o),$$

унаслідок чого отримаємо передавальну функцію об'єкта

$$W_{oa}(s) = \frac{3,14e^{-0,008}s^2 + 0,02s}{s^3 + 0,4s^2 + 0,02s + 3,67e^{-10}}.$$

Щоб перевірити адекватність вихідної передавальної функції, а в цьому прикладі вона є відомою, уведемо її у командному вікні MATLAB таким чином:

$$W_o = tf([1], [50 \ 20 \ 1]).$$

Побудуємо графіки двох передавальних функцій в одному вікні, виконавши команду

step(Wo, Woa, 100), grid,

та отримаємо графік, який зображено на рисунку 7.30.

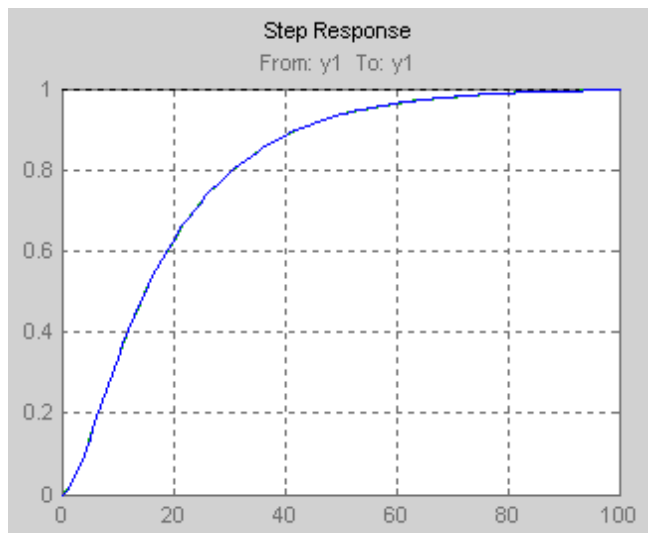


Рисунок 7.30 – Графік вихідної передавальної функції

І справді, якщо відкинути нескінченно малі величини в передавальній функції $W_{Oa}(s)$ і скоротити чисельник і знаменник на оператор Лапласа s , то отримаємо передавальну функцію

$$W_{Oa}(s) = \frac{0,02}{s^2 + 0,4s + 0,02}.$$

Залишається тільки помножити чисельник і знаменник на коефіцієнт 50, щоб отримати потрібну передавальну функцію.

Отже, можна зробити висновок, що, використовуючи пасивну ідентифікацію, можна отримати досить точні результати у випадках, коли провести активний експеримент з якихось причин неможливо. Природно, що точність на реальних об'єктах залежатиме і від наявності додаткових збурювальних впливів, і від точності передавання сигналів зі сформованих трендів у робоче середовище MATLAB.

Друга особливість такої ідентифікації полягає в тому, що мають бути відомими структура й параметри налаштування використовуваного в системі регулятора. Це теж не завжди просто отримати, особливо при використанні нестандартних регуляторів, реалізованих у мікропроцесорних контролерах у вигляді програмного коду.

7.5 Призначення пакета System Identification Toolbox

За допомогою пакета за часовими або частотними вхідними та вихідними експериментальними даними можна:

- оперативно ідентифікувати безперервні та дискретні передавальні функції;
- описувати поведінку динамічних систем у просторі станів;
- визначати відповідну структуру та порядок моделі;
- виконувати оцінювання параметрів моделі;
- перевіряти достовірність моделі (виконувати верифікацію).

У пакеті реалізовано такі методи:

- максимальної правдоподібності;
- мінімізації помилки прогнозу (PEM – prediction-error minimization);
- системної ідентифікації підмножини та ін.

Засобами пакета можна оцінювати нелінійні динамічні моделі:

- Хаммерстайна – Вінера (Hammerstein – Weiner);
- ARX (AutoRegresive model with eXternal input (авторегресійна модель із зовнішнім входом));
- з вейвлетною мережею;
- з деревоподібним поділом;
- з нелінійною сигмоїдальною мережею.

Пакет System Identification Toolbox має зручний графічний інтерфейс, що дає змогу організувати дані та створювати моделі.

Методи ідентифікації, що входять до пакета, застосовуються для вирішення широкого класу завдань – проектування систем управління та оброблення сигналів до аналізу часових рядів. Основні властивості пакета:

- простий і гнучкий інтерфейс;
- попереднє оброблення даних, включаючи фільтрацію, видалення трендів і зсувів;
- вибір діапазону даних для аналізу;
- ефективні методи авторегресії;
- можливості аналізу відгуку систем у часовій і частотній областях;
- відображення нулів і полюсів передавальної функції системи;
- аналіз відхилів під час тестування моделі.

Графічний інтерфейс пакета спрощує як попереднє оброблення даних, так і діалоговий процес ідентифікації моделі. Операції завантаження та збереження даних, вибору їх діапазону, виключення зсувів і трендів виконуються з мінімальними зусиллями і є доступними з головного меню.

Завдання ідентифікації є невід'ємною частиною синтезу й аналізу систем управління. Від якості ідентифікації може залежати успіх реалізації цільової системи, її робота у штатних, критичних та оптимальних режимах експлуатації. Ідентифікація параметрів об'єкта в замкнених системах може проводитися при природних шумах об'єкта управління.

7.6 Ідентифікація із використанням блоків Simulink

До складу бібліотеки System ID Blocks Simulink входять блоки, що дають змогу проводити оцінювання кількох типових моделей (рисунок 7.31):

- моделі авторегресії AR (AutoRegressive model estimator);
- ARX-моделі (AutoRegressive Moving Average with eXternal input model estimator);
- моделі Бокса – Дженкінса BJ (Box – Jenkins model estimator);
- узагальненої лінійної моделі (General model estimator using Predictive Error Method);
- моделі «вхід-вихід» OE (Output-error model estimator).

Правила роботи з цими блоками аналогічні правилам інших блоків Simulink. Отримана модель відображається в основному вікні MATLAB.

Оброблення масиву даних за допомогою пакета System Identification Toolbox складається з таких етапів:

1. Оброблення й перетворення даних з метою створення файлу даних.
2. Непараметричне оцінювання даних з метою попереднього визначення основних характеристик об'єкта управління.
3. Параметричне оцінювання даних з метою створення різних видів моделей (описаних у темі 2) у *teta*-форматі.
4. Задавання структури моделі.
5. Змінення й уточнення структури моделі (якщо це необхідно).
6. Перевірка адекватності й порівняння різних моделей з метою вибору найкращої.
7. Перетворення моделі з *teta*-формату на вигляд, зручний для подальшого використання під час аналізу й синтезу системи управління.

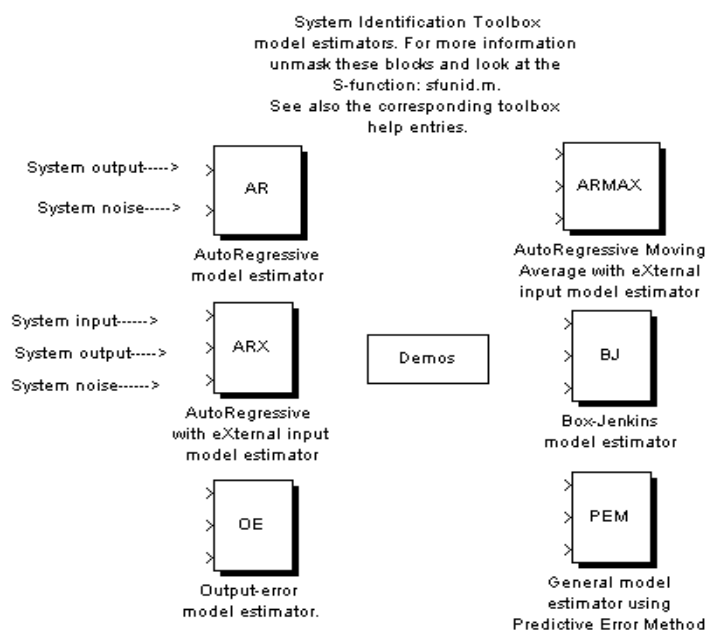


Рисунок 7.31 – Бібліотека блоків ідентифікації Simulink

На кожному етапі ідентифікації є можливість графічного відображення результатів моделювання й отримання необхідної інформації про об'єкт або дані.

7.7 Робота з пакетом System Identification Toolbox

Побудова моделі починається з формування вхідних впливів, що подаються на об'єкт, і вимірювання реакцій (відгуків) на вхідні дії. Потім вхідні й вихідні сигнали та вибрана зі списку пакета структура використовуються для оцінювання значень параметрів моделі відповідно до взятого критерію якості. Критерій якості ідентифікації характеризує ступінь адекватності моделі об'єкта в межах узгоджених припущень та обмежень. Дуже часто використовується середньоквадратичний критерій – відхилення відгуку моделі від відгуку прототипу при тому самому вхідному впливі.

Достовірність моделі на етапі верифікації визначається порівнянням відгуків для незалежних впливів, що не використовувалися під час ідентифікації.

Уведення експериментальних даних.

Завантаження пакета System Identification Toolbox виконується через командний рядок MATLAB командою **>> ident** (рисунок 7.32).

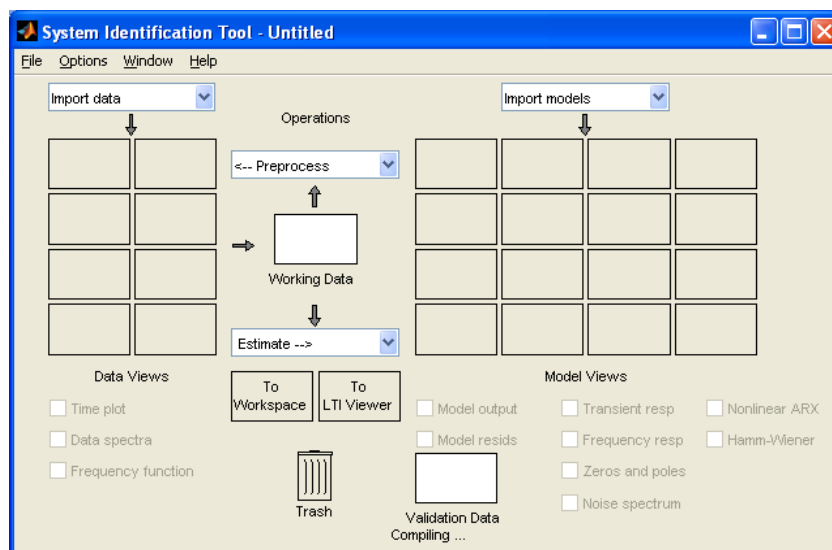


Рисунок 7.32 – Діалогове вікно пакета System Identification Toolbox

Дані часової або частотної області завантажуються із робочого простору MATLAB.

Дані імпортуються або масивами (амплітуд чи частот), або об'єктами класу IDDATA (Time Domain чи Freq Domain).

Для завантаження вхідних і вихідних даних необхідно вибрати тип даних (Time domain, Freq domain, Object), увести імена й параметри даних (рисунок 7.33).

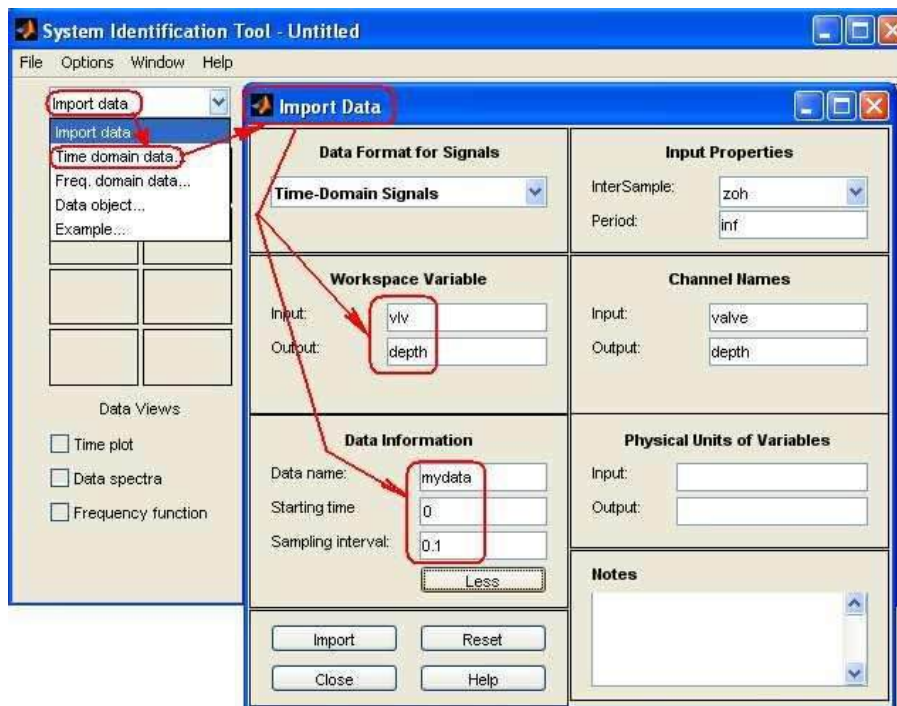


Рисунок 7.33 – Імпорт експериментальних даних

З допомогою команди `>> advice(mydata)` можна отримати інформацію про якість даних.

Можна сформувати часові, спектральні та частотні графіки даних, якщо встановити відповідні прапорці поля Data View (рисунок 7.34).

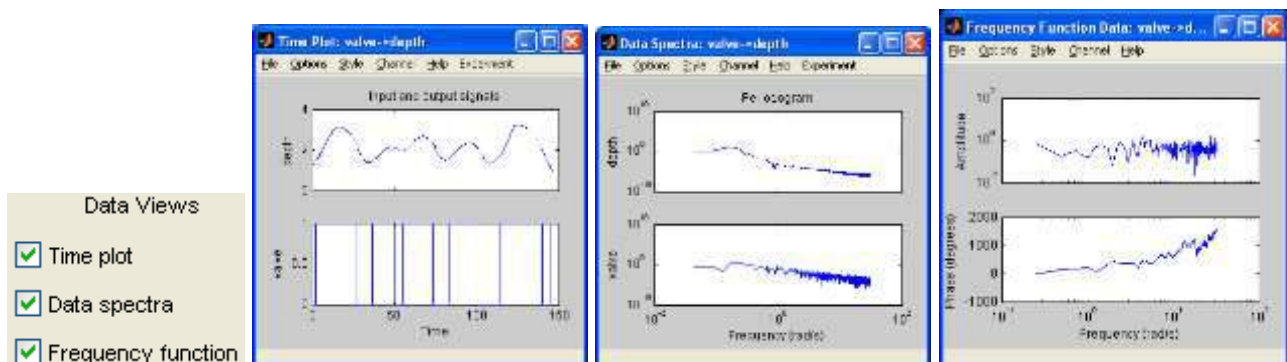


Рисунок 7.34 – Формати відображення експериментальних даних

Можна імпортувати до восьми даних. Непотрібні імпортовані дані можна видалити, перенісши їх у кошик trash.

Попереднє оброблення.

Якщо потрібно, можна виконати попереднє оброблення даних (фільтрацію у вибраному діапазоні, видалення зміщення, змінення діапазону даних тощо) за допомогою команд розділу Preprocess (рисунок 7.35).

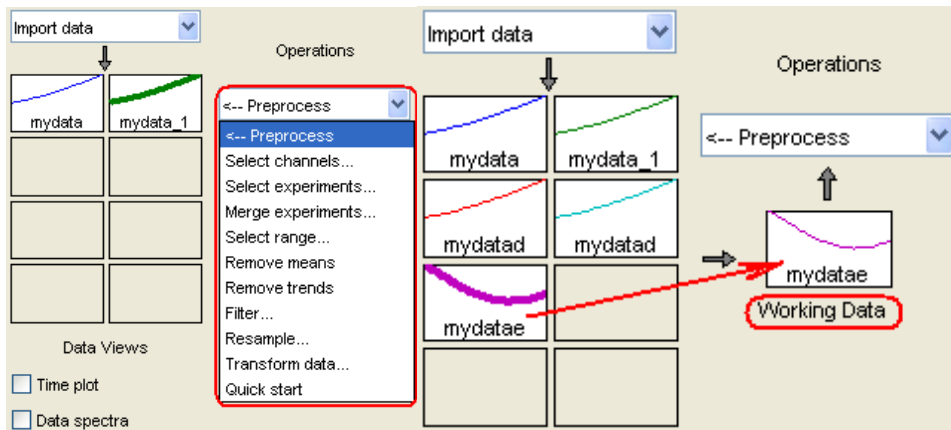


Рисунок 7.35 – Список режимів попереднього оброблення експериментальних даних

Перед попереднім обробленням дані розділу import data необхідно перемістити до зони Working Data (див. рисунок 7.35).

Результати попереднього оброблення (рисунок 7.36) потрапляють у вікна розділу import data автоматично або після натиснення клавіші Insert.

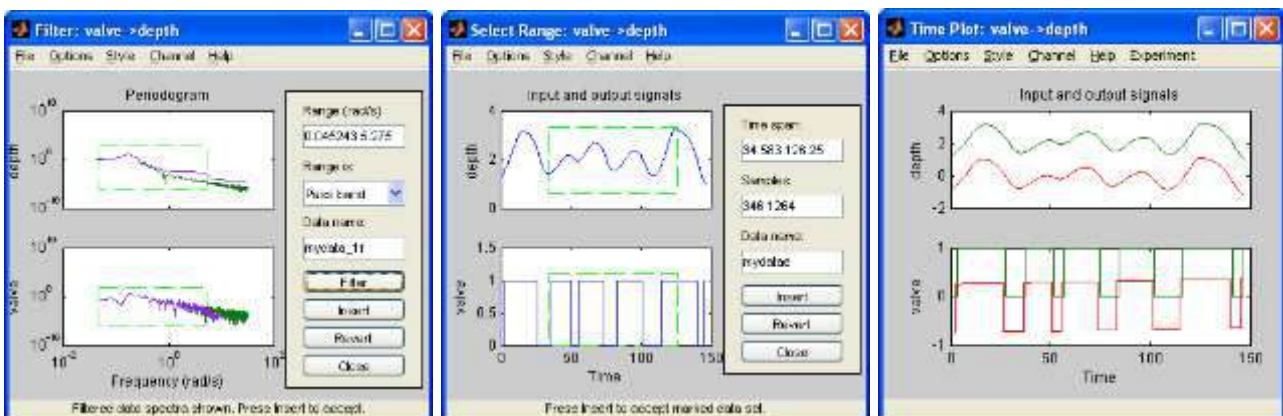


Рисунок 7.36 – Варіанти попереднього оброблення експериментальних даних

7.8 Знаходження відповідної структури моделі та її порядку

Алгоритми розділу Estimate дають змогу знайти зв'язок між оригінальними або обробленими вихідними та вхідними даними (області Working Data).

Параметри одержуваної моделі (порядок моделі, кількість полюсів і нулів, наявність затримки та ін.) задаються у відповідних діалогових вікнах при виборі режиму Estimation (рисунок 7.37). Можна здійснити запит моделей, наприклад, з різною кількістю полюсів і нулів, і вибрати серед них модель з найбільшою достовірністю.

Пакет System Identification Toolbox працює зі структурами моделей, які показано на рисунку 7.37.

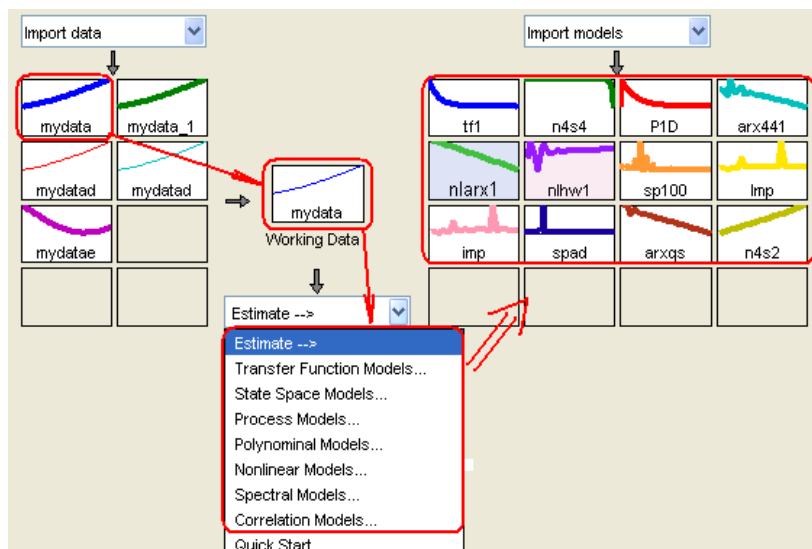


Рисунок 7.37 – Вибір структури моделі для ідентифікації

Після ідентифікації можна зробити запит на параметри вибраної моделі, двічі клацнувши на блоці зони import models на рисунку 7.32. Наприклад, вікно опису передавальної функції моделі має вигляд, показаний на рисунку 7.38.

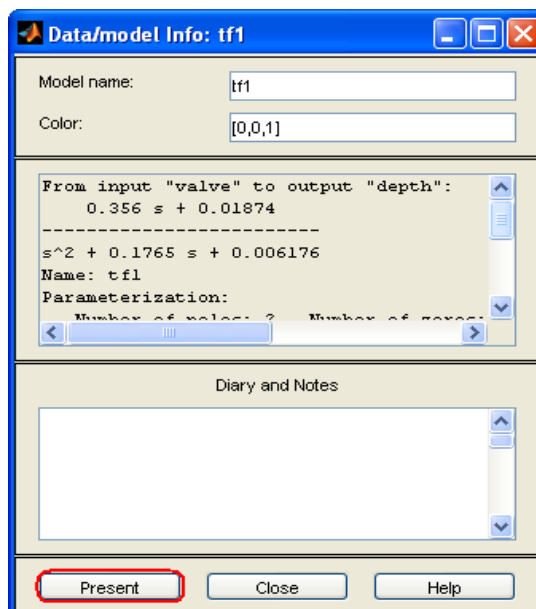


Рисунок 7.38 – Приклад результату ідентифікації моделі безперервної системи як передавальної функції

Команда Present вікна моделі друкує опис моделі у вікні команд MATLAB:

tf1 =

From input "valve" to output "depth":
(0.356 +/- 0.1265) s + (0.01874 +/- 0.7712)

 $s^2 + (0.1765 \pm 2.226) s + (0.006176 \pm 0.2537)$

Name: tf1

Parameterization:

Number of poles: 2 Number of zeros: 1

Number of free coefficients: 4

Use "tfdata", "getpvec", "getcov" for parameters and their uncertainties. Status:

Termination condition: Maximum number of iterations reached.

Number of iterations: 20, Number of function evaluations: 204

Estimated using TFEST on time domain data "mydata".

Fit to estimation data: 23.28% (simulation focus)

FPE: 0.1984, MSE: 0.191

More information in model's "Report" property.

Моделі, знайдені в розділі Estimate, можна порівняти за їх реакцією, розташуванням нулів і полюсів та іншими параметрами (рисунок 7.39).

Запуск пошуку моделей і побудову порівняльних графіків можна отримати і за командою Estimate > Quick Start.

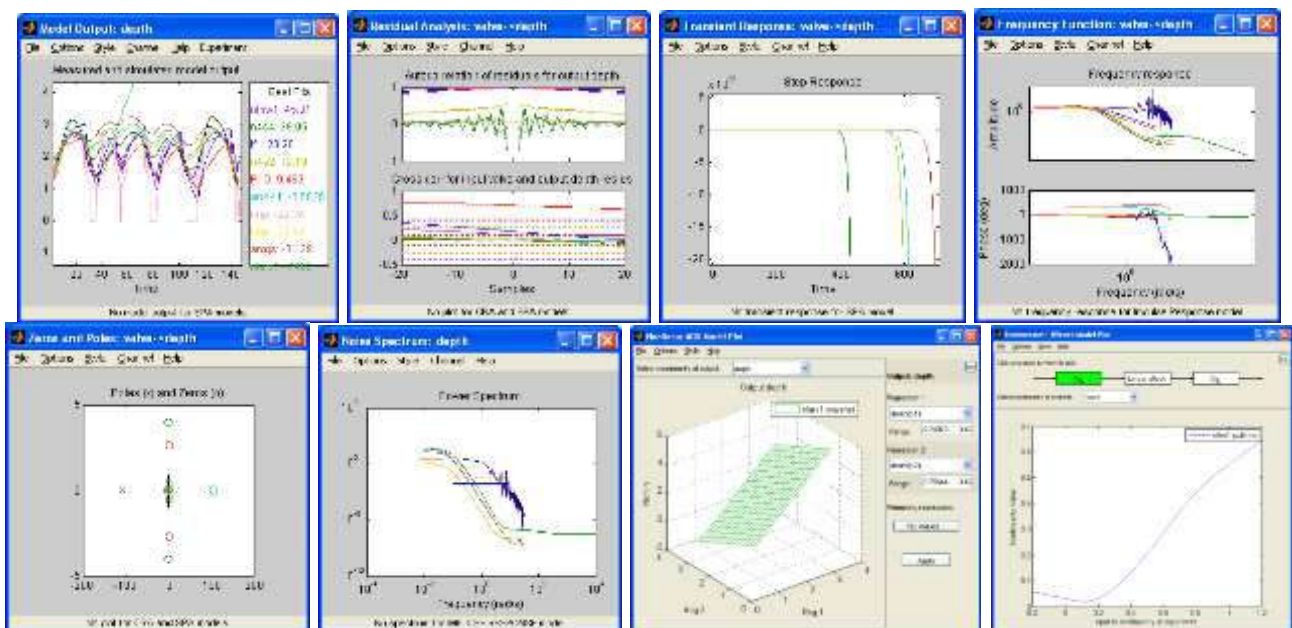


Рисунок 7.39 – Варіанти (Model Views) відображення характеристик моделей

За допомогою LTI Viewer (оглядача) вікна System Identification Tool можна побачити характеристики лінійної моделі (рисунок 7.40):

- реакції на ступінчасту й імпульсну дію;
- амплітудно-фазові частотні характеристики;
- розподіл полюсів і нулів тощо.

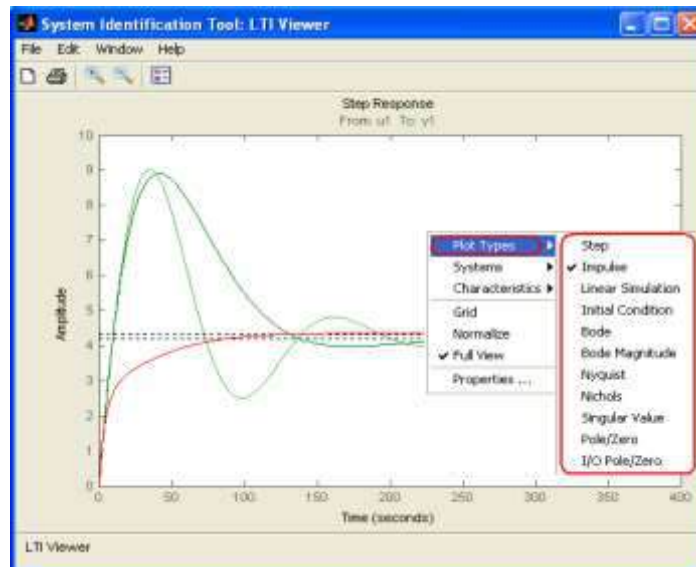


Рисунок 7.40 – Відгуки різних моделей, одержані перенесенням даних із зони import models у вікно To LTI Viewer

Дані браузера передаються із зони import models через вікно To LTI Viewer.

7.9 Перевірка достовірності моделі

System Identification Toolbox допомагає перевірити достовірність отриманих моделей шляхом порівняння відгуку моделі та реальної системи на один і той же експериментальний вплив. Також можна побудувати графік неузгодженості між відгуками, розрахувати помилку, змінити межі довірчого інтервалу тощо.

Для визначення достовірності необхідно перенести незалежний набір даних із зони import data до зони Validation data, виконати Estimation та побудувати графік відгуку моделі (Model Views) (рисунок 7.41). У вікні графіка відгуку моделі буде наявним відгук прототипу.

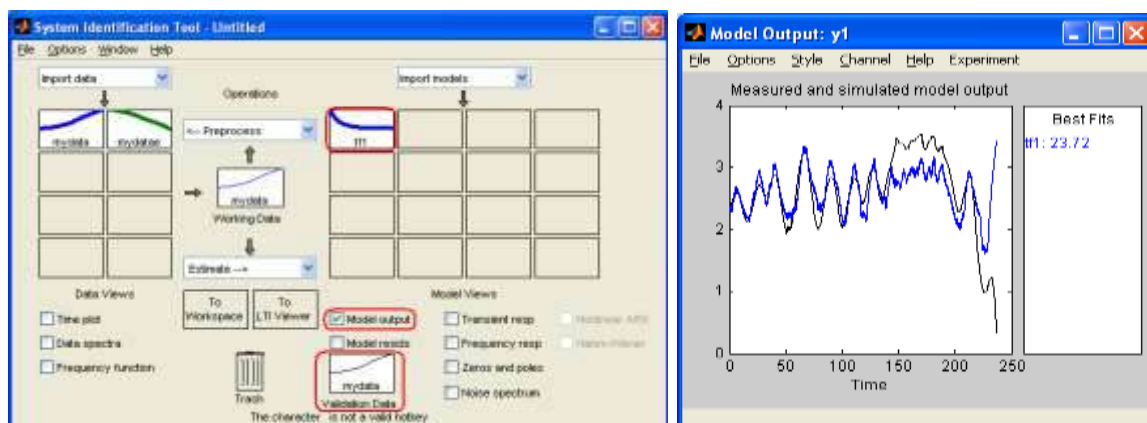


Рисунок 7.41 – Схема та результат валідації (Validation)

Відображення інших порівняльних характеристик можна виконати, як показано на рисунку 7.39.

Відображення моделі засобами MATLAB та Simulink.

Дані зон import data та model data у вигляді об'єкта можна передати через вікно в робочу зону MATLAB.

Команда > **get()** розкриває структуру об'єкта. Вхідні й вихідні сигнали об'єкта зони import data виділяються командами

```
> ampIn = get(mydatae, 'InputData');  
> ampOut = get(mydatae, 'OutputData');
```

де **mydatae** – ім'я об'єкта, переданого в робочий простір. Часовий інтервал даних має вигляд

```
> Ts = get(mydatae, 'Ts');
```

Параметри об'єкта зони model data, наприклад передавальної функції tf1 (чисельник і знаменник), можна отримати за командами

```
> num = get(tf1,'num');  
> den = get(tf1,'den');
```

Модель результату ідентифікації можна ввести у вікно моделі Simulink через блок idmodel розділу Simulink Library Browser> Libraries> System Identification Toolbox, наприклад, як на рисунку 7.42.

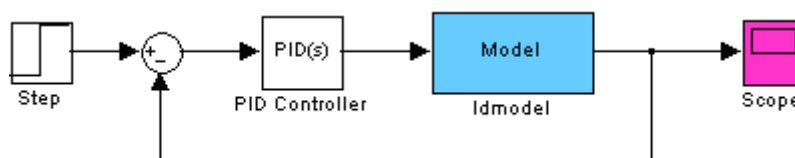


Рисунок 7.42 – Модель управління з моделлю (idmodel) реальної системи

Параметри моделі вводяться в блок idmodel у таких форматах: idpoly, idss, idarx, idgrey, idproc, idft.

Наприклад, безперервна передавальна функція

$$\frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n}$$

задається як idtf (коефіцієнт чисельника, коефіцієнт знаменника), а дискретна – як idtf (коефіцієнт чисельника, коефіцієнт знаменника, інтервал часу).

Порівняти реакцію отриманої моделі з експериментальними значеннями Simulink можна, наприклад, засобами моделі (рисунок 7.43), у якій формат експериментальних даних зони import data вікна ідентифікації перетворено для введення в модель таким кодом:

```
ampIn = get(mydatae, 'InputData');
ampOut = get(mydatae, 'OutputData');
Ts = get(mydatae, 'Ts');
time = ((0:length(ampIn)-1)*0.1)';
ampInModel = [time, ampIn]; ampOutModel = [time, ampOut].
```

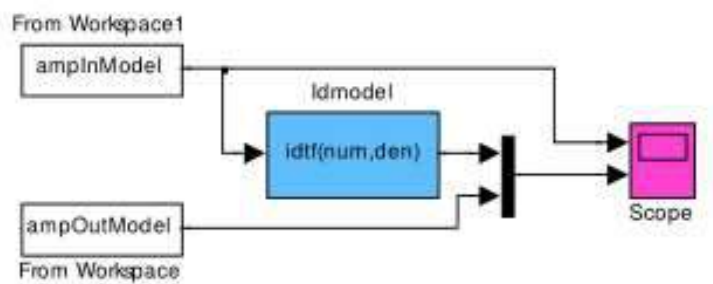


Рисунок 7.43 – Схема порівняння відгуків прототипу та його моделі

7.10 Приклад ідентифікації моделі за даними вимірювального модуля MPU 6050

За експериментальними даними вихідного сигналу гіроскопа проведено ідентифікацію моделі за трьома осями X, Y, Z та отримано передавальні функції гіроскопа:

$$W(s) = \frac{g(s)}{G(s)} = \frac{-1583s - 2,204}{s^2 + 3,647s + 5,959}; \quad (7.9)$$

$$W(s) = \frac{g(s)}{G(s)} = \frac{6,473s - 0,3445}{s^2 + 0,643s + 0,4338}; \quad (7.10)$$

$$W(s) = \frac{g(s)}{G(s)} = \frac{229,2s + 2,776}{s^2 + 4,085s + 3,663}. \quad (7.11)$$

Достовірність отриманої моделі по осях становить 71,56 %, 88,13 % та 74,49 % відповідно. Результати ідентифікації показано на рисунку 7.44.

На рисунках 7.45–7.47 зображено графіки залежності g_x , g_y та g_z від часу й перехідні характеристики їх моделей.

Амплітудно-частотні та фазочастотні характеристики вимірювального модуля показано на рисунку 7.48.

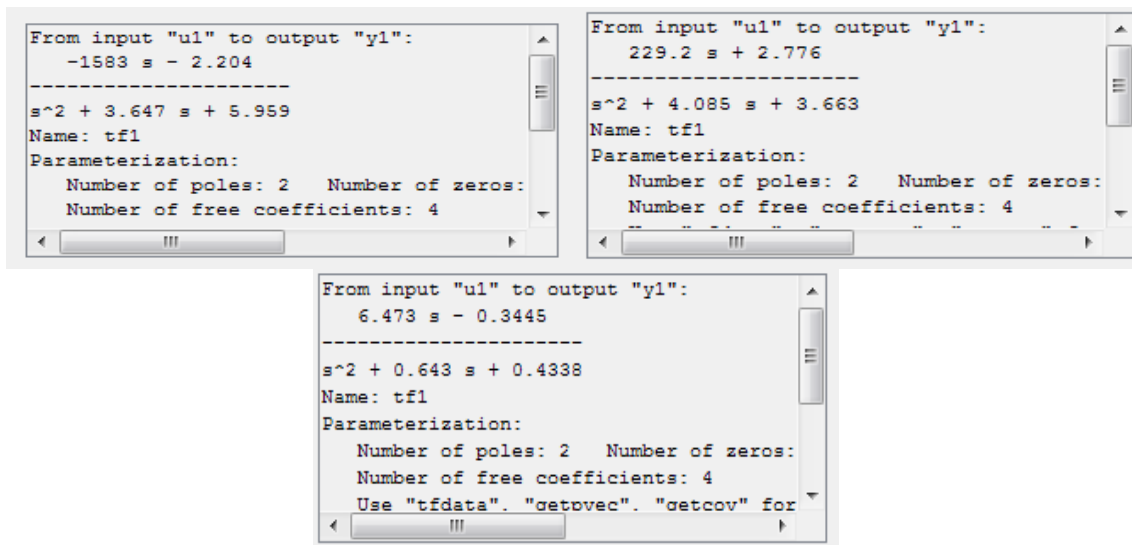


Рисунок 7.44 – Результати ідентифікації моделі гіроскопа модуля

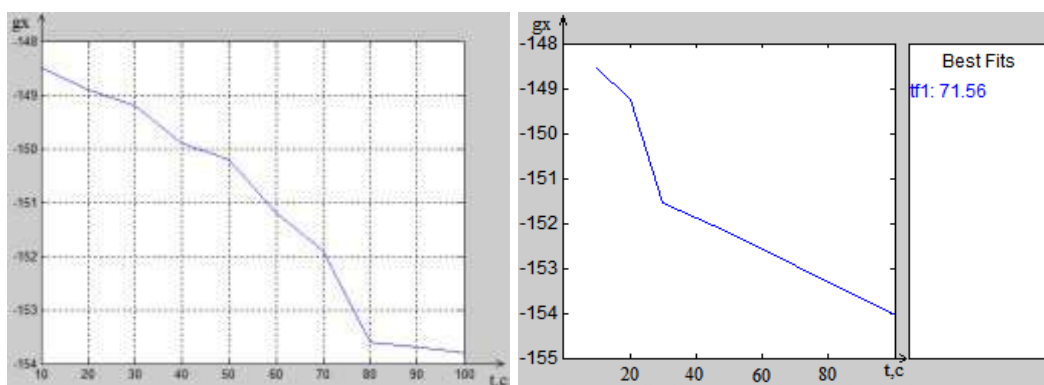


Рисунок 7.45 – Графік залежності $g_x(t)$ і перехідна характеристика моделі по осі X

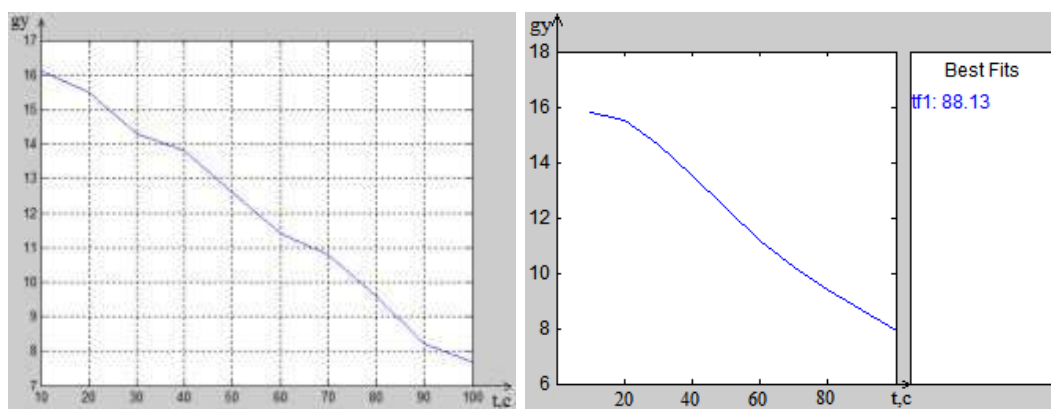


Рисунок 7.46 – Графік залежності $g_y(t)$ і перехідна характеристика моделі по осі Y

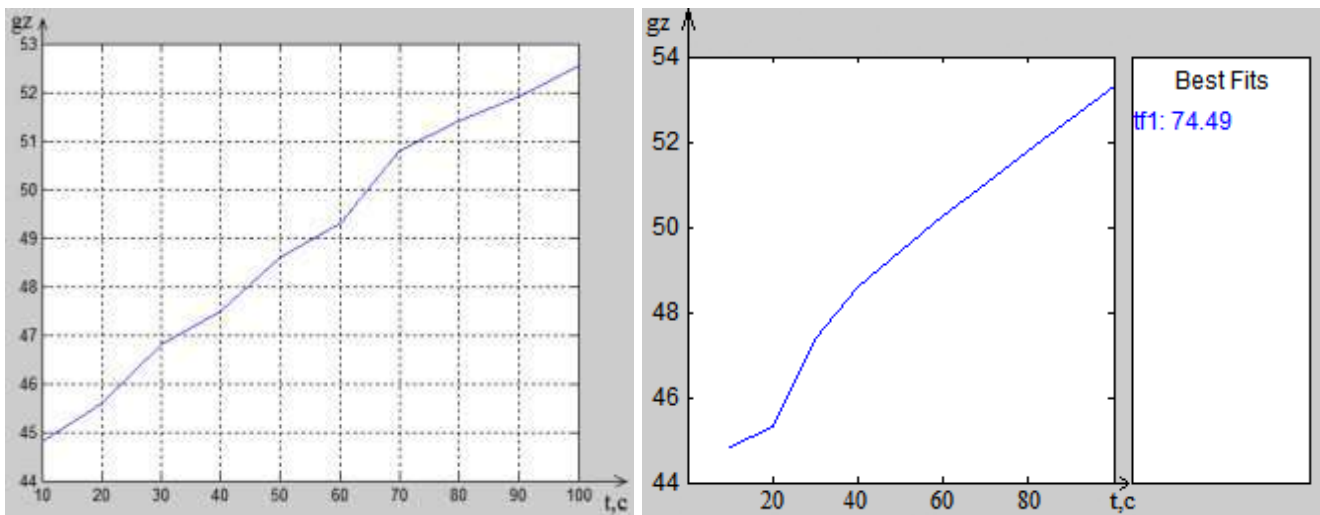


Рисунок 7.47 – Графік залежності $gz(t)$ і перехідна характеристика моделі по осі Z

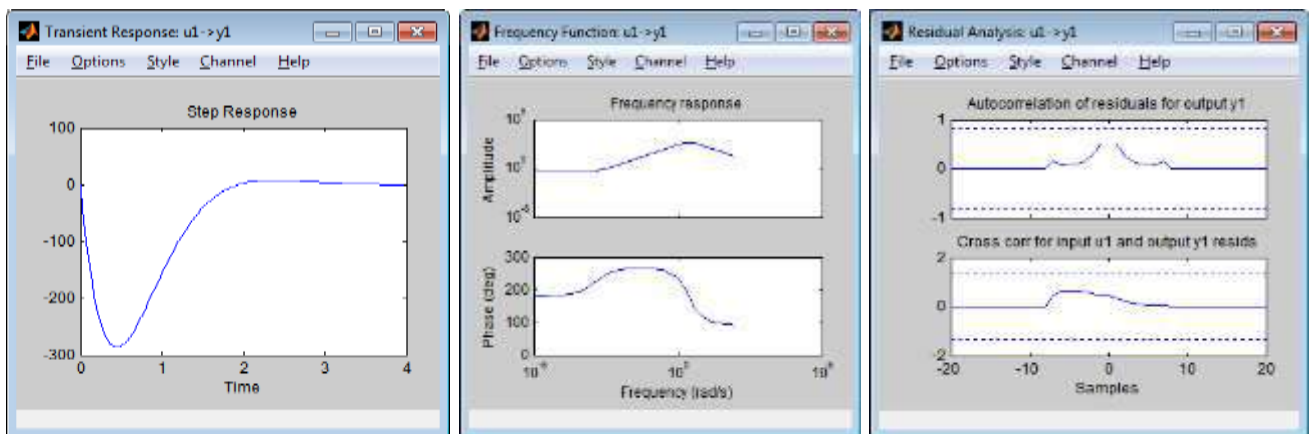


Рисунок 7.48 – Перехідна, амплітудно-частотна та фазочастотна характеристики вимірювального модуля

7.11 Температурний дрейф гіроскопа

За експериментальними даними отримано графіки залежності вихідного сигналу гіроскопа від температури й визначено вплив температури на вихідний сигнал гіроскопа. Нагрівання й охолодження приводить до змінення масштабного коефіцієнта гіроскопа.

Для розв'язання проблеми температурної нестабільності вихідного сигналу гіроскопа використано компенсацію температурної залежності алгоритмічними засобами на рівні цифрового оброблення сигналу.

На рисунку 7.49 зображено схему компенсації температурного дрейфу гіроскопа.

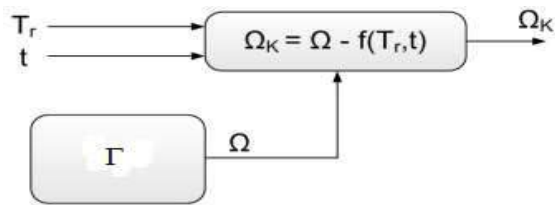


Рисунок 7.49 – Схема компенсації температурного дрейфу

На рисунку 7.49 позначено: Ω – вихідний сигнал гіроскопа до корекції; Ω_k – вихідний сигнал гіроскопа після корекції; T_r – швидкість змінення температури навколишнього середовища, виміряна зовнішнім датчиком; t – час; $f(T_r, t)$ – розрахована температурна модель. Таким чином, вихідний сигнал гіроскопа після корекції визначається виразом

$$\Omega_k = \Omega - 0,1t. \quad (7.12)$$

Графіки температурної залежності вихідного сигналу гіроскопа з компенсацією температурного дрейфу зображено на рисунках 7.50–7.52.

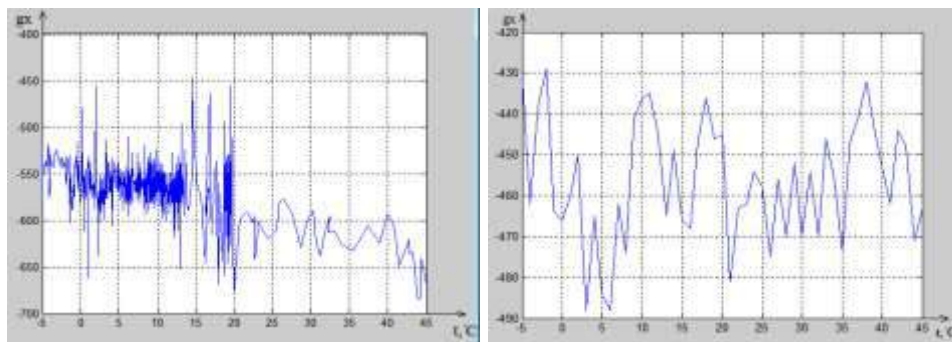


Рисунок 7.50 – Графік залежності $g_x(t^0)$ до та після температурної компенсації

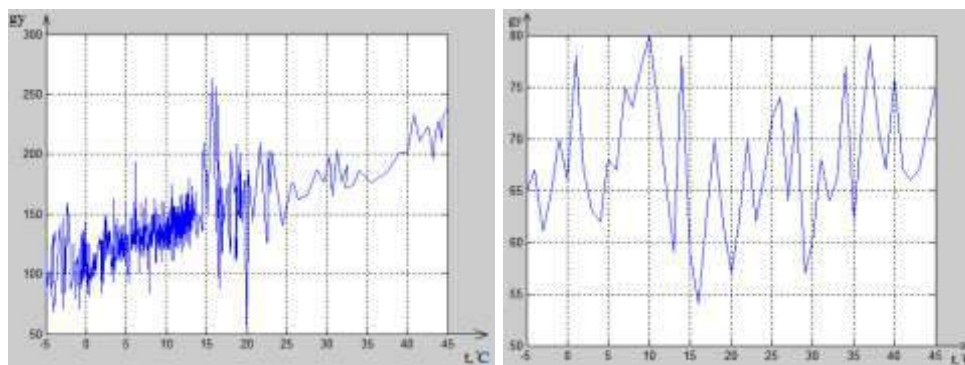


Рисунок 7.51 – Графік залежності $g_y(t^0)$ до та після температурної компенсації

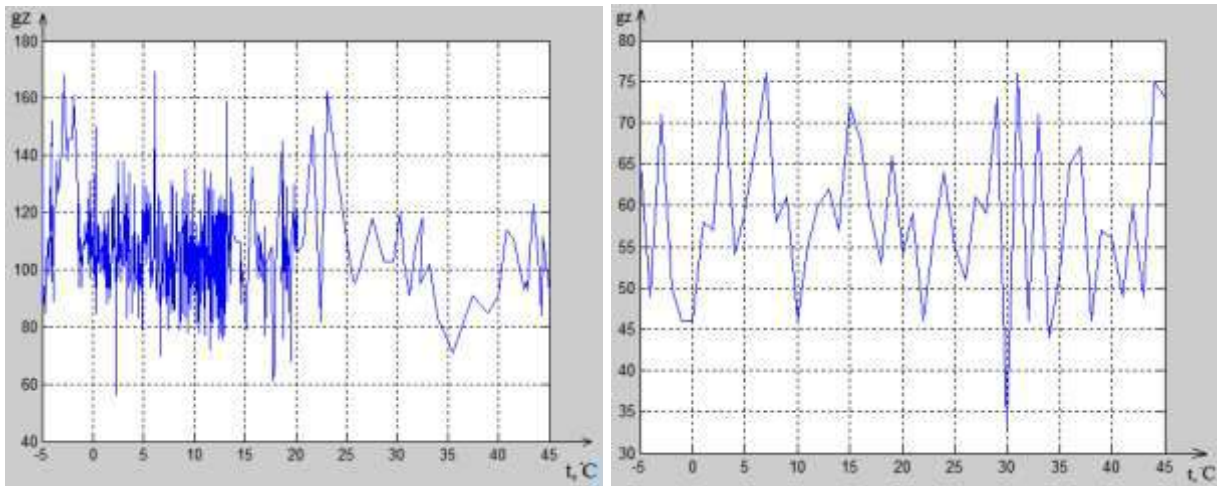


Рисунок 7.52 – Графік залежності $g_z(t^\circ)$ до та після температурної компенсації

Запитання для самоконтролю

1. Назвіть алгоритми орієнтації. У чому полягають особливості кожного з них?
2. Опишіть алгоритм роботи з System Identification Toolbox.
3. Яким чином проводиться перевірка достовірності моделі?

ТЕМА 8 БІНС З НЕОРТОГОНАЛЬНИМ РОЗТАШУВАННЯМ ЧУТЛИВИХ ЕЛЕМЕНТІВ

8.1 Загальні відомості про резервування

Зазвичай вимірювальний блок містить три одновісні акселерометри і три датчики кутової швидкості.

Однією з основних вимог до систем управління виробів ракетно-космічної техніки є підвищення надійності та забезпечення роботоздатності за наявності однієї або двох можливих несправностей. Класичним способом підвищення надійності та забезпечення відмовостійкості є використання надмірності. У частині ІВБ це означає введення в їх структуру надлишкових вимірників, що знаходяться в гарячому резерві. Виділяють три основні способи резервування:

1) резервування лише на рівні одновісних вимірників;

2) резервування на рівні надмірної інерціальної вимірювальної системи (ненадлишкового безплатформного ІВБ, що містить три ДКШ і три акселерометри, або гіростабілізованої платформи з установленими на ній акселерометрами);

3) резервування на основі структурної надмірності, при якій осі чутливості датчиків, установлені в загальному випадку неортогонально один до одного, утворюють єдиний вектор вимірника. Найбільш ефективною з огляду на габаритно-масові характеристики та вартість є структурна надмірність. Зокрема, для забезпечення роботоздатності при одній можливій несправності (ОМН) у перших двох випадках потребуються дев'ять датчиків одного типу, тоді як при структурній надмірності достатньо п'яти. Загальною тенденцією розвитку ІНС є перехід до БІНС, які мають переваги в надійності, технологічності, міцності, вартості, габаритах, масі, меншій чутливості до перевантажень. Додатковою перевагою БІНС є можливість забезпечення стійкості до відмови внаслідок структурної надмірності.

8.2 Надмірність вимірів

Деякі вимірники налагоджені так, що мають дві вимірювальні осі, розташовані взаємно перпендикулярно. Це можуть бути двовісні акселерометри або гіроскопи, що динамічно настроюються, твердотільні хвильові гіроскопи. У цьому випадку виникає запитання, як з користю використовувати надмірність інформації, що виникає. А іноді спеціально з метою підвищення точності й надійності системи її будують надмірною, наприклад, ставлять замість трьох шість і більше вимірників.

Систему, що містить понад три вимірювальні осі з довільним, але відомим розташуванням, називають функціонально-надлишковою. Надмірність характеризується різницею l між кількістю встановлених

вимірників n і кількістю мінімально необхідних у надмірному базисі m : $l = m - n$. Кількість надлишкових базисів відповідає кількості поєднань:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!} \quad (8.1)$$

Наприклад, із шести вимірників можна сформувати 20 ненадлишкових тривимірних базисів:

$$C_6^3 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 2(6-3)2} = 20.$$

Розглянемо найпростіший приклад із мінімальною надмірністю, коли є чотири вимірювальні осі.

На рисунку 8.1 показано розташування двох вимірників із взаємно перпендикулярними осями. Осі вимірників піднято на кут 45° над площиною OXY .

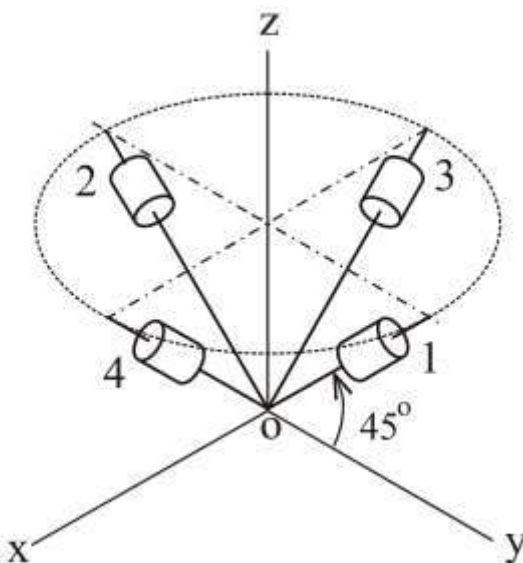


Рисунок 8.1 – Надмірний вимірювальний блок

Якщо як вимірники взято акселерометри, то вихідний сигнал кожного з акселерометрів можна записати у такому вигляді:

$$a_i = a_x \cos(x_i) + a_y \cos(y_i) + a_z \cos(z_i), i = 1, 2, 3, 4,$$

де a_i – вихідний сигнал (уявне прискорення) i -го акселерометра; a_x , a_y , a_z – проєкції вектора уявного прискорення на осі об'єкта $OXYZ$.

При вказаному розташуванні осей чутливості акселерометрів з кутом нахилу 45°

$$\begin{aligned} a_1 &= a_y \cos 45^\circ + a_z \cos 45^\circ; \\ a_2 &= -a_y \cos 45^\circ + a_z \cos 45^\circ; \\ a_3 &= -a_x \cos 45^\circ + a_z \cos 45^\circ; \\ a_4 &= a_x \cos 45^\circ + a_z \cos 45^\circ. \end{aligned} \tag{8.2}$$

Якщо позначити $\vec{a} = [a_x \ a_y \ a_z]^T$ – вимірюваний вектор уявного прискорення, $\vec{S} = [a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4]^T$ – вектор вихідних сигналів, то співвідношення між ними можна записати у вигляді

$$\vec{S} = R \vec{a} + \vec{e},$$

4×1 4×3 3×1 4×1

де R – матриця напрямних косинусів положення вимірювальних осей (її іноді називають юстирувальною); \vec{e} – вектор помилок вимірів.

Ураховуючи систему рівнянь (8.2), матриця R набуде вигляду

$$R = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Вектор уявного прискорення об'єкта можна отримати методом найменших квадратів:

$$\vec{a} = (R^T R)^{-1} R^T \vec{S}.$$

Очевидно, що точність визначення \hat{a} при цьому підвищується завдяки згладжуванню похибок \vec{e} . За наявності надмірності можна також контролювати відмову будь-якого вимірника.

Оскільки з (8.2) випливає

$$a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = \sqrt{2} a_z,$$

відмінність сум (із заданим допуском) свідчить про наявність відмови одного з акселерометрів. Визначаючи вимірник, що відмовив, можна виключити його з роботи й перейти до роботи з трьома справними вимірниками.

З системи з чотирма вимірниками можна отримати відповідно до (8.1) чотири тривимірних вимірювальних базиси:

$$\vec{S}_1 = [a_1 \ a_2 \ a_3]^T;$$

$$\vec{S}_2 = [a_2 \ a_3 \ a_4]^T;$$

$$\vec{S}_3 = [a_1 \ a_3 \ a_4]^T;$$

$$\vec{S}_4 = [a_1 \ a_2 \ a_4]^T.$$

Матриці напрямних косинусів у цьому випадку набувають вигляду

$$R_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad R_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$R_3 = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad R_4 = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Оцінки вектора уявного прискорення можна записати в чотирьох варіантах:

$$\vec{a}_1 = (R_1^T R_1)^{-1} R_1^T [a_1 \ a_2 \ a_3]^T;$$

$$\vec{a}_2 = (R_2^T R_2)^{-1} R_2^T [a_2 \ a_3 \ a_4]^T;$$

$$\vec{a}_3 = (R_3^T R_3)^{-1} R_3^T [a_1 \ a_3 \ a_4]^T; \quad (8.3)$$

$$\vec{a}_4 = (R_4^T R_4)^{-1} R_4^T [a_1 \ a_2 \ a_4]^T.$$

Структура надлишкових блоків може бути різною. Блоки можуть відрізнятися кількістю вимірників, їх розташуванням відносно осей зв'язаного базису. Переважною є конфігурація, коли вимірники розташовані так, що їх осі чутливості утворюють конус з кутом при вершині $\alpha = \arccos(1/\sqrt{3}) = 54,75^\circ$ (рисунок 8.2). У цьому випадку кути між

вимірювальною віссю та осями зв'язаного базису є однаковими, звідки впливає співвідношення

$$\cos^2\alpha + \cos^2\alpha + \cos^2\alpha = 1,$$

яке і приводить до зазначеної формули. Таким чином, три вимірники на такому конусі утворюють декартову систему координат.

Але на конфігурацію впливає не тільки кількість вимірників і кут при вершині конуса α , а також поворот системи відносно базису навколо осі конуса на кут β (див. рисунок 8.2). Найменші випадкові похибки при рівнозначних вимірниках мають блоки при $n = 4$ $\beta = 450$, при $n = 5$ $\beta = 270$, при $n = 6$ $\beta = 150$.

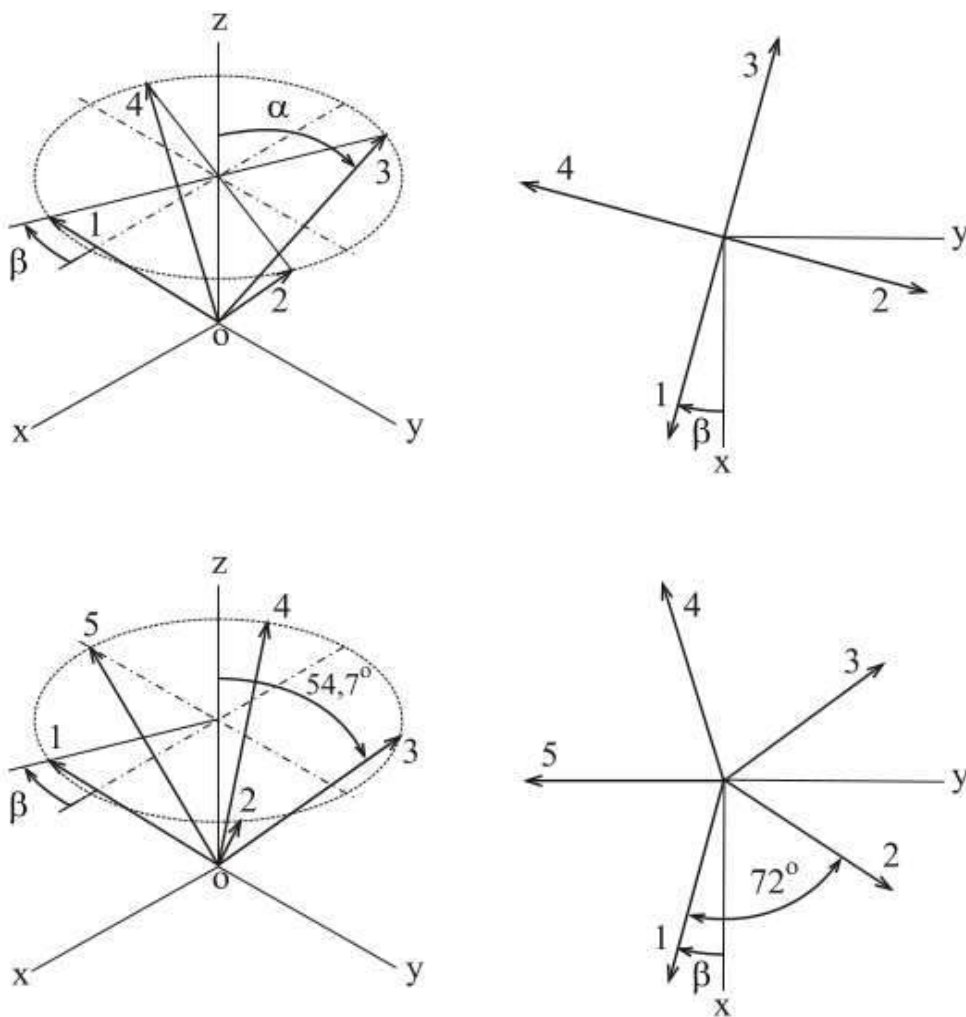


Рисунок 8.2 – Різновиди надлишкових блоків

Для блока з $n = 5$ юстирувальна матриця має вигляд

$$R = \begin{bmatrix} \cos\beta \sin\alpha & \sin\beta \sin\alpha & \cos\alpha \\ \cos(\beta + 72^\circ) \sin\alpha & \sin(\beta + 72^\circ) \sin\alpha & \cos\alpha \\ \cos(\beta + 144^\circ) \sin\alpha & \sin(\beta + 144^\circ) \sin\alpha & \cos\alpha \\ \cos(\beta + 216^\circ) \sin\alpha & \sin(\beta + 216^\circ) \sin\alpha & \cos\alpha \\ \cos(\beta + 288^\circ) \sin\alpha & \sin(\beta + 288^\circ) \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}.$$

Блоки з п'ятьма вимірниками і більше дають змогу не тільки виявити наявність відмови, але й визначити, який вимірник відмовив. При $n = 5$ виявлення вимірника, що відмовив, проводиться шляхом порівняння інформації від 10 (відповідно до (8.1)) ненадлишкових базисів.

Основним шляхом розвитку сучасних ІНС є БІНС. Вони мають значні переваги перед платформними ІНС за вартістю й масогабаритними характеристиками. При цьому БІНС забезпечує точність не гірше, ніж платформна ІНС, а її конструкція дає змогу розподілити вимірювальні датчики таким чином, що можна будувати окремо блоки акселерометрів і гіроскопів. БІНС мають великі можливості і в плані підвищення надійності шляхом резервування. Нині завдання резервування вирішується шляхом включення до складу навігаційного комплексу кількох однотипних ІНС. Для БІНС те саме завдання можна вирішити шляхом резервування на рівні датчиків. Наприклад, якщо використовувати для побудови БІНС шість акселерометрів і шість гіроскопів, осі чутливості яких не збігаються, то за надійністю така БІНС буде еквівалентна чотирьом платформам із загальною кількістю чутливих елементів (ЧЕ), що дорівнює 24.

З іншого боку, забезпечення стійкості до відмови БІНС БПЛА може бути досягнуто шляхом глибокого діагностування її технічного стану до виду відмови і гнучкого відновлення роботоздатності БІНС БПЛА в режимі реального часу на основі принципу раціонального управління.

Існують два основні напрями розвитку БІНС: удосконалення датчиків; пошук нових конструктивних та алгоритмічних рішень під час їх побудови та розміщення.

Принцип дії БІНС полягає в обчисленні кутового положення БПЛА в інерціальному просторі шляхом оброблення сигналів гіроскопів. Якщо відомою є орієнтація опорного навігаційного тригранника $\xi\eta\zeta$ відносно Землі, а також відносно інерціального простору, то можна обчислити орієнтацію БПЛА відносно опорного тригранника, зокрема у вигляді трьох пілотажних кутів. Ця інформація є вихідною, а також використовується для перетворення сигналів акселерометрів до осей тригранника $\xi\eta\zeta$. Далі шляхом інтегрування диференціальних рівнянь для акселерометрів (точніше, для відповідних проєкцій їх вихідних сигналів на горизонтальні осі) визначаються горизонтальні складові вектора швидкості.

Залежно від використовуваних рівнянь може бути обчислена як абсолютна, так і земна швидкість (що стосується Землі, що обертається). На основі отриманих даних визначаються координати БПЛА й орієнтація опорного навігаційного тригранника. Описаний принцип пояснюється схемою оброблення інформації в БІНС, зображеною на рисунку 8.3.

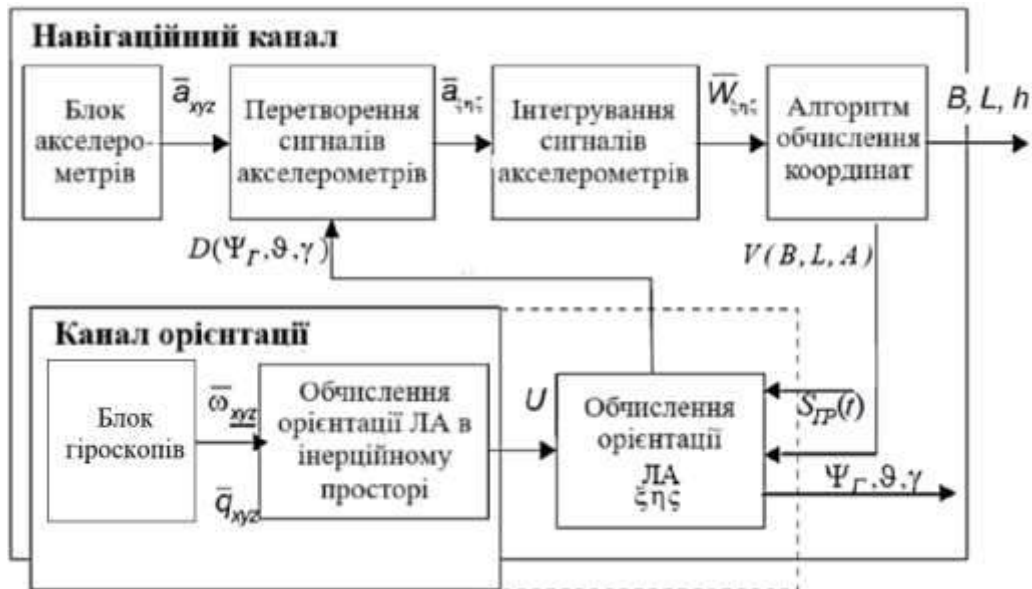


Рисунок 8.3 – Схема оброблення інформації в БІНС

На цій схемі неважко виділити канал орієнтації, де обчислюється кутове положення літака, і навігаційний канал, де обчислюються координати. Обидва канали багато в чому є незалежними, що дає змогу розглядати їх алгоритми окремо один від одного. Такий поділ алгоритмів БІНС є досить умовним, і можна запропонувати кілька способів проходження межі між каналами орієнтації й навігації. Наприклад, вважається, що обчислення орієнтації літака відносно тригранника $\xi\eta\zeta$ разом із процедурами визначення пілотажних кутів відбувається в каналі орієнтації, як показано пунктиром на рисунку 8.3. Такий поділ здається цілком логічним, але при цьому функціонування цього каналу залежить від вихідних сигналів навігаційного каналу. А можна обмежитися в ньому обчисленням кутового положення БПЛА відносно інерціального простору та вважати, що визначення курсу, тангажа та крену проводиться в навігаційному каналі. Тоді канал орієнтації стає незалежним від навігаційного. Для визначеності можна вважати основою другу схему поділу алгоритмів БІНС на канали. У будь-якому разі основою БІНС є блок вимірювальних датчиків (гіроскопів та акселерометрів).

Під час синтезу алгоритмічного забезпечення БІНС використовуються різні кінематичні параметри: матриці напрямних косинусів, параметри Родріга – Гамільтона (кватерніони, вектор Ейлера). Вибір тих чи інших параметрів визначається типом датчиків первинної інформації, їх взаємним

розташуванням, організацією обчислювального процесу (розбиття на цикли обчислень), конкретними технічними рішеннями конструкції БІНС.

Аналіз різних варіантів побудови БІНС показує, що їх компонування спрямоване або на підвищення точності визначення параметрів польоту БПЛА, або на досягнення абсолютної автономності роботи, або на вирішення завдання початкового виставлення і зниження його впливу на точність БІНС. Питання підвищення відмовостійкості системи орієнтації та навігації БПЛА можна вирішити шляхом резервування датчиків або шляхом побудови відмовостійкого блока вимірювальних датчиків на основі їх неортогонального розташування.

До цього часу низку питань побудови таких систем не досліджено. Так, для однокомпонентних датчиків отримано оптимальну орієнтацію осей чутливості в блоці. При цьому оптимальність розглядається в сенсі мінімуму середньоквадратичної помилки визначення вектора, що вимірюється незалежно від орієнтації самого конуса відносно осей блока. Однак не досліджено справедливості цього твердження за наявності відмов датчиків.

8.3 Аналіз схем розташування чутливих елементів у вимірювальному блоці

Для створення інформаційної надмірності потрібно, щоб кількість вимірювальних каналів (осей чутливості) у блоці була більшою від кількості вимірюваних параметрів.

У багатьох роботах, присвячених оптимізації розташування осей чутливості акселерометрів і гіроскопів у БІНС з надмірною кількістю ЧЕ, рівномірне розміщення вимірників, коли всі кути між двома сусідніми осями чутливості вимірників є однаковими, базується на понятті правильного багатогранника. Відомо, що є лише п'ять видів правильних багатогранників: тетраедр, куб, октаедр, додекаедр та ікосаедр, що складаються з чотирьох трикутників, шести квадратів, восьми трикутників, 12 п'ятикутників, 20 трикутників відповідно (рисунок 8.4).

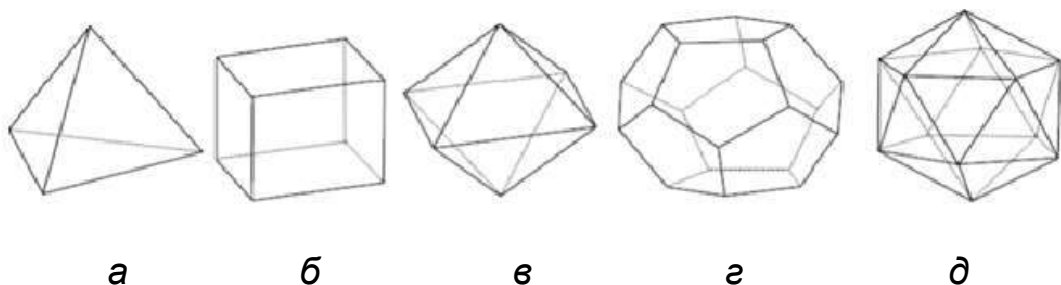


Рисунок 8.4 – Правильні многогранники:
а – тетраедр; б – куб; в – октаедр; г – додекаедр; д – ікосаедр

При рівномірному розміщенні ЧЕ вісь чутливості кожного датчика має бути перпендикулярною до межі правильного багатогранника. Зазначимо, що поставлене завдання може бути вирішене для трьох, чотирьох, шести та 10 датчиків. У цій роботі розглядається ситуація, коли всі датчики мають різні осі чутливості, зведені в одну точку, при цьому враховується, що акселерометри мають скінченні розміри й розміщені у тривимірному просторі. Такий підхід цілком виправданий для платформних ІНС. Однак для БІНС, у якій датчики прискорення беруть участь у кутовому русі, це припущення вважається неприйнятним, оскільки під час оброблення сигналів акселерометрів необхідно враховувати параметри кутового руху ЛА і взаємне розташування датчиків.

Відомо, що під час побудови надлишкових блоків датчиків параметрів руху (датчиків кутових швидкостей, акселерометрів тощо) доцільною є неортогональна орієнтація осей чутливості датчиків у блоці, наприклад, рівномірно по твірним конуса, що дає змогу мінімізувати дисперсію визначення величини вимірюваного вектора.

Для датчиків з однією віссю чутливості (однокомпонентних) визначено величину півкута при вершині конуса, що дорівнює $54,75^\circ$. Для двокомпонентних датчиків така взаємна орієнтація осей є неможливою, оскільки виникає дублювання чутливості осей різних датчиків.

Для блока з чотирьох двовісних датчиків маємо вісім вимірювальних каналів, чого цілком достатньо для побудови нормальної БІНС. При цьому, як зазначено вище, осі чутливості датчиків мають бути орієнтовані паралельно до твірних конуса. Для створення такої конструкції необов'язково робити конус і навіть піраміду. Датчики можна розмістити на бічній поверхні паралелепіпеда і повернути навколо нормалі до бічної грані (рисунок 8.5).

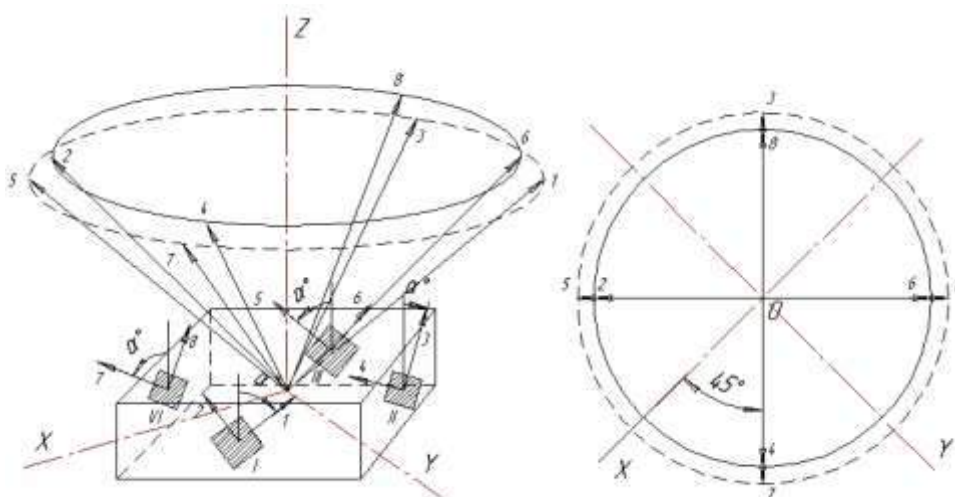


Рисунок 8.5 – Схема розміщення датчиків

Для такої орієнтації датчиків потрібно скласти матрицю напрямних косинусів. Ця матриця складається з косинусів кутів між осями чутливості датчика (рядків) та осями координатного тригранника об'єкта (стовпців). Для побудови матриці напрямних косинусів можна використовувати метод послідовних поворотів. При зазначеному вище монтажі датчиків отримуємо схему поворотів (рисунок 8.6).

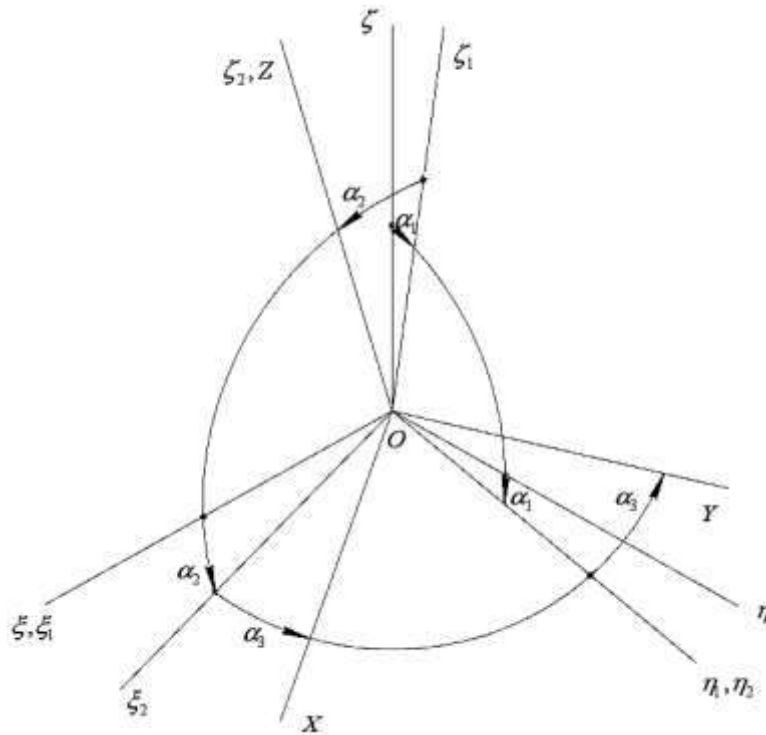


Рисунок 8.6 – Схема поворотів датчика у блоці

Унаслідок цього вийде матриця $[8 \times 3]$ – вісім осей чутливості датчиків і три осі зв'язаної системи координат. Для перевірки правильності складання матриці напрямних косинусів є кілька критеріїв:

- вектори-рядки матриці H мають норму, що дорівнює 1;
- будь-які три рядки є лінійно незалежними (вимога відсутності в блоці двох паралельних і трьох компланарних осей чутливості);
- матриця $(H^T H)^{-1}$, коваріаційна матриця помилок, є діагональною з елементами діагоналі, меншими від одиниці.

Для оптимальної орієнтації осей чутливості (на поверхні одного конуса з кутом $54,75^\circ$) маємо матриці

$$H^T H = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}, \quad (H^T H)^{-1} = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 \end{bmatrix}.$$

На рисунку 8.7 акселерометри встановлені на бічних площинах шестигранної призми з можливістю розвороту на фіксовані кути навколо осей, перпендикулярних до площин.

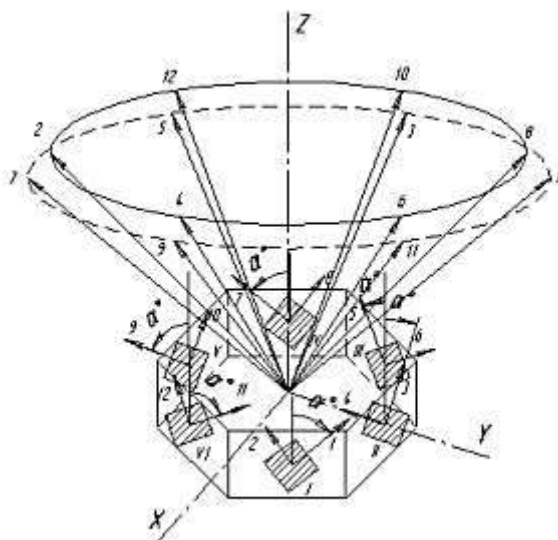


Рисунок 8.7 – Блок із шести двокомпонентних МЕМС-акселерометрів

Таким чином, осі чутливості акселерометрів можуть «укладатися» на твірних конуса з різними кутами при вершинах, включаючи «оптимальний».

У випадку, коли розглядається рівномірний розподіл ЧЕ, вісь чутливості кожного датчика має бути перпендикулярною до грані правильного багатогранника. Таке завдання може бути вирішене для трьох, чотирьох, шести та 10 датчиків.

У багатьох роботах розглянуто різні схеми резервування інерційних датчиків і встановлено, що найвища точність при виконанні заданих вимог до надійності забезпечується при неортогональній орієнтації осей чутливості датчиків у блоці, розташованих рівномірно на твірних конуса з півкутом при вершині $54,74^\circ$, або перпендикулярно до граней правильних багатогранників.

Вибір орієнтації осей чутливості в надмірному блоці має значення, оскільки це може привести до зменшення або збільшення інтенсивності шумів. При оптимальній орієнтації осей чутливості датчиків помилки оцінювання на осях OX і OY зменшуються в $\sqrt{2}$ разів, а по осі OZ – удвічі. При цьому діагональ матриці помилок оцінювання та орієнтації дорівнює 0,75, тому можна очікувати зменшення дисперсії помилок оцінювання відносно дисперсій вимірювальних шумів на 25 %.

Орієнтація осей чутливості перпендикулярно до граней куба відповідає ненадмірному вимірнику з ортогональним розташуванням акселерометра. Орієнтація осей перпендикулярно до граней ікосаедра відповідає симетричному розташуванню десяти акселерометрів. Кількість

акселерометрів для тетраедра, октаедра та додекаедра дорівнює відповідно 4, 4, 6.

У роботі розглянуто конструкції з трьома, чотирма, п'ятьма та шістьма гіроскопами-акселерометрами. Кути нахилу бічних граней до основи становлять $54,74^\circ$ для трьох, п'яти та шести датчиків і 45° для чотирьох датчиків. Отримані матриці напрямних косинусів зв'язують проєкції векторів лінійного прискорення й кутової швидкості на осі чутливості датчиків і осі об'єкта. Аналізуючи варіанти основ, роблять висновок про доцільність використання правильної шестикутної зрізаної піраміди, на бічних гранях якої розміщені мікромеханічні гіроскопи-акселерометри.

8.4 Структурне резервування датчиків

Структурне резервування датчиків можна здійснити двома шляхами. Перший шлях полягає в резервуванні датчиків у межах одного вимірювального базису (дублювання, троювання), другий – у резервуванні вимірювальних базисів (неортогональна орієнтація осей чутливості датчиків). Наявність двох способів структурного резервування, а також можливість використання різної кількості як однокомпонентних, так і двокомпонентних датчиків дають змогу реалізувати різні конфігурації блоків датчиків. Для вибору найкращої конструкції блока необхідно провести порівняльний аналіз за багатьма показниками. Розглянемо такі конфігурації блоків: з неортогональною орієнтацією осей чутливості чотирьох, п'яти та шести однокомпонентних датчиків; з ортогональною орієнтацією шести та дев'яти однокомпонентних датчиків; з неортогональною орієнтацією осей чутливості двох, трьох і чотирьох двокомпонентних датчиків. Порівняємо їх за такими показниками, як надійність, точність і технологічність конструкції.

Точність блоків датчиків різної конструкції визначається точністю кожного датчика й орієнтацією осей чутливості в блоці, тому необхідно розглянути питання оптимізації орієнтації осей чутливості датчиків і виявити найбільш ефективні алгоритми оцінювання компонентів вектора прискорення.

Вибираючи оптимальну орієнтацію осей чутливості датчиків відносно вимірювальних осей блока з чотирьох, п'яти або шести датчиків, перевагу віддають орієнтації осей чутливості I класу, тобто розташування осей чутливості рівномірно по твірним конуса з півкутом при вершині $\alpha = 54,74^\circ$, оскільки при II класі орієнтації осей чутливості датчиків (один із датчиків встановлений по осі симетрії, а інші – рівномірно по твірним конуса), у разі відмови центрального датчика характеристики точності погіршуються.

При виборі орієнтації конусів відносно вимірювальних осей блока похибки оцінювання вектора не залежать, а похибки оцінювання компонентів залежать від номерів датчиків, що відмовили, і в цьому сенсі всі орієнтації конуса у блоці є еквівалентними.

Під час побудови блока на основі двокомпонентних датчиків доцільно використовувати блок з чотирьох датчиків, тому що він забезпечує таке ж співвідношення ймовірності безвідмовної роботи блока до аналогічного показника одного датчика, що й блока із шести однокомпонентних датчиків. Перші осі чутливості кожного датчика мають бути напрямлені за нормаллями до площин граней тетраедра, а другі – у площині граней під кутом $\alpha/4$ до напрямків на вершину. При цьому дисперсії компонентів вектора помилки при двох ідентифікованих відмовах є не більшими за дисперсію помилки одного датчика, а дисперсія модуля вектора становить 2,75 від дисперсії одного датчика, що на 0,25 менше, ніж дисперсія ортогональної тріади.

8.5 Розроблення конфігурації бортової системи обслуговування з надмірною кількістю чутливих елементів

Під час створення інерціальної системи, призначеної для автономного визначення параметрів руху об'єкта, достатньо мати блок, що складається з трьох акселерометрів і видає інформацію про рух центра мас об'єкта, і трьох гіроскопів, що видають інформацію про орієнтацію об'єкта відносно інерціальної СК, а також обчислювального пристрою, що забезпечує приймання та оброблення інформації.

Під час вибору конфігурації безплатформного інерціального блока системи орієнтації БПЛА, побудованих на основі МЕМС-датчиків, як критерії найчастіше розглядають:

- забезпечення високої надійності вимірювання у разі відмови окремих датчиків;
- досягнення максимальної точності оцінювання параметрів орієнтації;
- зручність калібрування й початкового виставлення блока вимірювальних датчиків з урахуванням технічної реалізації датчиків (датчик кута або кутової швидкості та лінійного прискорення в одній мікросхемі);
- простота перерахунку сигналів датчиків до навігаційних параметрів.

У багатьох роботах показано, що реалізувати ці вимоги можна шляхом надмірної комплектації БСО (бортової системи обслуговування) (більше трьох акселерометрів і більше трьох гіроскопів) і відповідного вибору орієнтації осей чутливості датчиків. Це завдання спрощується при використанні МЕМС-датчика MPU6050, що складається з тривісного акселерометра лінійних прискорень і тривісного гіроскопа. Для такого типу датчиків характерним є перпендикулярність осей чутливості гіроскопів та акселерометрів. У кількох роботах показано, що оптимальною орієнтацією вимірювальних осей чутливих елементів датчиків є орієнтація їх по твірним конуса. Конструктивно це завдання вирішується розміщенням датчиків на

основі, виконаній у вигляді усіченої піраміди з різною кількістю бічних граней.

Використання МЕМС в інерціальних вимірювальних системах обмежується відносно невисокими точнісними характеристиками. Тим не менш, досягнення в МЕМС-технології для військової, аерокосмічної техніки та техніки спеціального призначення забезпечують датчики інерції з досить прийнятними характеристиками. Останніми роками точність МЕМС-датчиків неухильно підвищується. Для таких датчиків нестабільність зміщення гіроскопа становить трохи більше $0,3^\circ/\text{год}$, а акселерометра – 50 мкг . Більш значний ефект для вимірів дає застосування інерціальних блоків, тобто суміщення в одному корпусі тривісних ДКШ з акселерометрами, магнітометрами та датчиками температури й тиску. Використання таких блоків разом із алгоритмічними методами дає змогу підвищувати точність ІНС.

8.6 Конструкція експериментальної установки бортової системи обслуговування

Для проведення досліджень розроблено конфігурацію БСО з трьома інерціальними блоками GY-87 (тривісний гіроскоп, тривісний акселерометр, тривісний магнітометр, датчик тиску і датчик температури), розташованими неортогонально відносно зв'язаної системи координат. Основу такого інерціального модуля становить МЕМС-датчик MPU6050.

Інерціальні блоки встановлено на основі, виконаній у вигляді зрізаного тетраедра з трьома бічними гранями. Конструкцію БСО й кінематичну схему осей чутливості акселерометрів і ДКШ (гіроскопів) у приладовій системі координат $O_n X_n Y_n Z_n$ зображено на рисунках 8.8, 8.9. Структурну схему експериментальної установки дослідження БСО показано на рисунку 8.10, а її зовнішній вигляд – на рисунку 8.11.

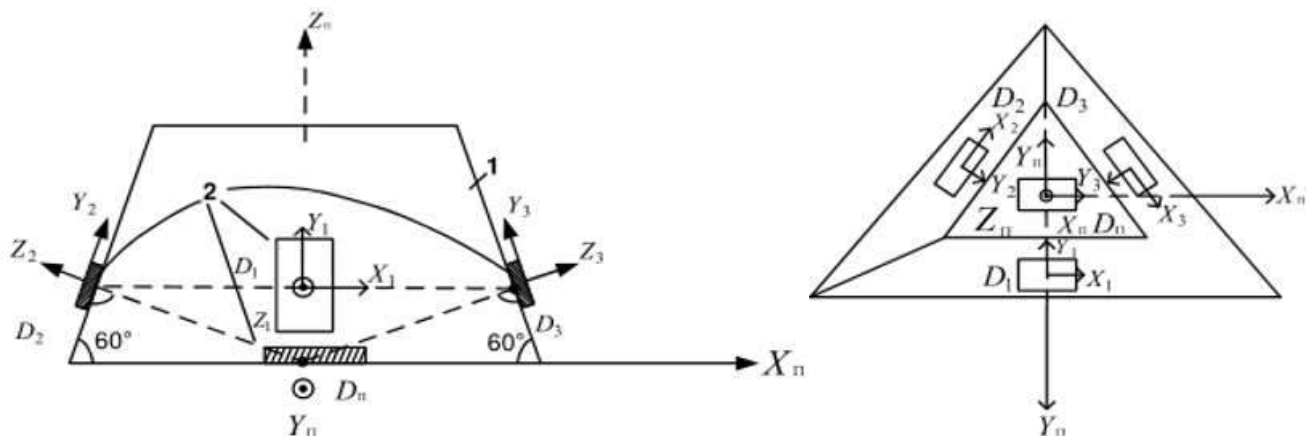


Рисунок 8.8 – Конструкція БСО:

1 – основа у вигляді зрізаного тетраедра; 2 – плата GY-87

Виходячи з завдань, що вирішуються БСО в експериментальній установці, на мікроконтролер покладаються функції організації отримання вимірювальної інформації з датчиків (ДКШ, акселерометрів, магнітометрів, датчиків тиску) і її передавання бездротовою лінією зв'язку на комп'ютер.

Завданнями ПК є моделювання ідеальної роботи БСО, вирішення навігаційного завдання, обчислення параметрів орієнтації за показаннями вимірювального блока, порівняння результатів вирішення навігаційного завдання з моделлю оцінювання отриманих результатів. Крім того, на ПК відпрацьовуються питання, пов'язані з дослідженням алгоритмів оброблення (зокрема й попередньої фільтрації) вимірювальної інформації. Використання четвертого вимірювального модуля з ортогональним розташуванням осей чутливих елементів дає можливість оцінити точність результатів БСО.

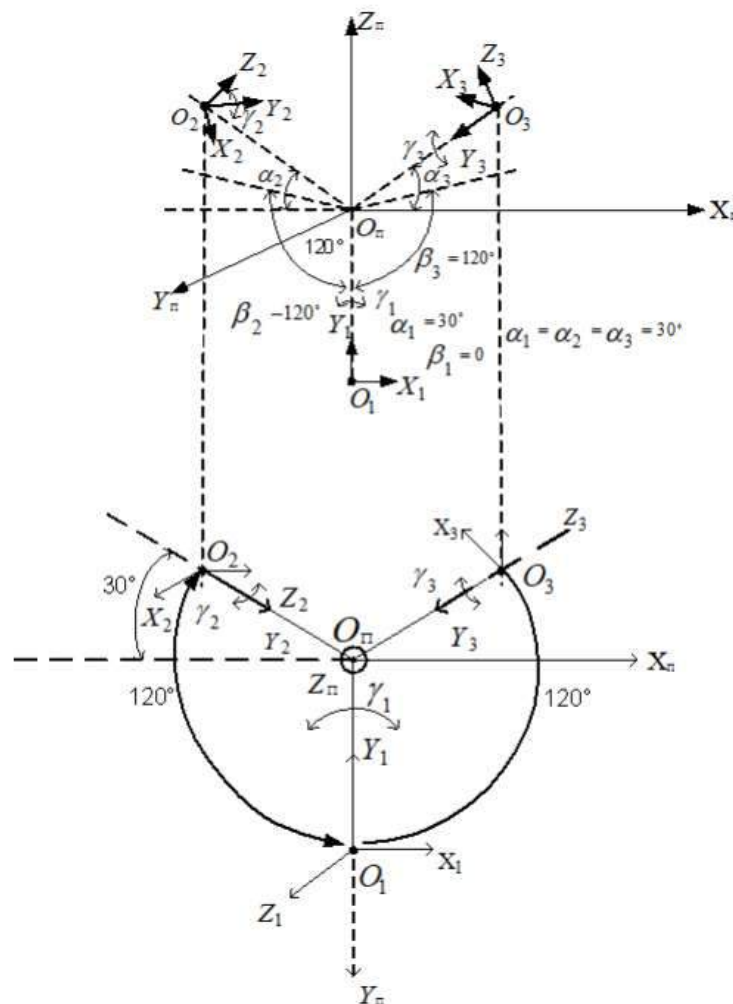


Рисунок 8.9 – Кінематична схема осей чутливості акселерометрів і ДКШ (гіроскопів) у приладовій системі координат $O_n X_n Y_n Z_n$

Системи координат $O_i X_i Y_i Z_i$ пов'язані з осями чутливості i -го ДКШ, акселерометра.

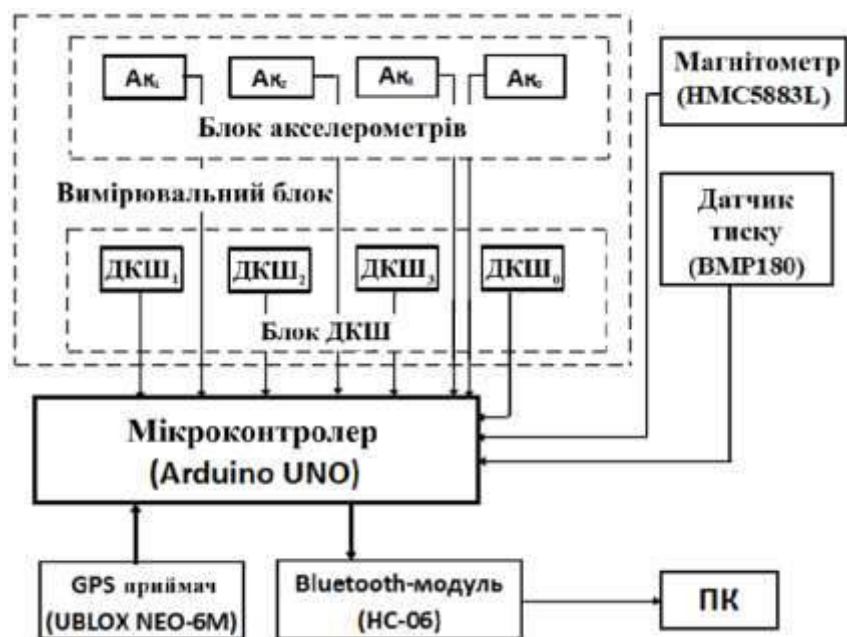


Рисунок 8.10 – Структурна схема експериментальної установки



Рисунок 8.11 – Зовнішній вигляд експериментальної установки

Склад експериментальної установки:

1. Модуль GY-87 містить чип MPU-6050. Також на платі модуля розташований тривісний магнітометр HMC5883L.
2. Як модуль GPS використовується модуль позиціонування UBLOX NEO-6m.
3. Bluetooth-модуль – плата з Bluetooth-модулем HC-06.
4. Мікропроцесор Arduino Uno.

В Arduino Uno входить все необхідне для роботи з мікроконтролером: 14 цифрових входів/виходів (з них шість можуть використовуватися як ШІМ-виходи), шість аналогових входів, кварцовий резонатор на 16 МГц, рознім USB, рознім живлення, рознім для внутрішньосхемного програмування (ICSP) і кнопка скидання.

Усі вимірювальні модулі, що входять до складу БСО, мають одну установлювальну адресу, тому в схемі використано демультіплексор (мікросхема HCF4051M) для управління потоками інформації з кожного датчика. Мікросхема 4051 має вісім каналів комутації (аналогових ключів), які керуються чотирма сигналами: А, В, С і D. При цьому сигнали А, В і С задають двійковий номер увімкненого каналу, а D дає загальний дозвіл на роботу (активний рівень – низький). Мікросхема 4051 може комутувати як цифрові, так і аналогові сигнали.

На рисунку 8.12 показано функціональну схему експериментальної БІНС, де позначено:

- БОП – бортовий обчислювальний пристрій;
- БПОІ – блок попереднього оброблення інформації;
- БНО – бортовий навігаційний обчислювач;
- БСО – бортова система обслуговування;
- БН – бортова навігація;
- БЦСК – бортова цифрова система контролю;
- БКП – бортовий комплекс підготовки;
- ДАТ – датчик абсолютного тиску.

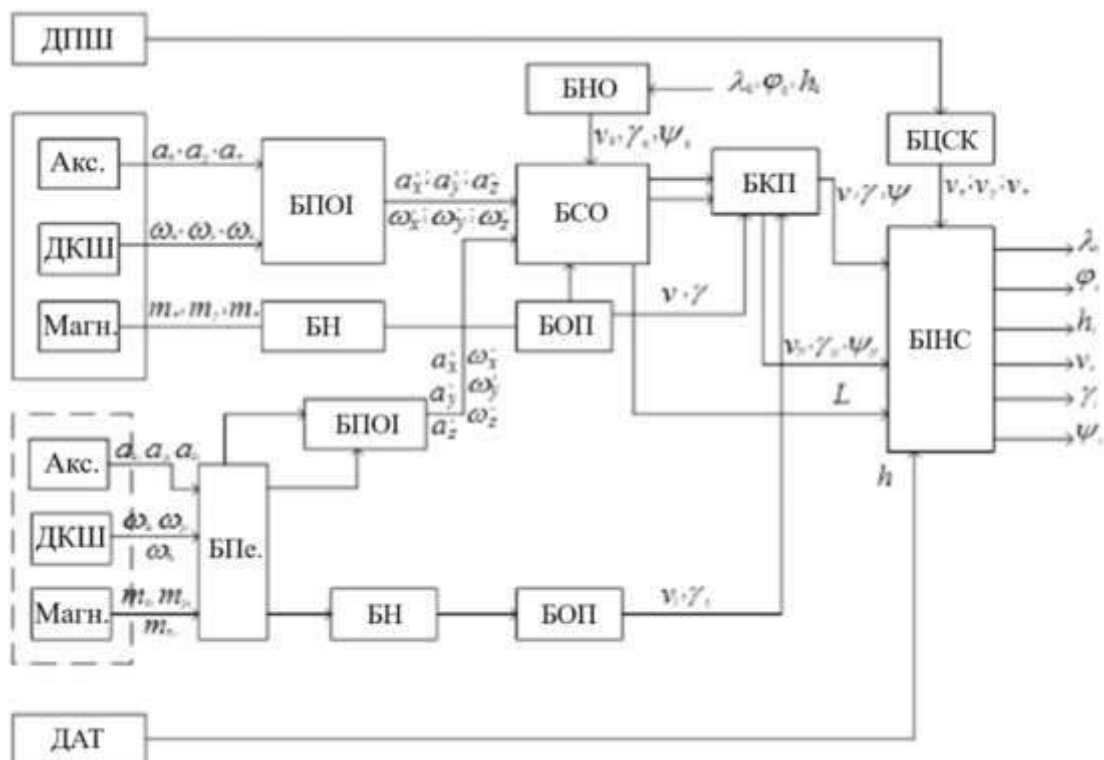


Рисунок 8.12 – Функціональна схема експериментальної БІНС

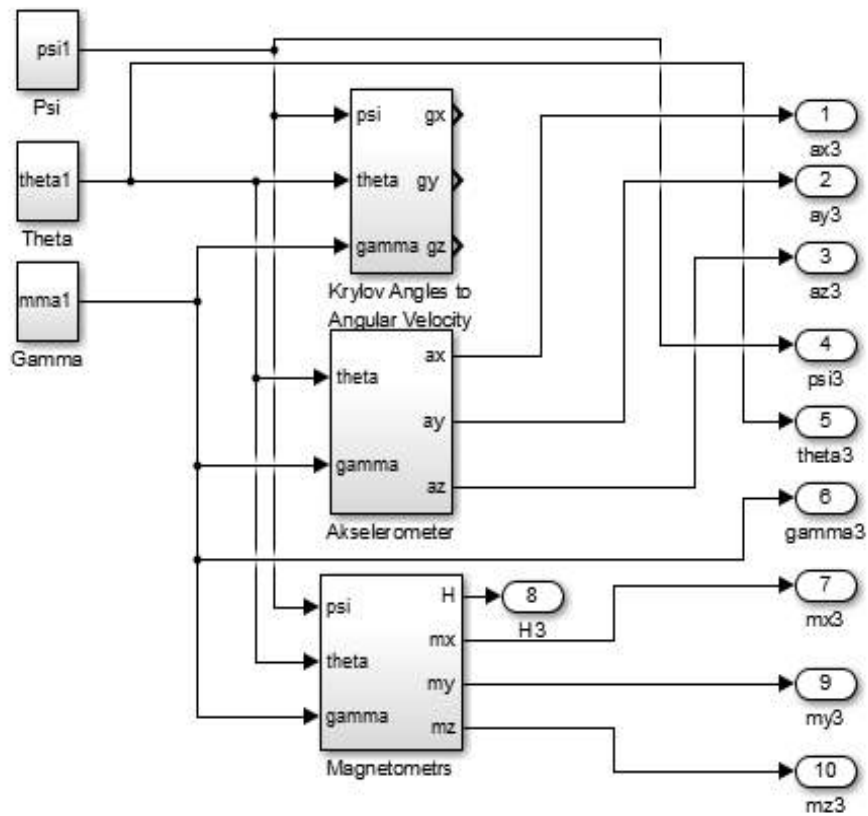


Рисунок 8.14 – Схема моделі блока IMU

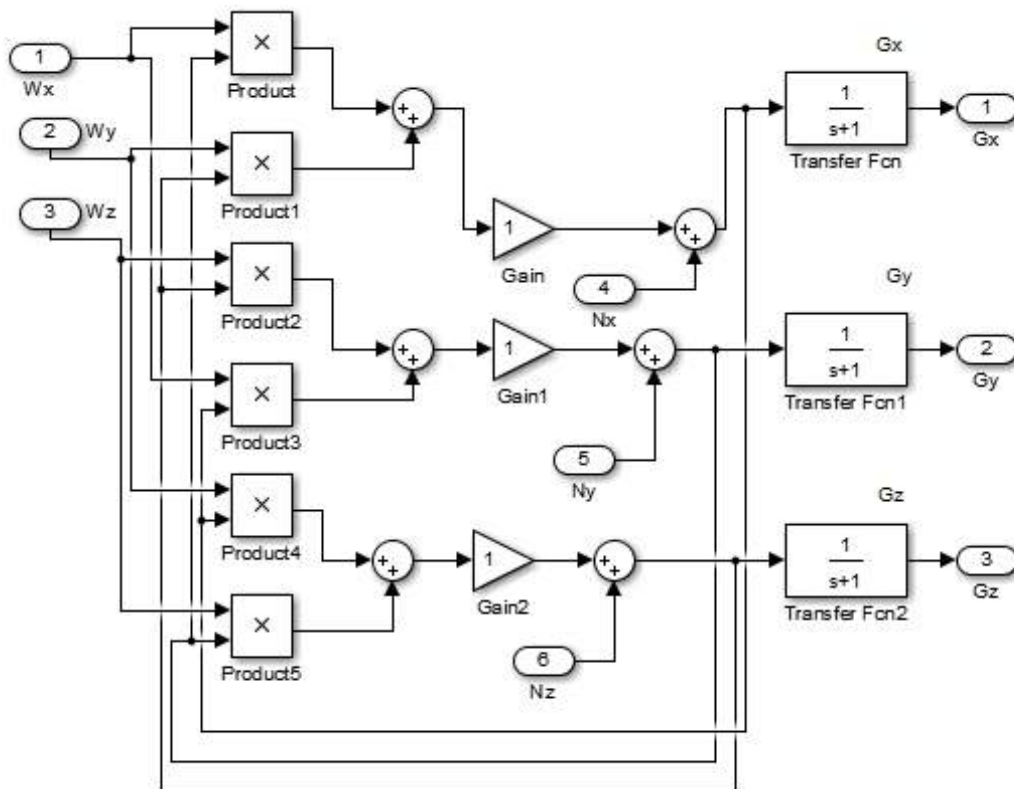
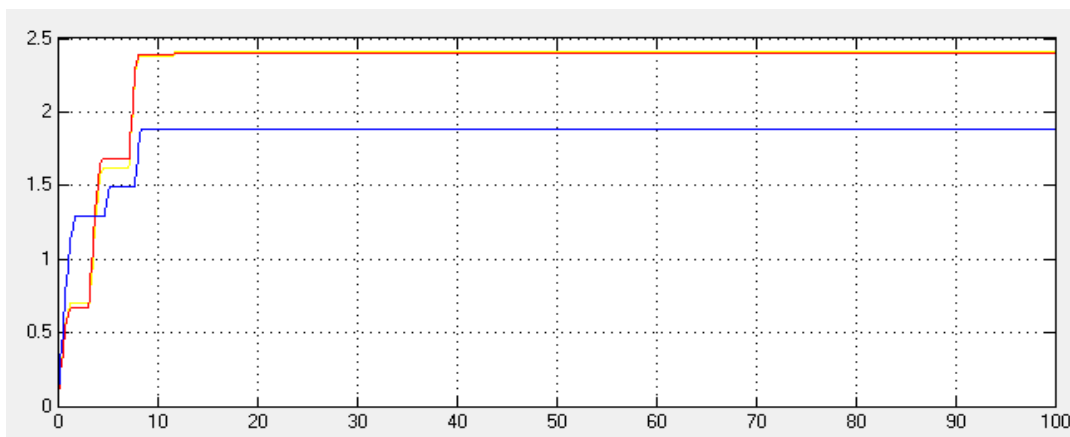


Рисунок 8.15 – Модель фільтра Вінера

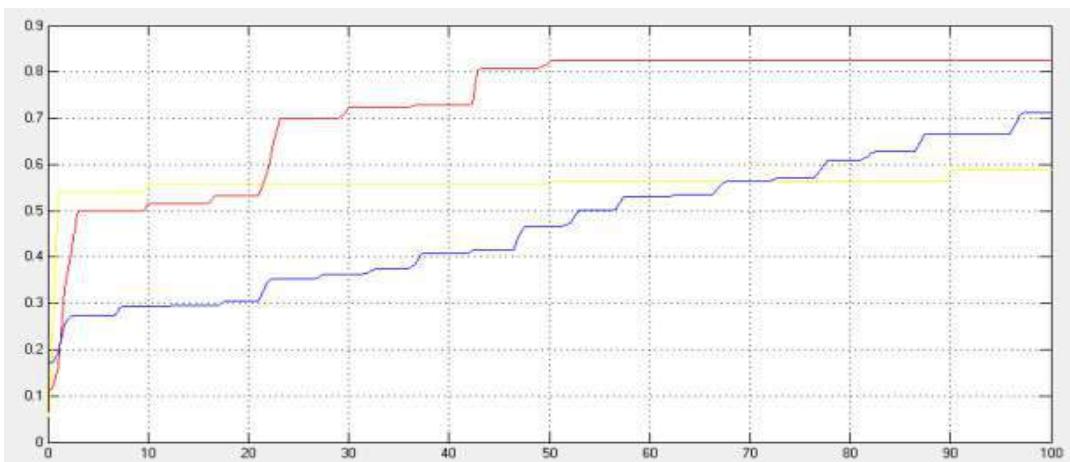
Проводилося моделювання конкретного режиму польоту літального апарата. За кутовим положенням закони змінення кутів є синусоїдальними: курсу – амплітуда 10, частота 0,1 Гц; тангажа – амплітуда 1,5, частота 0,15 Гц; крену – амплітуда 0,3, частота 0,2 Гц. Час моделювання становить 100 с. Для моделювання показань неортогонально розташованого блока у сигнал одного з модулів (гіроскопа) вносилися постійна складова (до 10 % модельованого сигналу) і шум у межах паспортних даних модуля. Похибки орієнтації визначалися за даними ортогонально розташованого вимірювального модуля.

На першому етапі моделювання БСО проводилося з метою визначення максимальних похибок обчислення кутів курсу, тангажа та крену при різних алгоритмах орієнтації – без використання фільтра Вінера та з фільтром.

Унаслідок моделювання отримано графіки похибок визначення кутів орієнтації БСО за різних алгоритмів орієнтації. На рисунку 8.16 зображено графіки похибок визначення кутів орієнтації під час використання алгоритму Ейлера (рисунок 8.16, а) та алгоритму Пуассона (рисунок 8.16, б) без використання фільтра Вінера.



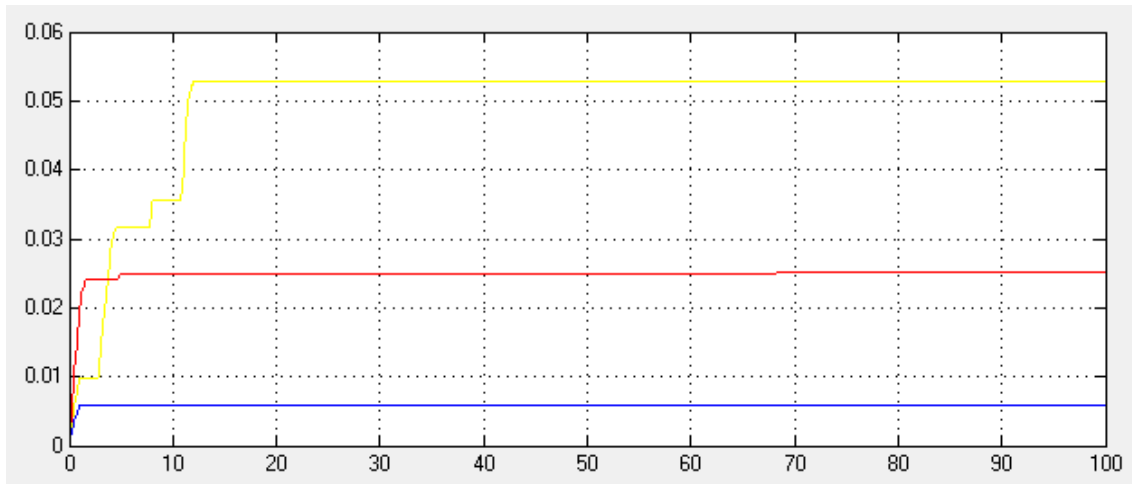
а



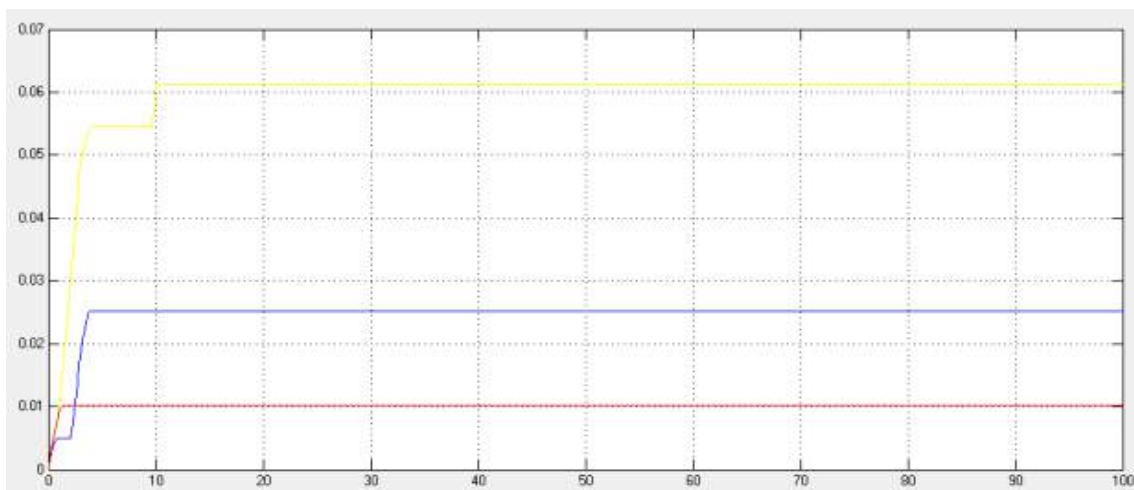
б

Рисунок 8.16 – Похибки визначення кутів орієнтації БСО

На рисунку 8.17 зображено графіки похибок визначення кутів орієнтації під час використання алгоритму Ейлера (рисунок 8.17, а) і Пуассона (рисунок 8.17, б) з використанням фільтра Вінера.



а



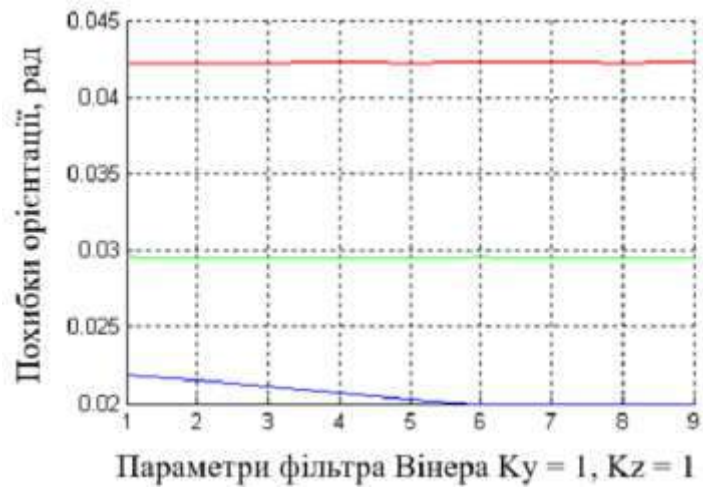
б

Рисунок 8.17 – Похибки вимірювання кутів орієнтації БСО

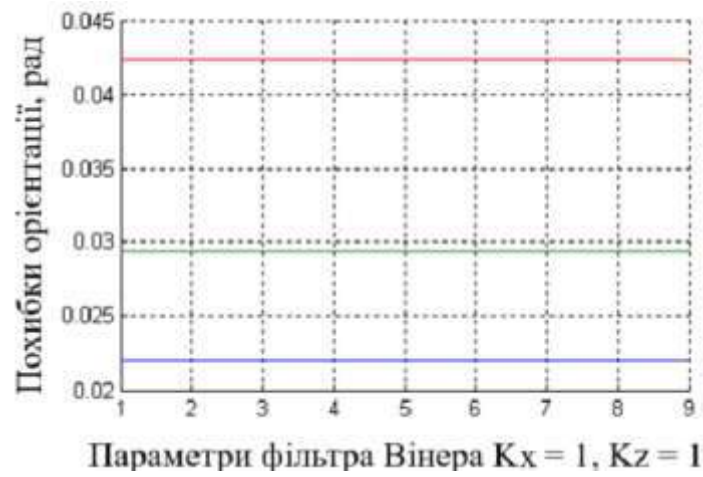
Як видно з отриманих графіків, алгоритм, що ґрунтується на рівняннях Пуассона, дає менші похибки визначення кутів орієнтації, а використання фільтра Вінера значно підвищує точність роботи БСО для обох алгоритмів, що свідчить про його ефективність. Крім того, основна частина похибки формується в перші 10 с роботи блока, що свідчить про необхідність проводити корекцію блока в перші 10 с роботи.

Ефективність роботи фільтра Вінера залежить від параметрів його коефіцієнтів. Фактично похибки визначення кутів орієнтації залежать лише від двох коефіцієнтів: K_z впливає на похибки визначення кута крену; K_x впливає на похибки визначення кута тангажа.

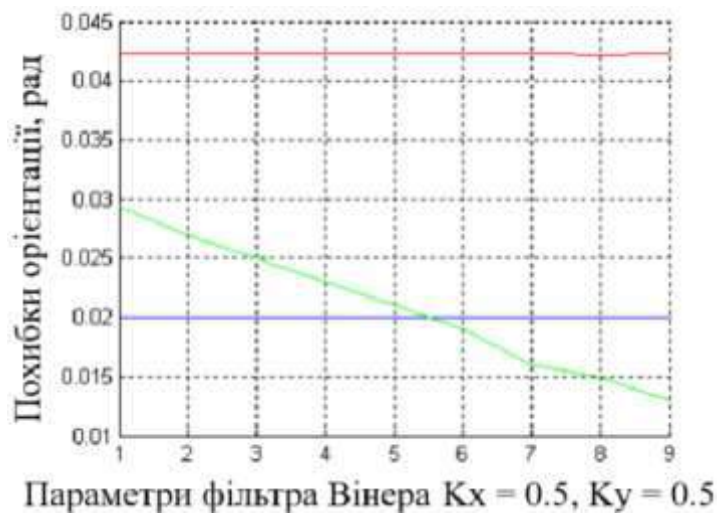
Оптимальними є значення 0,5; 0,5; 0,2, що визначаються з графіків, показаних на рисунку 8.18.



а



б

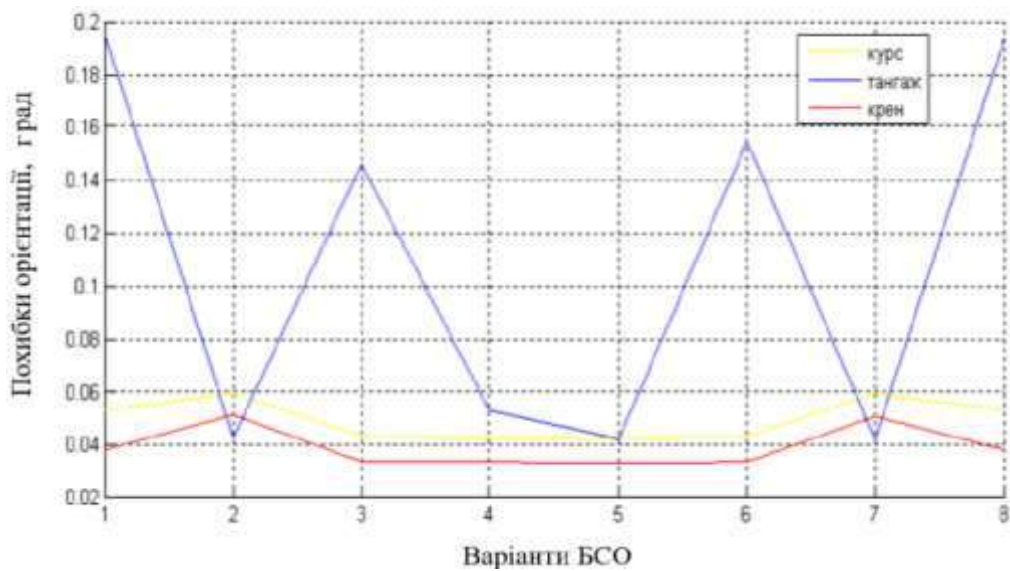


в

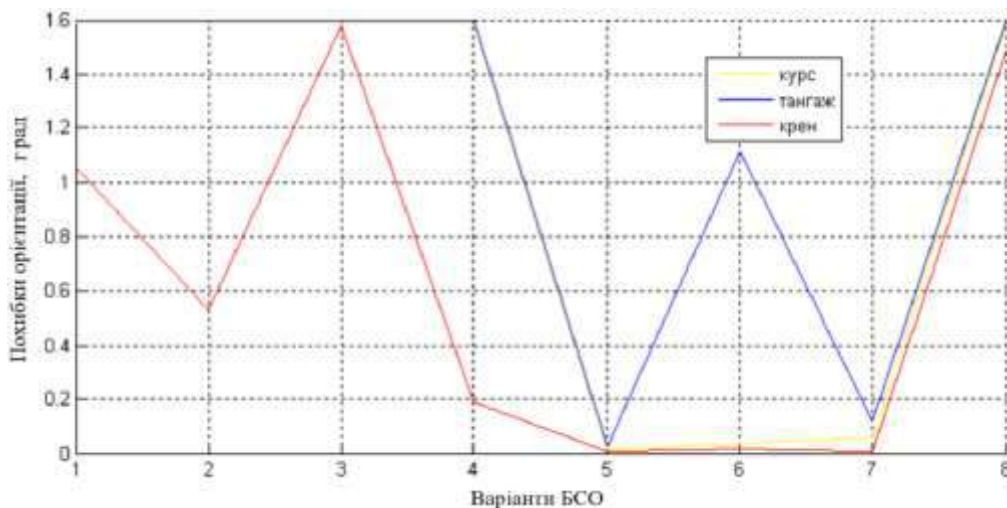
Рисунок 8.18 – Похибки кутів орієнтації залежно від коефіцієнтів

На другому етапі досліджувалися похибки БСО з неортогональним розташуванням вимірювальних модулів (двох і трьох) з метою визначення можливості їх рівноцінного використання та можливості раціонального управління роботою БСО. У разі трьох вимірників передбачається, що ІВ встановлені на основі, виконаній у вигляді зрізаного тетраедра з трьома бічними гранями. У разі використання двох модулів один із вимірювальних модулів розташований неортогонально відносно зв'язаної системи координат, а інший – ортогонально. Неортогонально розташований інерціальний блок встановлений на бічній межі зрізаного октаедра.

Результати моделювання показано на рисунках 8.19, 8.20.

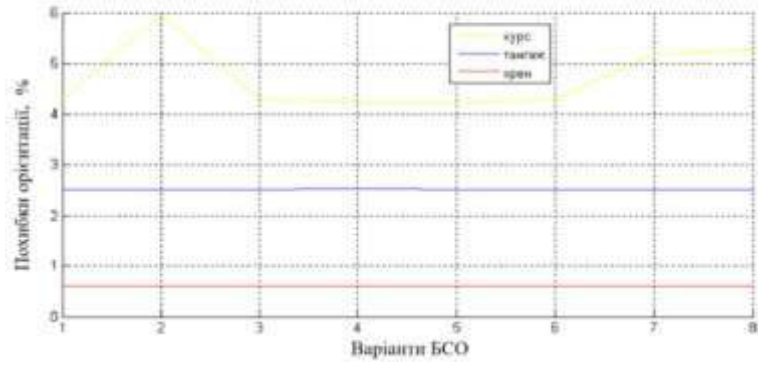
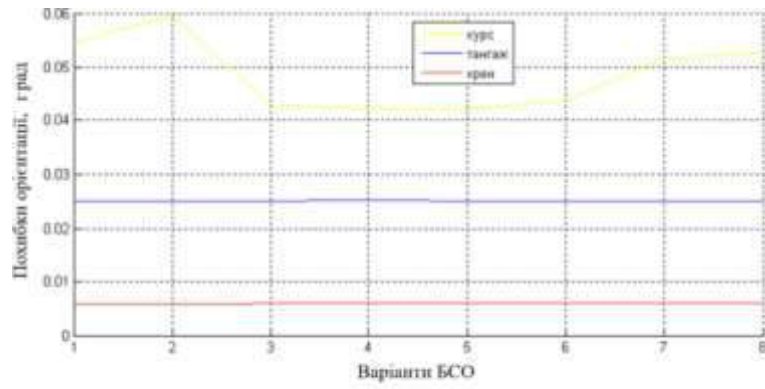


а

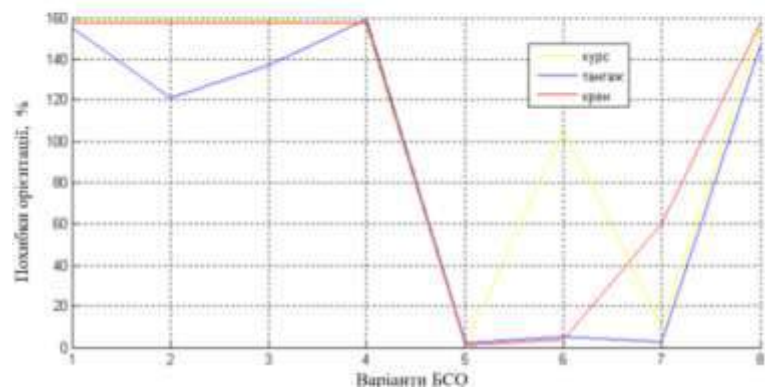
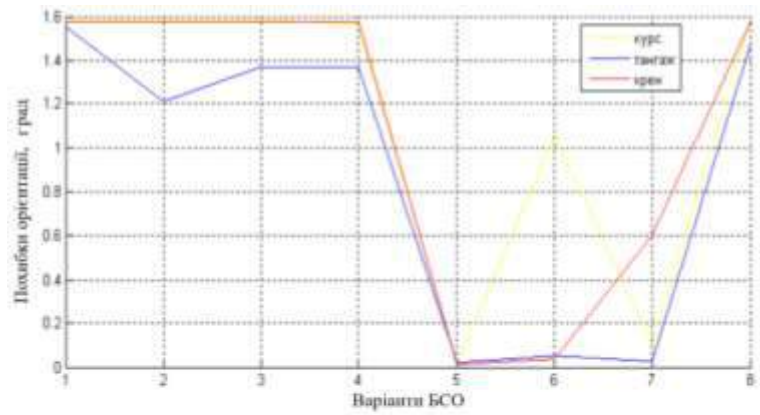


б

Рисунок 8.19 – Похибки орієнтації для різних варіантів БСО:
а – алгоритм Ейлера; б – алгоритм Пуассона



а



б

Рисунок 8.20 – Похибки орієнтації з використанням фільтра Вінера для різних варіантів БСО: а – алгоритм Ейлера; б – алгоритм Пуассона

Як видно з отриманих графіків, у повному обсязі комбінації вимірників (варіанти БСО) можуть бути використані при застосуванні раціонального управління БСО. Застосування фільтра Вінера істотно підвищує точність роботи БСО для обох алгоритмів і тим самим збільшує кількість варіантів їх використання для вирішення завдань раціонального управління. Наочно це можна побачити в БСО з трьома неортогонально розташованими датчиками.

Моделювання комплексного блока системи орієнтації, що базується на використанні інформації трьох вимірників (гіроскопа, акселерометра та магнітометра), проводилося за допомогою моделі, зображеної на рисунку 8.21.

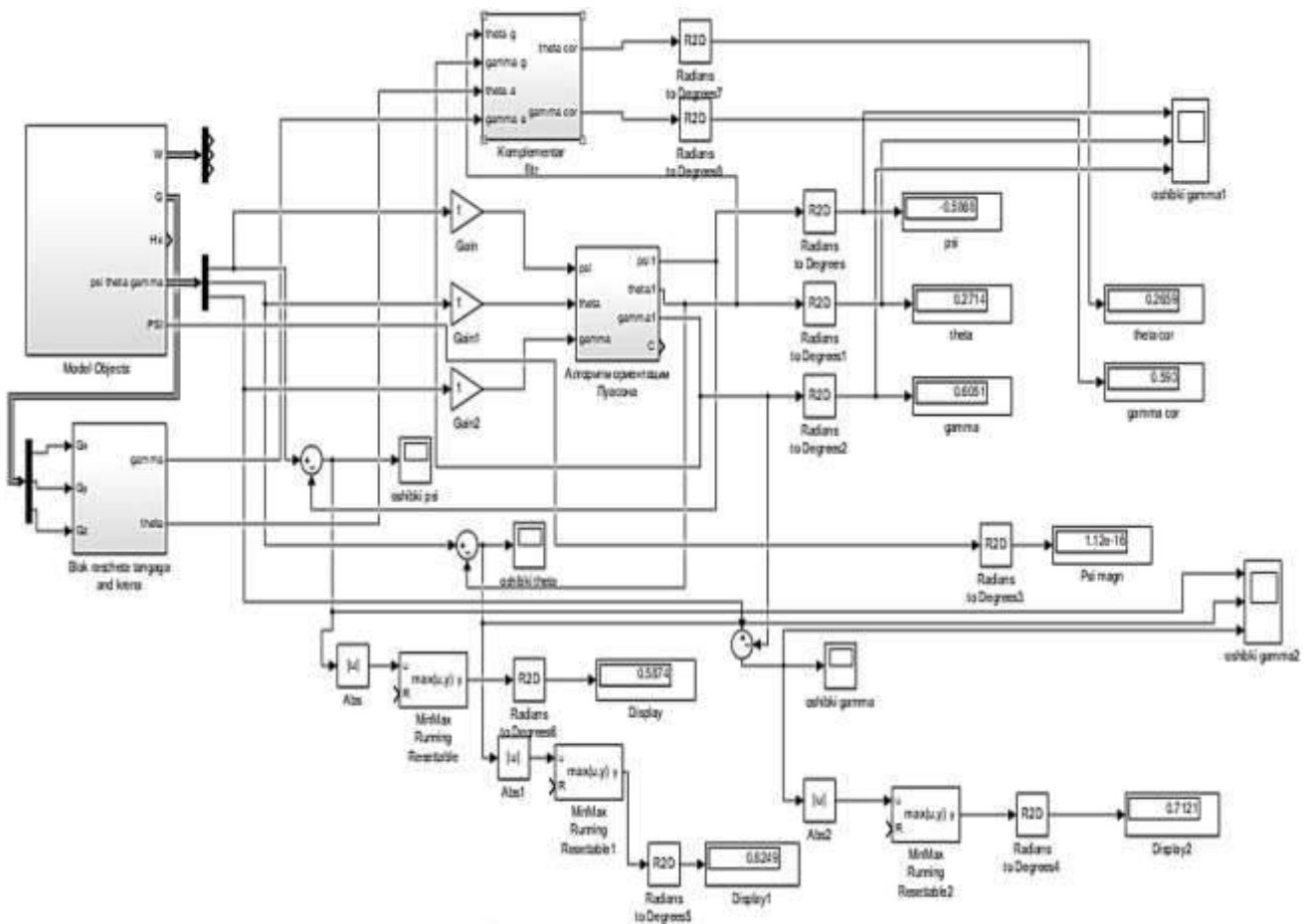
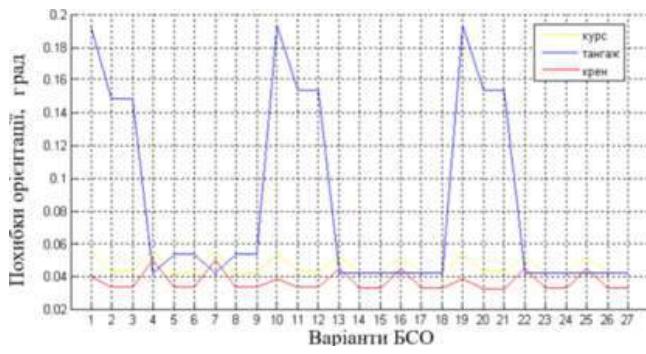


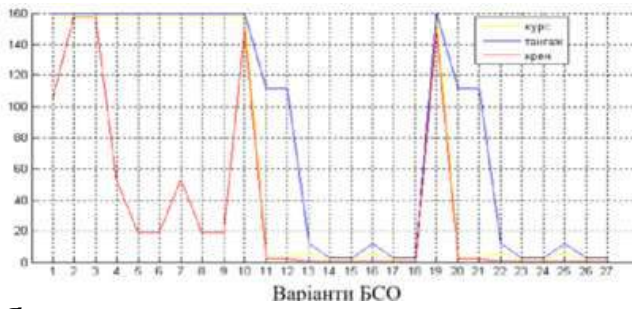
Рисунок 8.21 – Модель комплексного БСО

Результати моделювання показано на рисунках 8.22, 8.23, а похибки варіантів комплексного блока орієнтації – на рисунку 8.24.

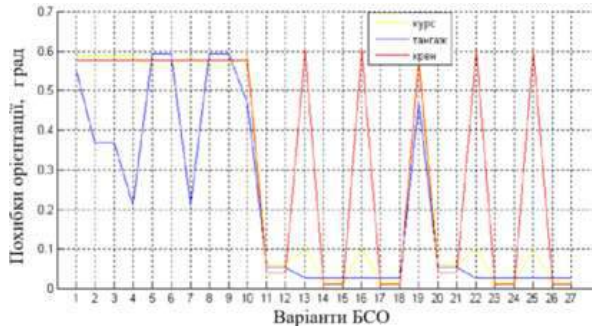
Як видно з отриманого графіка, похибки кутів орієнтації комплексного БСО є значно меншими, ніж для блоків з алгоритмом Пуассона та параметрами Родріга – Гамільтона. З іншого боку, як і в розглянутих раніше алгоритмах, у повному обсязі комбінації вимірників можуть рівноцінно використовуватися для вирішення завдань оптимального управління.



а

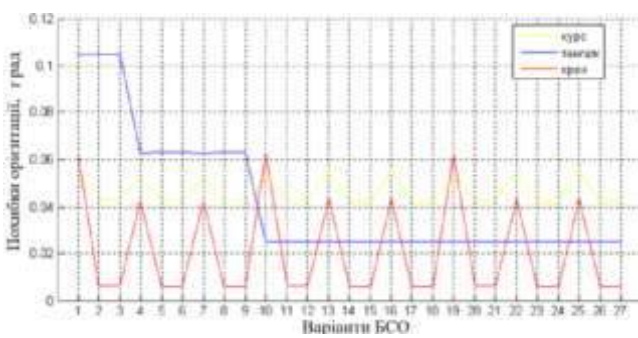


б

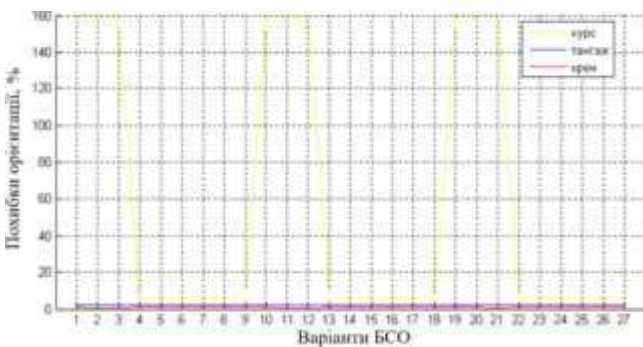


б

Рисунок 8.22 – Похибки орієнтації для різних варіантів БСО:
а – алгоритм Ейлера; б – алгоритм Пуассона



а



б

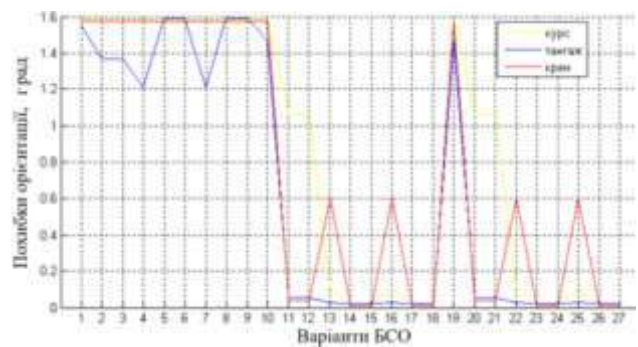


Рисунок 8.23 – Похибки орієнтації для різних варіантів БСО із використанням фільтра Вінера: а – алгоритм Ейлера; б – алгоритм Пуассона

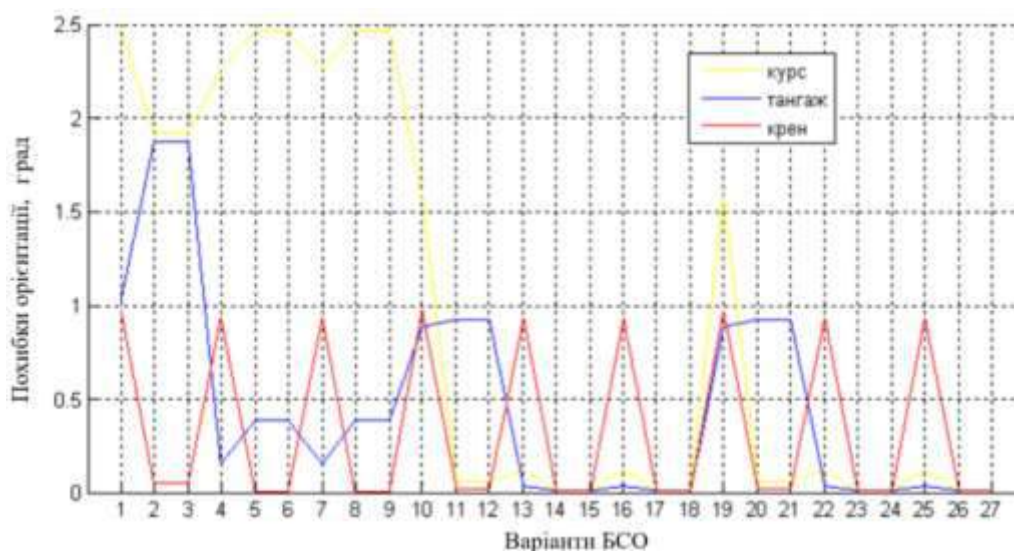


Рисунок 8.24 – Похибки кутів орієнтації для різних варіантів БСО комплексного блока орієнтації

Результати дослідження алгоритмів орієнтації наведено в таблиці 8.1.

Таблиця 8.1 – Зведена таблиця результатів моделювання алгоритмів орієнтації

<i>Алгоритми БСО</i>	<i>Похибка орієнтації ≤ 15 %</i>	<i>Похибка орієнтації ≥ 15 %</i>
Алгоритм Ейлера	21 варіант	6 варіантів
Алгоритм Пуассона	15 варіантів	12 варіантів
Використання фільтра Вінера		
<i>Алгоритми БСО</i>	<i>Похибка орієнтації ≤ 15 %</i>	<i>Похибка орієнтації ≥ 15 %</i>
Алгоритм Ейлера	17 варіантів	10 варіантів
Алгоритм Пуассона	18 варіантів	9 варіантів
Комплексний БСО	16 варіантів	11 варіантів

Запитання для самоконтролю

1. Опишіть особливості надмірності вимірів.
2. Наведіть приклади схем розміщення датчиків у БІНС.
3. Назвіть переваги й недоліки структурного резервування.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Banerjee, P., Matsakis, D. (2023). Global Navigation Satellite Systems (GNSS). In: An Introduction to Modern Timekeeping and Time Transfer. Springer Series in Measurement Science and Technology. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-031-30780-5_8
2. Cheng, Z., Zhao, L. (2023). A Review on Navigation Methods for High-Speed Aircraft. In: Yan, L., Duan, H., Deng, Y. (eds) Advances in Guidance, Navigation and Control. ICGNC 2022. Lecture Notes in Electrical Engineering, vol 845. Springer, Singapore. https://doi.org/10.1007/978-981-19-6613-2_298
3. Collinson, R.P.G. (2023). Autopilots and Flight Management Systems. In: Introduction to Avionics Systems. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-031-29215-6_8
4. Collinson, R.P.G. (2023). Navigation Systems. In: Introduction to Avionics Systems. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-031-29215-6_6.
5. Jia, W., Chen, Q., Wu, Y., Wang, H. (2020). Design and Verification of Long-Term Reliable Autonomous Navigation System of Navigation Satellite. In: Sun, J., Yang, C., Xie, J. (eds) China Satellite Navigation Conference (CSNC) 2020 Proceedings: Volume I. CSNC 2020. Lecture Notes in Electrical Engineering, vol 650. Springer, Singapore. https://doi.org/10.1007/978-981-15-3707-3_63
6. Jingjing Wang, Joon Goo Park, IEEE 802.11 WLAN based Indoor Positioning Algorithm using Weight Grey Prediction Model, 2020 IEEE 22nd International Conference on High Performance Computing and Communications; IEEE 18th International Conference on Smart City; IEEE 6th International Conference on Data Science and Systems (HPCC/SmartCity/DSS), 10.1109/HPCC-SmartCity-DSS50907.2020.00150, (1158-1165), (2020).
7. Lv, C., Yu, R., Cao, J., Gong, C., Wu, W., Wang, X. (2023). A Survey on Unmanned Aerial Vehicle Swarm Communication and Navigation. In: Yan, L., Duan, H., Deng, Y. (eds) Advances in Guidance, Navigation and Control. ICGNC 2022. Lecture Notes in Electrical Engineering, vol 845. Springer, Singapore. https://doi.org/10.1007/978-981-19-6613-2_232
8. Miller, J. (2019). Navigation Analysis. In: Planetary Spacecraft Navigation. Space Technology Library, vol 37. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-78916-3_9
9. Pleter, O.T. (2024). Flight Planning and Management. In: Air Navigation. Springer Aerospace Technology. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-031-52994-8_10.
10. Y. Jade Morton, Zhe Yang, Brian Breitsch, Harrison Bourne, Charles Rino, Ionospheric Effects, Monitoring, and Mitigation Techniques, Position, Navigation, and Timing Technologies in the 21st Century, 10.1002/9781119458449.ch31, (879-937), (2020).

11. Zhou, W. et al. (2022). Applications and Prospects for Autonomous Navigation Technology in a Satellite Navigation System. In: Yang, C., Xie, J. (eds) China Satellite Navigation Conference (CSNC 2022) Proceedings. CSNC 2022. Lecture Notes in Electrical Engineering, vol 909. Springer, Singapore. https://doi.org/10.1007/978-981-19-2580-1_28.
12. Єрпілов, О. В. Прицільний навігаційно-пілотажний комплекс ПНПК-76 та його застосування : навч. посіб. / О. В. Єрпілов, Г. О. Казін. – Харків : ХУПС, 2003. – 157 с.
13. Зарубін, А. М. Системи орієнтації та навігації : консп. лекцій. Ч. 1. Системи орієнтації / А. М. Зарубін. – Харків : ХІВПС, 2004. – 113 с.
14. Зарубін, А. М. Системи орієнтації та навігації : курс лекцій. Ч. 2. Навігаційні системи літальних апаратів / А. М. Зарубін. – Харків : ХУПС, 2012. – 122 с.
15. Лиходєєв, О. С. Система навігації літака-винищувача : навч. посіб. / О. С. Лиходєєв. – Харків : ХУПС, 2006. – 59 с.
16. Раціональне управління працездатністю макетного блока електродвигунів-маховиків : монографія / В. Г. Джулгаков, К. Ю. Дергачов, А. С. Кулік та ін. ; за заг. ред. А. С. Куліка. – Харків : ХАІ, 2023. – 224 с.
17. Раціональне управління функціонуванням технічних систем з невизначеною динамікою : звіт про НДР (остаточ.) / М-во освіти і науки України, Нац. аерокосм. ун-т ім. М. Є. Жуковського «Харків. авіац. ін-т» ; керівники: А. Кулік, К. Дергачов; викон.: С. Пасічник [та ін.]. – Харків, 2023. – 379 с.
18. Субота, А. М. Пілотажно-навігаційні комплекси : консп. лекцій / А. М. Субота, В. Г. Джулгаков, Д. В. Сокол. – Харків : ХАІ, 2021. – 128 с.

Навчальне видання

**Бичкова Ірина Володимирівна
Сокол Дмитро Вадимович**

ПРОЄКТУВАННЯ АВТОНОМНИХ НАВІГАЦІЙНИХ СИСТЕМ

Редактор Н. В. Мазепа

Зв. план, 2025

Підписано до видання 29.12.2025

Ум. друк. арк. 10,2. Обл.-вид. арк. 11,5. Електронний ресурс

Видавець і виготовлювач
Національний аерокосмічний університет
«Харківський авіаційний інститут»
61070, Харків-70, вул. Вадима Манька, 17
<http://www.khai.edu>

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів
видавничої продукції сер. ДК № 391 від 30.03.2001