

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського  
«Харківський авіаційний інститут»

Факультет програмної інженерії та бізнесу

Кафедра інженерії програмного забезпечення

## Пояснювальна записка до дипломної роботи

магістра  
(освітній ступінь)

на тему «Метод скаляризації векторного критерію багатокритеріальної задачі  
транспортного типу на основі блокової нормалізації»

ХАІ.603.667П1.121. 667П1.20В

Виконав: студент 6 курсу 667п1 групи  
Спеціальність 121 – Інженерія програмного  
забезпечення

(код та найменування)

Освітня програма Інженерія програмного  
забезпечення

(найменування)

Подолька В.О.

(прізвище й ініціали студента)

Керівник: Кіріленко О. Г.

(прізвище й ініціали)

Рецензент: \_\_\_\_\_

(прізвище й ініціали)

**Міністерство світи і науки України**  
**Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського**  
**«Харківський авіаційний інститут»**

Факультет програмної інженерії та бізнесу  
(повне найменування)

Кафедра інженерії програмного забезпечення  
(повне найменування)

Рівень вищої освіти другий (магістерський)

Спеціальність 121 – інженерія програмного забезпечення  
(код та найменування)

Освітня програма інженерія програмного забезпечення  
(найменування)

**ЗАТВЕРДЖУЮ**

**Завідувач кафедри**

Туркін І.Б.

(підпис) (ініціали та прізвище)

“ ”

\_\_\_\_\_ 2020 року

**З А В Д А Н Н Я**  
**НА ДИПЛОМНУ РОБОТУ СТУДЕНТУ**

Подоляці Владиславу Олексійовичу

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема дипломного проекту Метод скаляризації векторного критерію багатокритеріальної задачі транспортного типу на основі блокової нормалізації керівник дипломного проекту Кіріленко Олена Георгіївна, к.пед.н., проф.каф. 603

(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом Університету № \_\_\_\_\_ від “\_\_” \_\_\_\_\_ 2020 року

2. Термін подання студентом проекту \_\_\_\_\_
3. Вихідні дані до проекту Кількість вантажу у кожного з постачальників та потреби у вантажі кожного споживача, вартість перевезення одиниці вантажу від кожного постачальника до кожного споживача, а також строк виконання замовлень, штрафи за несвоєчасне виконання робіт.
4. Зміст пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити)
  - 1) Проаналізувати основні існуючі підходи до рішення задач багатокритеріальної оптимізації, існуючі проблеми багатокритеріальної оптимізації та шляхи їх рішення.
  - 2) Розробити метод згортки функціоналу складних багатокритеріальних задач транспортного типу, модель даних яких представлена множиною критеріїв, що мають різні діапазони і шкали.
  - 3) Розробити програмний модуль розв'язання двокритеріальної транспортної задачі. Провести аналіз результатів експериментального дослідження.
5. Перелік графічного матеріалу Слайдів – 22 шт., рисунків – 22 шт, таблиць – 1 шт.

## 6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
1	Кіріленко О.Г., к.пед.н., проф. каф. 603		
2	Кіріленко О.Г., к.пед.н., проф. каф. 603		
3	Кіріленко О.Г., к.пед.н., проф. каф. 603		

Нормоконтроль \_\_\_\_\_ «\_\_» \_\_\_\_\_ 2020 р.  
 (підпис) (ініціали та прізвище)

7. Дата видачі завдання «\_\_» \_\_\_\_\_ 2020 р.

**КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН**

№ з/п	Назва етапів дипломної роботи	Строк виконання етапів роботи	Примітка
1	Постановка задачі	04.11.19 – 15.11.19	
2	Теоретичний огляд	18.11.19 – 25.12.19	
3	Моделювання задач транспортного типу та математичний опис предмету дослідження	03.02.20 – 02.03.20	
4	Реалізація методу розв'язання задачі	03.03.20 – 10.04.20	
5	Розробка програмного продукту та проведення обчислювального експерименту	13.04.20 – 15.05.20	
9	Аналіз результатів експерименту	07.09.20 - 10.10.20	
6	Підготовка пояснювальної записки - ПЗ, демонстраційних матеріалів, складання та апробація доповіді.	12.10.20 – 13.11.20	
7	Остаточне оформлення електронного варіанту пояснювальної записки, презентації	16.11.19 - 17.11.19	
8	Підготовка до захисту	18.09.19 – 20.09.19	

Студент \_\_\_\_\_ Подоляка В.О.  
 (підпис) (прізвище та ініціали)

Керівник проекту \_\_\_\_\_ Кіріленко О. Г.  
 (підпис) (прізвище та ініціали)

## РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка до дипломної роботи магістра на тему «Метод скаляризації векторного критерію багатокритеріальної задачі транспортного типу на основі блокової нормалізації»: 70 стор., 22 рисунки, 1 таблиця, 36 джерел.

Метою дипломної роботи магістра є підвищення якості рішень складних задач транспортного типу за рахунок модифікації методу рішення багатокритеріальної транспортної задачі.

На етапі аналізу проблеми проведено огляд, систематизацію та оцінку теоретичних і практичних досягнень в дослідженні моделей і методів розв'язання багатокритеріальних задач транспортного типу, розглянуто основні існуючі підходи до рішення задач багатокритеріальної оптимізації, існуючі проблеми багатокритеріальної оптимізації та можливі шляхи їх рішення.

Головна задача наукового дослідження міститься в розробці методів порядкової нормалізації і згортки критеріїв. В основі методу розв'язання задачі лежать алгоритми нормалізації критеріїв, які спрощують складний процес зведення багатокритеріальної задачі транспортного типу до однокритеріальної.

Удосконалено метод розв'язання складних багатокритеріальних задач транспортного типу, що підвищує якість отриманих рішень за рахунок застосування алгоритму нелінійної блокової нормалізації, який видобуває додаткові знання з вихідних даних транспортної задачі.

Спрощено процедури згортки функціоналу та порівняння рішень для задач, критерії яких мають різноманітні шкали. Практична значимість отриманих результатів полягає у підвищенні ефективності прийняття управлінських рішень у складних логістичних системах.

**БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА ЗАДАЧА, ТРАНСПОРТНА ЗАДАЧА,  
НОРМАЛІЗАЦІЯ КРИТЕРІЇВ, БЛОКОВА НОРМАЛІЗАЦІЯ**

## РЕФЕРАТ

Пояснительная записка к дипломной работе магистра на тему «Метод скаляризации векторного критерия многокритериальной задачи транспортного типа на основе блочной нормализации»: 70 стр., 22 рисунка, 1 таблица, 36 источников.

Целью дипломной работы магистра является повышение качества решений сложных задач транспортного типа за счет модификации метода решения многокритериальной транспортной задачи.

На этапе анализа проблемы проведен обзор, систематизация и оценка теоретических и практических достижений в исследовании моделей и методов решения многокритериальных задач транспортного типа, рассмотрены основные существующие подходы к решению задач многокритериальной оптимизации, существующие проблемы многокритериальной оптимизации и возможные пути их решения.

Главная задача научного исследования состоит в разработке методов порядковой нормализации и свертки критериев. В основе метода решения задачи лежат алгоритмы нормализации критериев, которые упрощают сложный процесс сведения многокритериальной задачи транспортного типа к однокритериальной.

Усовершенствован метод решения сложных многокритериальных задач транспортного типа, повышающий качество полученных решений за счет применения алгоритма нелинейной блочной нормализации, который добывает дополнительные знания из исходных данных транспортной задачи.

Упрощены процедуры свертки функционала и сравнения решений для задач, критерии которых имеют различные шкалы. Практическая значимость полученных результатов заключается в повышении эффективности принятия управленческих решений в сложных логистических системах.

**МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ЗАДАЧА, ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА,  
НОРМАЛИЗАЦИЯ КРИТЕРИЕВ, БЛОЧНАЯ НОРМАЛИЗАЦИЯ**

## **ABSTRACT**

Explanatory note to the master's thesis on the topic " Scalarization method for multicriteria transport-type problem based on block normalization": 70 pages, 22 figures, 1 table, 36 sources.

The aim of the master's thesis is to improve the quality of solutions to complex transport problems by modifying the method for solving a multicriteria transport problem.

At the stage of analyzing the problem, a review, systematization and assessment of theoretical and practical achievements in the study of models and methods for solving multicriteria transport-type problems was carried out, the main existing approaches to solving multicriteria optimization problems, existing problems of multicriteria optimization and possible ways of their solution were considered.

The main task of scientific research is to develop methods for ordinal normalization and criteria convolution. The method for solving the problem is based on criteria normalization algorithms that simplify the complex process of reducing a multicriteria transport-type problem to a single-criterion one.

The method for solving complex multicriteria problems of the transport type is improved, which improves the quality of the solutions obtained by using a nonlinear block normalization algorithm, which extracts additional knowledge from the initial data of the transport problem.

The procedures for functional convolution and comparison of solutions for problems with criteria on different scales have been simplified. The practical significance of the results obtained lies in increasing the efficiency of making managerial decisions in complex logistics systems.

**MULTICRITERIAL PROBLEM, TRANSPORT PROBLEM, CRITERIA NORMALIZATION, BLOCK NORMALIZATION**

## ЗМІСТ

Перелік умовних позначень, символів, одиниць вимірювань фізичних величин, скорочень і термінів .....	9
Вступ.....	10
1 Огляд проблем багатокритеріальної оптимізації.....	13
1.1 Загальна постановка задачі багатокритеріальної оптимізації .....	13
1.2 Огляд основних методів розв'язання багатокритеріальних задач.....	16
1.3 Огляд алгоритмів класичної лінійної нормалізації .....	21
1.4 Ключові особливості багатокритеріальних задач.....	23
1.5 Висновки до розділу 1 .....	25
2 Моделі і методи розв'язання задач транспортного типу .....	27
2.1 Математична модель класичної однокритеріальної транспортної задачі.....	29
2.2 Математична модель багатокритеріальної транспортної задачі.....	34
2.2 Математична модель двокритеріальної транспортної задачі .....	35
2.3 Скаляризація (згортка) векторного критерію оптимальності.....	36
2.4 Метод розв'язання багатокритеріальної задачі транспортного типу .....	38
2.5 Оцінка важливості критеріїв .....	39
2.6 Блокова нормалізація критеріїв .....	42
2.7 Постановка задачі дослідження.....	44
2.8 Висновки до розділу 2 .....	45
3 Розробка програмного модулю розв'язання двокритеріальної транспортної задачі.....	46
3.1 Функціональні вимоги до програмного модулю МСТР .....	46

3.2 Інтерфейс оптимізаційного модулю розв'язання двокритеріальної транспортної задачі .....	48
3.3 Діаграма класів .....	51
3.4 Тестування програмного модулю МСТР .....	55
3.5 Розв'язання двокритеріальної транспортної задачі .....	56
3.6 Висновки до розділу 3 .....	62
Висновки .....	63
Перелік використаних джерел .....	64
Додаток А. Ілюстративний матеріал до дипломної роботи .....	68



ТЗ – транспортна задача;

БТЗ – багатокритеріальна транспортна задача;

ОПР – особа, що приймає рішення;

ГА – генетичний алгоритм;

LOS – less\_order\_sort;

GOS – greater\_order\_sort;

MOS – mean\_order\_sort;

**Тема роботи:** Моделі і методи задач багатокритеріальної оптимізації складних об'єктів і систем

**Керівник:** к.т.н., доцент Кіріленко О. Г.

**Актуальність досліджень.** Практичні завдання транспортної оптимізації за своєю суттю багатокритеріальні. Природа їх така, що з поліпшенням одних критеріїв якості інші погіршуються. Тому при організації транспортних перевезень необхідно враховувати множину суперечливих параметрів: економічні показники, час, вагу, габарити, важливість і ін. Необхідно відзначити, що подібна ситуація має місце не тільки в транспортних системах, а й в переважній більшості прикладних задач самої різної природи: в економіці, машинобудуванні, медицині, хімії та енергетиці, при дослідженні технологічних процесів і процесів управління і т. п. Звести багатокритеріальні задачі до однокритеріальних в загальному випадку не вдається. Тому в останній час значна увага приділяється розв'язанню дискретних задач в багатокритеріальних постановках.

Слід зазначити, що рішення багатокритеріальних дискретних задач в порівнянні з однокритеріальними пов'язане зі значними труднощами. Це пов'язано з необхідністю розробки спеціальних принципів оптимальності і відповідних схем рішення, а також з набагато більшою обчислювальною складністю зазначених схем.

Ключовою характеристикою багатокритеріальних рішень є рівність. Вона відображає баланс критеріального виграшу і програшу при виборі деякої альтернативи. Задоволення цього принципу зазвичай призводить до втрати якості рішень. Необхідно відзначити, що при рішенні складних багатокритеріальних задач, що характеризуються великою розмірністю та числом критеріїв, задача вибору альтернатив особливо що приймає рішення (ОПР) стає практично неможливою тому що число рішень має експонентну оцінку.

Тому ключовою задачею роботи є розробка ефективних математичних методів розв'язання багатокритеріальних задач транспортного типу, в яких ОПР виключається з процесу побудови рішень. ОПР грає свою роль тільки на початкових етапах підготовки даних, вибору стратегії пошуку рішень і кінцевому - етапі аналізу отриманих рішень і вибору найкращого. Це досягається за допомогою різних методів нормалізації критеріїв, які засновані на інтегральних оцінках важливості елементів рішень (критеріїв). Вибір необхідної методу нормалізації здійснює ОПР. Зазначені методи виконують відображення розмірних величин в компактну порядкову множину, що спрощує схеми пошуку компромісу в методах рішення багатокритеріальних задач.

Необхідно відзначити, що проблеми багатокритеріальної оптимізації транспортних перевезень виникають через неповноту даних про предметну область. При цьому ми вважаємо, що недостатня для прийняття рішення інформація завжди може бути отримана від експерта. В якості експерта або особи що приймає рішення в нашому випадку виступає керівництво або диспетчер транспортного підприємства. Для підвищення ефективності процесу прийняття рішень пропонується створити автоматизовану інформаційну систему транспортного підприємства. Ця інформаційна система, повинна реалізувати процес прийняття рішень на основі обчислювальних процедур і діалогу з ОПР

**Мета роботи** - підвищення якості рішень складних задач транспортного типу за рахунок модифікації методу рішення багатокритеріальної транспортної задачі

**Об'єкт дослідження.** Моделі і методи розв'язання багатокритеріальних задач транспортного типу

**Предмет дослідження** Метод скаляризації багатокритеріальної задачі транспортного типу на основі блокової нормалізації.

**Задачі дослідження.**

- аналіз моделей і методів розв'язання багатокритеріальних задач транспортного типу;

- розробка методу згортки функціоналу багатокритеріальної задачі транспортного типу на основі блокової нормалізації;
- розробка алгоритму розв'язання двокритеріальної транспортної задачі на основі блокової нормалізації;
- проектування та програмна реалізація програмного модулю автоматизованої інформаційної системи транспортного підприємства для складання ефективних планів перевезень;
- тестування роботи програмного модулю та аналіз отриманих результатів.

**Методи дослідження.** Для побудови моделей багатокритеріальних задач транспортного типу використовувався системний підхід і методи математичного моделювання. В ході аналізу проблем розв'язання багатокритеріальних задач використовувалися методи багатокритеріальної оптимізації і теорії прийняття рішень. При розробці методів розв'язання задачі дослідження використано засоби дискретної математики для оцінки ефективності алгоритмів і вибору оптимальних структур даних. Для розробки прототипу ПЗ використані методи об'єктно-орієнтованого проектування.

**Наукова новизна.**

Удосконалено метод розв'язання складних багатокритеріальних задач транспортного типу що підвищує якість отриманих рішень за рахунок застосування алгоритму нелінійної блокової нормалізації, який видобуває додаткові знання з вихідних даних транспортної задачі.

Спрощено процедури згортки функціоналу та порівняння рішень для задач, критерії яких мають різноманітні шкали.

**Практична значимість.** Підвищення ефективності прийняття управлінських рішень у складних логістичних системах.

Результати дослідження задач планування і управління показують, що в реальній постановці ця задача є багатокритеріальною. Так, часто зустрічається вислів «досягти максимального ефекту при найменших витратах» вже означає прийняття рішення при двох умовах. Оцінка діяльності транспортних підприємств і планування як системи прийняття рішень проводиться на основі більш десятка критеріїв: виконання плану перевезень за обсягом, за номенклатурою, прибутку за показниками рентабельності і т. д.

Раніше при дослідженні проблеми багатокритеріальності часто усі критерії, крім одного, обраного домінуючим, приймалися в якості обмежень, оптимізація проводилася по домінуючому критерію. Такий підхід до рішення практичних задач значно знижує ефективність прийнятих рішень.

В задачах математичного програмування з одним критерієм потрібно визначити значення цільової функція, відповідне, наприклад, мінімальних витрат або максимального прибутку. Однак, практично в будь-якій реальній ситуації виявляється кілька цілей, які суперечать один одному.

У зв'язку з цим виникає необхідність використання дещо іншого підходу до рішення задач даного класу - за допомогою методів багатокритеріальної оптимізації.

### **1.1 Загальна постановка задачі багатокритеріальної оптимізації**

Постановка задачі багатокритеріальної оптимізації має вигляд:

$$\begin{aligned}
 & \max\{f_1(x) = F_1\}, \\
 & \max\{f_2(x) = F_2\}, \\
 & \dots \\
 & \max\{f_k(x) = F_k\}, \quad x \in X,
 \end{aligned}
 \tag{1.1}$$

де  $X$  - множина допустимих значень змінних  $x$ ;

$k$  - число цільових функцій (критеріїв);

$F_i$  - значення  $i$ -го критерію (цільової функції);

$max$  - означає, що даний критерій потрібно максимізувати.

Зауважимо, що по суті багатокритеріальна задача [1,2] відрізняється від звичайної задачі оптимізації тільки наявністю декількох цільових функцій замість однієї. Критерії можуть мати різну важливість для особи приймаючої рішення (ОПР).

Слід сказати, що рішення такої задачі не дасть найкращих значень для кожного критерію, оскільки часто поліпшення одного критерію спричиняє погіршення іншого. Таким чином, при вирішенні багатокритеріальної задачі отримуємо деяке компромісне рішення [1-2].

Існуючі на сьогоднішній день методи багатокритеріальної оптимізації умовно можна розділити на дві групи [3]. Методи першої групи зводять багатокритеріальну задачу до однокритеріальної шляхом згортання векторного критерію у суперкритерій, який оптимізується одним з методів однокритеріальної оптимізації. Існують різні види згорток. Найбільш поширеним способом згортання векторного критерію є лінійна згортка виду:

$$F_*(x) = \sum_{i=1}^m \alpha_i F_i(x), \quad \alpha_i \geq 0. \quad (1.2)$$

Існують різні способи вибору коефіцієнтів  $\alpha_i$ . Одним з них є призначення  $\alpha_i$  в залежності від відносної важливості критеріїв [4]. Такий підбір зазначених коефіцієнтів можна виконувати згідно з таблицею 1.1.

Таблиця 1.1 - Важливість критеріїв

Важливість	Визначення
1	Рівна важливість порівнюваних вимог
3	Помірне (слабка) перевага одного над іншим
5	Сильна (істотна) перевага
7	Очевидна перевага
9	Абсолютна (переважна) перевага
2, 4, 6, 8	Проміжні рішення між двома сусідніми оцінками

До другої групи можна віднести інші методи багатокритеріальної оптимізації, які не виконують згортання локальних критеріїв у скалярний суперкритерій. Так багатокритеріальна транспортна задача розглянута в роботах А.В. Золотарюка А.В. [5], який, проаналізувавши процеси транспортних перевезень та чинники, що знижують їх ефективність, сформулював математичну постановку транспортної багатокритеріальної оптимізаційної задачі, і розглянув шляхи її вирішення на основі Парето-оптимальних методів і за допомогою інтелектуального нейромережевого прогнозування. Також двокритеріальна транспортна задача розглянута О.В. Сірою [6]. Вона розробила ітераційний алгоритм і довела, що отримане рішення парето-оптимальне. Ю.А. Осикіна і Г.Д. Чернишова [7] розглянули багатокритеріальну транспортну задачу з розривними функціями і цілочисельними змінними. Багатокритеріальна транспортна задача у роботі Кошкіна Б.П., Носкова С.И. та ін. [8] представляється у вигляді задачі багатокритеріального лінійного програмування. Для її вирішення використовується багатокритеріальний симплекс-метод, який ґрунтується на знаходженні множини паретівських вершин і подальшій побудові множини Парето.

## 1.2 Огляд основних методів розв'язання багатокритеріальних задач

Розглянемо деякі з них. Нехай всі локальні критерії мають однакову важливість. У такому випадку можливе рішення задача багатокритеріального програмування на основі принципу справедливого компромісу [4]. Справедливим будемо вважати такий компроміс, при якому відносний рівень зниження якості по одному або декільком критеріям не перевищує відносного рівня підвищення якості за іншими критеріями (менше або дорівнює).

Нехай в області компромісів  $\Gamma_x$  дано два рішення  $x'$  і  $x''$ , якість яких оцінюється критеріями  $F_1(x)$  і  $F_2(x)$ . Рішення  $x'$  перевершує рішення  $x''$  за критерієм  $F_1$ , але поступається йому за критерієм  $F_2$ . Необхідно порівняти ці рішення і вибрати найкращі на основі принципу справедливого компромісу.

Для порівняння цих рішень на основі принципу справедливого компромісу введемо міру відносного зниження якості рішення по кожному з критеріїв - ціну поступки  $\chi$ :

$$\chi_1 = \frac{\Delta F_1(x', x'')}{\max_{x', x''} F_1(x)}, \quad \chi_2 = \frac{\Delta F_2(x', x'')}{\max_{x', x''} F_2(x)}, \quad (1.3)$$

де  $\Delta F_1$  і  $\Delta F_2$  - абсолютні зниження рівня критеріїв при переході від рішення  $x'$  до рішення  $x''$  (для критерію  $F_1$ ) і при зворотному переході (для критерію  $F_2$ ).

Якщо відносне зниження критерію  $F_1$  більше, ніж критерію  $F_2$ , то слід віддати перевагу рішенню  $x'$ . Це впливає з порівняння ціни поступки по кожному критерію.

Алгоритм рішення задачі векторної оптимізації, заснований на принципі справедливого компромісу, включає наступні кроки.

Крок 0. Вибираємо  $x'$  і  $x'' \in D_x$ .

Крок 1. Обчислюємо  $\chi_1$  і  $\chi_2$ .

Крок 2. Якщо  $\chi_1 > \chi_2$ , то вибираємо  $x'$ , якщо  $\chi_1 < \chi_2$ , то вибираємо  $x''$ .



Крок 3. Якщо не існує вектора  $x \in X$  краще  $x'$  або  $x''$ , то рішення зупиняється, інакше вибираємо новий вектор  $x'''$  і переходимо до кроку 1.

Принцип наближення по всім локальних критеріям до ідеального рішення [2,4]. В основу даного підходу покладено ідею наближення за всіма критеріями.

Нехай дана задача багатокритеріального програмування

$$\begin{aligned} \max\{f_1(x) = F_1\}, \\ \max\{f_2(x) = F_2\}, (1.3) \\ \dots \\ \max\{f_k(x) = F_k\}, X \in X, \end{aligned} \quad (1.4)$$

і задані граничні умови

$$\begin{aligned} \alpha_{\alpha 1} x_1 + \alpha_{\alpha 2} x_2 + \dots + \alpha_{\alpha n} x_n &= \overline{b_{\alpha}}; (\alpha = \overline{1, r}); \\ \alpha_{r+\beta, 1} x_1 + \alpha_{r+\beta, 2} x_2 + \dots + \alpha_{r+\beta, n} x_n &\leq \overline{b_{r+\beta}}; (\beta = \overline{1, m-r}); \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \dots, x_n &\geq 0. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Серед варіантів розв'язання системи потрібно відшукати таке значення вектора  $x^*$ , при якому локальні критерії візьмуть, по можливості, максимальне (мінімальне) значення одночасно.

Розглянемо кожну окрему функцію  $f_i(x)$  і припустимо, що для кожного фіксованого  $i$  ( $i = 1, \dots, m$ ) вирішена задача максимізації. Нехай відповідні оптимальні плани характеризуються векторами

$$x^{\circ}_i (x^{\circ}_1, x^{\circ}_2, \dots, x^{\circ}_n), i = 1, \dots, m.$$

На цих оптимальних планах визначимо значення критеріїв, відповідно

$$F^{\circ}_i = (F_i(x^{\circ}_1), F_i(x^{\circ}_2), \dots, F_i(x^{\circ}_n))$$

Розглянемо вектор  $F(x)$  з компонентами  $F(x)|F^{\circ}_i$  і складемо квадрат евклідової норми

$$R(x) = \|F(x) - F^0\|^2 \quad (1.6)$$

вектора  $F(x) - F^0$ , визначеного для всіх  $x \in \Omega$ .

Зауважимо, що  $F^0$  буде являти собою одиничний вектор в просторі вектора  $F(x)$ . Назвемо його ідеальним значенням вектора  $F(x)$ . Поставлена задача тепер сформулюйте так: дана система цільових функцій і дані обмеження. Потрібно визначити точку  $x \in \Omega$ , в якій функція  $R(x)$  досягає мінімуму  $\Omega$ .

Таким чином, відшукування векторно-оптимального плану  $x$  в цьому завданню зведено до мінімізації  $R(x)$  в області допустимих рішень:

$$R(x^*) = \min R(x), x \in \Omega. \quad (1.7)$$

Таким чином, алгоритм розв'язання задачі складається з двох основних етапів:

етап 1:  $\max F_i(x), i = 1, \dots, m$ ;

етап 2:  $\min R(x)$ .

Метод квазіоптимізації локальних критеріїв (метод послідовних поступок або метод лексикографії) [4]. У цьому випадку здійснюється пошук не єдиного точного оптимуму, а деякої області рішень близьких до оптимального - квазіоптимального множини. При цьому рівень допустимого відхилення від точного оптимуму визначається з урахуванням точності постановки задача (наприклад, в залежності від точності обчислення величини критеріїв), а також деяких практичних міркувань (наприклад, вимог точності рішення задачі).

Спочатку проводиться якісний аналіз відносної важливості критеріїв; на підставі такого аналізу критерії розташовуються і нумеруються в порядку убавання важливості, так що головним вважається критерій  $F_1$ , менш важливий  $F_2$ , потім слідує інші локальні критерії  $F_3, F_4, \dots, F_m$ . Максимізує перший за важливістю критерій  $F_1$  і визначається його найбільше значення  $M_1$ . Потім

призначається допустиме зниження (поступка)  $\Delta_1 \geq 0$  критерію  $F_1$ . Визначимо нову допустиму область  $X(1)$ , як підобласть  $X$  виду

$$X^{(1)} = X \cap \{x | F_1(x) \geq M_1 - \Delta_1\}. \quad (1.8)$$

Такий підхід дозволяє значно звужити початкову допустиму область  $X$ , коли переходимо до наступного за важливістю критерію.

Після цього знаходимо найбільше значення  $M_2$  другого критерію  $F_2$  на множини  $X(1)$ , тобто, за умови, що значення першого критерію повинно бути не менше, ніж  $M_1 - \Delta_1$ . Знову призначається значення поступки  $\Delta_2 \geq 0$ , але вже за другим критерієм, який разом з першим використовується при знаходженні умовного максимуму третього критерію, і т. д. Нарешті, максимізується останній за важливістю критерій  $F_m$  за умови, що значення кожного критерію  $F_r$  з  $m - 1$  попередніх повинно бути не менше відповідної величини  $M_r - \Delta_r$ ; отримані стратегії вважаються оптимальними.

Таким чином, оптимальною вважається будь-яка стратегія, що є рішенням останньої задачі з наступної послідовності задач:

- 1) знайти  $M_1 = \sup F_1(x), x \in X$ ;
- 2) знайти  $M_2 = \sup F_2(x), x \in X$ ;
- ...
- m) знайти  $M_m = \sup F_m(x), x \in X$ ;

Відзначимо, що значення поступок  $\Delta_i$  ( $i = 1, m$ ) послідовно призначаються при вивченні взаємозв'язку приватних критеріїв.

З огляду на вищевикладене, можна зробити висновок про те, що метод послідовних поступок доцільно застосовувати для рішення тих багатокритеріальних задач, в яких всі приватні критерії природним чином впорядковані за ступенем важливості. Причому кожен критерій настільки істотно більш важливий, ніж наступний, що можна обмежитися урахуванням тільки попарного зв'язку критеріїв і вибрати допустиме зниження чергового

критерію з урахуванням поведінки лише одного наступного критерію.

Для розв'язання багатокритеріальних задач також можна використовувати генетичні алгоритми. Генетичні алгоритми (ГА) - адаптивні методи пошуку, які останнім часом часто використовуються для рішення задач функціональної оптимізації. Вони засновані на генетичних процесах біологічних організмів.

Відзначимо, що ефективність ГА сильно залежить від таких деталей, як метод кодування рішень, оператори, налаштування параметрів, приватний критерій успіху [6]. Теоретична робота, відображена в літературі, присвяченій ГА, не дає підстав говорити про вироблення будь-яких строгих механізмів для чітких прогнозів.

В останні роки реалізовано багато генетичних алгоритмів і в більшості випадків вони мало схожі на класичний ГА [7]. З цієї причини в даний час під терміном «генетичні алгоритми» ховається не одна модель, а досить широкий клас алгоритмів, часом мало схожих один від одного. Дослідники експериментували з різними типами уявлень, операторів кросовера і мутації, спеціальних операторів, і різних підходів до відтворення і відбору.

Рішення задачі багатокритеріальної оптимізації за допомогою ГА можна проводити за наведеною схемою з тією особливістю, що визначення заходів придатності хромосом можна визначати на основі будь-якого методу багатокритеріальної оптимізації (наприклад, метод справедливого компромісу) або принципу оптимальності або оптимізувати суперкритерію.

Таким чином, для рішення багатокритеріальної задачі необхідно зробити наступне:

- вибрати об'єкт або процес для багатокритеріальної оптимізації;
- побудувати багатокритеріальну математичну модель виду (1.1) обраного об'єкта;
- вибрати метод для рішення поставленої задачі;
- розробити програмне забезпечення для багатокритеріальної оптимізації обраного об'єкта;

– провести експерименти по багатокритеріальній оптимізації і виконати аналіз отриманих результатів.

Розглянемо основні проблеми багатокритеріальній оптимізації. Перша проблема пов'язана з вибором принципу оптимальності, який строго визначає властивості оптимального рішення і відповідає на питання, в якому сенсі оптимальне рішення вигідно відрізняється від інших допустимих рішень. На відміну від задач однокритеріальній оптимізації, у яких тільки один принцип оптимальності  $f(x^0) \geq f(x)$ , в даному випадку є велика кількість різних принципів, і кожен принцип може призводити до вибору різних оптимальних рішень [4]. Це пояснюється тим, що доводиться порівнювати вектори ефективності на основі деякої схеми компромісу. На сьогоднішній день існує множина принципів оптимальності [8], і можна сказати, що найбільш часто сьогодні використовують принцип оптимальності по Парето.

Друга проблема пов'язана з нормалізацією векторного критерію ефективності  $F$ . Вона викликана тим, що дуже часто локальні критерії, які є компонентами вектору ефективності, мають різні масштаби виміру, що і ускладнює їх порівняння. Тому доводиться приводити критерії до єдиного масштабу виміру, тобто, нормалізувати їх. Існуючі на сьогодні способи нормалізації розглянуті в [8].

### **1.3 Огляд алгоритмів класичної лінійної нормалізації**

Для того щоб забезпечити однорідність приватних критеріїв, які, взагалі кажучи, мають різні шкали, на практиці часто використовують прості прийоми еквівалентного перетворення неоднорідних приватних критеріїв до єдиного безрозмірного вигляду. Як стандарт вибрано перетворення на шкалу зі значеннями з відрізка  $[0; 1]$ .

Якщо відомі еталонні значення показників (наприклад, міжнародний стандарт), то використовується перетворення такого вигляду:

$$C_i = \frac{C_i^0}{C_i^g}, \quad (1.9)$$

де  $C_i$  - нормований критерій;

$C_i^0$  - вихідне вимірне значення критерію;

$C_i^g$  - еталонне значення критерію.

Якщо відомі максимальні можливі значення показників, то:

$$C_i = \frac{C_i^0}{C_i^{\max}}, \quad (1.10)$$

де  $C_i^{\max}$  - максимальне значення критерію;

$C_i^0$  - вихідне вимірне значення критерію.

Якщо відомі діапазони зміни показників, то:

$$C_i = \frac{C_i^0}{C_i^{\max} - C_i^{\min}} \quad (1.11)$$

або:

$$C_i = \frac{C_i^0 - C_i^{\min}}{C_i^{\max} - C_i^{\min}}, \quad (1.12)$$

де  $C_i^{\max}$  - максимальне значення критерію;

$C_i^{\min}$  - мінімальне значення критерію;

$C_i^0$  - вихідне вимірне значення критерію.

Третя проблема пов'язана з урахуванням пріоритету (або різного ступеня важливості) локальних критеріїв. Хоча при виборі рішення і слід добиватися

найвищої якості за всіма критеріями, однак ступінь досконалості по кожному з них, як правило, має різну значимість. Тому зазвичай для врахування пріоритету вводиться вектор розподілу важливості критеріїв  $\Lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ , за допомогою якого коригується принцип оптимальності [9] або проводиться диференціація масштабів вимірювання критеріїв.

#### **1.4 Ключові особливості багатокритеріальних задач.**

У наведених прикладах раціональний керівник зобов'язаний враховувати взаємне відповідність пропонованих вимог і можливостей для їх задоволення, наприклад, відповідність вимог, що пред'являються замовниками, і можливостей виконання робіт виконавцями.

Справді, нехай в розглянутій задачі зустрілася ситуація, коли всі об'єкти і суб'єкти можуть бути суміщені попарно так, що:

- для кожного суб'єкта вимоги «свого» об'єкта точно відповідають його можливостям, а вимоги інших об'єктів не відповідають;
- для кожного об'єкта «свій» суб'єкт повністю задовольняє його вимогам, а інші не задовольняють.

В даній ситуації є сукупність очевидних призначень, що складаються з пар, в яких об'єкти і суб'єкти повністю задоволені якостями партнерів. Раціональний керівник може і повинен визнати сукупність таких призначень найкращим рішенням проблеми, хоча при цьому його переваги не впливають на рішення, і він як би не приймає участі у вирішенні задачі. Ставлення ОПР до розв'язуваної проблеми можна визначити в даному випадку наступною фразою: «Я не втручаюся, якщо все влаштується саме собою величезне задоволення».

Тобто ОПР грає свою роль на початковому етапі формування вихідних даних і вибору функції мети. Далі втручання ОПР в процес рішення не допускається. Методи рішення в основі, яких лежать перелічені вище принципи, отримали назву математичні методи розв'язання багатокритеріальних задач.

Вони зазвичай застосовуються для рішення багатокритеріальних задач великої розмірності, а саме багатокритеріальної транспортної задачі (БТЗ).

Основна увага в роботі приділена розробці різних методів нормалізації критеріїв (підготовка даних) і методів згортки критеріїв в один суперкритерію. Це дозволить виключити ОПР з процесу побудови рішення, тому дослідження спрямоване на розробку математичного методу рішення БТЗ, в якому ОПР буде грати свою роль тільки на етапі підготовки вихідних даних та вибору пріоритетних цілей і на етапі вибору рішення багатокритеріальної задачі з отриманого списку рішень.

Однак, в загальному випадку, в даній задачі не існує сукупності очевидних призначень, що призводять до рішення багатокритеріальної задачі. У зв'язку з цим виникає ряд питань, наприклад, таких:

- при якому ступені невідповідності характеристик елементів двох множин допустимо освіту пари, яка формує рішення;
- до якого з кількох об'єктів ближче за характеристиками конкретний суб'єкт;
- до якого з кількох суб'єктів ближче за характеристиками конкретний об'єкт;
- яка з двох порівнюваних між собою пар краща в остаточному рішенні.

Відповіді на подібні питання можуть бути отримані тільки на основі інформації, що відбиває точку зору і переваги ОПР, роль якого полягає у виробленні призначень для випадків, що відрізняються від ідеального. Перераховані вище випадки передбачається врахувати на етапі підготовки вихідних даних, тобто алгоритми нормалізації повинні враховувати ці особливості задача.

Слід також зазначити, критерії, шкали і оцінки формуються ОПР і експертами незалежно від думки членів колективу, що відповідає за рішення багатокритеріальної задачі. Тому можна стверджувати, що вже на стадії формування вихідної інформації забезпечується відображення переваг ОПР.



Кожен суб'єкт і кожен об'єкт характеризуються оцінками за сукупністю критеріїв. Більшість критеріїв має якісний, суб'єктивний характер; шкали їх оцінок найчастіше задаються в формі словесних формулювань. Кожна з оцінок шкали критерію має два формулювання, що характеризують взаємні вимоги та можливості суб'єктів і об'єктів. Проблеми представлення думок експертів у вигляді числової шкали в даній роботі не розглядаються.

В основі методу рішення багатокритеріальної задачі транспортного типу, лежать алгоритми нормалізації критеріїв, які задовольняють вимогам оцінки важливості критеріїв. Важливість критерію або відповідного елемента матриці призначень визначається величиною виграшу, яка досягається при використанні цього критерію у рішенні задачі. Алгоритми нормалізації обчислюють значення цього виграшу.

В алгоритмі порядкової нормалізації є попередній етап, який реалізує відображення критерію в безрозмірне компактне рахункове множина значень. Кожен елемент цієї множини знаходиться в діапазоні  $0, \overline{(N-1)^2}$ , де  $N$  - порядок матриці. Це відображення реалізують алгоритми порядкового сортування. Є три таких алгоритми: LOS, GOS і MOS, які визначають: оптимістичну, песимістичну і середньозважену стратегію пошуку рішення.

## **1.5 Висновки до розділу 1**

Проведено аналіз, систематизація та оцінка теоретичних і практичних досягнень в дослідженні моделей і методів розв'язання багатокритеріальних задач транспортного типу.

Описано процеси транспортних перевезень, що характеризуються великою кількістю параметрів, в термінах математичної моделі багатокритеріальної транспортної задачі.

Розглянуто основні існуючі підходи до рішення задач багатокритеріальної оптимізації, існуючі проблеми багатокритеріальної оптимізації та можливі шляхи їх рішення.

*Моделювання* – це метод опосередкованого, практичного або теоретичного оперування об'єктом, при якому використовується не сам об'єкт, а його модель. *Модель* – це представлена подумки або реалізована матеріально система, що, відображаючи або відтворюючи об'єкт дослідження, здатна замінити його так, що її вивчення дає нам нову інформацію про цей об'єкт.

Існує два основних способи опису моделей – *статичний і динамічний*. *Статичний* опис розглядає *структуру* моделі, тобто такі її аспекти, які не залежать від часу. *Динамічний* опис розглядає потік подій, тобто зміну у часі процесів, що моделюються.

*Інформаційна модель* організації є схемою потоків інформації, що використовується в процесі управління. Вона відображає різні процедури виконання функцій управління організацією й представляє зв'язок вхідних і вихідних документів і показників по кожному завданню.

Для побудови моделей інформаційної діяльності підприємства, що відображають взаємозв'язки між інформаційними потоками, широко використовують методи інформаційної логістики. Інформаційна логістика - це:

1 Система управління інформаційними потоками, які забезпечують виробничо-господарські процеси на підприємстві.

2 Комплекс заходів з метою управління виробництвом інформації, її рухом і одержанням з мінімальними витратами.

Впровадження комп'ютерних технологій дозволяє застосовувати менеджмент ділових процесів (Workflow Management - автоматизація діловодства; автоматизація документообігу). Цей метод являє собою управління інформаційною логістикою на базі комп'ютерної технології й має на меті забезпечення діяльності по виконанню господарських завдань необхідною інформацією відповідного виду, обсягу, якості, у відповідний термін і у відповідному місці з мінімальними витратами.

Діяльність будь-якого підприємства можна представити як безперервну зміну стану фізичних і інтелектуальних об'єктів підприємства. Кожна зміна того чи іншого об'єкту повинна мати своє документальне відображення. Їх сукупність утворює *інформаційну сферу* підприємства. Рух і зміна інформації утворюють *інформаційні потоки* (наприклад, документообіг).

Моделювання інформаційних взаємозв'язків здійснюється між: реальними об'єктами; фізичними й абстрактними залежностями, що існують між реальними об'єктами; інформацією, що відноситься до реальних об'єктів; структурою даних, що застосовується для створення, нагромадження, використання й управління інформацією.

При побудові інформаційної моделі проектувальник завжди оперує двома основними глобальними областями, кожній з яких відповідає множина характерних об'єктів. Першою із цих областей є реальний мир або ж сукупність фізичних і інтелектуальних об'єктів, таких як люди, речі, ідеї й ін., а також всі властивості цих об'єктів і залежності між ними. Другою є інформаційна область. Вона містить у собі існуючі інформаційні відображення об'єктів першої області і їх властивостей.

Інформаційне відображення не є об'єктом реального миру, однак зміна його, як правило, є наслідком певної зміни відповідного об'єкта реального миру.

### **Життєвий цикл інформаційного ресурсу**

*Інформаційний ресурс* – це організована сукупність документованої інформації, що включає бази даних і знань, інші масиви інформації в ІС.

Інформаційний ресурс (ІР) – базова складова інформаційного менеджменту. Формування й використання ІР – одна з ключових проблем створення єдиного інформаційного простору, як на рівні організації, так і на загальнодержавному рівні.

Інформаційні ресурси створюються в процесі функціонування автоматизованих інформаційних систем (АІС) різних рівнів і різних предметних областей (сфер діяльності). Формування ІР і їх грамотне системне використання

набуває все більше значення, створюючи систему керування інформаційними ресурсами й потоками. Планування й розробка таких систем ґрунтуються на етапах життєвого циклу інформаційного ресурсу, модель якого представлена на рисунку 8.1

Життєвий цикл інформаційного ресурсу визначає цикл взаємодії фахівця й системи й складається з наступних етапів:

1 Визначення цілей (особистих, корпоративних, суспільних) і змісту інформації, необхідної для їх досягнення.

2 Створення, збір, збереження й пошук інформації; передача інформаційних ресурсів користувачам і їх використання.

3 Оновлення в процесі використання, пов'язане з оновленням властивостей, якостей, підвищенням продуктивності, інших ознак.

4 Утилізація й ліквідація.

Типовими задачами є виконання основних функцій менеджменту, таких як планування, організація, координація, контроль.

## **2.1 Математична модель класичної однокритеріальної транспортної задачі**

Формалізація процесу перевезень виглядає наступним чином. Автопідприємство є сполучною ланкою між постачальниками і споживачами вантажів, якими можуть бути різні фірми, склади, магазини і т. п. У загальному випадку модель перевезень є складною, оскільки реальний світ накладає на цю модель ряд обмежень. Вони безпосередньо впливають з фізичних характеристик машин і задач, а також додаткових обмежень на перевезення вантажів (наприклад, масогабаритні, імовірнісні або часові обмеження). Будемо вважати, що в нашій задачі всі вихідні дані заздалегідь відомі і надаються від клієнтів і керівництва у вигляді деякої інтегральної оцінки. Метою транспортного підприємства є забезпечення доставки вантажів споживачам в

потрібний час і місце з мінімальними витратами матеріальних і фінансових ресурсів.

Планування перевезень вантажів є важливою економічною задачею, що займає ключове місце серед інших проблем планування. Велике значення має задача щодо мінімізації транспортних витрат при перевезеннях однорідних вантажів з пунктів виробництва в пункти споживання. У класичному розумінні мета транспортного підприємства – доставити найбільше число вантажів за найменшу сумарну ціну. Тому задачі пошуку оптимального плану транспортних перевезень представляють математичною моделлю ТЗ.

Нехай є  $M$  постачальників (машин), у кожного з яких є задана кількість штучних вантажів (товару) і  $N$  споживачів (робіт).

$a_i$  – потужність (продуктивність) машини  $i$ , що означає число одиниць вантажу, яке є у постачальника  $i$ .

$b_j$  – потужність роботи  $j$ , що означає число одиниць вантажу, яке необхідно споживачеві або сумарна потужність машин необхідних для виконання роботи  $j$ .

$\beta_{ij}$  – вартість доставки (роботи).

$x_{ij}$  – число одиниць вантажу, що передаються від постачальника  $i$  споживачеві  $j$ ,  $x_{ij} \geq 0$ .

Тоді, математична модель задачі має вигляд

$$\begin{cases} w(E_{a_i, b_j}^*) = \sum_i^M \sum_j^N (x_{ij} \beta_{ij}) \rightarrow \min & (2.1) \\ \sum_{i=1}^M x_{ij} = b_j, j = \overline{1, N} & (2.2) \\ \sum_{j=1}^N x_{ij} = a_i, i = \overline{1, M} & (2.3) \end{cases}$$

Слід зазначити, що класична ТЗ [9 – 12] являє задачу лінійного

програмування з лінійною цільовою функцією (2.1) і лінійної системою обмежень (2.2, 2.3).

У наведеній вище постановці ТЗ цільова функція мінімізується, однак якщо в транспортній моделі тариф означає, наприклад, прибуток, обсяг продажів, оцінку якості то цільову функцію потрібно максимізувати. Для цього потрібно всі транспортні тарифи помножити на мінус 1. У даній моделі даних мінімальний від'ємний тариф означає максимальний прибуток.

Слід зазначити, що в прикладних транспортних задачах можуть бути наступні варіанти поєднання сумарних потужностей машин і робіт.

1 Рівність  $\sum_{i=1}^M a_i = \sum_{j=1}^N b_j$ . У цьому випадку модель задачі називається

збалансованою або закритою, а в іншому – незбалансованою або відкритою.

2 Надлишок машин або нестача робіт  $\sum_{i=1}^M a_i > \sum_{j=1}^N b_j$ .

3 Нестача машин або надлишок робіт  $\sum_{i=1}^M a_i < \sum_{j=1}^N b_j$ .

Задачі другого типу часто називають ТЗ в умовах перевиробництва або ТЗ з надлишком запасів, тому що потужність машини можна інтерпретувати, як надлишкову ємність або запас деякого абстрактного постачальника. А задачі третього типу називають ТЗ в умовах дефіциту або ТЗ з надлишком заявок, тобто потужність робіт інтерпретують, як обсяг заявок споживача, що перевершує можливості постачальника.

Більшість методів розв'язання ТЗ вимагає, щоб модель задачі була закритою. Така модель будується досить просто. У разі надлишку потужності

машин необхідно додати фіктивну роботу потужності  $b_{N+1} = \sum_{i=1}^M a_i - \sum_{j=1}^N b_j$ , а при

нестачі машин додати фіктивну машину потужності  $a_{M+1} = \sum_{j=1}^N b_j - \sum_{i=1}^M a_i$ . Ціни

виконання фіктивних робіт зручно призначити рівними нулю (мінімально

допустимими), але, за необхідності, їх можна призначити рівними деякій константі  $C \geq 0, C \neq \infty$ . Відзначимо, що перехід до закритої моделі здійснюється без використання забороняючих тарифів.

Слід сказати, що існує клас задач транспортно-го типу, оптимальні плани яких визначаються валентністю відношень. Простіше кажучи, для кожної машини задана кількість робіт, яку вона може виконати, а для роботи – необхідну кількість машин. Такі кількісні відношення об'єктів моделі назовемо валентними. Слід зазначити, що при валентних відношеннях потужність машини або роботи дорівнює її валентності. Тому в моделях подібних задач, поняття валентності і потужності є ідентичними і взаємозамінними. Кожному виду валентних відношень відповідає відома задача лінійного програмування [20, 21].

Можна виділити наступні види валентних відношень.

Відношення один до одного 1/1:

– 1/1 (одна машина / одна робота) - це задача про призначення;

Відношення один до багатьох 1 / \*:

– 1 / n (одна машина / n робіт) – це задача пошуку зоряного покриття ступеня n;

– 1 / \* (одна машина / багато робіт) – це задача пошуку зоряного покриття.

Відношення багато до багатьох \* / \*:

– 2/2 – задачі пошуку 2-фактора або циклічного покриття;

– k / k – задачі пошуку k-фактору або регулярного графа ступеня k;

– m / n – валентна транспортна задача [22].

В даному випадку, мова йде про транспортну задачу, в якій машини і роботи пов'язані валентними відношеннями. У графовій інтерпретації валентна ТЗ являє собою оптимізаційну задачу пошуку реберного покриття графа, яке задано ступенями його вершин.

Для представлення валентної ТЗ в математичну модель класичної задачі (2.1-2.3) потрібно додати валентні обмеження.



$$\begin{cases} a_i = \Gamma(i), i = \overline{1, M} \\ b_j = \Gamma(j), j = \overline{1, N} \end{cases} \quad (2.4)$$

де  $\Gamma(i)$  і  $\Gamma(j)$  – валентності машин і робіт.

Дуже часто в компаніях-виробниках і дистриб'юторів виникає проблема оптимізації витрат при доставці продукції і товарів клієнтам. При цьому доставка має характер розвезення замовлень за кількома адресами з наступним поверненням транспорту в гараж.

Традиційно в більшості компаній дана проблема вирішується за допомогою масштабної карти з позначенням доріг і лінійки для вимірювання відстаней. Спеціаліст здійснює планування маршрутів в наступному порядку:

- 1 Розподіл замовлень по транспортним засобам з урахуванням об'ємно-вагових характеристик транспортного засобу і районів доставки замовлень.
- 2 На карті відзначаються пункти доставки замовлень для кожного транспортного засобу.
- 3 За допомогою лінійки вимірюються відстані між точками розвезення замовлень.
- 4 Маршрути формуються, виходячи з мінімізації загального пробігу кожного транспортного засобу.

До негативних сторін даного методу відноситься:

- не оптимальність розподілу замовлень по транспортним засобам, що веде до неоптимальним сумарним пробігів всього автопарку;
- процес подібного планування маршрутів займає значну частку робочого часу співробітників.

До позитивних сторін даного методу можна віднести відсутність потреби в спеціальному програмному забезпеченні, а також рівні знань і навичок фахівця.

## 2.2 Математична модель багатокритеріальної транспортної задачі

У багатокритеріальній постановці елемент матриці  $\beta_{ij}$  представляє складний тип даних, і має назву вектор критеріїв.

$$\beta_{ij} = \{C_{ij}^k, k = \overline{1, L}\}, \quad (2.5)$$

де  $L$  - число критеріїв;

$C_{ij}^k$  - значення  $k$ -го критерію елемента рішення  $\beta_{ij}$ .

Функціонал  $F_*$  багатокритеріальної транспортної задачі має множину рівнозначних критеріїв

$$F_* = \begin{cases} F_1 = \min_{\pi_1} \sum_{i,j \in \pi_1} C_{ij}^1 \\ F_2 = \min_{\pi_2} \sum_{i,j \in \pi_2} C_{ij}^2 \\ \dots \\ F_k = \min_{\pi_k} \sum_{i,j \in \pi_k} C_{ij}^k \end{cases}, \quad (2.6)$$

де  $\min_{\pi_k} \sum_{i,j \in \pi_k} C_{ij}^k$  - вага оптимального плану  $\pi^k$ .

Варто зазначити, що  $C_{ij}^k$  - це розмірні величини, які можуть бути різного типу, наприклад: вартість, температура, час, вагу, відстань тощо. Вони можуть мати різні одиниці вимірювання, шкали, еталони і тощо. Нормалізоване безрозмірне значення критерію позначається малою літерою  $c_{ij}^k$ .

На відміну від однокритеріальної задачі, наприклад, класичної ТЗ, рішення багатокритеріальних задач суперечливі, оскільки, неможливо з абсолютною впевненістю стверджувати, що те чи інше рішення строго оптимально. Це

пояснюється тим, що в переважній більшості випадків  $\pi_1^* \cup \pi_2^* \cup \dots \cup \pi_k^* = \emptyset$ . Тому, в основі розглянутих алгоритмів розв'язання багатокритеріальних задач, завжди лежить певна схема пошуку компромісу при якій  $\pi_1 \cup \pi_2 \cup \dots \cup \pi_k \neq \emptyset$ .

## 2.2 Математична модель двокритеріальної транспортної задачі

У багатокритеріальній постановці елемент транспортної таблиці  $\beta_{ij}$  представляє складний тип даних, званий вектором критеріїв.

$$\beta_{ij} = \{c_{ij}^k, k = \overline{1,2}\}, \quad (2.7)$$

де  $c_{ij}^k$  - значення  $k$ -го критерію елемента рішення  $\beta_{ij}$ .

Функціонал двокритеріальної транспортної задачі має вигляд

$$\left\{ \begin{array}{l} w(E_{a_i, b_j}^1) = \sum_i^M \sum_j^N (x_{ij} c_{ij}^1) \rightarrow \min \\ w(E_{a_i, b_j}^2) = \sum_i^M \sum_j^N (x_{ij} c_{ij}^2) \rightarrow \min \\ \sum_{i=1}^M x_{ij} = b_j, j = \overline{1, N} \\ \sum_{j=1}^N x_{ij} = a_i, i = \overline{1, M} \end{array} \right. \quad (2.8)$$

Варто зазначити, що  $c_{ij}^k$  – це розмірні величини, які, у загальному вигляді, можуть бути різного типу, наприклад: вартість, температура, час, вагу, відстань і т.п. Вони можуть мати різні одиниці вимірювання, шкали, еталони і т.п.

У нашому випадку  $c_{ij}^1$  – це вартість доставки на поточний день, а  $c_{ij}^2$  – штраф за затримку виконання замовлення, який оцінюється у балах або умовних

одиницях і приймає значення від 0 до  $N$ . Нормалізоване безрозмірне значення критерію позначається великою літерою  $C_{ij}^k$ .

На відміну від однокритеріальних задач, наприклад, класичної ТЗ, рішення багатокритеріальних задач суперечливі, оскільки, неможливо з абсолютною впевненістю стверджувати, що те чи інше рішення строго оптимальне. Тому, в основі алгоритмів розв'язання багатокритеріальних задач завжди лежить певна схема пошуку компромісу.

### **2.3 Скаляризація (згортка) векторного критерію оптимальності.**

Завдання оптимізації векторного критерію оптимальності (ВКО) полягає в знаходженні рішень, що задовольняють екстремуму одночасно всіх складових векторного критерію. Існує два основних шляхи вирішення даної задачі: пошук компромісних рішень, оптимальних за Парето та пошук рішень, оптимальних в сенсі узагальненого скалярного критерію, отриманого шляхом згортки (скаляризації) всіх компонент ВКО. Перший шлях пов'язаний з труднощами використання строгих математичних методів оптимізації для широкого кола завдань, а також відсутністю, як правило, єдиності шуканого рішення. У зв'язку з цим етап пошуку компромісних рішень має допоміжне значення і використовується лише для попереднього зменшення розмірності вихідної множини рішень до етапу згортки ВКО. Суть другого методу полягає в зведенні векторної задачі оптимізації до скалярної.

До основних методів згортки ВКО відносяться: методи, засновані на послідовній оптимізації за частковими критеріями:

- метод провідної складової;
- оптимізація за ранжируваною послідовністю критеріїв;
- метод послідовних поступок, методи Електра.
- Методи, засновані на отриманні узагальнених скалярних критеріїв:

- метод адитивної згортки складових ВКО;
- метод ідеальної точки;
- метод ймовірнісної згортки.

Особливостями першої групи методів є послідовний (за всіма компонентами ВКО) характер рішення задачі оптимізації, що призводить до можливості втрати компромісно-оптимального рішення вже на перших кроках оптимізації.

Пошук парето-оптимальних рішень.

Множина безумовно непорівнянних альтернатив, що залишилися після відкидання всіх безумовно гірших альтернатив, називається множиною Парето. Парето оптимальну множину ще називають областю компромісів. Множину Парето можна отримати в результаті аналізу критеріального простору.

Оптимальність по Парето означає, що не можна далі зменшувати значення одного з приватних критеріїв, не збільшуючи при цьому хоча б одного з інших, таким чином в області компромісів не виконується принцип домінування, а приватні критерії є суперечливими. Це призводить до необхідності введення компромісу між приватними критеріями оптимальності для того, щоб вирішити, який з векторів або з області компромісів вважати кращим.

Таким чином, векторна оптимізація включає два етапи:

1 Безумовна оптимізація. Аналізується критеріальне простір, відсіваються безумовно гірші варіанти і отримують множину Парето.

2 Умовна оптимізація. Так як множина Парето, як правило, складається з більш ніж однієї точки, то для отримання єдиного рішення необхідно застосувати додаткові принципи оптимальності (умови узгодження критеріїв).

Перетворення  $Z$ , що дає еквівалентний вихідному векторний критерій, називається допустимим перетворенням вектору  $F_*$ , Так як зберігає істинність відносин переваги для перетвореного вектору  $F$ .

Важливим етапом допустимого перетворення  $Z$  є нормалізація приватних критеріїв оптимальності. Під нормалізацією розуміється приведення приватних

критеріїв до єдиного безрозмірного вигляду. Оскільки приватні критерії мають різні одиниці виміру і шкали, процес скаляризації являє собою складну процедуру. Наприклад, коли один критерій має шкалу типу  $\{0; 1\}$ , а інший широкую цінову шкалу  $\{0; 100000\}$ . Така ситуація спостерігається при покупці квартири на первинному ринку, коли перший критерій показує прийом будинку в експлуатацію (так / ні), а другий - ціну квартири (2138000 грн.).

Аналіз відповідних публікацій показав, що розв'язання задач, критерії яких мають різні шкали являє собою велику складність. Існуючі методи згортки функціонала виділяють кращі значення вузьких критеріальних шкал [25-30]. Якщо повернутися до прикладу, з покупкою квартири, то методи розв'язання задачі відкинуть більшість квартир в будинках, що не здані в експлуатацію. У цьому випадку буде спотворена модель функціонування ринку нерухомості, оскільки відомо, що інвестори купують квартири на різних етапах будівництва. Представлений в роботі метод скаляризації в першу чергу призначений для розв'язання найбільш складних багатокритеріальних задач транспортного типу, модель даних яких представлена множиною критеріїв, що мають різні діапазони і шкали.

#### **2.4 Метод розв'язання багатокритеріальної задачі транспортного типу**

Слід розуміти, що представлення елементів рішень у вигляді виграшів, обчислених за допомогою алгоритмів порядкової сортування, призначене тільки для спрощення побудови рішень у відомих методах рішення багатокритеріальних задач. Основною перевагою порядкової нормалізації є точність визначення цінності елемента при його використанні в рішенні. Тобто після обчислення порядкової матриці може бути використаний будь-який метод рішення багатокритеріальної задачі.

Сформулюємо аксіому на підставі, якої виробляється згортка функціоналу задачі. Оскільки нормалізовані елементи критеріального вектору є

рівноцінними за умовою задача, то в даному випадку справедлива наступна аксіома.

**Аксіома упорядкування критеріїв.** Впорядкування за вагою нормалізованих критеріїв всіх критеріальних векторів задача не змінює цінність рішень багатокритеріальної задачі.

На підставі даної аксіоми, по-перше, просто реалізувати виділення домінуючого критерію, а по-друге, задовольнити основоположного принципу рівномірності рішень багатокритеріальних задач.

Алгоритм рішення БТЗ, представленої порядкової матрицею:

Крок 1. Нормалізація. Обчислення апроксимуючої порядкової матриці.

Крок 2. Виділення домінуючого критерію. Сортування критеріїв на основі аксіоми упорядкування критеріїв і побудова матриці Isort.

Крок 3. Рішення ДТ для матриці Isort.

## 2.5 Оцінка важливості критеріїв

В основі методу розв'язання двокритеріальної транспортної задачі, розглянутого в дипломній роботі, лежать алгоритми нормалізації критеріїв.

Основною проблемою нормалізації критеріїв є слабка оцінка важливості критеріїв з точки зору можливості побудови рішень задачі. Найбільш гостро дана проблема проявляється, коли множина значень деякого критерію складається з невеликого числа елементів [30-32]. Проілюструємо вищесказане на прикладах.

Припустимо,  $c_1 \in \{0,1\}$ , В цьому тривіальному випадку значення вже вважаються нормалізованими. Оскільки оптимум (мінімум) досягається на деякому підмножині нулів і одиниць вихідної матриці критерію  $c_1$ , То можна зробити висновок, що не всі елементи (нулі) рівноцінні.

В результаті нормалізації критерію  $C_2 \in \{0,1,2,4\}$  виходять значення  $c_2 \in \{0,0.25,0.5,1\}$ . Якщо будь-яке зі значень критерію  $c_2$  формує оптимальне рішення, воно повинно бути більш цінним. Якщо вибір значення критерію в

якості елемента рішення погіршує оптимальне рішення, то воно, природно, повинно бути менш цінним.

Припустимо, що необхідно вирішити бікритеріальну задачу, в якій рівнозначні критерії  $c = (c_1, c_2)$  мінімізуються. Відзначимо що, максимальні значення критеріїв  $c_1$  і  $c_2$  рівні, але не рівноцінні. Тобто, щоб компенсувати один елемент рішення, що дорівнює одиниці критерію  $c_1$ , необхідно використовувати чотири елементи по 0.25 другого критерію, (або  $2 \times 0.5$  або  $1 \times 0.5 + 2 \times 0.25$ ). Ніякі адитивні або мультиплікативні схеми згортки функціонала або методи пошуку компромісу не в змозі чітко вирішити цю проблему.

Зрозуміло, що ці особливості слабо враховуються в даних алгоритмах нормалізації, і тому кардинально ускладнюють схему компромісу при вирішенні багатокритеріальної задачі.

Сформулюємо формальне визначення цінності критерію, для цього перерахуємо вимоги, які повинні бути задоволені при обчисленні важливості критерію:

- нормалізоване значення  $C_{ij}^k$  має відображати величину виграшу (важливості) при використанні цього елемента в рішенні;
- нормалізація критерію повинна відображати розмірне значення ваги критерію  $c_{ij}^k$  в якусь безрозмірну компактну рахункову множину значень. Якщо необхідно, значення елементів цієї множини можна відобразити в діапазоні  $[0,1]$  за формулами (1.9 - 1.12);
- нормалізація не повинна змінювати порядок проходження рішень або, принаймні, змінювати його незначно.

Оцінка важливості критерію класичної задачі про призначення. Спочатку визначимо схему обчислення виграшу  $G_{ij}$  при використанні елемента матриці  $\beta_{ij}$  класичної транспортної задачі.

Використання елемента  $\beta_{ij}$  в рішенні задачі призводить до виключення



всіх інших елементів в рядку  $i$  і стовпці  $j$ . Виграш обчислюється як сума різниць значень елемента  $\beta_{ij}$  і всіх елементів стовпця  $j$ . Щоб визначити виграш елементів рядка  $i$  щодо всіх рядків матриці потрібно обчислити різницю цього рядка і всіх рядків. Відзначимо, що обчислення виграшу за елементами рядка не виконується, тому що різниця  $\beta_{ij} - \beta_{ij} = 0$ . Тобто, при розрахунку виграшів всіх елементів рядка  $i$  виходить нульовий рядок, в якому сумарний виграш дорівнює нулю. Тому формула визначення виграшу має вигляд

$$G_{ij} = \sum_{r=0}^{N-1} (\beta_{rj} - \beta_{ij}) \quad (2.9)$$

$$G_{ij} = \sum_{r=0}^{N-1} (\beta_{rj} - \beta_{ij}) = \sum_{r=0}^{N-1} \beta_{rj} - \sum_{r=0}^{N-1} \beta_{ij} = S_j - N \beta_{ij},$$

де  $S_j = \sum_{r=0}^{N-1} \beta_{rj}$  - сума елементів стовпця матриць ТЗ.

Функціонал ТЗ для матриць виграшів  $G$  має вигляд

$$F_G = \sum_{i,j \in \pi} G_{ij} \rightarrow \max ;$$

$$F_G = \sum_{i,j \in \pi} G_{ij} = \sum_{i,j \in \pi} (S_j - N \beta_{ij}) = \sum_{j=0}^{N-1} S_j - N \sum_{i,j \in \pi} \beta_{ij} = S - N \sum_{i,j \in \pi} \beta_{ij} ; \quad (2.10)$$

де константа  $S = \sum_{j=0}^{N-1} S_j$  - сума елементів матриці.

$$F_G = \sum_{i,j \in \pi} (-\beta_{ij}) \rightarrow \max .$$

Тоді:

$$F = \sum_{i,j \in \pi} \beta_{ij} \rightarrow \min \Leftrightarrow F_G = \sum_{i,j \in \pi} G_{ij} \rightarrow \max \Leftrightarrow F = \sum_{i,j \in \pi} (-G_{ij}) \rightarrow \min \quad (2.11)$$

**Твердження 1.** (доводиться на підставі властивостей ТЗ 1-3)

З (2.11) випливає, що матриці  $(-1)G$  і  $\beta$  еквівалентні, тобто мають один і той же множина оптимальних рішень. Тобто при розрахунку виграшів виходить завдання повністю еквівалентна задачі вихідної. В основі алгоритмів нормалізації критеріїв лежить подібна схема обчислення виграшів.

В основі методу розв'язання двокритеріальної транспортної задачі, лежать алгоритми нормалізації критеріїв, які задовольняють вимогам оцінки важливості критеріїв. Важливість критерію або відповідного елемента матриці призначень визначається величиною виграшу, яка досягається при використанні цього критерію у вирішенні завдання. Алгоритми нормалізації обчислюють значення цього виграшу. Вони використовують адитивну схему визначення важливості критерію.

Головною відмінністю алгоритму нормалізації від наведеної рані схеми є попередній етап, на якому реалізується відображення критеріїв у безрозмірну компактну рахункову множину значень. Кожен елемент цієї множини знаходиться в діапазоні  $\overline{0, (N-1)^2}$ , де  $N$  – порядок матриці. Це відображення реалізує алгоритм блокової нормалізації.

## 2.6 Блокова нормалізація критеріїв

Алгоритм називається блоковим, бо нагадує алгоритм блокового сортування (сортування масивів за лінійний час).

Вихідний масив  $L$  необхідно розбити на блоки або кластери. Він обчислюється як різниця двох рядків або стовпців  $c, s$  матриці ТЗ  $\beta$ .

$$L_j^{cs} = \beta_{cj} - \beta_{sj}, (c, s) \in I \vee (c, s) \in J \quad (2.12)$$

де  $I, J$  – множини рядків\стовпців матриці  $\beta$ .

Лема1: віднімання рядка\стовбця з усіх елементів рядків\стовпців матриці  $\beta$  не змінює оптимальне паросполучення (план) ЗП.

Для довільного масиву  $L$ , довжини  $n$ , формула визначення номера блока елемента  $L_j^{cs}$  має вигляд.

$$g_j^{cs} = (n - 1) \left[ 1 - \frac{(L_j^{cs} - \min(L^{cs}))}{\max(L^{cs}) - \min(L^{cs}) + 1} \right] \quad (2.13)$$

Можна вважати, що масив  $g$  являє собою апроксимацію початкової послідовності  $L$ .

Мінімальний елемент масиву  $L$  є нульовим в  $g$ , а максимальний попадає в апроксимуючий масив  $g$  в блок з номером  $(n-1)$ .

Формула (2.13) інвертує оцінки послідовності  $L$  по відношенню до  $g$ .

Значення мінімуму чи максимуму (3.7) є обчислювальним, що зручно при розв'язанні багатокритеріальних задач, в яких екстремальні значення шкал важко визначити [32-36].

Щоб отримати інтегральну оцінку  $C_{ab}$  (нормоване значення) елемента  $\beta_{ab}$  матриці необхідно просумувати його оцінки по всіх рядках і стовпцях матриць оцінок  $G^{a'}$  та  $G^{b''}$ .

$$C_{ab} = g'(\beta_{ab}) + g''(\beta_{ab}), \quad (2.14)$$

де  $g'(\beta_{ab}) = \sum_i G_{ib}^{a'}$  – загальна сума виграшу по рядках;

$g''(\beta_{ab}) = \sum_j G_{aj}^{b''}$  – загальна сума виграшу по стовпцях;

$(a, i) \in I, (b, j) \in J$ .

Схема алгоритму блокової нормалізації.

Дано: матриця  $TZ - \beta$ ,  $I$ ,  $J$ -множини її рядків\стовпців.

Знайти: матрицю  $G$ , що містить нормалізовані значення елементів  $\beta$ .

Ініціалізація, всі елементи  $C$  дорівнюють нулю –  $C = 0$ .

1 Обчислення різниці ліній ( $c$ ,  $s$ ) матриці  $\beta$  за формулою (2.12).

$$L = \beta[c] - \beta[s].$$

2 Обчислення мінімуму і максимуму  $L$ .

$$\min = \min (L), \max = \max (L).$$

3 Обчислення номерів блоків елементів  $L$  за формулою (2.13).

$$g[k] = \text{int}((n-1)(L[k]-\min)/(\max-\min+1)), k \in I \cup J.$$

4 Підсумовування номерів блоків відповідно до формули (2.14).

$$C[s,k] = C[s,k] + g[k].$$

$$C[s,k] = C[s,k] + (n-1)*(n-1) - g.$$

## 2.7 Постановка задачі дослідження

Транспортно-логістична компанія здійснює перевезення однорідних вантажів від вантажовідправника ( $m$  пунктів постачання) до вантажоотримувача ( $n$  пунктів споживання).

Відома наявна кількість вантажу у кожного з постачальників та потреби у вантажі кожного споживача. Відома вартість перевезення одиниці вантажу від кожного постачальника до кожного споживача, а також строк виконання замовлень (поточний або наступний день), який визначається наявністю рухомого складу. За несвоєчасне виконання робіт призначаються штрафи: 0 – за виконання робіт у поточний день та 1- за виконання робіт у наступний день.

Необхідно скласти такий план перевезень на дві доби, щоб задовільнити найбільшу кількість замовлень у поточний день з мінімальною загальною вартістю перевезень.

## **2.8 Висновки до розділу 2**

Досліджено алгоритми нормалізації критеріїв багатокритеріальних задач. Вказані основні проблеми нормалізації та визначено методи їх рішення.

Обрані ефективні поліноміальні методи нормалізації, які спрощують процес порівняння альтернатив в процесі побудови рішення задачі.

Розроблено метод згортки функціоналу складних багатокритеріальних задач транспортного типу, модель даних яких представлена множиною критеріїв, що мають різні діапазони і шкали.

Для реалізації алгоритму розв'язання двокритеріальної транспортної задачі було розроблено програмний модуль МСТР (MultiCriterion Transportation Problem).

### **3.1 Функціональні вимоги до програмного модулю МСТР**

Функціональні вимоги визначають функціональність (поведінку) програмної системи, яка повинна бути створена розробниками для надання можливості виконання користувачами своїх обов'язків в рамках бізнес-вимог і в контексті призначених для користувача вимог. На діаграмі відображено відношення між акторами і прецедентами, що дозволяє описати систему на концептуальному рівні.

Актором будемо називати зовнішню по відношенню до ПС сутність, яка може взаємодіяти з системою. Акторами можуть бути як люди, так і зовнішні системи або пристрої. Актор - це не конкретна людина або пристрій, а роль (посадовий обов'язок), в якій він виступає по відношенню до програмної системи. У той же час одна конкретна людина може грати кілька ролей по відношенню до системи.

Знаходження акторів - один з перших кроків у визначенні використання будь-якої системи (як реальної, так і програмної). Кожне джерело зовнішніх подій, з якими повинна взаємодіяти система, представляється як актор. Актор повинен мати ім'я, яке повинно відображати його роль. На діаграмах варіантів використання зазвичай актор зображується у вигляді стилізованої людської фігурки. В якості актора в нашій моделі може виступати логіст транспортного підприємства.

При взаємодії актора з системою остання виконує ряд робіт, які

утворюють варіант використання системи (use case). Кожен актор може використовувати систему по різному, тобто ініціювати виконання різних варіантів використання або прецедентів. Таким чином, кожен прецедент, по суті, є деяка функціональна вимога до системи (яка може бути розбита на кілька дрібніших). Поведінка прецеденту реалізується у вигляді класів і компонент. Прецедент описує, що робить ПС, але не як вона це робить. Кожен прецедент зазвичай передбачає наявність декількох варіантів поведінки системи (потоків подій), один з яких є основним, інші - альтернативними. Основний потік подій визначає послідовність дій системи, спрямовану на виконання головної цільової функції даного прецеденту. Альтернативні потоки описують поведінку системи у виняткових ситуаціях, наприклад, при помилках. Кожен прецедент повинен мати назву, що відповідає його призначенню. Назва повинна відображати, що досягається при взаємодії з акторами. На діаграмах варіантів використання зображується у вигляді овалу.

Для представлення функціональних вимог модулю розроблено діаграму варіантів використання.

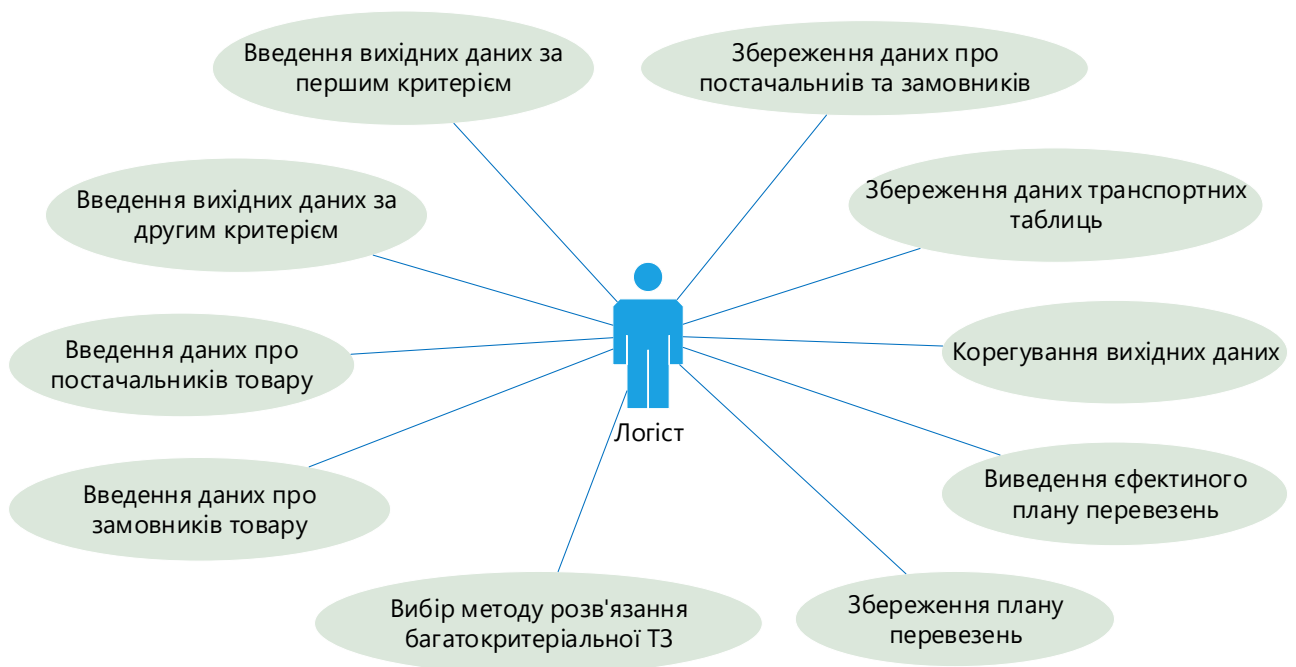


Рисунок 3.1 – Діаграма варіантів використання

### **3.2 Інтерфейс оптимізаційного модулю розв'язання двокритеріальної транспортної задачі**

Оптимізаційний модуль МСТР використовується для розв'язання багатокритеріальних задач транспортної логістики, зокрема, двокритеріальної транспортної задачі та її узагальнень. Розроблене програмне забезпечення дозволяє при мінімальних витратах і термінах успішно вирішувати широке коло складних практичних проблем, спрямованих на забезпечення максимальної ефективності об'єктів в реальному житті. Додаток також може застосовуватися на підприємствах з дискретним характером виробництва, оптимізації роботи складних паралельних обчислювальних і конвеєрних систем.

Основними рисами розробленого програмного продукту є:

- швидкодія;
- здатність до адаптації;
- простота модифікації за рахунок використання об'єктно-орієнтованого підходу.

МСТР - клас представляє двокритеріальну ТЗ, в якому реалізовано: методи введення і генерації вихідних даних, методи розв'язання задачі і представлення результатів рішення.

Інтерфейс програмного модулю виглядає наступним чином



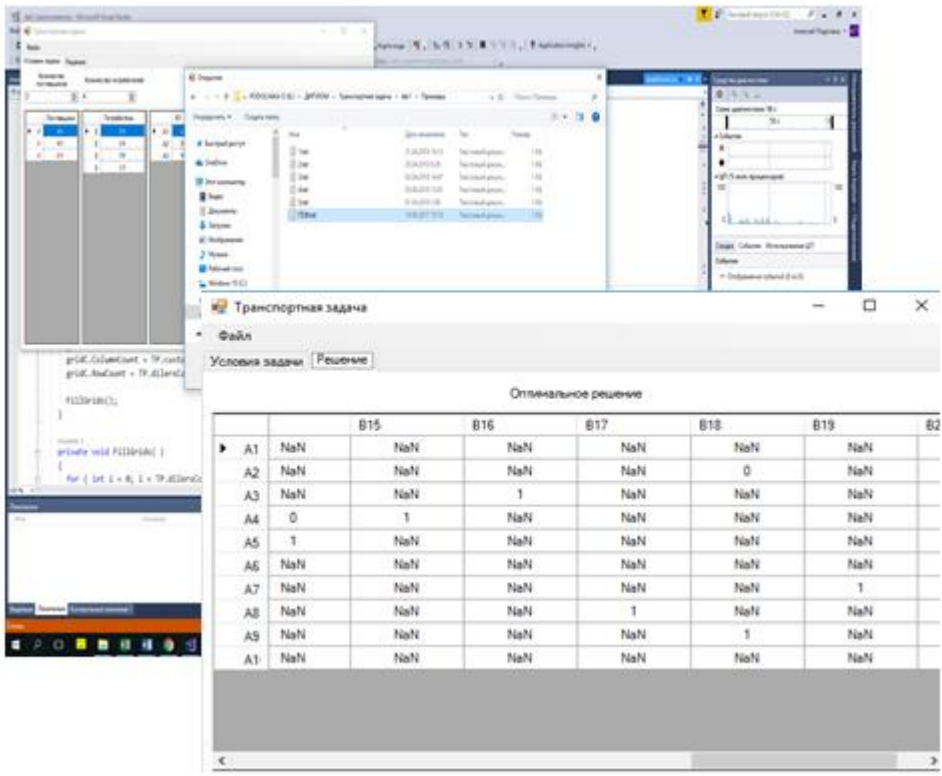


Рисунок 3.2 – Интерфейс программного модулю

Оператор системи має можливість завантажити вхідні дані для розрахунків з текстового файлу натиснувши кнопку «Файл», або ввести відповідні данні у транспортну таблицю на вкладці «Введення даних» головного вікна додатку. Графічний інтерфейс додатку представлено на наступних рисунках.

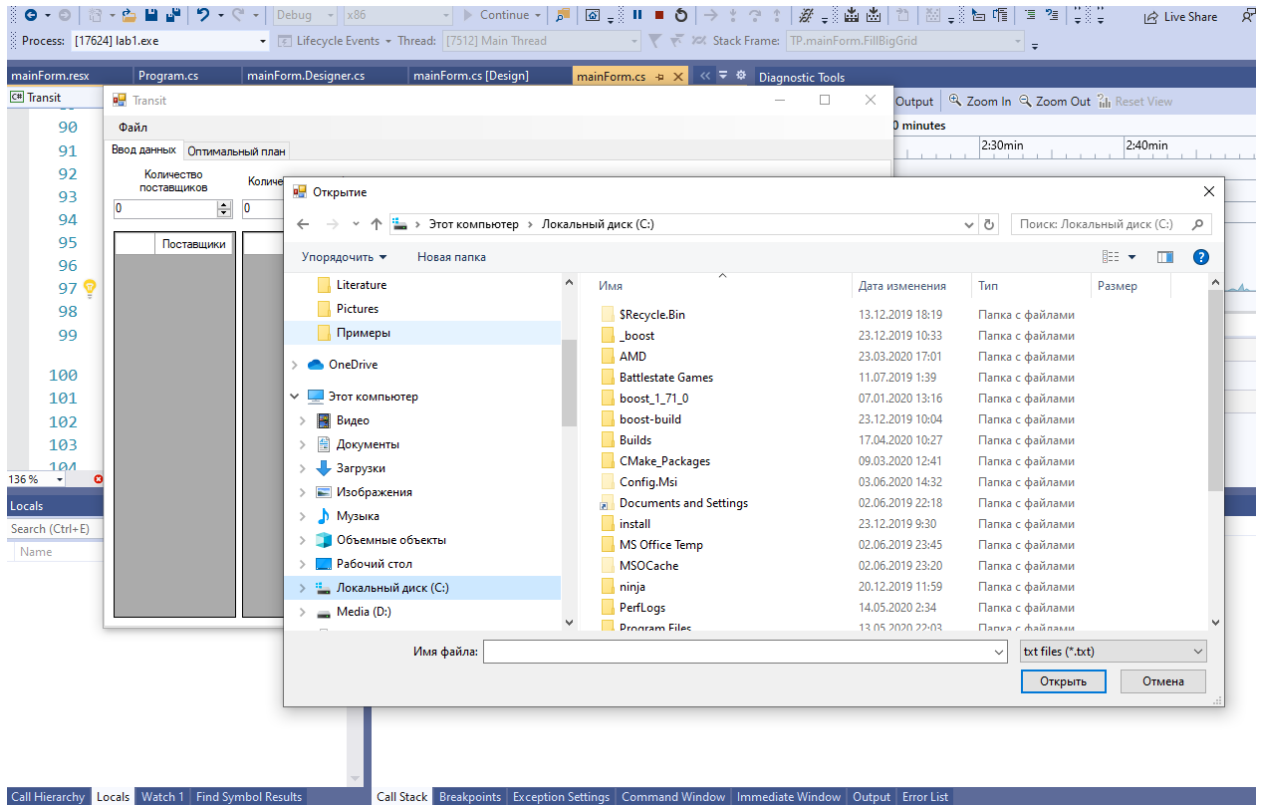


Рисунок 3.3 – Завантаження транспортної таблиці обраного критерію

Транспортна таблиця має вигляд, представлений на рисунку 3.4.

	Поставщики	Потребители	Стоимость перевозки				
			B1	B2	B3	B4	B5
▶ A	1000	▶ E	3	4	99	99	99
A	1300	E	2	5	99	99	99
A	2300	E	0	6	6	3	8
A	2300	E	99	0	4	3	5
		E					
		E					
		E					
		E					

Рисунок 3.4 – Транспортна таблиця

На рисунку 3.5 наведено приклад розв'язання задачі.

Оптимальное решение

	B1	B2	B3	B4	B5
▶ A1	NaN	1000	NaN	NaN	NaN
A2	1300	NaN	NaN	NaN	NaN
A3	1000	NaN	300	1000	NaN
A4	NaN	1300	500	NaN	500

Цена перевозок: 15900

Решить

Рисунок 3.5 – Приклад розв'язання задачі.

### 3.3 Діаграма класів

Діаграма класів (class diagram) служить для представлення статичної структури моделі системи в термінології класів об'єктно-орієнтованого програмування. Діаграма класів складається з множини елементів, які в сукупності відображають декларативні знання про предметну область. Ці знання інтерпретуються в базових поняттях мови UML, таких як класи, інтерфейси і відносини між ними і елементами з яких вони складаються. При цьому окремі елементи цієї діаграми можуть організовуватися в пакети для представлення більш загальної моделі системи.

Клас (class) – абстрактний опис множини однорідних об'єктів, що мають однакові атрибути, операції і відносини з об'єктами інших класів.

Атрибут (attribute) – змістовна характеристика класу, що описує множину значень, які можуть приймати окремі об'єкти цього класу.

Атрибут класу служить для представлення окремої властивості або ознаки, який є загальним для всіх об'єктів даного класу.

Видимість в мові UML специфікується за допомогою квантора видимості (visibility), який може приймати одне з 4-х можливих значень і відображатися за допомогою спеціальних символів.

Загальнодоступний (public) атрибут доступний або видимий з будь-якого іншого класу пакета, в якому визначена діаграма.

Захищений (protected) атрибут недоступний або не видимий для всіх класів, за винятком підкласів даного класу.

Закритий (private) атрибут недоступний або не видимий для всіх класів без виключення.

Операція (operation) – це сервіс, що надається кожним екземпляром або об'єктом класу на вимогу своїх клієнтів, в якості яких можуть виступати інші об'єкти, в тому числі і екземпляри даного класу.

Крім внутрішнього устрою або структури класів важливу роль при розробці проектованої системи мають різні відносини між класами, які також можуть бути зображені на діаграмі класів.

Базовими відносинами на діаграмах класів є:

- відношення асоціації (association relationship);
- відношення узагальнення (generalization relationship);
- відношення агрегації (aggregation relationship);
- відношення композиції (composition relationship);
- відношення залежності (dependency relationship).

Розроблювана програма включає до свого складу три основні частини: клас нормалізаційного методу, інтерфейсний клас і класи сутностей.

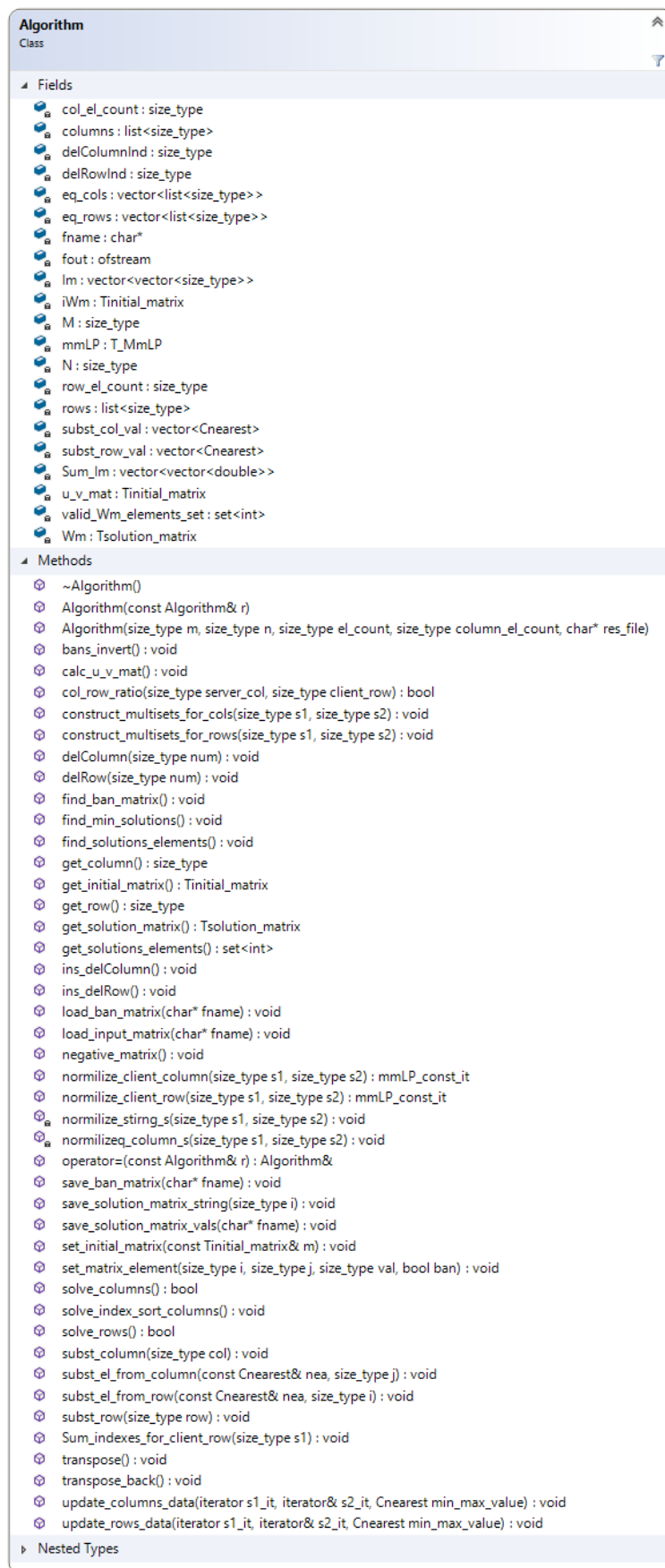


Рисунок 3.6 – Клас нормалізаційного методу

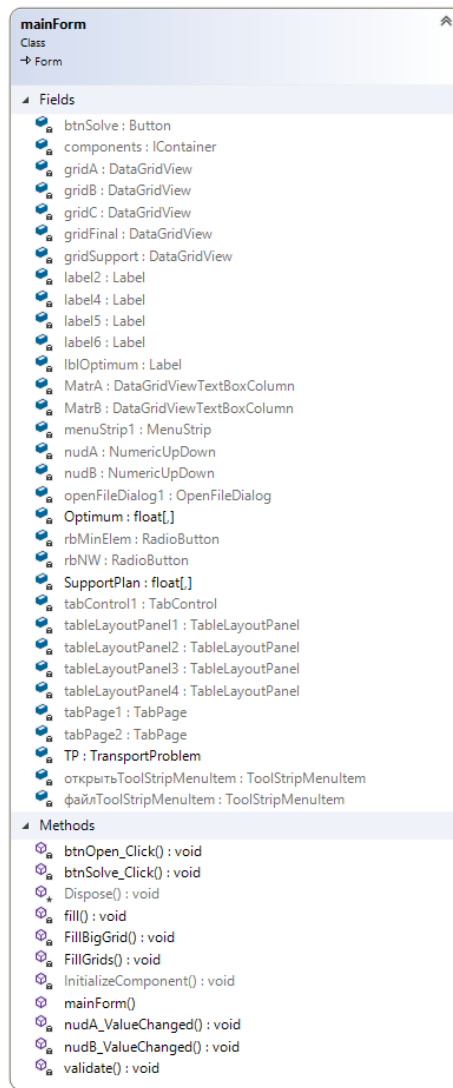


Рисунок 3.7 – Інтерфейсний клас головного вікна

Класи сутностей мають наступний вигляд.

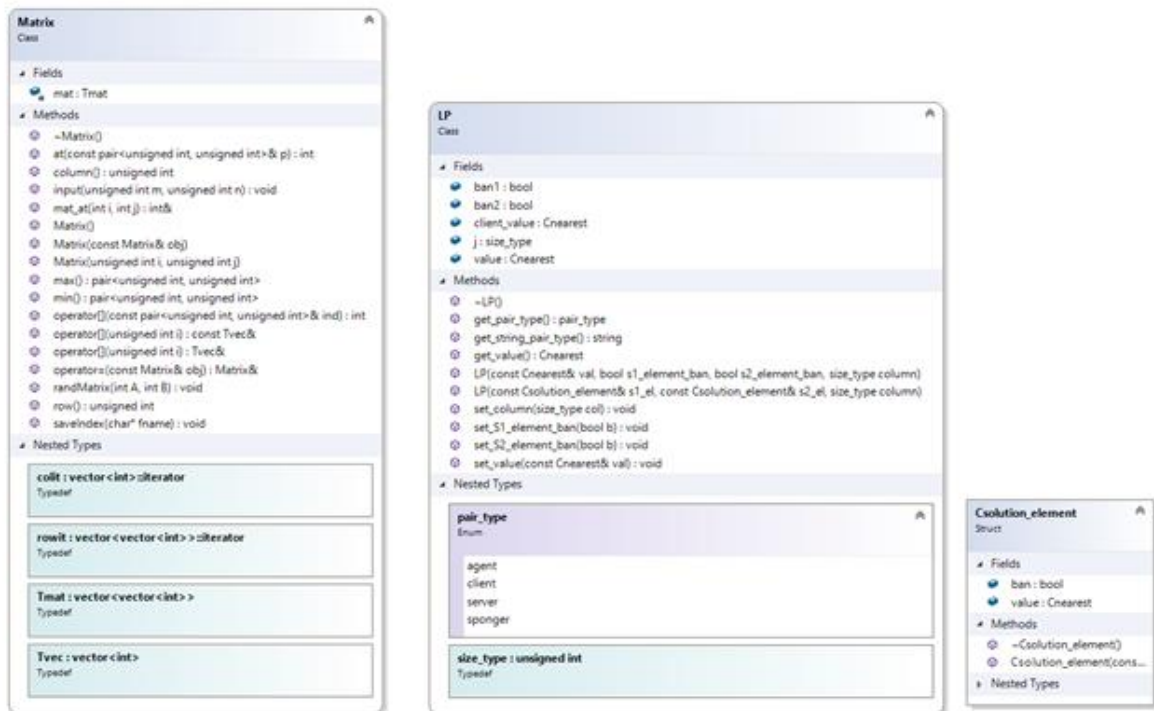


Рисунок 3.8 – Класи матриць ТЗ, Лінійної пари та Елемента розв'язку

### 3.4 Тестування програмного модулю МСТР

У процесі тестування має бути перевірено наступне:

- 1) функціональна працездатність елементів ресурсу;
- 2) наявність доступу до даних;
- 3) взаємодію сервера з клієнтською частиною;
- 4) забезпечення коректної обробки даних;
- 5) забезпечення належного рівня безпеки даних;
- 6) зручність роботи з додатком.

Тестування виконується методом Smoke test. Перевіряється як код, так і безпосередньо програмний продукт на відповідність функціональним вимогам. Тестування відбувається на рівні «системного тестування».

Використовуються наступні методи:

- 1) функціональне тестування, зокрема на рівні Critical path test (базове тестування);

- 2) тестування продуктивності програмного забезпечення, зокрема Stability testing (тестування стабільності) та Load testing (навантажувальне тестування);
- 3) тестування інтерфейсу.

Працездатність ПЗ перевіряється шляхом:

- 1) динамічного ручного тестування – введенням граничних та недопустимих значень в поля, які можна редагувати;
- 2) динамічного ручного тестування на відповідність функціональним вимогам;
- 3) статичного тестування коду;
- 5) тестування при максимальному навантаженні;
- 6) тестування стабільності роботи при різних умовах;
- 7) тестування зручності використання;
- 8) тестування інтерфейсу.

### **3.5 Розв'язання двокритеріальної транспортної задачі**

Представлення елементів рішень у вигляді вирашів, обчислених за допомогою алгоритмів порядкового сортування, призначене тільки для спрощення побудови рішень у відомих методах розв'язання багатокритеріальних задач. Основною перевагою порядкової нормалізації є точність визначення цінності елемента при його використанні в рішенні. Тобто після обчислення порядкової матриці може бути використаний будь-який метод розв'язання багатокритеріальної задачі [21-23].

Сформулюємо аксіому на підставі, якої виконується згортка функціоналу задачі. Оскільки нормалізовані елементи критеріального вектора є рівноцінними за умовою задачі, то в даному випадку справедлива наступна аксіома.

Аксіома упорядкування критеріїв. Впорядкування за вагою нормалізованих критеріїв всіх критеріальних векторів задачі не змінює цінність рішень багатокритеріальної задачі.



На підставі даної аксіоми, по-перше, просто реалізується виділення домінуючого критерію, а по-друге, задовольняється основоположний принцип рівномірності рішень багатокритеріальних задач.

Алгоритм рішення двокритеріальної транспортної задачі, представленої порядковою матрицею:

Крок 1. Нормалізація. Обчислення апроксимуючої порядкової матриці  $I_m$  по кожному критерію.

Крок 2. Виділення домінуючого критерію і побудова матриці  $I_{sort}$ .

Крок 3. Розв'язання транспортної задачі для матриці  $I_{sort}$ .

Розв'язання двокритеріальної транспортної задачі.

Вихідні дані задачі задані двома транспортними таблицями, відповідно до критеріїв. В першій таблиці задані вартості перевезення одиниці вантажу з кожного пункту відправлення  $A_i$  до кожного пункту призначення  $B_j$ . У другій таблиці задані штрафи за невчасне виконання робіт, задані в балах (0 – роботи виконуються вчасно протягом доби, 1 – роботи виконуються з затримкою на добу через обмеження рухомого складу).

Вартість	B1	B2	B3	B4	B5	Запаси
A1	46	26	37	9	38	100
A2	43	29	15	11	43	250
A3	6	44	10	42	30	200
A4	36	10	33	48	13	300
Потреби	200	200	100	100	250	

Штраф	B1	B2	B3	B4	B5	Запаси
A1	1	1	0	0	1	100
A2	0	0	0	0	0	250
A3	0	0	1	1	1	200
A4	1	1	0	1	1	300
Потреби	200	200	100	100	250	

Рисунок 3.9 – Вхідні дані задачі

Крок 1 виконується для обох матриць (транспортних таблиць). Почнемо з другого критерію. Початкова матриця  $\beta^2$  має вигляд

	1	2	3	4	5
1	1	1	0	0	1
2	0	0	0	0	0
3	0	0	1	1	1
4	1	1	0	1	1

Рисунок 3.10 – Початкова матриця за критерієм штрафу

На першій ітерації виконується віднімання першого рядка з інших рядків матриці, тобто, обчислення різниці ліній 1 і  $s$  матриці  $\beta^2$  за формулою (2.12), обчислення оцінки значень 1-го рядка матриці  $\beta^2$  за формулою (2.13) з точністю апроксимації  $n=100$ .

subst matrix0				
0	0	0	0	0
-1	-1	0	0	-1
-1	-1	1	1	0
0	0	0	1	0
order matrix0				
0	0	0	0	0
99	99	50	50	99
99	99	33	33	66
99	99	99	50	99
-----				
297	297	182	133	264
-----				

Рисунок 3.11 – Перша ітерація за критерієм штрафу

У нижньому рядку відображено суми елементів стовпців, які і представляють оцінки елементів першого рядка початкової матриці.

На другій ітерації ті ж самі дії виконуються з другим рядком і, таким чином обчислюються оцінки значень другого рядка.

subst matrix1				
1	1	0	0	1
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
1	1	0	1	1
order matrix1				
50	50	99	99	50
0	0	0	0	0
99	99	50	50	50
50	50	99	50	50
-----				
199	199	248	199	150
-----				

Рисунок 3.12 – Друга ітерація за критерієм штрафу

Аналогічним чином визначаються оцінки значень для всіх рядків.

	1	2	3	4	5
1	297	297	182	133	264
2	199	199	248	199	150
3	116	116	297	264	231
4	248	248	133	264	215

Рисунок 3.13 – Оціночні значення для рядків

Далі аналогічні операції проводяться зі стовпцями матриці. В результаті чого отримуємо оціночні значення для стовпців.

	1	2	3	4	5
1	396	396	215	166	298
2	330	330	330	281	200
3	215	215	396	347	298
4	363	363	166	330	249

Рисунок 3.14 – Оціночні значення для стовпців

Далі обчислюється сума оціночних значень по рядках і стовпцях за формулою (2.14) і визначаються нормовані значення критерію у діапазоні  $[0, 1]$  шляхом ділення на максимальний елемент таблиці оціночних значень за формулою (1.9) (Рисунок 3.15).

	1	2	3	4	5
1	1	1	0,573	0,431	0,811
2	0,763	0,763	0,834	0,693	0,505
3	0,478	0,478	1	0,882	0,763
4	0,882	0,882	0,431	0,857	0,67

Рисунок 3.15 – Нормовані значення матриці  $\beta^2$ 

Ті ж самі дії виконуємо для іншого критерію – вартості. Початкова матриця  $\beta^1$  має вигляд.

	1	2	3	4	5
1	46	26	37	9	38
2	43	29	15	11	43
3	6	44	10	42	30
4	36	10	33	48	13

Рисунок 3.16 – Початкова матриця за критерієм вартості

Повторюємо всі дії алгоритму для матриці  $\beta^1$ . В результаті чого отримуємо оціночні значення параметрів матриці.

	1	2	3	4	5
1	506	257	543	29	423
2	560	386	187	142	610
3	12	622	199	530	373
4	413	81	498	596	96

Рисунок 3.17 – Оціночні значення матриці  $\beta^1$ 

А потім і нормовані значення.

	1	2	3	4	5
1	0,814	0,413	0,873	0,0466	0,68
2	0,9	0,621	0,301	0,228	0,981
3	0,0193	1	0,32	0,852	0,6
4	0,664	0,13	0,801	0,958	0,154

Рисунок 3.18 – Нормовані значення матриці  $\beta^1$

Крок 2. Визначення домінуючого критерію (найгіршого або максимального критерію) кожного елементу  $\beta_{ij}$ .

	1	2	3	4	5
1	1	1	0,873	0,431	0,811
2	0,9	0,763	0,834	0,693	0,981
3	0,478	1	1	0,882	0,763
4	0,882	0,882	0,801	0,958	0,67

Рисунок 3.19 – Критеріальна матриця Isort

Крок 3. Розв'язання транспортної задачі методом потенціалів і визначення ефективного плану перевезень

	B1	B2	B3	B4	B5	Запаси
A1				100(9;0)		<b>100</b>
A2		200(29;0)	50(15;0)			<b>250</b>
A3	200(6;0)					<b>200</b>
A4			50(33;0)		250(13;1)	<b>300</b>
Потреби	<b>200</b>	<b>200</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>250</b>	

Рисунок 3.20 – Рішення задачі

Вартість перевезень  $C = 100 \cdot 9 + 200 \cdot 29 + 50 \cdot 15 + 200 \cdot 6 + 50 \cdot 33 + 250 \cdot 13 = 13550$  (ум. од/), причому перевезення A4B5 буде виконано наступного дня.

На рис. 3.21-3.22 представлено нормовані значення критеріїв за класичною лінійною та блоковою нелінійною нормалізацією.

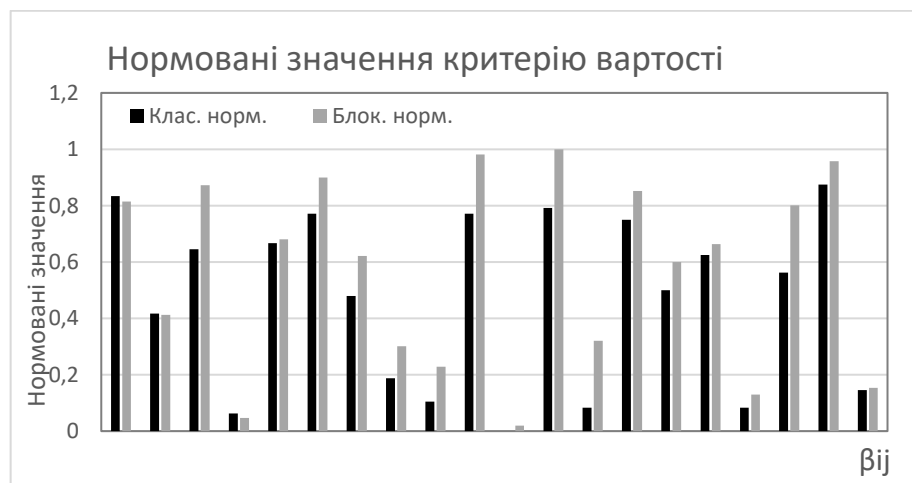


Рисунок 3.21 – Нормовані значення першого критерію

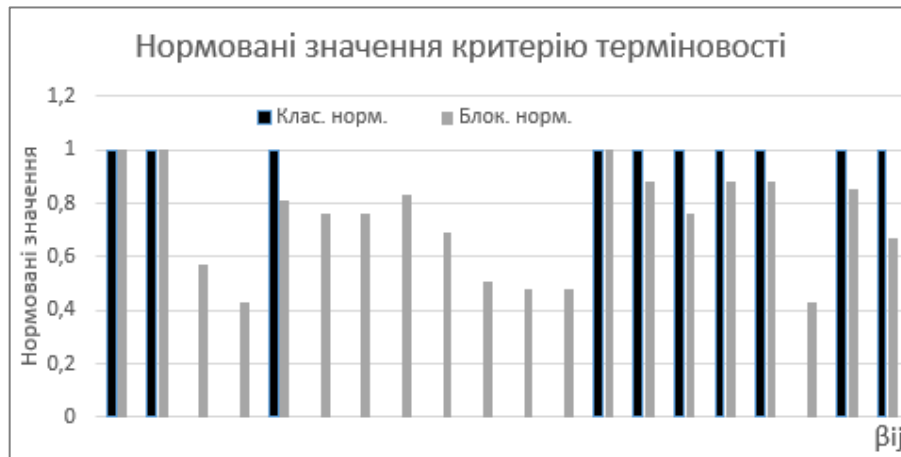


Рисунок 3.22 – Нормовані значення другого критерію

З рисунків видно, що спостерігається сильна кореляція нормованих значень критерію з широким діапазоном за класичною та блоковою нормалізацією, а для критерію з вузьким діапазоном - слабка. Нульові значення другого критерію за класичною нормалізацією були відображені у діапазон [0.431; 0.834] за блоковою нормалізацією, а значення одиничних елементів були зменшені. Блокова нормалізація суттєво зменшує дисперсію значень елементів вузьких критеріальних шкал, що спрощує процедури порівняння рішень транспортної задачі. Таким чином, блокова нормалізація спрощує пошук компромісу при побудові ефективних рішень багатокритеріальної задачі.

### 3.6 Висновки до розділу 3

Досліджено алгоритми нормалізації критеріїв багатокритеріальних задач. Вказані основні проблеми нормалізації та визначено методи їх розв'язання.

Обрані ефективні поліноміальні методи нормалізації, які спрощують процес порівняння альтернатив в процесі побудови рішення задачі.

Розроблено алгоритм розв'язання двокритеріальної транспортної задачі.

Розроблено програмний модуль розв'язання задачі з використанням блокової нормалізації та методу згортки функціоналу на основі виділення домінуючого критерію.

В роботі проаналізовано проблеми багатокритеріальної оптимізації, моделі і методи розв'язання багатокритеріальних задач транспортного типу.

У рамках розглянутих моделей задач транспортного типу побудовано математичну модель двокритеріальної транспортної задачі.

Розроблено метод згортки функціоналу складних багатокритеріальних задач транспортного типу на основі блокової нормалізації і виділення домінуючого критерію.

Спрощено процедуру порівняння альтернативних рішень за рахунок підвищення точності оцінювання елементів плану транспортної задачі за допомогою блокової нормалізації.

Розроблено ефективний метод розв'язання складних багатокритеріальних задач транспортного типу, який підвищує якість рішень за рахунок отримання додаткових знань з моделі даних задачі.

Розроблено програмний модуль розв'язання двокритеріальної транспортної задачі:

- розроблено модель варіантів використання модулю;
- побудовано діаграму класів модулю;
- розроблено інтуїтивно зрозумілий інтерфейс програмного модулю;
- проведено тестування програмного додатку.

1. Штойер Р. Многокритериальная оптимизация: теория, вычисления, приложения / Р. Штойер - М.: Наука, 1982. – 358 с.
2. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач / В.В. Подиновский, В.Д. Ногин - М.: Наука, 1982. – 284 с.
3. Березовский Б.А. Многокритериальная оптимизация. Математические аспекты / Б.А. Березовский - М.: Наука, 1989. – 129 с.
4. Громов Н.Н., Персианов В.А. Управление на транспорте: Учебник для вузов / Н.Н. Громов, В.А. Персианов – М.: Транспорт, 1990. – 336 с.
5. Золотарюк А. В. Математическая модель многокритериальной оптимизации транспортных перевозок. // Инновационные технологии в науке и образовании. 2015. № 1(1). С. 317-320.
6. Серая О.В. Двухкритериальная транспортная задача // Вестник Национального технического университета «Харьковский политехнический институт». НТУ «ХПИ», 2009. №4. – С. 64-68.
7. Осокина Ю.А., Чернышова Г. Д. Многокритериальная транспортная задача с разрывной целевой функцией // Вестник, серия : системный анализ и информационные технологии . 2008. № 2. с. 10-12.
8. Кошкин Б.П., Носков С.И., Оленцевич В.А., Рязанцев А.И. О многокритериальной транспортной задаче // Фундаментальные исследования. – 2017. – № 7. – С. 35-38;
9. Анохин А.М., Глотов В.А., Павельев В.В., Черкашин А.М. Методы определения коэффициентов важности критериев / А.М. Анохин, В.А. Глотов, В.В. Павельев, А.М. Черкашин // Автоматика и телемеханика - №8, 1997. - С. 3-35.
10. Хоменюк В.В. Элементы теории многокритериальной оптимизации / В.В. Хоменюк - М.: Наука, 1983. - 360 с.
11. Таха, Хэмди А. Введение в исследование операций / Хэмди А. Таха –



М.: Мир, 2001. – 912 с.

12. Ловас Л., Пламмер М. Прикладные задачи теории графов. Теория, паросочетаний в математике, физике, химии / Л.Ловас, М. Пламмер - М.: Мир. 1998. - 653 с.

13. Кофман А. Введение в прикладную комбинаторику / А. Кофман - М.: Наука. 1975. - 480 с.

14. Липский В. Комбинаторика для программистов / В. Липский - М.: Мир. 1988. 213.

15. Новиков Ф.А. Дискретная, математика, для, программистов / Ф.А. Новиков - СПб.: Питер, 2000. 304 с.

16. Схрейвер А. Теория, линейного и целочисленного программирования. В 2-х т. / А. Схрейвер - М.: Мир, 1991. - 704 с.

17. Тараканов В.Е. Комбинаторные задачи и  $(0,1)$ -матрицы / В.Е. Тараканов - М.: Наука, 1985. 192 с.

18. Уилсон Р. Введение в теорию графов / Р. Уилсон М.: Мир, 1977. - 208 с.

19. Форд Л., Фалкерсон Д. Потоки в сетях / Л. Форд, Д. Фалкерсон - М.: Мир, 1966. - 276 с.

20. Автоматизированные системы обработки информации и управления на автомобильном транспорте: Учебник для сред. проф. Образования / Под ред. А.Б. Николаева - М.: Издательский центр «Академия», 2003. - 224 с.

21. Коуров. Л.В. Информационные технологии / Л.В. Коуров. - Минск: Амалфея, 2000.- 191 с.

22. Ванчукевич, В.Ф. Автомобильные перевозки / В.Ф. Ванчукевич. В.И. Седюкевич, В.С. Холупов. - Минск: Дизайн ПРО, 1999. - 224 с.

23. Автотранспортные предприятия: нормативное регулирование деятельности. 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Современная экономика и право, 2002. – 456 с.

24. Миротин Л.Б., Ташбаев Ы.Э. и др. Транспортная логистика: учеб. для

транспортных вузов / Л.Б. Миротин, Ы.Э.Ташбаев, В.А. Гудков и др.: ред. Л.Б. Миротин; – М.: Экзамен 2002. – 512 с.

25. Ловас Л. Прикладные задачи теории графов. Теория паросочетаний в математике, физике, химии / Л. Ловас, М. Пламмер. - М.: Мир, 1998. – 653 с.

26. Свами М. Графы, сети и алгоритмы / М. Свами, К. Тхуласираман. – М.: Мир, 1984. – 454 с.

27. Бенсон Д. Транспорт и доставка грузов / Д. Бенсон, Дж. Уайтхед. – М.: Транспорт, 1990. – 279 с.

28. Джерихов В.Б. Управление техническими системами / В.Б. Джерихов; СПбГАСУ. – СПб., 2007. – 51 с.

29. Грузовые автомобильные перевозки Учебник для вузов /Г90 А. В. Вельможин, В. А. Гудков, Л. Б. Миротин, А. В. Куликов -М.: Горячая линия - Телеком, 2006 - 560 е.: ил

30. Громов Н.Н., Персианов В.А. Управление на транспорте: Учебник для вузов. – М.: Транспорт, 1990. – 336 с.

31. Автоматизированные системы обработки информации и управления на автомобильном транспорте: Учебник для сред. проф. Образования / Под ред. А.Б. Николаева.- М.: Издательский центр «Академия», 2003. - 224 с.

32. Подоляка О.А. Подоляка О.М. Разработка информационной системы пассажирских перевозок на однородных машинах различной производительности "Інформаційні технології і мехатроніка: освіта, наука та працевлаштування" Харків: ХНАДУ, 20-21 квітня 2016 р. – С. 190 – 193.

33. Подоляка О.А. Подоляка О.М. Поиск наибольшего покрытия двудольного графа звездами заданной степени Автомобіль і електроніка. Сучасні технології. – 2015 . – Вип. 7. – С. 126 -132.

34. Подоляка О.А. Применение порядковой нормализации и скремблирования критериев для решения многокритериальных задач / О.А. Подоляка, А.Н. Подоляка // Автомобіль і електроніка. Сучасні технології. – 2015 . – Вип. 8. – С. 60 -70.

35. Подоляка О.О. Проблеми багатокритеріальної оптимізації транспортних перевезень / О.О. Подоляка, В.А. Салтиков // Збірник наукових праць за матеріалами II міжнародної науково-практичної конференції «Комп'ютерні технології і мехатроніка» Харків: ХНАДУ, 28 травня 2020 р. – С. 416 -418.

36. Подоляка О.М. Використання нелінійної блокової нормалізації для розв'язання багатокритеріальних задач транспортного типу / О.М. Подоляка, В.О. Подоляка // Збірник наукових праць за матеріалами II міжнародної науково-практичної конференції «Комп'ютерні технології і мехатроніка» Харків: ХНАДУ, 28 травня 2020 р. – С. 421 -424.

## ДОДАТОК А

**«МЕТОД СКАЛЯРИЗАЦІЇ ВЕКТОРНОГО  
КРИТЕРІЮ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ  
ЗАДАЧІ ТРАНСПОРТНОГО ТИПУ НА  
ОСНОВІ БЛОКОВОЇ НОРМАЛІЗАЦІЇ»**

Ілюстративний матеріал до дипломної роботи

**магістра**

Спеціальність: 121 – Інженерія програмного забезпечення

Освітня програма: Інженерія програмного забезпечення

ХАІ.603.667П1.121.667П1.20В

Виконавець: студент гр. 667п1 Подолька В.О.  
(№ групи) (прізвище, ініціали.)

---

(підпис, дата.)

Керівник \_\_\_\_\_ доцент Кіріленко О.Г. \_\_\_\_\_  
(посада, прізвище, ініціали)

---

(підпис, дата)

Харків – 2020