

УДК 623.46.001:621.532

В.В. КУЛАЛАЕВ, А.В. КУЛАЛАЕВ

Национальный аэрокосмический университет им Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

ПРИМЕНЕНИЕ ФУНКЦИИ ЛАМБЕРТА W В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ПРОТИВОДЕЙСТВИЯ ОПТИЧЕСКИМ СИСТЕМАМ САМОНАВЕДЕНИЯ

Представлено описание функции Ламберта (Lambert W) $W(z)$ в решении некоторых задач противодействия оптическим системам самонаведения (ОСС) на примере оптических головок самонаведения (ОГС) переносных зенитных ракетных комплексов (ПЗРК) для защиты летательных аппаратов гражданского назначения от самонаводящегося оружия. Определены качественные показатели снижения эффективности оптических систем самонаведения за счет облучения их специально организованными оптическими помехами, генерируемыми устройством противодействия (УП). Представлена модель срыва процесса автоматического самонаведения.

оптика, самонаведение, функция Ламберта, помеха, срыв

Попытка сбить израильский авиалайнер в Кении, ПЗРК «Стингер» в 2002 году, ясно продемонстрировала какую опасность представляют ракеты такого класса, когда они в руках международных террористов [1, 2]. Поэтому разработка средств инфракрасного противодействия признана одной из приоритетных и актуальных научных проблем XXI века [3]. Отметим, что только на выдачу рекомендаций Конгрессу и разработку программ противодействия ПЗРК с ОГС, бюджет США выделил более 122 млн. долларов на 2003–2005 гг. [5]. Работы данного научного направления ведутся с середины 60-х годов XX века, но до сих пор проблема далека от разрешения [3, 4]. В СССР программы данного научного направления велись по решениям Правительства. Авторы в Украине с 1991 года проводят исследования проблемы по собственной инициативе, при поддержке негосударственных структур. По мнению зарубежных специалистов «эта технология не относится к числу сверхсекретных» [4], однако данные работы проводятся в условиях коммерческой конкуренции. Обзор по проблеме можно найти в работах [2, 6].

Цель данной работы является теоретическое исследование количественных параметров про-

странственного взаимодействия помеховых, специально организованных, оптических сигналов УП и оптико-электронной системы ОГС зенитных управляемых ракет (ЗУР), с применением функции Ламберта W . Расчет количественных показателей снижения эффективности оптических систем самонаведения. Оптическая система автоматического самонаведения является системой замкнутого контура автоматического регулирования (контур замыкается по пространственному кинематическому звену обратной связи) [8, 9].

Схема замкнутой системы автоматического самонаведения ЗУР с ОГС представлена на рис. 1.

Определение времени воздействия оптической пространственно-модулированной помехи УП $\Delta\tau_{\Pi}$ – является важной задачей теоретических исследований процесса срыва самонаведения ОГС ЗУР, так как ее решение позволяет оценить вид закона модуляции оптической помехи $F_{\Pi}(*, \tau)$, выявить ее частотные $f_{\Pi}(\tau)$ и импульсные характеристики $\Delta\tau_{\text{им}}$.

При воздействии помехового оптического сигнала УП процесс самонаведения может быть описан уравнением, полученным из соотношения

$$\frac{d\varphi^{\Pi}}{d\tau} = \omega_{\text{пр}}^{\Pi}(\tau) - \omega_{\text{л}}(\tau), \quad (1)$$

где $\varphi^{\Pi} = \varphi \cdot K_{\text{срв}}$; $\omega_{\text{пр}}^{\Pi}$ – угловая скорость прецессии полярной оси гироскопа ОГС; индекс "П" – помеховые параметры.

С учетом введения критерия срыва процесса самонаведения $K_{\text{срв}}$, который определяет мощностные и временные критические параметры организованных помех УП, при срыве процесса самонаведения, соотношение (1) принимает вид

$$K_{\text{срв}} \frac{d\varphi}{d\tau} = \omega_{\text{пр}}^{\Pi}(\tau) - \omega_{\text{л}}(\tau), \quad (2)$$

где $\omega_{\text{л}}(\tau) = \omega_{\text{ц}}(\tau)$ – угловая скорость цели в координаторной системе координат (КСК), относительно стабилизированной линии плоскости предметов; φ, φ^{Π} – углы рассогласования цели в плоскости предметов, определяемые оптической головкой самонаведения без помехи и с помехой "П" соответственно.

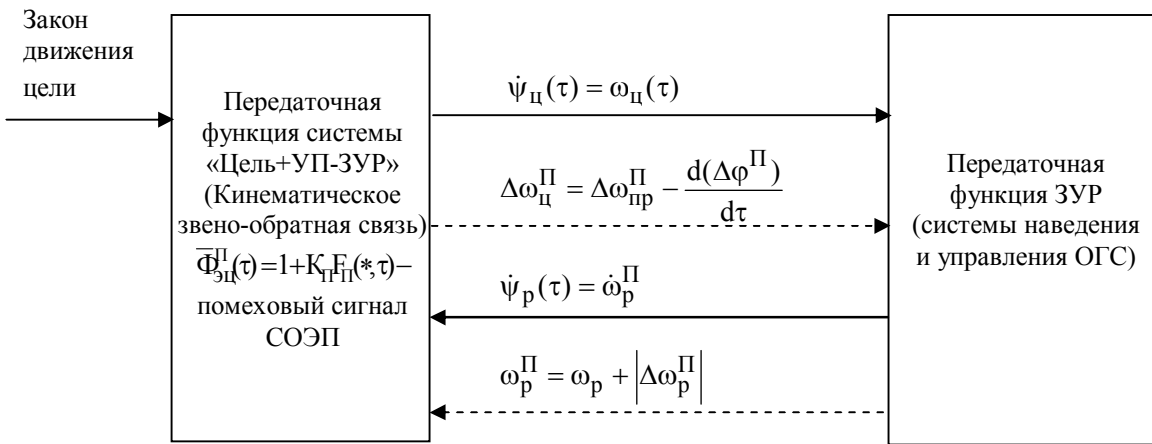


Рис. 1. Схема замкнутой системы автоматического самонаведения ЗУР: φ – угол рассогласования цели; $\Delta\varphi^{\Pi}$ – помеховая составляющая угла рассогласования цели; индекс "П" – помеховые составляющие; $\dot{\psi}_{\text{ц}} = \omega_{\text{ц}}$ – относительная угловая скорость цели, пространственно совмещенной с УП; $\dot{\psi}_{\text{р}} = \dot{\omega}_{\text{р}}$ – угловая скорость поворота вектора скорости ЗУР, под воздействием управляющих сигналов оптико-электронного блока ОГС; $\overline{\Phi}_{\text{ЭЦ}}^{\Pi}(\tau)$ – организованный помеховый оптический сигнал УП; $K_{\text{П}} = \Phi_{\text{ЭП}} / \Phi_{\text{ЭЦ}} > 1,0$ – коэффициент интенсивности излучения помехи УП; $\Phi_{\text{ЭП}}, \Phi_{\text{ЭЦ}}$ – потоки излучения помехи и цели (объекта самонаведения) соответственно; $F(*, \tau)$ – закон пространственной организации помехового излучения УП; $*$ = x, y, z – координаты; τ – время

Выделяя помеховую составляющую угла рассогласования цели, в случае «точного» самонаведения ОГС, получаем

$$\begin{aligned} \frac{d(\varphi + \Delta\varphi^{\Pi})}{d\tau} &= \\ &= \omega_{\text{пр}}(\tau) + \Delta\omega_{\text{пр}}^{\Pi}(\tau) - (\omega_{\text{ц}}(\tau) + \Delta\omega_{\text{ц}}^{\Pi}(\tau)) \end{aligned} \quad (3)$$

и далее, учитывая, что в инерционной системе координат (ИСК) $\Delta\omega_{\text{ц}}^{\Pi} = 0$, имеем

$$\frac{d(\Delta\varphi^{\Pi})}{d\tau} = \Delta\omega_{\text{пр}}^{\Pi}(\tau),$$

где погрешность прецессии полярной оси гироскопа

$\Delta\omega_{\text{пр}}^{\Pi}(\tau)$ определена формулой [9]:

$$\Delta\omega_{\text{пр}}^{\Pi}(\tau) = \frac{\Delta\varphi^{\Pi}(\tau)}{\tau_{\Gamma}}, \quad (4)$$

где τ_{Γ} – постоянная времени ЭБ ОГС. Таким образом, можно получить дифференциальное уравнение

с разделяющимися переменными

$$\frac{d(\Delta\varphi^{\Pi})}{d\tau} = \frac{\Delta\varphi^{\Pi}}{\tau_{\Gamma}}. \quad (5)$$

После интегрирования уравнения (5) в пределах изменения $\Delta\varphi^{\Pi} \in [\xi_0; \Delta\varphi^{\Pi}]$ и $\tau \in [\tau_{\Pi}; \tau^{срв}]$, учитывая, что $\Delta\tau_{\Pi} = \tau^{срв} - \tau_{\Pi}$, получаем

$$\ln \left| \frac{\Delta\varphi^{\Pi}}{\xi_0} \right| = \frac{\Delta\tau_{\Pi}}{\tau_{\Gamma}}, \quad (6)$$

где ξ_0 – паспортная точность определения угла рассогласования ОГС ЗУР определенного типа.

Величину помеховой составляющей угла рассогласования цели находим из определения, введенного нами критерия срыва $K_{срв}$ по формуле

$$\begin{aligned} K_{срв} &= \frac{\varphi_{\Pi}^{\Pi}}{\varphi_{\Pi}} = \frac{\varphi_{\Pi} + \Delta\varphi^{\Pi}}{\varphi_{\Pi}} = \\ &= 1 + \frac{\Delta\varphi^{\Pi}}{\varphi_{\Pi}} = 1 + \frac{\tau_{\Gamma}}{\Delta\tau_{\Pi}} K_{\Pi}, \end{aligned}$$

откуда

$$\Delta\varphi^{\Pi} = \varphi_{\Pi} (K_{срв} - 1) = \varphi_{\Pi} \frac{\tau_{\Gamma}}{\Delta\tau_{\Pi}} K_{\Pi}, \quad (7)$$

при $F_{\Pi}(*, \tau) = 1,0$.

После решения дифференциального уравнения (1) автоматического самонаведения [9], с учетом формулы (7), имеем

$$\Delta\varphi^{\Pi} = \frac{\tau_{\Gamma}}{\Delta\tau_{\Pi}} K_{\Pi} \left[\tau_{\Gamma} \omega_0 \left(1 - \exp \left\{ - \frac{\tau}{K_{срв} \tau_{\Gamma}} \right\} \right) \right], \quad (8)$$

где ω_0 – паспортное значение угловой скорости цели при «захвате» ОГС.

Подставляя значение $\Delta\varphi^{\Pi}$, найденное из соотношений (6) – (8), получаем

$$\frac{\Delta\tau_{\Pi}}{\tau_{\Gamma}} = \ln \left\{ \frac{1}{\frac{\Delta\tau_{\Pi}}{\tau_{\Gamma}}} K_{\Pi} \frac{\tau_{\Gamma} \omega_0}{\xi_0} \left(1 - \exp \left\{ - \frac{\tau}{\tau_{\Gamma}} \right\} \right) \right\}. \quad (9)$$

После преобразования выражение (9) принимает вид

$$\overline{\Delta\tau_{\Pi}} = \ln \left[\frac{1}{\frac{\Delta\tau_{\Pi}}{\tau_{\Gamma}}} K_{\Pi} \beta(\tau) \right], \quad (10)$$

где $\overline{\Delta\tau_{\Pi}} = \Delta\tau_{\Pi} / \tau$ – приведенная дискретность сигналов УП;

$$\beta(\tau) = \frac{\omega_0 \tau_{\Gamma}}{\xi_0} \left(1 - \exp \left\{ - \frac{\tau}{\tau_{\Gamma}} \right\} \right).$$

Соотношение (10) легко преобразуется к виду

$$\overline{\Delta\tau_{\Pi}} e^{\overline{\Delta\tau_{\Pi}}} = K_{\Pi} \cdot \beta(\tau). \quad (11)$$

Выражение (11) определяет функцию, которая с начала 80-х годов XX века получила свое наименование – функция Ламберта W. Эта функция отвечает всем критериям, определяющим свойства функции известного класса [7]. Данная функция (11) была названа в честь И.Г. Ламберта, который еще в XVIII веке предсказал ее определение, хотя и не дал ее формулировку [10]. Функция Lambert W (Ламберта) удовлетворяет следующему уравнению

$$W e^W = Z,$$

где Z – в общем виде комплексное число, которое определяет многозначность W.

Обычно эту функцию применяют, когда решение будет выражено действительным числом. Таким образом, когда Z – действительное число, уравнение (11) может иметь два действительных решения:

$$W_0(z); W_{-1}(z),$$

или может иметь только одно действительное решение, второе будет комплексным [7].

В настоящее время функция Lambert W известна стандартным процедурам программ Mathematica (функция Ламберта обозначена как Product Log и Maple). Использование функции Lambert W в решениях задачи настоящего исследования позволяет легко получить численные значения и графики параметров, определяющих эффективность помеховых сигналов устройств противодействия ОГС зенитных управляемых ракет.

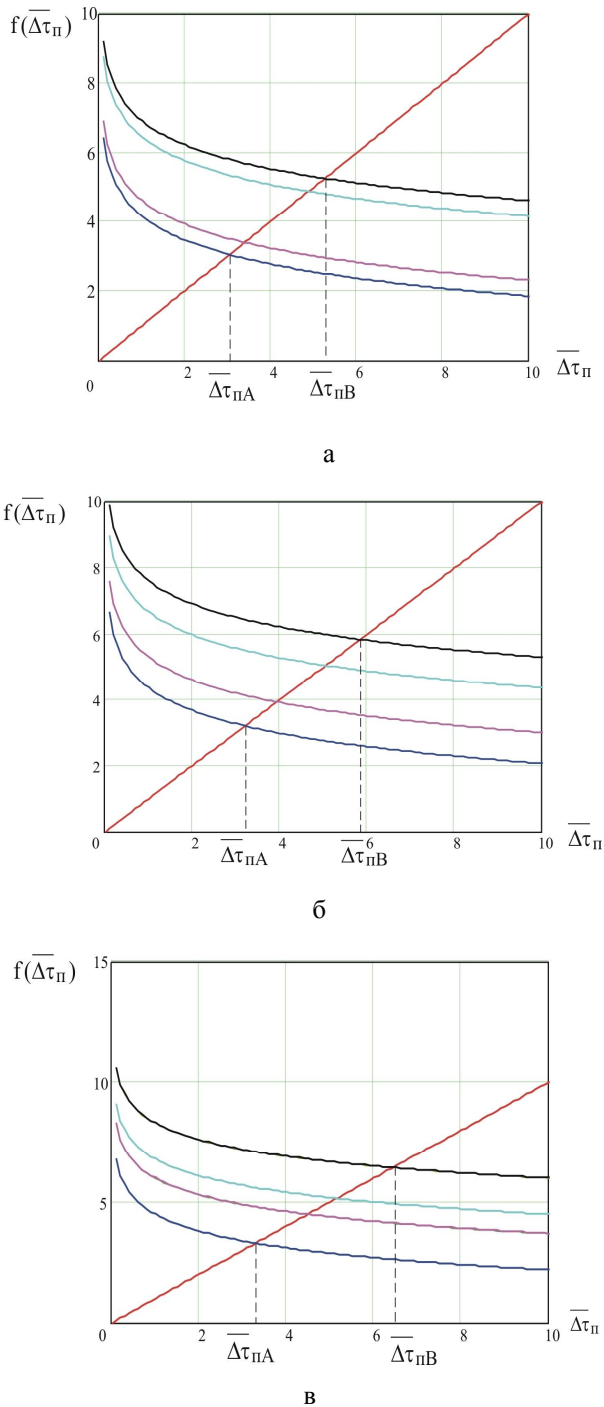


Рис. 2. Изменения приведенного времени воздействия оптического помехового специально организованного излучения УП от параметров, определяющих эффективность противодействия ОГС: а – $\tau_{\Gamma} = 0,1$ с; б – $\tau_{\Gamma} = 0,2$ с; в – $\tau_{\Gamma} = 0,4$ с (нижние линии, на графиках относятся к расчетам при $\tau = 0$; $K_{\Pi} = 0$, а верхние – $\tau = \infty$; $K_{\Pi} = 10$)

Так как в нашем случае в правой части зависимости (11) находится функция, определяющая непрерывный процесс автоматического самонаведения ОГС ЗУР, который управляется бортовой элек-

тронной вычислительной машиной (БЭВМ), работающей в дискретном режиме с тактовой частотой (ЭБ ОГС) (50 – 500) Гц, то дискретность определяется масштабом времени ($2 \cdot 10^{-2} - 2 \cdot 10^{-3}$) с [11].

В этом случае функцию W можно применить в масштабе дискретного времени работы БЭВМ ОГС ЗУР. Решение уравнения (11) легко реализуется графическим способом, представленным в виде графиков на рис. 2, со стандартным программным обеспечением.

Расчеты проведены в широком диапазоне изменения параметров, определяющих тактическую эффективность УП.

$K_{\Pi} \in [0; 10]$; $\tau_{\Gamma} \in [0, 1; 0, 5]$; $\tau \in [0; \infty]$ – реальный масштаб времени при заданных характеристиках ОГС ЗУР, таких как: ω_0 – паспортная угловая скорость захвата цели координатором ОГС, ξ_0 – паспортная точность определения угла рассогласования цели оптической системой самонаведения, взятых с открытых источников [9].

Анализ исследований функции Ламберта W , рассчитанной для условий поставленной задачи, в виде графиков на рис. 2, приводит к следующим **выводам**:

– несколько неожиданным результатом оказался полученный интервал изменения величины $\overline{\Delta\tau_{\Pi}} \in [A; B]$ для широкого спектра исходных данных УП, указанных выше:

$$\overline{\Delta\tau_{\Pi(A)}} \cong 3,0; \overline{\Delta\tau_{\Pi(B)}} \cong 6,3;$$

– полученные значения $\overline{\Delta\tau_{\Pi(A-B)}}$ позволяют оценить изменения критерия срыва $K_{срв}$ в зависимости от величины коэффициента K_{Π} при известных характеристиках ОГС зенитной управляемой ракеты – τ_{Γ} – постоянной времени ЭБ системы управления ЗУР.

Изменения $K_{срв}$ в зависимости от $K_{П}$ показаны на графиках рис. 3.

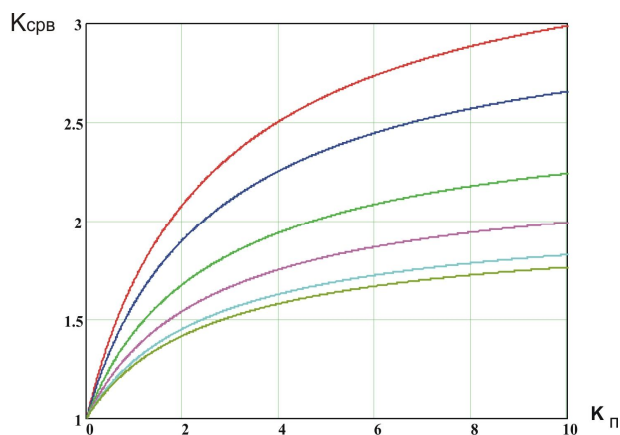


Рис. 3. Зависимость $K_{срв}$ от коэффициента интенсивности излучения помехового сигнала УП $K_{П}$, здесь линии сверху вниз соответствуют расчетам $\overline{\Delta\tau_{П}} = 3; 3,5; 4; 5; 6; 6,3$

На графиках рис. 3 видно, что с ростом энергии излучения УП (рост $K_{П}$) $\frac{dK_{срв}}{dK_{П}} \rightarrow 0$ и нет необходимости с определенного значения $K_{П}$ увеличивать интенсивность помехового сигнала УП.

Этот вывод оказывает сильное влияние на решение вопроса о добавочной бортовой энергии объекта защиты для питания индивидуального устройства противодействия;

– по полученным данным можно рассчитать значение времени воздействия помехи устройства противодействия на оптическую головку самонаведения зенитной управляемой ракеты в зависимости от исходных параметров систем;

– результаты работы могут быть использованы при разработке устройств противодействия для защиты объектов различного базирования от зенитных управляемых ракет с оптическими головками самонаведения.

Литература

1. Семенов А. Защита гражданских самолетов от зенитных ракет // Заруб. воен. обозрение. – 2002. – № 12. – С. 35 – 39.
2. Кулалаев В.В., Кулалаев А.В., Науменко П.О. Состояние и перспективы разработок системы защиты самолетов гражданской авиации от террористических пусков ракет с тепловыми головками самонаведения // Авіаційно-космічна техніка і технологія. – Х.: НАКУ „ХАІ”. – 2003. – Вип. 40/5. – С. 13 – 18.
3. Ховард Б. 20 технологий будущего // PC Magazine/RE. – 2003. – № 11. – С. 3 – 7.
4. Ноулз Д. Средства инфракрасного противодействия // PC Magazine/RE. – 2003. – № 11.
5. [Http://usinfo.State.gov/com](http://usinfo.State.gov/com).
6. Ольгин С. Проблемы оптоэлектронного противодействия (по взглядам зарубежных военных специалистов) // Заруб. воен. обозрение. – 2002. – № 9. – С. 35 – 40.
7. Сергеев С.А., Спиридонов Ф.Ф. Применение функции Ламберта W в решении задачи теплопроводности. – Бийск: БТИ, 2003. – 5 с.
8. Заикин В.В. Самонаведение: Учебное пособие. – М.: САЙНС-ПРЕСС, 2002. – 80 с.
9. Лазарев Л.П. Инфракрасные и световые приборы самонаведения и наведения летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1976. – 568 с.
10. Valluri S.R., Jeffrey D.I., Corless R.M. Some applications of the Lambert W function to physics // Canadian J. Physics. – 2000. – Vol. 78. – P. 823 – 831.
11. Проектирование зенитных управляемых ракет / Под ред И.С. Голубева и В.Г. Светлова. – М: МАИ, 1999. – 727 с.

Поступила в редакцию 07.04.2004

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.И. Карпенко, Харьковский военный университет, Харьков.