

УДК 621.438.4+62-157

Г.П. ДИКИЙ, Д.А. ДОЛМАТОВ, С.В. ЕПИФАНОВ

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

РАСЧЕТ ПЛОСКОГО ТЕЧЕНИЯ ГАЗА В СТУПЕНИ ТАНГЕНЦИАЛЬНОЙ ТУРБИНЫ

Приведена методика расчета плоского течения газа в проточной части тангенциальной турбины с разделительными лопатками. Проведен анализ работы тангенциальной турбины, предложена методика расчета ступени турбины, применимая к широкому спектру начальных условий и геометрических размеров устройства. Выявлены основные закономерности газодинамического процесса, позволяющие рассчитать характеристики турбины при заданных условиях. Предложены методы решения некоторых задач нестационарной газовой динамики, а также широкого спектра прикладных задач.

тангенциальная турбина, нестационарный режим, эжекторный режим, длина восстановления, пограничный слой, КПД, осреднение по времени, диаметр горла, распределение скоростей

Важное направление совершенствования газотурбинных двигателей авиационного и наземного применения связано с поиском и использованием новых конструктивных решений, обеспечивающих интенсификацию рабочего процесса, уменьшение массы, габаритов, стоимости и повышение надежности. Одним из таких перспективных решений можно рассматривать тангенциальную турбину с разделительными лопатками [1]. Указанная турбина (рис. 1) состоит из ротора 1 с рабочими органами 2, профилированного корпуса 4 и разделительных лопаток 3. Течение газа осуществляется в окружном направлении, а основное окружное усилие на роторе создается во время движения рабочего органа под разделительной лопаткой за счет разности давлений газа в левой и правой полостях подлопаточного канала.

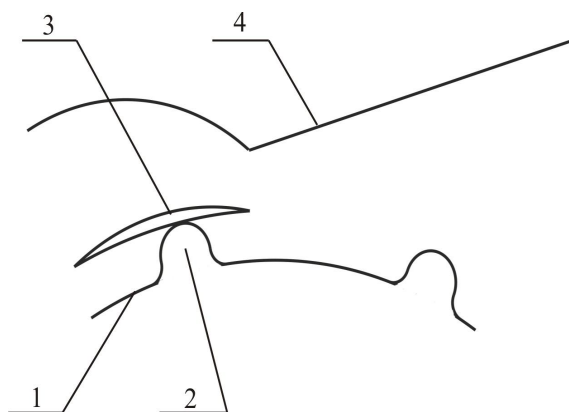


Рис. 1. Схема ступени тангенциальной турбины

Выполненные авторами предварительные расчеты показали [2], что работа турбины с высокой эффективностью может быть обеспечена при значениях частоты вращения ротора, которые намного меньше, чем в осевых и радиальных турбинах с аналогичными параметрами. Наряду с простотой конструкции, эта особенность делает данную схему перспективной для применения в качестве свободной турбины турбовального двигателя. Для авиационного вертолетного или турбовинтового двигателя это позволит использовать редуктор с меньшим передаточным числом, а в ряде случаев – применить безредукторную схему.

Для обоснования состоятельности данной перспективы необходим сравнительный анализ характеристик осевой и тангенциальной турбин при одинаковой мощности и степени понижения давления. Используемая авторами [2] методика расчета не может быть использована для такого анализа, так как основана на одномерном приближении и обеспечивает лишь иллюстрацию работоспособности, а погрешности расчета соизмеримы с уровнем отличий между указанными вариантами.

Задачей данной работы является формирование методики расчета параметров рабочего процесса тангенциальной турбины с целью определения и анализа ее характеристик.

Рассматривая приведенную на рис. 1 схему при различных положениях ротора, можно выделить четыре характерных участка (режима) работы тангенциальной турбины:

1) режим входа: рабочий орган находится слева от разделительной лопатки, и при его движении изменяется сечение входа во внутренний канал;

2) квазипоршневой режим: рабочий орган движется вдоль лопатки, зазор между ними минимален;

3) режим выхода: рабочий орган находится справа от лопатки, и при его движении изменяется сечение выхода из внутреннего канала;

4) эжекторный режим: рабочий орган удален от лопатки; поток, вытекающий из надлопаточного канала, оказывает эжектирующее воздействие на поток, вытекающий из подлопаточного канала.

Примем следующие допущения:

- 1) течение газа неразрывно;
- 2) начальные условия постоянны;
- 3) частота вращения ротора турбины постоянна и не зависит от возмущающей силы в эжекторном режиме;
- 4) силы вязкого трения между слоями потока газа в квазипоршневом и прочих режимах постоянны;
- 5) массовая центростремительная сила не влияет на силу вязкого пристеночного трения, действующую на рабочий орган.

Для выполнения расчета плоского течения газа необходим предварительный расчет распределения параметров потока в радиальном направлении.

Запишем основные уравнения стационарного течения газа по круговой траектории:

$$U(r) = 2\pi v_{\text{ротора}} r; \quad (1)$$

$$a_{\text{ЦС}}(r) = 4\pi^2 v_{\text{ротора}}^2 r, \quad (2)$$

где $U(r)$ – линейная скорость вращения ротора турбины; $a_{\text{ЦС}}(r)$ – центростремительное ускорение, действующее на конечный объем газа.

Частоту вращения ротора примем постоянной и равной 92 Гц, т.е. соответствующей расчетному режиму проектировавшейся ранее линейной модели [2]. Законы распределения параметров газа в радиальном направлении найдем, используя уравнение равновесия [3] для бесконечно малого объема газа (элемента тонкого слоя):

$$R_{\text{давления}}(r + dr) = R_{\text{давления}}(r) + a_{\text{ЦС}}(r) dm. \quad (3)$$

Считая, что давление газа в подлопаточном канале при квазипоршневом режиме работы постоянно по длине канала, можно записать:

$$r dp + p dr = 4\pi^2 v_{\text{ротора}}^2 r^2 \rho dr. \quad (4)$$

Решая данное дифференциальное уравнение, получим закон распределения давления по радиусу:

$$p(r) = \frac{p_{\text{эж0}} \Gamma_{\text{осн}} - \frac{4}{3} \pi^2 \rho v_{\text{ротора}}^2 \Gamma_{\text{осн}}^3}{r} + \frac{4}{3} \pi^2 \rho v_{\text{ротора}}^2 r^2, \quad (5)$$

где $p_{\text{эж0}}$ – давление на входе в подлопаточный канал; $\Gamma_{\text{осн}}$ – радиус основания рабочего органа.

Для упрощения вычислений принято допущение о постоянстве плотности в радиальном направлении подлопаточного канала:

$$\frac{\partial \rho}{\partial r} = 0. \quad (6)$$

Подставив (5) в уравнение состояния идеального газа, получим распределение температуры

$$T(r) = \frac{p(r)}{\rho_{\text{эж0}} R_{\text{газа}}}. \quad (7)$$

Для определения мощности в квазипоршневом режиме необходимо учесть изменение расхода газа через подлопаточный канал по сравнению с линейной моделью:

$$G_{\text{эж0}} = \rho_{\text{эж0}} b \int_{\Gamma_{\text{осн}}}^{\Gamma_{\text{осн}} + h} (W_{\text{эж0}} + 2\pi v_{\text{ротора}} r) dr; \quad (8)$$

$$G_{\text{эж}} = \rho_{\text{эж}} b \int_{\Gamma_{\text{осн}}}^{\Gamma_{\text{осн}} + h} (W_{\text{эж}} + 2\pi v_{\text{ротора}} r) dr, \quad (9)$$

где значения относительных скоростей $W_{\text{эж}0}$ и $W_{\text{эж}}$ берутся из расчета линейной модели, т.к. законом распределения скоростей газа по радиусу в относительном движении можно пренебречь.

Поскольку давление газа изменяется в зависимости от ординаты, использование уравнения энергии в проекции на направление движения является некорректным. Для определения силы, действующей на рабочий орган, и полезной мощности квазипоршневого режима необходимо записать двумерные интегральные соотношения для конечных объемов сплошной среды.

Для частоты вращения ротора 92 Гц по приведенной ниже формуле (12) можно получить зависимость мощности квазипоршневого режима от приведенной скорости на выходе из надлопаточного канала. Отметим, что поле скоростей на вы-

$$\begin{aligned}
 N_{\text{КВП}} = & \int_{r_{\text{осн}}}^{r_{\text{осн}}+h} p_{\text{эж}0}(r) (W_{\text{эж}0} + 2\pi v_{\text{ротора}} r) b \, dr - \\
 & - \int_{r_{\text{осн}}}^{r_{\text{осн}}+h} \rho_{\text{эж}} \left(C_V T_{\text{эж}}(r) + \frac{(W_{\text{эж}} + 2\pi v_{\text{ротора}} r)^2}{2} \right) (W_{\text{эж}} + 2\pi v_{\text{ротора}} r) b \, dr + \\
 & + \int_{r_{\text{осн}}}^{r_{\text{осн}}+h} \rho_{\text{эж}0} \left(C_V T_{\text{эж}0}(r) + \frac{(W_{\text{эж}0} + 2\pi v_{\text{ротора}} r)^2}{2} \right) (W_{\text{эж}0} + 2\pi v_{\text{ротора}} r) b \, dr - \\
 & - \int_{r_{\text{осн}}}^{r_{\text{осн}}+h} p_{\text{эж}}(r) (W_{\text{эж}} + 2\pi v_{\text{ротора}} r) b \, dr.
 \end{aligned} \tag{12}$$

Как следует из формулы (11), давление в подлопаточном канале меньше, чем давление на срезе надлопаточного канала. Давление на входе в подлопаточный канал, напротив, увеличивается с ростом ординаты. Данный факт обусловлен тем, что для сечения входа в подлопаточный канал фактором, определяющим граничные условия, является давление газа на входе в турбину, а для сечения выхода – давление газа на срезе надлопаточного канала. После подстановки выражения (11) в формулу (12) получим значение мощности ступени в квазипоршневом режиме как функцию

ходе из надлопаточного канала совпадает с аналогичным полем скоростей из расчета линейной модели, так как в надлопаточном канале распределение скоростей не определяется влиянием центростремительной силы. Таким образом, скорость истечения из надлопаточного канала постоянна по радиусу и определяется только геометрией канала. Исходя из условия действия массовой силы на поток газа на срезе подлопаточного канала, можно установить закон распределения давления $p_{\text{эж}}(r)$:

$$p_{\text{эж}}(r_{\text{осн}} + h) = p_{\text{акт}}; \tag{10}$$

$$\begin{aligned}
 p_{\text{эж}r} = & \frac{p_{\text{акт}}(r_{\text{осн}} + h)}{r} + \frac{4\pi^2 \rho v_{\text{ротора}}^2 r^2}{3} - \\
 & - \frac{4}{3} \pi^2 \rho v_{\text{ротора}}^2 \frac{(r_{\text{осн}} + h)^3}{r};
 \end{aligned} \tag{11}$$

приведенной скорости на выходе из надлопаточного канала (рис. 2).

После вычисления параметров газа в подлопаточном канале можно перейти к определению геометрических размеров надлопаточного канала и расчету пограничных слоев в нем. Необходимо учесть, что инерционные силы действуют на поток газа в надлопаточном канале так же, как и в подлопаточном канале, и записать уравнения пограничного слоя на криволинейной стенке в цилиндрической системе координат с учетом центростремительной силы. В остальном расчет по-

граничного слоя идентичен расчету с использованием линейной модели [2].

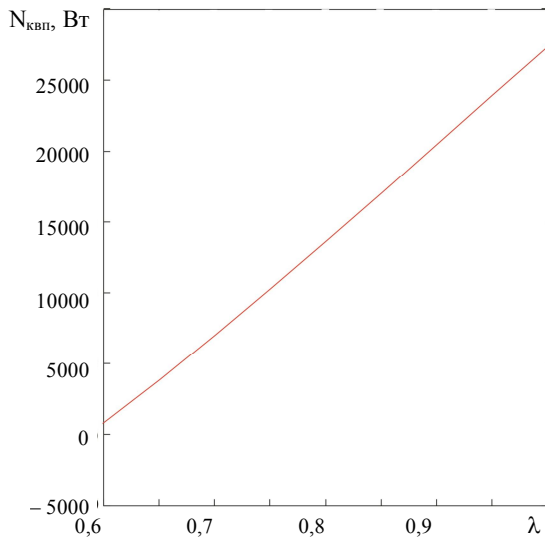


Рис. 2. Зависимость мощности ступени в квазипоршневом режиме от приведенной скорости

После вычисления параметров газа в подлопаточном канале можно перейти к определению геометрических размеров надлопаточного канала и расчету пограничных слоев в нем. Необходимо учесть, что инерционные силы действуют на поток газа в надлопаточном канале так же, как и в подлопаточном канале, и записать уравнения пограничного слоя на криволинейной стенке в цилиндрической системе координат с учетом центростремительной силы. В остальном расчет пограничного слоя идентичен расчету с использованием линейной модели [2].

В левом секторе подлопаточного канала принудительное распределение скоростей вызывает возникновение вязкого внутреннего трения между слоями потока. Трение приводит к диссипации энергии, что оказывает влияние на КПД режима и турбины в целом. Для определения параметров потока в подлопаточном канале необходимо записать уравнение движения применительно к переменному объему газа, учитывая, что поток на входе в турбину не испытывает влияния движения рабочего органа. Однако рассмотрение процесса диссипации энергии

превращает процесс в квазипоршневом режиме в нестационарный и существенно затрудняет дальнейшие вычисления, поэтому в данной статье алгоритм расчета параметров газа в левом секторе не приводится. Отметим, что диссипация энергии, согласно выполненным оценочным расчетам, приводит к снижению КПД квазипоршневого режима на 0,3 – 1,2%, в зависимости от частоты вращения ротора.

После расчета квазипоршневого режима работы турбины выполняется расчет эжекторного режима. С учетом вращения ротора, поле скоростей на выходе из квазипоршневого режима будет иметь вид, представленный на рис. 3, а.

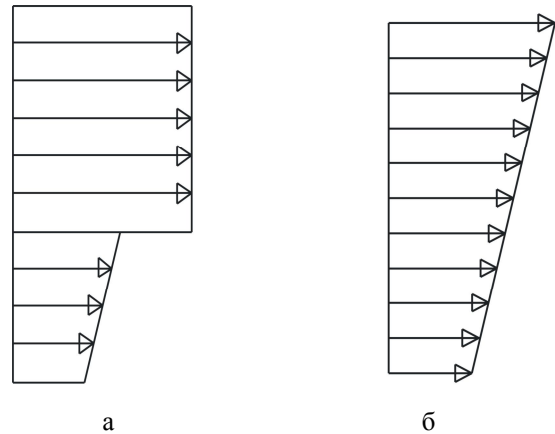


Рис. 3. Поле скоростей в эжекторном секторе: а – до восстановления; б – после восстановления

Очевидно, для определения характеристик эжекторного режима необходимо провести расчет угловой протяженности зоны, в которой происходит восстановление монотонного характера радиального распределения скорости потока. Уравнение для определения величины $L_{\text{восст}}$, применяемое в линейной модели [2], следует видоизменить с учетом распределения окружных скоростей по радиусу. Выражение, определяющее силу вязкого трения, будет выглядеть следующим образом:

$$R_{\text{трения}} = \mu_{\text{тр}} \frac{\partial C}{\partial r} b \varphi_{\text{восст}} (r_{\text{осн}} + h), \quad (13)$$

где $\varphi_{\text{восст}}$ – угол между двумя радиусами, ограничивающими участок восстановления.

Поле скоростей после восстановления представлено на рис. 3, б.

Для определения протяженности зоны восстановления следует воспользоваться законом сохранения энергии [4]:

$$\begin{aligned} G_{\text{эж}} C_p (T_2^* - T_{\text{эж}}^*) &= \\ &= \int_0^{\varphi_{\text{эж}}} \mu_{\text{тр}} \frac{\partial C}{\partial r} b(r_{\text{осн}} + h) C_{\text{разд}} d\varphi. \end{aligned} \quad (14)$$

Определив температуру T_2^* из уравнения сохранения энергии, записанного совместно для двух потоков:

$$T_2^* = \frac{G_{\text{эж}} T_{\text{эж}}^* + G_{\text{акт}} T_{\text{акт}}^*}{G_{\text{эж}} + G_{\text{акт}}}, \quad (15)$$

получим выражение для определения угла восстановления, используемого при моделировании плоского течения газа вместо $L_{\text{восст}}$:

$$\varphi_{\text{восст}} = \frac{G_{\text{эж}} C_p (T_2^* - T_{\text{эж}}^*)}{2\pi v_{\text{ротора}} b \mu_{\text{тр}} (r_{\text{осн}} + h) C_{r_{\text{осн}} + h}}. \quad (16)$$

В выражение (16) подставлено значение производной скорости по радиусу, соответствующее установившемуся течению. Такая подстановка оправдана, т.к. на границе раздела потоков имеет место взаимодействие малых объемов газа, характеризующееся быстрым восстановлением поля однородности скоростей. Таким образом, в окрестности границы раздела потоков будет реализован закон распределения скоростей, соответствующий установившемуся движению газа, и производная $\frac{\partial C}{\partial r}$ будет постоянна на всем участке восстановления.

Для определения величины скорости $C_{r_{\text{осн}} + h}$ необходимо решить систему уравнений (17) – (22) и определить параметры потока газа после восстановления единого поля скоростей:

$$p(r) = \frac{\rho_{\text{гоос}} r_{\text{осн}} - \frac{4}{3} \pi^2 \rho_{\text{гоос}} v_{\text{ротора}}^2 r_{\text{осн}}^3}{r} + \quad (17)$$

$$+ \frac{4}{3} \pi^2 \rho_{\text{гоос}} v_{\text{ротора}}^2 r^2;$$

$$C(r) = C_{\text{гоос}} + 2\pi v_{\text{ротора}} (r - r_{\text{осн}}); \quad (18)$$

$$\int_{r_{\text{осн}}}^{r_{\text{статора}}} \rho(r) C(r) b dr = G_{\text{эж}} + G_{\text{акт}}; \quad (19)$$

$$T_2^* = T(r) + \frac{C^2(r)}{2C_p}; \quad (20)$$

$$p(r) = \rho(r) R_{\text{газа}} T(r); \quad (21)$$

$$\rho_{\text{гоос}} = \rho_{\text{эжгоос}}. \quad (22)$$

Решив данную систему уравнений, получим значение скорости $C_{\text{гоос}}$, после чего по формуле (18) определим $C_{\text{гоос} + h}$ и подставим его в уравнение (16). Полученная таким образом величина угла восстановления $\varphi_{\text{восст}}$ позволит определить момент начала непосредственно эжекторного режима и геометрические размеры сечения, соответствующего углу $\varphi_{\text{восст}}$. Дальнейший расчет эжекторного режима производится аналогично линейной модели [2] с учетом уравнений (1), (17) – (19) и (21). Параметры потока на входе в следующую ступень подчиняются тому же закону распределения, что и на входе в эжекторный режим.

Помимо ограничения по максимальной паразитной силе, эжекторный режим обуславливает необходимость профилирования лобовой стенки рабочего органа, исходя из условия недопущения отрыва погранслоя на подвижной стенке [4]. Расчет пограничного слоя на лобовой стенке рабочего органа производится с учетом распределения центростремительного ускорения (2) по толщине погранслоя. Математический аппарат подобного расчета достаточно сложен и выходит за рамки данной статьи. Отметим, что, согласно нашим

расчетам, максимально допустимый угол наклона касательной к поверхности рабочего органа растет с увеличением частоты вращения, и при частотах вращения больше 130 Гц длина основания рабочего органа превышает приведенную длину разделительной лопатки, что делает невозможным использование тангенциальной турбины с такой частотой вращения.

Переходные нестационарные режимы входа и выхода рассчитываются исходя из геометрии подлопаточного канала. При расчете диаметра проходного сечения или диаметра горла следует учитывать криволинейное движение рабочего органа, а также его профиль. Зададим форму поверхности рабочего органа следующим образом:

$$\rho(\varphi) = r_{\text{осн}} + \frac{h}{2} \left[\cos \left(\frac{2\varphi\pi}{\varphi_{\text{р.о}}} \right) + 1 \right], \quad (23)$$

где φ – угол отклонения радиуса текущей точки от вертикали; $\varphi_{\text{р.о}}$ – угол установки рабочего органа, т.е. угол между радиусами, проведенными через крайнюю левую и крайнюю правую точки рабочего органа.

Для тангенциальных турбин с соотношением $\frac{h_{\text{р.о}}}{r_{\text{осн}}}$ от 0,05 до 0,3 профиль, соответствующий закону (23), является наилучшим с газодинамической точки зрения.

Для турбин с $\frac{h_{\text{р.о}}}{r_{\text{осн}}} > 0,3$ следует использовать линейный или комбинированный профиль. Поскольку для описываемой в статье модели турбины

$$\frac{h_{\text{р.о}}}{r_{\text{осн}}} = 0,278,$$

использование при профилировании выражения (23) является оправданным. При этом текущая координата крайней левой точки лопатки определяется следующим образом:

$$x_{\text{Л}} = (r_{\text{осн}} + h) \sin \left(\frac{\varphi_{\text{р.о}}}{2} - 2\pi\nu_{\text{ротора}} t \right); \quad (24)$$

$$y_{\text{Л}} = (r_{\text{осн}} + h) \cos \left(\frac{\varphi_{\text{р.о}}}{2} - 2\pi\nu_{\text{ротора}} t \right). \quad (25)$$

Схема для определения диаметра горла приведена на рис. 4.

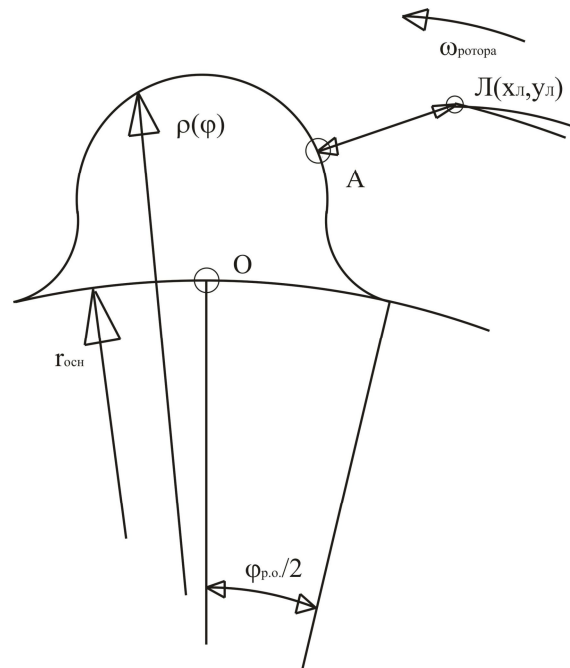


Рис. 4. Горло подлопаточного канала в режиме входа

Для упрощения расчетной схемы удобно рассматривать процесс в относительной системе координат, связанной с рабочим органом, т.е. при записи уравнений, связанных с законом движения рабочего органа, использовать систему координат, связанную с рабочим органом. При такой методике расчета точки на рабочем органе будут неподвижны, а точка «Л» – двигаться с угловой скоростью $\omega_{\text{ротора}}$.

Для определения координат точки «А» необходимо решить следующее уравнение:

$$y_{\text{Л}} - y_{\text{А}} = - \frac{x_{\text{Л}} - x_{\text{А}}}{\frac{\partial f(x)}{\partial x}}, \quad (26)$$

при условии наименьшего размера проходного се-

чения, определяемого выражением

$$D_{\Gamma} = \sqrt{(y_{\text{Л}} - y_{\text{А}})^2 + (x_{\text{Л}} - x_{\text{А}})^2}. \quad (27)$$

Данное уточнение связано с возможностью существования нескольких точек на поверхности рабочего органа, соответствующих условию, представленному уравнением (26).

В уравнении (26) $f(x)$ – функция, описывающая поверхность рабочего органа в декартовой системе координат, связанной с осью тангенциальной турбины.

Определив диаметр горла, следует рассчитать мощность ступени в режиме входа.

Алгоритм расчета по сравнению с линейной моделью изменяется с учетом инерционных сил. На объем газа, движущийся сквозь горло в подлопаточный канал, действует сила, обусловленная центробежным ускорением $a_{\text{ЦС}}$:

$$dR_{\text{м}} = 4\pi^2 v_{\text{ротора}}^2 r dm. \quad (28)$$

Учитывая, что вектор скорости меняет направление во время движения газа через канал, образуемый лопаткой и рабочим органом, можно записать уравнение сохранения энергии для переходного режима:

$$\begin{aligned} & \int_{r_{\text{осн}}}^{r_{\text{осн}}+h} \rho'_{\text{эж}} C'_{\text{эж}} T'^{*}_{\text{эж}} b dr - \int_0^{D_{\Gamma}} \rho_{\Gamma} C_{\Gamma} T_0^* b da = \\ & = \int_V a_{\text{ЦС}} \rho d\tau + \int_0^{D_{\Gamma}} p_{\Gamma} C_{\Gamma} b da + \\ & + \int_{r_{\text{осн}}}^{r_{\text{осн}}+h} p'_{\text{эж}} C'_{\text{эж}} b dr + R_{\text{р.о}} \vec{U}, \end{aligned} \quad (29)$$

где $R_{\text{р.о}}$ – сила реакции поверхности рабочего органа.

После расчета всех режимов работы ступени производится конечный расчет средней по времени мощности турбины и КПД:

$$\bar{N}_{\text{ступени}} = \frac{2\pi v_{\text{ротора}}}{\Phi_{\text{Л}} + \Phi_{\text{эж}}} \sum_{i=1}^6 \int_{t_{i-1}}^{t_i} N_i(t) dt; \quad (30)$$

$$\bar{\eta}_{\text{ступени}} = \frac{\bar{N}_{\text{ступени}}}{G_{\text{газа}} C_p (T_2^* - T_0^*)}. \quad (31)$$

В результате расчетов получено, что КПД ступени турбины при частоте вращения ротора 92 Гц равен 0,893.

Дальнейшее исследование тангенциальной турбины предполагает проведение экспериментов с полноразмерной и уменьшенной турбинами для сравнения теоретических и экспериментальных данных, более подробное моделирование пограничных слоев на криволинейных стенках в проточной части и уточнение характеристик турбины с учетом скорости распространения возмущений в газе.

Литература

1. А.с. № 1471673 СССР, А 02 С 3/00 1/34. Газовая турбина / Г.П. Дикий, В.А. Шкабура. Заявлено 08.07.87. Опубликовано 07.10.89, Бюлл. № 14 / Открытия. Изобретения. 1989.
2. Долматов Д.А., Епифанов С.В. Расчет одномерного течения газа в ступени тангенциальной турбины с разделительными лопатками // Вестник двигателестроения. – Запорожье. – 2004. – Вып. 2(5).
3. Седов Л.И. Механика сплошной среды. – М.: Наука, 1972. – 440 с.
4. Слеттери Дж.С. Теория переноса импульса, энергии и массы в сплошных средах. – М.: Энергия, 1978. – 364 с.

Поступила в редакцию 12.05.2004

Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.И. Долматов, Нац. аэрокосм. ун-т им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.