

УДК 621.525.24

Л.Г. БОЙКО¹, А.Е. ДЕМИН¹, Е.С. БАРЫШЕВА¹, К.В. ФЕСЕНКО¹,
Ю.С. БУХОЛДИН², В.Н. ДОВЖЕНКО²

¹ *Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина*

² *СКБ Турбокомпрессорных машин ОАО "Сумское НПО им. М.В. Фрунзе", Украина*

МЕТОД ПОВЕРОЧНОГО РАСЧЕТА ТЕЧЕНИЯ В ПРОТОЧНОЙ ЧАСТИ ЦЕНТРОБЕЖНОГО КОМПРЕССОРА И ЕГО АПРОБАЦИЯ

Представлен двумерный метод расчета течения в центробежном компрессоре. Приведены результаты численного исследования ступени центробежного компрессора с помощью программы поверочного расчета. Проведено сопоставление расчетных и экспериментальных данных, показано их удовлетворительное соответствие.

двумерный метод расчета, центробежный компрессор, функция тока

Введение

Широкое использование в практике проектирования современных методов поверочного расчета позволяет сократить объемы сложных и дорогостоящих экспериментальных работ, а также сроки создания изделий. Поэтому разработка таких методов расчета, обладающих необходимой для практики точностью, работающих в широком диапазоне режимов и построенных на экономичных численных алгоритмах является актуальной задачей.

В настоящее время наибольший объем расчетных работ при создании и доводке турбомашин выполняется с помощью двумерных методов расчета [1 – 2], которые предназначены для исследования структуры течения в проточной части в широком диапазоне режимов работы, определения суммарных характеристик и прогнозирования влияния на них предполагаемых конструктивных изменений.

Описание метода

Ниже представлен метод поверочного расчета осесимметричного течения в центробежных компрессорах, для создания которого использован подход, примененный в работе [1] для исследования

течения в осевых компрессорах. Область применения метода определена до- и трансзвуковыми (до $M = 1,4$) режимами течения.

В основу метода положено решение системы уравнений установившегося движения невязкого нетеплопроводного сжимаемого газа в системе координат, вращающейся равномерно с угловой скоростью $\vec{\omega}$. Для ее замыкания использовано уравнение состояния совершенного газа.

Решение задачи ищется в обобщенной криволинейной системе координат (ξ, η, φ) , что позволяет применить единый подход к рассмотрению течения в осевых, диагональных и центробежных компрессорах, а также упростить постановку граничных условий на ограничивающих поток поверхностях. Отображение расчетной области в физическом пространстве цилиндрических координат (x, r, φ) , рис. 1, на расчетную область в пространстве обобщенных координат (ξ, η, φ) , осуществлено таким образом, чтобы координатные оси ξ и η совпадали с границами области в физическом пространстве, а ось φ – с окружным направлением. При этом предусмотрена возможность разбиения исходной физической области в направлении оси ξ на подобласти с криволинейными границами (рис. 1, а), соответствующими гра-

ницам рабочего колеса, лопаточного и безлопаточного диффузоров, обратного направляющего аппарата и криволинейных каналов между ними.

После применения процедуры осреднения в окружном направлении получим уравнение неразрывности в виде:

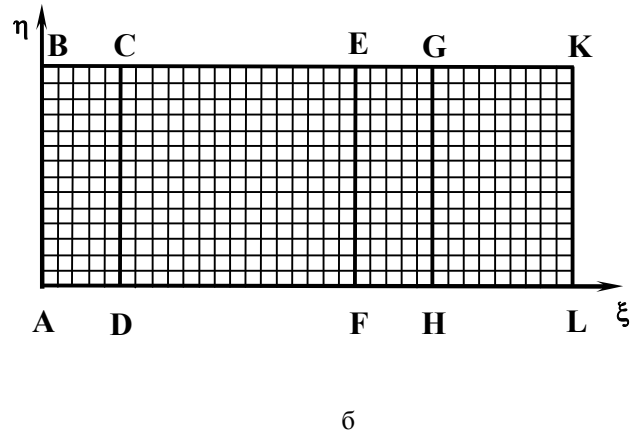
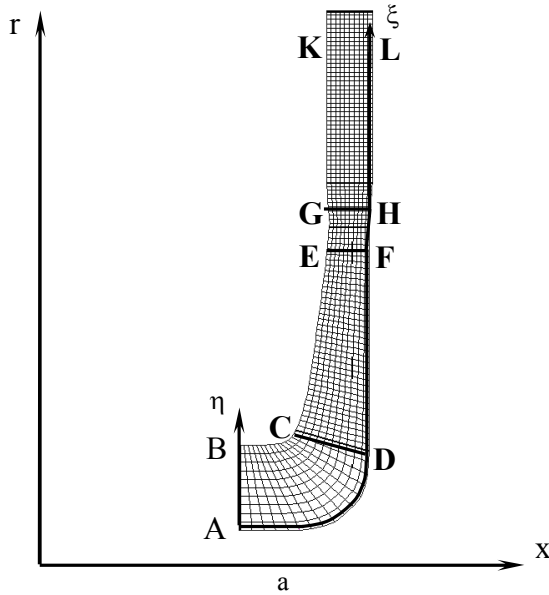


Рис. 1. Отображение расчетной области

$$\frac{\partial(\rho\chi w^\xi \sqrt{g})}{\partial \xi} + \frac{\partial(\rho\chi w^\eta \sqrt{g})}{\partial \eta} = 0,$$

где w^ξ, w^η – контравариантные компоненты вектора относительной скорости течения; χ – коэффициент загромождения проточной части лопаточными венцами; ρ – плотность; g – определитель метрического тензора.

Функция тока ψ определяется на основании уравнения неразрывности:

$$\frac{\partial \psi}{\partial \xi} = -\rho\chi \sqrt{g} w^\eta; \quad \frac{\partial \psi}{\partial \eta} = \rho\chi \sqrt{g} w^\xi.$$

Уравнение энергии, осредненное по окружной координате, представляет собой условие сохранения ротальпии H вдоль поверхности тока $\psi = \text{const}$:

$$\bar{w} \cdot \bar{\nabla} H = 0 \quad \text{или} \quad w^\xi \frac{\partial H}{\partial \xi} + w^\eta \frac{\partial H}{\partial \eta} = 0,$$

где $H = c_p \cdot T + (w^2 - u^2)/2$; c_p – удельная теплоемкость при постоянном давлении; T – температура; w – относительная скорость; u – окружная скорость.

Для вычисления функции тока использовано уравнение движения, записанное в энергетической форме [2]:

$$\bar{w} \times (\bar{\nabla} \times \bar{v}) = \bar{\nabla} H - T \cdot \bar{\nabla} S, \quad (1)$$

где \bar{v} – вектор абсолютной скорости, S – энтропия.

После преобразований для областей занятых лопаточными венцами уравнение (1) примет вид:

$$\frac{\partial P}{\partial \eta} - \frac{\partial Q}{\partial \xi} = U + P \cdot A_\eta - Q \cdot A_\xi, \quad (2)$$

где
$$P = \frac{1}{\rho\chi\sqrt{g}} \left(\gamma_{\xi\xi} \frac{\partial \psi}{\partial \eta} - \gamma_{\xi\eta} \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \right);$$

$$Q = \frac{1}{\rho\chi\sqrt{g}} \left(\gamma_{\xi\eta} \frac{\partial \psi}{\partial \eta} - \gamma_{\eta\eta} \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \right);$$

$$A_\eta = \frac{1}{w^2} \left(\frac{\partial H}{\partial \eta} - T \frac{\partial S}{\partial \eta} \right);$$

$$A_\xi = \frac{1}{w^2} \left(\frac{\partial H}{\partial \xi} - T \frac{\partial S}{\partial \xi} \right);$$

$$U = 2u \cdot \left(n_\eta \frac{\partial r}{\partial \xi} - n_\xi \frac{\partial r}{\partial \eta} \right);$$

$$\gamma_{\xi\xi} = g_{\xi\xi} + r^2 \cdot n_\xi^2;$$

$$\gamma_{\eta\eta} = g_{\eta\eta} + r^2 \cdot n_{\eta}^2;$$

$$\gamma_{\xi\eta} = g_{\xi\eta} + r^2 \cdot n_{\xi} \cdot n_{\eta};$$

n_{η} , n_{ξ} – проекции вектора нормали к срединной межлопаточной поверхности S_2 , введенной аналогично осевым турбомашинам [2], на соответствующие оси.

Для областей, свободных от лопаточных венцов, $u = 0$, $\vec{w} = \vec{v}$. Окружная компонента вектора скорости определяется из осредненной по окружной координате φ -проекции уравнения движения, которая в случае невязкого течения представляет собой условие сохранения циркуляции Γ вдоль поверхности тока:

$$\vec{v} \cdot \vec{\nabla} \Gamma = 0 \quad \text{или} \quad v^{\xi} \frac{\partial \Gamma}{\partial \xi} + v^{\eta} \frac{\partial \Gamma}{\partial \eta} = 0.$$

Тогда уравнение (1) для свободных каналов примет вид (2), где:

$$P = \frac{1}{\rho \chi \sqrt{g}} \left(g_{\xi\xi} \frac{\partial \psi}{\partial \eta} - g_{\xi\eta} \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \right);$$

$$Q = \frac{1}{\rho \chi \sqrt{g}} \left(g_{\xi\eta} \frac{\partial \psi}{\partial \eta} - g_{\eta\eta} \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \right);$$

$$A_{\eta} = \frac{1}{v_m^2} \cdot \left(\frac{\partial H}{\partial \eta} - T \cdot \frac{\partial S}{\partial \eta} - \frac{\Gamma}{r^2} \cdot \frac{\partial \Gamma}{\partial \eta} \right);$$

$$A_{\xi} = \frac{1}{v_m^2} \cdot \left(\frac{\partial H}{\partial \xi} - T \cdot \frac{\partial S}{\partial \xi} - \frac{\Gamma}{r^2} \cdot \frac{\partial \Gamma}{\partial \xi} \right);$$

$$U = 0.$$

Поле плотности ищется из проекции уравнения движения на вектор относительной скорости:

$$\vec{w} \times (\vec{\nabla} \times \vec{v}) - \vec{\nabla} H + \vec{\nabla} I - \frac{k-1}{k} \cdot \frac{1}{\rho} \cdot \vec{\nabla}(\rho I) = 0, \quad (3)$$

которое после осреднения по координате φ принимает вид

$$w^{\xi} \frac{\partial \rho}{\partial \xi} + w^{\eta} \frac{\partial \rho}{\partial \eta} = \rho \cdot F,$$

где

$$F = \frac{1}{k-1} \cdot \frac{1}{I} \left(w^{\xi} \frac{\partial I}{\partial \xi} + w^{\eta} \frac{\partial I}{\partial \eta} \right); \quad (4)$$

I – энтальпия; k – показатель изэнтропы.

Уравнение (4) пригодно для определения поля плотности как в областях, занятых лопаточными венцами, так и в свободных каналах.

На входе в расчетную область (рис. 1, а) на линии АВ задается распределение по радиусу полной температуры, давления и величины закрутки потока v_u или угла входа потока α . На границах АВ и КЛ предусмотрена возможность задания граничных условий двух типов: распределения плотности тока либо наклона линий тока. На твердых стенках АЛ и ВК, ограничивающих проточную часть в меридиональной плоскости, ставятся условия непротекания. Кроме того, задается режим работы компрессора: массовый расход и частота вращения ротора.

Для аппроксимации уравнения (2) вводится девятиточечный шаблон, единообразный для всей расчетной области, и разностная схема для этого уравнения имеет вид

$$P_{i,j+1/2} - P_{i,j-1/2} - h \cdot (P \cdot A_{\eta})_{i,j} - Q_{i+1/2,j} + Q_{i-1/2,j} + h \cdot (Q \cdot A_{\xi})_{i,j} = h \cdot U_{i,j}. \quad (5)$$

Совокупность уравнений (5), записанных для каждого узла расчетной сетки, вместе с граничными условиями образует систему линейных уравнений с сильно разреженной матрицей. Для ее решения используется метод Зейделя [3].

Уравнение (4) может быть записано следующим образом:

$$\psi_{\eta} \frac{\partial \rho}{\partial \xi} = f(\rho, \xi),$$

где $f(\rho, \xi) = \rho \cdot F + \psi_{\xi} \frac{\partial \rho}{\partial \eta}$.

Для его численного интегрирования используется следующая неявная одношаговая схема:

$$\frac{\rho^i - \rho^{i-1}}{h} = \frac{f^i + f^{i-1}}{2},$$

где h – шаг.

Полученная система уравнений решается методом прогонки [3].

В предлагаемом методе расчет сводится к итерациям по функции тока и плотности, причем вычис-

ление этих величин выполняется поочередно. Величина невязки $\delta\psi$ определяется как

$$\delta\psi = \max \left| \psi_{i,j}^{(n)} - \psi_{i,j}^{(n-1)} \right|,$$

где $n-1$ и n – номера предыдущей и текущей итераций.

Если величина невязки $\delta\psi$ не превышает наперед заданной точности ε , то уточняется поле ρ и определяются компоненты вектора скорости. В противном случае итерационную процедуру необходимо повторить для $n+1$ шага.

Учет проявления вязких свойств потока осуществляется косвенно путем введения в уравнение (1) дополнительного члена \vec{D} [4], имитирующего воздействие диссипативных сил на течение:

$$\vec{w} \times (\vec{\nabla} \times \vec{v}) = \vec{\nabla} H - T \cdot \vec{\nabla} S - \vec{D}.$$

Для уточнения поля плотности введена поправка в уравнение (3):

$$\vec{w} \times (\vec{\nabla} \times \vec{v}) - \vec{\nabla} H + \vec{\nabla} I - \frac{k-1}{k} \cdot \frac{1}{\rho} \cdot \vec{\nabla}(\rho I) = -\vec{D}. \quad (6)$$

После скалярного умножения на \vec{w} и осреднения по окружной координате уравнение (6) будет иметь вид:

$$w^\xi \frac{\partial \rho}{\partial \xi} + w^\eta \frac{\partial \rho}{\partial \eta} = \rho \cdot F,$$

где $F = \frac{1}{k-1} \cdot \frac{1}{I} \left(w^\xi \frac{\partial I}{\partial \xi} + w^\eta \frac{\partial I}{\partial \eta} \right) - \vec{w} \cdot \vec{D}$ или

$$F = \frac{1}{k-1} \cdot \frac{1}{I} \left(w^\xi \frac{\partial I}{\partial \xi} + w^\eta \frac{\partial I}{\partial \eta} \right) + T \left(w^\xi \frac{\partial S}{\partial \xi} + w^\eta \frac{\partial S}{\partial \eta} \right).$$

Окружная компонента вектора скорости определяется из осредненной по окружной координате φ -проекции уравнения движения

$$\vec{v} \cdot \vec{\nabla} \Gamma = D_\varphi \quad \text{или} \quad v^\xi \frac{\partial \Gamma}{\partial \xi} + v^\eta \frac{\partial \Gamma}{\partial \eta} = D_\varphi,$$

где $D_\varphi = -\Gamma \frac{T}{v^2} \cdot \left(v^\xi \frac{\partial S}{\partial \xi} + v^\eta \frac{\partial S}{\partial \eta} \right)$.

Для определения приращения энтропии $dS = \frac{dQ}{T}$ необходимо определить работу диссипативных сил, соответствующую каждому элементу

проточной части. Учет углов отставания потока осуществляется с помощью коррекции формы средней межлопаточной поверхности тока S_2 . Величины потерь энергии и поправки к углам выхода потока из лопаточных аппаратов определены с помощью обобщенных полуэмпирических зависимостей.

Комплекс программ АхСВ, разработанный в соответствии с изложенным выше алгоритмом, позволяет выполнять поверочный расчет осесимметричного течения в ступени центробежного компрессора, а также получать суммарные характеристики.

Для апробации предложенного метода использованы полученные в ОАО «Сумское НПО им. М.В. Фрунзе» результаты экспериментальных исследований первой ступени нагнетателя НЦ-6,3/67К-1,7 и отдельных ее элементов [5, 6]. Ниже представлены некоторые из полученных результатов.

Представленные расчеты проводились при стандартных атмосферных условиях на входе ($T^* = 293 \text{ К}$, $P^* = 101325 \text{ Па}$). Рабочее тело – воздух.

Характеристики ступени нагнетателя приведены в безразмерных величинах:

$$\psi_n^* = f(\Phi_0);$$

$$\eta_n^* = f(\Phi_0),$$

где $\psi_n^* = h_n^*/U_2^2$ – коэффициент политропического напора; h_n^* – политропический напор; U_2 – окружная скорость концов лопаток на выходе из рабочего колеса (на диаметре D_2); $\eta_n^* = h_n^*/h_m^*$ – политропический КПД; h_m^* – теоретический напор;

$$\Phi_0 = \frac{4Q_0}{\pi \cdot D_2^2 \cdot U_2} \quad \text{– условный коэффициент расхода;}$$

Q_0 – объемный расход на входе.

При анализе течения в рабочих колесах используется зависимость

$$\psi_m^* = f(\varphi_{r2}),$$

где $\psi_m^* = h_m^*/U_2^2$ – коэффициент теоретического

напора; $\phi_{r2} = \frac{V_{r2}}{U_2}$ – коэффициент расхода;

V_{r2} – радиальная составляющая скорости на выходе из рабочего колеса.

На рис. 2 представлена расчетная схема ступени центробежного нагнетателя с нанесенной на нее расчетной сеткой и основными сечениями, которые соответствуют:

- 0–1 – каналу перед рабочим колесом;
- 1–2 – рабочему колесу компрессора;
- 2–3 – щелевому диффузору;
- 3–4 – лопаточному (безлопаточному) диффузору;
- 4–5 – поворотному колену;
- 5–6 – обратному направляющему аппарату;
- 6–0' – переходному каналу перед следующей ступенью нагнетателя.

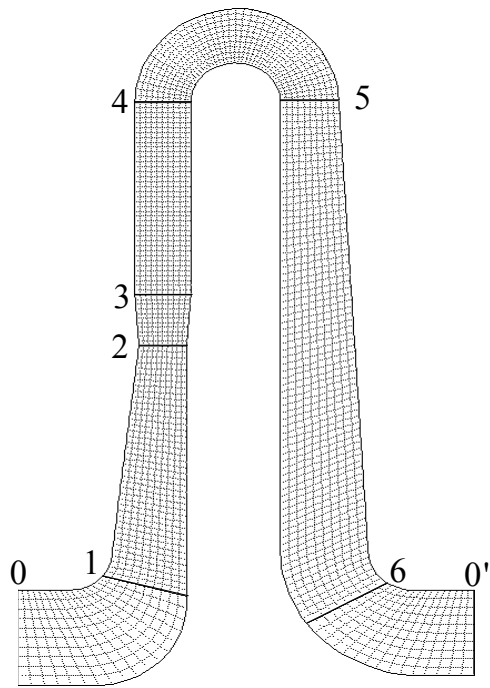


Рис. 2. Схема проточной части ступени центробежного нагнетателя

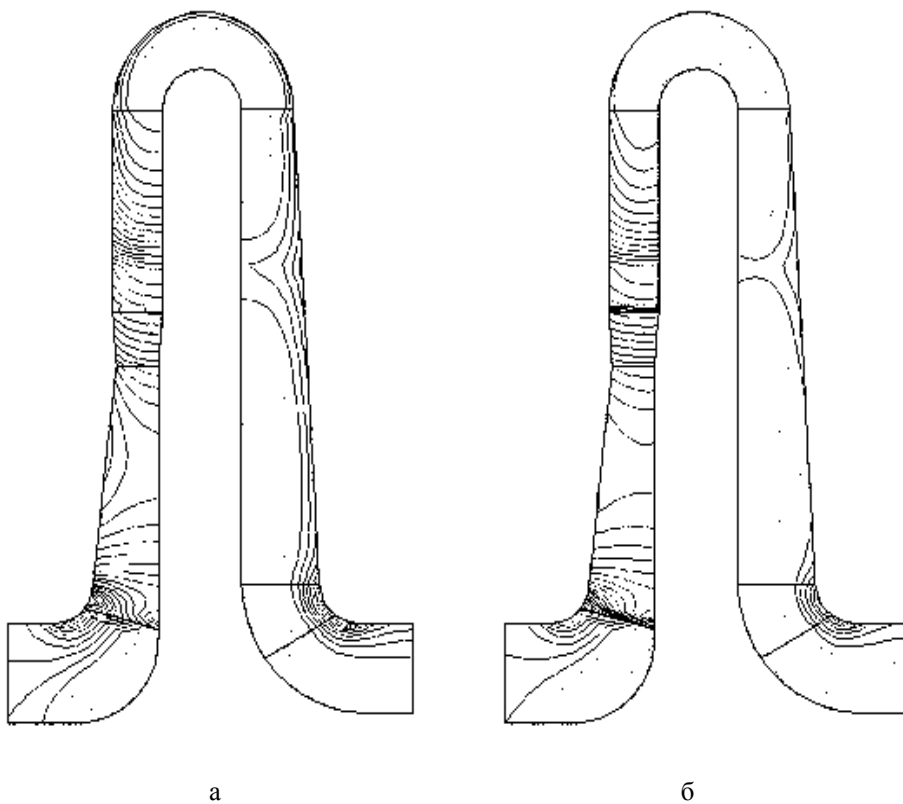


Рис. 3. Изолинии чисел Маха в ступени центробежного компрессора: а – "расчетный" режим; б – "нерасчетный" режим

На рис. 3 приведены изолинии чисел Маха в проточной части исследуемого нагнетателя (M_V в абсолютном движении – в неподвижных элементах и M_W в относительном движении – в рабочем колесе). На режиме, близком к "расчетному", $\Phi_0 = 0,032$, (рис. 3, а) при повороте потока в канале рабочего колеса наблюдается перекося поля скоростей – поток тормозится на вогнутой поверхности и ускоряется на выпуклой. В рабочем колесе скорости потока в относительном движении снижаются. Процесс торможения продолжается в щелевом и лопаточном диффузорах.

Вход на лопатки лопаточного диффузора безударный ($i_3 \approx 0$ град). При отклонении режима работы от "расчетного" при той же частоте вращения (рис. 3, б) уровень скоростей в проточной части изменяется, вход на лопатки рабочего колеса и лопаточного диффузора носит ударный характер.

На рис. 4 и 5 показаны характеристики рабочего колеса в виде зависимостей $\psi_m^* = f(\varphi_{r2})$ и $\eta_n^* = h_n^*/h_m^*$.

Экспериментальные данные на всех приведенных рисунках представлены маркерами, а результаты расчета – сплошной линией.

На рис. 6 представлено изменение угла натекания на лопатки рабочего колеса (РК) (рис. 6, а), углов выхода потока из РК в абсолютном движении (рис. 6, б) и входа в лопаточный диффузор (ЛД) (рис. 6, в) от коэффициента расхода.

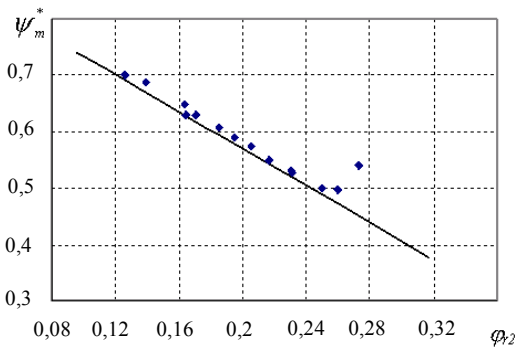


Рис. 4. Зависимость коэффициента теоретического напора $\psi_{\delta 2}^*$ от коэффициента расхода φ_{r2}

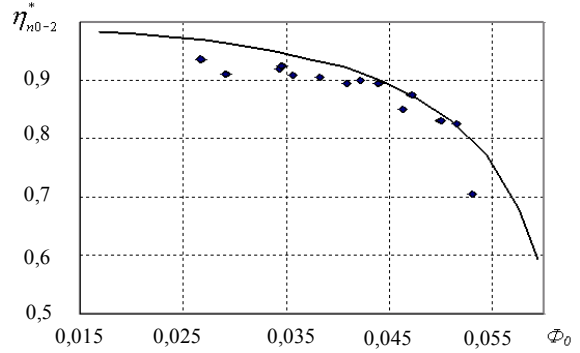
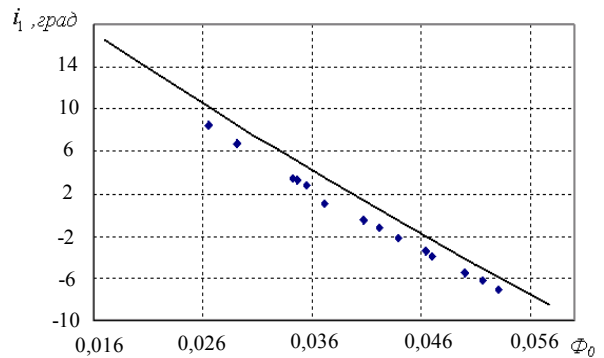
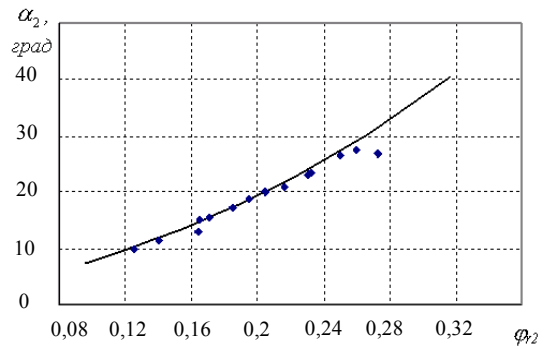


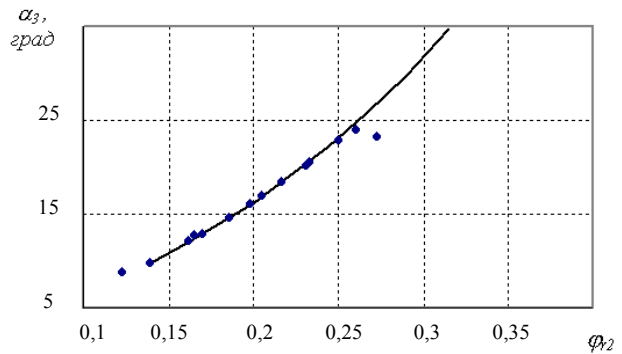
Рис. 5. Зависимость политропического КПД рабочего колеса η_{n0-2}^* от условного коэффициента расхода Φ_0



а



б



в

Рис. 6. Зависимость углов потока от коэффициента расхода

С целью апробации метода расчета исследовано течение в проточной части модельной центробежной ступени, состоящей из рабочего колеса и безлопаточного диффузора. Характеристика этой модельной ступени в безразмерных величинах в виде зависимостей $\psi_n^* = f(\Phi_0)$ и $\eta_n^* = f(\Phi_0)$ представлена на рис. 7, а и 7, б соответственно.

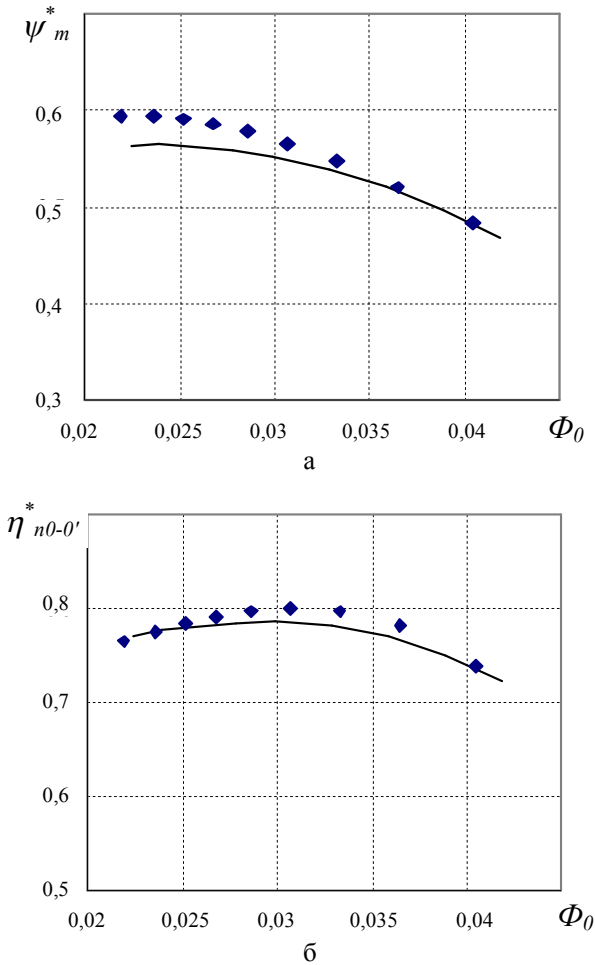


Рис. 7. Характеристика модельной ступени

Выводы

Результаты апробации, представленные на рис. 4–7, позволяют сделать вывод об удовлетворительном согласовании расчетных и экспериментальных данных. Моделирование течения в ступенях нагнетателей выполнено без использования правочных коэффициентов.

Проведенное исследование свидетельствует о работоспособности представленного метода расчета в широком диапазоне режимов.

Литература

1. Бойко Л.Г., Ковалев М.А. Метод расчета до- и трансзвукового течения в осевых компрессорах и результаты его апробации // Совершенствование турбоустановок методами математического и физического моделирования: Тр. междунар. науч.-техн. конф. (29 сент. – 2 окт. 1997). – Х. – 1997. – С. 231 – 234.
2. Жуковский М.И. Аэродинамический расчет потока в осевых турбомашинах. – Л.: Машиностроение, 1967. – 287 с.
3. Самарский А.А. Введение в численные методы. – М.: Наука, 1987. – 288 с.
4. Новак Метод кривизны линий тока в вычислительных задачах для потока жидкости // Энергетические машины и установки. – 1967. – № 4. – С. 30 – 41.
5. Створення проточних частин відцентрових компресорів для газоперекачувальних агрегатів нового покоління потужністю 6,3 МВт / В.П. Парафійник, В.М. Довженко, С.І. Наконечний, Є.Л. Фурса, О.П. Усатенко // Нафтова і газова промисловість. – 1999. – № 4. – С. 40 – 44.
6. Створення проточних частин відцентрових компресорів для газоперекачувальних агрегатів нового покоління потужністю 6,3 МВт (продовження) / В.П. Парафійник, В.М. Довженко, С.І. Наконечний, Є.Л. Фурса, О.П. Усатенко // Нафтова і газова промисловість. – 1999. – № 5. – С. 41 – 47.

Поступила в редакцию 14.02.2005

Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.В. Амброжевич, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Харьков.