УДК 621.45.01 + 533.9.07

Г.К. БАХМЕТ, О.П. РЫБАЛОВ

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского "ХАИ", Украина

КОЭФФИЦИЕНТ ТРЕНИЯ ОПОРЫ МАЯТНИКОВОГО ТЯГОМЕРА

Рассмотрена модель колебания тягомера маятникового типа в двух предположениях, когда коэффициент трения не зависит от скорости перемещения тягомера, а определяется реакцией опоры, и когда он зависит от скорости перемещения тягомера. Даны оценки слагаемых полученного решения. Построена зависимость для коэффициента трения опоры тягомера с учетом его скорости. Определен порядок коэффициента трения опоры тягомера.

затухающие колебания, коэффициент трения, сила трения, тяга двигателя, тягомер, уравнение движения

Введение

Проблема точности измерения малой тяги двигателя (0,2 Г) требует учета сил сопротивления опор тягомера. Оценка этих сил может быть выполнена при измерении уменьшения амплитуды колебания тягомера за определенный промежуток времени.

Постановка задачи

Возможны два варианта оценки трения при затухающих колебаниях. Оценка в предположении, что коэффициент трения:

1) не зависит от скорости перемещения рычага маятника, а зависит только от реакции опоры;
2) зависит от скорости перемещения рычага опоры.

В предлагаемой работе рассматривалась задача построения модели, учитывающей эти два предположения, и оценки по экспериментальным данным возможного коэффициента трения системы.

Модель колебаний тягомера

Предположим, что маятник отклонен на угол φ и отпущен. Уравнение движения маятника в форме Эйлера имеет вид:

$$M \cdot \frac{d^2 S}{dt^2} = -F_{Tp} - G \cdot \sin\varphi .$$

Сделав предположение, что $\sin\varphi \approx \varphi \Rightarrow S = L \cdot \sin\varphi \approx L\varphi$, запишем уравнение движения в виде $ML\ddot{\varphi} = -F_{Tp} - G \cdot \varphi$, где:

а) для предположения, что коэффициент трения не зависит от скорости перемещения рычага маятника, а зависит только от реакции опоры

$$F_{Tp} = \frac{\delta \cdot G}{L} ;$$

б) для предположения, что коэффициент трения зависит от скорости перемещения рычага маятника

$$F_{Tp} = -\frac{\delta \cdot G}{L} \cdot \dot{\varphi} .$$

Здесь знак минус выбран из-за того, что сила трения направлена в обратном направление скорости движения.

В качестве начальных выбраны условия:

$$\varphi(0) = \varphi_0, \qquad \dot{\varphi}(0) = 0 .$$

Для предположения а) запись уравнения имеет вид

$$\ddot{\varphi} + \frac{g}{L} \cdot \varphi = \delta \cdot \frac{g}{L^2} .$$

Принимая $\frac{g}{L} = k^2$, получим

$$\ddot{\varphi} + k^2 \cdot \varphi = \delta \cdot \frac{k^2}{L} .$$

Решение такого уравнения можно представить в виде

© Г.К. Бахмет, О.П. Рыбалов

$$\varphi(t) = C_1 \cdot \cos kt + C_2 \cdot \sin kt + \frac{\delta}{L}.$$

Такое решение не обеспечивает затухание колебаний и не может отображать действительное состояние тягомера.

Для предположения 2 запись уравнения имеет вид

$$\ddot{\varphi} + \delta \cdot \frac{k^2}{L} \cdot \dot{\varphi} + k^2 \cdot \varphi = 0 .$$

В этом случае характеристическое уравнение имеет вид

$$\lambda^2 + \delta \cdot \frac{k^2}{L} \cdot \lambda + k^2 = 0 ,$$

и так как $\frac{\delta^2 \cdot k^4}{L^2}$ значительно меньше $4 \cdot k^2$, то можно принять

$$\lambda_{1,2} = -\frac{\delta \cdot k^2}{2 \cdot L} \pm i \cdot k .$$

В этом случае решение записывается в виде

$$\varphi(t) = e^{-\frac{\delta \cdot k^2 t}{2 \cdot L}} \left(C_1 \cdot \cos kt + C_2 \cdot \sin kt\right).$$

Используя начальные условия, получим:

$$C_1 = \varphi_0, \qquad C_2 = \frac{\delta \cdot k \cdot \varphi_0}{2 \cdot L}$$

Следовательно, решение запишется в виде

$$\varphi(t) = \varphi_0 \cdot e^{-\frac{\delta \cdot k^2 t}{2 \cdot L}} \left(\cos kt + \frac{\delta \cdot k}{2 \cdot L} \cdot \sin kt\right)$$

Из экспериментальных данных известно, что при $t = 0$, $\varphi(t) = \varphi_0$ и при $t = mT$, $\varphi(t) = \varphi_k$.,

где $\frac{\varphi_0}{\varphi_k} = n$, тогда

$$\frac{\varphi_0}{\varphi_k} = \frac{\varphi_0}{\varphi_0 \cdot e^{-\frac{\delta \cdot k^2 mT}{2 \cdot L}} \left(\cos k \cdot mT + \frac{\delta \cdot k}{2 \cdot L} \cdot \sin kmT\right)} .$$

Отсюда получим $\delta = \frac{2 \cdot L^2 \cdot \ln n}{m \cdot g \cdot T}$,

где n – характеризует, во сколько раз уменьшилась амплитуда;

m – сколько наблюдали периодов затухания.

Полученные результаты для $m = 50$ ($mT = 140$ с) имели следующие значения (табл. 1):

Таблица 1

Полученные результаты для $m = 50$

n	2	1,5	1,3	1,2	1,1
δ	0,0040	0,0024	0,0015	0,0011	0,00056

Эти результаты графически представлены на рис. 1.

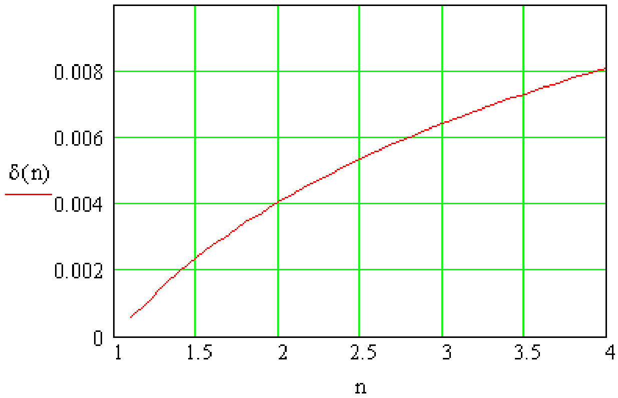

Рис.1. Зависимость коэффициента трения от степени уменьшения амплитуды за один и тот же промежуток времени

Выводы

1. Коэффициент трения опоры маятникового тягомера должен учитывать скорость движения тягомера.

2. Порядок коэффициента трения опоры тягомера ориентировочно равен 10^{-3}… 10^{-4}.

Литература

1. Бабаков И.М. Теория колебаний. – М.: Наука, 1968. – 560 с.

2. Яблонский А.А. Курс теоретической механики. Часть2. Динамика: – М.: Высш. школа, 1984. – 423 с.

Поступила в редакцию 25.05.2005

Рецензент: канд. физ.-мат.наук. А.В. Головченко, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”, Харьков.