УДК 519.6

Е.М. УГРЮМОВА[1], С.Г. ВОЛКОВ[2], М.Л. УГРЮМОВ[1]

[1]***Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина***
[2]***Харьковский социально-экономический институт, Украина***

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ МЕТОДОМ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ

Предложен подход к решению задачи реконструкции (модификации) сложной технической системы на основе приведения ее к многоуровневой задаче оптимизации. Квазирешение общей задачи может быть получено путем распределенного решения взаимосвязанных оптимизационных и обратных задач.

теория больших систем, агрегация, декомпозиция, координация, оптимизация

Введение

Задачи построения моделей и задачи многокритериальной оптимизации (синтеза рациональной конструкции) объектов авиационной техники (двигателей, систем и агрегатов самолета) обычно приводятся к последовательности прямых задач количественного анализа физических полей и процессов в элементах сложных технических систем (СТС), а алгоритмы их решения относятся, как правило, к NP-полным [1, 2]. Это обстоятельство приводит к большим вычислительным затратам для получения решений рассматриваемых задач [3]. Кроме того, время, выделенное на формирование технического предложения, эскизное и рабочее проектирование разрабатываемых СТС, как правило, ограничено, поэтому разработчики новой техники не имеют возможности проводить полный анализ возможных вариантов СТС. На основе сказанного можно утверждать, что актуальной является проблема разработки эффективных математических методов и алгоритмов численного решения задач реконструкции (модификации) СТС.

Математическая модель

Решение задачи реконструкции (модификации) СТС основывается на следующих данных: описание объекта исследования; наличие прототипа, цели реконструкции (модификации), класса допустимых управлений (способов и реализующих их устройств), критериях качества проектных решений.

Сформулируем задачу реконструкции (модификации) СТС. Будем характеризовать объект, подлежащий реконструкции, разными группами параметров: режимными и проектными Π^0, которые задаются конструктором; фазовыми переменными или переменными состояния Φ^0 устанавливаемыми в процессе расчетов по заданным замыкающим соотношениям; управляющими или регулирующими переменными U^0, выбор которых определяется типом задачи.

Представим исходную математическую модель (ИММ) объекта исследования в виде

$$\Phi^0 = \Phi^0(\Pi^0, U^0). \tag{1}$$

Вектор Π^0 ограничен и находится в некоторой области определения

$$D_\Pi = \{\Pi^0 = (\pi_1, ...\pi_k, ..., \pi_{Kd}):$$
$$:(\forall k \in [1...K_d]\pi'_k \le \pi_k \le \pi''_k)\}$$

пространства П, вектор U^0 ограничен и находится в некоторой области

$$D_U = \{U^0 = (u_1, ...u_m, ..., u_{Md}):$$
$$:(\forall m \in [1...M_d]u'_m \le u_m \le u''_m)\}$$

пространства U, что кратко записывается как

$$\Pi^0 \in D_\Pi \subset \Pi,\ U^0 \in D_U \subset U.$$

Область $D_{\Pi} \subset \Pi$ является областью имеющих физический смысл режимов, а область $D_U \subset U$ – область допустимых управлений. Вектор Φ^0 находится в ограниченной области значений фазовых переменных

$$D_{\Phi} = \left\{\Phi^0 = (\phi_1, ...\phi_n, ..., \phi_{Nd}) : (\forall n \in [1...N_d])\phi_n = \right. \\ \left. = \phi_n\left(\Pi^0, U^0\right)\right\},$$

обычно $\Phi^0 \in [\Phi^0{}_{\min,}\Phi^0{}_{\max}]$. Здесь K_d – общее количество режимных и проектных параметров, M_d – общее количество управляющих переменных, N_d – общее количество фазовых переменных.

Пусть Q = { q_j^0 }, q_j^0 = (Π_j^0, U_j^0, Φ_j^0), j = 0…J – конечное множество допустимых проектных решений (подмножество корректности). С точки зрения лица, принимающего решения (ЛПР), качество любого решения q_j^0 ∈ Q определяется относительно критериев $W = \{w_i\}$, i = 1…I.

Пусть для каждого решения существует отображение А: $q_j^0 \to W_j$, тогда значение $A_i(q_j^0) = w_{ij}$ – оценка решения q_j^0 ∈ Q по i-му критерию $w_{ij} \in W$.

Пусть для критериев $W = \{w_i\}$ существует отображение В: $W \to W^0$, W^0 = { w_i^0 }, тогда значение $B_i(w_{ij}) = w_{ij}^0$ – оценка критерия $w_{ij} \in W$ по нормированному критерию $w_{ij}^0 \in W^0$.

С учетом введенных преобразований ИММ (1) можно представить в виде

$$W^0 = W^0\left(\Pi^0, U^0, \Phi^0\left(\Pi^0, U^0\right)\right) = W^0\left(\Pi^0, U^0\right). \quad (2)$$

Пусть объект, подлежащий совершенствованию, состоит из L узлов, а каждый l-й узел – из соответствующих элементов (l = 1...L). Проведем агрегирование переменных ИММ (2) в соответствии с принятой структурой СТС таким образом, что

$$\Pi^0 = \left\{\Pi_l^0\right\}, U^0 = \left\{U_l^0\right\},$$

$$\Phi^0 = \left\{\Phi_l^0\right\}, l = 1...L,$$

где $\Pi_l^0 = \{\pi_{lk}\}, k = 1...K_l, \sum_{l=1}^{L} K_l = K$;

$\Pi_l^0 \in D_{\Pi a} \subset D_{\Pi}$;

$U_l^0 = \{u_{lm}\}, m = 1...M_l, \sum_{l=1}^{L} M_l = M$,

$U_l^0 \in D_{Ua} \subset D_U$;

$\Phi_l^0 = \{\Phi_{\ln}\}, n = 1...N_l, \sum_{l=1}^{L} N_l = N$;

$\Phi_l^0 \in D_{\Phi a} \subset D_{\Phi}$,

так что в области значений фазовых переменных D_{Φ} можно выделить подобласть $D_{\Phi a} \subset D_{\Phi}$:

$$D_{\Phi a} = \{\Phi_l^0, l \in [1...L] : \Phi_l^0 \in D_{\Phi a}, \\ (\forall l \in [1...L])\Pi_l^0 \in D_{\Pi a}, \quad (3) \\ U_l^0 \in D_{Ua} \to \Phi_l^0 = \Phi_l^0(\Pi_l^0, U_l^0)\}.$$

Тогда (2) примет вид

$$W^0 = W^0(\Pi_r{}^0, U_r{}^0, \Phi^0), \quad (4)$$

где $\Pi_r^0 \in D_{\Pi} \setminus D_{\Pi a}, U_r^0 \in D_U \setminus D_{Ua}, \Phi^0 \in D_{\Phi a}$.

Таким образом, ИММ (2) размерности $K_d \times M_d \times I$ путем агрегирования переменных и декомпозиции общей задачи на подзадачи можно свести к агрегированной ИММ (4) размерности $(K_d - K) \times (M_d - M) \times N \times I$ и множеству математических моделей узлов СТС размерности $K_l \times M_l \times N_l$, $l = 1...L$:

$$W^0 : (\Pi_r^0, U_r^0, \Phi^0) \to W^0, \ N << K + M; \quad (5)$$

$$\Phi_l^0 : (\Pi_l^0, U_l^0) \to \Phi_l^0. \quad (6)$$

Пусть W_j^0 = (w_{1j}^0, w_{2j}^0, …, w_{Ij}^0) – множество оценок j-го проектного решения по критериям $W_j = (w_{1j}, w_{2j}, …, w_{Ij})$ на системе предпочтений G, сконструированных в виде системы правил формирования вектора U^0. Тогда пара (q_j^0, W_j^0), j = 0…J, есть альтернатива v_j^0. Множество пар v_j^0 = (q_j^0, W_j^0) составляет множество альтернатив V={ v_j^0 }.

В рассматриваемом случае множество альтернатив V содержит прототип $v_0^0 \in V$, а остальные его элементы – v_j^0 могут быть получены заданием малых отклонений от параметров прототипа.

Постановка задач исследования

Задачи реконструкции, как частный случай задач принятия решений [4, 5], могут быть представлены кортежем вида

$$\{t, V, G, F, W\}, \quad (7)$$

где t – постановка задачи (например, выделение лучшей альтернативы, выделение упорядоченного или неупорядоченного подмножества лучших альтернатив и др.), F – процедура выбора рациональных проектных решений из множества альтернатив V в системе предпочтений G, W – ИММ объекта исследования.

Процедура выбора рациональных проектных решений реализует отображение F: $(V, G) \rightarrow V$, а результат ее применения – подмножество $\hat{V} \subseteq V$ рациональных альтернатив, которые составляют элементы, недоминируемые относительно критериев W, входящих в применяемую систему предпочтений $G = (W, R)$:

$$\begin{gathered} \hat{V} = \{ v_i^0,\ i \in [1 \ldots J]:\ v_i^0 \in \hat{V}, \\ (\forall j \in [1 \ldots J])\ v_j^0 \notin \hat{V} \rightarrow v_i^0\ R_1^1\ v_j^0:\ v_i^0\ R_\ell^1\ v_0^0, \\ l = 2 \ldots L,\ v_i^0 \in \hat{V}; \\ (\forall i_1, i_2 \in [1 \ldots J])\ v_{i1}^0,\ v_{i2}^0 \in \hat{V} \rightarrow v_{i1}^0\ R_k^2\ v_{i2}^0, \\ k = 1 \ldots K, L + K = I\}. \end{gathered} \quad (8)$$

Здесь $R_\ell^1 \in R$ – отношение доминирования относительно G; $R_k^2 \in R$ – отношение равноценности относительно G. Верхние индексы в бинарных отношениях приоритета R_ℓ^1 и R_k^2 соответствуют уровням иерархии в системной целевой модели СТС.

Запись $v_i^0\ R_1^1\ v_j^0$ означает, что «решение v_i^0 предпочтительнее, чем v_j^0 по критерию w_1^0, если задано бинарное отношение приоритета R_1^1: $w_1^0(q_i^0) < w_1^0(q_j^0)$»; запись вида $v_i^0\ R_\ell^1\ v_0^0$ – «решение v_i^0 удовлетворяет условиям $R_\ell^1: |w_\ell^0(q_i^0) - w_\ell^*| <$ $< \varepsilon_l$ (или $w_\ell^0(q_i^0) \le w_\ell^*$)»; запись вида $v_{i1}^0\ R_k^2\ v_{i2}^0$ – «решение v_{i1}^0 равноценно решению v_{i2}^0, если удовлетворяется условие R_k^2: $|w_k^0(q_i^0) - w_k^*| < \varepsilon_k$ (или $w_k^0(q_i^0) \le w_k^*$)».

Здесь w_1^0 – решающий критерий, w_ℓ^0, w_k^0 – дополнительные критерии (в том числе и псевдокритерии).

Задача реконструкции (модификации) СТС (7) математически формулируется следующим образом: задан прототип v_0^0, множество альтернатив $V=\{v_i^0\}$ и система предпочтений G. Требуется найти такое допустимое управление $U^0(\Phi^0)$ $(U^0 \in D_U)$, которое перевело бы систему из заданного состояния v_0^0 в другое допустимое состояние $\hat{v}^0 \in \hat{V}$ в системе предпочтений G (8).

В задаче многокритериального принятия решений (5 – 8) следует руководствоваться принципом оптимальности решения, который удовлетворяет аксиомам оптимальности по Парето и равенству нормированных оценок частных критериев [6], с приоритетом первого критерия.

Утверждение. Существует лучшая альтернатива $\hat{v}^0$ из подмножества рациональных альтернатив $\hat{v}^0 \in \hat{V}$ задачи многокритериального принятия решений (5 – 8) в случае приоритета первого критерия над другими, если найдены точка $\hat{U}^0$ и минимальный относительный уровень $\hat{w}^0$ среди всех нормированных критериев такой, что

$$\hat{w}^o = \min_{U^o} \max_i \left\{ \begin{aligned} &\lambda_i^1 w_i^0\left(U^0\right), i = 1..I, U^0 \in D_U: \\ &\lambda_i^1 = w_1^0\left(U^0\right) / w_i^0\left(U^0\right), \\ &\lambda_i^1 \in \left[\lambda_i^1\left(\hat{U}^0\right), \lambda_i^1\left(U_0^0\right)\right]. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Сформулированная обратная задача относится к задачам синтеза оптимального управления $U^0(\Phi^0)$ с подвижными концами при наличии ограничений на режимные параметры, фазовые и управляющие переменные. Фазовые переменные определяются путем компьютерного моделирования СТС, основанного на применении компьютерных интерактивных систем инженерного анализа процессов реконструируемой (модифицируемой) СТС.

Эффективное решение задачи многокритериального принятия решений (5 – 9) возможно на основе использования принципов координации задач (5, 6) путем распределенного решения взаимосвязанных прямых оптимизационных и обратных задач [7 – 9]. Далее в качестве принципа координации задач (5, 6) выберем принцип некооперативного равновесия, что позволит свести решение общей задачи (5 – 9) к построению решений многоуровневой задачи оптимизации (нахождения точки Нэша – точки некооперативного равновесия).

Рассмотрим задачу модификации СТС как частный случай задачи реконструкции (7).

Формализуем представление исходных данных для задачи модификации объекта исследования введением вектора $\Gamma^0 = \{\gamma_i\}$, где γ_i – индексы совершенствования СТС по i-м критериям ($i = 1...I$).

Желаемые значения критериев модифицированной СТС могут быть определены через параметры прототипа – $w_i^* = \gamma_i (w_i^0)_0$. Пусть для фазовых переменных l-й подсистемы $\Phi_l^0 = \{\Phi_{ln}\}$ существует отображение $C_l : \Phi_l^0 \to W_l^0, W_l^0 = \{w_{ln}^0\}$, тогда значения $C_l(\Phi_{ln}) = w_{ln}^0$ – оценки фазовых переменных $\Phi_{ln} \in D_{\Phi a}$, $l = 1...L$, $n = 1...N_l$. Введем множество векторов $\varphi_l^0 = \{\varphi_{ln}\}$, элементами которых являются индексы совершенствования узлов СТС φ_{ln}. Желаемые значения оценок фазовых переменных l-й модифицированной подсистемы могут быть определены через параметры прототипа – $w_{ln}^* = \varphi_{ln}(w_{ln}^0)_0$.

В соответствии с принципом некооперативного равновесия задачу модификации СТС можно сформулировать как многоуровневую задачу оптимизации. Пусть имеется несколько подсистем – рассматриваемая СТС (внешняя подсистема), узлы СТС (подсистемы первого уровня), элементы узлов (подсистемы второго и ниже уровней), которые взаимодействуют между собой для минимизации единого критерия качества. Для каждой подсистемы есть свои критерии качества:

– для внешней подсистемы – $W_e^0(q^0)$:

$$W_e^0 = \{w_{ei}^0\}, w_{ei}^0 = \left|w_i^0(q^0) - w_i^*\right| = \left|w_i^0(q^0) - \gamma_i(w_i^0)_0\right|,$$

$$q^0 = (\Pi_r^0, U_r^0, \Phi^0); \tag{10}$$

– для внутренних подсистем – $W_l^0(q_l^0)$:

$$W_l^0 = \{w_{ln}^0\}, w_{ln}^0 = \left|w_{ln}^0(q_l^0) - w_{ln}^*\right| = \left|w_{ln}^0(q_l^0) - \varphi_{ln}(w_{ln}^0)_0\right|,$$

$$q_l^0 = (\Pi_l^0, U_l^0). \tag{11}$$

Для внешней системы и подсистем введем глобальный критерий – функцию коллективной полезности, которая будет совпадать с (10).Таким образом, среди критериев задан порядок предпочтения.

В отличие от внешней подсистемы с критерием качества (10), внутренние подсистемы рассматривают желаемые значения фазовых переменных модифицированных подсистем Φ_{ln}^* или соответствующие им оценки

$$C_l(\Phi_{ln}^*) = w_{ln}^*, \ \varphi_{ln} = w_{ln}^* / (w_{ln}^0)_0 \tag{12}$$

как исходные данные. Следовательно, решение $q_l^0 = (\Pi_l^0, U_l^0)$ определяется выбором φ_l^0 (решения внешней подсистемы).

Строго такую задачу естественно сформулировать следующим образом. Предположим, что все подсистемы согласованны с функцией коллективной полезности (10). Тогда вначале решается оптимизационная задача (5, 8 – 10) для внешней подсистемы нахождения векторов управляющих $\hat{U}_r^0$ и фазовых переменных $\hat{\Phi}^0 = \{\hat{\Phi}_l^0\}$. Далее, воспользовавшись соотношениями (12) и полагая $\Phi^*_{ln} = \hat{\Phi}_{ln}$, определим желаемые значения оценок фазовых переменных модифицированных подсистем w^*_{ln} и индексы совершенствования узлов (элементов) СТС: $\varphi^0_l = \{\varphi_{ln}\}$.

Подходы к решению проблемы

Задачи для внутренних подсистем (6, 8, 9, 11) допускают две постановки – прямую и обратную. В первом случае поиск лучшей альтернативы $\hat{v}^0_l$ из подмножества рациональных альтернатив $\hat{v}^0_l \in \hat{V}_l$ $(l = 1...L)$ осуществляется прямыми методами решения задач многокритериального принятия решений. Во втором случае поиск лучшей альтернативы сводится к построению квазирешения путем распределенного решения взаимосвязанных прямых оптимизационных и обратных задач (см., например, [9]).

Заключение

На основе принципа некооперативного равновесия постановка общей задачи реконструкции (модификации) СТС приведена к многоуровневой задаче многокритериального принятия решений (нахождения точки Нэша – точки некооперативного равновесия) с меньшей размерностью на каждом уровне для каждой из подзадач, по сравнению с общей задачей. Построение квазирешения поставленной задачи может быть получено путем распределенного решения взаимосвязанных прямых оптимизационных и обратных задач.

Литература

1. Юдин Д.Б. Вычислительные методы теории принятия решений. – М.: Гл. ред. физ.-мат. лит. изд-ва «Наука», 1989. – 320 с.

2. Назаров А.В., Лоскутов А.И. Нейросетевые алгоритмы прогнозирования и оптимизации систем. – СПб.: Наука и Техника, 2003. – 384 с.

3. Основы технологии создания газотурбинных двигателей для магистральных самолётов / Под общ. ред. А.Г. Братухина, Ю.Е. Решетникова, А.А. Иноземцева. – М.: Авиатехинформ, 1999. – 554 с.

4. Гельфандбейн Я.А., Рудинский И.Д., Новожилова Н.В. Гибридные многомодельные системы. Вопросы реализации // Техническая кибернетика. – 1991. – № 3. – С. 174-183.

5. Интеллектуальные системы принятия проектных решений / А.В. Алексеев, А.Н. Борисов, Э.Р. Вилюмс, Н.Н. Слядзь, С.А. Фомин. – Рига: Зинатне, 1997. – 320 с.

6. Машунин Ю.К. Методы и модели векторной оптимизации. – М.: Наука, 1986. – 142 с.

7. Бенсусан А., Лионс Ж.-Л., Темам Р. Методы декомпозиции, децентрализации, координации и их приложение // В кн.: Методы вычислительной математики. – Новосибирск: Сибирское отд. изд-ва «Наука», 1975. – С. 144-274.

8. Волкович В.Г., Коленов Г.В. Метод распределенного решения взаимосвязанных оптимизационных задач // Техническая кибернетика. – 1990. – № 6. – С. 28-42.

9. Угрюмов М.Л. Проектирование диффузорных решеток профилей с гидродинамически целесообразным распределением давлений // Авиационно-космическая техника и технология: Труды ХАИ им. Н.Е. Жуковского за 1996 г. – Х.: ХАИ, 1997. – С. 328-332.

Поступила в редакцию 3.01.2006

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф. А.В. Бастеев, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.