

УДК 004.8:004.89

И.Б. СИРОДЖА

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

**ОБОБЩЕННАЯ МЕТОДОЛОГИЯ ИНЖЕНЕРИИ КВАНТОВ ЗНАНИЙ
ДЛЯ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В СИСТЕМАХ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА
(Часть 1)**

Предложены новые математические модели и методы инженерии квантов знаний (ИКЗ) для разработки интеллектуальных систем принятия решений при управлении сложными объектами. На их основе создан обобщенный по параметру δ индуктивный метод разноуровневых алгоритмических квантов знаний (δ ПРАКЗ-метод) для принятия решений в фиксированных условиях δ -неопределенности. Обобщающий параметр $\delta \in \{t, \pi, v\}$ отвечает условиям специфических ограничений t -, π -, v -неопределенности, связанной соответственно с достоверными, приближенными и вероятностными данными.

инженерия квантов знаний, разноуровневые алгоритмические кванты знаний, принятие решений

Введение

При создании систем искусственного интеллекта (СИИ) используют в основном искусственные нейронные сети (ИНС) и методы, основанные на фреймовых, продукционных и других моделях знаний [1 – 7]. Последние недостаточно эффективны из-за несовершенства способов представления знаний и машинного манипулирования ими. Весьма перспективным сегодня считают направление, ориентированное на знания и связанное с моделированием интеллектуальных умений человека, который успешно принимает решения в условиях неопределенности, опираясь на интуицию и знания [6 – 12]. В связи с этим важное значение имеет развитие интеллектуальной информационной технологии, именуемой «**инженерией знаний**». Этот термин ввел в 1977 году Эдвард Фейгенбаум, ведущий специалист в области СИИ из Стенфордского университета [6]. Автором статьи введен термин «**инженерия квантов знаний**» (ИКЗ) в связи с предложенной им новой структуризацией знаний посредством **квантов** как порций информации различных уровней по структурной сложности. **Кванты знаний** допускают множественное, векторно-матричное и предикатное (*аналитическое*) представление, а также позволяют

манипулировать ими с помощью *машинных* алгебр и процедур *логического вывода* [9 – 12].

Работа публикуется в 2-х частях. В 1-й части на основе математических средств ИКЗ изложены основы *обобщенного метода разноуровневых алгоритмических квантов знаний (δ ПРАКЗ-метод)* для вывода решений в фиксированных условиях *δ -неопределенности* [11]. *Обобщающий* параметр $\delta \in \{t, \pi, v\}$ отвечает условиям специфических ограничений *t -, π -, v -неопределенности*, связанной соответственно с *достоверными (точными), приближенными и вероятностными* данными. По сравнению с известными методами принятия решений *δ ПРАКЗ-метод* выгодно отличается следующими **тремя особенностями**.

1. Реализована строгая формализация δ -квантов знаний (**δ к-знаний**) в обобщенном классе M_δ содержательных алгоритмических структур различных уровней сложности (**0-й, 1-й, 2-й уровень**). Условно **δ к-знания** относятся к **0-му уровню**, если они представимы *числом* или *символом*; к **1-му уровню**, если представимы *числовым* или *символьным вектором* и к **2-му уровню**, если представимы *числовой* или *символьной матрицей*. Обобщенный класс $M_\delta = \{M_t \cup M_\pi \cup M_v\}$ ($\delta \in \{t, \pi, v\}$) составляют **δ ПРАКЗ-**

модели знаний (δ к-знания) об объектах принятия решений (ОПР). Модели определяются алгоритмически из терминальных δ -квантов посредством применения к ним операторов суперпозиции и конкатенации.

2. δ РАКЗ-метод обеспечивает построение операторов и обучаемых квантовых сетей вывода решений (δ -КСВР) в виде δ РАКЗ-моделей логических рассуждений человека от посылок через промежуточные следствия к целевым заключениям с определением их показателей достоверности. δ -КСВР служит одновременно обучаемой базой δ -квантов знаний (Б δ кЗ) в виде системы имплицативных и/или функциональных закономерностей и механизмом вывода искомым решений. Обучение и синтез Б δ кЗ осуществляется индуктивно на основе выборочных таблиц эмпирических данных (ТЭД) по конкретной предметной области и (или) по сценарным примерам обучающих знаний (СПОЗ), формируемых экспертом.

3. Объем обучающих ТЭД и СПОЗ характеризуется количеством m наблюдений за ОПР и числом n его признаков. Сложность Б δ кЗ как δ РАКЗ-модели мира определяется максимальным рангом r_{\max} входящих в нее закономерностей. Ранг закономерности равен количеству $r \leq n$ признаков, находящихся в устойчивой имплицативной или функциональной связи. Оценки достоверности гипотез о существовании таких закономерностей в ТЭД обоснованы доказанными теоремами и представлены соответствующими зависимостями между величинами m , n и r . Это позволяет формировать выборочные обучающие СПОЗ и ТЭД такого объема ($m \times n$), при котором с заданной надежностью η обеспечивается построение Б δ кЗ или δ -КСВР с адекватной сложностью по рангу r_{\max} и допустимым риском R_d принятия ошибочного решения на контрольных δ к-знаниях.

1. Постановка обобщенной задачи

Обобщенная задача состоит в создании методологии инженерии квантов знаний с учетом приве-

денных особенностей δ РАКЗ-метода. Она сводится к формулировке базовых A_δ - B_δ - C_δ -задач и разработке общих методик их решения δ РАКЗ-методом. Обобщение охватывает частные случаи применения δ РАКЗ-моделей ($\delta \in \{t, \pi, v\}$) для представления и манипулирования δ к-знаниями в различных условиях t - π - v -неопределенности [11].

Формально обобщенную A_δ -задачу для δ к-знаний представим множественной пятеркой

$$A_\delta = (S_\delta, K_\delta, D_\delta, \Pi_\delta, Q_\delta), \quad (1)$$

где S_δ – символичный язык δ к-знаний, состоящий из конечного множества букв, цифр и символов операций теории алгоритмов;

K_δ – конечное множество терминальных δ к-знаний; задаваемое априори;

D_δ – множество значений некоторой функции достоверности квантовых событий (КС), описываемых разноуровневыми δ к-знаниями, т.е. множество значений показателей достоверности (ПД) δ к-знаний из некоторого интервала;

Π_δ – правила конструирования разноуровневых δ к-знаний;

Q_δ – множество семантических кодов δ к, и специальных символов, описывающих s -й уровень и содержание δ к $_s$ -знаний.

Следовательно, в обобщенной A_δ -задаче требуется создать формальные средства для представления, синтеза и манипулирования δ к-знаниями из класса M_δ ($\delta \in \{t, \pi, v\}$) δ РАКЗ-моделей в языке S_δ со значениями ПД из множества D_δ на основе применения правил Π_δ к терминальным δ к-знаниям из K_δ . Под представлением знаний понимается строгое определение δ к-знаний в классе $M_\delta = \{M_t \cup M_\pi \cup M_v\}$ как δ РАКЗ-моделей в терминах теории алгоритмов [11]. Класс M_δ состоит из подклассов: M_t – точных или t -квантовых моделей (t РАКЗ-моделей); M_π – приближенных или π -квантовых моделей (π РАКЗ-моделей) и M_v – вероятностных или v -квантовых моделей (v РАКЗ-моделей). Манипулирование зна-

ниями – это компьютерные преобразования **δк-знаний** посредством *формальных операций* над ними и *операторов логического вывода δк-знаний* при *формировании* принимаемых решений.

Обобщенная В_δ-задача состоит в синтезе алгоритмов манипулирования **δк-знаниями** для *дедуктивного вывода* с заданной *надежностью η* искомого значения **целевого признака** класса ОПР по его *наблюдаемым признакам* из предварительно построенной *индуктивно идентификационной БδкЗ*. Короче, в **В_δ-задаче** требуется **распознать класс ОПР** по наблюдаемым данным, путем принятия **классификационного решения**, располагая **идентификационной БδкЗ**.

Обобщенная С_δ-задача заключается в синтезе алгоритмов *манипулирования δк-знаниями* для предварительного *индуктивного* построения **прогнозной БδкЗ** и *дедуктивного вывода* из нее с заданной *надежностью η* значений **неизмеренных целевых признаков ОПР**, зная *измеренные значения* его других *признаков*. Иными словами, в **С_δ-задаче** нужно **экстраполировать δк-знания** о результатах *частичных наблюдений за ОПР* и *вычислять прогнозируемое* на время *τ* значение его **целевого признака**. Для обеспечения возможности *прогноза* и *экстраполяции* *используемая БδкЗ* должна содержать соответствующие *закономерности*.

При решении **обобщенных В_δ-С_δ-задач** средствами **ИКЗ** будем использовать как **операторную М_{ОП} δРАКЗ-модель**, так и **сетевую М_{КС} δРАКЗ-модель вывода решений**.

Операторная М_{ОП} δРАКЗ-модель предполагает **вывод искомого решения** в виде *определенного δк-знания* путем *операторной редукции БδкЗ* по входному *наблюдаемому δк-знанию* [12].

Сетевая М_{КС} δРАКЗ-модель вывода **δк-знаний** представляет собой многополюсную логическую **квантовую сеть вывода решений (δ-КСВР)**. *Входные узлы (δ-кванты) δ-КСВР* отвечают исходным

(посылочным) характеристикам ОПР, внутренние – промежуточным рассуждениям, а выходные узлы – заключительным следствиям, определяющим искомые решения.

Представляя **рассуждения** во *внутренних и выходных узлах сети δк-знаниями булевыми функциями*, получаем **функциональный механизм вывода решений** из *посылок*, реализуемый в **δ-КСВР**. **Начальное формальное представление моделируемых суждений** опишем в виде **логической сети вероятных рассуждений (ЛСВР)**, которой отвечает ориентированный граф **G**, обладающий *порядковой функцией*. Основу *алгоритмизации ЛСВР* и трансформации ее в **δ-КСВР** составляют **алгоритм обучения (АЛОБУЧ)** и **алгоритм автоматического квантования (δАЛАКВА)** [11]. На основе использования **таблицы эмпирических данных (ТЭД)** и/или опыта экспертов строится **последовательность сценарных примеров обучающих знаний (СПОЗ)**. Формально СПОЗ представляют собой отдельные **фрагменты сценариев принятия решений** в виде *высказываний*:

$$\begin{aligned} \text{ЕСЛИ (логическая комбинация посылок } e_i), \\ \text{ТО (следствие } C_j), \quad i = 1, k; j = 1, h, \end{aligned} \quad (2)$$

которые описываются **пропозициональными формулами** в базисе $\{\wedge, \vee, \neg, \Rightarrow\}$ с указанием (если требуется) **показателей достоверности посылок ПД(e_i)** и **импликаций ПД($\Rightarrow C_j$)**.

Искомые **правила принятия решений (ППР)**, порождаемые **операторной М_{ОП} моделью** и **сетевой М_{КС} моделью вывода**, должны обладать **экстраполяционными свойствами**, т.е. работать с **логическими комбинациями признаков ранга** не более r_{\max} , адекватного **объему** исходных ТЭД или СПОЗ, без **ухудшения качества принятия решений** относительно ОПР той же природы, но **не используемых при обучении БδкЗ**.

В зависимости от **условий δ-неопределенности (δ= t, π, ν)** в базовых **А_δ-В_δ-С_δ-задачах** будем использовать **точные tk-знания** при **t-неопределенности**,

приближенные π к-знания при **π -неопределенности** и **вероятностные ν к-знания** при **ν -неопределенности** [11]. Для этого введем **ограничения**, конкретизирующие условия **t - π - ν -неопределенностей**:

1) данные об **ОПР** разнотипны (т.е., измерены как в количественных, так и в качественных шкалах) и достижимы в *неполных объемах* из различных источников (эксперты, техническая документация, справочники, измерения приборов и т.д.);

2) информация об **ОПР** и предметной области *неполная, неточная* и/или *вероятностная*;

3) преобладает *вероятностный* характер данных, но законы распределения характеристик **ОПР** не известны;

4) критерии **качества идентификации** и *прогнозирования* заданы неявно; неизвестно какие, в каком количестве и как выбрать **информативные признаки ОПР** относительно *целей* принятия решений;

5) неизвестны *правила* принятия **классификационных** и **прогнозных решений**, а также *индуктивные принципы* их построения путем *обучения* на выборочных *экспериментальных* данных;

6) *невозможно определить* искомые **ППР** непосредственно *регулярными* численными методами.

Назовем **t -неопределенностью** реальные условия **A_t, B_t, C_t -задач**, которым отвечает совокупность ограничений (1, 4 – 6), допускающих возможность построения *идентификационного* или *прогнозного ППР* с определением приемлемой оценки его *надежности* в предположении, что *данные достоверны*.

Будем называть **π -неопределенностью** реальные условия **A_π, B_π, C_π -задач**, которым отвечает совокупность ограничений **{(1),(2),(4)–(6)}**, допускающих синтез соответствующего **ППР** заданной надежности и вычисление некоторого **показателя достоверности (ПД)** принимаемых решений при **неполных и неточных данных**.

Наконец, **ν -неопределенностью** назовем реальные условия **A_ν, B_ν, C_ν -задач**, которым отвечает совокупность ограничений **{(1), (3) – (6)}**, допус-

кающих построение *идентификационного* и *прогнозного ППР* заданной *надежности* и определение **вероятности** искомых решений при **неполных и вероятностных данных**.

На основании изложенного **обобщенная задача создания методологии ИКЗ** состоит в следующем.

Заданы:

– *аксиоматический принцип формализации* алгоритмических квантовых структур знаний как содержательных порций информации **0-го** уровня, отображаемой *числом*; **1-го** уровня, представимой *вектором*, и **2-го** уровня – *матрицей*;

– *условия* ограничений при **t - π - ν -неопределенности** в **$A_\delta, B_\delta, C_\delta$ -задачах** с указанием требуемого уровня **качества** и **надежности** их решения;

– *количество m* наблюдений в данной предметной области, вместе с *числом n* и *содержанием* разнотипных *признаков ОПР*, представленных в форме *выборочной ТЭД $T_0(m, n)$* и/или соответствующей последовательности **СПОЗ** вида (2);

– *содержание посылочных* и *целевых* данных в **$T_0(m, n)$** , **СПОЗ** и в *принимаемых решениях* при условиях **δ -неопределенности**;

– *количество S_δ* и *содержание* искомых **целевых заключений**, а также *вид* закономерностей (*импликативных* и/или *функциональных*), извлекаемых из **ТЭД** и **СПОЗ** для *индуктивного* построения обучаемой *идентификационной* или *прогнозной БДкЗ*.

Требуется: создать обоснованную **общую методику** решения **A_δ -задачи**, ($\delta \in \{t, \pi, \nu\}$), а также компьютерной реализации **операторной $M_{оп}$** и **сетевой $M_{КС}$ моделей вывода** решений в виде **обучаемых δ -КСВР** заданного качества для решения **B_δ, C_δ -задач** с *необходимой надежностью η* в условиях **t - π - ν -неопределенности**. **Общая методика** должна **обеспечивать**:

– формализацию квантовых структур: **π к-знаний** (при $\delta=t$), **π к-знаний** (при $\delta=\pi$), **ν к-знаний** (при $\delta=\nu$), **ЛСВР** и соответствующих **t -КСВР, π -КСВР и ν -КСВР**, удобных для логического вывода и ма-

шинного манипулирования δk -знаниями;

– разработку принципа внешнего дополнения для обоснованного формирования необходимого объема обучающих δk -знаний в виде ТЭД и СПОЗ с целью достижения приемлемого уровня сложности и экстраполяционной способности синтезируемых идентификационной и прогнозной Б δk З в моделях вывода решений M_{OP} и M_{KC} ;

– алгоритмизацию процессов обучения, автоматического квантования при трансформации ЛСВР в t -, π -, v -КСВР, оптимизацию и управление δ -КСВР в рабочем режиме, т.е. синтез соответствующих алгоритмов, называемых сокращенно: АЛОБУЧ, δ АЛАКВА, δ АЛОПТ, δ АЛУПР [11];

– формулировку и решение базовых A_{δ} -, B_{δ} -, C_{δ} -задач, а также определение показателей достоверности принимаемых решений посредством πk -знаний и вычисление оценок вероятности искомым решений с помощью νk -знаний в π -КСВР и ν -КСВР.

Опираясь на ранее опубликованные результаты [8 – 12], кратко изложим общую методологию решения поставленной задачи.

2. Общая методология решения обобщенной задачи

Общая методология решения поставленной обобщенной задачи имеет неформальный и формальный аспекты

Неформальный аспект состоит в формировании человеком принципов и методов инженерии квантов знаний, исходных ТЭД, СПОЗ и целей знание-ориентированного принятия решений. Это является прерогативой интеллекта экспертов, разработчиков и пользователей интеллектуальных систем в конкретной предметной области.

Формальный аспект непосредственно связан с формализацией δk -знаний, ($\delta \in \{t, \pi, \nu\}$), и с алгоритмизацией обучения, автоматического квантования, оптимизации и управления квантовыми сетями принятия решений. Общность методологии обу-

словлена единой структурой пространства δ РАКЗ-моделей с общими методами их множественного, векторно-матричного и конечно-предикатного представления [10, 11].

2.1. Формализация и построение структур инженерии квантов знаний (Решение A_{δ} -задачи). Условия t -, π -, ν -неопределенности в A_{δ} -задаче требуют формализацию и построение разных δk -знаний: точных (t -квантов), приближенных (π -квантов) и вероятностных (ν -квантов) в соответствующих подклассах $M_t, M_{\pi}, M_{\nu} \in M_{\delta}$ δ РАКЗ-моделей. Тем самым общие δk -знания при указанных условиях порождают частные t РАКЗ-модели ($t k$ -знания), π РАКЗ-модели (πk -знания) и ν РАКЗ-модели (νk -знания).

2.1.1. Разноуровневые алгоритмические δ -кванты знаний (δ РАКЗ). Для представления порций знаний об ОПР одновременно в информационном, смысловом и алгоритмическом аспектах предлагается использовать δ -кванты знаний указанных трех уровней. Предполагается, что δ -квант знаний 0-го, 1-го или 2-го уровня описывает некоторое достоверное или нечеткое, либо вероятное квантовое событие (КС) в виде продукционного высказывания (2) о состоянии ОПР. КС могут иметь произвольную природу и представлять содержательные данные, факты, закономерности предметной области, а также, информационные файлы. Например, отдельными КС являются текстовый, графический или звуковой файлы, несущие знания об ОПР в форме результатов выполнения определенных алгоритмов. Поэтому δ -квант знаний представляет собой процессор, реализующий рассуждения с учетом их смысла, логики и степени достоверности в условиях π -, ν -неопределенности. Общая структура δ -кванта знаний состоит из трех составляющих: семантической, информационной и процедурной.

Семантическая составляющая δ -кванта имеет форму специальной структуры данных и представляет смысловую информацию о данном КС. В ней указываются шкалы измерения признаков ОПР,

семантический код и назначение δ -кванта как модели знаний о фактах либо закономерностях в предметной области. *Семантический код* имеет символичный вид $\delta k, Y_{\omega}$. Здесь $\delta \in \{t, \pi, v\}$ указывает на тип δ -кванта (*точный, приближенный, вероятностный*); k – символ кванта; $s \in \{0, 1, 2, \dots\}$ – уровень, Y – имя и $\omega \in \{п, ц, б, т, \dots\}$ – статус кванта (*посылочный, целевой, базовый, терминальный* и т.п.).

Информационная составляющая δ -кванта описывает разнотипные признаки (характеристики) ОПР в динамической секционированной (*доменной*) векторно-матричной форме, удобной для манипулирования δk -знаниями посредством машинных алгебр и логического вывода. В содержательном и формальном представлении *домены d_j δ -кванта* именуется *активными* и отвечают как *нецелевым* (*посылочным*), так и *целевым* (*следственным*) признакам ОПР и разделяются между собой символом «:». Двоичные компоненты $\alpha_i^j \in \{0, 1\}$ *активных доменов d_j* , ($i = 1, 2, \dots, n$; $j = 1, 2, \dots$) соответствуют значениям n признаков с указанными либо вычисленными показателями достоверности (ПД) $\sigma(\alpha_i^j)$. При $\alpha_i^j = 1$ утверждается, что ОПР характеризуется i -м значением j -го признака x_j , а при $\alpha_i^j = 0$ – нет.

Динамическая форма доменного представления признаков предполагает расширение размера домена, на что указывает символ « \emptyset » в его поле. Символ « $:\emptyset \mid \emptyset:$ » между *доменами* указывает на расширение всего δ -кванта за счет образования новых *доменов*. Последний *активный домен* предназначен для *целевого признака-следствия* в КС и отделяется символом «;» от последующей *процедурной составляющей δ -кванта*. Все активные домены определяют логику КС, поскольку постулируется, что *активные домены* связаны *конъюнкцией* (символ «:» есть *связка « \wedge »*), *компоненты* в доменах – *дизъюнкцией* (символ «;» есть *связка « \vee »*), а *посылочные домены* по отношению к *целевому* – *имплика-*

цией (связка « \Rightarrow ») согласно (2). Логика КС описывается *пропозициональными формулами логики высказываний* или *конечными предикатами*, аргументами которых являются компоненты α_i^j доменов d_j .

Наконец, *процедурная составляющая δ -кванта* состоит из так называемых *пассивных доменов: выходного и процессорного*, которые содержат все *встроенные алгоритмы* с выходными результатами, необходимые для функционирования δ -кванта и управления им.

Выходной домен включает алгоритм L для реализации логики КС и выработки *выходного сигнала* $\gamma \in \{0, 1\}$, свидетельствующего об успешном или неуспешном завершении работы δ -кванта по имени следствия C . При *успехе*, т.е. наличии всех посылочных данных, полной реализации логики и содержания КС вырабатывается *сигнал $\gamma=1$* . В противном случае (*неуспех*) или, когда отсутствует хотя бы одна посылка КС, возникает *сигнал $\gamma=0$* . В π -кванте и v -кванте (исключение составляют t -кванты, где все данные достоверны) *выходные домены* содержат еще алгоритм $A(C)$, определяющий ПД $\sigma(C)$ следствия C , и алгоритм $A(\rightarrow C)$, задающий ПД $\sigma(\rightarrow C)$ импликации (« \rightarrow ») следствия C , а также сами значения $\sigma(C)$ и $\sigma(\rightarrow C)$.

Процессорный домен содержит все *встроенные алгоритмы*, необходимые для реализации содержания КС по входным посылкам, и *управляющий сигнал* $u \in \{0, 1\}$. Сигнал u вырабатывается внешним алгоритмом управления АЛУПР для активизации работы δ -кванта: при $u=1$ квант *активен* и работает, при $u=0$ – *не работает*. *Функционирование δ -кванта* знаний C любого типа и уровня *начинается* алгоритмической реализацией логики и содержания КС при наличии сигнала $u=1$ и поступлении на вход всех *посылок*, а *завершается* определением ПД целевого следствия $\sigma(C)$ с выработкой *выходного сигнала $\gamma=1$* .

Описанная *общая δ -квантовая структура* упрощается для t, π, v -квантов 0-го уровня, так как их КС характеризуются *одним числом* с вырожден-

ной логикой. Различие π -квантов и ν -квантов 1-го и 2-го уровней состоит в том, что в π -кванте с именем C ПД $\sigma_\pi(C)=d(C)$ служит оценкой достоверности следствия C , а в ν -кванте C ПД $\sigma_\nu(C)=p(C)$ – значением вероятности следствия C .

Символьная запись δ -квантовой структуры любого уровня имеет вид равенства, в левой части которого находится семантический код $\delta k_s Y_\omega$, а правая содержит в квадратных скобках «[,]» активные домены информационной составляющей и выходной домен процедурной составляющей δ -кванта. При этом наблюдаемому i -му значению α_i^j , ($i = 1, 2, \dots, r_j$) j -го признака x_j , ($j = 1, 2, \dots, n$) ОПР отвечает символьный компонент вида « $1 | \sigma(\alpha_i^j)$ », который записывается в j -м домене δ -кванта с именем Y_ω на i -й позиции. Здесь указывается величина ПД $\sigma(\alpha_i^j)$, отделяемая вертикальной чертой «|». Ненаблюдаемому значению α_i^j отвечает символьный компонент «0» без указания величины ПД. Например, выражением

$$\delta k_1 c_1 = \overbrace{[0, 1 | \sigma(\alpha_2^1), 1 | \sigma(\alpha_3^1), \emptyset : 1 | \sigma(\alpha_1^2), 0, \emptyset : \emptyset | \emptyset : \alpha_1^{3y} | \sigma(\alpha_1^{3y}), \emptyset ;}^{X_1 \quad X_2 \quad X_3=X_4} \quad (3)$$

$$\underbrace{A(\rightarrow c_1); \sigma(\rightarrow c_1); A(c_1); \sigma(c_1); L(c_1); \gamma]}_{\text{выходной домен}}$$

представляется расширяемый векторный π -квант ($\delta=\pi$) либо ν -квант ($\delta=\nu$) 1-го уровня с именем $Y_\omega = c_1$ относительно целевого признака $x_n = x_3$, являющегося следствием c_1 логической комбинации посылочных признаков x_1 и x_2 некоторого ОПР ω . Содержание δ -квантового события в $\delta k_1 c_1$ (3) определяется следующей семантикой: «ЕСЛИ наблюдается 2-е значение α_2^1 признака x_1 с ПД $\sigma(\alpha_2^1)$ ИЛИ 3-е значение α_3^1 с ПД $\sigma(\alpha_3^1)$ И 1-е значение α_1^2 с ПД $\sigma(\alpha_1^2)$ признака x_2 , ТО ОПР

обладает целевым признаком $x_n = x_3$ с ПД $\sigma(\alpha_1^{3n})$; при этом указанная логика КС реализуется алгоритмом $L(c_1)$, а выходной ПД $\sigma(c_1)$ следствия c_1 в кванте вычисляется алгоритмом $A(c_1)$, используя заданную достоверность $\sigma(\rightarrow c_1)$ импликации». Здесь величина $\sigma(\rightarrow c_1)$ есть достоверность совместного свершения следствия c_1 при посылке ($(\alpha_2^1 | \sigma(\alpha_2^1))$ ИЛИ $\alpha_3^1 | \sigma(\alpha_3^1)$) И $\alpha_1^2 | \sigma(\alpha_1^2)$). Общая строгая формализация определения и конструирования δ -знаний рассматривается как A_δ -задача представления и построения δ -знаний 0-го, 1-го и 2-го уровней сложности. Суть строгой формализации состоит в аксиоматическом построении δ РАКЗ-моделей в подклассах M_π, M_ν, M_ν , объединяемых в общий класс M_δ .

Аксиоматическое построение разноуровневых δ РАКЗ-моделей базируется на постулировании трех терминальных δ -квантов $\delta k_{1y_t}, \delta k_{0a_t}, \delta k_{1b_t}$, $\delta \in \{t, \pi, \nu\}$ и применении к ним известных в теории алгоритмов операторов суперпозиции (П-оператор), строчной конкатенации (CON(•)-оператор) и столбцовой конкатенации (CON[•]-оператор) [10, 11].

Терминальный векторный δ -квант 1-го уровня δk_{1y_t} представляет собой вектор доменов d_j :

$$\delta k_{1y_t} = [d_1 : d_2 : \dots : d_n] = [\alpha_1^1 | \sigma(\alpha_1^1), \dots,$$

$$\alpha_{r_1}^1 | \sigma(\alpha_{r_1}^1) : \dots : \alpha_1^n | \sigma(\alpha_1^n), \dots, \alpha_{r_n}^n | \sigma(\alpha_{r_n}^n)], \quad (4)$$

соответствующих разнотипным признакам x_1, \dots, x_n

ОПР со значениями $\alpha_i^j | \sigma(\alpha_i^j)$ из конечных множеств значений X^j , ($j=1, 2, \dots, n$; $i=1, 2, \dots, r_j$):

$$X^1 = \left\{ \alpha_1^1 | \sigma(\alpha_1^1), \dots, \alpha_{r_1}^1 | \sigma(\alpha_{r_1}^1) \right\}, \dots, \quad (5)$$

$$X^n = \left\{ \alpha_1^n | \sigma(\alpha_1^n), \dots, \alpha_{r_n}^n | \sigma(\alpha_{r_n}^n) \right\},$$

где $\sigma(\alpha_i^j)$, ($i=1, 2, \dots, r_j$) – ПД соответствующих значений признаков.

Терминальный выбирающий δ -квант 0-го уровня δk_{0a_t} описывается известной в теории алгоритмов функцией выбора $V_k^{(m)}$ аргумента α_k из

m -последовательности чисел или символов:

$$\delta k_0 a_T = [V_k^{(m)} = (\alpha_1 | \sigma(\alpha_1), \alpha_2 | \sigma(\alpha_2), \dots, \alpha_k | \sigma(\alpha_k), \dots, \alpha_m | \sigma(\alpha_m)) = \alpha_k | \sigma(\alpha_k)]. \quad (6)$$

Терминальный характеристический δ -квант 1-го уровня $\delta k_1 b_T$ описывается *характеристической функцией* χ_{Y_j} множества Y_j допустимых значений j -го признака:

$$\begin{aligned} \delta k_1 b_T &= [\chi_{Y_j}(\alpha_k^j | \sigma(\alpha_k^j))] = \\ &= \begin{cases} 1, & \text{если } \alpha_k^j | \sigma(\alpha_k^j) \in Y_j, \\ 0, & \text{если } \alpha_k^j | \sigma(\alpha_k^j) \notin Y_j, \end{cases} \quad k = (1, 2, \dots, r_j). \end{aligned} \quad (7)$$

Определение 1. Алгоритмические структуры, получаемые из терминальных квантов $\delta k_1 y_t$, (4) $\delta k_0 a_T$ (6) и $\delta k_1 b_T$ (7) путем конечного числа применений к ним Π -оператора, $\text{CON}(\bullet)$ -оператора и $\text{CON}[\bullet]$ -оператора, называются *разноуровневыми алгоритмическими δk -знаниями* или δ РАКЗ-моделями *знаний* в условиях t -, π -, v -неопределенности.

Очевидно, используя *строгое определение 1* при $\delta=t$ и $\sigma(\alpha_i^j)=1$ можно *автоматически конструировать точные k -знания (tk-знания)* в подклассе M_t tРАКЗ-моделей для условий t -неопределенности.

При $\delta=\pi$ и ПД $\sigma(\alpha_i^j)=\alpha_i^j$ синтезируются *приближенные k -знания (пк-знания)* в подклассе M_π π РАКЗ-моделей в условиях π -неопределенности.

Наконец, при $\delta=v$ и ПД $\sigma(\alpha_i^j)=p(\alpha_i^j)$ получаются *вероятностные k -знания (к-знания)* в подклассе M_v vРАКЗ-моделей при условиях v -неопределенности.

Пример 1. Пусть задан терминальный векторный v -квант 1-го уровня $vk_1 y_t$:

$$\begin{aligned} vk_1 y_t &= [\alpha_1 | .60, \alpha_2 | .75 : \alpha_1^2 | .30, \alpha_2^2 | .86, \alpha_3^2 | \\ &.55, \alpha_4^2 | .90 : \alpha_1^3 | .85, \alpha_2^3 | .75, \alpha_3^3 | .95] \end{aligned} \quad (8)$$

с семантикой: «ОПР обладает тремя ($n=3$) признаками x_1, x_2, x_3 с заданными вероятностными значениями соответственно: в 1-м домене в количестве $r_1=2$, во 2-м домене – $r_2=4$ и в 3-м – $r_3=3$, выбранных из содержательных вероятных множеств:

$$\tilde{X}^1 = \{\alpha_1^1 | p(\alpha_1^1), \alpha_2^1 | p(\alpha_2^1)\},$$

$$\text{где } p(\alpha_1^1) = 0,6; p(\alpha_2^1) = 0,75;$$

$$\tilde{X}^2 = \{\alpha_1^2 | p(\alpha_1^2), \alpha_2^2 | p(\alpha_2^2), \alpha_3^2 | p(\alpha_3^2), \alpha_4^2 | p(\alpha_4^2)\},$$

$$\text{где } p(\alpha_1^2) = 0,3; p(\alpha_2^2) = 0,86; p(\alpha_3^2) = 0,55; p(\alpha_4^2) = 0,9;$$

$$\tilde{X}^3 = \{\alpha_1^3 | p(\alpha_1^3), \alpha_2^3 | p(\alpha_2^3), \alpha_3^3 | p(\alpha_3^3)\},$$

$$\text{где } p(\alpha_1^3) = 0,86; p(\alpha_2^3) = 0,75; p(\alpha_3^3) = 0,95.$$

Требуется построить v -квант 1-го уровня $vk_1 c_2$ с именем c_2 , представляющий знания о наблюдаемом ОПР со следующей семантикой: «зафиксировано допустимое множество Y_j , ($j=1,2,3$) данных в виде $Y_1=\{\alpha_2^{1u}\}$, $Y_2=\{\alpha_2^2, \alpha_4^2\}$, $Y_3=\{\alpha_1^3, \alpha_3^3\}$, где 2-е значение α_2^{1u} признака x_1 объявлено целевым ($x_1=x_u$) следствием c_2 , которое зависит от логики КС: (α_2^2 ИЛИ α_4^2) И (α_1^3 ИЛИ α_3^3) со значениями $\alpha_2^2, \alpha_4^2, \alpha_1^3, \alpha_3^3$ посылочных признаков x_2 и x_3 с заданными соответствующими ПД $p(\alpha_2^2), p(\alpha_4^2), p(\alpha_1^3), p(\alpha_3^3)$; вероятность импликации $p(\rightarrow c_2) = 0,98$; в выходном домене обций ПД $p(c_2)$ v -кванта вычисляется алгоритмом $A(c_2)$ ».

Применяя действия по определению 1 к терминальному $vk_1 y_t$ (8), получим следующую формальную алгоритмическую процедуру конструирования требуемого v -кванта $vk_1 c_2$ вместе с его представлением:

$$\begin{aligned} vk_1 c_2 &= \\ &= \text{CON}_{j=1}^{n=3} \left\langle \text{CON}_{k=1}^{r_j} \left\langle \chi_{Y_j} (V_j^{(3)} (V_k^{(r_j)} (vk_1 r_T))) \right\rangle \right\rangle = \\ &= \underbrace{[0,1 | .86, 0,1 | .90 : 1 | .85, 0,1 | .95 : 0,1 | .75; .98; A(c_2) : p(c_2); L; \gamma]}_{\text{выходной домен}} \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь *выходной домен* сформирован стандартным образом, но без $A(\rightarrow c_2)$, т.к. ПД $p(\rightarrow c_2)$ задан.

Последовательность алгоритмических действий в операторной записи $vk_1 c_2$ (9) производится так. Вначале происходит *настройка* действий всех операторов и функций слева направо для обработки исходного $vk_1 y_t$ (8) так, что первый $\text{CON}_{j=1}^{n=3} \langle \bullet \rangle$ -

оператор присваивает $j:=1$ для последующей конкатенации образуемых 1-го, 2-го и 3-го доменов синтезируемого vk_1c2 . Следующий $CON_{k=1}^{r_j}(\bullet)$ -оператор выполняется аналогично: $k:=1$ для предстоящей строчной конкатенации r_j компонент j -го домена ($1 \leq k \leq r_j$), которые после *характеристической* функции χ_{V_j} преобразуются в «0» или «1» в результате анализа *компонентов* на принадлежность *зафиксированному* множеству Y_j . Выбор указанных компонентов производится в цикле сначала посредством функции $V_j^{(3)}$, а затем посредством функции $V_k^{(r_j)}$ выбирается k -я компонента из r_j возможных в j -м домене. Действия реализуются, циклически повторяясь, пока не будут исчерпаны установочные параметры: n – число признаков (доменов) и r_j – количество *компонентов* j -го домена.

2.1.2. Представление фактов и закономерностей ДРАКЗ-моделями. Под фактами будем понимать *измеряемые* разнотипные *признаки* и их логические комбинации, а также любые *наблюдаемые* события и ситуации, характеризующие ОПР и представимые δ -квантами знаний различных уровней и типов, т.е. ДРАКЗ-моделями. В качестве *закономерностей*, которым подчиняются характеристики ОПР исследуемых классов, *предлагаем* рассматривать *устойчивые импликативные (запретные)*, а также *функциональные логические связи* между *признаками* ОПР. На практике такие связи считаются *достаточно устойчивыми*, если их можно обнаружить при анализе *ограниченной ТЭД* $T_o(m,n)$ [12].

Определение 2. Устойчивая связь между r признаками ОПР из общего их числа n , ($r \leq n$), выражающая *недопустимость* по *смыслу* хотя бы одной комбинации их значений в множестве δk -знаний, ($\delta \in \{t, \pi, v\}$), называется *импликативной закономерностью* или *запретом* r -го ранга.

Кроме *импликативной* связи между признаками может существовать и *функциональная* связь как

частный случай *импликативной*. Отличие их состоит в том, что при *функциональной* связи значения некоторых признаков, называемых *аргументами*, *всегда однозначно* определяют значение *признака-функции*, в то время, как при *импликативной* связи – *не всегда*, а лишь при некоторых комбинациях значений исходных признаков.

Определение 3. Функциональной закономерностью r -го ранга на множестве δk -знаний, ($\delta \in \{t, \pi, v\}$), называется *устойчивая связь* между r , ($r \leq n$) признаками ОПР и некоторым $(r+1)$ -м признаком, позволяющая по значениям *признаков-аргументов*, однозначно определить значение *признака-функции*. Понятие *устойчивости запретных и функциональных* связей базируется на статистических представлениях [11].

При формальном конструировании δk -знаний согласно *определению 1* множества X^j , ($j=1,2,\dots,n$) (5), отвечающие *активным доменам*, преобразуются посредством *терминального характеристического кванта* $\delta k, b_T$ (4) в бинарные множества B^j :

$$\begin{aligned} B^1 &= \{\beta_1^1 | \sigma(\beta_1^1), \dots, \beta_{r_1}^1 | \sigma(\beta_{r_1}^1)\}, \dots, \\ B^n &= \{\beta_1^n | \sigma(\beta_1^n), \dots, \beta_{r_n}^n | \sigma(\beta_{r_n}^n)\}, \beta_i^j \in \{0, 1\}. \end{aligned} \quad (10)$$

Декартово произведение множеств B^j (10) с учетом только *активных доменов информационных составляющих* δ -квантов образует множество

$$B\delta = B_1 \times B_2 \times \dots \times B_n, \delta \in \{t, \pi, v\}, \quad (11)$$

которое назовем *пространством ДРАКЗ-моделей*.

Определение 4. Декартово произведение J подмножеств $Z^j \subseteq B^j$, ($j=1,2,\dots,n$), выбранных по одному из множеств B^1, B^2, \dots, B^n , т.е.

$$J = (Z^1 \times Z^2 \times \dots \times Z^n) \subseteq B\delta \quad (12)$$

называется *интервалом пространства ДРАКЗ-моделей*.

Для упрощения выражения $\alpha_i^j | \sigma(\alpha_i^j)$ в δ -квантовом представлении *фактов* будем использовать запись

$$\alpha_i^j | \sigma_i^j, (1 \leq i \leq r_j, 1 \leq j \leq n) \quad (13)$$

с семантикой: «зафиксировано i -е значение j -го признака ОПР с соответствующим ПД σ_i^j ». На рис. 1 показано пространство $B_\delta^{(3)}$ как множественное представление **БРАКЗ-моделей** ОПР, описываемых тремя признаками: x_1 с $r_1=2$ значениями из $X^1 = \{\alpha_1^1 | \sigma(\alpha_1^1), \alpha_2^1 | \sigma(\alpha_2^1)\}$; x_2 с $r_2=4$ значениями из $X^2 = \{\alpha_1^2 | \sigma(\alpha_1^2), \alpha_2^2 | \sigma(\alpha_2^2), \alpha_3^2 | \sigma(\alpha_3^2), \alpha_4^2 | \sigma(\alpha_4^2)\}$ и x_3 с $r_3=3$ значениями из множества $X^3 = \{\alpha_1^3 | \sigma(\alpha_1^3), \alpha_2^3 | \sigma(\alpha_2^3), \alpha_3^3 | \sigma(\alpha_3^3)\}$.

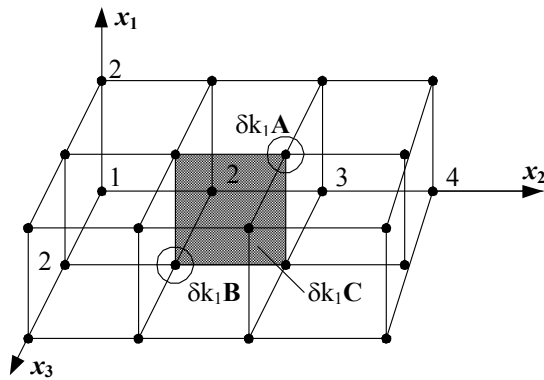


Рис. 1. Пространство $B_\delta^{(3)}$ **БРАКЗ-моделей**

Отмеченным точкам **A** и **B** пространства $B_\delta^{(3)}$ отвечают элементарные векторные δk -знания δk_1A и δk_1B в δ -квантовой форме:

$$\delta k_1A = [0, 2^1 | \sigma_2^1 : 0, 0, 3^2 | \sigma_3^2, 0 : 0, 2^3 | \sigma_3^3, 0], \quad (14)$$

$$\delta k_1B = [1^1 | \sigma_1^1, 0 : 0, 2^2 | \sigma_2^2, 0, 0 : 0, 2^3 | \sigma_2^3, 0]. \quad (15)$$

Они могут описывать факты или закономерности самой различной природы. Семантика δk_1A и δk_1B , а также их выходные домены не указаны во избежание громоздкой записи.

Заштрихованному интервалу $C \subset B_\delta^{(3)}$ на рис. 1 соответствует интервальный δ -квант знаний 1-го уровня δk_1C с именем C :

$$\delta k_1C = [1^1 | \sigma_1^1, 2^1 | \sigma_2^1 : 0, 2^2 | \sigma_2^2, 3^2 | \sigma_3^2, 0 : \underbrace{0, 2^3 | \sigma_3^3, 0}_{x_3}], \quad (16)$$

который состоит из точек **A** и **B**, и еще двух других. Заметим, что элементарный δ -квант в своих доменах не может содержать более одного «не нулевого» компонента, а интервальный δ -квант – может и обязан. Поэтому, например, при $\delta=t$ (точные знания) из интервального δk_1C (16) получаем точный интервальный векторный t -квант 1-го уровня tk_1C без указания ПД σ_i^j в силу достоверности квантовых событий (КС):

$$tk_1C = [\overbrace{11}^{x_1} : \overbrace{0110}^{x_2} : \overbrace{010}^{x_3}]. \quad (17)$$

Интервальный tk_1C (17) можно представить матричным t -квантом 2-го уровня tk_2C , состоящим из объединения 4-х элементарных векторных t -квантов 1-го уровня:

$$tk_2C = \begin{bmatrix} \overbrace{x_1} & \overbrace{x_2} & \overbrace{x_3} \\ 01 : 0010 : 010 \\ 10 : 0010 : 010 \\ 01 : 0100 : 010 \\ 10 : 0100 : 010 \end{bmatrix} \quad (18)$$

с общей семантикой: «наблюдаемый ОПР характеризуется фактом наличия tk -знаний $tk_1C_1=[01:0010:010]$ ИЛИ $tk_1C_2=[10:0010:010]$ ИЛИ $tk_1C_3=[01:0100:010]$ ИЛИ $tk_1C_4=[10:0100:010]$, независимо от указания целевого признака».

Закономерности представляются **БРАКЗ-моделями** следующим образом. Пусть, например, заштрихованный интервал $C \subset B_\delta^{(3)}$ на рис. 1 отвечает имплицативной закономерности относительно целевого признака $x_3=x_4$ и посылочных признаков x_1, x_2 . Тогда согласно (16) ее можно описать, например, вероятностным (при $\delta=v$) запретным интервальным v -квантом 1-го уровня с именем \bar{Y} в виде:

$$vk_1\bar{Y} = [\overbrace{1^1 | p_1^1, 2^1 | p_2^1}^{x_1} : \overbrace{0, 2^2 | p_2^2, 3^2 | p_3^2}^{x_2} : \overbrace{0, 2^3 | p_2^3, 0}^{x_3=x_4}], \quad (19)$$

с семантикой: «не верно, что ЕСЛИ наблюдаемый ОПР обладает 1-м ИЛИ 2-м значением признака x_1 И 2-м ИЛИ 3-м значением признака x_2 с

соответствующими вероятностями $p_1^1, p_2^1, p_2^2, p_3^2$, ТО целевой признак x_3 принимает 2-е значение с вероятностью p_2^3 ». В форме предикатного уравнения запретные **vk-знания** (19) имеют вид:

$$\begin{aligned} vk_1 \bar{Y} = & \\ = & [(x_1 = 1^1 | p_1^1, 2^1 | p_2^1) \wedge (x_2 = 2^2 | p_2^2, 3^2 | p_3^2) \wedge \\ & \wedge (x_3 = 2^3 | p_2^3); A(\rightarrow \bar{Y}); p(\rightarrow \bar{Y}); \\ & A(\bar{Y}); p(\bar{Y})] \equiv 0 | p_{\bar{Y}} \end{aligned} \quad (20)$$

с указанной **семантикой**. Здесь символ « \wedge » эквивалентен логической дизъюнкции « \vee », а символ « $0 | p_{\bar{Y}}$ » указывает на ложность предиката в круглых скобках.

Аналогичными **БРАКЗ-моделями** (без *запретного* имени \bar{Y} , но с использованием символа « $1 | p_Y$ » истинности предиката) описываются **функциональные связи**. Наличие *определенного* алгоритма $A(Y)$ в **выходном** домене *запретных* или *функциональных* **дк-знаний** 1-го и 2-го уровней указывает на *встроенную процедуру* для вычисления заключительного ПД $\sigma(Y)$ **д-кванта** с учетом логики в его *предикатной БРАКЗ-модели*.

Таким образом, предложенный *обобщенный* класс M_δ **БРАКЗ-моделей** содержит множество *единообразных д-квантовых средств* для представления различных **фактов**, а также *имплицативных и функциональных закономерностей* в эквивалентных по содержанию *формах*:

- 1) *множественной* (точки, интервалы пространства $B_\delta^{(n)}$);
- 2) *векторно-матричной* (доменные **д-квантовые** структуры);
- 3) *аналитической* (конечные предикаты).

Отсюда *основное преимущество* **БРАКЗ-метода** перед существующими заключается в том, что он *открыт* для использования различных средств **математики** при синтезе и анализе эффективных средств *инженерии квантов знаний* в искусственном интеллекте.

2.1.3. Операторная модель M_{Op} вывода решений БРАКЗ-методом. **БРАКЗ-метод** обеспечивает анализ и синтез *операторной* модели M_{Op} вывода *идентификационных* и *прогнозных* решений средствами *представления* и *манипулирования точными квантами знаний (tk-знаниями)*. *Операторный* вывод указанных решений на основе использования модели M_{Op} реализуется последовательностью специальных **операторных преобразований** *разноразноуровневых tk-знаний*, которые подробно изложены в [12].

На рис. 2 приведена общая схема *операторного вывода* решений **tРАКЗ-методом**. Сначала *синтезируется прогнозная или идентификационная база точных квантов знаний (БtkЗ)* посредством **оператора** индукции по заданной ТЭД как обучающим **tk-знаниям**. Затем с помощью операторов *дедукции и традукции* по наблюдаемым **входным tk-знаниям**, опираясь на **БtkЗ**, выводятся *идентификационные или прогнозные* решения как **выходные tk-знания**.

2.1.4. Сетевые модели $M_{КС}$ принятия решений. **д-Квантовые сети вывода решений (д-КСВР)** при $\delta=t, \pi, v$. *Начальное формальное* представление сетевого процесса **принятия решений** реализуется в виде *обучаемой логической сети вероятных рассуждений (ЛСВР)*.

Обучаемая ЛСВР трансформируется в **квантовые модели точного вывода** решений (**t-КСВР**) при условиях *t-неопределенности, приближенного вывода* (**π-КСВР**) при *π-неопределенности* и *вероятностного вывода* (**v-КСВР**) при *v-неопределенности*. Предполагается также синтез *алгоритма обучения (АЛОБУЧ)*, с помощью которого находится по выборочной информации ТЭД и СПОЗ множество $E=\{X_i\}$, ($i=1,2,\dots,n_g$) *вершин* и множество $U=\Gamma=\{u_{ij}\}$, ($j=1,2,\dots,m_g$) *дуг графа* $G=(E,\Gamma)$, отвечающих *причинно-следственным* и логическим *связям* между **квантовыми событиями (КС)** в **д-КСВР**.

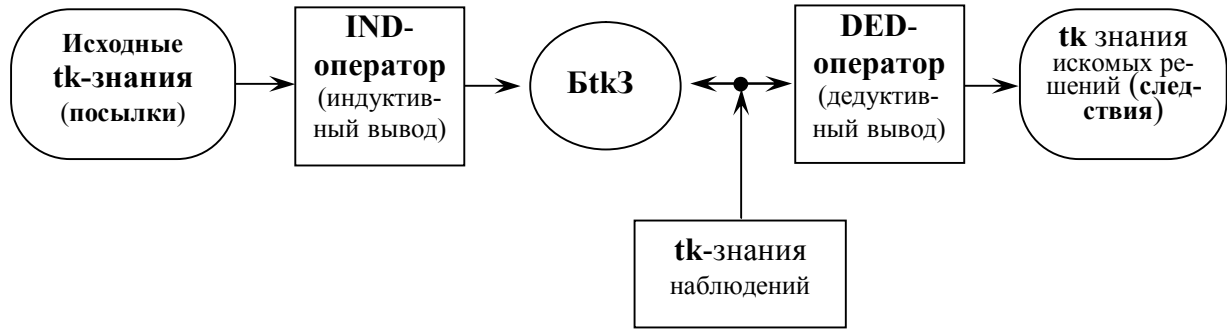


Рис. 2. Общая схема операторного вывода решений tPAKZ-методом

Определение 5. Обучаемой ЛСВР называется синтезируемый по заданным СПОЗ посредством алгоритма АЛОБУЧ ориентированный граф $G=(E,\Gamma)$, обладающий порядковой функцией $\Pi(X_i) \forall X_i \in E$, определенной на подмножествах-уровнях $N_1, N_2, \dots, N_k \subseteq E$ вершин, и следующими свойствами:

1) все вершины $X_i \in E$, $(1 \leq i \leq n_y)$ отвечают высказываниям из СПОЗ конкретной предметной области, а дуги $u_{ij} \in \Gamma$, $\Gamma: E \rightarrow E$ указывают на причинно-следственные связи между узлами с логическими связками «И», «ИЛИ», «НЕ»;

2) все узлы $X_i \in N_1 \subset E$ при $\Gamma^{-1}N_1 = \emptyset$ соответствуют входной посылочной информации e_t , $(1 \leq t \leq n_y)$ относительно некоторых следствий c_q , $(1 \leq q \leq m_c)$ с заданными ПД $\sigma(e_t)$, $\sigma(\rightarrow c_q)$;

3) все узлы $X_i \in N_k \subset E$ при $\Gamma N_k = \emptyset$ являются целевыми (выходными) узлами-заключениями C_s , $(1 \leq s \leq S)$ с вычисляемыми ПД $\sigma(C_s)$, а все вершины промежуточных уровней между N_1 и N_k отвечают частичным следствиям c_q .

Синтезированная в режиме обучения ЛСВР трансформируется в δ -КСВР, $\delta \in \{t, \pi, v\}$ с помощью разработанных специального алгоритма автоматического квантования информации ЛСВР под названием δ -АЛАКВА и алгоритма оптимизации δ -АЛОПТ, которые описаны в [11]. В результате трансформации ЛСВР получается δ -КСВР с вычисляемыми ПД $\sigma(c_q)$ и $\sigma(C_s)$, допускающая оптимизацию сети в смысле исключения избыточных δ -квантов и управление сетевым выводом требуемых

решений. Таким образом, суть формализации δ -КСВР раскрывается в следующем определении.

Определение 6. Целенаправленной обучаемой δ -КСВР, $\delta \in \{t, \pi, v\}$ называется результат преобразования графа $G=(E,\Gamma)=\text{ЛСВР}$ посредством алгоритмов δ -АЛАКВА и δ -АЛОПТ в квантовый граф $G_{\delta k}=(E_{\delta k}, \Gamma_{\delta k})$, обладающий следующими свойствами:

1) все вершины $X_i \in E_{\delta k}$ отвечают сгенерированным разноуровневым δ -квантам, содержащим СПОЗ конкретной предметной области, а дуги $U_{ij} \in \Gamma_{\delta k}$ указывают на логические связи квантовых событий;

2) все $X_i \in N_k \subset E_{\delta k}$, $\Gamma^{-1}N_1 = \emptyset$ соответствуют входным δk -знаниям-посылкам с именами e_t , $(1 \leq t \leq n_y')$ относительно δk -знаний-следствий с именами C_q , $(1 \leq q \leq m_c')$ и с заданными ПД $\sigma(e_t)$ и/или вычисляемыми $\sigma(\rightarrow C_q)$;

3) все $X_i \in N_k \subset E_{\delta k}$, $\Gamma N_k = \emptyset$ являются целевыми δk -знаниями-заключениями с именами C_s , $(1 \leq s \leq S)$ и вычисляемыми ПД $\sigma(C_s)$, а все промежуточные вершины графа $G_{\delta k}$ отвечают частичным δk -знаниям-следствиям с ПД $\sigma(C_q)$. Согласно определению 5 и условиям δ -неопределенности ($\delta \in \{t, \pi, v\}$) получаем формализованные определения соответствующих t -КСВР, π -КСВР и v -КСВР, отличающиеся лишь используемыми алгоритмами δ -АЛАКВА и δ -АЛОПТ [10, 11]. Формирование исходных СПОЗ для обучения δ -КСВР с целью решения V_δ -задачи производится на основе анализа примеров идентификационных сценариев данной

предметной области, а с целью решения C_8 -задачи – на основе использования примеров **прогнозных сценариев** принятия решений. Следует отметить, что **оператор редукции сетевой базы δk -знаний (Б $\delta k3$)= δ -КСВР**, входящий в состав алгоритмов $AL(B_8)$ и $AL(C_8)$ [11] **решения B_8, C_8 -задач** в данном случае обработки **функциональных закономерностей** выполняет роль **активизации δ -квантов знаний** при **выводе решений**. **Активизация δ -кванта s -го уровня $\delta k_s Y$** – это **формирование** на его входе **посылочных значений характеристик ОПР** с указанием **оценок их достоверности** и **вычисления ПД $\sigma(Y)$** по заданному в выходном домене алгоритму $A(Y)$.

Активизация δ -КСВР – это **формирование** на ее входе **δk -знаний-посылок** с **последовательной автоматической активизацией** всех **δ -квантов**, находящихся в **причинно-следственной связи** с **выходными δk -знаниями**, отвечающими **принимаемым решениям**. Отсюда приходим к **определению вывода возможных решений** посредством **δ -КСВР**.

Определение 7. Последовательный процесс **активизации посылочных e_i , промежуточных (C_r) и целевых (C_j) δ -квантов** в графе $G_{\delta k}(E_{\delta k}, \Gamma_{\delta k})$ согласно **определению 5** с **вычислением заключительных ПД $\sigma(C_j)$** по заданным алгоритмам $A(C_j)$, известным ПД $\sigma(C_r)$, $\sigma(e_i \rightarrow C_j)$ и логике связей между e_i и C_j называется **выводом возможных решений** посредством **δ -КСВР**, ($\delta \in \{\pi, \nu\}$).

Дедуктивный вывод идентификационных решений в **B_8 -задаче** при заданных **посылочных δk -знаниях $\delta k_1 Y_{B_8}$** состоит в получении на выходе **δ -КСВР** с помощью алгоритма $AL(B_8)$ **искомых (целевых) δk -знаний $\delta k_s R_{B_8}$** , ($s = 0, 1, 2$) с вычисленными ПД $\sigma(R_B)$. **Семантика $\delta k_s R_{B_8}$** указывает на **принадлежность** с заданной **надежностью η** **идентифицируемого ОПР ω** к определенной **категории** или **классу K** из Ω .

В результате решения C_8 -задачи путем **дедуктивного вывода** возможных **прогнозных решений**

по заданным посылкам $\delta k_1 Y_{\omega}$ получаем на выходе **δ -КСВР** с помощью алгоритма $AL(C_8)$, **искомые δ -кванты знаний s -го уровня $\delta k_s R_{C_8}$** , ($s = 0, 1, 2$) с вычисленными ПД $\sigma(R_C)$. **Семантика $\delta k_s R_{C_8}$** отражает с заданной **надежностью η** **прогнозируемые значения** исследуемых **признаков ОПР ω** либо **категорию прогнозируемой ситуации**, в которой находится наблюдаемый ОПР.

2.2. Принцип внешнего дополнения для индуктивного построения и оценивания Б $\delta k3$ по обучающим δk -знаниям. Разработчикам СИИ необходима **методика оценивания обучающей ТЭД $T_0(m, n)$** , которая **гарантированно** обеспечивала бы **индуктивное** построение **Б $\delta k3$ как ДРАК3-модели** принятия решений **требуемого качества**. Для этого ниже сформулируем принцип **внешнего дополнения** и докажем **теоремы**, обосновывающие предлагаемый способ **адекватного** соотнесения **сложности** искомого **импликативных** и/или **функциональных Б $\delta k3$ с объемами** требуемых **обучающих δk -знаний**.

2.2.1. Оценка адекватности индуктивно синтезируемой импликативной Б $\delta k3$ объему обучающих $t k$ -знаний. **Основная теорема 1.** **Адекватность** искомой **импликативной Б $\delta k3$** по отношению к **обучающей ТЭД $T_0(m, n)$** будем оценивать величиной **r_{\max} максимального ранга** запретных связей между признаками ОПР, который зависит от объема **$(m \times n)$ ТЭД**. Упростим **формальную модель ОПР** вида (5) путем перехода от **доменного пространства ДРАК3-моделей B^j (10)** к **расширенному булевому пространству B^N** размерности **$N = r_1 + r_2 + \dots + r_n$** без учета **доменов** и ПД $\sigma(B^j)$ их компонентов β_i^j , ($i = 1, 2, \dots, r_j$; $j = 1, 2, \dots, n$). С этой целью, с помощью **конкатенации** множеств B^j (10) построим **расширенное булевское N -множество B** :

$$B = CON_{j=1}^n \langle B^j \rangle = \langle B^1, B^2, \dots, B^n \rangle = \langle \beta_1^1, \beta_2^1, \dots, \beta_{r_1}^1, \dots, \beta_1^j, \dots, \beta_{r_j}^j, \dots, \beta_N^n \rangle, \quad (21)$$

элементы которого отвечают значениям всех при-

знаков x_1, x_2, \dots, x_n ОПР. Очевидно, N -я декартова степень множества \mathbf{B} (21) и образует *расширенное булево пространство* \mathbf{B}^N :

$$\mathbf{B}^N = \underbrace{\mathbf{B} \times \mathbf{B} \times \dots \times \mathbf{B}}_{N \text{ раз}} = \{\bar{\beta}\}, \quad (22)$$

которое назовем **логическим пространством реализаций БРАКЗ-моделей**. Векторные элементы $\bar{\beta} \in \mathbf{B}^N$ (точки, реализации)

$$\bar{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_N) \in \mathbf{B}^N \quad (23)$$

назовем **булевыми моделями ОПР** для описания результатов наблюдений за ОПР в реальных предметных областях. Тогда суть **индуктивного принципа внешнего дополнения** для случая поиска **имплицативных закономерностей** (запретов) состоит в следующем.

Пусть точки пространства \mathbf{B}^N отвечают множеству \mathbf{T} мыслимых объектов, часть которых $\mathbf{T}_r \subseteq \mathbf{T}$ относится к *реальным ОПР* исследуемых классов. Поскольку на практике \mathbf{T} и \mathbf{T}_r *недоступны* непосредственному перечислению, т. к. их мощности *очень велики* и соотносятся как $|\mathbf{T}_r| \ll |\mathbf{T}|$, то о *закономерностях* в \mathbf{T}_r судят по ограниченному (*обучающему*) множеству $\mathbf{TЭД} = \mathbf{T}_0(\mathbf{m}, \mathbf{N}) \subseteq \mathbf{T}_r$ объема $(\mathbf{m} \times \mathbf{N})$, которое также намного меньше \mathbf{T}_r . Следовательно, в силу *реальных условий*

$$\mathbf{T}_0(\mathbf{m}, \mathbf{N}) \ll \mathbf{T}_r \ll \mathbf{T} \quad (24)$$

приходится строить **БдкЗ** как *индуктивные модели принятия идентификационных и прогнозных решений* на основе *выборочных знаний* $\mathbf{T}_0(\mathbf{m}, \mathbf{N})$, извлекаемых из возможных источников. Согласно (24) и по **определению 2** существование **запретной комбинации** значений признаков означает, что в соответствующий **запретный интервал** \bar{J} пространства $\mathbf{B}^N \sim \mathbf{T}$ не попадает ни один элемент из множества \mathbf{T}_r , и, следовательно, из множества \mathbf{T}_0 , т.к. $\mathbf{T}_0 \subseteq \mathbf{T}_r$. Назовем интервал \bar{J} **пустым** относительно \mathbf{T}_r и \mathbf{T}_0 . Очевидно, чем **сильнее имплицативная связь**, тем **шире** соответствующий $\bar{J} \in \mathbf{T}_r$, а следовательно, **больше вероятность** проявления запретной зако-

номерности. Именно это обнадеживает обнаружение *запретов* по обучающей $\mathbf{T}_0(\mathbf{m}, \mathbf{N})$. Действительно, если в $\mathbf{T}_0(\mathbf{m}, \mathbf{N})$ обнаружена **имплицативная связь** между \mathbf{r} , ($2 \leq \mathbf{r} \leq \mathbf{N}$) признаками, которой отвечает *пустой интервал* \bar{J} \mathbf{r} -го ранга в пространстве \mathbf{T}_r , то должно выполняться отношение $\bar{J} \cap \mathbf{T}_r = \emptyset$, а значит, и отношение $\bar{J} \cap \mathbf{T}_0 = \emptyset$. Отсюда следует, что если $\bar{J} \cap \mathbf{T}_0 = \emptyset$, то можно выдвинуть *гипотезу* о существовании **имплицативной закономерности** \mathbf{r} -го ранга в \mathbf{T}_r , судя по ТЭД $\mathbf{T}_0(\mathbf{m}, \mathbf{N})$. Чтобы принять или отвергнуть *гипотезу*, нужно оценить ее **достоверность**, т.е. **вероятность** того, что *гипотеза ошибочна*. **Достоверными** принято считать **гипотезы**, вероятность *ошибочности* которых настолько **мала**, что ею можно пренебречь. Поэтому при выявлении **имплицативных закономерностей** разумно ограничиться поиском достаточно **крупных запретных интервалов**, начиная с ранга $\mathbf{r}=2$ до \mathbf{r}_{\max} и пренебречь *мелкими*. Это существенно ограничивает **объем перебора интервалов**. Очевидно, **достоверность гипотезы** должна зависеть от общего числа \mathbf{N} **признаков-столбцов** и числа \mathbf{m} **наблюдений-строк** ТЭД $\mathbf{T}_0(\mathbf{m}, \mathbf{N})$, а также от *ранга* \mathbf{r} искомым связей между признаками ОПР. Тогда **достоверность гипотезы** о существовании **имплицативной закономерности** \mathbf{r} -го ранга можно оценить *математическим ожиданием* $\mathbf{M}\{\mathbf{m}, \mathbf{N}, \mathbf{r}\}$, т.е. средним числом **запретных интервалов** \bar{J} \mathbf{r} -го ранга, возникающих в пространстве \mathbf{B}^N (22) при *чисто случайном* формировании ТЭД $\mathbf{T}_0(\mathbf{m}, \mathbf{N})$ из элементов множества $\mathbf{T}_r \subseteq \mathbf{B}^N$. Очевидно, такую *гипотезу* можно выдвигать лишь при **малых значениях величины** $\mathbf{M}\{\mathbf{m}, \mathbf{N}, \mathbf{r}\}$ в интервале $[0, 1]$.

Действительно, чем **меньше вероятность** *случайного существования пустого интервала*, тем **больше** искомая **достоверность существования имплицативной закономерности**. На основании изложенного **принципа внешнего дополнения** для *индуктивного построения имплицативной БдкЗ* по обучающим **tk-знаниям** приходим к **основной теореме 1**.

Теорема 1. Пусть задана обучающая ТЭД $T_0(m, N)$, которая состоит из m строк-наблюдений, N столбцов-признаков ОПР. Предполагается, что $T_0(m, N)$ есть случайная *равновероятная* (m, N) -выборка элементов из T_r , представленная матричным t -квантом знаний 2-го уровня $tk_2 T_0$. Пусть существованию *имплицативной* связи r -го ранга между признаками ОПР в пространстве T_r отвечает событие $S(m, N, r)$: «некоторые интервалы r -го ранга в $T_r \subseteq B^N$ случайно не пересекаются с $T_0(m, N)$, (т.е. *запретные* или *пустые*, но в реальности *запретные* связи между признаками отсутствуют)». Тогда оценка D_z достоверности гипотезы о существовании *имплицативных закономерностей* r -го ранга в T_r определяется на основе $tk_2 T_0 = T_0(m, N)$ оценочной величиной $M_S\{m, N, r\}$ для *вероятности* $p_S(m, N, r)$ события $S(m, N, r)$ по формуле:

$$D_z = p_S(m, N, r) \leq M_S\{m, N, r\} \equiv \frac{N! 2^{r(1-m)} (2^r - 1)^m}{r!(N-r)!}, \quad (25)$$

где $r_{\min} \leq r \leq r_{\max}$; $2 \leq r_{\min} < r_{\max}$; $r_{\max} \leq N$;

$M_S\{m, N, r\}$ – величина *математического ожидания* числа *случайно* обнаруженных в ТЭД $T_0(m, N)$ *запретных интервалов* r -го ранга, которая *оценивает сверху* величину *вероятности* $p_S(m, N, r)$ в области *малых* ее значений из интервала $[0, 1]$, т.е. в предположении *отсутствия* в ТЭД *имплицативных связей* между признаками ОПР.

Доказательство теоремы 1.

Из *определения 2* и содержания события S очевидно вытекает суждение: «*уменьшение вероятности* проявления *запретного интервала* ведет к *увеличению достоверности гипотезы* о существовании *имплицативной закономерности*». Отсюда следует *правомерность* использования вероятности $p_S(m, N, r)$ события S для оценки D_z достоверности гипотезы. Заметим, что *сложное* событие S есть *сумма простых* событий $c(m, N, r)$ вида «*конкретный интервал* r -го ранга *не пересекается с* $T_0(m, N)$ » и наступает при любом событии $c(m, N, r)$, связанным с выбором интервала r -го ранга. Поскольку события

$c(m, N, r)$ в составном событии $S(m, N, r)$ связаны не просто, образуя сложные взаимные пересечения интервалов, вычисление вероятности $p_S(m, N, r)$ события S сопряжено с большими трудностями. Поэтому величину $p_S(m, N, r)$ при *малых* ее значениях проще оценить величиной *математического ожидания* $M_S\{m, N, r\}$ числа интервалов r -го ранга, не пересекающихся со случайной ТЭД $T_0(m, N)$. Как известно, $M_S\{m, N, r\}$ определяется *усредненным* значением по всем возможным *реализациям* с учетом их вероятностей. В нашем случае *реализации* – это различные *равновероятные булевы матрицы* размером $m \times N$, отвечающие ТЭД $= tk_2 T_0$, что упрощает вычисление $M_S(m, N, r)$. Обозначим множество различных *булевых матриц* размером $m \times N$ через $A = \{a_i\}$, а множество всех интервалов r -го ранга в пространстве T_r – через $B = \{b_j\}$. В силу конечности множеств A и B их мощности определяют соответственно число $|A| = 2^{mN}$ различных *булевых матриц* данного размера и *количество* $|B| = C_N^r * 2^r$ всех *интервалов* r -го *ранга*, где C_N^r – число *сочетаний* из общего числа N признаков по r , а 2^r – *количество* фиксированных комбинаций *значений* r признаков. Очевидно, *мощность декартова произведения* $|A \times B|$ определяет количество таких пар (a_i, b_j) (= *матрица, интервал*), которые находятся в отношении *непересечения*, т.е. *запретной связи* между r признаками. Усредняя величину $|A \times B|$ по всевозможным реализациям $|A|$, получим величину искомого *математического ожидания* $M_S\{m, N, r\} = |A \times B| / |A|$. Для нахождения величины $|A \times B|$ сначала вычислим количество Q различных матриц, *непересекающихся* с конкретным, но произвольно выбранным *интервалом* r -го ранга. Предположим, что *интервал* образован значениями «0» первых r признаков x_1, x_2, \dots, x_r . Тогда *интервал* окажется *пустым* (*запретным*) в $T_0(m, N)$, если ни одна из m ее строк не будет содержать в первых r столбцах только «0». Очевидно, доля матриц, у которых первые r столбцов в m строках за-

полнены "0", составляет $\frac{1}{2^r}$ от общего числа мат-

риц 2^{mN} , а доля остатка $C = (1 - \frac{1}{2^r})^m = \frac{(2^r - 1)^m}{2^{r \cdot m}}$.

Величину Q определим как

$Q = |A| \cdot C = 2^{mN} \cdot \frac{(2^r - 1)^m}{2^{r \cdot m}}$. Тогда

$$|A \times B| = Q \cdot |B| = 2^{mN} \cdot \frac{(2^r - 1)^m}{2^{r \cdot m}} \cdot C_N^r \cdot 2^r.$$

Разделив эту величину на $|A| = 2^{mN}$, получим

$$M_S\{m, N, r\} = \frac{(2^r - 1)^m \cdot C_N^r \cdot 2^r}{2^{r \cdot m}} = \frac{N! \cdot 2^{r(1-m)} \cdot (2^r - 1)^m}{r! \cdot (N - r)!},$$

что совпадает с правой частью выражения D_z (25).

Величина $M_S\{m, N, r\}$ вычислена как *сумма вероятностей* $p_S(m, N, r)$ событий $c(m, N, r)$, взятая по всевозможным интервалам r -го ранга и не может быть *меньше вероятности суммы* этих же событий. Следовательно, $p_S(m, N, r) \leq M_S\{m, N, r\}$, что полностью совпадает с выражением (25). **Теорема 1** доказана. Итак, судя по $T_0(m, N)$ при заданном *допустимом* значении M_S^* , гипотеза о *наличии* в T_r *запретных закономерностей* r -го ранга *принимается*, если *оценка* D_z (25) удовлетворяет неравенству

$$M_S\{m, N, r\} = \frac{N! \cdot 2^{r(1-m)} \cdot (2^r - 1)^m}{r! \cdot (N - r)!} \leq M_S^*. \quad (26)$$

Выбор *допустимого* значения M_S^* для $M_S\{m, N, r\}$ практически *не сложен*, т.к. величина M_S *сильно зависит* от ранга r . [12]. Например, при $M_S^* = 10^{-3}$, $m=200$ и $N=100$ значениям $r=2, 3, 4, 5$ соответствуют с *точностью* до порядка значения $M_S\{200, 100, r\} = 10^{-21}, 10^{-6}, 10^2, 10^6$, значит, будут устойчивыми *импликативные связи* ранга $r=2$ и $r=3$, т.к. $r_{\max}=3$.

2.2.2. Алгоритм AZ индуктивного построения импликативной Бtk3.

Теорема 1 служит обоснованием алгоритма AZ для *индуктивного* построения *импликативной* Бtk3. В практическом диапазоне значений m и N

ранг r_{\max} оказывается небольшим [12]. Для ОПР с N двоичными признаками число q_z запретов равно:

$$q_z = \sum_{r=2}^{r_{\max}} = \frac{2^r \cdot N!}{r! \cdot (N - r)!}, \quad (27)$$

что позволяет обнаружить все *импликативные* закономерности ранга не выше r_{\max} . путем их *перебора* на ЭВМ.

Алгоритм AZ

Вход: заданная *обучающая* ТЭД $T_0(m, N)$ в форме матричного кванта *обучающих знаний* tk_2T_0 ; M_S^* – *допустимое значение* оценки M_S *достоверности гипотезы* о существовании *импликативных закономерностей* в T_r ; *контрольная* ТЭД tk_2T_k для оценки *качества* Бtk3 величиной *эмпирического* риска R_z и величина *допустимого* риска R_z^* .

Выход: искомая *безизбыточная* Бtk3, состоящая из *простых* запретов в форме *файла* *запретного* матричного кванта знаний $tk_2\bar{\Sigma}_{BZ}$ с именем SAZ.

Действия:

Д1. По формуле (26) определить при заданной ТЭД *допустимое значение* r_{\max} *ранга импликативных закономерностей* согласно заданному M_S^* . В случае *невыполнения* неравенства (26) изменить исходную ТЭД и повторять Д1, пока *выполняется* условие (26), иначе, выполнить Д2.

Д2. По формуле (27) найти все q_z *импликативных* связей ранга r , ($2 \leq r \leq r_{\max}$) путем перебора строк матрицы $T_0(m, N)$ в обучающем tk_2T_0 и сформировать *избыточную* Бtk3 $tk_2\bar{\Sigma}_Z$ из *отсутствующих* в нем (*запретных*) интервалов указанных рангов.

Д3. Преобразовать Бtk3 $tk_2\bar{\Sigma}_Z$ в *безизбыточную* Бtk3 $tk_2\bar{\Sigma}_{BZ}$, состоящую из *простых* запретов, путем применения к $tk_2\bar{\Sigma}_Z$ $T_-, T_+, RED-$ и $POZ-$ операторов манипулирования *tk-знаниями*, изложенных в [12].

Д4. Оценить *качество* Бtk3 величиной *эмпирического* риска $R_z \leq R_{z, \text{доп}}^*$ в % *ошибочных* *распознающих* или *прогнозных* решений на *контрольных*

знаниях tk_2T_k посредством применения процедуры «скользящего экзамена» [11]. В случае, когда $R_Z \succ R_{Z_{доп}}^*$, улучшить $Btk3$ $tk_2\bar{\Sigma}_Z$ с помощью экспертов и перейти к Д3, иначе, выполнить Д5.

Д5. Сформировать рабочий файл SAZ для $Btk3$ $tk_2\bar{\Sigma}_{BZ}$ допустимого качества по риску R_Z .

Д6. Конец.

На основе использования алгоритма AZ построен оператор индуктивного вывода импликативных tk -знаний, обозначаемый INDS ($tk_2T_0; AZ; Btk3$) и применяемый для синтеза импликативной $Btk3$ $tk_2\bar{\Sigma}_{BZ}$ по обучающим знаниям tk_2T_0 .

Определение 8. Алгоритмическая процедура

$$INDS(tk_2T_0; AZ; Btk3) = tk_2T_0 \xrightarrow[AZ]{INDS} tk_2\bar{\Sigma}_{BZ}, \quad (28)$$

реализующая индуктивный вывод из обучающего кванта знаний tk_2T_0 безизбыточной импликативной $Btk3 = tk_2\bar{\Sigma}_{BZ}$ в виде совокупности простых за- претов посредством алгоритма AZ, называется оператором индуктивного вывода импликативных tk -знаний (кратко, INDS-оператор). Левая часть равенства (28) представляет имя INDS операторной процедуры с указанием в скобках имен входных параметров, используемых алгоритмов и результата на выходе, а правая – квантовую процедуру индуктивного вывода следствия $tk_2\bar{\Sigma}_{BZ}$ из послы- ки tk_2T_0 .

Продолжение статьи – в части 2.

Литература

1. Галушкин А.Н. Теория нейронных сетей. – М.: ИРОЖР, 2000. – 380 с.
2. Осовский С. Нейронные сети для обработки информации. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 343 с.

3. Holland J.H. Adaptation in natural and artificial systems. An Introductory analysis with application to biology, control, and artificial intelligence. – London: Bradford book edition, 1994. – 211 p.

4. Aleksander I., Morton H. An Introduction to Neural computing. – London: Chapman & Hall, 1990. – 386 p.

5. Haykin S. Neural Network. A Comprehensive Foundation. – New York: Macmillan College Publishing Company, 1994. – 691 p.

6. Feigenbaum E.A. The arts of Artificial Intelligence, Thom end Case Studies of Knowledge Engineering // IJCA – 15. – 1977. – P. 52-91.

7. Люгер Дж.Ф. Искусственный интеллект. Стратегии и методы решения сложных проблем. – М., СПб., К., 2003. – 863 с.

8. Sirodza I. Analysis and synthesis of Knowledge-Based models and system for Pattern Recognition // USA Acad., Sov. Journ. In Eng transl. Pattern Recognition and Image Analysis: Advanced in Mathematical Theory and Applications in USSR. – 1991. – V.1, №1. – P. 129-132.

9. Сироджа И.Б. Квантовые модели и методы инженерии знаний в задачах искусственного интеллекта // Искусственный интеллект. – 2002. – № 3. – С. 161-171.

10. Сироджа И.Б., Петренко Т.Ю. Метод разноразмерных алгоритмических квантов знаний для принятия производственных решений при недостатке или нечеткости данных. – К.: Наук. думка, 2000. – 247 с.

11. Сироджа И.Б. Квантовые модели и методы искусственного интеллекта для принятия решений и управления. – К.: Наук. думка, 2002. – 490 с.

12. Сироджа И.Б. Математическое и программное обеспечение интеллектуальных компьютерных систем: Учебн. пос. – Х.: ХАИ, 1992. – 100 с.

Поступила в редакцию 6.06.2006

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.М. Илюшко, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.