

УДК 621.45.01:681.05.015

С.В. ЕПИФАНОВ, Р.Л. ЗЕЛЕНСКИЙ

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Украина

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ПНЕВМАТИЧЕСКИХ ЕМКостей ПРИ РАСЧЕТЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ПРОТОЧНОЙ ЧАСТИ ГАЗОТУРБИННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ¹

Исследованы параметры геометрии ёмкостей и параметры рабочего тела, оказывающие наибольшее влияние на характер переходных процессов в двигателе, разработаны рекомендации по учету динамики ёмкостей и методике их математического описания при моделировании ГТД.

математическая модель ёмкости, переходный процесс, законы сохранения энергии, массы, импульса

1. Формулирование проблемы

В настоящее время динамические математические модели являются необходимым элементом, используемым на различных этапах проектирования, доводки и эксплуатации авиационных газотурбинных двигателей (ГТД) и их систем автоматического управления (САУ) [1].

Известно, что основными динамическими факторами ГТД являются:

- инерционность роторов;
- инерционность пневматических ёмкостей - элементов проточной части;
- запаздывание тепловыделения в основной и форсажной камерах сгорания;
- запаздывание, связанное с заполнением топливных коллекторов;
- тепловая инерционность элементов конструкции двигателя.

Значительная часть задач анализа переходных характеристик двигателей успешно решается с использованием моделей, основанных на учёте только первого из перечисленных факторов. Однако стремление повысить точность анализа, подкреплённое растущими возможностями вычислительной техники, приводит к желанию разработчиков моделей учесть как можно больше дополнительных факто-

ров. Недостатки такого подхода практически не проявляются на этапах использования нелинейных моделей, основанных на решении уравнений совместной работы узлов [1] (трудоемкость вычислений на каждом шаге интегрирования увеличивается незначительно, но существенно уменьшается шаг интегрирования, однако при современном уровне производительности вычислительной техники это не вызывает принципиальных затруднений выполнения расчетов, если не стоит задача обеспечения реального масштаба времени). Однако на этапах синтеза законов управления с использованием линеаризованных моделей очевидным недостатком учета дополнительных динамических факторов является существенное увеличение порядка рассматриваемых дифференциальных уравнений, что значительно усложняет синтез.

В связи с этим в данной работе рассмотрена задача учёта второго из перечисленных факторов – инерционности пневматических ёмкостей. Целью исследования является выявление параметров геометрии ёмкостей и параметров рабочего тела, оказывающих наибольшее влияние на характер переходных процессов в двигателе, а также разработка рекомендаций по учету динамики ёмкостей и методике их математического описания при моделировании ГТД.

¹Работа выполнена при поддержке инновационного гранта INTAS (проект №05-100007-421)"

Наиболее полное освещение общей задачи моделирования пневматических систем можно найти в работе [2]. Однако в ней приведено множество различных методических подходов, но нет прямых сравнений, позволяющих выработать рекомендации по их практическому использованию. Особенности моделирования проточной части ГТД в ней не рассмотрены.

2. Математическое описание пневматических ёмкостей проточной части ГТД

2.1. Базовые уравнения. В указанных выше моделях проточной части ГТД расчет ведется по параметрам, усредненным по радиусу и окружности. Поэтому будем рассматривать одномерное течение газа. Ёмкость будем считать теплоизолированной, имеющей постоянную площадь поперечного сечения.

Выделим контрольный объем (рис. 1) и запишем для него законы сохранения массы, энергии и импульса.

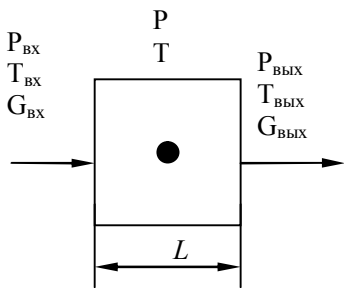


Рис. 1. Расчетная схема

Закон сохранения массы может быть представлен в виде

$$\frac{dm}{dt} = G_{\text{вх}} - G_{\text{вых}}, \quad (1)$$

где $G_{\text{вх}}$ и $G_{\text{вых}}$ – массовый расход на входе и из рассматриваемого объема; $m = \rho V = \frac{p}{RT} LF$ – масса газа в объеме; P, T – давление и температура газа; L, F – длина и площадь поперечного сечения выделенного объема. Исходя из этого, можно записать уравнение сохранения массы в следующем виде:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{LF}{R} \left(\frac{1}{T} \frac{dp}{dt} - \frac{p}{T^2} \frac{dT}{dt} \right). \quad (2)$$

Закон сохранения полной внутренней энергии U для энергоизолированного потока:

$$\frac{dU}{dt} = i_{\text{вх}} G_{\text{вх}} - i_{\text{вых}} G_{\text{вых}},$$

где i – полная энтальпия.

Выразив значение внутренней энергии с использованием уравнения состояния через давление, получим отражающее закон сохранения энергии дифференциальное уравнение для давления:

$$U = m C_v T = \frac{LFC_v}{R} p; \\ \frac{dU}{dt} = \frac{LFC_v}{R} \frac{dp}{dt}; \\ \frac{dp}{dt} = \frac{RC_p}{LFC_v} (T_{\text{вх}} G_{\text{вх}} - T_{\text{вых}} G_{\text{вых}}). \quad (3)$$

Связи между элементарными объемами описываются законом сохранения импульса:

$$\frac{dG_{\text{вх}}}{dt} = \frac{2F}{L} (p_{\text{вх}} - p - (\frac{RT_{\text{вх}}}{2p_{\text{вх}}F^2} + \xi) G_{\text{вх}}^2); \quad (4)$$

$$\frac{dG_{\text{вых}}}{dt} = \frac{2F}{L} (p - p_{\text{вых}} - (\frac{RT}{2pF^2} + \xi) G_{\text{вых}}^2), \quad (5)$$

где ξ – коэффициент гидравлических потерь.

Как отмечено выше, процессы, протекающие в пневматической емкости проточной части, можно описывать с различной степенью точности. Для всех известных работа по моделированию переходных характеристик ГТД (наиболее известными из которых являются [3 – 5]) характерными особенностями являются:

- использование одноемкостной модели, основанной на осреднении параметров по длине рассматриваемого узла двигателя;
- отсутствие учета закона сохранения импульса.

В работе [3] учитывается лишь сохранение массы, а в выражении (2) производная от температуры предполагается пренебрежимо малой. В работе [4] закон сохранения энергии учитывается при выводе уравнений системы, однако в дальнейшем (стр. 68) ее рекомендуется исключить из расчетов в первом приближении. В работе [5, стр. 22-46] учитываются законы сохранения массы и энергии, однако в выражении связи между внутренней энергией и температурой использо-

вана теплоемкость при постоянном давлении вместо теплоемкости при постоянной температуре.

Учитывая такое разнообразие подходов, необходимо выполнить их сравнительное исследование.

2.1. Модель 1 изотермического объема без гидравлических потерь. В данном приближении $\xi = 0$, $\frac{dT}{dt} = 0$ (поэтому $T = T_{ex} = T_{вых}$), а в уравнениях (4), (5) производные полагаются пренебрежимо малыми по сравнению с правыми частями.

Из (4), (5) получим значения расходов:

$$G_{ex} = F \sqrt{2 \frac{p_{ex}}{RT_{ex}} (p_{ex} - p)}; \quad (6)$$

$$G_{вых} = F \sqrt{2 \frac{p_{вых}}{RT_{вых}} (p - p_{вых})}. \quad (7)$$

Преобразуя (1) и (2) с учетом (6) и (7), получим:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\sqrt{2RT_{ex}}}{L} \left[\sqrt{p_{ex}(p_{ex} - p)} - \sqrt{p(p - p_{вых})} \right]. \quad (8)$$

Таким образом, в данном приближении емкость описывается одним дифференциальным уравнением (8) и выражениями (6) и (7) для расходов. Линеаризация этого уравнения позволяет представить его в следующем виде:

$$\tau \frac{dp}{dt} + \Delta p = K_{ex} p_{ex} + K_{вых} p_{вых}, \quad (9)$$

где

$$\tau = \frac{L \sqrt{p_{ex}(p_{ex} + p_{вых}) - \sqrt{(p_{ex} - p_{вых})^2 + 4p_{ex}}}}{\sqrt{RT_{ex}} (2p_{ex} - 2p_{вых}) + \sqrt{(p_{ex} - p_{вых})^2 + 4p_{ex}}}$$

— постоянная времени; K_{ex} и $K_{вых}$ — коэффициенты усиления.

Анализ полученного выражения для постоянной времени позволяет оценить динамические свойства емкости, определяемые балансом массы:

- геометрическим параметром, влияющим на динамику, является длина емкости, время переходных процессов пропорционально длине;
- с ростом температуры постоянная времени убывает;
- абсолютный уровень давления оказывает малое влияние на динамические свойства емкости.

— динамика емкости зависит от перепада давлений: чем больше перепад, тем больше постоянная времени (в пределе, при стремлении перепада давлений к нулю, постоянная времени также стремится к нулю).

2.2. Модель 2, учитывающая аккумуляцию массы и энергии в объеме, но не учитывающая потери давления. Из (2) с учетом (1) и (3) получим систему уравнений для определения параметров газа в объеме:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{T}{p} \frac{RC_p}{LFC_v} (T_{ex} G_{ex} - T G_{вых}) - \frac{T^2 R}{pLF} (G_{ex} - G_{вых}); \quad (10)$$

$$\frac{dp}{dt} = \frac{RC_p}{LFC_v} (T_{ex} G_{ex} - T G_{вых}). \quad (11)$$

Расходы определяем из формул (6) и (7), условно полагая, что $T_{вых} = T$.

2.3. Модель 3, учитывающая аккумуляцию массы и потери давления. В этом случае

$\frac{dT}{dt} = 0$, $\xi \neq 0$. Из (4), (5) получим следующие выражения для расходов:

$$G_{ex} = F \sqrt{\frac{p_{ex} - p}{RT_{ex} / 2p_{ex} + \xi F^2}}; \quad (12)$$

$$G_{вых} = F \sqrt{\frac{p - p_{вых}}{RT_{вых} / 2p + \xi F^2}}. \quad (13)$$

Подставим их в (2) с учетом того, что $T = T_{вых} = T_{ex}$:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\sqrt{2RT_{ex}}}{L} \left[\sqrt{\frac{p_{ex}(p_{ex} - p)}{1 + \xi \frac{2F^2 p_{ex}}{RT_{ex}}}} - \sqrt{\frac{p(p - p_{вых})}{1 + \xi \frac{2F^2 p}{RT_{ex}}}} \right]$$

В отличие от рассмотренного ранее случая, когда гидравлические потери отсутствуют, изменение температуры вызовет переходный процесс, и давление p на установившемся режиме зависит от T_{ex} .

2.4. Модель 4, учитывающая аккумуляцию массы и энергии, а также потери давления. Данная система описывается дифференциальными уравнениями (10) и (11), в которые подставляются значения расходов, вычисленные по формулам (12) и (13).

2.5. Модель 5, учитывающая аккумуляцию массы, энергии и сохранение импульса с учетом потерь давления. В этой системе — 4 неизвестных

(p , T , $G_{вх}$, $G_{вых}$), для определения которых необходимо решать систему, состоящую из дифференциальных уравнений (10), (11) и (4), (5).

3. Результаты моделирования

Для сравнительного анализа рассматриваемых моделей была рассмотрена емкость с геометрическими параметрами $L = 1$ м и $F = 1$ м², расположенная между двумя бесконечно большими объемами с параметрами $p_{вх} = 300$ кПа, $p_{вых} = 150$ кПа, $T_{вх} = T_{вых} = 300$ К. Она была представлена ее в виде одного блока. Результаты моделирования параметров по пяти описанным выше моделям приведены на рис. 2 (возмущающий фактор - давление на входе, $\Delta p = 10$ кПа) и на рис. 3 (возмущающий фактор - температура на входе в ёмкость, $\Delta T = 50$ К). Влияние метода и шага интегрирования на результаты было исключено путем сравнения результатов, полученных с помощью пяти различных методов при различных значениях шага.

Как видно из графиков, время переходного процесса, рассчитанное по моделям 1 – 4, не учитывая закон сохранения импульса, практически одинаково.

Если его определять по параметру, который медленнее всего устанавливается (в данном случае это температура в центре блока T), то оно составляет $\sim 0,015$ с для обоих воздействий.

Переходный процесс, рассчитанный с использованием модели 5, имеет качественные отличия:

- 1) отсутствует заброс значения расхода на входе;
- 2) момент максимального заброса температуры смещается вправо;
- 3) переходный процесс имеет колебательный характер, вследствие чего забросы температуры и давления увеличиваются.

Все модели дают практически одинаковое время переходного процесса, которое хорошо согласуется со значением постоянной времени, входящей в линеаризованное уравнение динамики массы (9).

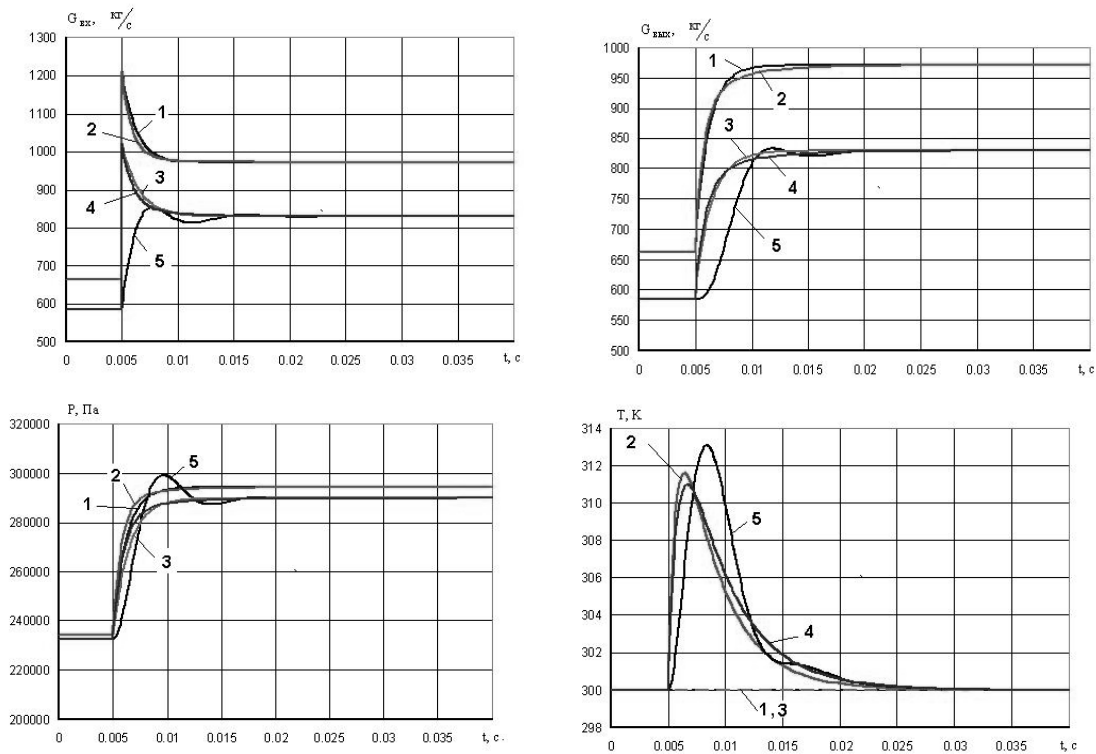


Рис. 2. Изменение параметров в центре пневматической емкости при изменении $p_{вх}$ (однородная модель): 1, ..., 5 – номер использованной модели.

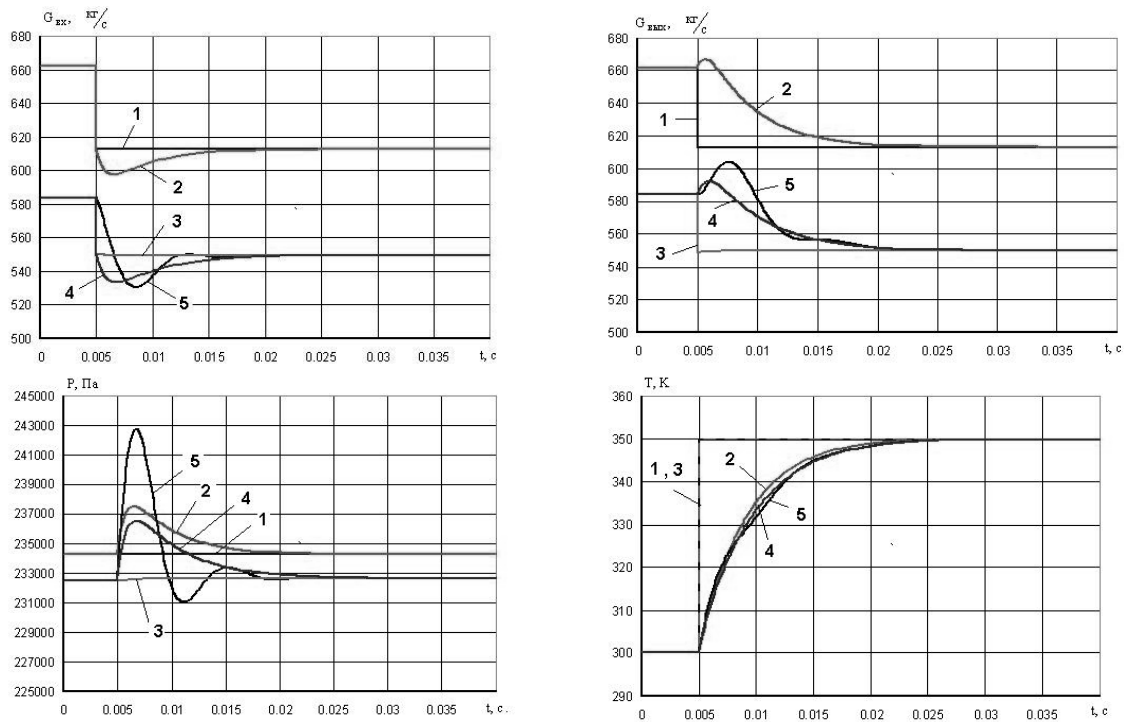


Рис. 3. Изменение параметров в центре пневматической емкости при изменении $T_{вх}$ (одноемкостная модель): 1,...,5 – номер использованной модели

Рассмотрим влияние дискретизация объема на значения рассчитываемых параметров. Используем наиболее полную модель 5. Разобьем объем на 3 и на 5 частей, сохраняя площадь поперечного сечения неизменной. Значение коэффициента потерь давления ξ для каждого блока выберем так, чтобы суммарные потери по всей длине были равны потере давления при описании емкости одним блоком.

Результаты расчета представлены на рис. 4 и 5.

Как видно из графиков, при более детальном описании время переходного процесса уменьшается. Амплитуда колебаний у одноблоковой модели меньше чем у трехблоковой, а период колебаний больше. Амплитуда, частота и время переходного процесса для моделей, описанных тремя и пятью блоками, отличаются незначительно.

Заключение

По результатам проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

1. Учет сохранения энергии и гидравлических потерь вносит малый вклад в результаты моделирования, поэтому в первом приближении ими можно пренебрегать.

2. Учет закона сохранения импульса вносит существенный вклад в характер переходных процессов, поэтому при моделировании емкостей им пренебрегать нельзя.

3. Представление емкости одномассовым элементом – чрезмерно грубое, и может привести к завышению времени переходных процессов в несколько раз.

4. Характерное время переходных процессов в емкости может быть оценено с помощью полученного выражения для постоянной времени емкости.

5. Полученное значение времени переходных процессов в канале длиной 1 м (0,015 с) позволяет сделать вывод о том, что при моделировании переходных характеристик двигателей учитывать влияние емкостей нецелесообразно, так как эффекты, которые могут быть уточнены с использованием

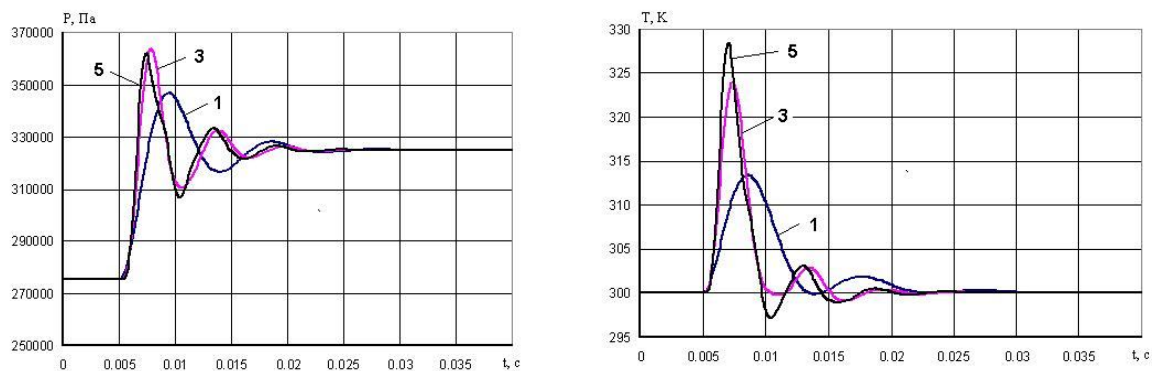


Рис. 4. Изменение параметров в центре пневматической емкости при изменении $P_{вх}$ при описании модели одним, тремя и пятью блоками

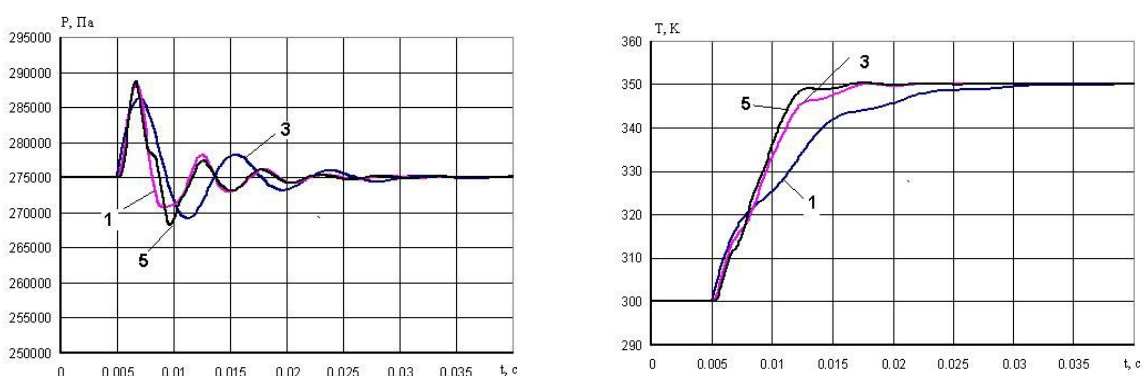


Рис. 5. Изменение параметров в центре пневматической емкости при изменении $T_{вх}$ при описании модели одним, тремя и пятью блоками.

модели емкости (увеличение времени переходных процессов, забросы температур и др.) по своей абсолютной величине меньше методических погрешностей узловых динамических моделей ГТД.

6. При синтезе САУ может оказаться важным учесть влияние емкостей на частотные характеристики объекта управления и системы в целом. Однако используемая в практике моделирования ГТД одноемкостная модель дает значительно заниженное значение частоты. Поэтому в данном случае следует использовать модель, основанную на представлении емкости несколькими (3-5) элементами.

Литература

1. Синтез систем управления и диагностирования газотурбинных двигателей / С.В. Епифанов, Б.И. Кузнецов и др. – К.: Техника, 1998. – 312 с.

2. Гликман Б.Ф. Математические модели пневмогидравлических систем. – М.: Наука. Гл. ред. Физ.-мат. лит., 1986. – 368 с.

3. Переходные процессы в газотурбинных установках / Под ред. проф. Котляра И.В. Л.: Машиностроение, 1973. – 256 с.

4. Шевяков А.А. Системы автоматического управления авиационными воздушно-реактивными силовыми установками: учебник для студентов вузов. – М.: Машиностроение, 1992. – 432 с.

5. Добрянский Г.В., Мартыянова Т.С. Динамика авиационных ГТД. – М.: Машиностроение, 1989. – 240 с.

Поступила в редакцию 1.05.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.В. Бастеев Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”, Харьков.