

УДК 536.24

Ю.А. СКОБ

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ СОПРЯЖЕННОЙ ЗАДАЧИ ТЕПЛООБМЕНА В КАМЕРАХ ТЕРМООБРАБОТКИ

На основе единого конечно-разностного алгоритма выполнено численное моделирование процессов нестационарного теплообмена в твердых телах формы, обдуваемых теплопроводной газообразной средой в камере термообработки. Проведен анализ термического состояния рассматриваемой системы для корректной постановки граничных и начальных условий. Проведены тестовые расчеты сопряженного теплообмена в пространственных твердых телах кубической формы. Полученные трехмерные поля температуры можно использовать для оценки теплонапряженного состояния обрабатываемых твердых тел и эффективности работы используемых камер термообработки.

Ключевые слова: численное моделирование, сопряженный теплообмен, теплопроводность, твердое тело сложной формы, изотермы

Введение

Нестационарные режимы работы камер термической обработки деталей авиационных двигателей в процессе их изготовления, а также переходные тепловые режимы других энергетических и теплотехнических установок характеризуются резкими изменениями температурного состояния, что может приводить к недопустимым изменениям технологических зазоров в их рабочей части из-за неодинакового расширения (сжатия) или к чрезмерным термическим напряжениям в деталях.

Для оптимального управления такими нестационарными режимами теплообменных устройств необходимо иметь изменяющиеся во времени трехмерные температурные поля не только в элементах оборудования, но и в газовой среде, окружающей обрабатываемые твердые объекты. Прогнозирование и анализ трехмерных тепловых полей позволяет избежать недопустимого превышения температуры или возникновения критических ее перепадов.

Целью данной работы является численное моделирование трехмерных полей температуры в однородных многосвязных твердых телах в процессе их нагревания (охлаждения) в движущейся с заданной скоростью газообразной теплопроводной среде. Как правило, исследователи пренебрегают теплопроводностью газа [1], что не позволяет адекватно оценить пространственный характер термического состояния обрабатываемых деталей и окружающей их газовой среды. Кроме того, имеющиеся аналитические методы решения такого рода задач оказываются эффективными только для тел простой формы [2, 3]. В этом случае расчетные нестационарные зависимости поля температур выражаются в виде экс-

поненциальных рядов, сходимость которых зависит от местоположения контрольной точки внутри тела и времени с момента начала процесса. Численные методы на базе современной вычислительной техники позволяют преодолеть данные проблемы и решать поставленную задачу уже без применения комплексных иерархических методов, таких как поэтапное моделирование [4]. Ряд работ предлагают способ моделирования, который базируется на применении конечно-разностного метода и метода конечных элементов [5], однако, как правило, расчеты проводятся без учета многомерности процесса [6] или только для бесконечно больших интенсивностей теплообмена твердых тел с окружающей средой [7]. Поэтому создание новой математической модели, адекватно описывающей переходные тепловые процессы в твердых телах, окруженных теплопроводной газовой средой, построение эффективного метода решения поставленной задачи и реализация его в виде современного программного продукта, который можно использовать в инженерных целях для анализа и прогноза, является актуальной задачей.

1. Математическая модель

1.1. Основные уравнения

Для описания процессов движения окружающей твердое тело газообразной среды (в общем случае, многокомпонентной смеси газов) используются усеченные уравнения Навье-Стокса, полученные путем отбрасывания вязких членов (приближение Эйлера с источниками членами) с допущением о том, что основное влияние на процесс оказывает конвективный обмен массой, импульсом и энергией [8].

Расчетной областью Ω является параллелепипед с прямолинейными образующими, расположенный в правой декартовой системе координат (X, Y, Z) с основанием в плоскости XOZ (ось Y ориентирована в направлении, противоположном действию сил тяжести Земли) (рис. 1). Расчетная область разбивается на пространственные ячейки, причем размеры граней подбираются из условия достаточно полной передачи объема и поверхностей твердого тела.

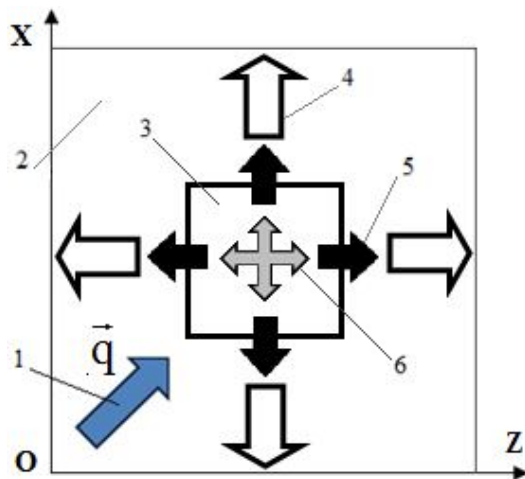


Рис. 1. Общая расчетная схема теплообмена: 1 – набегающий газ; 2 – рабочая зона камеры термообработки; 3 – твердое тело; 4 – тепловые потоки в газовой среде; 5 – теплоотдача от твердого тела к газу; 6 – тепловые потоки внутри твердого тела

Закон сохранения энергии для каждой расчетной «твердой» ячейки (без источников тепла) может быть представлен в интегральной форме:

$$\iiint_V \rho \frac{d(C_v T)}{dt} dV = \iiint_V \operatorname{div}(-\lambda \operatorname{grad} T) dV . \quad (1)$$

Применим теорему Остроградского-Гаусса к правой части уравнения (1):

$$\iiint_V \operatorname{div}(-\lambda \operatorname{grad} T) dV = \iint_{\sigma} (-\lambda \operatorname{grad} T, \vec{n}) d\sigma , \quad (2)$$

где V – объем элементарной расчетной ячейки; σ – ограничивающая поверхность данной ячейки, которая имеет внешнюю нормаль \vec{n} ($\sigma\vec{n}$); λ – коэффициент теплопроводности; T – температура; q – тепловой поток, определяемый по закону Фурье $q = -\lambda \operatorname{grad} T$.

1.2. Граничные условия

Тепловой поток на границе твердой ячейки, сопряженной с газовой ячейкой (рис. 2) можно определить согласно закону Ньютона:

$$q_w = \alpha(T_w - T_e) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} , \quad (3)$$

где T_w – температура на стенке, T_e – температура в сопряженной газовой ячейке, α – коэффициент теплоотдачи.

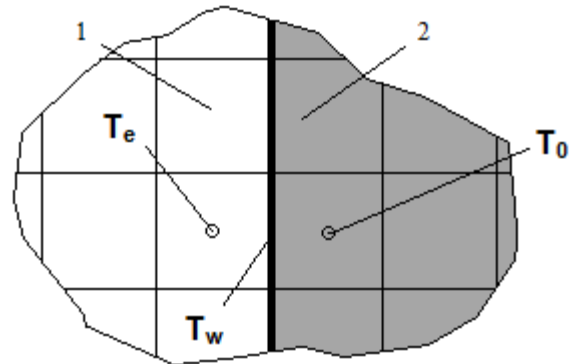


Рис. 2. Расчетная схема теплоотдачи на границе «газ-тело»: 1 – газ; 2 – твердое тело

Предположив одинаковый размер h ячеек по всем направлениям, уравнение (3) можно упростить:

$$\alpha(T_w - T_e) \cong -\lambda(T_w - T_0)/h/2 . \quad (4)$$

Выполнив ряд тождественных преобразований, получим соотношение для температуры на стенке:

$$T_w = (h\alpha T_e + 2\lambda T_0)/(h\alpha + 2\lambda) . \quad (5)$$

Коэффициенты температуропроводности для материала твердого тела и газовой среды с теплоемкостью C_v и плотностью ρ определяется так:

$$a = \lambda/(C_v \rho) , \quad (6)$$

где C_v – теплоемкость среды, ρ – плотность среды.

Введем безразмерный параметр Bi теплообмена для ячейки (число Био):

$$\overline{Bi} = (\alpha h)/\lambda . \quad (7)$$

Тогда соотношение (5) можно преобразовать к виду, удобному для вычислений:

$$T_w = (T_e \overline{Bi}/2 + T_0)/(\overline{Bi}/2 + 1) . \quad (8)$$

При постановке граничных условий для «газовых» граней полагается, что расходная составляющая скорости не превосходит скорость звука. Граничные условия на входе будем задавать на поверхностях тех граней, примыкающих к границам расчетной области, через которые в расчетную область поступает атмосферный воздух. Набегающий поток на входе определяется величинами полной энтальпии, функции энтропии, направлением вектора скорости потока, относительной массовой плотностью примеси.

Параметры потока на входе определяются с привлечением соотношения для «левого» инвариан-

та Римана [8]. На непроницаемых участках, ограничивающих расчетную область поверхностей, выполняются условия «непротекания». Граничные условия на выходе будем задавать на поверхностях тех граней конечно-разностных ячеек, которые примыкают к границам расчетной области и через которые предполагается вытекание или втекание газовой смеси. В выходных областях, кроме атмосферного давления использовались соотношения для «правого» инварианта Римана [8].

1.3. Начальные условия

В начальный момент времени во всех «газообразных» ячейках расчетной области принимались параметры окружающей среды, а распределение температуры в твердом теле предполагалось равномерным по объему. При интенсивном воздействии температуры внешней среды, что соответствует значению коэффициента теплоотдачи равному бесконечности, температура поверхности тела мгновенно принимала значение, равное температуре среды.

В начальный момент времени во всех «газообразных» ячейках расчетной области принимаются параметры окружающей среды. В ячейках, занимаемых облаком газообразной примеси, которое образовалось в результате мгновенного выброса, относительная массовая концентрация примеси принимается равной $Q=1$ (100%). В ячейках с испарением или истечением газа задается закон изменения расхода примеси.

1.4. Метод численного решения

Законы сохранения массы, импульса, энергии окружающего газа в интегральной форме для каждой расчетной газовой ячейки численно решались с использованием схемы распада произвольного разрыва (метод С.К. Годунова [7]), которая обеспечивает построение разрывных решений без выделения разрывов. Совокупность газодинамических параметров во всех ячейках в момент времени t^n представляет собой известное решение на временном слое с индексом n . Параметры в следующий момент времени $t^{n+1} = t^n + \tau$ рассчитывались посредством применения явных конечно-разностных аппроксимаций. Устойчивость конечно-разностной схемы обеспечивается за счет выбора величины шага по времени τ .

Для твердой ячейки с размерами h_x , h_y , h_z вдоль осей координат условие устойчивости конечно-разностной схемы выглядит так:

$$2a\tau \leq 1 / \left(1/h_x^2 + 1/h_y^2 + 1/h_z^2 \right). \quad (9)$$

Тогда шаг по времени для явной схемы расчета можно определить из соотношения:

$$\tau \leq \frac{1}{2a \left(1/h_x^2 + 1/h_y^2 + 1/h_z^2 \right)}. \quad (10)$$

Так как шаг по времени для газовых ячеек на порядок меньше, чем шаг для твердых ячеек, в случае неподвижной или установившейся теплопроводной окружающей твердое тело газовой среды, целесообразно «заморозить» по времени параметры газа. Это позволяет значительно снизить временные затраты на выполнение расчета.

На основе математической модели создана компьютерная подсистема инженерного анализа теплопроводности в многосвязных твердых телах с однородными теплофизическими свойствами, подвергающихся охлаждению (нагреву) при мгновенном погружении их в теплопроводную газовую среду. Эта подсистема является составной частью исследовательского программного комплекса «Fire» [9]. Программа позволяет прогнозировать изменение температуры во времени и пространстве в расчетной области камеры термообработки с использованием персональных компьютеров в практически приемлемое время.

2. Апробация численной модели

Адекватность разработанной математической модели сопряженного теплообмена проводилась на основе численного решения тестовой задачи охлаждения горячего (373 К) твердого тела кубической формы потоком теплопроводного газа (273 К), набегающего под углом 45° со скоростью 10 м/с. Для ускорения расчета предполагалось, что уровень интенсивности теплоотдачи, а также теплопроводность газовой среды и твердого тела значительно превышают физические значения реальных величин.

Нестационарный процесс остывания кубического твердого тела в центральном сечении камеры термообработки изображен на рис. 3.

Результаты численных расчетов с приемлемой точностью согласуются с ожидаемой физической картиной. Необходимо отметить неравномерный характер полученных температурных полей, определяемых наличием более холодной газовой среды со стороны набегающего потока, по сравнению с полями, полученными для тел, окруженных нетеплопроводным неподвижным газом [1]. Учет теплопроводности газа приближает модельную картину к физической. Это позволяет использовать математическую модель для оценки эффективности функционирования камер термообработки твердых тел.

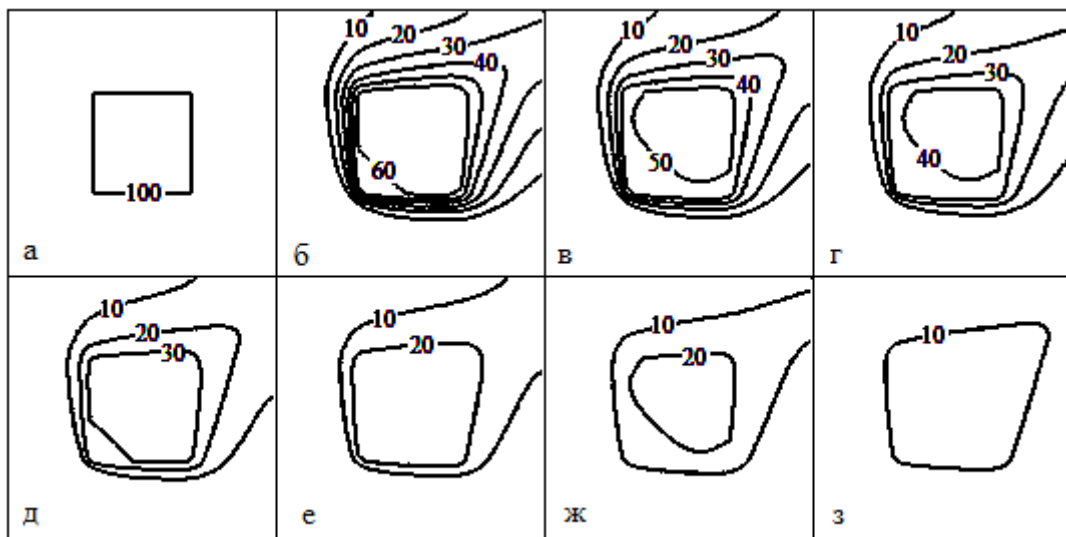


Рис. 3. Изотермы в сечении камеры охлаждения в разные моменты времени:
а – 0 с; б – 20 с; в – 30 с; г – 40 с; д – 50 с; е – 60 с; ж – 70 с; з – 80 с

Заключение

Разработана трехмерная математическая модель нестационарных процессов сопряженного теплообмена в однородных многосвязных твердых телах произвольной формы обдуваемые теплопроводной газообразной средой в камерах термической обработки. Конечно-разностная схема развита для случая трехмерной системы уравнений движения газовой динамики, дополненной законом сохранения внутренней энергии для твердого тела. Разработан единый алгоритм сквозного счета для нахождения теплофизических параметров газа и сплошного твердого тела на основе явной конечно-разностной схемы первого порядка аппроксимации. Разработана компьютерная система, моделирующая нестационарные процессы теплообмена в твердых телах произвольной формы. Апробация математической модели показала приемлемую ее точность, в сравнении с известными решениями для тестовой задачи сопряженного теплообмена в твердом теле кубической формы, помещенном в камеру охлаждения.

Полученные результаты численного моделирования могут быть использованы для последующего расчета напряженного состояния твердого тела, которое подвергается термической нагрузке.

Литература

1. Скоб, Ю.А. Численное моделирование процессов теплообмена в твердых телах сложной формы [Текст] / Ю.А. Скоб // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2010. – № 4 (71). – С. 75 – 83.

2. Пехович, А.И. Расчеты теплового режима твердых тел [Текст] / А.И. Пехович, В.М. Жидких. – Л.: Энергия, 1976. – 352 с.

3. Карслоу, Г. Теплопроводность твердых тел [Текст] / Г. Карслоу, Д. Егер. – М.: Наука, 1964. – 302 с.

4. Дульнев, Г.Н. Методы расчета теплового режима приборов [Текст] / Г.Н. Дульнев, В.Г. Парфенов, А.В. Сигалов. – М.: Радио и связь, 1990. – 312 с.

5. Дульнев, Г.Н. Применение ЭВМ для решения задач теплообмена [Текст] / Г.Н. Дульнев, В.Г. Парфенов, А.В. Сигалов. – М.: Высшая школа, 1990. – 207 с.

6. Ярышев, Н.А. Приближенный анализ одномерных процессов теплопроводности [Текст] / Н.А. Ярышев // *Изв. Вузов. Приборостроение*. – 2000. – Т. 43, № 3 – С. 54 – 61.

7. Золотухин, Ю.А. Моделирование и расчет температурных полей в переходных процессах теплопроводности [Текст] / Ю.А. Золотухин // *Современные технологии: Сб. научных статей Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики*. – СПб: ГИТМО (ТУ), 2001. – №1(15). – С. 249 – 256.

8. Numerical Modeling of Hydrogen Release, Mixture and Dispersion in Atmosphere [Электронный ресурс] / E.A. Granovski, V.A. Lyfar, Yu.A. Skob, M.L. Ugryumov // *1-st International Conference on Hydrogen Safety*. – Pisa (Italy). – 2005. – 10 p. – Режим доступа: <http://conference.ing.unipi.it/ichs2005/Papers/110021.pdf>. – 3.06.2011 г.

9. Численное решение многомерных задач газовой динамики [Текст] / С.К. Годунов, А.В. Забродин, М.Я. Ивано и др. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит-ры, 1976. – 400 с.

10. Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 30079 (Україна). Комп'ютерна програма «Комп'ютерна інтерактивна система інженерного аналізу та прогнозу руху хімічно реагуючих газоповітряних сумішей в задачах промислової аеродинаміки та екології атмосфери «FIRE» [Текст] / Ю.А. Скоб, М.Л. Угрюмов, К.П. Коробчинський. – Дата реєстрації 28.08.2009.

Поступила в редакцію 25.07.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф., проф. кафедри інформатики М.Л. Угрюмов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

ЧИСЕЛЬНЕ РОЗВ'ЯЗАННЯ СПРЯЖЕНОЇ ЗАДАЧІ ТЕПЛООБМІНУ В КАМЕРАХ ТЕРМООБРОБКИ

Ю.О. Скоб

На основі єдиного кінцево-різницевого алгоритму виконано чисельне моделювання процесів нестационарного теплообміну в твердих тілах, які обдуваються теплопровідним газоподібним середовищем у камері термообробки. Проведено аналіз термічного стану складної технічної системи для коректної постановки граничних і початкових умов. Проведено тестові розрахунки спряженого теплообміну в просторових твердих тілах кубічної форми. Отримані тривимірні поля температури можна використовувати для оцінки теплонпруженого стану оброблюваних твердих тіл і ефективності роботи камер термообробки.

Ключові слова: чисельне моделювання, спряжений теплообмін, теплопровідність, тверде тіло складної форми, ізотерми

HEAT TRANSFER NUMERICAL MODELING IN COMPLEX SHAPED SOLIDS IN THERMAL CAMERAS

Y.A. Skob

A time-dependent heat transfer processes numerical modeling in solids surrounded by heat-conducting gaseous environment in thermal cameras is carried out. An analysis of the thermal state of a complex technical system for correct formulation of boundary and initial conditions is fulfilled. Test calculations of the conjugate heat transfer in spatial solid bodies of cubic form are carried out. These three-dimensional temperature fields can be used to measure heat-stressed state of solids and the efficiency of thermal cameras.

Key words: numerical modeling, conjugate heat transfer, thermal conductivity, complex shape solid, isotherm

Скоб Юрій Алексеевич – канд техн. наук, доцент, доцент кафедри інформатики Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: yuriy.skob@gmail.com.