УДК 629.735.33.001.63:681.3.01

А.С. ДАНОВ, С. А. ДАНОВ

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»

АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ВНУТРЕННЕМ ДАВЛЕНИИ В ЦИЛИНДРЕ ПРИ ПОСТОЯННОЙ ОСЕВОЙ ДЕФОРМАЦИИ

Предложено новое аналитическое решение контактной упруго-пластической задачи стеснённой клёпки при линейно-гиперболическом законе контактного трения, постоянной осевой деформации и линейном упрочнении материала, которое позволяет установить однозначное соответствие между внешними силовыми параметрами заклёпочного соединения, выбранного за базовое, и характеристиками напряжённо-деформированного состояния пакета и крепежа. Определено аналитически напряженно-деформированное состояние в толстостенном цилиндре, нагруженном внутренним давлением при постоянной осевой деформации.

***Ключевые слова**: внутреннее давление, цилиндр, заклёпка, осевая деформация, напряжённо-деформированное состояние.*

Введение

Одной из наиболее важных проблем в современном авиастроении является необходимость в существенном увеличении эффективности авиационных транспортных систем. Решение данной задачи тесно связано с повышением ресурса самолетов и увеличением его весовой отдачи. Одним из путей, позволяющих достигнуть увеличения ресурса и снижения массы соединений, является применение крепежных элементов, в частности заклепок из титановых сплавов.

Несмотря на то, что в нашей стране и за рубежом известны технические решения для конструкций таких заклепок ([1, 2] и др.), их внедрение задерживается как по различным технологическим причинам, так и в связи с недостаточными разработками методики оценок напряженно – деформированного состояния таких заклепочных соединений, позволяющих оценивать физику явлений.

Вопрос проектирования заклепочного крепежа необходимо рассматривать комплексно: начиная от структурных свойств материала, из которого будет изготавливаться заклепка, детали пакета, учитывать технологию изготовления, как заклепок, так и деталей пакета, условия для сборки деталей при помощи клепки, саму технологию клепки, вводя промежуточные контрольные параметры. Подобный подход и вместе с тем внедрение комплексных исследований при проектировании многих изделий промышленности, использующих различные блоки и элементы системы автоматизированного проектирования (САПР), находятся еще на недостаточно высоком уровне.

Математическая интерпретация свойств реального материала в условиях неравномерного пространственно-временного распределения параметров напряженно-деформированного состояния (НДС) при наличии скоростных эффектов имеет существенные трудности при ее численной реализации, зависящие от правильности выбора самой модели процесса. Поэтому вопрос выбора расчетной схемы клепки проводится с учетом упрощающих предположений и допущений относительно характеристик материалов и картины деформирования.

В качестве основного критерия, обеспечивающего приемлемые конструктивно-технологические и эксплуатационные характеристики самолетных конструкций, использующих соединения с разработанным крепежом, как правило, служит заданная долговечность. В свою очередь, комплексным параметром, влияющим на получение заданных характеристик долговечности, является радиальный натяг в соединениях и связанное с ним внутреннее давление по месту контакта крепежа и пакета.

Известны методики решения задач теории упругости для толстостенных цилиндров: Н.Н. Малинина, [3], Н.И. Безухова [4], В. Новацкого [5], М.А. Колтунова [6], Н.М. Беляева [7], Н.И. Феодосьева [8] и др. Существуют также методики оценки НДС и в пластической области: А.А. Илюшина [9], С.Д. Пономарева [10], Н.А. Малинина [3], Н.М. Беляева [7], И.И. Трапезина [11], H. Hertel [12] и др.

Однако приведенные в данных источниках результаты основываются, как правило, на приближенных вычислениях. Точные решения получены лишь для частных случаев, когда касательные напряжения отсутствуют $[\tau_{rz} = 0]$, а также когда осевая деформация равна нулю $[\varepsilon_z = 0]$.

Данная статья посвящена вопросу оценки НДС при постоянной осевой деформации заклепки и пакета, после постановки крепежа с предварительным упруго – пластическим натягом.

1. Постановка задачи

Решим задачу определения НДС заклепочного соединения при запрессовке в предположении, что касательные напряжения отсутствуют $[\tau_{rz} = 0]$, материал заклепки и пакета обладает линейным упрочнением, а осевая деформация ε_z является постоянной величиной. Выберем цилиндрическую систему координат (r, q, z), причем ось z должна совпадать с осью симметрии.

Для решения задачи, используем уравнения равновесия, физический закон в упругой и пластической областях, с учётом адиабаты и закона упрочнения, геометрические соотношения в форме Коши [4, 5, 10]. Определение НДС в пластической области проведем методом малых упруго – пластических деформаций, предложенных А. А. Ильюшиным [9], т. е. будем считать, что максимальные деформации не превышают 10%.

2. Обоснование выбранной расчетной схемы и принятого метода решения

Рассмотрим при этих упрощениях квазистатическое равновесие деформируемого тела V в правой ортогональной цилиндрической системе координат (r, ϒ ,z) при простом монотонном нагружении и заданных на поверхности суммах данного тела перемещениях и нагрузках.

Учитывая, что нагружение предполагается квазистатическим, тепловыми и инерционными процессами пренебрежём.

Получена полная система из 7 линейно независимых уравнений для нахождения 7 неизвестных: σ_r, σ_φ, σ_z, τ_{rz}, U, W, ρ, которая использована для получения аналитического решения определения НДС полого цилиндра с внутренним давлением (пакет) и осадки заклепки при постоянной осевой деформации.

Нагружение и само тело (пакет + заклепка) будем считать **осесимметричными**, тело – однородным, изотропным, до и после нагружения находящимся в евклидовом (псевдоевклидовом) пространстве. Опорными решениями будут являться компоненты тензоров упруго – пластической задачи, например, $\sigma_л^{ik}$; $\varepsilon_л^{ik}$; $U_л^{ik}$, полученные из решения Ламе для упруго – непрерывного радиального контакта (натяга) двух цилиндров, которые в свою очередь являются функциями Ра (Δа) радиального контактного давления и натяга, а также задачи осадки из обработки металлов давлением. Задача определения НДС рассматриваемого соединения состоит в совместном рассмотрении системы заклепка – пакет, последовательном решении основных, базовых задач и последующей стыковке граничных условий.

3. Определение напряженно – деформированного состояния в цилиндре под действием внутреннего давления при постоянной осевой деформации

В литературе известны точные аналитические решения задачи о нагружении толстостенного цилиндра при условии отсутствия касательных напряжений ($\tau_{rz} = 0$), осевой деформации ($\varepsilon_z = 0$), и линейном (П) или степенном упрочнении материала пакета. Получим базовое решение об определении НДС при упруго – пластическом контакте толстостенных цилиндров, простом монотонном нагружении и при $\tau_{rz} = 0$, $\varepsilon_z = 0$, $П \neq 0$ с использованием метода Ильюшина А.А.

Уравнение для радиального смещения:

$$u_2 = \frac{1}{2}\varepsilon_{z_2} r + \frac{C_2}{r}. \qquad (1)$$

Считая упрочнение линейным, получим связь σ_{i_2} и ε_{i_2}, т.е.

$$\sigma_{i_2} = (1 - \frac{П_2}{E_2})\sigma_{T_2} + П_2\varepsilon_{i_2} = \lambda_2\sigma_{T_2} + П_2, \qquad (2)$$

где σ_{i_2}, ε_{i_2} - интенсивности тензоров напряжения и деформаций; $П_2$ - модуль упрочнения; E_2 - модуль упругости; σ_{T_2} - предел текучести материала пакета.

Для интенсивности деформаций получим формулу:

$$\varepsilon_{i_2} = \sqrt{\varepsilon_{z_2}^2 + \frac{4}{3}\frac{C_2^2}{r^4}}. \qquad (3)$$

Из уравнений равновесия для данной задачи:

$$\frac{\partial\sigma_{r_2}}{\partial r} + \frac{\sigma_{r_2} - \sigma_{\varphi_2}}{r} = 0, \qquad (4)$$

$$\frac{\partial\sigma_{r_2}}{\partial z} = 0. \qquad (5)$$

получим:

$$\frac{\partial\sigma_{r_2}}{\partial r} = \frac{4}{3}\frac{\sigma_{i_2}}{\varepsilon_{i_2}}\frac{C_2}{r^3}, \qquad (6)$$

$$\sigma_{z_2} = \sigma_{z_2}(r). \quad (7)$$

Поскольку выполняется равенство (7) для σ_z, то функция σ_{r_2} будет также зависеть только от радиуса, поэтому вместо частной производной в (6) можно писать полную:

$$\frac{d\sigma_{r_2}}{dr} = \frac{4}{3}\frac{\lambda_2 \sigma_{r_2} C_2}{r^3\sqrt{\varepsilon_{z_2}^2 + \frac{4}{3}\frac{C_2^2}{r^4}}} + \frac{4}{3}\frac{\Pi C_2}{r^3}. \quad (8)$$

Произведя интегрирование выражения (8), определим функцию $\sigma_{r_2}(r)$:

$$\sigma_{r_2} = -p_a + \frac{\sigma_{T_2}}{\sqrt{3}}\left[\begin{aligned}&(1-\overline{\Pi})\ln\left(\frac{r^2}{a^2}\frac{\sqrt{\varepsilon_{z_2}^2 a^4 + \frac{4}{3}C_2^2} + \frac{2}{\sqrt{3}}C_2}{\sqrt{\varepsilon_{z_2}^2 r^4 + \frac{4}{3}C_2^2} + \frac{2}{\sqrt{3}}C_2}\right) + \\ &+\frac{2}{\sqrt{3}}C_2\frac{\overline{\Pi_2}}{\varepsilon_{T_2}}\frac{r^2 - a^2}{a^2 - r^2}\end{aligned}\right], \quad (9)$$

где $\overline{\Pi} = \Pi_2 / E_2$.

Для удобства дальнейших записей обозначим функцию, стоящую под знаком ln в выражении (9), через $\psi(r)$.

Для функций $\sigma_{\varphi_2}(r)$ и $\sigma_z(r)$ получены следующие выражения:

$$\sigma_{\varphi_2} = -p_a + \frac{\sigma_{T_2}}{\sqrt{3}}\left[\begin{aligned}&(1-\overline{\Pi})\ln\psi_2(r) + \frac{\frac{4}{\sqrt{3}}\lambda_2 C_2}{\sqrt{\varepsilon_{z_2}^2 r^4 + \frac{4}{3}C_2^2}} + \\ &+\frac{2}{\sqrt{3}}C_2\frac{\overline{\Pi}}{\varepsilon_T}\frac{r^2 + a^2}{a^2 r^2}\end{aligned}\right], \quad (10)$$

$$\sigma_{z_2} = -p_a + \frac{\sigma_{T_2}}{\sqrt{3}}\left[\begin{aligned}&(1-\overline{\Pi})\ln\psi_2(r) + \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}\lambda_2 C_2 + \sqrt{3}\varepsilon_{z_2} r^2}{\sqrt{\varepsilon_{z_2}^2 r^4 + \frac{4}{3}C_2^2}} + \\ &+\frac{\overline{\Pi}2C_2}{\sqrt{3}\varepsilon_T}\cdot\frac{1}{a^2} + \overline{\Pi}\sqrt{3}\frac{\varepsilon_{z_2}}{\varepsilon_{T_2}}\end{aligned}\right]. \quad (11)$$

Для радиальных смещений – следующее условие:

$$u_2 = -\frac{1}{2}\varepsilon_{z_2} r + \frac{\sqrt{3}}{2}r_{T_2}^2 \varepsilon_{T_2}\sqrt{1 - \overline{\varepsilon}_{z_2}^2}\,\frac{1}{r}. \quad (12)$$

Величину контактного давления p_a определим из условия равновесия радиальных напряжений на границе упругой и пластической областей:

$$\overline{P}a = \frac{1}{\sqrt{3}} \times ((1-\overline{\Pi})\ln(r_T^2 \times \frac{\sqrt{1-\overline{\varepsilon}_{z2}^2 \times (1 - 1/r_{T2}^4)}}{1+\sqrt{1-\overline{\varepsilon}_{z2}^2}}) + \quad (13)$$
$$+\sqrt{1-\overline{\varepsilon}_{z2}^2} \times ((1-\overline{\Pi}) + \overline{r}_T^2(\overline{\Pi} - 1/\overline{b}^2)).$$

Определяя величину радиального натяга по формуле:

$$u_2 - u_1 = \Delta, \quad (14)$$

определим зависимость $p_a(\Delta)$ для упруго – пластического нагружения (рис.1).

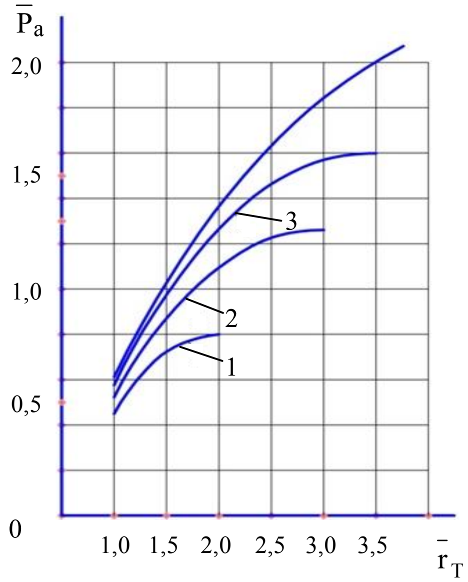

Рис. 1. Зависимость относительного контактного радиального давления $\overline{p_a}$ от радиуса текучести при $\overline{\Pi} = 0,\ \overline{\varepsilon_z} = 0: 1 - \overline{b} = 2,0;\ 2 - \overline{b} = 3,0;\ 3 - \overline{b} = 0,5;\ 4 - \overline{b} = \infty.$

Минимальное значение $p_{a\,min}$, при котором начинается область текучести по энергетическому критерию:

$$p_{a\,min} = \sqrt{1 - \overline{\varepsilon}_z^2}\left(\frac{b^2 - a^2}{b^2}\right)\frac{\sigma_T}{\sqrt{3}}. \quad (15)$$

Предложенное инженерное решение задачи в упрощенных случаях $(\varepsilon_z = 0;\ \varepsilon_{zy} = 0)$ совпадает с известными вариантами оценки НДС.

Полученная система уравнений может быть также использована для анализа различных технологических процессов упрочняющей обработки отверстий, а в совокупности с использованием тензора напряжений с компонентами $(\sigma_r = U;\ \sigma_\varphi = 0;\ \sigma_z;\ \tau_{rz})$ позволит решать и задачи клепки.

Выводы

1. Авторами предложено новое аналитическое решение контактной упруго-пластической задачи стеснённой клёпки при линейно-гиперболическом законе контактного трения, постоянной осевой деформации и линейном упрочнении материала.

2. Предложенные аналитические зависимости совпадают с известными решениями в предельных случаях $\dot{\varepsilon}_z = 0;\ \tau_{rz} = 0.$

3. Определено аналитически в замкнутом виде напряженно-деформированное состояние в толстостенном цилиндре, нагруженном внутренним давле-

нием при постоянной осевой деформации. Данные величины используются для определения радиального контактного давления от величины осевого радиального натяга в соединении, а также для определения усилия предварительной запрессовки крепежа в пакет и усилия остаточной стяжки пакета заклепками.

Литература

1. Белянин, П.Н. Производство широкофюзеляжных самолетов [Текст] / П.Н. Белянин. – М.: Машиностроение, 1979. – 360 с.

2. Данов, А.С. К вопросу применения высокоресурсного заклепочного крепежа из титанового сплава [Текст] / А.С. Данов, А.Г. Лебединский, В.В. Чуб // Вопросы проектирования самолетных конструкций. – 1983. – Вып. 4. – С. 67–72.

3. Малинин, Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести [Текст] / Н.Н. Малинин. – М.: Машиностроение, 1975. – 400с.

4. Безухов, М.И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести [Текст] / М.И. Безухов. – М.: Высш. шк., 1968. – 537с.

5. Новацкий, В. Теория упругости [Текст] / В. Новацкий. – М.: Мир, 1975. – 872 с.

6. Колтунов, М.А. Упругость и прочность цилиндрических тел [Текст] / М.А. Котунов. – М.: Высш. шк., 1975. – 528 с.

7. Беляев, Н.М. Труды по теории упругости и пластичности [Текст] / Н.М. Беляев. – М.: Гостехиздат, 1957. – 632 с.

8. Феодосьев, В.И. Сопротивление материалов [Текст] / В.И. Феодосьев. – М.: Физматгиз, 1962. – 536 с.

9. Ильюшин, А.А. Упруго – пластические деформации полых цилиндров [Текст] / А.А. Ильюшин, П.М. Огибалов. – М.: МГУ, 1960. – 228 с.

10. Расчеты на прочность в машиностроении [Текст]: в 2т. / под. ред. С.Д. Пономарева, В.Л. Бидермана, К.К. Лихарева. – М.: Машгиз, 1958. - Т. 2: Некоторые задачи прикладной теории упругости. Расчеты за пределами упругости. Расчеты на ползучесть. – 974 с.

11. Трапезин, И.И. Расчеты на прочность при пластических деформациях [Текст] / И.И. Трапезин. – М.: Моск. Авиац. Ин-т, 1979. – 70 с.

12. Hertel, H. Ermudungsfestingkeit der Konstruktionen springer [Text] / H. Hertel. – NY.: Heidelberg, 1970. – 649 с.

Поступила в редакцию 10.06.2013, рассмотрена на редколлегии 12.06.2013

Рецензент: д-р техн. наук, проф., проф. каф. Технологии производства ЛА Планковский С.И., Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

АНАЛІТИЧНЕ РІШЕННЯ ЗАДАЧІ ПРО ВНУТРІШНІЙ ТИСК В ЦИЛІНДРІ ПРИ ПОСТІЙНІЙ ОСЬОВІЙ ДЕФОРМАЦІЇ

О.С. Данов, С.О. Данов

Запропоновано нове аналітичне рішення контактної пружно-пластичної задачі стисненої клепки при лінійно-гіперболічному законі контактного тертя, постійної осьової деформації і лінійному зміцненні матеріалу, яке дозволяє встановити однозначну відповідність між зовнішніми силовими параметрами заклепувального з'єднання, вибраного за базове, і характеристиками напружено-деформованого стану пакету і кріплення. Аналітично визначено напружено-деформований стан в товстостінному циліндрі, навантаженому внутрішнім тиском при постійній осьової деформації..

Ключові слова: внутрішній тиск, циліндр, заклепка, осьова деформація, напружено-деформований стан.

ANALYTICAL DECISION OF TASK ABOUT INTRINSIC PRESSURE IN CYLINDER DURING PERMANENT AXIAL DEFORMATION

A.S. Danov, S.A. Danov

A new analytical solution of the contact plasto-elastic task of the straitened stave at the linear-hyperbolic law of contact friction, permanent axial deformation and linear work-hardening of material is offered, which allows you to set one-to-one correspondence between the external force parameters riveted joint chosen as the base, and the characteristics of the tense-deformed state of the package and location brackетry. Analytically determined the tense-deformed state in a thick-walled cylinder loaded by intrinsic pressure at a permanent axial deformation.

Key words: intrinsic pressure, cylinder, riveting, axial deformation, tense-deformed state.

Данов Александр Сергеевич – старший преподаватель каф. конструкции самолётов и вертолётов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: danovas5@gmail.com

Данов Сергей Александрович – соискатель каф. конструкции самолётов и вертолётов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: danych_2008@mail.ru