

УДК 621.311.61

К. В. БЕЗРУЧКО, А. А. ХАРЧЕНКО, С. В. СІНЧЕНКО, В. І. ЛАЗНЕНКО

Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут», Україна

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ЕЛЕКТРОХІМІЧНИХ АКУМУЛЯТОРІВ ЕНЕРГОУСТАНОВОК РАКЕТНО-КОСМІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ

Представлено математичну модель лужного електрохімічного акумулятора, яка враховує процеси, що протікають в акумуляторах під час їх експлуатації. Математичну модель було апробовано за допомогою методики прогнозування характеристик електрохімічних акумуляторів, яку було розроблено авторами. Апробацію методики було проведено за результатами досліджень нікель-кадмієвих акумуляторів НК-125 та НКГ-160, а також нікель-кадмієвої батареї ЗНК-125. Для апробації моделі було проведено визначення поточного стану акумуляторів та оцінювання емпіричних коефіцієнтів математичної моделі, а за результатами оцінки було розраховано похибки як вимірювань, так і власне самої моделі. Як наслідок отримано тривалий (до тридцяти років) прогноз ємності та напруги акумуляторів та батарей.

Ключові слова: прогнозування, вторинні накопичувачі енергії, математична модель, напруга, ємність, розрядна характеристика.

Вступ

Строк служби енергоустановок ракетно-космічної техніки переважно обмежується ресурсом електрохімічної батареї, яка входить до складу системи електропостачання. Однак пряме визначення тривалих (від декількох місяців до десятків років) ресурсів електрохімічних акумуляторів веде до великих труднощів. В зв'язку з цим гостро постає проблема прогнозування значень параметрів стану та характеристик електрохімічних акумуляторів на тривалий період їх експлуатації.

Авторами було розроблено метод прогнозування характеристик електрохімічних акумуляторів систем енергопостачання, об'єктів ракетно-космічної техніки, що включає в себе п'ять послідовних етапів, виконання яких дає можливість отримати достатньо точний прогноз характеристик електрохімічних акумуляторів з урахуванням всіх факторів, які впливають на електрохімічні акумулятори під час їх роботи [1, 2]. Одним з головних етапів цієї методики є розробка та побудова математичної моделі, функціональні залежності в якій описують вплив різноманітних процесів та реакцій на характеристики акумуляторів.

1. Постановка задачі

Теоретичні аспекти розглянутої задачі потребують узагальнення математичних моделей електрохімічних акумуляторів та батарей на їх основі, які використовуються в цей час. Однак такі математичні моделі не актуальні для електрохімічних акумуляторів

енергоустановок об'єктів ракетно-космічної техніки, що експлуатуються десятками років, бо вони основані на використанні статистичних даних [3-5], отримання яких для електрохімічних акумуляторів з великими ресурсами є непростим.

Математичні моделі електрохімічних акумуляторів, які тривалий час працюють в енергоустановках об'єктів ракетно-космічної техніки, розробляються на основі узагальненої структури, яка наведена на рис. 2 [6].

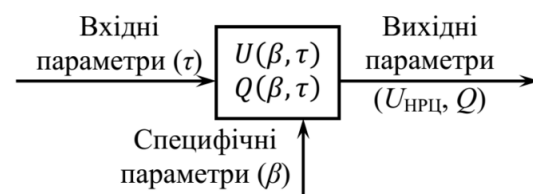


Рис. 1. Узагальнена структура математичної моделі

Множина вихідних параметрів математичної моделі (\bar{F}) включає параметри: залишкову ємність (Q) та напругу розімкнутого ланцюга ($U_{НРЦ}$):

$$\bar{F} = \{Q; U_{НРЦ}\}. \quad (1)$$

2. Опис математичної моделі

Для побудови математичної моделі було складено її структуру, яка дозволяє визначити залежності шуканих параметрів від вже відомих даних, які було отримано експериментальним шляхом. В на-

шому випадку структура математичної моделі має наступний вигляд:

$$\begin{cases} U_{\text{НРЛ}} = f(U_0, \tau, \alpha, \gamma), \\ Q = f(Q_0, \tau, n, K), \end{cases} \quad (2)$$

де $U_{\text{НРЛ}}$ – напруга розімкнутого ланцюга, В; U_0 – початкова напруга, В; τ – час роботи акумулятора, рік; α – масштабний коефіцієнт; n та γ – коефіцієнт нелінійності; Q – залишкова ємність, А·ч; Q_0 – початкова ємність, А·ч; K – емпіричний коефіцієнт.

Математична модель, яку можна використовувати для прогнозу характеристик лужних електрохімічних акумуляторів буде мати наступний вигляд:

$$\begin{cases} U_{\text{НРЛ}} = U_0 - \alpha \cdot \ln(\tau^\gamma + 1); \\ \alpha = \frac{M \cdot \sum_i (U_i \cdot \ln(\tau^\gamma + 1)) - \sum_i U_i \cdot \sum_i \ln(\tau^\gamma + 1)}{\sum_i \ln(\tau^\gamma + 1) - M \cdot \sum_i (\ln(\tau^\gamma + 1))^2}; \\ Q = Q_0 - K \cdot \tau^n; \\ K = \frac{\sum_i Q_i \cdot \sum_i \tau^n - M \cdot \sum_i (Q_i \cdot \tau^n)}{(\sum_i \tau^n)^2 - M \cdot \sum_i \tau^{2n}}; \\ \Delta(U) = \sqrt{\frac{\sum_i (U_i - \bar{U})^2}{M-2}}; \\ \Delta(Q) = \sqrt{\frac{\sum_i (Q_i - \bar{Q})^2}{M-2}}, \end{cases} \quad (3)$$

де U_i – напруга акумулятора в момент часу τ , В; Q_i – ємність акумулятора в момент часу τ , А·ч; M – об'єм вибірки; Δ – довірчий інтервал; \bar{U} и \bar{Q} – математичне очікування напруги та ємності, відповідно.

Обмеження на функції, які входять до математичної моделі, мають наступний вигляд:

$$\begin{cases} Q \in [0; Q_{\text{повн}}] \\ U_{\text{НРЛ}} \in [U_{\text{рес}}; U_0] \end{cases} \quad (4)$$

де $Q_{\text{повн}}$ – повна ємність акумулятора, А·ч; $U_{\text{рес}}$ – гранична напруга досягнення ресурсу акумулятором, В.

Обмеження на параметри, які входять до математичної моделі, мають наступний вигляд:

$$\begin{cases} \vec{\beta} = \{\alpha, \gamma, U_0, K, n, Q_0\}, \\ \vec{\tau} = \{0 \dots \tau_{\text{рес}}\}, \end{cases} \quad (5)$$

де $\tau_{\text{рес}}$ – час досягнення ресурсу акумулятора, рік.

3. Апробація математичної моделі

Для апробації математичної моделі було відібрано декілька нікель-кадмієвих акумуляторів марок НК-125 та НКГ-160, а також батарея ЗНК-125.

В першу чергу були визначені характеристики поточного стану акумуляторів: напруга розімкнутого ланцюга ($U_{\text{НРЛ}}$), початкова ємність (Q_0) та залишкова ємність акумуляторів (Q). Результати цього дослідження наведені в таблиці 1.

Для визначення значень емпіричних коефіцієнтів, які входять до математичної моделі: α , γ , K та n , було експериментально отримано декілька значень напруги та ємності акумуляторів та батареї в певні проміжки часу. Далі було розраховано значення емпіричних коефіцієнтів, які приведені в таблиці 2.

Таблиця 1

Результати експериментальних досліджень поточного стану акумуляторів та батареї

| Параметр | Акумулятори | | Батарея |
|----------------------|-------------|---------|---------|
| | НК-125 | НКГ-160 | ЗНК-125 |
| $U_{\text{НРЛ}}$, В | 1,25 | 1,22 | 3,94 |
| Q_0 , А·ч | 140 | 180 | 140 |
| Q , А·ч | 42 | 50 | 42 |

Таблиця 2

Значення коефіцієнтів математичної моделі

| Коефіцієнт | Акумулятори | | Батарея |
|------------|-------------|---------|---------|
| | НК-125 | НКГ-160 | ЗНК-125 |
| α | 0,01495 | 0,01502 | 0,01496 |
| γ | 0,71408 | 0,17410 | 0,71409 |
| K | 0,47805 | 0,47808 | 0,47806 |
| n | 0,44909 | 0,44911 | 0,44910 |

Спочатку було розраховано коефіцієнт нелінійності γ .

Далі були розраховані масштабний коефіцієнт α , коефіцієнт математичної моделі n для розрахунку напруги та коефіцієнт математичної моделі K .

Останнім кроком були розраховані залежності напруги та ємності від часу.

Для підтвердження достовірності розрахованих характеристик було проведено порівняння розрахункових характеристик з експериментальними, які було отримано в результаті раніш проведених ресурсних досліджень [7].

Як видно з таблиці 3, середня похибка апроксимації для математичної моделі не перевищує критичного значення даної величини (10%), отже можна зробити висновок про те, що математична модель є адекватною.

Далі було отримано тривалий прогноз (від 15 до 30 років) основних експлуатаційних характеристик електрохімічних акумуляторів енергоустановок об'єктів ракетно-космічної техніки: ємності та на-

пруги для нікель-кадмієвих акумуляторів НК-125 та НКГ-160 (рис. 2), та нікель-кадмієвої батареї ЗНК-125 (рис. 3).

Таблиця 3
Розбіжності значень моделі та експерименту

| Нікель-кадмієві акумулятори, виробництва | Середня абсолютна розбіжність | | Середня похибка, апроксимація, % | |
|--|-------------------------------|------------|----------------------------------|---------|
| | Ємність, А·ч | Напруга, В | Ємність | Напруга |
| Saft, ємністю 50 А·ч | 0,86 | 0,026 | 6,29 | 2,35 |
| Sanyo, ємністю 35 А·ч | 0,67 | 0,025 | 9,69 | 2,35 |

Висновки

За допомогою метода прогнозування характеристик електрохімічних акумуляторів на основі представленої математичної моделі, можна просто, швидко та, головне, точно, проводити прогноз основних експлуатаційних параметрів електрохімічних акумуляторів (напруги та ємності) на тривалий строк їх експлуатації (десятки років).

Середня абсолютна розбіжність значень ємності, отриманих практичним шляхом та розрахованих за допомогою моделі для акумуляторів Saft та середня похибка апроксимації складають 0,86 А·ч та 6,29 % відповідно. Абсолютна розбіжність значень

ємності на 20 років складає 1,1 А·ч, а похибка апроксимації на 20 років дорівнює 10 %.

Середня абсолютна розбіжність значень напруги, отриманих практичним шляхом та розрахованих за допомогою моделі для акумуляторів Saft та середня похибка апроксимації складають 0,026 В та 2,35 % відповідно.

Абсолютна розбіжність значень напруги на 20 років складає 0,024 В, а похибка апроксимації на 20 років дорівнює 2,26 %.

Для акумуляторів Sanyo середня абсолютна розбіжність значень ємності дорівнює 0,67 А·ч, середня похибка апроксимації значень ємності дорівнює 9,69 %. Абсолютна розбіжність значень ємності на 20 років дорівнює 0,7 А·ч, а похибка апроксимації на 20 років дорівнює 14 %.

Для акумуляторів Sanyo середня абсолютна розбіжність значень напруги дорівнює 0,025 В, середня похибка апроксимації значень ємності дорівнює 2,35 %. Абсолютна розбіжність значень напруги на 20 років дорівнює 0,018 В, а похибка апроксимації на 20 років дорівнює 1,72 %.

Прогноз можна проводити як для нових акумуляторів, так і для акумуляторів, які знаходяться в експлуатації, що є безсумнівною перевагою цього методу та математичної моделі. Також прогноз експлуатаційних характеристик на тривалі строки їх експлуатації можна проводити не тільки для окремих акумуляторів, а і для акумуляторних батарей.

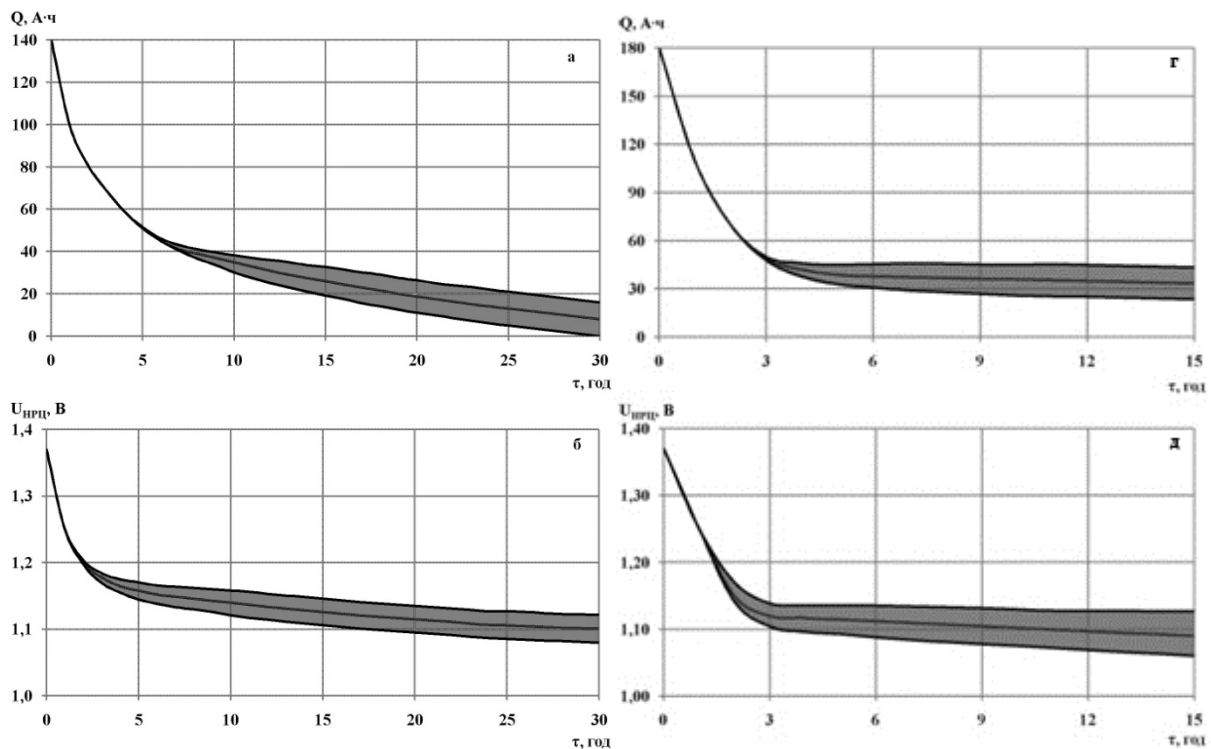


Рис. 2. Тривалий прогноз ємності (а) та напруги (б) акумулятора НК-125 та ємності (г) та напруги (д) акумуляторів НКГ-160 з урахуванням довірчого інтервалу

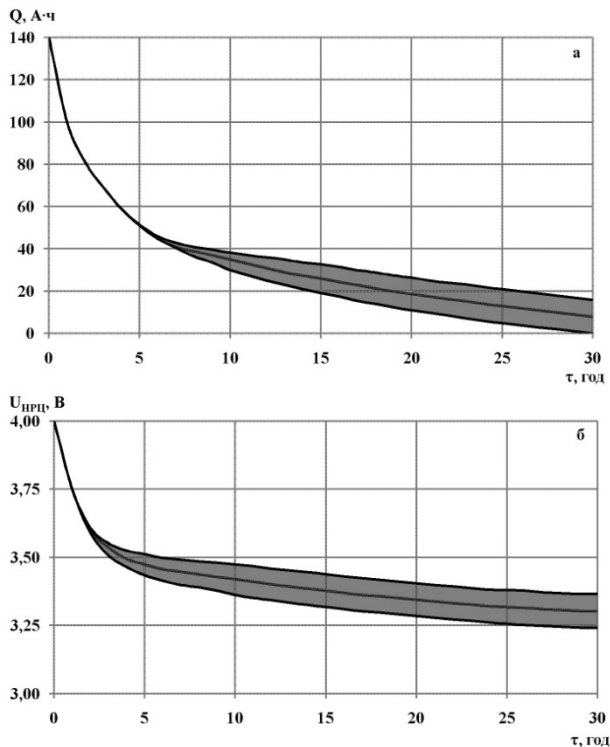


Рис. 3. Тривалий прогноз ємності (а) та напруги (б) батареї ЗНК-125 з урахуванням довірчого інтервалу

Література

1. Методы прогнозирования сроков эксплуатации химических батарей ракетных комплексов [Текст] / К. В. Безручко, А. О. Давидов, С. В. Ширинский, В. П. Фролов, К. Н. Земляной, Р. А. Андрюков // *Авиационно-космическая техника и технология*. - 2007. - № 4(40). - С. 62-65.
2. Прогнозирование характеристик электрохимических аккумуляторов систем электроснабжения ракетно-космических комплексов [Текст] / К. В. Безручко, А. О. Давидов, Т. С. Кадигроб, С. В. Ширинский // *Авиационно-космическая техника и технология*. - 2008. - № 6(53). - С. 66-70.
3. Fan, D. A mathematical model of a sealed nickel-cadmium battery [Text] / D. Fan, R. E. White // *Journal of the Electrochemical Society*. - 1991. - № 1, Vol. 138. - P. 17-25.
4. Bergveld, H. Electronic-network modeling of rechargeable NiCd cells and its application to the design of battery management systems [Text] / H. Bergveld, W. S. Kruijt, P. H. L. Notten // *Journal of Power Sources*. - 1999. - № 77. - P. 143-158.
5. Erdinc, O. A dynamic lithium-ion battery model considering the effects of temperature and capacity fading [Text] / O. Erdinc // *International Conference on Clean Electrical Power (ICCEP-2009)* / Power, Energy, & Industry Applications. - Capri, Italy, 2009. - 758 p.
6. Безручко, К. В. Технология построения математических моделей систем электроснабжения стартовых комплексов современных ракетносителей [Текст] / К. В. Безручко, А. О. Давидов, В. П. Фролов // *Авиационно-космическая техника и технология*. - 2009. - № 9(66). - С. 176-181.
7. Manzo, M. A. Aerospace nickel-cadmium cell verification-final report [Text] / M. A. Manzo, D. M. Strawn, S. W. Hall // *Sixteenth Annual Battery Conference on Applications and Advances / California state university*. - Pasadena, California, 2001. - P. 59-66.

References

1. Bezruchko, K. V., Davidov, A. O., Shirinskij, S. V., Frolov, V. P., Zemljanoj K. N., Andrijukov, R. A. Metody prognozirovanija srokov jekspluatacii himicheskikh batarej raketnyh kompleksov [Methods for predicting the lifetime of chemical batteries of missile systems]. *Aviacijno-kosmicna tehnika i tehnologija – Aerospace technic and technology*, 2007, no. 4(40), pp. 62-65.
2. Bezruchko, K. V., Davidov, A. O., Kadigrob, T. S., Shirinskij, S. V. Prognozirovanie charakteristik jelektrohimicheskikh akumuljatorov sistem jelektrosnabzhenija raketno-kosmicheskikh kompleksov [Prediction of characteristics of electrochemical accumulators of power supply systems of rocket and space complexes]. *Aviacijno-kosmicna tehnika i tehnologija – Aerospace technic and technology*, 2008, no. 6(53), pp. 66-70.
3. Fan, D., White, R. E. A mathematical model of a sealed nickel-cadmium battery. *Journal of the Electrochemical Society*, 1991, vol. 138, no. 1, pp. 17-25.
4. Bergveld, H. J., Kruijt, W. S., Notten, P. H. L. Electronic-network modeling of rechargeable NiCd cells and its application to the design of battery management systems. *Journal of Power Sources*, 1999, no. 77, pp. 143-158.
5. Erdinc, O. A dynamic lithium-ion battery model considering the effects of temperature and capacity fading. *International Conference on Clean Electrical Power (ICCEP-2009)*. Capri, Italy, 2009, 758 p.
6. Bezruchko, K.V., Davidov, A.O., Frolov, V.P. Tehnologija postroenija matematicheskikh modelej sistem jelektrosnabzhenija startovyh kompleksov sovremennyh raket-nositelej [Technology of constructing mathematical models of power supply systems for launching complexes of modern carrier rockets]. *Aviacijno-kosmicna tehnika i tehnologija – Aerospace technic and technology*, 2009, no. 9(66), pp. 176-181.
7. Manzo, M.A., Strawn, D.M.; Hall, S.W. Aerospace nickel-cadmium cell verification-final report. *Sixteenth Annual Battery Conference on Applications and Advances*, Pasadena, California, 2001. pp. 59-66.

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК
ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКИХ АККУМУЛЯТОРОВ ЭНЕРГОУСТАНОВОК
РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ**

К. В. Безручко, А. А. Харченко, С. В. Синченко, В. И. Лазненко

Представлена математическая модель щелочного электрохимического аккумулятора, которая учитывает процессы, протекающие в аккумуляторах во время их эксплуатации. Математическая модель была апробирована с помощью методики прогнозирования характеристик электрохимических аккумуляторов, разработанной авторами. Апробация методики была проведена по результатам исследования никель-кадмиевых аккумуляторов НК-125 и НКГ-160, а также никель-кадмиевых батарей ЗНК-125. Для апробации модели было проведено определение текущего состояния аккумуляторов и оценка эмпирических коэффициентов математической модели, а по результатам оценки были рассчитаны погрешности измерений и самой модели. В результате был получен длительный (до тридцати лет) прогноз емкости и напряжения аккумуляторов и батарей.

Ключевые слова: прогнозирование, вторичный накопитель энергии, математическая модель, напряжение, емкость, разрядная характеристика.

**A MATHEMATICAL MODEL TO PREDICT THE CHARACTERISTICS
OF ELECTROCHEMICAL BATTERIES OF POWER INSTALLATIONS
OF ROCKET-SPACE OBJECTS**

K. V. Bezruchko, A. A. Kharchenko, S. V. Sinchenko, V. I. Laznenko

A mathematical model of an alkaline electrochemical battery which takes into account the processes that occur in the batteries during their operation is presented. The mathematical model was tested with the help of a technique of predicting the characteristics of electrochemical accumulators, developed by the authors. Approbation of the technique was carried out based on the results of a study of nickel-cadmium accumulators NK-125 and NKG-160, as well as nickel-cadmium batteries 3NK-125. To test the model, the current state of the accumulators was determined and the empirical coefficients of the mathematical model were determined, and the measurement errors and the model were calculated from the results of the evaluation. To confirm the reliability of the calculated characteristics, the calculated characteristics were compared with the experimental data obtained as a result of previous resource studies. The average approximation error for the mathematical model does not exceed the critical value of this quantity (10%), and therefore the mathematical model is adequate. As a result, a long (up to thirty years) predict was obtained for the main operational characteristics of electrochemical batteries for power plants of rocket and space equipment: capacitance and voltage. Using the method of predicting the characteristics of electrochemical batteries based on the presented mathematical model, it is possible to conduct a simple predict of the main operational parameters of electrochemical accumulators (capacity, voltage) and charge-discharge characteristics for a long run of their operation (dozens of years). The predict can be carried out both for new accumulators and for accumulators in operation, which is an absolute advantage of this method and mathematical model. Also, the predict of performance characteristics for a long period of their operation can be carried out not only for individual batteries, but also for storage batteries. The average absolute discrepancy between the values of capacitance and the mean of the error of approximations is 0.86 Ah, 6.29%, respectively. The absolute difference in capacitance values for 20 years is 1.1 Ah, and the error of approximation for 20 years is 10%.

Keywords: predict, secondary energy store, mathematical model, voltage, capacitance, discharge characteristic.

Безручко Костянтин Васильович – д-р техн. наук, проф., гол. наук. співр., Національний аерокосмічний університет ім. М. С. Жуковського «Харківський авіаційний інститут», Харків, Україна, e-mail: k.bezruchko@khai.edu.

Харченко Андрій Анатолійович – ст. наук. співр., Національний аерокосмічний університет ім. М. С. Жуковського «Харківський авіаційний інститут», Харків, Україна, e-mail: a_kharchenko2004@ukr.net.

Синченко Світлана Володимирівна – канд. техн. наук, Національний аерокосмічний університет ім. М. С. Жуковського «Харківський авіаційний інститут», Харків, Україна, e-mail: s.sinchenko@gmail.com.

Лазненко Віктор Іванович – ст. наук. співр., Національний аерокосмічний університет ім. М. С. Жуковського «Харківський авіаційний інститут», Харків, Україна, e-mail: laznenko.vitya@mail.ru.

Bezruchko Kostyantyn – Doctor of Science on Engineering, Professor, Chief Scientist, National Aerospace University «Kharkiv Aviation Institute», Kharkiv, Ukraine, e-mail: k.bezruchko@khai.edu.

Kharchenko Andriy – Senior Researcher, National Aerospace University «Kharkiv Aviation Institute», Kharkiv, Ukraine, e-mail: a_kharchenko2004@ukr.net.

Sinchenko Svitlana – Ph.D., National Aerospace University «Kharkiv Aviation Institute», Kharkiv, Ukraine, e-mail: s.sinchenko@gmail.com.

Laznenko Viktor – Senior Researcher, National Aerospace University «Kharkiv Aviation Institute», Kharkiv, Ukraine, e-mail: laznenko.vitya@mail.ru.