УДК 658.012.34:519.24

В.А. ПОПОВ, Н.П. КОНДРАТЕНКО, Н.Н. ГОРА

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ МОДЕЛИ В ЗАДАЧАХ ЛОГИСТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВОМ

Рассматриваются современные методы промышленной логистики, обосновываются актуальные задачи, требующие использования системного анализа и моделирования логистических процессов в производстве.

логистика, вероятностные модели, процессы обслуживания производства, логистическая цепь

Введение

Интерес к проблемам управления логистикой связан, прежде всего, с причинами экономического характера. В условиях роста объемов производства, расширения внутринациональных и мирохозяйственных связей, увеличения издержек сферы обращения внимание руководителей сконцентрировалось на поиске новых форм оптимизации рыночной деятельности и сокращении временных и денежных затрат в производственной сфере [1 – 5]. При условиях перенасыщении рынка главным стало формирование производственных программ в зависимости от объема и структуры рыночного спроса [6 – 7]. В условиях острой конкуренции изготовители продукции стали повышать качество обслуживания путем сокращения времени выполнения заказов и соблюдения согласованного графика поставок. Поэтому фактор времени, наряду с ценой и качеством продукции, станет определять успех функционирования современного предприятия, отсюда следует актуальность задачи исследования логистической сети производства (снабжение – производство – сбыт).

Проблемы и задачи производственной логистики

Логистика требует модификации существующих моделей управления в сфере снабжения и сбыта, где возникают проблемы *по оптимальному размещению складов, определению оптимальной величины партий поставок товаров, оптимальных схем маршрутов перевозок* [9 – 11].

Крупные предприятия стали перестраивать свою работу с массового производства на мелкосерийное с минимизацией издержек. Работа по принципу «малыми партиями» повлекла соответствующие изменения в системе обеспечения производства материальными ресурсами и сбыта готовой продукции. Во многих случаях поставки больших объемов сырья, полуфабрикатов и конечной продукции стали не только не экономичны, но и просто не нужны. В связи с этим *отпала необходимость иметь большие складские емкости на предприятиях и возникла потребность в транспортировке грузов небольшими партиями, но в более жесткие сроки*. При этом возросли расходы на перевозку.

Развитие логистики, как направление науки, требует:

– разработки и использования методов теории систем и исследования операций для решения оптимизационных экономических задач;

– развития коммуникаций, внедрение компьютерных систем управления, используемых в сфере товародвижения;

– унификации правил и норм по поставке товаров.

Важнейшее *требование логистики заключается в обязательном системном анализе и управлении всеми составляющими товародвижения с учетом их внутренних и внешних взаимосвязей* [10 – 13].

Урегулирование *взаимоотношений в рамках логистики* стало возможным с *помощью теории компромиссов*. Именно на ее основе достигается эффект, устраивающий систему в целом. Например, возросшие расходы транспорта в связи с переходом на перевозки грузов мелкими партиями покрываются повышением тарифов.

Важную роль в *развитии логистики играют средства связи и информатики*. *Автоматизированная система логистического контроля должна четко следить за такими показателями процессов, как наличие полуфабрикатов и выпуск готовой продукции, состояние производственных запасов, объем поставок материалов и комплектующих деталей, степень выполнения заказов, место нахождения грузов на пути от производителя до потребителя* [7 – 12].

Применение современных информационных средств контроля материальных потоков способствует внедрению «безбумажной» технологии. Это позволяет синхронно с грузом формировать информацию о каждой отправляемой единице с учетом реквизитов, необходимых для характеристики товара. При такой системе на *всех участках маршрута в любое время можно получить исчерпывающую информацию о грузе и на основе этого принимать управленческие решения*. *С помощью «компьютерной логистики» на протяжении всей логистической цепи обслуживания осуществляется анализ деятельности фирмы и дается оценка ее положения на рынке по сравнению с конкурентами*.

В связи с вышеизложенным *возникают актуальные, достаточно сложные методологические проблемы, научно-технические задачи, требующие разработки и использования целого ряда прикладных методов и моделей для формирования системного подхода в исследовании логистических процессов производства с применением современного математического инструментария исследования операций, в частности, методов теории систем массового обслуживания.*

Методы решения задач логистического управления

Пусть в систему логистического контроля производства (СКП) входят пункты контроля (ПК), которые проводят регулярный контроль выполняемых работ. Суммарный поток требований на проведение контроля работ – пуассоновский с интенсивностью λ. После контроля промежуточного продукта производства (ПП) с вероятностью P он соответствует требованиям качества. Если ПП оказался некачественным, то проводится устранение брака (исследуем процесс обслуживания производственной системой контроля в виде четырех ПК). Представим граф возможных переходов в системе (рис. 1).

$$S_0 \xrightarrow{P\lambda} S_1 \xrightarrow{P\lambda} S_2 \xrightarrow{P\lambda} S_3 \xrightarrow{P\lambda} S_4$$

Рис. 1. Граф переходов в модели СКК

Символ S_0 обозначает, что все четыре ПП нуждаются контроле;

S_1 – три ПП нуждаются в контроле, один ПП успешно прошел контроль;

S_2 – два ПП нуждаются в контроле, два ПП успешно прошли контроль;

S_3 – один ПП нуждается в контроле, три ПП успешно прошли контроль;

S_4 – нуль ПП нуждаются в контроле, четыре ПП успешно прошли контроль.

Воспользуемся уравнениями Колмогорова относительно функций $P_i(t)$ ($i = \overline{0,4}$) и их решениями [8]:

$$\begin{cases} P_0' = -P\lambda P_0\,; \\ P_1' = P\lambda(P_0 - P_1)\,; \\ P_2' = P\lambda(P_1 - P_2); \\ P_3' = P\lambda(P_2 - P_3)\,; \\ P_4' = P\lambda P_3\,; \end{cases} \qquad \begin{cases} P_0 = e^{-\lambda Pt}; \\ P_1 = \lambda Pte^{-\lambda Pt}\,; \\ P_2 = \dfrac{(\lambda Pt)^2}{2!}e^{-\lambda Pt}; \\ P_3 = \dfrac{(\lambda Pt)^3}{3!}e^{-\lambda Pt}; \\ P_4 = 1 - \sum\limits_{i=0}^{3} P_i, \end{cases}$$

при $t = 0$: $P_0 = 1$, $P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = 0$.

Математическое ожидание ПП, успешно прошедших контроль в момент времени τ (при $n = 4$):

$$M_\tau = \sum_{i=0}^{n=3} iP_i(\tau).$$

Проведем анализ системы контроля с помощью метода динамики средних.

Пусть система контролирует N ПП, находящихся в двух состояниях: S_1 – соответствует требованиям качества, S_2 – не соответствует требованиям качества (рис. 2.).

Время интервала, когда обнаружен брак

$$\tau_в = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{2}\,.$$

Время исправления брака: $\tau_p = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{3}$, m_1 – среднее число качественных ПП в момент времени *t*, m_2 – среднее число некачественных ПП в момент времени *t*.

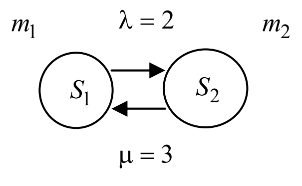

Рис. 2. Граф переходов в модели динамики средних

Запишем уравнения для средних численностей:

$$\frac{dm_1}{dt} = -2m_1 + 3m_2\,, \; \frac{dm_2}{dt} = -3m_2 + 2m_1\,, \; m_2 = N - m_1.$$

Решим данную систему уравнений [9] при следующих начальных условиях: $t = 0$, $m_1 = N$,

$$m_2 = 0: \; \frac{dm_1}{dt} = -5m_1 + 3N\,, \; m_1(t) = N\left(\frac{3}{5} + \frac{2}{5}e^{-5t}\right),$$

$$m_2(t) = N - m_1(t) = \frac{2}{5}N\left(1 - e^{-5t}\right).$$

Для стационарного процесса ($t = \infty$) получим средние значения:

$$m_1 = \frac{3}{5}N,\; m_2 = \frac{2}{5}N.$$

Дисперсия $D_1(t) = m_1(t)\left(1 - \frac{m_1(t)}{N}\right)$, $D_2 = D_1$.

Рассмотрим многоканальную модель обслуживания с ограниченной очередью на примере транспортной логистики.

Автотранспортное предприятие (АТП) принимает заявки на срочную доставку грузов и может принимать от заказчиков ограниченное число заявок на доставку этих грузов.

Если количество заявок превзошло некоторую определенную величину, то все последующие заказчики получают отказ в обслуживании до тех пор, пока не уменьшится очередь. Для решения задачи применим модель $M / M / n / l / \infty / Fifo$.

Рассмотрим основные характеристики такой системы, для чего воспользуемся результатами из [14, 15].

1. Вероятность того, что занято k автомашин в транспортном обслуживании при условии, что общее число требований, находящихся на обслуживании, не превосходит числа автомашин в АТП:

$$p_k = \frac{1}{k!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k,\; p_o \;\; (1 \le k \le n)\,,$$

где λ – среднее число требований, поступающих в систему за единицу времени;

$\frac{1}{\mu}$ – среднее время обслуживания одной автомашиной одного требования;

p_o – вероятность того, что все автомашины не заняты обслуживанием.

2. Вероятность того, что в системе находится точно k требований в случае, когда их число не

меньше числа автомашин в АТП (в очереди стоит точно $k-n$ требований):

$$p_k = \frac{p_o}{n!n^{k-n}}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k, \ (n \le k \le l),$$

где n – общее число обслуживающих автомашин, а l – наибольшее возможное число требований, находящихся в системе одновременно ($l-n=m$ – емкость буфера).

3. Вероятность того, что все автомашины АТП свободны:

$$p_o = \frac{1}{\sum_{k=0}^{n-1}\frac{1}{k!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k + \frac{1}{n!(1-\frac{\lambda}{n\cdot\mu})}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n\left[1-\left(\frac{\lambda}{n\mu}\right)^{m+1}\right]}.$$

4. Вероятность того, что поступившее требование получит отказ: $p_l = \frac{p_o}{n!n^{l-n}}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^l$.

5. Вероятность того, что все автомашины в АТП будут заняты:

$$D_m(\rho) = p_n\frac{1-\left(\frac{\lambda}{n\mu}\right)^{m+1}}{1-\frac{\lambda}{n\mu}}$$

(аналог второй формулы Эрланга для случая $l<\infty$).

6. Вероятность того, что время ожидания начала обслуживания β будет больше t (закон распределения времени ожидания начала обслуживания):

$$P\{\beta > t\} = \frac{D_m(\rho)e^{-\mu n t}}{1-\left(\frac{\lambda}{n\mu}\right)^{m+1}}\sum_{s=0}^{m-1}\frac{(\mu n t)^s}{s!}\left[\left(\frac{\lambda}{n\mu}\right)^s - \left(\frac{\lambda}{n\mu}\right)^m\right],$$

$P(\beta < t) = 1 - P(\beta > t)$.

7. Средняя длина очереди:

$$L_{оч} = \frac{p_n}{\left(1-\frac{\lambda}{n\mu}\right)^2}\times \left[\frac{\lambda}{n\mu} - (m+1)\left(\frac{\lambda}{n\mu}\right)^{m+1} + m\left(\frac{\lambda}{n\mu}\right)^{m+2}\right].$$

8. Среднее число требований, находящихся в системе обслуживания:

$$L_c = L_{оч} + \frac{1-\left(\frac{\lambda}{n\mu}\right)^{m+1}}{1-\frac{\lambda}{n\mu}}np_n + p_o\sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{(k-1)!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k.$$

9. Среднее число свободных автомашин:

$$L_{ср} = \sum_{k=0}^{n-1}\frac{n-k}{k!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k p_o.$$

Можно показать, что приведенные формулы оказываются справедливыми для модели $M/M/n/\infty/\infty/Fifo$ при $l=\infty$.

Пусть поток заявок является простейшим, в час в среднем поступает одна заявка ($\lambda = 1$), т. е. вероятность поступления точно k заявок за время t равна $V_k(t) = \frac{t^k}{k!}e^{-t}(k = 0,1,2...)$. Будем предполагать, что время обслуживания подчинено показательному закону и среднее время, которое затрачивается на удовлетворение одной заявки, равно 1 часу, т. е. параметр показательного закона $\mu = 1$.

Заметим, что в данной модели ($l<\infty$) загрузка $\frac{\lambda}{\mu\cdot n}$ может быть больше 1.

Пусть АТП имеет в своем распоряжении $n=5$ автомашин, которые работают круглосуточно. Определим вероятность того, что все автомашины заняты, среднюю длину очереди и другие показатели работы АТП. Ясно, что в такой постановке данный пример является частным случаем рассмотренной задачи. Требованием на обслуживание является заявка на доставку груза. Обслуживающим аппаратом является автомашина. Обслуживание заключается в доставке груза. Число обслуживающих аппаратов системы, которой является АТП по доставке грузов, равно пяти автомашинам. Максимальная длина очереди $m=10$. Наибольшее число заявок, обслуживаемых и ожидающих обслуживания, равно $l=m+n=15$.

Воспользуемся формулами, приведенными выше, и вычислим все интересующие нас показатели.

Вероятность того, что все автомашины будут свободны, равна 0,38, т.е. простаивать они будут больше половины рабочего времени. Это означает, что или можно уменьшить их число, или увеличить количество заявок.

Вероятность того, что все автомашины заняты, равна $D = 0,0061$.

Таким образом, вероятность полной загруженности очень мала. Полученные величины достаточно хорошо характеризуют загрузку АТП. Качество обслуживания определим в виде средней длины очереди $L_{оч} = 0,0015$.

Отсюда видно, что очередь практически отсутствует. Следовательно, для выбранных нами значений $n = 5$, $\lambda = 1$, $\mu = 1$ и $m = 10$ заказчик почти никогда не получит отказа в обслуживании, но и загрузка автомашин будет очень мала.

Задаваясь фактическими значениями величин n, λ, μ и m, и произведя все необходимые расчеты, можно получить указанные характеристики для расчета логистической системы и дальше использовать в задачах планирования и управления производством.

Заключение

На основе выполненного анализа литературы в данной работе рассмотрены основные проблемы производственной логистики. Приведены модели марковских процессов, позволяющие решать конкретные задачи управления логистической цепью.

Литература

1. Верещагин А.А. Логистические принципы организации материальных потоков в деятельности предприятия // Изв. вузов. Машиностроение. – 2001. – № 2-3. – С. 108-116.

2. Логистика: управление в грузовых транспортно-логистических системах / Л.Б. Миротина. – М.: Юристъ, 2002. – 414 с.

3. Логистика: Учебник / Под ред. Б.А. Аникина. 3-е изд., перераб. и доп. – М.: ИНФРА-М, 2002. – 368 с.

4. Неруш Ю.М. Логистика. 2-е изд., перераб. и доп. – М.: ЮНИТИ – ДАНА, 2000. – 389 с.

5. Основы логистики. / Под ред. Л.Б. Миротина и В.И. Сергеева. – М.: ИНФРА-М, 2000. – 200 с.

6. Промышленная логистика / Под ред. А.А. Колобова, И.Н. Омельченко. – М.: МИПК, 1997. – 204 с.

7. Сергеев В.И. Логистика в бизнесе: Учебник. – М.: ИНФРА-М, 2001. – 608 с.

8. Бережная Е.В., Бережной В.И. Математические методы моделирования экономических систем. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 308 с.

9. Вентцель Е.С. Исследование операций. – М.: Сов. радио, 1972. – 488 с.

10. Лабскер Л.Г., Бабешко Л.О. Теория массового обслуживания в экономической сфере. – М.: ЮНИТИ, 1998. – 319 с.

11. Миротин Л.Б., Ташбаев Ы.Э. Системный анализ в логистике: Учебник. – М.: Экзамен, 2002. – 480 с.

12. Основы моделирования сложных систем / Под ред. И.В. Кузьмина. – К.: Вища шк., 1981. – 360 с.

13. Первозванский А.А. Математические модели в управлении производством. – М.: Наука, 1975. – 616 с.

14. Розенбург В.Я., Прохоров А.И. Что такое теория массового обслуживания. – М.: Сов. радио, 1962. – 254 с.

15. Саати Т.Л. Элементы теории массового обслуживания и ее приложения: Пер. с англ. / Под ред. И.Н. Коваленко. – М.: Сов. радио, 1971. – 520 с.

Поступила в редакцию 4.05.2007

Рецензент: канд. техн. наук, проф. И.П. Внуков, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.