УДК 004.519.217

А.А. РУДЕНКО[1], О.Н. ОДАРУЩЕНКО[1], В.С. ХАРЧЕНКО[2]

[1]Полтавский национальный технический университет им. Ю. Кондратюка, Украина
[2]Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

МОДЕЛИ ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ С УЧЕТОМ НЕДЕТЕРМИНИРОВАННОГО ЧИСЛА ВТОРИЧНЫХ ДЕФЕКТОВ

Рассмотрены модифицированные модели оценки надежности программных средств Джелинского-Моранды и простая экспоненциальная модель, в которых учтены возможности внесения новых (вторичных) дефектов в процессе устранения обнаруженных ранее (первичных) дефектов проектирования программных средств. Предлагается подход к нахождению недетерминированного числа вторичных дефектов путем объединения простой экспоненциальной модели и модели Джелинского-Моранды. Обосновывается нецелесообразность объединения других моделей.

Ключевые слова: *функция риска, вторичный дефект, простая экспоненциальная модель, модель Джелинского-Моранды, модель Шика-Уолвертона, модель Липова*

Введение

Современный этап развития теории надежности обслуживаемых компьютерных систем ставит перед разработчиками задачи более точной оценки надежности программных средств (ПС), поскольку существующие модели не всегда адекватно отображают реалии их разработки и использования [1].

Это объясняется достаточно грубыми допущениями, принятыми в моделях надежности ПС, которые не учитывают ряда факторов процесса разработки и тестирования ПС.

Вместе с тем система допущений имеет приоритетное влияние на выбор той или иной модели надежности ПС [2].

Одним из ключевых понятий инженерии надежности ПС является дефект. Дефект ПС – всякое искажение программного кода, включая и отсутствие отдельных его участков (обусловленное недоработками проектной документации), которое приводит к невыполнению ПС всего перечня функций, ожидаемых пользователем [3].

Анализ применения ОКС свидетельствует о том, что в их ПС при устранении дефектов вносятся изменения, которые приводят к изменению характеристик надежности [4]. При этом в известных моделях надежности ПС [1] не учитываются дефекты, вносимые в процессе их восстановления (вторичные дефекты ПС). Принимаются допущение, что при устранении дефектов, новые не вносятся. В то же время по имеющимся данным доля вторичных дефектов может достигать 30-40% от общего числа дефектов (первичных дефектов) ПС [5, 6].

В [7] проанализированы модели оценки надежности ПС по признаку «структура времени» на предмет возможности их использования при условии учета вторичных дефектов ПС и проведена соответствующая коррекция тех моделей, где это возможно. Показано, что учет вторичных дефектов возможен для модели Джелинского-Моранды, простой экспоненциальной модели, моделей Шика-Уолвертона и Липова. Однако там рассматривалось детерминированное число вторичных дефектов.

Цель статьи – проанализировать модели оценки надежности ПС: Джелинского-Моранды, простую экспоненциальную модель, модели Шика-Уолвертона и Липова на предмет возможности их использования при условии учета недетерминированного числа вторичных дефектов ПС.

1. Модель Джелинского-Моранды

Для модели Джелинского-Моранды приняты следующие допущения:

1) интенсивность обнаружения дефектов $R(t)$ пропорциональна текущему числу дефектов в программе (числу оставшихся (первоначальных) дефектов за вычетом обнаруженных);

2) проявление дефектов равновероятно и их появление не зависит друг от друга;

3) каждый дефект имеет один и тот же порядок сложности;

4) время до следующего отказа распределено экспоненциально;

5) программное средство функционирует в среде, близкой к реальным условиям;

6) дефекты постоянно корректируются без внесения новых;

7) $R(t)=\text{const}$ в интервале между двумя смежными моментами проявления дефектов.

В соответствии с этими допущениями функцию риска можно представить в виде:

$$R(t)=K(B-(i-1)), \qquad (1)$$

где t – произвольная точка времени между обнаружением $i-1$ и i-го дефекта; K – коэффициент пропорциональности; B – исходное (неизвестное) число оставшихся в программном средстве дефектов [8].

Снимая шестое допущение, модифицируем функцию риска путем введения величины n^{BH} – числа дефектов, внесенных в процессе устранения обнаруженных дефектов (вторичных дефектов).

При этом n^{BH} рассматриваем как функцию времени. Тогда выражение (1) примет вид:

$$R(t)=K\left(B-i+1+n^{BH}\right). \qquad (2)$$

Вероятность того, что ни один дефект ПС не проявится на промежутке от 0 до t определяется выражением:

$$P(t)=\exp\left(-\int_0^t R(t)\,dt\right). \qquad (3)$$

Тогда распределение примет вид:

$$P(X_i)=\exp\left(-K\left(B-i+1+n^{BH}\right)\right)X_i, \qquad (4)$$

где $X_i=t_i-t_{i-1}$ $\left(i=\overline{1,\, n+n^{BH}}\right)$ – время проявления $i-1$-го и i-го дефектов.

Плотность вероятности отказов

$$q(X_i)=K\left(B-i+1+n^{BH}\right)\exp\left(-K\left(B-i+1+n^{BH}\right)\right)X_i. \qquad (5)$$

Согласно второму допущению, функция правдоподобия имеет вид:

$$L(X_1,\dots,X_n)=\prod_{i=1}^{n+n^{BH}} q(X_i). \qquad (6)$$

Прологарифмировав выражение (6), получим

$$\ln L=\sum_{i=1}^{n+n^{BH}}\left(\ln\left(K\left(B-i+1+n^{BH}\right)\right)-K\left(B-i+1+n^{BH}\right)X_i\right). \qquad (7)$$

Найдя частные производные $\frac{\partial \ln L}{\partial K}$, $\frac{\partial \ln L}{\partial B}$, $\frac{\partial \ln L}{\partial n^{BH}}$ и приравняв их к нулю, получаем систему уравнений для нахождения оценки максимального правдоподобия величин K, B и n^{BH}.

Очевидно, что два последних уравнения системы будут одинаковы, система зависима, поэтому однозначно определить K, B и n^{BH} нельзя. Из этого следует, что n^{BH} можно определить только при известном одном из параметров K или B.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \ln L}{\partial K}=\sum\limits_{i=1}^{n+n^{BH}}\left(\dfrac{1}{K}-\left(B-i+1+n^{BH}\right)X_i\right), \\ \dfrac{\partial \ln L}{\partial B}=\sum\limits_{i=1}^{n+n^{BH}}\left(\dfrac{1}{B-i+1+n^{BH}}-KX_i\right), \\ \dfrac{\partial \ln L}{\partial n^{BH}}=\sum\limits_{i=1}^{n+n^{BH}}\left(\dfrac{1}{B-i+1+n^{BH}}-KX_i\right). \end{cases} \qquad (8)$$

2. Простая экспоненциальная модель

Допущения модели соответствуют допущениям, принятым для модели Джелинского-Моранды, за исключением седьмого допущения, вследствие чего функция риска перестает быть кусочно-постоянной.

Для простой экспоненциальной модели функция риска имеет вид:

$$R(t)=K(B-N(t)), \qquad (9)$$

где $N(t)$ – число обнаруженных к моменту времени t ошибок [9].

Аналогично предыдущей рассмотренной модели исключим шестое допущение и внесем в функцию риска слагаемое n^{BH}, которое будем рассматривать как функцию времени, вследствие чего она примет вид:

$$R(t)=K\left(B-N(t)+n^{BH}(t)\right). \qquad (10)$$

Продифференцируем обе части этого уравнения по времени

$$\frac{dR(t)}{dt}=-K\frac{dN(t)}{dt}+K\frac{dn^{BH}(t)}{dt}. \qquad (11)$$

Учитывая, что $R(t)=\frac{dN(t)}{dt}$ (число дефектов, обнаруженных за единицу времени), получим дифференциальное уравнение для $R(t)$

$$\frac{dR(t)}{dt}+KR(t)=K\frac{dn^{BH}(t)}{dt}. \qquad (12)$$

Обозначив

$$N^{BH}(t)=\frac{dn^{BH}(t)}{dt}, \qquad (13)$$

имеем

$$\frac{dR(t)}{dt}+KR(t)=KN^{BH}(t) \qquad (14)$$

Для решения уравнения (14) используем метод Бернулли

$$R(t)=u(t)v(t). \qquad (15)$$

$$\frac{dR(t)}{dt}=\frac{du(t)}{dt}v(t)+\frac{dv(t)}{dt}u(t). \qquad (16)$$

$$\frac{du(t)}{dt}v(t)+\frac{dv(t)}{dt}u(t)+Ku(t)v(t)=KN^{BH}(t). \quad (17)$$

$$\frac{du(t)}{dt}v(t)+u(t)\left(\frac{dv(t)}{dt}+Kv(t)\right)=KN^{BH}(t). \quad (18)$$

$$\frac{dv(t)}{dt}+Kv(t)=0. \qquad (19)$$

$$v(t)=\exp(-Kt). \qquad (20)$$

$$\frac{du(t)}{dt}=K\exp(Kt)N^{BH}(t). \qquad (21)$$

$$u(t)=K\exp(Kt)N^{BH}(t)+C. \qquad (22)$$

Получаем общее решение дифференциального уравнения (14)

$$R(t)=KN^{BH}(t)+C\exp(-Kt). \qquad (23)$$

Учитывая начальные условия $N(0)=0$, $n^{BH}(0)=0$ (а соответственно и $N^{BH}(0)=0$) имеем $R(0)=KB$. Подставив их в (23) находим C:

$$C=KB. \qquad (24)$$

Частное решение уравнения дифференциального уравнения (14)

$$R(t)=KN^{BH}(t)+KB\exp(-Kt) \qquad (25)$$

Введем обозначения:

$$a=\ln(KB), \qquad (26)$$

$$b=-K. \qquad (27)$$

С учетом этих обозначений выражение (25) перепишем в виде:

$$R(t)-KN^{BH}(t)=\exp(a+bt). \qquad (28)$$

Прологарифмировав обе части равенства (28) и перейдя к дискретному времени t_i, получаем систему уравнений

$$\ln\left(R(t_i)-KN^{BH}(t_i)\right)=a+bt_i;\ \ i=\overline{1,\ n+n^{BH}}. \quad (29)$$

Систему (29) можно записать в векторно-матричном виде

$$AX=C, \qquad (30)$$

где

$$A=\begin{pmatrix}1 & t_1\\ 1 & t_2\\ \dots & \dots\\ 1 & t_{n+n^{BH}}\end{pmatrix}, \qquad (31)$$

$$X=\begin{pmatrix}a\\ b\end{pmatrix}, \qquad (32)$$

$$C=\begin{pmatrix}\ln R\left(t_1+bN^{BH}(t_1)\right)\\ \ln R\left(t_2+bN^{BH}(t_2)\right)\\ \dots\\ \ln R\left(t_{n+n^{BH}}+bN^{BH}\left(t_{n+n^{BH}}\right)\right)\end{pmatrix}. \qquad (33)$$

Используя метод наименьших квадратов, приведем эти уравнения к нормальному виду:

$$A^TAX=A^TC. \qquad (34)$$

$$X=\left(A^TA\right)^{-1}A^TC. \qquad (35)$$

Выполним ряд преобразований для решения системы (35):

$$A^T=\begin{pmatrix}1 & 1 & \dots & 1\\ t_1 & t_2 & \dots & t_{n+n^{BH}}\end{pmatrix}, \qquad (36)$$

$$A^TA=\begin{pmatrix}1 & 1 & \dots & 1\\ t_1 & t_2 & \dots & t_{n+n^{BH}}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & t_1\\ 1 & t_2\\ \dots & \dots\\ 1 & t_{n+n^{BH}}\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}n+n^{BH} & \sum\limits_{i=1}^{n+n^{BH}} t_i\\ \sum\limits_{i=1}^{n+n^{BH}} t_i & \sum\limits_{i=1}^{n+n^{BH}} t_i^2\end{pmatrix}. \qquad (37)$$

$$\det\left(A^TA\right)=\left(n+n^{BH}\right)\sum_{i=1}^{n+n^{BH}} t_i^2-\left(\sum_{i=1}^{n+n^{BH}} t_i\right)^2. \qquad (38)$$

$$\left(A^TA\right)^{-1}=\frac{1}{\det\left(A^TA\right)}\begin{pmatrix}\sum\limits_{i=1}^{n+n^{BH}} t_i^2 & -\sum\limits_{i=1}^{n+n^{BH}} t_i\\ -\sum\limits_{i=1}^{n+n^{BH}} t_i & n+n^{BH}\end{pmatrix}. \qquad (39)$$

$$\left(A^TA\right)^{-1}A^T=\frac{1}{\det\left(A^TA\right)}\begin{pmatrix}\sum\limits_{i=1}^{n+n^{BH}} t_i^2 & -\sum\limits_{i=1}^{n+n^{BH}} t_i\\ -\sum\limits_{i=1}^{n+n^{BH}} t_i & n+n^{BH}\end{pmatrix}\times$$

$$\times\begin{pmatrix}1 & 1 & \dots & 1\\ t_1 & t_2 & \dots & t_{n+n^{BH}}\end{pmatrix}=\frac{1}{\det\left(A^TA\right)}\times$$

$$\times\begin{pmatrix}\sum\limits_{i=1}^{n+n^{BH}} t_i^2-t_1\sum\limits_{i=1}^{n+n^{BH}} t_i & \sum\limits_{i=1}^{n+n^{BH}} t_i^2-t_2\sum\limits_{i=1}^{n+n^{BH}} t_i\\ t_1\left(n+n^{BH}\right)-\sum\limits_{i=1}^{n+n^{BH}} t_i & t_2\left(n+n^{BH}\right)-\sum\limits_{i=1}^{n+n^{BH}} t_i.\end{pmatrix}. \quad (40)$$

$$\left(A^TA\right)^{-1}A^TC=\frac{1}{\det\left(A^TA\right)}\begin{pmatrix}\sum_{i=1}^{n+n^{BH}}t_i^2-t_1\sum_{i=1}^{n+n^{BH}}t_i & \sum_{i=1}^{n+n^{BH}}t_i^2-t_2\sum_{i=1}^{n+n^{BH}}t_i & \ldots & \sum_{i=1}^{n+n^{BH}}t_i^2-t_{n+n^{BH}}\sum_{i=1}^{n+n^{BH}}t_i\\ t_1\left(n+n^{BH}\right)-\sum_{i=1}^{n+n^{BH}}t_i & t_2\left(n+n^{BH}\right)-\sum_{i=1}^{n+n^{BH}}t_i & \ldots & t_{n+n^{BH}}\left(n+n^{BH}\right)-\sum_{i=1}^{n+n^{BH}}t_i\end{pmatrix}\times$$

$$\times\begin{pmatrix}\ln R\left(t_1+bN^{BH}(t_1)\right)\\ \ln R\left(t_2+bN^{BH}(t_2)\right)\\ \ldots\\ \ln R\left(t_{n+n^{BH}}+bN^{BH}\left(t_{n+n^{BH}}\right)\right)\end{pmatrix}. \quad (41)$$

Учитывая, что $X=\left(A^TA\right)^{-1}A^TC=\begin{pmatrix}a\\ b\end{pmatrix}$, из (41) найдем a и b:

$$a=\frac{1}{\det\left(A^TA\right)}\times$$

$$\times\left(\sum_{i=1}^{n+n^{BH}}t_i^2\sum_{i=1}^{n+n^{BH}}\ln\left(R(t_i)+bN^{BH}(t_i)\right)-\right.$$

$$\left.-\sum_{i=1}^{n+n^{BH}}t_i^2-\sum_{i=1}^{n+n^{BH}}t_i\sum_{i=1}^{n+n^{BH}}\left(t_i\ln\left(R(t_i)+bN^{BH}(t_i)\right)\right)\right). \quad (42)$$

$$b=\frac{1}{\det\left(A^TA\right)}\left(-\sum_{i=1}^{n+n^{BH}}t_i\cdot\sum_{i=1}^{n+n^{BH}}\ln\left(R(t_i)+bN^{BH}(t_i)\right)+\right.$$

$$\left.+\left(n+n^{BH}\right)\cdot\sum_{i=1}^{n+n^{BH}}\left(t_i\cdot\ln\left(R(t_i)+bN^{BH}(t_i)\right)\right)\right). \quad (43)$$

Из (26) получаем

$$B=\frac{\exp a}{K}. \quad (44)$$

Возвращаясь к параметрам B, K и n^{BH}, получаем систему уравнений для их нахождения

$$B=\frac{1}{K}\exp\left(\frac{1}{\det\left(A^TA\right)}\left(\sum_{i=1}^{n+n^{BH}}t_i^2\times\right.\right.$$

$$\times\sum_{i=1}^{n+n^{BH}}\ln\left(R(t_i)-K\frac{dn^{BH}(t_i)}{dt}\right)-\left(n+n^{BH}\right)\times$$

$$\left.\left.\times\sum_{i=1}^{n+n^{BH}}\left(t_i\cdot\ln\left(R(t_i)-K\frac{dn^{BH}(t_i)}{dt}\right)\right)\right)\right). \quad (45)$$

$$K=\frac{1}{\det\left(A^TA\right)}\times$$

$$\times\left(\sum_{i=1}^{n+n^{BH}}t_i\cdot\sum_{i=1}^{n+n^{BH}}\ln\left(R(t_i)-K\frac{dn^{BH}(t_i)}{dt}\right)-\left(n+n^{BH}\right)\times\right.$$

$$\left.\times\sum_{i=1}^{n+n^{BH}}\left(t_i\cdot\ln\left(R(t_i)-K\frac{dn^{BH}(t_i)}{dt}\right)\right)\right). \quad (46)$$

Учитывая (29), при обращении к параметрам B, K и n^{BH} с помощью (26), (27), (13), имеем систему трех уравнений (29), (45), (46) с четырьмя неизвестными. Как и для предыдущей модели, распределение n^{BH} однозначно определить нельзя.

3. Объединенная модель: Джелинского-Моранды и простая экспоненциальная модель

Допущения, принятые для модели Джелинского-Моранды и для простой экспоненциальной модели одинаковы за исключением одного: для первой из них $R(t)=\text{const}$ в интервале между двумя смежными моментами проявления дефектов, для второй это допущение снимается.

Учитывая тот фактор, что в процессе нахождения параметров B, K и n^{BH} используется переход к дискретному времени, а также то, что в формулах (45) и (46) рассматривается функция риска в i-й момент времени, допущение о ее непрерывности или о том, что она является кусочно-постоянной в интервалах между двумя смежными моментами проявления дефектов не является концептуальным.

Приравняв к нулю первые два уравнения системы (8), получаем:

$$\begin{cases}K=\dfrac{n+n^{BH}}{\sum_{i=1}^{n+n^{BH}}\left(B-i+1+n^{BH}\right)X_i};\\ \sum_{i=1}^{n+n^{BH}}\dfrac{1}{B-i+1+n^{BH}}=\\ =\dfrac{\left(n+n^{BH}\right)\sum_{i=1}^{n+n^{BH}}X_i}{\sum_{i=1}^{n+n^{BH}}\left(B-i+1+n^{BH}\right)X_i}.\end{cases} \quad (47)$$

Подставив первое уравнение системы (47) во второе, имеем:

$$\sum_{i=1}^{n+n^{BH}}\frac{1}{B-i+1+n^{BH}}=K\sum_{i=1}^{n+n^{BH}}X_i. \quad (48)$$

Выражение $\sum_{i=1}^{n+n^{BH}} X_i$ определяет общее время тестирования, поэтому его можно считать известным.

Исходя из вышесказанного, нахождение неизвестных параметров B, K и n^{BH}, $R(t)$ можно осуществить из системы уравнений (49), которая объединяет модель Джелинского-Моранды и простую экспоненциальную модель.

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n+n^{BH}} \dfrac{1}{B-i+1+n^{BH}} = K \sum_{i=1}^{n+n^{BH}} X_i, \\ \ln\left(R(t_i) - K\dfrac{dn^{BH}(t_i)}{dt}\right) = \ln(KB) - Kt_i, \\ B = \dfrac{1}{K}\exp\left(\dfrac{\sum_{i=1}^{n+n^{BH}} t_i^2 \sum_{i=1}^{n+n^{BH}} \ln\left(R(t_i) - K\dfrac{dn^{BH}(t_i)}{dt}\right)}{\left(n+n^{BH}\right)\sum_{i=1}^{n+n^{BH}} t_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n+n^{BH}} t_i\right)^2} - \right. \\ \left. -\dfrac{\left(n+n^{BH}\right)\cdot \sum_{i=1}^{n+n^{BH}}\left(t_i \cdot \ln\left(R(t_i) - K\dfrac{dn^{BH}(t_i)}{dt}\right)\right)}{\left(n+n^{BH}\right)\sum_{i=1}^{n+n^{BH}} t_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n+n^{BH}} t_i\right)^2} \right), \\ K = \dfrac{\sum_{i=1}^{n+n^{BH}} t_i \cdot \sum_{i=1}^{n+n^{BH}} \ln\left(R(t_i) - K\dfrac{dn^{BH}(t_i)}{dt}\right)}{\left(n+n^{BH}\right)\sum_{i=1}^{n+n^{BH}} t_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n+n^{BH}} t_i\right)^2} - \\ -\dfrac{\left(n+n^{BH}\right)\cdot \sum_{i=1}^{n+n^{BH}}\left(t_i \cdot \ln\left(R(t_i) - K\dfrac{dn^{BH}(t_i)}{dt}\right)\right)}{\left(n+n^{BH}\right)\sum_{i=1}^{n+n^{BH}} t_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n+n^{BH}} t_i\right)^2}. \end{cases} \quad (49)$$

В системе (49) нужно перейти к $4\left(n+n^{BH}\right)$ уравнениям взяв i от 1 до $n+n^{BH}$, при этом число неизвестных будет $4\left(n+n^{BH}\right)$, поскольку B (начальное число дефектов), а соответственно и K будут разными для разных значений i. Систему (49) можно решать последовательно для каждого i. Таким образом, можно получить последовательность значений n^{BH}.

4. Модель Шика-Уолвертона

В основу данной модели положено предположение о пропорциональности функции риска не только числу дефектов в ПС, но и величине времени тестирования, а также, приняты допущения аналогичные допущениям простой экспоненциальной модели.

Функция риска для модели Шика-Уолвертона имеет следующий вид:

$$R(t) = K\big(B-(i-1)\big)X_i, \quad (50)$$

где X_i – время тестирования, прошедшее от момента t_{i-1} обнаружения $(i-1)$-го дефекта до текущего момента t_i [10]. Так же, как и в предыдущих моделях, снимая шестое допущение внесением n^{BH}, получаем функцию риска

$$R(t) = K\left(B-i+1+n^{BH}\right)X_i \quad (51)$$

Проделав над (50) и (51) действия, аналогичные описанным для модели Джелинского-Моранды, считая n^{BH} функцией времени, получаем системы уравнений для нахождения K, B и n^{BH} соответственно:

$$\begin{cases} K = \dfrac{n+n^{BH}}{\sum_{i=1}^{n+n^{BH}}\left(B-i+1+n^{BH}\right)\dfrac{X_i^2}{2}}, \\ \sum_{i=1}^{n+n^{BH}} \dfrac{1}{B-i+1+n^{BH}} = \dfrac{K}{2}\sum_{i=1}^{n+n^{BH}} X_i^2, \\ \sum_{i=1}^{n+n^{BH}} \dfrac{1}{B-i+1+n^{BH}} = \dfrac{K}{2}\sum_{i=1}^{n+n^{BH}} X_i^2. \end{cases} \quad (52)$$

Снова, как и в случае модели Джелинского-Моранды, полученная система уравнений содержит два одинаковых уравнения. Результат по модели Шика-Уолвертона абсолютно аналогичен результату, полученному для модели Джелинского-Моранды, а следовательно, и выводы могут быть сделаны те же. Кроме того, модель Шика-Уолвертона предполагает возможность возникновения на рассматриваемом интервале более одной ошибки [11], в результате чего n^{BH} в выражениях под знаком суммы не будет соответствовать n^{BH} в верхнем индексе знака суммы, что еще больше усложняет задачу. Поэтому модель Шика-Уолвертона нецелесообразно использовать в контексте определения недетерминированного числа вторичных дефектов ввиду большей сложности в сравнении с моделью Джелинского-Моранды и простой экспоненциальной моделью.

5. Модель Липова (обобщение модели Джелинского-Моранды)

В отличие от предыдущих моделей, в данной существует следующее допущение: на i-м интервале тестирования обнаруживается f_i дефектов, но только m_j из них корректируется.

Функция риска

$$R(t)=K(B-F_{i-1});\ t_{i-1}\le t\le t_i, \qquad (53)$$

где $F_{i-1}=\sum_{j=1}^{i-1} m_j$ – общее число скорректированных к моменту t_{i-1} дефектов, а t_i – время конца i-го интервала тестирования [12].

Аналогично ранее рассмотренным моделям вносим в функцию риска n^{BH}

$$R(t)=K\left(B-F_{i-1}+n^{BH}\right). \qquad (54)$$

Полагая, что число обнаруженных дефектов на i-м интервале f_i есть случайная величина с распределением Пуассона, имеем выражение для функции правдоподобия

$$L\left(f_1,\dots,f_{n+n_1}\right)=\prod_{i=1}^{n+n_1}\left(\frac{\left(K\left(B-F_{i-1}+n^{BH}\right)X_i\right)^{f_i}}{f_i!}\times\right.$$

$$\left.\times\exp\left(-K\left(B-F_{i-1}+n^{BH}\right)X_i\right)\right), \qquad (55)$$

где n_1 – дополнительное число интервалов тестирования, вызванное внесенными в процессе восстановления ПС дефектами. Как и в предыдущих моделях, взяв частные производные по K, B и n^{BH} от $\ln L$ и приравняв их к нулю, получим систему уравнений для нахождения этих величин:

$$\begin{cases} K=\dfrac{\sum_{i=1}^{n+n_1} f_i}{\sum_{i=1}^{n+n_1}\left(B-F_{i-1}+n^{BH}\right)X_i}, \\ \sum_{i=1}^{n+n_1}\dfrac{f_i}{B-F_{i-1}+n^{BH}}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n+n_1} f_i \sum_{i=1}^{n+n_1} X_i}{\sum_{i=1}^{n+n_1}\left(B-F_{i-1}+n^{BH}\right)X_i}, \\ \sum_{i=1}^{n+n_1}\dfrac{f_i}{B-F_{i-1}+n^{BH}}=K\sum_{i=1}^{n+n_1} X_i. \end{cases} \qquad (56)$$

В правой части второго уравнения системы (56) содержится выражение:

$$\sum_{i=1}^{n+n_1} f_i \Bigg/ \left(\sum_{i=1}^{n+n_1}\left(B-F_{i-1}+n^{BH}\right)X_i\right), \qquad (57)$$

подставив вместо которого K получаем третье уравнение системы. Таким образом, имеем два уравнения с тремя неизвестными, что не позволяет однозначно определить искомую величину n^{BH}. Кроме того, как и для модели Шика-Уолвертона, возникают трудности, вызванные появлением дополнительной величины n_1.

Выводы

Анализ допущений, принятых для простой экспоненциальной модели и модели Джелинского-Моранды позволил объединить эти модели, вследствие чего теоретически доказана возможность нахождения распределения числа вторичных дефектов.

Доказана возможность нахождения распределения числа вторичных дефектов при известном значении начального числа дефектов (которое можно найти, используя, например, метрику Холстеда) для модели Джелинского-Моранды, простой экспоненциальной модели, моделей Шика-Уолвертона и Липова.

Объединение других моделей нецелесообразно ввиду большего различия в принятых допущениях, а также, большей сложности расчетов.

В условиях конкретной задачи следует, в первую очередь, проверить зависимость уравнений системы (49), которая может быть вызвана пропорциональностью функции риска и числа вторичных дефектов. Существование данной зависимости косвенно подтверждает допущение модели на базе времени функционирования Мусы, согласно которому увеличение числа дефектов из-за проявления новых дефектов в процессе устранения старых пропорционально интенсивности отказов [13].

Дальнейшее исследование необходимо направить на выбор численного метода для решения системы (49) или возможности ее решения средствами компьютерной математики.

Литература

1. *Lyu M.R. Software Fault Tolerance / M.R Lyu // Chichester, England: John Wiley and Sons, Inc., 1995. – 1995 p.*

2. *Kharchenko V.S. The Method of Software Reliability Growth Models Choice Using Assumptions Matrix / V.S. Kharchenko, O.M. Tarasyuk, V.V. Sklyar, V.Y. Dubnitsky // Proc. of 26th Annual Int. Computer Software and Applications Conference (COMPSAC), Oxford, England (2002)*

3. *Одарущенко О.Н. Терминологические аспекты теории надежности программных средств /*

О.Н. Одарущенко, Ю.Л. Поночовный, Е.Б. Одарущенко // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2004. – № 2 (6). – С. 88-94.

4. Поночовный Ю.Л. Моделирование надежности обновляемых программных средств нерезервированных информационно-управляющих систем постоянной готовности / Ю.Л. Поночовный, Е.Б. Одарущенко // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2004. – № 4 (8). – С. 93-97.

5. Sanders J. Software Quality – A Framework for Success in Software Development and Support / J. Sanders. – USA: Addis. Wesley, 1994. – 112 p.

6. Канер С. Тестирование программного обеспечения / С. Канер, Д. Фолк, Е.К. Нгуен – М.: DiaSoft, 2001. – 544 с.

7. Харченко В.С. Моделирование обслуживаемых компьютерных с учетом вторичных дефектов программных средств / В.С. Харченко, О.Н. Одарущенко, А.А. Руденко, Е.Б. Одарущенко, Ю.Л. Поночовный // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2009. – №7. – С. 245-249.

8. Jelinski Z. Software reliability research / Z. Jelinski, P.B Moranda // Statistical Computer Performance Elaiution / W. Freiberger. – New York: Academic Press, 1972. – P. 465-484.

9. Полонников Р.И. Методы оценки показателей надежности программного обеспечения / Р.И. Полонников, А.В. Никандров. – СПб.: Политехника– 1992. – 78 с.

10. Schick G.J. An Analysis of Competing Software Reliability Mode s / G.J. Schick, R.W. Wolverton // IEEE Trans. on Software Engineering. – Vol. SE-4, 1978. – № 2. – P. 104-120.

11. Василенко Н.В. Модели оценки надежности программного обеспечения / Н.В.Василенко, В.А. Макаров // Вестник Новгородского государственного университета. – 2004. – № 28. – С. 126-132.

12. Lipow M. Model of Software Reliability / M. Lipow // Proceedings of the Winter Heeling of the Aerospase Division of the American Society of Mechanical Engineers, 1978. – 78-WA/Aero-18. – P. 1-11.

13. Musa J.D. A theory of software reliability and its application / J.D.Musa // IEEE Trans. Rel. – Vol. R-28, 1979. – P. 181-191.

Поступила в редакцию 20.01.2010

Рецензент: д-р техн. наук, проф., зав. каф. компьютерных и информационных технологий и систем А.Л. Ляхов, Полтавский национальный технический университет им. Юрия Кондратюка , Полтава.

МОДЕЛІ ОЦІНКИ НАДІЙНОСТІ ПРОГРАМНИХ ЗАСОБІВ З УРАХУВАННЯМ НЕДЕТЕРМІНОВАНОГО ЧИСЛА ВТОРИННИХ ДЕФЕКТІВ

О.А. Руденко, О.М. Одарущенко, В.С. Харченко

Розглянуто модифіковані моделі оцінки надійності програмних засобів Джелінського-Моранди і проста експоненціальна модель, в яких враховані можливості внесення нових (вторинних) дефектів у процесі усунення виявлених раніше (первинних) дефектів проектування программних засобів. Пропонується підхід до знаходження недетермінованого числа вторинних дефектів шляхом об'єднання простої експоненціальної моделі та моделі Джелінського-Моранди. Обґрунтовується недоцільність об'єднання інших моделей.

Ключові слова: функція ризику, вторинний дефект, проста експоненціальна модель, модель Джелінського-Моранди, модель Шика-Уолвертона, модель Ліпова.

MODEL OF SOFTWARE RELIABILITY ASSESSMENT INCLUSIVE NON-DETERMINISTIC NUMBER OF SECONDARY DEFECTS

A.A. Rudenko, O.N. Odarushchenko, V.S. Kharchenko

We consider the modified model for assessing the reliability of software Jelinski-Moranda and the simple exponential model, which takes into account the possibility of a new (secondary-tion) defects in the process of removing detected earlier (primary) defects in the design programme of funds. The approach to finding the undetermined number of secondary defects by combining the simple exponential model and the model Jelinski-Moranda. Inexpediency of binding of other models is grounded.

Key words: risk function, the secondary defect, a simple exponential model, the model Jelinski-Moranda, Schick-Wolverton model, Lipov model.

Руденко Александр Антонович – старший преподаватель кафедры компьютерных и информационных технологий и систем Полтавского национального технического университета имени Юрия Кондратюка, Полтава, Украина, e-mail: olekrudenko@yandex.ru

Одарущенко Олег Николаевич – канд. техн. наук, доцент, декан факультета информационных и телекоммуникационных технологий и систем Полтавского национального технического университета имени Юрия Кондратюка, Полтава, Украина, e-mail: skifs2005@mail.ru.

Харченко Вячеслав Сергеевич – д-р техн. наук, проф., зав. каф. компьютерных систем и сетей Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: v.kharchenko@khai.edu.