УДК 621.3:681.34

Д.А. КУРКИН, А.А. РОЕНКО, В.В. ЛУКИН

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРА СДВИГА ДЛЯ СЕМЕЙСТВА ОБОБЩЕННЫХ ГАУССОВЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

В качестве модели для описания статистических характеристик реальных искажающих воздействий использовано обобщенное гауссово распределение (ОГР). Предложен обобщенный метод оценки параметров семейств распределений на основе процентильного коэффициента эксцесса и абсолютного медианного отклонения и показан принцип его работы на примере семейства обобщенных гауссовых распределений. Проведены эксперименты с целью определения статистических характеристик медианной, мириадной и меридианной оценок параметра сдвига ОГР. Их сравнительный анализ позволил определить области эффективности и целесообразности применения рассмотренных оценок.

Ключевые слова: *обобщенное гауссово распределение, процентильный коэффициент эксцесса, абсолютное медианное отклонение, медиана, мириада, меридиана.*

Введение

В современной нелинейной обработке сигналов большую популярность приобрели методы робастного оценивания [1 – 3]. Среди множества задач в этой области одной из важнейших является задача определения параметра сдвига для негауссовых распределений [4 – 6], которым подчиняются многие случайные величины. Этими случайными величинами могут выступать значения отсчетов зашумленного сигнала [4], шумовые компоненты при сложной обработке сигналов (например, биспектральной [5]), значения оценок коэффициентов ортогональных преобразований одномерных сигналов и изображений [5, 6] и др.

Наиболее популярным методом оценивания параметров распределения (и параметра сдвига в том числе) является метод максимального правдоподобия [7, 8], так как оценки, получаемые с помощью этого метода, удовлетворяют свойствам состоятельности и несмещенности, а также являются асимптотически эффективными [7]. Существенным недостатком оценок максимального правдоподобия является зависимость их эффективности от плотности распределения вероятности (ПРВ) оцениваемых случайных величин. На практике ПРВ случайных величин (какова бы ни была их природа) зачастую априорно неизвестна [4, 6]. Подобная проблема может быть решена путем использования в качестве моделей семейств распределений, способных аппроксимировать поведение множества типов случайных величин [2, 4, 6]. Такие семейства обычно включают в себя широкий класс распределений, имеющих различную форму и вид максимума (колоколо- или пикообразный) и отличающихся различной тяжестью хвостов. Для задания определенного распределения из семейства используются параметры, причем, как правило, в качестве таковых выступают параметры сдвига, масштаба и формы распределения [2, 4, 6]. В качестве примеров семейств распределений, широко используемых в качестве моделей в задачах робастного оценивания, можно привести:

– обобщенное гауссово распределение [9, 17];

– обобщенное распределение Коши [11, 12];

– обобщенное гамма–распределение [9];

– симметричное α-стабильное распределение [3, 5, 14].

В данной работе внимание уделяется обобщенному гауссову распределению (ОГР). ОГР получило широкую популярность в теории робастного оценивания при моделировании реальных процессов [2, 4, 9], в частности при моделировании речи (моделируется с использованием распределения Лапласа – частного случая ОГР) и атмосферного шума [9], при поддиапазонном кодировании звука и видео [14]. Распределение коэффициентов дискретного косинусного преобразования для реальных изображений также принадлежит семейству обобщенных гауссовых [15].

Целью данной работы является разработка обобщенных оценок параметров семейств распределений на примере семейства ОГР, анализ эффективности известных М-оценок параметра сдвига для ОГР, выработка рекомендаций по выбору оценок и настройке их параметров для некоторых из рассмотренных оценок в зависимости от параметров распределений семейства ОГР.

© Д.А. Куркин, А.А. Роенко, В.В. Лукин

1. Обобщенное гауссово распределение и оценка его параметров

ОГР – параметрическое семейство симметричных распределений [17]. ПРВ случайных величин, подчиняющихся этому семейству, задается формулой:

$$f(x) = \frac{p \cdot \alpha}{2\Gamma(1/p)} \exp\left(-\left(\alpha|x-\mu|\right)^p\right), \quad (1)$$

где $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1}e^{-t}dt$ – гамма-функция;

$\alpha = \sigma_{GGD}^{-1}\sqrt{\Gamma(3/p)/\Gamma(1/p)}$,

σ_{GGD} – среднеквадратическое отклонение распределения;

μ - параметр сдвига,

p – параметр формы.

Малым значениям параметра ($p \le 1$) соответствуют распределения с пикообразной формой максимума и с тяжелыми хвостами; большим значениям ($1 < p \le 2$ – распределения с колоколообразной формой максимума и более легкими хвостами. ОГР имеет два частных случая: ОГР трансформируется в обычное гауссово распределение при $p = 2$ и в распределение Лапласа при $p = 1$. На рис. 1 представлены графики ПРВ ОГР для нескольких различных значений параметра формы. Верхний рисунок позволяет судить о форме ПРВ, нижний – о тяжести хвостов полученных распределений.

Статистические характеристики любого распределения семейства ОГР однозначно задаются параметрами: p и σ_{GGD}. Точность методов оценивания параметра сдвига распределений семейства ОГР можно существенно повысить путем оценки p и σ_{GGD} и подстройки робастных оценок под значения этих параметров [3]. В практических ситуациях, однако, параметры распределения зачастую априорно неизвестны [4,6].

Рассмотрим возможности оценивания p и σ_{GGD}. В данной работе нами предлагается оценивать параметр формы ОГР с помощью расчета процентильного коэффициента эксцесса (ПКЭ, англ. PCK) входной выборки данных, а параметр масштаба – с помощью расчета абсолютного медианного отклонения входной выборки данных (АМО, англ. MAD) [16]. В отличие от метода прямой оценки параметров ОГР (например, с помощью метода максимального правдоподобия или метода моментов [9]), предлагаемый нами метод может быть применен и к другим распределениям (или семействам распределений) с целью оценки их формы и масштаба [3].

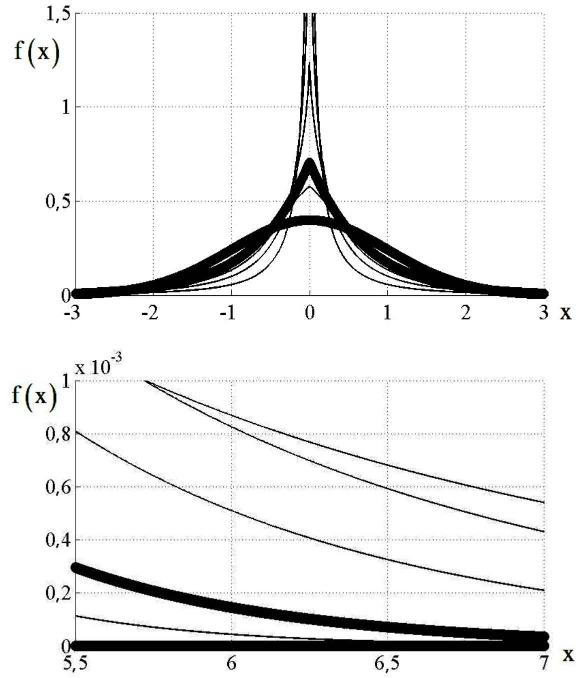

Рис. 1. Графики ПРВ ОГР для различных значений p ($p = \{0,3;\ 0,5;\ 0,7;\ 1;\ 1,2;\ 2\}$) и $\sigma_{GGD} = 1$ (графики для p = 1 и p = 2 выделены жирными линиями, μ =0)

Для реализации предлагаемого метода введем понятия ПКЭ и АМО, а также установим зависимости этих статистик от параметров ОГР.

ПКЭ определяется следующим образом:

$$PCK = \frac{Q_{0,75} - Q_{0,25}}{2\left(Q_{0,9} - Q_{0,1}\right)}, \quad (2)$$

где Q_x – квантиль порядка x.

Установить зависимость $PCK(p)$ можно путем проведения численного расчета квантилей с помощью функции вероятности ОГР (взяв интеграл от формулы (1) [17]) и последующей их подстановкой в формулу (2). Квантиль порядка x для ОГР находится путем решения уравнения (3) относительно Q_x

$$\int_{-\infty}^{Q_x} \left(\frac{1}{2} + \mathrm{sgn}(s) \frac{\gamma\left(\frac{1}{p}, \left(-(\alpha s)^p\right)\right)}{2\Gamma\left(\frac{1}{p}\right)} \right) ds = x, \quad (3)$$

где подынтегральная функция – это функция вероятности ОГР;

$\gamma(a,b) = \int_0^b t^{a-1}e^{-t}dt$ – нижняя неполная гамма-функция.

После расчета квантилей ОГР с различными значениями параметра формы с помощью уравнения

(3) и подстановкой полученных решений в (2) получена зависимость $\text{PCK}(p)$, которая представлена на рис. 2.

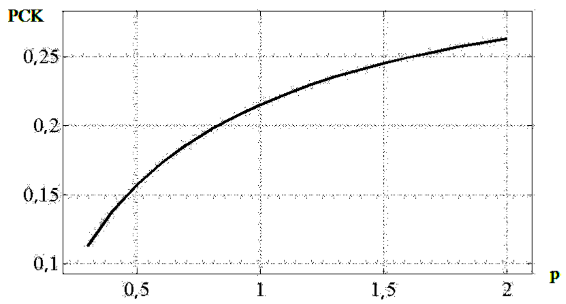

Рис. 2. График зависимости процентильного коэффициента эксцесса от параметра формы ОГР

Зависимость $\text{PCK}(p)$ носит экспоненциальный и, что важно, монотонно возрастающий характер. Она может быть аппроксимирована, например, с помощью метода наименьших квадратов.

Вид зависимости $\text{PCK}(p)$ не зависит от σ_{GGD}, что позволяет однозначно определить p по полученной оценке (2).

Для того, чтобы оценить второй параметр ОГР – σ_{GGD} – следует установить зависимость вида $\text{MAD}(\sigma_{GGD})$. MAD выборки рассчитывается по следующей формуле:

$$\text{MAD} = \text{med}\left\{\left|x_{ij} - \text{med}\{\vec{x}_j\}\right|, j = 1,\dots,N\right\}, \qquad (4)$$

где $\text{med}\{\dots\}$ – операция нахождения медианы[7,8], $\vec{x}_j$ - j-я реализация с заданными параметрами p и σ_{GGD}; x_{ij} – i-е значение j-й реализации; N – число независимых реализаций.

Следует отметить, что MAD выборки, подчиняющейся ОГР, также зависит и от параметра формы p, так как этот параметр влияет на форму и тяжесть хвостов распределения. Следовательно, искомая зависимость в общем случае имеет вид $\text{MAD}(p, \sigma_{GGD})$.

Для теоретического расчета этой зависимости можно воспользоваться следующей формулой [8]:

$$\text{MAD} = \frac{Q_{0,75} - Q_{0,25}}{2}. \qquad (5)$$

Расчет квантилей в формуле (5) производится аналогично расчету квантилей в (2) с той лишь разницей, что варьируется не только параметр p ОГР, но и параметр σ_{GGD}.

Полученная зависимость $\text{MAD}(p, \sigma_{GGD})$ представлена на рис. 3.

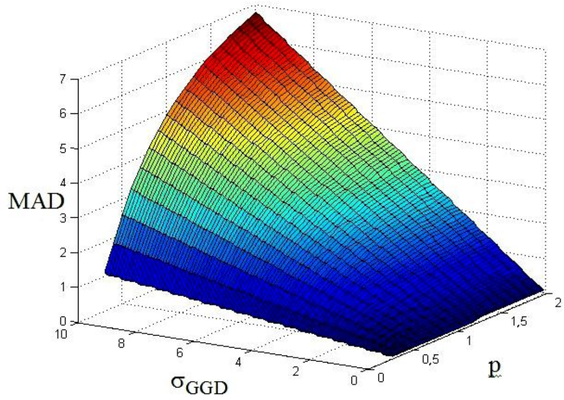

Рис. 3. График зависимости $\text{MAD}(p, \sigma_{GGD})$

Таким образом, предлагаемый метод оценки параметров ОГР состоит в следующем: для входной выборки данных рассчитываются выборочные ПКЭ и MAD (по формулам (2) и (4) соответственно), после чего, руководствуясь зависимостями, представленными на рисунках 2 и 3, можно определить априорно неизвестные параметры p затем и σ_{GGD}, если известно, что выборка подчиняется одному из распределений семейства ОГР. Оцененные параметры можно использовать в качестве входных данных для настройки адаптивных (например, меридианной и мириадной, см. подраздел 3) оценок параметра сдвига ОГР.

2. Критерии точности и точность оценки максимального правдоподобия для ОГР

Перед рассмотрением оценок параметра сдвига, представленных в данной работе, и анализом их точностных характеристик, введем критерии, согласно которым проводился анализ эффективности той или иной оценки. Количественным критерием эффективности оценки параметра сдвига принято считать среднеквадратическое отклонение [7] получаемых оценок, рассчитываемое по формуле:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{k=1}^{N}\left(x_k - \bar{x}\right)^2}, \qquad (6)$$

где N – количество реализаций;

x_k –оценка параметра сдвига k-й реализации;

$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} x_k$ – средняя оценка параметра сдвига по всем реализациям.

Однако у СКО как критерия точности (эффективности) есть серьезный недостаток – недостаточная устойчивость к аномальным входным данным, которые могут появляться при оценке параметра сдвига распределений с тяжелыми хвостами, для которых закон распределения получаемых оценок перестает быть нормальным [18, 19]. Так как в теории робастного оценивания основной интерес представляют именно такие распределения [4, 6], особенно при моделировании процессов с большим количеством выбросов, то воспользуемся в качестве дополнительного критерия (показателя точности) робастным эквивалентом СКО – абсолютным медианным отклонением. АМО получаемых оценок рассчитывается по аналогии с АМО случайных величин (формула (4)), только в качестве входных данных используются полученные оценки параметра сдвига.

Также следует отметить, что отношение σ/MAD при нормальном законе распределения оцениваемых величин составляет 1,483 [4]. Если же отношение σ/MAD больше этого значения, то закон распределения оцениваемых величин имеет более тяжелые хвосты, чем обычное нормальное распределение и в качестве критерия эффективности рассматриваемой оценки следует применять абсолютное медианное отклонение.

3. Анализ эффективности известных М-оценок для семейства ОГР

В данной работе представлены результаты исследований эффективности известных оценок максимального правдоподобия, в частности:

- медианной оценки [4, 7, 8];
- мириадной оценки [3, 20];
- меридианной оценки [10, 18 – 19, 21].

Медиана – давно изученная и широко применяемая на практике робастная оценка [4, 7, 8]. Однако она обладает несколькими существенными недостатками:

– медиана не имеет настроечных параметров, что исключает возможность как ручной настройки оценки, так и разработки алгоритма адаптации к свойствам закона распределения оцениваемых случайных величин;

– робастность медианы может быть недостаточна для нахождения параметра сдвига законов распределения с весьма тяжелыми хвостами (в частности, ОГР с малыми значениями параметра формы) [4, 6].

В табл. 1 представлены результаты расчета σ_{med} медианной оценки параметра сдвига ОГР с различными значениями параметров формы и масштаба. Расчет проводился путем проведения моделирования 1000 выборок размером $N = 256$ случайных величин, подчиняющихся ОГР, нахождения медианы для каждой выборки и определения СКО медианной оценки с помощью формулы (6).

Таблица 1

Результаты расчета эффективности медианной оценки параметра сдвига ОГР

	σ_{med}	
p	$\sigma_{GGD}=1$	$\sigma_{GGD}=10$
0,3	0,0041	0,0449
0,5	0,0163	0,1609
0,7	0,0293	0,2936
1	0,0462	0,4540
1,5	0,0653	0,6720

Несмотря на уменьшение СКО σ_{med} получаемых оценок с уменьшением p, целесообразно, как будет показано ниже, применять медианную оценку для случаев ОГР со значениями $p \approx 1$. Это связано с тем, что медиана является оптимальной оценкой параметра сдвига для распределения Лапласа [8] (частный случай ОГР с $p = 1$). Для случаев других значений p точность медианной оценки хуже по сравнению с другими М-оценками. В частности, при $p < 1$: это связано с недостаточной устойчивостью медианы к аномальным данным, которые появляются ввиду увеличения тяжести хвостов ОГР с уменьшением p.

Недостатков медианной оценки лишены современные М-оценки: мириада и меридиана. Обе эти оценки имеют настроечный параметр, что позволяет варьировать их свойства, и обладают значительно большей робастностью (по сравнению с медианой) в модовых режимах работы.

Меридианная оценка определяется следующим образом:

$$\hat{\beta} = \arg\min_{\beta}\left[\sum_{i=1}^{N}\ln\left(\delta+\left|x_i-\beta\right|\right)\right] = \\ = \mathrm{meridian}\{x_i, i=1,...,N;\delta\}, \qquad (7)$$

где $\hat{\beta}$ – значение меридианной оценки выборки размером N; δ – настроечный параметр меридианной оценки (т.н. параметр «медианности» [10, 18 – 29, 21]).

Перечислим основные свойства меридианы:

1. Целевая функция меридианной оценки функция выглядит следующим образом:

$$\varphi(\beta) = \sum_{i=1}^{N}\ln\left(\delta+\left|x_i-\beta\right|\right). \qquad (8)$$

2. а. Функция $\varphi(\beta)$ строго возрастает при значениях β больших, чем значение максимального элемента оцениваемой выборки x_{max}.

2. б. Функция $\varphi(\beta)$ строго убывает при значениях β меньших, чем значение минимального элемента оцениваемой выборки x_{min}.

3. Функция $\varphi(\beta)$ имеет конечное число локальных минимумов, координаты которых лежат между значениями x_{min} и x_{max}; поэтому $\hat{\beta}$ всегда принадлежит интервалу от x_{min} до x_{max}.

4. Аргументами локальных минимумов могут быть только значения элементов оцениваемой выборки, причем число минимумов возрастает при уменьшении δ.

Кроме того, есть ряд важных свойств меридианной оценки, которые не вытекают напрямую из ее определения, а именно [10, 18 – 29, 21]:

- часто имеется оптимальное значение δ, обеспечивающее максимальную эффективность меридианы для заданного закона распределения;
- оптимальное значение δ зависит от масштаба входных данных;
- оптимальное значение δ зависит от тяжести хвостов закона распределения входных данных.

В работе [18] нами проведено исследование этих свойств меридианной оценки и получены следующие результаты:

- СКО и АМО меридианных оценок зависят от выбранного значения параметра δ и эти характеристики имеют минимум в случае тяжелых хвостов распределения (когда $p \le 1$), то есть имеется оптимальное значение настроечного параметра δ_{opt} при $p \le 1$, которое обеспечивает максимальную эффективность меридианной оценки для таких ПРВ;
- значение δ_{opt} растет с увеличением масштаба входных данных;
- значение δ_{opt} уменьшается с ростом тяжести хвостов закона распределения входных данных.

Нами было проведено моделирование с целью определения эффективности меридианной оценки с $\delta = \delta_{opt}$ при нахождении параметра сдвига ОГР. Условия проведения моделирования аналогичны условиям такого моделирования для медианной оценки с той лишь разницей, что были выбраны 3 различных размера выборок данных: $N = \{64; 128; 256\}$.

Результаты моделирования представлены в табл. 2.

Таблица 2

Результаты расчета эффективности меридианной оценки для выборок с ОГР

		$\sigma_{GGD} = 1$					$\sigma_{GGD} = 10$				
N	p	0,3	0,5	0,7	1	1,5	0,3	0,5	0,7	1	1,5
64	σ_{mer}	0,00815	0,0343	0,0618	0,0971	0,1365	0,085	0,33	0,62	0,95	1,38
	MAD_{mer}	0,00283	0,0164	0,0350	0,0603	0,0892	0,031	0,168	0,35	0,59	0,87
	δ_{opt}	0,01	0,1	0,5	10	10	0,1	1	5	100	1000
128	σ_{mer}	0,00453	0,0208	0,0409	0,0660	0,0934	0,044	0,206	0,41	0,66	0,63
	MAD_{mer}	0,00168	0,0105	0,0241	0,0399	0,0631	0,016	0,106	0,24	0,43	0,96
	δ_{opt}	0,01	0,5	0,5	3	10	0,1	1	10	50	100
256	σ_{mer}	0,00248	0,0138	0,0279	0,0454	0,0672	0,024	0,137	0,28	0,45	0,65
	MAD_{mer}	0,00099	0,0071	0,0170	0,0288	0,0423	0,0092	0,070	0,16	0,29	0,42
	δ_{opt}	0,001	0,01	1	10	10	0,03	1	10	100	1000

Анализ данных, приведенных в табл. 2, показывает, что $\sigma_{mer}/MAD_{mer} > 1,48$ и оно увеличивается с уменьшением параметра формы ОГР. Данный факт свидетельствует о том, что закон получаемых меридианных оценок негауссов и хвосты этого закона распределения становятся все тяжелее с ростом тяжести хвостов распределения исходных данных.

Сравнивая σ_{mer} и σ_{med} для ОГР (табл. 2 и данные в табл. 3 для $N = 256$), видно, что меридиана имеет выигрыш при малых p. Например, для $p = 0,5$ отношение $\sigma_{med}/\sigma_{mer}$ составляет 1,18, следовательно, целесообразно применять меридианную оценку для нахождения параметра сдвига ОГР при малых значениях параметра формы.

Также отметим, что согласно представленным данным меридианную оценку целесообразно использовать для законов распределения с пикообразной формой максимума.

В случае ОГР это имеет место при $p \le 1$.

В противном случае значения σ_{mer} (при δ_{opt}) и σ_{med} практически равны.

Мириадная оценка определяется следующим образом:

$$\hat{\gamma} = \arg\min_{\beta}\left[\sum_{i=1}^{N} \ln\left(k^2 + x_i^2\right)\right] = \\ = \text{myriad}\{x_i, i = 1, ..., N; \delta\}, \tag{9}$$

где $\hat{\gamma}$ – значение мириадной оценки выборки размером N;

k – настроечный параметр мириадной оценки.

Основные свойства мириадной оценки таковы:

1. Целевая функция мириады имеет вид:

$$\psi(k) = \sum_{i=1}^{N} \ln\left(k^2 + x_i^2\right). \tag{10}$$

2. Свойства 2, а, 2, б и 3 меридианной оценки справедливы и для мириады.

3. С ростом параметра k мириадной оценки ее свойства приближаются к свойствам выборочного среднего.

Как и у меридианной оценки, зависимости СКО получаемых оценок от настроечного параметра мириады имеют минимум, который соответствует определенному оптимальному значению k_{opt}. В работе [2] также обоснованы следующие свойства мириадной оценки:

– значение k_{opt} растет с увеличением масштаба входных данных;

– значение k_{opt} уменьшается с ростом тяжести хвостов закона распределения входных данных.

Нами было проведено моделирование с целью определения статистических характеристик мириады для выборок с ОГР. Методика проведения эксперимента аналогична описанному выше эксперименту для меридианной оценки. Результаты эксперимента представлены в табл. 3.

Таблица 3

Результаты расчета эффективности мириадной оценки для выборок с ОГР

		$\sigma_{GGD} = 1$					$\sigma_{GGD} = 10$				
N	p	0,3	0,5	0,7	1	1,5	0,3	0,5	0,7	1	1,5
64	σ_{myr}	0,0086	0,0330	0,0644	0,0982	0,124	0,0817	0,201	0,6314	0,9780	1,24
	k_{opt}	0,015	0,07	0,19	0,55	1,75	0,15	0,9	1,8	7	17,5
128	σ_{myr}	0,0046	0,0213	0,0415	0,0667	0,086	0,0462	0,218	0,4253	0,6958	0,88
	k_{opt}	0,007	0,065	0,13	0,5	2,52	0,06	0,45	1,1	6,8	33
256	σ_{myr}	0,0025	0,0217	0,0344	0,05001	0,0611	0,0248	0,135	0,2860	0,4844	0,58
	k_{opt}	0,005	0,035	0,11	0,5	2,8	0,048	0,38	1,04	4,8	22,2

На основании данных, представленных в табл. 3, можно провести сравнительный анализ характеристик мириадной оценки для выборок с ОГР с соответствующими характеристиками меридианы и медианы. Основные выводы следующие:

– СКО мириадных оценок параметра сдвига выборок с ОГР близко к СКО меридианных оценок при $p < 1$, однако мириада немного менее эффективна, чем меридиана. Различие в эффективности этих оценок составляет десятые доли процента;

– эффективность мириады в модовом режиме работы (при малых значения параметра k) выше эффективности медианы при малых значениях параметра формы ОГР ($p < 1$);

– σ_{myr} меньше соответствующих σ_{mer} и σ_{med} при $p > 1$; как следствие, мириаду целесообразно применять в случаях, когда оцениваемые выборки подчиняются ОГР с большими значениями параметра формы.

Обобщая все рассуждения выше, можно сделать вывод, что применение мириады с k_{opt} для выборок с ОГР целесообразно при $p > 1$.

При $p < 1$ целесообразно использовать меридиану, так как значения σ_{myr} и σ_{mer} примерно одинаковы, но меридианная оценка имеет более простой и быстрый алгоритм расчета (ввиду того, что меридианной оценкой выборки является один из ее элементов).

Заключение

Проведенные исследования показали, что современные М-оценки (меридиана и мириада) могут применятся для эффективного нахождения параметра сдвига выборок, подчиняющихся одному из распределений семейства обобщенных гауссовых. Причем, в случае, когда распределение обладает тяжелыми хвостами, эффективность этих оценок параметра сдвига превышает эффективность медианы.

Разработанный обобщенный метод оценки параметров семейств распределений с помощью ПКЭ и АМО потенциально позволяет подстраивать свойства рассмотренных оценок под конкретное распределение и, как следствие, применять мириаду и меридиану для нахождения параметра сдвига ОГР и других семейств распределений. В будущем планируется разработать и проанализировать адаптивные алгоритмы определения параметра сдвига для ОГР.

Литература

1. Picciolo, M.L. Robust Adaptive Signal Processors [Текст] / M.L. Picciolo. – Virginia Polytechnic Institute. – 2003. – 211 p.

2. Gonzalez, J.G. Robust techniques for wireless communications in non–Gaussian environments [Текст] / J.G. Gonzalez. – University of Delaware, 1997. –169 p.

3. Роенко, А.А. Робастная обработка сигналов на основе адаптивного оценивания параметров негауссовых помех : дис ... канд. техн. наук: 05.07.12 / Роенко Алексей Александрович. – Харьков, 2010. – 216 с.

4. Arce, G.R. Nonlinear Signal Processing – A Statistical Approach [Текст] / G.R. Arce – University of Delaware. – 2005. – 455 p.

5. Роенко, А.А. Применение робастных оценок при восстановлении формы сигнала на основе биспектральной обработки [Текст] / А. Роенко, В. Лукин, А. Тоцкий // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2004. – № 4 (8). – С. 5 – 13.

6. Barner, K.E. Nonlinear Signal and Image processing: Theory, Methods and Applications [Текст] / K. Barner, G. Arse. – CNC Press, 2003. – 560 p.

7. Левин, Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники [Текст] / Б.Р. Левин. – М.: Сов. Радио, 1975. – 392 с.

8. Хьюбер, Дж. П. Робастность в статистике [Текст]: пер.с англ. / Дж. П. Хьюбер. − М.: Мир, 1984. – 304 с.

9. Domínguez–Molina, J.A. A practical procedure to estimate the shape parameter in the generalized Gaussian distribution [Текст] / J.A. Domínguez–Molina, G. González–Farías, R.M. Rodríguez–Dagnino. – Proceedings of 2003 Centro de Investigacion en Matematicas Conference. – 30 June 2003. – Mexico, 2003. – P. 25 – 36.

10. Aysal, T.C. Meridian Filtering for Robust Signal Processing [Текст] / T.C. Aysal, K.E. Barner // IEEE Transactions on Signal Processing. – 2007. – Vol. 55, No 8. – P. 3949 – 3962.

11. Gwenda, J. Cane Linear Estimation of Parameters of the Cauchy Distributions Based on Sample Quantiles [Текст] / G.J. Cane // Journal of the American Statistical Association. – 1974. – Vol. 69, No. 345. – P. 243 – 250.

12. Carrillo, R.E. A Generalized Cauchy Distribution Framework for Problems Requiring Robust Behavior [Текст] / R.E. Carrillo, T.C. Aysal, K.E. Barner// EURASIP Journal on Advances in Signal Processing. – 2010. – Vol. 2010. – ID 312989. – 19 p.

13. Nolan, J.P. Stable Distributions: Models for Heavy–Tailed Data [Текст] / J. Nolan – Birkrusher, Boston, Mass, (USA). – 2005. − 364 p.

14. Sharifi, K. Estimation of shape parameter for generalized Gaussian distribution in subband decomposition of video [Текст] / K. Sharifi, A. Leon–Garcia // IEEE Trans. on Circuits and Systems for Video Technology. – Feb. 1995. – Vol 5, No. 1. – P. 52 – 56.

15. Zoran, D. Scale Invariance and Noise in Natural Images [Текст] / D. Zoran, Y.Weiss // IEEE 12th International Conference on Computer Vision. – Sept. 2009. – Kyoto, 2009. – P. 2209 – 2216.

16. Suoranta, R. Amplitude domain approach to digital filtering. Theory and applications: Thesis for the degree of Doctor of Technology [Текст] / R. Suoranta. – Tampere: Finland, Tampere University of Technology, 1995. – 199 p.

17. Nadarajah, S.A generalized normal distribution [Текст] / S. Nadarajah // Journal of Applied Statistics. – 2005. –Vol. 32 (7). – P. 685 – 694.

18. Куркин, Д.А Исследование статистических характеристик меридианной оценки для выборок данных с негауссовым ПРВ [Текст] / Д.А. Куркин, А.А. Роенко, В.В. Лукин // Авиационно–космическая техника и технология. – 2009. – № 3 (60). – С. 68–75.

19. Analysis of Meridian Estimator performance for Non–Gaussian PDF Data samples [Текст] /

D.A. Kurkin, A.A. Roenko, V.V. Lukin, I. Djurovic // Telecommunications and Radio Engineering. – 2010. – Vol. 69(8). – P. 669 – 679.

20. Роенко, А.А. Мириадная оценка параметра сдвига и особенности ее применения для процессов с САС распределением [Текст] / А. Роенко, В. Лукин, С. Абрамов // Системи управління, навігації та зв'язку. – 2008. – Вип. 4 (8). – С. 178 – 185.

21. Meridian estimator performance for samples of generalized Gaussian distribution / D.A. Kurkin, V.V. Lukin, I. Djurovic, S. Stankovic // Proceedings of MMET. – Kiev, Sept. 2010. – 2010. – 4 p.

Поступила в редакцию 1.06.2011

Рецензент: д-р техн. наук, проф., проф. каф. «Проектированиt радиоэлектронных систем летательных аппаратов» В.К. Волосюк, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Харьков.

ОЦІНЮВАННЯ ПАРАМЕТРА ЗСУВУ ДЛЯ СІМЕЙСТВ УЗАГАЛЬНЕНИХ ГАУСОВИХ РОЗПОДІЛІВ

Д.О. Куркін, О.О. Роєнко, В.В. Лукін

В якості моделі для опису статистичних характеристик реальних спотворюючих впливів використано узагальнений гаусів розподіл (УГР). Запропоновано узагальнений метод оцінювання параметрів сімейств розподілів на основі процентільного коефіцієнта ексцесу і абсолютного медіанного відхилення і показаний принцип його роботи на прикладі сімейства узагальнених гаусових розподілів. Проведено експерименти з метою визначення статистичних характеристик медіанної, міріадної та меридіанної оцінок параметра зсуву УГР. Їх порівняльний аналіз дозволив визначити області ефективності та доцільності застосування розглянутих оцінок.

Ключові слова: узагальнений гаусів розподіл, процентільний коефіцієнт ексцесу, абсолютне медіанне відхилення, медіана, міріада, меридіана.

BIAS PARAMETER ESTIMATION FOR GENERALIZED GAUSSIAN FAMILY OF DISTRIBUTIONS

D.A. Kurkin, A.A. Roenko, V.V. Lukin

A family of Generalized Gaussian Distributions (GGD) is considered as a model for noise approximation. A method based on percentile coefficient of kurtosis and median absolute deviation estimation is proposed and its effectiveness for GGD is investigated. Median, myriad and meridian estimators are considered and experiments to investigate their effectiveness in bias estimation of GGD are carried out. Analysis of the experimental results allows determining applications of the considered estimators.

Keywords: generalized Gaussian distribution, percentile coefficient of kurtosis, absolute median deviation, median, myriad, meridian.

Куркин Дмитрий Александрович – ассистент кафедры приема, передачи и обработки сигналов Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

Роенко Алексей Александрович – канд. техн. наук, ассистент кафедры приема, передачи и обработки сигналов Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

Лукин Владимир Васильевич – д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры приема, передачи и обработки сигналов Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.