УДК 519.:656.7

В. А. ПОПОВ, А. Д. СУДАК

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Украина

АНАЛИЗ МЕТОДОВ РАСЧЁТА ВЕРОЯТНОСТНЫХ ПАРАМЕТРОВ В ЛОГИСТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Приводится анализ и сравнение методов композиции случайных величин (преобразование Лапласа, производящие функции Фурье и интегральная свёртка), для исследования логистических процессов, предложен подход к определению вероятностных параметров на основе композиции случайных величин. Даны рекомендации по использованию аналитических методов при определении вероятностных характеристик логистических процессов. Предложен графоаналитический метод определения плотности и функции распределения композиции двух случайных величин с равномерными законами распределения и разными интервалами. Приведен иллюстративный пример. Приведены расчеты для частного случая данной задачи, когда звенья представляются как два равномерных закона с различными интервалами. Как частный случай получен результат для одинаковых интервалов в виде закона Симпсона.

Ключевые слова: *прогнозирование, случайные величины, композиция случайных величин, математическая статистика, вероятностные параметры, логистическая система.*

1. Анализ литературы и постановка задачи

При проектировании и анализе логистических цепочек возникают актуальные задачи формализации вероятностных процессов и, в частности, определения интегрированных параметров, когда вся логистическая система представляется в виде последовательной цепочки поставок [1, 2]. В этом случае может быть поставлена конкретная задача определения суммарной длительности или стоимости всех работ, при условии, что законы распределения изучаемых параметров считаются заданными на каждом звене логистической цепи.

Для решения указанных задач можно применить метод композиции, который предполагает нахождение итоговой плотности функции распределения прямым аналитическим методом. В [3] рассматриваются методы композиции случайных величин с одинаковыми и разными законами распределения. Наиболее популярными являются интегральная свёртка, преобразования Фурье и Лапласа.

Наиболее простыми являются методы, которые используют графические построения области определения и области значения с целью построения функции распределения при композиции случайных величин.

В работе [4] рассматривается способ композиции двух случайных равномерно распределенных величин в интервале [0, 1]. Результатом этого метода является получение функции распределения для суммы двух случайных величин, на основании чего можно получить плотность распределения. Используя детали графического построения такой задачи, можно получить результаты на основании аналитической геометрии соотношений при построении трехмерного графика в виде куба или параллелепипеда. Для аналитического способа решения задачи можно использовать пространственное представление задачи композиции с целью применения интегральной свёртки [5 – 7].

Для различных интервалов двух случайных величин с равномерным законом распределения приходится заниматься анализом графического представления с целью определения процессов интегрирования при использовании интегральной свёртки даже при двух или трёх элементах.

В случае если количество элементов больше трёх, задача решается для ограниченного диапазона [4 – 8]. В работе [7] даются расчетные формулы плотности и функции распределения для произвольного числа переменных, но с одинаковым диапазоном.

В случае экспоненциального распределения каждого из слагаемых задача композиции решается достаточно просто. Так, в работе [9] приводятся расчеты для всех одинаковых или всех разных звеньев цепи, с помощью которых можно вычислить плотность и функцию распределения любого числа слагаемых.

Однако в случае наличия в логистической цепи как одинаковых, так и разных элементов, задача может быть решена с помощью метода разложения рациональной дроби на элементарные простые дроби [8, 10]. Однако, это требует определенных усилий и навыков по работе с полиномами в числителе и знаменателе, где степень знаменателя больше, чем степень числителя.

Метод характеристической функции предлагает использование интегралов Фурье и также может быть использован для композиций случайных величин [9], однако здесь требуется умение работать с характеристическими функциями, особенно при выполнении обратных преобразований.

Целью данной работы является анализ и сравнение существующих методов для преобразования случайных величин, предлагается графоаналитический метод композиции случайных величин с равномерными законами распределения и разными интервалами.

2. Анализ методов композиции случайных величин

Обычно для функций распределения либо известны плотности распределения, либо их можно относительно легко вычислить. Поэтому в качестве исходных данных обозначим плотности распределения: $f_1(x_1), f_2(x_2), f_3(x_3)...f_n(x_n)$. Пусть известна $z = \varphi(x, y)$, где z - некоторая функция от случайных величин.

Задача состоит в том, чтобы используя имеющиеся данные, получить плотность $f(z)$ и функцию распределения $F(z)$.

2.1 Преобразование Фурье

Одним из свойств преобразования Фурье является преобразование операций сложения в умножение. Нас интересует свойство Фурье-образа: $F[f*g] = F[f] \cdot F[g]$. Если речь идёт о свёртке достаточно сложных функций, то можно применить преобразование Фурье, перемножить функции между собой и применить обратное преобразование Фурье [9]. Подобный метод сложно реализуется на практике, поскольку работа с преобразованием Фурье тривиальной не является, но может помочь в ситуациях, когда другими методами решить задачу не получается.

2.2 Метод рациональной дроби

Метод рациональной дроби используется в тех случаях, когда в композиции присутствуют как одинаковые, так и разные случайные величины [8].

Для интегрирования рациональной функции $\frac{P(z)}{Q(z)}$, где P(z) и Q(z) - полиномы, используется следующая последовательность шагов:

- если дробь неправильная (т.е. степень P(z) больше степени Q(z)), преобразовать ее в правильную, выделив целое выражение;
- разложить знаменатель Q(x) на произведение одночленов и/или несократимых квадратичных выражений;
- разложить рациональную дробь на простейшие дроби, используя метод неопределенных коэффициентов;
- вычислить интегралы от простейших дробей.

К достоинствам и недостаткам этого метода относится его узкая направленность. Также недостатком является довольно высокая сложность операций при работе с полиномами.

2.3 Интегральная свертка

Пусть имеется система двух случайных величин (X, Y) с плотностью распределения $f(x, y)$ [7]. Рассмотрим сумму случайных величин $Z = X + Y$ и найдем закон распределения величины Z. Для этого построим на плоскости xOy линию (рис. 1), уравнение которой $x + y = z$. Это прямая, отсекающая на осях отрезки, равные Z. Прямая $x + y = z$ делит плоскость xOy на две части; правее и выше ее $X + Y > z$; левее и ниже $X + Y < z$. Область D в данном случае - левая нижняя часть плоскости xOy, заштрихованная на рисунке 1.

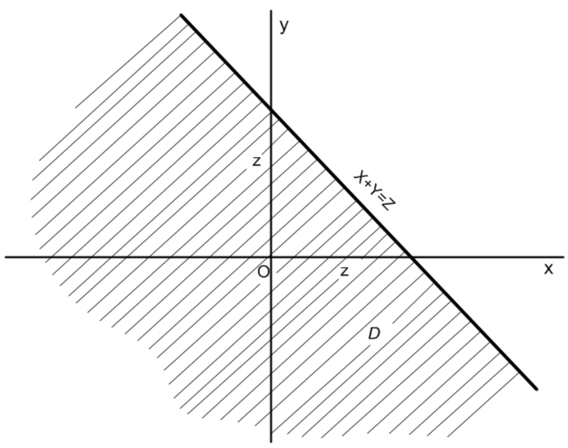

Рис. 1. Область D, расположенная под прямой $x + y = z$

$$G(z)=\iint\limits_{(D)} f(x,y)dxdy=$$

$$=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{z-x} f(x,y)dxdy=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left\{\int\limits_{-\infty}^{z-x} f(x,y)dy\right\}dx\,.$$

Дифференцируя это выражение по переменной z, входящей в верхний предел внутреннего интеграла, получим

$$g(z)=\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x,z-x)dx\,,$$

что представляет собой общую формулу плотности распределения суммы двух случайных величин. Из соображений симметричности задачи относительно X и Y можно написать другой вариант той же формулы $g(z)=\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(z-y,y)dy$, который равносилен первому и может применяться вместо него.

Пример 1. Составить композицию нормального закона:

$$f_1(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$

и закона равномерной плотности [3]:

$$f_2(y)=\frac{1}{\beta-\alpha}\ \text{при}\ \alpha<y<\beta\,.$$

Решение. Применим формулу свертки для композиции законов распределения в виде:

$$g(z)=\frac{1}{\beta-\alpha}\int\limits_{\alpha}^{\beta}\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(z-y-m)^2}{2\sigma^2}}dy=$$

$$=\frac{1}{\beta-\alpha}\int\limits_{\alpha}^{\beta}\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{[y-(z-m)]^2}{2\sigma^2}}dy\,.$$

Подынтегральная функция в выражении есть не что иное, как нормальный закон с центром рассеивания $z-m$ и средним квадратическим отклонением σ, а интеграл в выражении есть вероятность попадания случайной величины, подчиненной этому закону, на участок от α до β; следовательно

$$g(z)=\frac{1}{\beta-\alpha}\left[\Phi^*\left(\frac{\beta-(z-m)}{\sigma}\right)-\Phi^*\left(\frac{\alpha-(z-m)}{\sigma}\right)\right],$$

где Φ^* – значение интеграла Лапласа, который необходимо брать из соответствующей числовой таблицы.

Графики законов $f_1(x)$, $f_2(x)$ и $g(z)$ при $\alpha=-2$, $\beta=2$, $m=0$, $\sigma=1$ приведены на рис. 2.

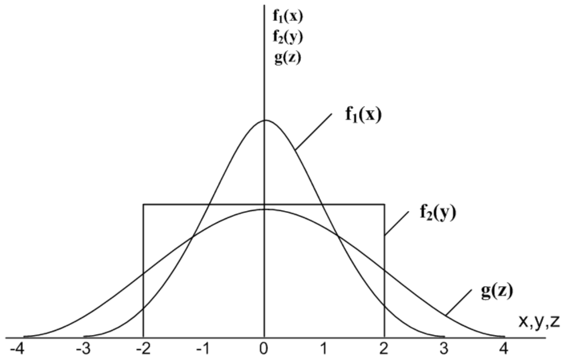

Рис. 2. График плотностей распределения различных нормальных законов

Анализ трех вышеуказанных методов показал, что непосредственное использование их в решении задачи композиции двух равномерно распределенных величин с различными интервалами представляет определенные трудности. Поэтому для решения задачи будет использоваться графоаналитический метод функции распределения как некоторой площади, а плотность распределения получим путем дифференцирования полученной функции распределения.

3. Определение плотности и функции распределения композиции двух случайных величин с равномерными законами распределения и разными интервалами

Рассмотрим плоскость XOY. Для всех Z площадь проекции будет частью заданного прямоугольника. С увеличением Z по плоскости XOY движется линия AB (рис. 3).

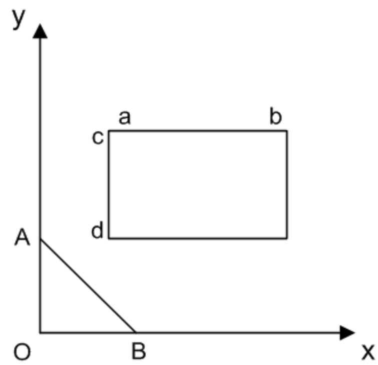

Рис. 3. Графическое пояснение композиции случайных величин

Площадь, которую она отсекает от прямоугольника при условии $(d-c)>(b-a)$, и будет искомой.

Очевидно, существуют 3 области увеличения S, показанные на рисунке 4.

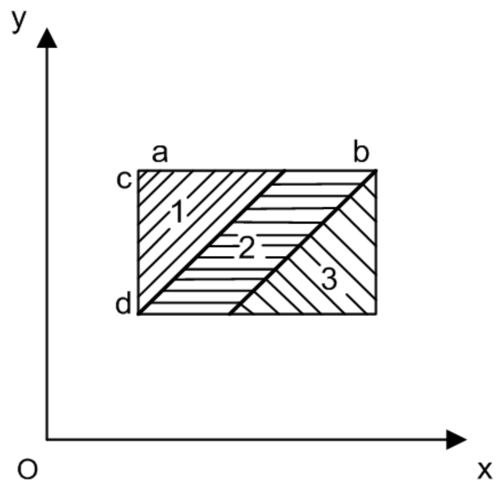

Рис. 4. Три области площади S для определения их числовых оценок

Для первой области формула площади такая:

$$S(z) = \frac{(z-a-c)^2}{2D},$$

где $D = (b-a)(d-c)$ - площадь всего прямоугольника.

Для второй области площадь получим вычитая площадь треугольника A из площади треугольника B (рис. 5):

$$S(z) = \frac{(z-a-c)^2}{2} - \frac{(z-a-d)^2}{2}.$$

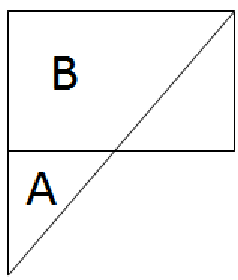

Рис. 5. Графические пояснения оценки величины второй части площади

Для третьей, вычитая треугольник A из всего прямоугольника, получим (рис. 6):

$$S(z) = 1 - \frac{(z-a-c)^2}{2D}.$$

Как видим, величина D даёт условие нормировки ($S \le 1$).

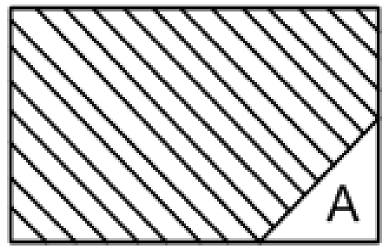

Рис. 6. Графические пояснения оценки величины третьей части площади

В общем случае функция распределения вычисляется так (рис. 7):

$$S(z) = \begin{cases} 0, z < a+c; \\ \frac{(z-a-c)^2}{2D}, (a+c) \le z < (a+d); \\ \frac{(z-a-c)^2}{2D} - \frac{(z-a-d)^2}{2D}, (a+d) \le z < (b+c); \\ 1 - \frac{(z-a-c)^2}{2D}, (b+c) \le z \le (b+d); \\ 1, (b+d) < z; \end{cases}$$

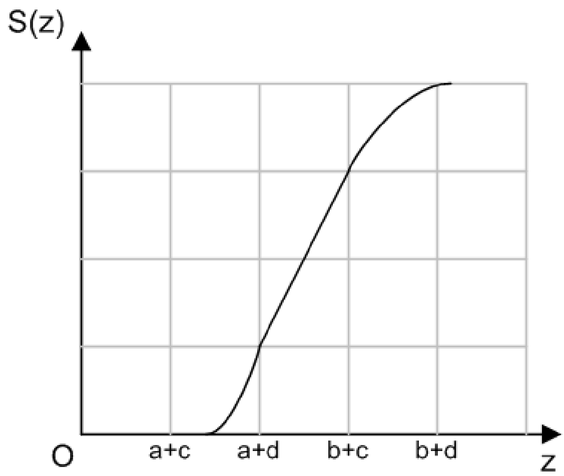

Рис. 7. График функции распределения $F(z), z = x + y$

Плотность распределения соответственно (рис.8):

$$f(z) = \begin{cases} 0, z < a+c; \\ z-a-c, (a+c) \le z < (a+d); \\ d-c, (a+d) \le z < (b+c); \\ b+a-c, (b+c) \le z \le (b+d); \\ 0, (b+d) < z; \end{cases}$$

для тех же интервалов. Формулы применимы для любых a, b, c, d.

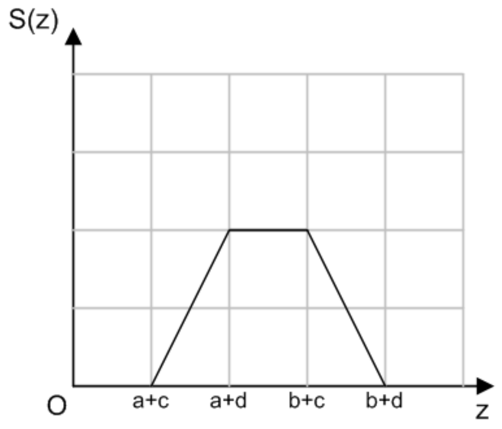

Рис. 8. График плотности распределения $f(z), z = x + y$

Полученные расчетные выражения для плотности и функции распределения можно использовать для нахождения вероятностных характеристик звеньев логистических систем.

4. Пример вычисления параметров композиции двух звеньев логистических цепочек

Рассмотрим логистическую цепочку из двух звеньев, где каждое звено имеет свою вероятностную оценку выполненных работ (время, стоимость), определяемую плотностью и функцией распределения случайных величин x_1 и x_2, $x_1 \in [a,b]$, $x_2 \in [c,d]$. Будем использовать композицию случайных величин $z = x_1 + x_2$ (при независимых x_1 и x_2), где x_1 и x_2 имеют равномерный закон распределения.

Пусть $x_1 \in [2,5]$, $x_2 \in [6,8]$

Пусть $a = 2, b = 5;\ c = 6, d = 8;$

$$a + c = 8;\ \ a + d = 10;$$

$$b + c = 11;\ \ b + d = 13;$$

$$(b - a) > (d - c).$$

Получим функцию распределения $F(z), z = x_1 + x_2$ для вышеуказанных величин на соответствующих участках:

$$F_1(z) = \frac{(z - a - c)^2}{2(b - a)(d - c)} = \frac{(z - 8)^2}{12}.$$

Функция $F_1(z)$ представляет собой параболу с центром $z = 8, F(z) = 0$ в интервале $[a + c, a + d] = [8,10]$. Второй участок $[a + d, b + c] = [10,11]$ имеет функцию распределения

$$F_2(z) = \frac{(z - a - c)^2 - (z - a - d)^2}{2(b - a)(d - c)} =$$

$$= \frac{(z - 8)^2 - (z - 10)^2}{2 \cdot 3 \cdot 2} =$$

$$= \frac{z^2 - 2 \cdot 8 \cdot z + 8^2 - z^2 + 2 \cdot 10 \cdot z - 10^2}{12} =$$

$$= \frac{4z - 36}{12} = \frac{1}{3} z - 3,$$

что представляет собой прямую линию, проходящую через 2 точки:

$$z = 10, F_1(z) = F_2(z);$$

$$F_1(z) = \frac{(z - 8)^2}{12} = \frac{(10 - 8)^2}{12} = \frac{1}{3};$$

$$F_2(z) = \frac{4z - 36}{12} = \frac{40 - 36}{12} = \frac{1}{3}.$$

Нетрудно убедиться в том, что в точке $z = 10$

$$\frac{dF_1(z)}{dz} = \frac{dF_2(z)}{dz} = F_1'(z) = \left.\frac{2(z - 8)}{12}\right|_{z=10} = \frac{1}{3},$$

$$F_1'(z) = \frac{1}{3}; F_2'(z) = \frac{1}{3}.$$

Третий участок $[b + a, b + d] = [11,13]$ имеет функцию распределения

$$F_3(z) = 1 - \frac{(b + d - z)^2}{2(b - c)(d - c)} = \frac{(13 - z)^2}{12}.$$

В точке $z = 11$ $F_2(z) = F_3(z)$ и имеют одинаковые производные:

$$F_3(z = 1) = 1 - \frac{(b + d - z)^2}{2(b - c)(d - c)} =$$

$$= 1 - \frac{(13 - 11)^2}{12} = 1 - \frac{4}{12} = \frac{2}{3}.$$

Производные также оказываются равными:

$$F_3'(z) = 1 - \left.\frac{2(13 - z)}{12}\right|_{z=11} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3};$$

$$F_2'(z) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}.$$

Изобразим график $F(z)$ на рисунке 9.

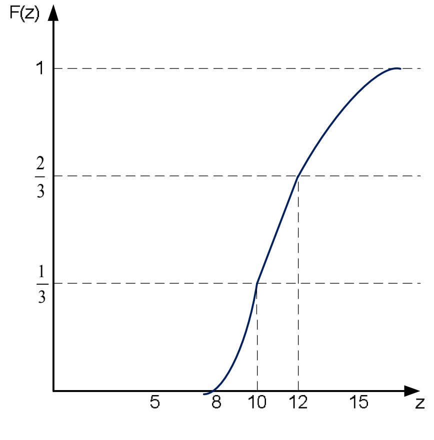

Рис. 9. График функции $F(z)$

Получим плотность распределения на участке $[a+c, a+d]=[8,10]$

$$f_1(z)=\frac{dF_1(z)}{dz}=\frac{(z-a-c)}{(b-a)(d-c)}=\frac{z-8}{6}.$$

При $z=a+c=8 \quad f(z)=0$.

При $z=a+d=10 \quad f(z)=\frac{10-8}{6}=\frac{1}{3}$;

$$f_2(z)=\frac{(z-a-c)-z+a+d}{(b-a)(d-c)}=\frac{1}{b-a}=\frac{1}{3}$$

или

$$f_2(z)=\frac{dF_2(z)}{dz}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3};$$

$$f_3(z)=\frac{dF_3(z)}{dz}=\frac{(b+d-z)}{(b-a)(d-c)}=\frac{13-z}{6}.$$

Построим график f(z) (рис. 10). Рассмотрим как частный случай $(b-a)=(d-c)$.

$$f_1(z)=\frac{(z-a-c)}{(b-a)^2}; \quad [a+c, a+d],$$

$$f_2(z)=\frac{1}{b-a}; \quad [c+d, b+c],$$

$$f_3(z)=\frac{b+d-z}{(b-a)^2}; \quad [b+c, b+d].$$

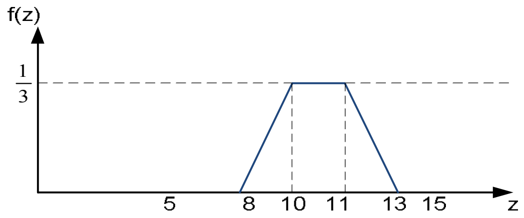

Рис. 10. График функции $f(z)$

Приведём числовой пример.

$$a=2, b=5, c=6, d=9,$$

$$(b-a)=(d-c),$$

$$f_1(z)=0 \text{ при } z=8,$$

$$f_1(z)=\frac{1}{(b-a)} \text{ при } z=11, \; f_1(z)=\frac{1}{3},$$

$$f_2(z)=\frac{1}{(b-a)}=\frac{1}{3} \text{ (одна точка) } [a+d, b+c]=(11;11)$$

$$f_3(z)=\frac{b+d-z}{(b-a)(d-c)}=\frac{14-z}{9},$$

$$f_3(z)=0 \text{ при } z=14,$$

$$f_3(z)=\frac{1}{3} \text{ при } z=11.$$

Построим график плотности распределения (рис. 11):

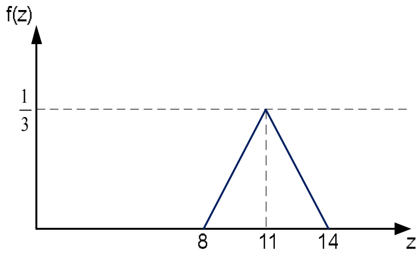

Рис. 11. График плотности распределения

Получим функцию распределения.

$$F_1(z)=\frac{(z-a-c)^2}{2(b-a)(d-c)}=\frac{(z-a-c)^2}{2(b-a)^2}=$$

$$=\frac{(z-8)^2}{2(5-2)^2}=\frac{(z-8)^2}{18} \text{ при } [a+c, a+d]=[8,11];$$

$$F_2(z)=\frac{(z-a-c)^2-(z-a-d)^2}{2(b-a)(d-c)}=\frac{1}{2} \text{ при } z=11;$$

$$F_3(z=1)=1-\frac{(b+d-z)^2}{2(b-c)(d-c)}=\frac{1}{2} \text{ при } z=11.$$

Построим график функции распределения (рис. 12).

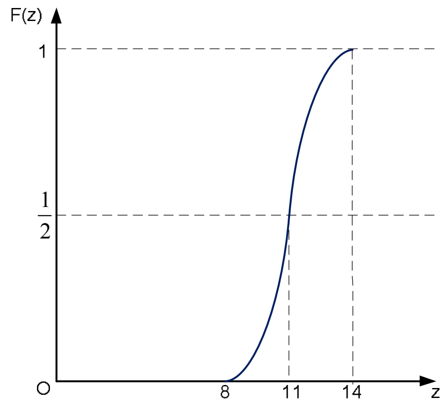

Рис. 12. График функции распределения

Можно заметить, что график на рис. 12 является частным случаем графика на рис. 9, в котором линейный участок в центре сузился до точки, что соответствует теории.

5. Программная реализация метода преобразования случайных величин

Для определения закона распределения итоговой случайной величины, которая получается путем некоторого преобразования исходной случайной величины со своими законами распределения, разработана программная система, реализованная в среде Microsoft Visual Studio 2013.

Датчики генерируют случайные величины с заданным законом распределения и диапазонами, которые подвергаются определенным функциональным преобразованиям – сложению, вычитанию, умножению, делению и др. Полученные числовые значения подвергаются статистической разработке с целью основного итогового распределения – плотности и функции распределения, математического ожидания, дисперсии, среднеквадратического отклонения и эксцесса. Полученная в ходе работы программы информация позволяет сравнивать результаты, полученные аналитически, и результаты, полученные с помощью программы. При достаточно большом количестве генерации исходных случайных величин аналитические результаты по плотностям и функциям распределения хорошо совпадают с графическими результатами, полученными аналитическим способом (преобразования Лапласа, Фурье и интегральная свёртка). В данной работе предложен графоаналитический метод определения композиции двух случайных величин с равномерными законами распределения и произвольными разными интервалами.

Предлагаемый метод основан на графическом изображении области определения исходных переменных x_1 и x_2 для поиска зависимости $z = x_1 + x_2$ с целью определения функции распределения $F(z)$ как некоторой площади, состоящей из трех частей на соответствующих участках. На каждом из этих участков формируется зависимость $F(z)$ с учетом нормировки, так как значение интервалов для обоих слагаемых могут иметь произвольные величины.

Заключение

Таким образом, в работе проведен анализ методов аналитического решения задач, возникающих при формализации процессов в логистических системах последовательного типа, когда звенья имеют свои вероятностные законы распределения времени или стоимости выполнения работ.

Можно заметить, что не существует метода, который позволял бы решать аналитически задачу в произвольном случае, а существующие методы подходят для специфических условий и нередко сложны в исполнении.

Для решения вышеуказанных задач возникает необходимость разработки и использования программных средств и прикладных методов.

Полученные результаты могут быть использованы для модернизации последовательных процессов выполнения работ путём перераспределения имеющихся ресурсов при создании логистических систем в целом.

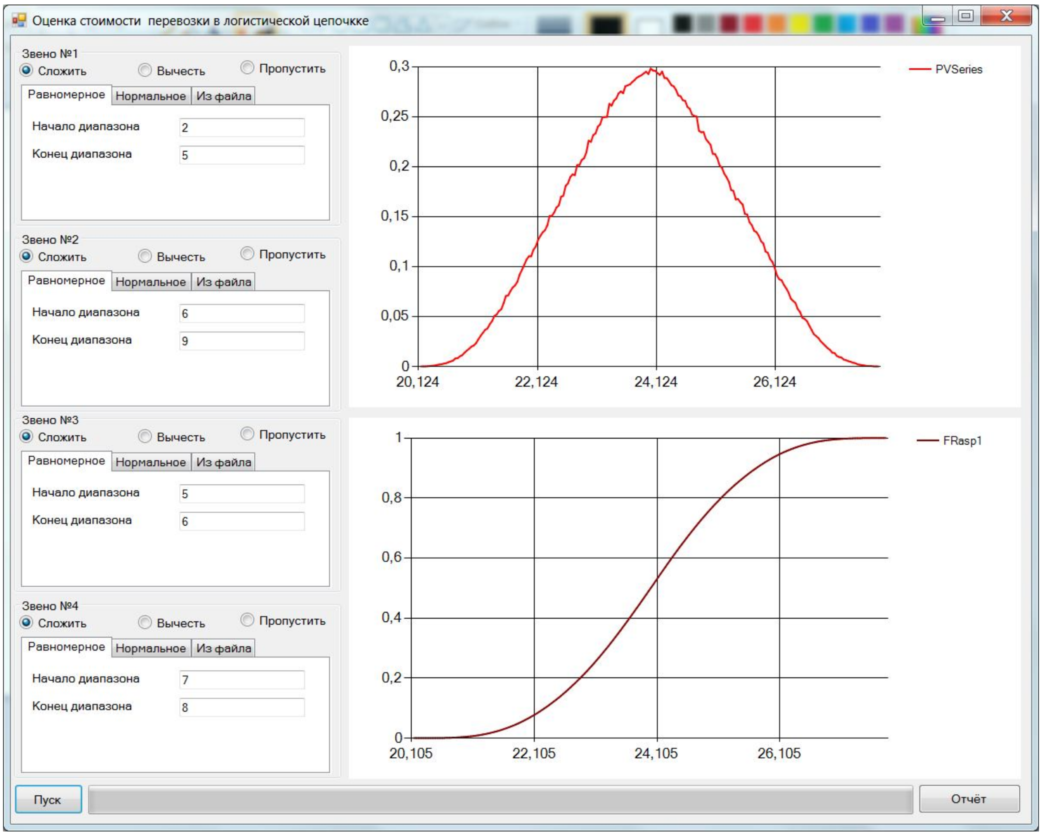

Рис. 13. Программная реализация определения закона распределения итоговой случайной величины

Литература

1. Бауэрсокс, Д. Интегрированная цепь поставок [Текст] / Д. Бауэрсокс, Д. Клосс. – 2-е издание. – М. : ЗАО «Олимп Бизнес», 2008. – 640 с.

2. Современная логистика [Текст] / Даниэль Л. Вордлоу, Дональд Ф. Вуд, Д. Джонсон, Поль Р. Мердт. – 7-е изд. – М. : Изд. дом «Вильямс», 2005. – 624 с.

***3.** Вентцель, Е. С. Теория вероятностей [Текст] : учеб. пособие / Е. С. Вентцель. – М. : Высшая школа, 2006. – 576 с.*

4. Хуснутдинов, Р. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] / Р Хуснутдинов. – Спб. : Лань, 2014. – 320 с.

5. Емельянов, Г. В. Задачник по теории вероятностей и математической статистике [Текст] / Г. В. Емельянов, В. П. Скитович. – Спб. : Лань, 2007. – 336 с.

6. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций [Текст] / под ред. А. А. Свешникова. – СПб. : Лань, 2008. – 446 с.

7. Саати, Т. Л. Элементы теории массового обслуживания и ее приложения [Текст] : пер. с англ. / Т. Л. Саати. – 3-е изд. – М. : Либроком, 2010. – 520 с.

8. Феллер, В. Введение в теорию вероятностей и её приложения [Текст] : пер. с англ. / В. Феллер. – М. : Мир, 1984. – Т.1. – 528 с.

9. Meshing Multiple All ances [Text] / Martha C. Cooper, Lisa M. Ellram, John T. Gardner, Albert M. Hanks // Journal of Business Logistics, January. – 1997. – P. 67—90.

10. Murphy, Paul R. Educational Strategies for Succeeding in Logistics: A Comparative Analysis [Text] / Paul R. Murphy, Richard F. Poist // Transportation Journal, Spring. – 1996. – P. 36—48.

Поступила в редакцию 22.12.2014, рассмотрена на редколлегии 20.03.2015

АНАЛІЗ МЕТОДІВ РОЗРАХУНКУ ІМОВІРНІСНИХ ПАРАМЕТРІВ В ЛОГІСТИЧНИХ СИСТЕМАХ

В. О. Попов, А. Д. Судак

Наведено аналіз і порівняння методів композиції випадкових величин (перетворення Лапласа, похідні функції Фур'є і інтегральної згортки) для дослідження логістичних процесів, запропоновано підхід до визначення імовірнісних параметрів на основі композиції випадкових величин. Дано рекомендації з використання аналітичних методів при визначенні імовірнісних характеристик логістичних процесів. Запропоновано графоаналітичний метод визначення щільності і функції розподілу композиції двох випадкових величин з рівномірними законами розподілу та різними інтервалами. Наведено ілюстративний приклад. Наведено розрахунки для окремого випадку даної задачі, коли ланки представляються як два рівномірних закони з різними інтервалами. Як окремий випадок отримано результат для однакових інтервалів у вигляді закону Сімпсона.

Ключові слова: прогнозування, випадкові величини, композиція випадкових величин, математична статистика, імовірнісні параметри, логістична система.

ANALYSIS OF CALCULATION METHODS OF PROBABILISTIC PARAMETERS IN THE LOGISTIC SYSTEM

V. O. Popov, A. D. Sudak

The analysis and comparison of methods of composition random variables (Laplace's transformation, generating Fourier's functions and integrated convolution) for research of logistic processes is provided. The approach to determination of probabilistic parameters on the basis of composition random variables is offered. While the probabilistic characteristics of logistic processes are determined the recommendations about analytical methods use are made. The graphic-analytical method of density and distribution function determination for composition two random variables with uniform distribution laws and different intervals is offered. The illustrative example is given. The links representation as two uniform laws with various intervals is a special case of this task. The calculations for this case are given. The result for identical intervals in the form of Simpson's law is received as a special case.

Keywords: forecasting, random variables, the composition of random variables, mathematical statistic, probability parameters, logistic system.

Попов Вячеслав Алексеевич − канд. техн. наук, проф., профессор кафедры информационных управляющих систем, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Украина.

Судак Андрей Дмитриевич − магистрант каф. информационных управляющих систем, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Украина.