

Проф. КОВАЛЬСКИЙ Б. С.

## СОПРОТИВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЮ КРАНОВ НА КОНИЧЕСКИХ КОЛЕСАХ

Вопрос о сопротивлении движению кранов, оборудованных цилиндрическими ходовыми колесами, рассматривался в технической литературе неоднократно, служа темой диссертаций и журнальных статей многих инженеров, например, Эрнста, Гильбранда, Папе, Бюльца, Шуберта, Штокмана, Рюкера. Большое внимание, уделенное вопросу о сопротивлении движению, показывает, во-первых, важность этой проблемы, во-вторых, ее сложность.

Если в результате большого числа попыток теоретического и экспериментального решений вопроса мы имеем возможность проектировать с достаточной уверенностью, внося, конечно, коррективы на базе накапливаемого обширного опыта эксплуатации мостовых и других кранов, то в вопросе о сопротивлении движению кранов на *конических* ходовых колесах имеет место иное положение.

Конические ходовые колеса до последних лет в советском краностроении не применялись, поэтому говорить о каком-либо опытном материале не приходится. В иностранной технической литературе мы также не находим никаких данных, что, впрочем, не должно вызывать удивления, поскольку конические ходовые колеса применяются в краностроении (в основном в США) всего около десяти лет.

Учитывая большие улучшения, создаваемые в работе кранов применением конических ходовых колес, и считая весьма актуальным вопрос о внедрении этих колес в практику советского краностроения, мы уделяем в нашей диссертации „Крановые ходовые колеса“ особое внимание рассмотрению закона движения кранов на конических колесах и выяснению возникающих сопротивлений.

Ряд коэффициентов, входящих в выведенные нами зависимости, может быть получен, конечно, лишь опытным путем, путем накопления данных эксплуатации кранов на конических колесах. Однако, не вызывает никаких сомнений то положение, что опытные коэффициенты будут иметь тем большее значение, чем более исчерпывающе решена задача теоретически. Попытка такого решения дана в публикуемом извлечении из нашей диссертации.

### 1. Закон движения крана на конических колесах

Для того, чтобы стали ясны особенности применения конических ходовых колес (в отличие от колес цилиндрических), рассмотрим характер движения ската с коническими колесами.

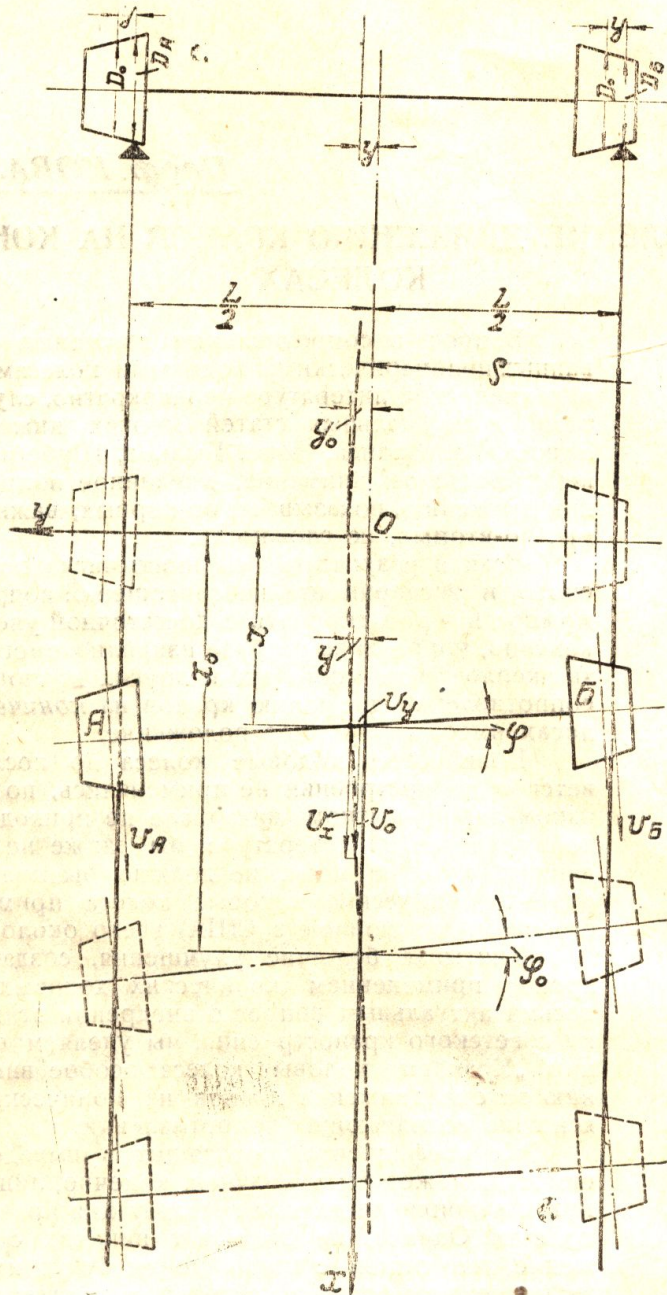
Положение ската в некоторый момент времени  $t$  определяется координатами  $x$ ,  $y$ ,  $\varphi$  (фиг. 1). Если скат сдвинут в сторону положительных  $y$ -ов, то окружная скорость колеса  $A$  увеличивается по сравнению с некоторой средней скоростью  $v_0$ , а скорость колеса  $B$  уменьшается:

$$v_A \cong v_0 \left(1 + \frac{k}{D_0} y\right),$$

$$v_B \cong v_0 \left(1 - \frac{k}{D_0} y\right);$$



здесь  $k = 2 \operatorname{tg} \alpha$  — конусность колеса; обозначение принято нами по ОСТ 7652, (часто под конусностью подразумевают  $\operatorname{tg} \alpha$ , где  $\alpha$  — угол наклона образующей конуса к его оси).



Фиг. 1

Вследствие разных скоростей колес скат получает мгновенную угловую скорость поворота (в плане):

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{dx}{dt} \cdot \frac{d\varphi}{dx} = v_x \frac{d\varphi}{dx} = v_0 \cos \varphi \frac{d\varphi}{dx} \approx v_0 \frac{d\varphi}{dx}$$

С другой стороны

$$\omega = \frac{v_A - v_B}{L} = \frac{2kv_0}{D_0L} y,$$

следовательно,

$$v_0 \frac{d\varphi}{dx} = \frac{2kv_0}{D_0L} y$$

или, сокращая на  $v_0$ ,

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{2k}{D_0L} y. \quad (1)$$



Из фиг. 1 ясна зависимость

$$\frac{dy}{dx} = -\operatorname{tg} \varphi \cong -\varphi. \quad (2)$$

Дифференцируя выражение (1) по  $x$  и подставляя значение  $\frac{dy}{dx}$  из выражения (2), имеем

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = \frac{2k}{D_0L} \cdot \frac{dy}{dx} = -\frac{2k}{D_0L} \varphi$$

или

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{2k}{D_0L} \varphi = 0,$$

что дает

$$\varphi = C \cdot \sin \sqrt{\frac{2k}{D_0L}} x. \quad (3)$$

Постоянную  $C$  определяем из условия  $y = y_0$  при  $x = 0$ :

$$\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)_{x=0} = C \sqrt{\frac{2k}{D_0L}} \left[\cos \sqrt{\frac{2k}{D_0L}} x\right]_{x=0} = C \sqrt{\frac{2k}{D_0L}} = \frac{2k}{D_0L} y_0,$$

откуда

$$C = y_0 \sqrt{\frac{2k}{D_0L}}$$

и

$$\varphi = y_0 \sqrt{\frac{2k}{D_0L}} \sin \sqrt{\frac{2k}{D_0L}} x. \quad (3')$$

Аналогично можем найти зависимость

$$y = y_0 \cos \sqrt{\frac{2k}{D_0L}} x. \quad (4)$$

Наибольший перекося кран получит при

$$\sin \sqrt{\frac{2k}{D_0L}} x_0 = 1,$$

чему отвечает

$$x_0 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{D_0L}{2k}}. \quad (5)$$

В этом случае

$$\varphi_0 = y_0 \sqrt{\frac{2k}{D_0L}} \quad (6)$$

или

$$y_0 = \varphi_0 \sqrt{\frac{D_0L}{2k}}. \quad (7)$$

Формулы (6), (7) могут быть получены и другим путем. Рассматривая движение ската в любой момент как вращение вокруг мгновенной оси и обозначая через  $\rho$  радиус кривизны траектории движения для этого момента, имеем:

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{\rho + \frac{L}{2}}{\rho - \frac{L}{2}},$$

откуда

$$\frac{L}{2\rho} = \frac{v_A - v_B}{v_A + v_B} = \frac{k}{D_0} y$$

или

$$\frac{1}{\rho} = \frac{2k}{D_0L} y,$$

что после подстановки значения кривизны

$$\frac{1}{\rho} = -\frac{y''}{(1+y'^2)^{3/2}}$$



приводит к дифференциальному уравнению

$$\frac{y''}{(1+y'^2)^{3/2}} + \frac{2k}{D_0 L} y = 0.$$

Подставим  $y' = \operatorname{tg} \psi$  и  $y'' = \frac{\sin \psi}{\cos^3 \psi} \frac{d\psi}{dy}$ . Тогда

$$\sin \psi d\psi + \frac{2k}{D_0 L} y dy = 0,$$

$$\int_0^{\varphi_0} \sin \psi d\psi + \frac{2k}{D_0 L} \int_{y_0}^0 y dy = 0.$$

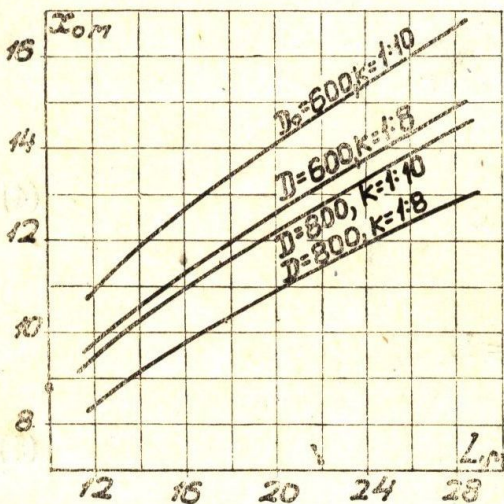
После переделок получаем

$$y_0 = 2 \sin \frac{\varphi_0}{2} \sqrt{\frac{D_0 L}{2k}},$$

что дает формулу (7), если подставить

$$2 \sin \frac{\varphi_0}{2} \cong 2 \cdot \frac{\varphi_0}{2} = \varphi_0.$$

Полученные зависимости позволяют судить о связи между величинами  $k$ ,  $y_0$ ,  $\varphi_0$ ,  $D_0$ ,  $L$  и могут быть использованы при решении вопросов о величине зазора между ребордой колеса и головкой рельса, о ширине обода колеса, о рациональной величине конусности.



Фиг. 2

Из формулы (5) следует, что частота колебаний ската (в плане) при данной скорости  $v_0$  ( $x \cong v_0 t$ ) не зависит от величины поперечного сдвига ската  $y_0$ .

Значения  $x_0$  для некоторых случаев приведены на фиг. 2. Интересно отметить указание, имеющееся в проспекте одной американской фирмы, изготовляющей конические ходовые колеса: „Лучшим и простейшим способом проверки идеи конусности ходовых колес, является наблюдение за работой крана, перемещающемся на

100 футов в прямом и обратном направлениях. В результате будет обнаружено, что к моменту обратного движения крана перекося почти совершенно, устраняется“. Как видим, мы имеем здесь величину  $x_0$  порядка значений, приведенных на фиг. 2.

Если поверхность качения колес не является конической, как то было принято выше, а образована вращением некоторой кривой вокруг оси колеса, то вместо уравнения (1) мы будем иметь более общую зависимость

$$\frac{d\varphi}{dx} = \Phi(y), \quad (8)$$

которая совместно с уравнением

$$\frac{dy}{dx} = -\varphi \quad (2)$$

дает

$$\varphi d\varphi + \Phi(y) dy = 0$$

или

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi} \varphi d\varphi + \int_0^y \Phi(y) dy = 0$$



или

$$\varphi^2 - \varphi_0^2 + 2 \int_0^y \Phi(y) dy = 0. \quad (9)$$

Так как при  $\varphi = 0$  имеем  $y = y_0$ , то

$$\varphi_0^2 = 2 \int_0^{y_0} \Phi(y) dy. \quad (10)$$

Уравнения (10) достаточно для получения нужной конструктору зависимости  $\varphi_0$  от  $y_0$ ; закон же движения можно найти подстановкой значения  $\varphi$  из (9) в (2); в этом случае решение имеет вид

$$x = \int_y^{y_0} \frac{dy}{\sqrt{\varphi_0^2 - 2 \int_0^y \Phi(y) dy}}. \quad (11)$$

Для конических колес  $\Phi(y) = \frac{2k}{D_0 L} y$ , подстановкой чего в уравнение (11) мы пришли бы к формулам, полученным нами выше. При криволинейном очертании профиля обода колеса уравнение (11) приводит к эллиптическим (например, при  $\Phi(y) = Cy^2$  или  $\Phi(y) = Cy^3$ ) или более сложным интегралам и может быть разрешено в каждом отдельном случае с достаточной для практики точностью.

Полученные выше зависимости, очевидно, исчерпывают решение вопроса о движении одного ската на параллельно уложенных рельсах, по крайней мере с кинематической точки зрения, без учета возможных буксования и проскальзывания.

В действительности же мы имеем систему четырех или большего числа ходовых колес; поперечные перемещения холостых колес при повороте сцепного ската в плане на некоторый угол  $\varphi$ , возможность некоторых аксиальных проскальзываний сцепных колес и др. моменты должны внести некоторые коррективы в полученные нами зависимости. Однако уточнение законов движения путем учета указанных моментов вряд ли целесообразно, так как помимо значительного усложнения решения, мы не сделаем его много более убедительным: более серьезные коррективы могут быть внесены действительными условиями работы крана в производстве, неизбежными неточностями изготовления, монтажа, расстройством путей и т. д.

## 2. Сопротивление движению крана

Сопротивление движению крана создается потерями на трение в подшипниках, на рельсах, на торцах ступиц.

В кранах на цилиндрических колесах необходимо считаться с увеличением сопротивления движению при набеге на рельс реборды колеса. При применении конических колес, конечно, при достаточной ширине обода, выравнивание крана происходит автоматически, без участия реборд, только за счет геометрических свойств конических поверхностей ходовых колес. Движение крана на конических колесах имеет своеобразный характер, метко охарактеризованный, как „движение краба“ (crab walking). При таком движении крана, закон которого нами дан выше уравнениями (3, 4), ходовые колеса перемещаются по кривым и, следовательно, кроме вращения вокруг своих осей, имеют такие в любой момент вращения вокруг вертикальной оси, проходящей через площадку давления между колесом и рельсом.



Соответственно такому представлению о характере движения ходовых конических колес, мы определяем потери на трение на рельсах и на торцах ступиц или упорах подшипников.

Сопротивление движению вследствие трения на оси колеса

$$W_1 = \frac{2}{D_0} \mu \frac{d}{2} P, \quad (1)$$

где  $P$  — нагрузка всех колес,

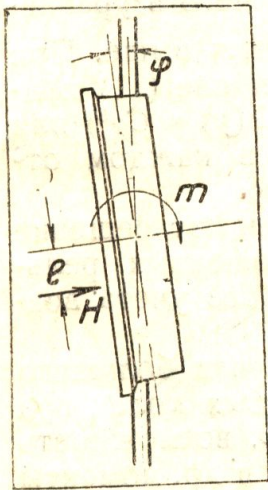
$D_0$  — диаметр ходовых колес,

$d$  — диаметр оси колеса,

$\mu$  — коэффициент трения скольжения. Если ходовые колеса монтируются на подшипниках качения (обычно роликовых конических или роликовых витых), то под величиной  $\mu$  подразумевается коэффициент трения „приведенный к окружности оси“. Обычно принимают для подшипников скользящего трения  $\mu = 0,08 - 0,10$ , для роликовых конических  $\mu = 0,005 - 0,010$ , для витых роликовых  $\mu = 0,015$ .

В любой момент движения крана плоскость качения колеса образует с осью рельса некоторый угол  $\varphi$ , определяемый приведенным выше уравнением (1, 3')

$$\varphi = y_0 \sqrt{\frac{2k}{D_0 L}} \sin \sqrt{\frac{2k}{D_0 L}} x.$$



Фиг. 3

Угол  $\varphi$  является переменным и, следовательно, угол между плоскостью качения колеса и осью рельса все время изменяется, то есть, колесо кроме качения имеет дополнительное вращение вокруг вертикальной оси, проходящей через точку касания колеса и рельса.

Момент трения между колесом и рельсом при указанном вращении колеса создает перераспределение усилий между колесом и поверхностями скольжения оси или же может быть создан дополнительным усилием на торце ступицы колеса (фиг. 3) или, наконец, комбинированным путем. Схема по фиг. 3 является, безусловно, наихудшей из возможных, и мы можем принять ее за основу, полагая

к тому же, также в запас, что на всех 4-х колесах крана действуют постоянные, равные боковые силы

$$H = \frac{m}{e} = \frac{P}{4} \frac{r_1}{e} \mu_1,$$

где  $m$  — момент трения между колесом и рельсом,

$r_1$  — плечо трения на контактной площадке,

$e$  — плечо силы  $H$ ,

$\mu_1$  — коэффициент трения скольжения между колесом и рельсом.

Под влиянием сил  $H$  создается трение на торцах ступиц, что вызывает дополнительное сопротивление движению

$$W_2 = 4H\mu_2 e \frac{2}{D_0} = \frac{2}{D_0} r_1 \mu_1 \mu_2 P, \quad (2)$$

где  $\mu_2$  — коэффициент трения между торцом ступицы и рамой тележки или между торцом оси и упором подшипника.

Величина плеча трения может быть определена следующим образом.

В общем случае площадка давления представляет собою эллипс с полуосями  $a$  и  $b$ . Нормальные напряжения на площадке давления распределяются по закону полуэллипсоида, причем наибольшее напряжение имеем в центре площадки (фиг. 4).



Напряжения в любой точке площадки определяются в полярных координатах выражением

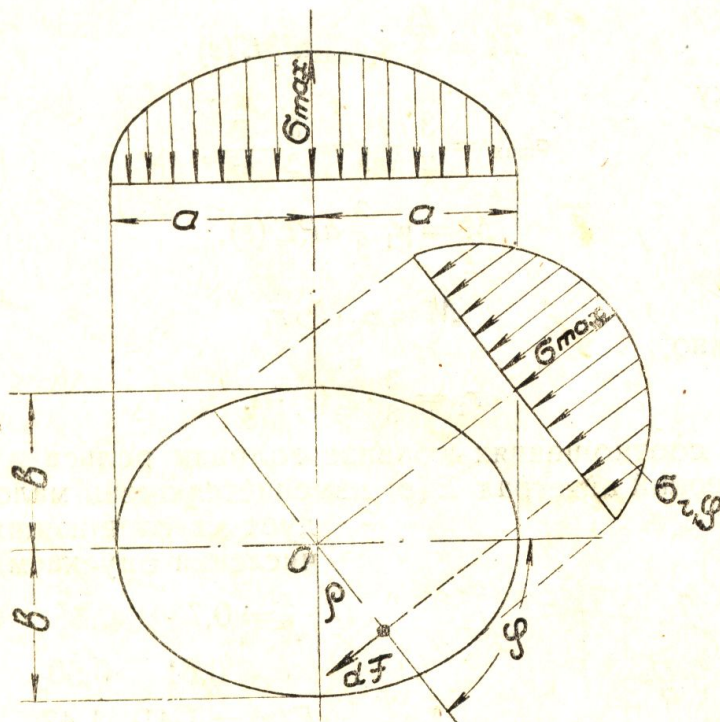
$$\sigma_{2\varphi} = \sigma_{\max} \sqrt{1 - \frac{\rho^2 \cos^2 \varphi}{a^2} - \frac{\rho^2 \sin^2 \varphi}{b^2}}.$$

Сила трения на элементарной площадке  $d\omega$

$$dF = \mu_1 \sigma_{2\varphi} d\omega = \mu_1 \sigma_{2\varphi} \rho d\rho d\varphi$$

и элементарный момент трения

$$dM = \rho dF = \mu \sigma_{2\varphi} \rho^2 d\rho d\varphi.$$



Фиг. 4

Интегрируя по площадке давления, имеем

$$M = 4 \int_0^{\pi/2} \int_0^{\rho} \mu_1 \sigma_{2\varphi} \rho^2 d\rho d\varphi = 4 \mu_1 \sigma_{\max} \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^{\rho} \rho^2 \sqrt{1 - \frac{\rho^2}{t^2}} d\rho$$

где

$$\frac{1}{t} = \sqrt{\frac{\cos^2 \varphi}{a^2} + \frac{\sin^2 \varphi}{b^2}}.$$

Так как  $\frac{\rho}{t} < 1$ , то подстановкой  $\rho = t \sin \Theta$  и  $d\rho = t \cos \Theta d\Theta$ , получаем

$$\int_0^{\rho} \rho^2 \sqrt{1 - \frac{\rho^2}{t^2}} d\rho = \int_0^{\pi/2} t^3 \sin^2 \Theta \cos^2 \Theta d\Theta = \frac{t^3}{4} \int_0^{\pi/2} \sin^2 2\Theta d\Theta = \frac{\pi}{16} t^3;$$

при этом

$$\begin{aligned} M &= 4 \mu_1 \sigma_{\max} \int_0^{\pi/2} \frac{\pi}{16} t^3 d\varphi = \frac{\pi}{4} \mu_1 \sigma_{\max} \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{\left(\frac{\cos^2 \varphi}{a^2} + \frac{\sin^2 \varphi}{b^2}\right)^3}} = \\ &= \frac{\pi}{4} \mu_1 \sigma_{\max} a^3 \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{\left(1 + \frac{e^2}{\beta^2} \sin^2 \varphi\right)^3}} \end{aligned}$$

где  $\beta = \frac{b}{a}$  и  $e = \sqrt{1 - \beta^2}$  (эксцентриситет эллипса).



Вводя новую переменную  $\psi$ , связанную с углом  $\varphi$  зависимостью

$$\sin \varphi = \frac{\beta \sin \psi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \psi}},$$

получим после преобразований

$$\int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{\left(1 + \frac{e^2}{\beta^2} \sin^2 \varphi\right)^3}} = \beta \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \psi} d\psi = \beta E(e)$$

и

$$M = \frac{\pi}{4} \mu_1 \sigma_{\max} a^3 \beta E(e)$$

или, поскольку

$$\sigma_{\max} = \frac{3}{2} \frac{P}{\pi ab} = \frac{3}{2} \frac{P}{\pi a^2 \beta},$$

$$M = \mu_1 \frac{3}{8} a P E(e).$$

В то же время

$$M = \mu_1 \cdot P \cdot r_1$$

и, следовательно,

$$r_1 = \frac{3}{8} \cdot E(e) \cdot a. \quad (3)$$

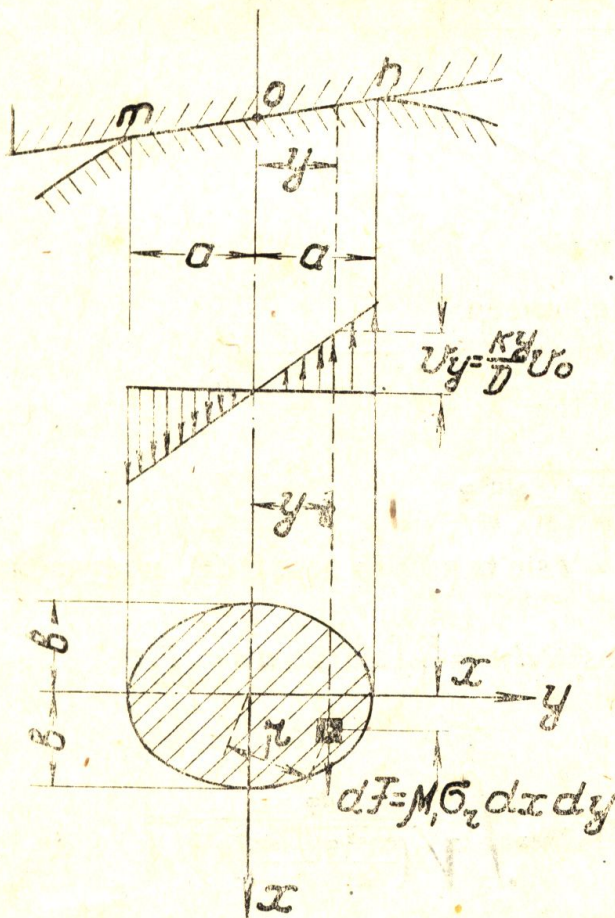
При обычных соотношениях кривизны головки рельса и ходового колеса эллиптический интеграл  $E(e)$  изменяется очень мало, как то следует из следующих данных (вычисления опускаем):

$\frac{r}{R} =$	0,7	0,8	0,9	1,0
$e =$	0,61	0,50	0,35	0,00
$E(e) =$	1,41	1,47	1,52	$\frac{\pi}{2} = 1,57$

Таким образом, не внося заметной погрешности, мы можем принять в запас значение  $E(e) = \frac{\pi}{2}$ , что отвечает случаю круглой площадки давления ( $a = b$ ). В этом случае

$$W_2 = \frac{2}{D_0} \mu_1 \mu_2 \frac{3\pi}{16} a P. \quad (2')$$

Некоторое сопротивление движению вызывается тем, что окружные скорости отдельных точек на поверхности обода колеса (в пределах площадки давления) несколько различны и не равны средней скорости  $v_0$  (фиг. 5). Точки, расположенные ближе к меньшему основанию конуса, имеют меньшую скорость ( $< v_0$ ) и, следовательно, мы имеем здесь явление проскальзывания колеса; наоборот,



Фиг. 5

окружные скорости точек на участке у большего основания конуса больше  $v_0$ , что отвечает явлению буксования. Приблизительно оценить потери на трение скольжения можно следующим образом.



Скорость скольжения  $v_y$  на расстоянии  $y$  от оси колеса

$$v_y = \frac{ky}{D_0} v_0.$$

Сила трения на элементарной площадке, как то было найдено выше, при определении величин  $r_1$

$$dF = \mu_1 \sigma_{2\varphi} \rho d\rho d\varphi,$$

Элементарная работа трения (подставляя  $y = \rho \cos \varphi$ )

$$dA = dF \cdot v_y = \frac{ky}{D_0} \cdot v_0 \mu_1 \sigma_{2\varphi} \rho d\rho d\varphi = \frac{kv_0}{D_0} \mu_1 \sigma_{2\varphi} \cos \varphi \rho^2 d\rho d\varphi$$

что дает, после интегрирования (подстановки аналогичны предыдущим)

$$\begin{aligned} A &= \frac{kv_0}{D_0} \mu_1 \sigma_{\max} 4 \int_0^{\pi/2} \cos \varphi d\varphi \int_0^t \rho^2 \sqrt{1 - \frac{1}{t^2} \rho^2} d\rho = \\ &= \frac{\pi}{4} \frac{kv_0}{D_0} \mu_1 \sigma_{\max} \int_0^{\pi/2} \frac{\cos \varphi d\varphi}{\sqrt{\left(\frac{\cos^2 \varphi}{a^2} + \frac{\sin^2 \varphi}{b^2}\right)^3}} = \\ &= \frac{\pi}{4} \cdot \frac{kv_0}{D_0} \mu_1 \sigma_{\max} a^3 \int_0^{\pi/2} \frac{\cos \varphi d\varphi}{\sqrt{\left(1 + \frac{e^2}{\beta^2} \sin^2 \varphi\right)^3}} = \\ &= \frac{\pi}{4} \cdot \frac{kv_0}{D_0} \mu_1 \sigma_{\max} a^3 \cdot \frac{\beta}{e} \cdot \int_0^{\arctg \frac{e}{\beta}} \cos \psi d\psi = \frac{\pi}{4} \frac{kv_0}{D_0} \mu_1 \sigma_{\max} a^3 \cdot \frac{\beta}{e} \cdot (\sin \psi)_0^{\arctg \frac{e}{\beta}} = \\ &= \frac{\pi}{4} \frac{kv_0}{D_0} \mu_1 \sigma_{\max} a^3 \beta = \frac{\pi}{4} \frac{kv_0}{D_0} \mu_1 \frac{3}{2} \frac{P}{\pi a^2 \beta} a^3 \beta = \frac{3}{8} \frac{kv_0}{D} \mu_1 a P. \end{aligned}$$

Из условия  $A = W_3 v_0$  получаем

$$W_3 = \frac{2}{D_0} \frac{3}{16} a k \mu_1 P. \quad (3)$$

Формула (3) справедлива до тех пор, пока большая ось эллипса давления лежит поперек рельса или, иначе, пока радиус колеса  $R$  не больше радиуса головки рельса. В противном случае в формулу (3) вместо  $a$  следует подставить величину  $b = \beta a < a$ .

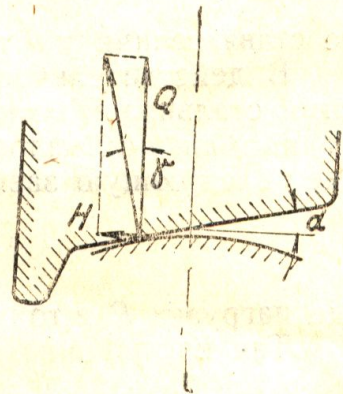
Вследствие конусности колес могут возникнуть потери на трение от поперечных усилий, возникающих в том случае, если реакции рельсов направлены не вертикально (фиг. 6).

Если исходить из обычных значений коэффициента трения скольжения  $\mu$ , то всегда будет иметь место неравенство

$$P \operatorname{tg} \gamma < \mu P$$

и, следовательно, горизонтальной составляющей реакции рельса не будет вовсе или она будет очень мала.

Именно такую точку зрения проводит проф. Р. Дуб в „Краностроении“ (т. 2, стр. 92, 1937 г.).



Фиг. 6



Пренебрегая трением мы, наоборот, получим, довольно значительное поперечное усилие

$$H = P \operatorname{tg} \alpha = \frac{k}{2} P,$$

где  $k$  — конусность колеса.

В действительности мы будем иметь, очевидно, некоторое значение  $H$

$$\frac{k}{2} P > H > 0,$$

решить же вопрос о величине  $H$  можно будет только экспериментальным путем, поскольку в настоящее время мы не располагаем данными о силе трения для случая колеса, находящегося в движении.

Мы, очевидно, получим преувеличенные потери на трение, если примем, что  $H = \frac{k}{2} P$  и что усилия  $H$  действуют одновременно на всех колесах (т. е. под величиной  $P$  будем подразумевать полную нагрузку тележки или крана, или, иначе, нагрузку всех колес).

Обозначив через  $r_2$  плечо торцевого трения, мы получим величину сопротивления движению

$$W_4 = \frac{2}{D_0} \mu_2 \frac{k}{2} r_2 P. \quad (4)$$

Для уменьшения величины  $W_4$  могут быть приняты специальные конструктивные меры.

Например, при посадке ходового колеса на закрепленной в раме оси, можно между торцами ступиц и рамой проложить кольца из бронзы или красной меди. Если колесо заклинено на оси и последняя вращается в подшипниках, то упоры в крышках подшипников могут быть сделаны также из бронзы, причем в последнем случае, мы уменьшаем и коэффициент трения  $\mu_2$  и плечо трения  $r_2$ .

Кроме потерь на трение, указанных выше, необходимо учесть потери от трения качения колес на рельсах.

Обычно эти потери учитываются общеизвестной формулой

$$W_5 = \frac{2}{D_0} f P, \quad (5)$$

где  $f$  — так называемое „плечо трения качения“, представляющее собою линейную величину.

В пределах тех местных напряжений, которые встречаются в практике краностроения (для цилиндрических ходовых колес на плоских рельсах) принимают

$$f = 0,05 - 0,08 \text{ см.}$$

не ставя величину  $f$  в зависимость от напряжений.

В действительности, как показали опыты Дюма с цилиндрическими стальными катками на стальной пластине, величина  $f$  зависит от нормальных напряжений на площадке давления, при чем Дюма дает следующую зависимость

$$\frac{f}{D} = 0,0025 \sqrt{\frac{P}{lD}},$$

где нагрузка  $P$  в тоннах, а длина  $l$  и диаметр  $D$  катка в сантиметрах. Так как ширина площадки давления по Герцу

$$2b = 3,04 \sqrt{\frac{PR}{lE}} = 1,46 \cdot 10^{-3} \sqrt{\frac{PD}{l}},$$

то, после преобразований, получаем

$$f \approx 0,11b.$$



В других экспериментах (Wing, Ritter, Штамер, Гелер и др.) также рассматривался случай качения цилиндра по плоскости; определенными данными о величине  $f$  для случая первоначального касания в точке мы не располагаем (за исключением опытов с подшипниками качения). Будет достаточно убедительно принять для последнего случая аналогичную зависимость  $f = ca$ ,

где  $a$  — полуось эллипса давления, расположенная вдоль рельса,  
 $c$  — коэффициент, зависящий от физических свойств материалов рельса и колеса, от состояния поверхности, от эксцентриситета эллипса.

В пределах упругих деформаций величина площадки давления может быть определена с помощью формул Герца; величину же коэффициента  $c$  можно назначить лишь на основании соответствующих экспериментов. Опытное решение вопроса является на сегодня единственно возможным, так как какой-либо серьезной теории трения качения не имеется. Тем более сложным становится вопрос при напряжениях на площадке давления, вызывающих пластические деформации, так как в этом случае и размеры самой площадки ( $a$  и  $b$ ) определить затруднительно.

Приведенные соображения вынуждают нас рекомендовать принять в практических расчетах некоторое „среднее“ значение величины  $f$ , оставляя окончательное решение этого вопроса на дальнейшее, когда зависимость  $f$  от формы соприкасающихся тел, свойств материалов и величины нагрузок можно будет установить экспериментально. Мы полагаем возможным принять в краностроительной практике  $f \cong 0,1$  см, что несколько выше значения  $f$  для цилиндрических колес на плоском рельсе.

Суммируя все отдельные составляющие сопротивления движению, мы получаем выражение

$$W = W_1 + W_2 + W_3 + W_4 + W_5 = \\ = \frac{2}{D_0} P \left( \mu \frac{d}{2} + \mu_2 \frac{k}{2} r_2 + f + \frac{3\pi}{16} \mu_1 \mu_2 a + \frac{3}{16} \mu_1 a k \right). \quad (6)$$

Для ходового колеса на выпуклом рельсе величина площадки давления может быть определена по Герцу (конечно, в пределах применимости выводов Герца, т. е. при упругой работе материала). Для двух цилиндров со взаимно перпендикулярными осями (пренебрегая влиянием малой конусности колеса) имеем

$$a = m \sqrt[3]{\frac{PR^3}{E}}$$

где  $P$  — нагрузка в кг (на одно колесо),

$R$  — радиус большего цилиндра,

$r$  — „ „ меньшего цилиндра,

$m$  — коэффициент, зависящий от отношения  $\frac{r}{R}$ ; значения  $m$  приведены ниже (по вычислениям проф. Н. М. Беляева):

$$\frac{r}{R} = 0,6 \quad 0,7 \quad 0,8 \quad 0,9 \quad 1,0$$

$$m = 1,21 \quad 1,18 \quad 1,15 \quad 1,13 \quad 1,11.$$

На фиг. 7 даны кривые значений полуосей эллипса давления для случая применения рельса с радиусом головки 300 мм.

Для колеса  $D = 600$  мм кривые  $a$  и  $b$  совпадают ( $a = b$ ), для  $D = 800$  мм имеем  $b = \beta a = 0,825 a$  и, следовательно, имеем две кривые. (При  $D > 600$  мм в выражение  $W_3$  следует подставить значение  $b$ ).



Пример 1. Определить сопротивление движению мостового крана при следующих данных:

Диаметр ходового колеса  $D = 800$  мм.

Конусность колеса (по диаметру)  $k = 1:10$ .

Диаметр подшипника  $d = 100$  мм;  $\mu = 0,1$ .

Осевые нагрузки воспринимаются упорами из бронзы в крышках подшипников;  $r_2 \cong 2,5$  см,  $\mu_2 = 0,1$ ; принимаем  $\mu_1 = 0,2$ .

Сопротивление движению в кг на тонну нагрузки

$$\omega = 1000 \cdot \frac{2}{D} \left( \mu \frac{d}{2} + \mu_2 \frac{k}{2} r_2 + f + \frac{3\pi}{16} \mu_1 \mu_2 a + \frac{3}{16} \mu_1 k b \right).$$

Подставляя приведенные выше значения, а также  $a = 0,97$  см и  $b = 0,80$  см (фиг. 7), получаем

$$\omega \cong 16 \text{ кг/т.}$$

Пример 2. Данные те же, но колеса монтируются на витых роликовых подшипниках. В этом случае можно принять  $\mu = 0,015$ , что дает

$$\omega \cong 5 \text{ кг/т.}$$

При определении отдельных составляющих сопротивления движению, мы сделали ряд допущений, причем, за отсутствием по ряду вопросов каких-либо опытных данных, мы вынуждены были принимать „в запас“ худшие возможные решения. Проверка полученных нами результатов может быть проведена лишь на действующих кранах, конечно, если конструкция их отвечает требованиям рациональной проектировки

кранов на конических колесах и если условия эксплуатации не создают каких-либо осложняющих моментов, например, если вследствие неправильности подкранового пути (в плане) не появится явление набегания реборд на рельсы при недостаточной ширине обода колеса. Однако, в виду того, что неопределенность некоторых коэффициентов имеет место главным образом при определении тех сопротивлений, удельный вес которых невелик (при подшипниках скользящего трения), мы убеждены, что формулой (6) можно с полной уверенностью пользоваться в реальной проектировке. Формулу (6) можно упростить, приняв  $a \cong 1$  см; в этом случае

$$\omega = \frac{2}{D_0} P \left[ \mu \frac{d}{2} + \mu_2 r_2 \frac{k}{2} + f + \frac{3}{16} \mu_1 (\pi \mu_2 + k) \right] \quad (6')$$