УДК 519.95

М. О. Шенгелия

Экономико-математическое моделирование деятельности автотранспортного предприятия городских пассажироперевозок

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт»

В статье рассмотрены вопросы экономико-математического моделирования функционирования автотранспортного предприятия городских перевозок пассажиров. Исходной базой моделирования выбрана двухфакторная производственная функция с убывающей отдачей, отражающая корреляционную зависимость величины показателя пассажирооборота от основных и оборотных фондов предприятия, объёмы которых характеризуются линейными функциями капиталовложений и эксплуатационных затрат. Параметры модели определяются, исходя из статистических данных деятельности автотранспортного предприятия, методами регрессированного и корреляционного анализов. Полученная регрессионная модель позволяет минимизировать финансовые затраты автотранспортного предприятия при выполнении запланированных объёмов пассажироперевозок.

Ключевые слова: автотранспортное предприятие, городские пассажироперевозки, производственная функция, регрессионный и корреляционный анализы, факторная модель.

Введение

Решение актуальной задачи планирования эффективной стратегии развития городской системы пассажирского автотранспорта как совокупности функциональных подразделений, осуществляющих перевозки пассажиров предполагает разработку формализованных зависимостей, аналитически описывающих деятельность отдельных автотранспортных предприятий (АТП) городских пассажироперевозок в условиях риска и неопределённости рыночной экономики.

Любое функциональное подразделение технико-экономической направленности характеризуется некоторой структурой, определённой технологией деятельности, заданным количеством располагаемых и вновь вводимых ресурсов. Формально все эти параметры, определяющие деятельность отдельного автотранспортного предприятия, могут быть отражены в факторной модели типа производственной функции [1] , которая создаётся на основе статистических данных с помощью методов регрессионного и корреляционного анализов [2,3]. Отражая причинно следственную зависимость результирующего показателя от обуславливающих его характеристик, факторная модель позволяет установить: как в среднем изменяется случайная величина результирующего показателя с изменением одной или нескольких случайных величин обуславливающих факторов в условиях, когда действует большое количество таких факторов и ряд из них неизвестен или просто не учитывается.

Целью данной статьи является разработка формализованной модели, позволяющей оценить эффективность функционирования автотранспортного предприятия, осуществляющего городские пассажироперевозки в условиях воздействия множества трудно прогнозируемых и трудно учитываемых факторов.

Основная часть

Городской автотранспорт пассажирских перевозок рассматривается как распределённая технико-экономическая система, состоящая из центров деятельности (АТП), которые располагая различными парками автотранспортных средств осуществляют перевозки пассажиров по заданным маршрутом. Результат функционирования отдельного центра деятельности (автотранспортного предприятия) характеризуется величиной пассажирооборота Q, который складывается из пассажиропотоков q_j по всем обслуживаемым маршрутам $j = \overline{1,m}$. Пассажиропоток q_j оценивается количеством пассажиров перевозимых отдельным автотранспортным предприятием в единицу времени на j-ом маршруте. Деятельность отдельного АТП, зависящая от следующих характеристик: величин располагаемых основных фондов F и количества используемых оборотных средств S, формализуется двухфакторной производственной функцией с убывающей отдачей

$$Q = AF^{a_1}S^{a_2}; \tag{1}$$

где

$$a_1 + a_2 < 1; \quad 0 < a_i < 1; \quad \forall i \in \{1,2\},$$

A – параметр модели (коэффициент пропорциональности), отражающий влияние на результирующий показатель неучтённых в модели факторов;
a_1, a_2 – параметры модели (коэффициенты регрессии), отражающие степень влияния величины основных фондов F и объёма оборотных средств S на результирующий показатель пассажирооборота Q.
Численно параметры a_1 и a_2 показывают на сколько процентов возрастет пассажирооборот Q автотранспортного предприятия, если увеличить на один процент используемые соответственно основные фонды F или оборотные средство S.

Расчёт численных значений параметров A, a_1, a_2 исследуемой формальной зависимости (1) производителя на основе исходных статистических данных $\{a_k\}$, $\{F_k\}$, $\{S_k\}$, k=$\overline{1,n}$ с помощью системы так называемых нормальных уравнений [4]. Наиболее распространённым приёмом получения системы нормальных уравнений является метод наименьших квадратов [5] относительно своих неизвестных параметров. Для рассматриваемой зависимости (1) линейная форма имеет вид

$$Z = a_0 + a_1 u_1 + a_2 u_2,$$

где

$$Z = \ln Q; \; a_0 = \ln A; \; u_1 = \ln F; \; u_2 = \ln S.$$

Используя метод наименьших квадратов получим следующую линейную систему трёх уравнений относительно неизвестных параметров a_0, a_1, a_2:

$$K_1 a_0 + L_1 a_1 + M_1 a_2 = N_1;$$

$$K_2 a_0 + L_2 a_1 + M_2 a_2 = N_2 \tag{2}$$

$$K_3 a_0 + L_3 a_1 + M_3 a_2 = N_3;$$

где

$$K_1 = n; \quad L_1 = \sum_{k=1}^{n} u_{1k}; \quad M_1 = \sum_{k=1}^{n} u_{2k}; \quad N_1 = \sum_{k=1}^{n} z_k;$$

$$K_2 = \sum_{k=1}^{n} u_{1k}; \quad L_2 = \sum_{k=1}^{n} u_{1k}^2; \quad M_2 = \sum_{k=1}^{n} u_{1k} u_{2k}; \quad N_2 = \sum_{k=1}^{n} z_k u_{1k;}$$

$$K_3 = \sum_{k=1}^{n} u_{2k}; \quad L_3 = \sum_{k=1}^{n} u_{1k} u_{2k}; \quad M_3 = \sum_{k=1}^{n} u_{2k}^2; \quad N_3 = \sum_{k=1}^{n} z_k u_{2k}$$

Решение полученной системы (2) методом Крамера

$$a_0 = \frac{\Delta_{a_0}}{\Delta}; \quad a_1 = \frac{\Delta_{a_1}}{\Delta}; \quad a_2 = \frac{\Delta_{a_2}}{\Delta}$$

где

$$\Delta = \begin{vmatrix} K_1 & L_1 & M_1 \\ K_2 & L_2 & M_2 \\ K_3 & L_3 & M_3 \end{vmatrix}; \qquad \Delta_{a_0} = \begin{vmatrix} N_1 & L_1 & M_1 \\ N_2 & L_2 & M_2 \\ N_3 & L_3 & M_3 \end{vmatrix};$$

$$\Delta_{a_1} = \begin{vmatrix} K_1 & N_1 & M_1 \\ K_2 & N_2 & M_2 \\ K_3 & N_3 & M_3 \end{vmatrix}; \qquad \Delta_{a_3} = \begin{vmatrix} K_1 & L_1 & N_1 \\ K_2 & L_2 & N_2 \\ K_3 & L_3 & N_3 \end{vmatrix};$$

определяет собой значения искомых параметров А=e^{a_0}; a_1, a_2 факторной модели (1).

Для оценки корреляционной существенности выбранного вектора аргументов (факторов характеризующих результирующий показатель) рассчитываются парные коэффициенты корреляции

$$r_{u_i u_j} = \frac{\sum_{k=1}^{n} (u_{ik} - \overline{u}_i)(u_{jk} - \overline{u}_j)}{\sqrt{\sum_{k=1}^{n} (u_{ik} - \overline{u}_i)^2 \sum_{k=1}^{n} (u_{jk} - \overline{u}_j)^2}}; \forall i \in \{1,2\}; \forall j \in \{1,2\};$$

$$r_{u_i z} = \frac{\sum_{k=1}^{n} (u_{ik} - \overline{u}_i)(z_k - \overline{z})}{\sqrt{\sum_{k=1}^{n} (u_{ik} - \overline{u}_i)^2 \sum_{k=1}^{n} (z_k - \overline{z})^2}}; \forall i \in \{1,2\}$$

где

$$\overline{u_i} = \frac{\sum_{k=1}^{n} u_{ik}}{n}; \quad \overline{u_j} = \frac{\sum_{k=1}^{n} u_{jk}}{n}; \quad \overline{z} = \frac{\sum_{k=1}^{n} z_k}{n};$$

и определяется коэффициент множественной корреляции

$$r = \sqrt{1 - \frac{\sum_{k=1}^{n} (z_k - z_k^p)^2}{\sum_{k=1}^{n} (z_k - \overline{z})^2}}, \tag{3}$$

где

$$z_k^p = a_0 + a_1 u_{1k} + a_2 u_{2k} \quad ; \forall k \in \{\overline{1,n}\}. \tag{4}$$

Парные коэффициенты корреляции служат для определения наиболее значимых в корреляционном отношении аргументов – факторов по отношению к результирующему показателю согласно условию

$$|r_{u_i z}| \geq 0{,}8$$

Независимость аргументов – факторов между собой характеризуется условиями

$$|r_{u_i u_j}| < 0{,}8$$

Коэффициент множественной корреляции изменяясь в пределах $0 < r \leq 1$, характеризует полноту охвата существенных аргументов–факторов включённых в модель. Близость коэффициента множественной корреляции к единице свидетельствует о том, что в полученную модель включены все наиболее существенные результирующий показатель.

Получив факторную модель в виде конкретной формальной зависимости с вычисленными параметрами, необходимо проверить её адекватность по отношению к реально существующей с целью установления степени точности и надёжности получаемых с её помощью оценок.

Для этого проводится анализ ошибок, которые неизбежно возникают из–за самой сущности корреляционной зависимости и применяемых методов её нахождения. Ошибки часто заключаются в том, что для каждого наблюдаемого сочетания выбранных аргументов-факторов расчётная величина результирующего показателя не совпадает точное его фактическим значением, за исключением редких и в сущности, случайных совпадений. Характерные для факторных моделей статистические ошибки можно разделить на три следующие группы:

-ошибки выбранной формальной зависимости;

-ошибки выборни;

-ошибки наблюдения.

Отклонения $(z_k - z_k^p)$, представляющее собой ошибку уравнения связи (1) характеризуется величиной ошибки

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n}(z_k - z_k^p)^2}{n}},$$

а коэффициент множественной корреляции (3) характеризует тесноту связи результирующего показателя с выбранными факторами, т. е. правильность выбора вида формальной зависимости.

Для исследуемой модели (1) принимается, что объёмы производственных факторов (F, S) линейно зависят от величины финансовых средств (x_1, x_2) причём накопление основных фондов F рассматривается не как процесс создания, а как процесс освоения уже готовой новой техники, т. е. капиталовложения x_1 увеличивают стоимость исходных основных фондов R без учёта лага времени

$$F = R + x_1, \tag{5}$$

а объём оборотов фондов S определяется величиной необходимых эксплуатационных затрат x_2:

$$S = x_2. \tag{6}$$

С учётом отношений (1), (5) и (6) функционирования отдельного автотранспортного предприятия формализуется следующей корреляционной зависимостью показателя пассажирооборота Q от капиталовложений x_1 и эксплуатационных затрат x_2

$$Q = A(R + x_1)^{a_1} x_2^{a_2}. \tag{7}$$

Поскольку количественная связь между аргументами-факторами и результирующим показателем носит статистический характер, производственная функция достаточно точно отображает деятельность моделируемого объекта лишь при значениях независимых переменных из определённых интервалов их изменения. Поэтому при параметризации производственной функций автотранспортного предприятия вместе с расчётом значений параметров A, a_1 , a_2 должны определяться и обусловленные наличной информацией границы изменения независимых переменных, при которых корректно применение модели. Если же значения независимых переменных оказываются вне найденных интервалов, то необходимо строить другую производственную функцию для новых условий.

Заключение

На основе регрессионного подхода разработана экономико-математическая модель функционирования автотранспортного предприятия городских пассажироперевозок, которая аналитически описывает взаимосвязь результирующего показателя пассажирооборота Q и затрат финансовых ресурсов: капиталовложений x_1 и эксплуатационных затрат x_2 . Полученная на основе статистических данных производственная функция (7) позволяет количественно оценит эффективность деятельности отдельного автотранспортного предприятия по критерию

$$E(x_1, x_2) = \frac{A(R+x_1)^{a_1} x_2^{a_2}}{x_1 + x_2},$$

и минимизировать финансовые затраты при выполнении запланированного объёма пассажирских перевозок.

Список литературы

1. Терехов Л.Л. Производственные функции. – М.: Статистика, 1974. – 128с.

2. Экономико-математическое обеспечение управленческих решений в менеджменте /В.М. Вартанян, Д.В. Дмитришин, А.И. Лысенко и др.- Под. ред. В.М. Вартаняна. – Харьков: ХГЭУ, 2001.- 288с.

3. Моделирование организационного управления в многоуровневых структурах /В.Г. Кучмиев, А.И. Лысенко, В.М. Момот, И.В. Чумаченко. – Харьков: Нац. аэрокос. ун-т «Харьк. авиац. ин-т», 2004. – 231с.

4. Математичні моделі планування виробництво в аерокосмічній галузі: навч. посіб /І.В.Чумаченка. – Харків: Нац. аероксм. ун-т ім.. М.Є. Жуковського «Хар. авіа. ін.-т», 2012. – 272с.

5. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы математической теории обработки наблюдений. – 2-е допол. и испр. изд. – М.: Физматгиз, 1962 – 349с.

Поступила в редакцию 08.12.2016

Економіко-математичне моделювання діяльності автотранспортного підприємства міських пассажіроперевезень

У статті розглянуті питання економіко-математичного моделювання функціонування автотранспортного підприємства міських перевезень пасажирів. Вихідною базою моделювання обрано двухфакторная виробничу функцію з порядку спадання віддачею, що відображає кореляційний залежність величини показника пасажирообороту від основних та оборотних фондів підприємства, обсяги яких характеризуються лінійними функціями капіталовкладень і експлуатаційних витрат. Параметри моделі визначаються, виходячи зі статистичних даних діяльності автотранспортного підприємства, методами регресованного і кореляційного аналізів. Отримана регресійна модель дозволяє мінімізувати фінансові витрати автотранспортного підприємства при виконанні запланованих обсягів пасажироперевезень.

Ключові слова: автотранспортне підприємство, міські пасажироперевезення, виробнича функція, регресійний і кореляційний аналізи, факторна модель

Economic-Mathematical Modeling of Trucking Industry Urban Passenger Transportation

The article deals with questions of economic and mathematical modeling of the functioning of the motor transportation enterprise of urban transport of passengers. The starting base of modeling selected two-factor production function with diminishing returns, which reflects the correlation dependence of the index of passenger traffic from fixed and current assets of the enterprise, the volumes of which are characterized by linear functions of capital and operating costs. The model parameters are determined on the basis of statistical activities of motor transport enterprise, methods of regress and correlation analysis. The resulting regression model is to minimize the financial costs of motor transport enterprise during a scheduled passenger traffic volumes.

Key words: motor company, urban passenger traffic, production function, regression and correlation analysis, factor model.

Сведения об авторах:

Шенгелия Марина Отаровна – старший преподаватель каф. 602 «Менеджмента», Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Украина.