

ОТКЛОНЕНИЯ РАЗМЕРОВ ПРИ КОПИРОВАЛЬНОЙ  
ОБРАБОТКЕ В СВЯЗИ С ЗАТОЧКОЙ ИНСТРУМЕНТА

М. Б. ТУМАРКИН

Актуальность вопроса об установлении размеров обрабатываемого профиля при копировальной обработке в связи с изменением размеров инструмента, связанных с его заточкой, очевидна. Решение этой задачи позволяет установить оптимальные пределы износа инструмента в соответствии с требуемой точностью обработки. Оказывается возможным обоснованно подойти к ряду других вопросов, возникающих при проектировании и эксплуатации копировальных станков и копировальных приспособлений.

Существующая в этом отношении практика имеет значительные недостатки. Пределы износа инструмента устанавливаются в лучшем случае опытным путем, а часто просто на глаз. Постановка допусков на обрабатываемые поверхности не учитывает специфики обработки точно так же, как приемка и контроль этих поверхностей.

Причина изменения обрабатываемого профиля. Если копировальная обработка ведется однолезвийным инструментом с острой вершиной (без закруглений), то заточка подобного инструмента не влияет на характер обрабатываемого профиля. Однако в подавляющем большинстве случаев применяется многолезвийный инструмент, имеющий цилиндрические формы (фрезы, шлифовальные круги), или однолезвийный — резцы с закруглением режущей кромки. В этом случае изменение диаметров фрезы, шлифовального круга или радиуса закругления резца неизбежно влекут за собой искажение получаемого после обработки профиля.

Пусть обрабатывается прямоугольным координатным копированием\* профиль  $AB$  инструментом с радиусом  $r$  (рис. 1). Теоретический профиль (траектория центра инструмента  $O_0$ ) представляется кривой  $A_0B_0$ , эквидистантной к обрабатываемому профилю на величину радиуса инструмента  $r$ . При изменении радиуса до величины  $r_1$ , если оставить его (инструмента) установку неизменной, теоретический профиль будет сохранен, а после обработки будет получен профиль  $A_1'B_1'$ , отклоняющийся во всех точках от заданного на величину  $\delta = r - r_1 = \text{const}$ . В этом случае изменение размеров инструмента (его радиуса) непосредственно переносится на изделие и этим самым возможность заточки инструмента резко ограничивается или, вернее, почти исключается.

Поэтому, после изменения размеров инструмента его приближают к обрабатываемой поверхности на величину  $\Delta H^{**}$ . Очевидно, что вновь получаемый теоретический профиль  $A_{0_1}B_{0_1}$  во всех своих точках

\* Перемещением в двух взаимно-перпендикулярных плоскостях.

\*\*  $\Delta H$  соответствует изменению расстояния между центрами инструмента и копировального ролика.

будет равноотстоять от первоначального на величину  $\Delta H$ . Обрабатываться же будет профиль  $A_1B_1$ , эквивалентный к теоретическому  $A_0B_0$  —  $B_0$ , с отклонениями  $\delta_{\min} \div \delta_{\max}$  от заданного  $AB$ . Получаемые отклонения будут меньше, чем при неизменном положении инструмента, но они всегда будут иметь место, так как эквидистантные кривые нель-

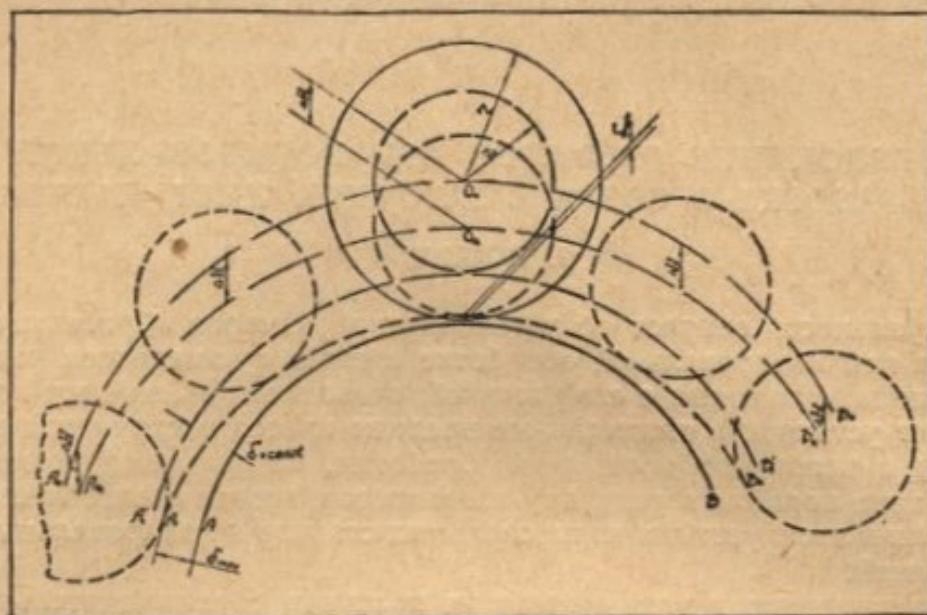


Рис. 1.

зя совместить параллельным переносом. Таким образом, наличие отклонения при изменении размеров инструментов упомянутых видов явля-

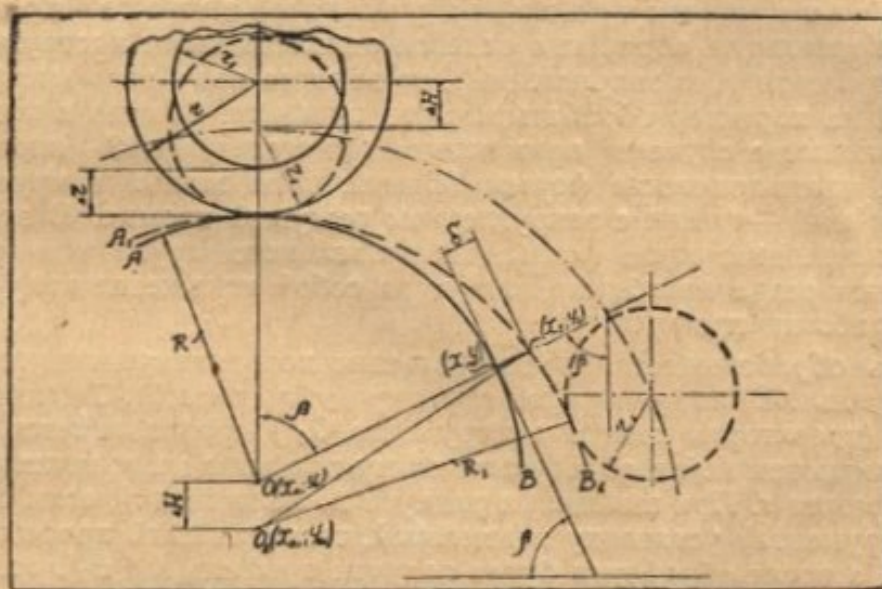


Рис. 2.

ется органически присущим самому процессу воспроизведения обрабатываемой поверхности.

Величина отклонения при изменении размеров инструмента. Определение величины отклонения можно произвести графически, выполнив построение профиля для различных размеров инструмента.

Однако для того, чтобы получить результаты, сколько-нибудь приближающиеся к действительности, необходимо построение выполнять

в большом масштабе. Так, например, для замера отклонения в 0,1 мм необходимо построение осуществить не менее чем с десятикратным увеличением. Подобное построение требует большой затраты времени и во многих случаях практически трудно осуществимо.

Чисто аналитическое решение сводится к нахождению расстояния между двумя заданными эквидистантными кривыми при их параллельном переносе и может быть выполнено в общем виде исходя из уравнения кривой и величины переноса. Однако аналитическое решение в общем виде для кривых произвольного профиля получается сложным и мы, не останавливаясь на нем, определим величину интересующего нас отклонения на простом примере, а затем сделаем обобщающий вывод.

Пусть координатным копированием обрабатывается участок кругового цилиндра  $AB$  радиуса  $R$  (рис. 2) инструментом с радиусом  $r$ . После изменения размера инструмента до  $r_1$  производится его приближение к изделию на величину  $\Delta H$ . Тогда будет воспроизведен новый профиль  $A_1B_1$ , представляющий собой в проекции дугу окружности с радиусом  $R_1 = R + (r - r_1)$ , центр которой  $O_1$  смещен на величину  $\Delta H$  относительно  $O$ .

Для произвольной точки на заданном профиле  $AB$  с координатами  $x, y$  величина отклонения, замеренная по нормали к этой точке, изобразится отрезком  $\delta$ . Обозначив координаты точки, соответствующей рассматриваемой на новом профиле, через  $x_1, y_1$ , а координаты центров дуг —  $x_0, y_0$ , и  $x_{01}, y_{01}$  можно написать:

$$\begin{aligned}(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 &= R^2; \\ (x_1 - x_{01})^2 + (y_1 - y_{01})^2 &= R_1^2.\end{aligned}$$

Замечая, что

$$\begin{aligned}x_{01} &= x_0; & y_{01} &= y_0 - \Delta H; \\ x_1 &= x + \delta \sin \beta; & y_1 &= y + \delta \cos \beta; \\ x - x_0 &= R \sin \beta; & y - y_0 &= R \cos \beta,\end{aligned}$$

после несложных преобразований получаем

$$(R + \delta)^2 + 2(R + \delta)\Delta H \cos \beta + \Delta H^2 = R_1^2,$$

откуда

$$\delta = -\Delta H \cos \beta + \sqrt{R_1^2 - \Delta H^2 (1 - \cos^2 \beta)} - R.$$

Разлагая выражение  $\sqrt{R_1^2 - \Delta H^2 (1 - \cos^2 \beta)}$  в ряд и удерживая члены с входящими в них  $\Delta H$  до  $\Delta H^2$  включительно, после замены  $R_1 = R + (r - r_1) = R + \Delta r$  имеем

$$\delta = \Delta r - \Delta H \cos \beta - \frac{\Delta H^2}{2(R + \Delta r)} (1 - \cos^2 \beta).$$

Определим величину относительной погрешности  $\sigma_s$ , если в полученной зависимости пренебречь последним членом

$$\sigma_s = \frac{\Delta H^2 (1 - \cos^2 \beta)}{2(R + \Delta r)(\Delta r - \Delta H \cos \beta)}.$$

Принимая  $\Delta H = \Delta r$ , что соответствует максимальной абсолютной величине возможного положительного отклонения, получаем

$$\sigma_s = \frac{1 + \cos \beta}{2\left(\frac{R}{\Delta r} + 1\right)}$$

и при средних значениях

$$\frac{R}{\Delta r} = 10; \quad \beta = 45^\circ \text{ получаем } \sigma_s \approx 7\%.$$

Подобная точность вполне удовлетворяет нуждам практики.

Следует также учитывать, что, опуская член, содержащий  $\Delta H^2$ , мы несколько увеличиваем теоретическое значение отклонения, компенси-

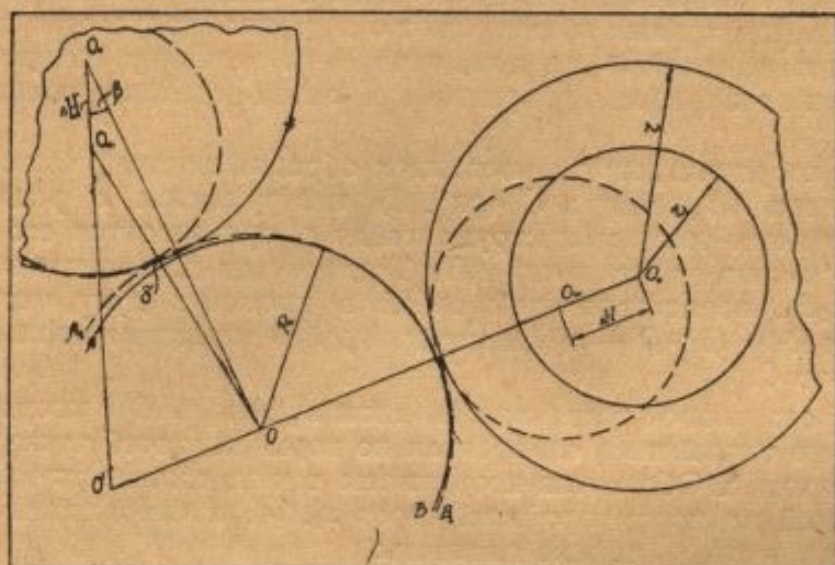


Рис. 3.

руя этим возможные неточности замеров и в установке инструмента, т. е. приближаемся к фактически возможной величине отклонения.

Таким образом, мы принимаем

$$\delta = \Delta r - \Delta H \cos \beta, \quad (1)$$

где  $\delta$  — величина отклонения обрабатываемого профиля,

$\Delta r$  — изменение размера радиуса инструмента,

$\Delta H$  — величина приближения инструмента к изделию (или наоборот),

$\beta$  — угол смещения точки контакта.

Остановимся на принятом определении угла  $\beta$ , входящего в формулу (1).

Если представить инструмент в виде невращающегося диска, то  $\beta$  будет являться углом, описываемым точкой контакта инструмента с обрабатываемой поверхностью при переходе из исходного в рассматриваемое положение. Этот угол мы и называем углом смещения точки контакта. Причем его отсчет ведется от точки, действительной или мнимой на рассматриваемом участке профиля, для которой приближение инструмента (после его заточки) не связано с перемещением первоначальной точки контакта.

Нетрудно убедиться в правильности выведенной формулы (1) для вогнутых цилиндрических поверхностей или плоских. Наконец, для плоского профиля произвольной кривизны мы приходим к тому же решению, рассматривая его состоящим из элементарных поверхностей.

Не вдаваясь в строгое доказательство универсальности выведенной зависимости для копировальных механизмов с различной кинематикой, покажем правильность формулы (1) для механизма воспроизведения с ведущим вращательным движением и ведомым прямолинейным.

Пусть профиль  $AB$  (рис. 3), представляющий собою дугу окружности радиуса  $R$ , обрабатывается при его вращении вокруг центра  $O'$  и перемещением инструмента по линии центров  $O'O_1$ . После изменения размеров инструмента его приближение к профилю производится в том же направлении, что и перемещение. При этом будет обработан профиль  $A_1B_1$ .

В произвольной точке профиля величина отклонения  $\delta$  может быть определена так:  $\delta = OO_1 - R - r_1$ .

Из треугольника  $OO_1O_1$

$$\overline{OO_1} = \sqrt{(R+r)^2 + \Delta H^2 - 2(R+r)\Delta H \cos \beta}$$

Разлагая корень в ряд и удерживая слагаемые с входящим в них  $\Delta H$  до  $\Delta H^2$  включительно, имеем

$$\overline{OO_1} = R+r - \Delta H \cos \beta + \frac{\Delta H^2}{2(R+r)} - \frac{(\Delta H \cos \beta)^2}{2(R+r)}$$

тогда  $\delta = \Delta r - \Delta H \cos \beta - \frac{\Delta H^2}{2(R+r)}(1 - \cos^2 \beta)$ , что соответствует уже полученной ранее зависимости для механизма с прямоугольным координатным копированием.

Таким образом, формула (1) может быть принята для подсчета величины отклонения, получающегося на различных копировальных механизмах, поскольку в основном применяемые механизмы могут быть сведены к двум рассмотренным. Особенности их кинематики учитываются углом смещения точки контакта  $\beta$ .

Определение угла  $\beta$  в каждом отдельном случае производится графически или аналитически.

Анализ формулы (1) показывает, что величина отклонения  $\delta$  может быть положительной  $\delta > 0$  при  $\Delta r > \Delta H \cos \beta$ , т. е. располагаться вне тела обрабатываемой детали, отрицательной  $\delta < 0$  при  $\Delta r < \Delta H \cos \beta$  (итти в тело), равной нулю  $\delta = 0$  при  $\Delta r = \Delta H \cos \beta$ .

Следовательно, для одного и того же обрабатываемого профиля  $\delta$  может колебаться не только по величине, но и по знаку. Это имеет существенное значение в тех случаях, когда к различным участкам обрабатываемой поверхности предъявляются неодинаковые требования в отношении точности и расположения допусков, а также для правильной и обоснованной постановки допусков на обрабатываемую поверхность.

Если требуется, чтобы для поверхности с  $\beta_{\min} = 0$  и  $\beta_{\max} = \beta_{\max}$  отклонение  $\delta > 0$  было всегда положительным (случай *a*), то его максимальное значение будет минимальным при выборе  $\Delta H = \Delta r$ , что явствует из

$$\delta_{\max} = \Delta r - \Delta H \cos \beta_{\max}$$

$$\delta_{\min} = \Delta r - \Delta H$$

Так как  $\delta_{\min} > 0$ , то  $\Delta H = \Delta r$ , и в этом случае

$$\delta_{\min} = 0; \quad \delta_{\max} = \Delta r(1 - \cos \beta_{\max}). \quad (1a)$$

При условии расположения отклонения только лишь в тело детали, т. е.  $\delta \leq 0$  (случай *b*) имеем

$$|\delta_{\max}| = \Delta r - \Delta H,$$

$$\delta_{\min} = \Delta r - \Delta H \cos \beta_{\max} = 0,$$

откуда

$$\Delta H = \frac{\Delta r}{\cos \beta_{\max}}$$

и

$$\delta_{\min} = 0, \quad -\delta_{\max} = \Delta r (1 - \cos \beta_{\max}) \frac{1}{\cos \beta_{\max}}. \quad (16)$$

Следует заметить, что в этом случае абсолютная величина максимального отклонения будет всегда большей чем в первом.

Возможно положение, когда отклонение может располагаться в обе стороны

$$\delta \cong 0 \text{ (случай } \epsilon);$$

тогда

$$\delta_{\max} = \Delta r - \Delta H \cos \beta_{\max},$$

$$\delta_{\min} = \Delta r - \Delta H.$$

Пользуясь теоремой Чебышева о наилучшем приближении имеем

$$\delta_{\max} = -\delta_{\min}$$

или

$$\Delta r - \Delta H \cos \beta_{\max} = -\Delta r + \Delta H$$

откуда

$$\Delta H = \frac{2\Delta r}{1 + \cos \beta_{\max}}$$

и

$$\pm \left| \begin{matrix} \delta_{\max} \\ \delta_{\min} \end{matrix} \right| = \Delta r (1 - \cos \beta_{\max}) \frac{1}{1 + \cos \beta_{\max}}. \quad (16')$$

При этом максимальное отклонение по своей абсолютной величине будет получаться меньше, чем в обоих случаях, рассмотренных выше.

Графическое выражение формулы (1) (рис. 4) иллюстрирует рассмотренные положения и позволяет определить интересующие величины отклонений  $\delta$  при известных  $\Delta r_1$ ,  $\Delta H_1$ ,  $\beta$  или установить величину  $\Delta H$  при заданных  $\delta$  и известных  $\Delta r$  и  $\beta$ .

Распределение отклонений по профилю детали может быть наглядно представлено построением так называемого поля отклонений.

Если из центра  $O$  (рис. 5а) радиусом  $r$  первоначального размера инструмента провести дугу  $O'O'$ , а затем из центра  $O_1$ , отстоящего от  $O$  на величину  $\Delta H_1$ , провести дугу  $O_1'O_1'$  радиусом  $r_1$ , соответствующим новому размеру инструмента, то угол  $2\beta$  с вершиной в  $O$ , симметричный к линии центров  $OO_1$ , отсечет заштрихованное поле, показывающее распределение отклонений по профилю изделия.

Внутреннее расположение поля, не выходящее за пределы дуги  $O'O'$ , указывает, что отклонения при обработке будут направлены в сторону увеличения размеров детали. Это относится как к выпуклым, так и вогнутым участкам профиля.

Если увеличить величину  $\Delta H_1 = \Delta H_2$  при тех же значениях  $r$ ,  $r_1$  так, чтобы дуга  $O_1'O_1'$  прошла через крайние точки дуги  $O'O'$ , определенные углом  $\beta$  (рис. 5б), мы получим полное внешнее расположение поля отклонений, что соответствует отрицательным значениям отклонений, т. е. их распределению в тело обрабатываемой поверхности. Сопоставление рисунков 5б и 5а иллюстрирует увеличение при этом абсолютной величины максимального отклонения, что рассматривалось выше.

Рисунок 5в показывает двухстороннее расположение поля отклонений. Участок поля внутри дуги  $O'O'$  будет указывать на положительные, а вне дуги на отрицательные значения отклонений.

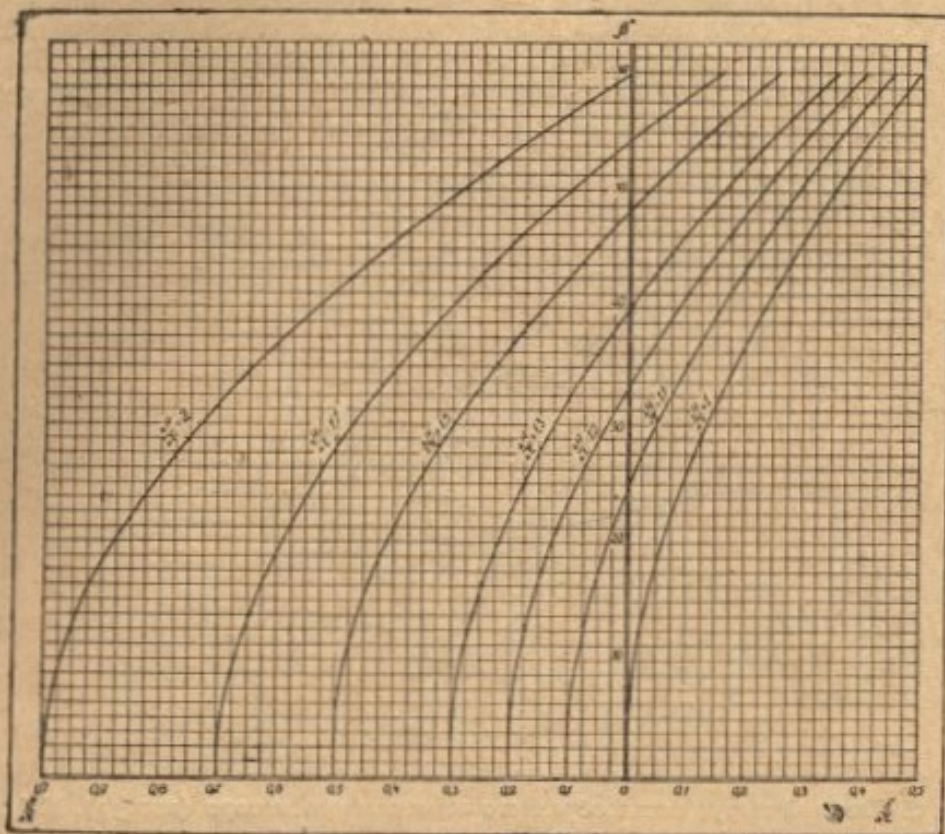


Рис. 4.

Для иллюстрации рассмотрим отклонения при копировальной обработке контура главного шатуна (рис. 6) в связи с заточкой инструмента — фрезы.

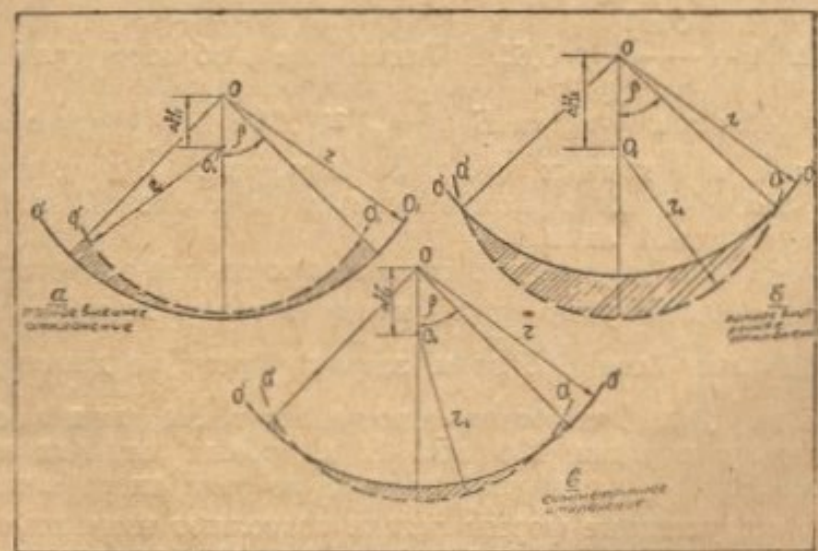


Рис. 5.

Контур состоит из цилиндрического участка  $A$  с максимальным углом крутизны  $\beta_A = 50^\circ$ , участка  $B$  с крутизной  $\beta_B = 3^\circ 30'$ , участка  $B$





При симметричном расположении допуска согласно (1в)

$$\pm |\delta_{\max}| = \Delta r (1 - \cos \beta_{\max}) \frac{1}{1 + \cos \beta_{\max}},$$

откуда

$$\Delta r = \delta \left( \frac{1 + \cos \beta_D}{1 - \cos \beta_D} \right);$$

$\Delta r = 0,64$  мм. Возможная заточка инструмента по диаметру будет составлять  $\sim 1,3$  мм, т. е. увеличивается в два с лишним раза. Максимальные отклонения размеров на отдельных участках профиля в зависимости от заточки инструмента определяются на основании (1):

$$\delta = \Delta r - \Delta H \cos \beta$$

при

$$\Delta H = \frac{2\Delta r}{1 + \cos \beta_{\max}}$$

и

$$\delta = \Delta r \left( 1 - \frac{2 \cos \beta}{1 + \cos \beta_D} \right).$$

Тогда соответственно получаем

$$\delta_A = 0,21\Delta r, \quad \delta_a = -0,24\Delta r, \quad \delta_B = -0,23\Delta r, \quad \delta_B = -0,05\Delta r,$$

$$\delta_r = -0,21\Delta r, \quad \delta_A = 0,24\Delta r.$$

Расположение отклонений нанесено на нижний контур детали (рис. 6) штрихпунктиром.

В заключение рассмотрим вопрос о возможности повышения точности при копировальной обработке, учитывая износ инструмента. Если допуск на обрабатываемую поверхность мал, то, как ясно из предыдущего, пределы изменения размеров инструмента резко ограничиваются. Для их расширения известны два пути. Первый состоит в осуществлении обработки с использованием нескольких копиров, каждый из которых соответствует своему пределу размеров инструмента. Подобное решение вопроса иногда применяется, в частности, на копировально-шлифовальных станках. При заданных допусках на обрабатываемую поверхность используя приведенные выше формулы, можно определить, какое количество копиров  $m$  необходимо для использования полезной режущей поверхности инструмента  $e$ .

Для случая *a* согласно (1а) имеем

$$m = \frac{e}{\delta_{\max}} (1 - \cos \beta_{\max}). \quad (2a)$$

Для случая *b* согласно (1б)

$$m = \frac{e}{|\delta_{\max}|} (1 - \cos \beta_{\max}) \frac{1}{\cos \beta_{\max}}. \quad (2б)$$

При симметричном расположении допусков на основании (1в)

$$m = \frac{e}{|\delta_{\max}^{\min}|} (1 - \cos \beta_{\max}) \frac{1}{\cos \beta_{\max}}. \quad (2в)$$

## Расчетные зависимости

| Основные элементы расчета  | Расположение допуска на обрабатываемую поверхность |  |   |
|--|--|--|---|
|  | полное внешнее (вне тела)                          | полное внутреннее (в тело)                                       | симметричное  |
| 1. Величина отклонения обрабатываемой поверхности  | $\delta = \Delta r (1 - \cos \beta)$               | $ \delta  = \Delta r (1 - \cos \beta) \frac{1}{\cos \beta}$      | $ \delta  = \Delta r (1 - \cos \beta) \frac{1}{1 + \cos \beta}$ |
| 2. Допускаемое радиальное изменение размеров инструмента   | $\Delta r = \frac{\delta}{1 - \cos \beta}$         | $\Delta r = \frac{ \delta }{1 - \cos \beta} \cos \beta$          | $\Delta r = \frac{ \delta }{1 - \cos \beta} (1 + \cos \beta)$   |
| 3. Величина приближения инструмента  | $\Delta H = \Delta r$                              | $\Delta H = \frac{\Delta r}{\cos \beta}$                         | $\Delta H = \frac{2\Delta r}{1 + \cos \beta}$                   |
| 4. Необходимое число копиров или роликов при заданной точности и использовании инструмента на величину $e$ | $m = \frac{e}{\delta} (1 - \cos \beta)$            | $m = \frac{e}{ \delta } \left( \frac{1}{\cos \beta} - 1 \right)$ | $m = \frac{e}{ \delta } \frac{1 - \cos \beta}{1 + \cos \beta}$  |
| 5. Диаметры роликов<br>$D_x = D_{x-1} - d_0$   | $d_0 = \frac{2\delta}{1 - \cos \beta}$             | $d_0 = \frac{2 \delta }{1 - \cos \beta} \cos \beta$              | $d_0 = \frac{2\delta}{1 - \cos \beta} (1 + \cos \beta)$         |

Под величиной  $e$  подразумевается используемый размер инструмента, взятый по его радиусу.

Возможно и другое, более простое решение. Оставляя копир неизменным, вести обработку со сменными роликами, диаметры которых соответствуют последовательным ступеням крайних значений изменения размера инструмента.

Диаметры роликов будут расположены при этом по убывающему арифметическому ряду с разностью  $d_0$

для случая (а)

$$d_0 = \frac{2 \delta_{\max}}{1 - \cos \beta_{\max}}; \quad (3a)$$

для случая (б)

$$d_0 = \frac{2 |\delta_{\max}|}{1 - \cos \beta_{\max}} \cos \beta_{\max}; \quad (3б)$$

для случая (в)

$$d_0 = \frac{2 |\delta_{\min}|}{1 - \cos \beta_{\max}} (1 + \cos \beta_{\max}). \quad (3в)$$

Число необходимых роликов определится по тем же формулам (2), что и число необходимых копиров.

Выводы работы могут быть сведены в таблицу.