ТРУДЫ ХАРЬКОВСКОГО АВИАЦИОННОГО ИНСТИТУТА

Выпуск 22 1963

ОБ ОБЛАСТИ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ОТНОШЕНИЙ ПЛАНЕТАРНЫХ ПЕРЕДАЧ

В. А. Ткаченко

При выборе типа планетарной передачи весьма полезно заранее знать диапазон передаточных отношений, который можно получить с помощью той или иной передачи. Вопрос этот до настоящего времени недостаточно освещен в литературе. Известно лишь, что каждый тип планетарной передачи имеет вполне определенную область передаточных отношений, которая с увеличением числа сателлитов резко уменьшается. Для простейшей планетарной передачи типа $\overline{AI}$ имеются теоретические обоснования этого положения.

В настоящей статье рассматривается метод, при помощи которого можно установить область передаточных отношений любой многосателлитной планетарной передачи.

Принятые обозначения:

i_{ab}^{c} — передаточное отношение планетарной передачи от звена a к звену b относительно звена c;

$z_{\min}$ и $z_{\max}$ — предельные значения чисел зубьев зубчатых колес передачи;

x — отношение чисел зубьев зубчатых венцов двойного сателлита, $x = \frac{z_2}{z_3}$;

λ — отношение модулей зубчатых венцов двойного сателлита, $\lambda = m_{12}/m_{34}$;

k — число сателлитов передачи;

β — половина минимального центрального угла между двумя соседними сателлитами $\left(\text{при равномерном расположении последних } \beta = \frac{\pi}{k}\right)$.

Предполагается, что сателлиты каждой планетарной передачи расположены в одной плоскости.

На рис. 1*а*, *б*, *в* изображены основные типы планетарных передач с цилиндрическими зубчатыми колесами. На рис. 1*г* показана передача с одинарным сателлитом — частный случай передачи ($x=1$; $\lambda=1$), представленной на рис. 1 *а*.

Общеизвестно, что все многообразие планетарных передач является тем или иным сочетанием представленных выше. Например, передача, изображенная на рис. 1 *д*, является последовательным соединением передачи по рис. 1 *г* и 1 *в*.

Общеизвестно также, что при подборе чисел зубьев зубчатых колес планетарной передачи удовлетворяются: уравнение передаточного числа, уравнение соосности, условие соседства и условие сборки. Последнее, естественно, влияет только на степень точности выполнения заданного передаточного числа, что видно из самого условия сборки, которое можно привести к такому виду [5]: $z_1 = k\frac{P \pm Qx}{i_{1н}^4}$, где P и Q — любые целые числа.

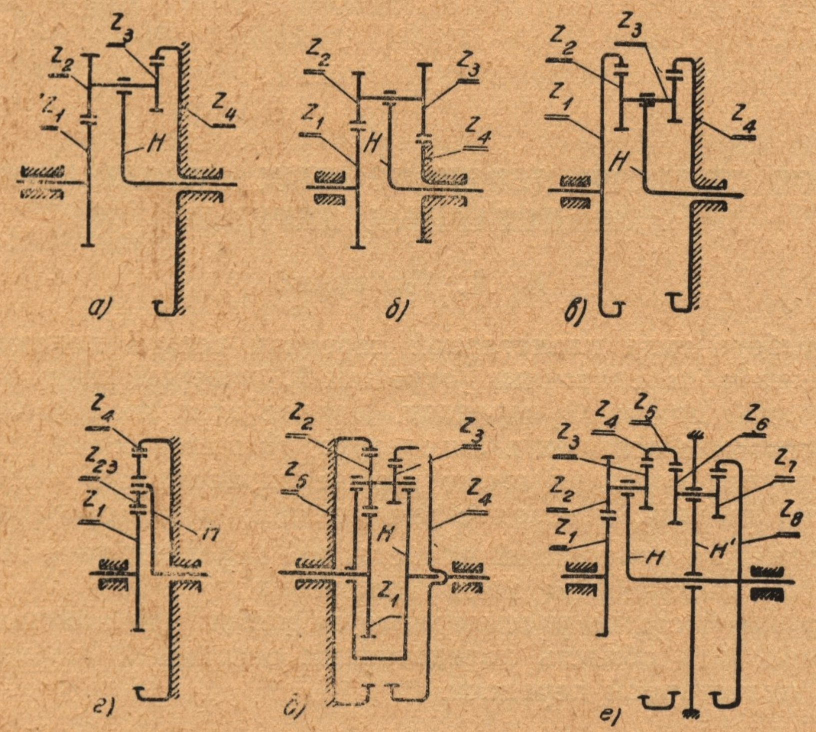

Рис. 1. *а*) *AI*-передача; *б*) *AA*-передача; *в*) *II*-передача; *г*) *AI*-передача; *д*) *AII*-передача; *е*) *AIII*-передача.

Рассматривается передача *AI* (рис. 1*а*). Для нее уравнение передаточного числа

$$i_{1н}^4 = 1 + \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}; \tag{1}$$

уравнение соосности

$$\lambda (z_1 + z_2) = z_4 - z_3; \tag{2}$$

условие соседства

$$(z_1 + z_2) \sin\beta \geqslant z_2 + 2 \text{ при } x\lambda > 1 \tag{3а}$$

$$\lambda (z_1 + z_2) \sin\beta \geqslant z_3 + 2 \text{ при } x\lambda < 1 \tag{3б}$$

Из уравнений (1) и (2) при $x = \frac{z_2}{z_3}$ имеем:

$$z_1 : z_2 : z_3 : z_4 = z_1 : z_1\frac{i_{1н}^4 - (1 + x\lambda)}{1 + x\lambda} : z_1\frac{i_{1н}^4 - (1 + x\lambda)}{x(1 + x\lambda)} : z_1\frac{i_{1н}^4 - 1}{x}. \tag{4}$$

Случай $x\lambda > 1$, т. е. $m_{12}z_2 > m_{34}z_3$. Условие соседства выражается уравнением (3а). Возможны три варианта:

а) число зубьев z_4 в передаче наибольшее;

б) число зубьев z_1 — наибольшее;

в) число зубьев z_2 — наибольшее.

Рассмотрим подробно вариант а). Подставив в неравенство (3а) из (4)

$$z_1 = \frac{z_4 x}{i_{14}^4 - 1}; \quad z_2 = \frac{z_4 x}{i_{1н}^4 - 1} \cdot \frac{i_{1н}^4 - (1 + x\lambda)}{1 + x\lambda},$$

и разрешив его относительно $i_{1н}^4$, получим:

$$i_{1н}^4 \leqslant \frac{1 + x\lambda}{1 - \dfrac{\sin\beta - \dfrac{2\lambda}{z_4}}{1 + \dfrac{2}{xz_4}}}.$$

Это неравенство должно удовлетворяться при любых значениях z_4. Следовательно,

$$i_{1н}^4 \leqslant \frac{1 + x\lambda}{1 - \dfrac{\sin\beta - \dfrac{2\lambda}{z_{max}}}{1 + \dfrac{2}{xz_{max}}}}. \tag{5}$$

Из условия $z_1 \leqslant z_4$ и $z_2 \leqslant z_4$ на основании уравнения (4) имеем:

$$i_{1н}^4 \geqslant 1 + x; \tag{6}$$

$$i_{1н}^4 \leqslant \frac{1 + x\lambda}{1 - x\lambda \dfrac{1}{x - 1}} \quad \text{при} \quad \lambda < 1 - \frac{1}{x}. \tag{7}$$

Условия $z_1 \geqslant z_{min}$, $z_2 \geqslant z_{min}$ и $z_3 \geqslant z_{min}$ дают:

$$i_{1н}^4 \leqslant 1 + \frac{z_4}{z_{min}} x; \quad i_{1н}^4 \geqslant \frac{1 + x\lambda}{1 - x\lambda \dfrac{1}{x\dfrac{z_4}{z_{min}} - 1}}; \quad i_{1н}^4 \geqslant \frac{1 + x\lambda}{1 - x\lambda \dfrac{1}{\dfrac{z_4}{z_{min}} - 1}};$$

или при $z_4 = z_{max}$;

$$i_{1н}^4 \leqslant 1 + \frac{z_{max}}{z_{min}} x, \tag{8}$$

$$i_{1н}^4 \geqslant \frac{1 + x\lambda}{1 - x\lambda \dfrac{1}{x\dfrac{z_{max}}{z_{min}} - 1}}; \tag{9}$$

$$i_{1н}^4 \geqslant \frac{1 + x\lambda}{1 - x\lambda \dfrac{1}{\dfrac{z_{max}}{z_{min}} - 1}}. \tag{10}$$

Совместное рассмотрение неравенств ($5 \div 10$) и дает область возможных передаточных отношений для AI-передачи при $x\lambda > 1$ и z_{4max}.

Для варианта б), $z_1 = z_{max}$, аналогично получаем такую систему неравенств:

$$i_{1н}^4 \leqslant \frac{1 + x\lambda}{1 - \sin\beta}\left(1 - \frac{2}{z_{max}}\right);$$

$$z_2 \leqslant z_1: \qquad i_{1н}^4 \leqslant 2(1 + x\lambda);$$

$$z_4 \leqslant z_1: \qquad i_{1н}^4 \leqslant 1 + x;$$

$$z_2 \geqslant z_{min}: \qquad i_{1н}^4 \geqslant (1 + x\lambda)\left(1 + \frac{z_{min}}{z_{max}}\right);$$

$$z_3 \geqslant z_{min}: \qquad i_{1н}^4 \geqslant (1 + x\lambda)\left(1 + x\frac{z_{min}}{z_{max}}\right). \tag{11}$$

Таблица 1

Системы неравенств для AI-передачи

<table>
<tr><th></th><th>$x\lambda < 1$</th><th>$x\lambda > 1$</th></tr>
<tr><td>$z_{4\max} \leqslant z_{\max}$</td><td>$i_{1н}^{4} \leqslant \dfrac{1 + x\lambda}{1 - x\lambda \dfrac{\sin\beta - \dfrac{2}{z_{\max}}}{1 + \dfrac{2}{z_{\max}}}};$</td><td>$i_{1н}^{4} \leqslant \dfrac{1 + x\lambda}{1 - \dfrac{\sin\beta - \dfrac{2\lambda}{z_{\max}}}{1 + \dfrac{2}{x z_{\max}}}};$</td></tr>
<tr><td>$z_1 \leqslant z_4$</td><td colspan="2">$i_{1н}^{4} \geqslant 1 + x;$</td></tr>
<tr><td>$z_2 \leqslant z_4$</td><td colspan="2">$i_{1н}^{4} \leqslant \dfrac{1 + x\lambda}{1 - x\lambda \dfrac{1}{x - 1}}$ при $\lambda < 1 - \dfrac{1}{x};$</td></tr>
<tr><td>$z_1 \geqslant z_{\min}$</td><td colspan="2">$i_{1н}^{4} < 1 + x \dfrac{z_{\max}}{z_{\min}};$</td></tr>
<tr><td>$z_2 \geqslant z_{\min}$</td><td colspan="2">$i_{1н}^{4} \geqslant \dfrac{1 + x\lambda}{1 - x\lambda \dfrac{1}{x \dfrac{z_{\max}}{z_{\min}} - 1}};$</td></tr>
<tr><td>$z_3 \geqslant z_{\min}$</td><td colspan="2">$i_{1н}^{4} \geqslant \dfrac{1 + x\lambda}{1 - x\lambda \dfrac{1}{\dfrac{z_{\max}}{z_{\min}} - 1}};$</td></tr>
<tr><td>$z_{1\max} \leqslant z_{\max}$</td><td>$i_{1н}^{4} \leqslant \dfrac{1 + x\lambda}{1 - x\lambda \sin\beta}\left(1 - \dfrac{2x}{z_{\max}}\right);$</td><td>$i_{1н}^{4} \leqslant \dfrac{1 + x\lambda}{1 - \sin\beta}\left(1 - \dfrac{2}{z_{\max}}\right);$</td></tr>
<tr><td>$z_2 \leqslant z_1$</td><td colspan="2">$i_{1н}^{4} \leqslant 2(1 + x\lambda);$</td></tr>
<tr><td>$z_4 \leqslant z_1$</td><td colspan="2">$i_{1н}^{4} \leqslant 1 + x;$</td></tr>
<tr><td>$z_2 \geqslant z_{\min}$</td><td colspan="2">$i_{1н}^{4} \geqslant (1 + x\lambda)\left(1 + \dfrac{z_{\min}}{z_{\max}}\right);$</td></tr>
<tr><td>$z_3 \geqslant z_{\min}$</td><td colspan="2">$i_{1н}^{4} \geqslant (1 + x\lambda)\left(1 + x \dfrac{z_{\min}}{z_{\max}}\right);$</td></tr>
<tr><td>$z_{2\max} \leqslant z_{\max}$</td><td>$i_{1н}^{4} \leqslant \dfrac{1 + x\lambda}{1 - x\lambda \dfrac{\sin\beta}{1 + \dfrac{2x}{z_{\max}}}};$</td><td>$i_{1н}^{4} \leqslant \dfrac{1 + x\lambda}{1 - \dfrac{\sin\beta}{1 + \dfrac{2}{z_{\max}}}};$</td></tr>
<tr><td>$z_1 \leqslant z_2$</td><td colspan="2">$i_{1н}^{4} \geqslant 2(1 + x\lambda);$</td></tr>
<tr><td>$z_4 \leqslant z_2$</td><td colspan="2">$i_{1н}^{4} \geqslant \dfrac{1 + x\lambda}{1 - x\lambda \dfrac{1}{x - 1}}$ при $\lambda < 1 - \dfrac{1}{x};$</td></tr>
<tr><td>$z_1 \geqslant z_{\min}$</td><td colspan="2">$i_{1н}^{4} \leqslant (1 + x\lambda)\left(1 + \dfrac{z_{\max}}{z_{\min}}\right);$</td></tr>
<tr><td>$z_3 \geqslant z_{\min}$</td><td colspan="2">$x \leqslant \dfrac{z_{\max}}{z_{\min}}.$</td></tr>
</table>

Для варианта в), $z_2 = z_{max}$, система неравенств будет такой:

$$
\begin{aligned}
& & & i_{1н}^4 \leqslant -\frac{1+x\lambda}{1-\dfrac{\sin\beta}{1+\dfrac{2}{z_{max}}}};\\
& z_1 \leqslant z_2: & & i_{1н}^4 \geqslant 2(1+x\lambda);\\
& z_4 \leqslant z_2: & & i_{1н}^4 \geqslant \frac{1+x\lambda}{1-x\lambda\dfrac{1}{x-1}};\\
& z_1 \geqslant z_{min}: & & i_{1н}^4 \leqslant (1+x\lambda)\left(1+\frac{z_{max}}{z_{min}}\right);\\
& z_3 \geqslant z_{min}: & & x \leqslant \frac{z_{max}}{z_{min}}.
\end{aligned}
\tag{12}
$$

Случай $x\lambda < 1$, т. е. $m_{12}z_2 < m_{34}z_3$. Условие соседства выражается уравнением (3б). Системы неравенств запишутся аналогично с предыдущим случаем.

Неравенства для обоих случаев, дающие область передаточных чисел AI-передачи, сведены в табл. 1.

Графическое решение всех представленных в табл. 1 неравенств показано на рис. 2 в виде объемной диаграммы $i_{1н}^4 = f(x, \lambda)$ По вертикали $x=1$ $\lambda=1$ имеем диапазон передаточных отношений для AI-передачи по рис. 1 *г*. Численные значения соответствуют равномерному расположению сателлитов при $k=3$ и числах зубьев AI-передач в пределах $15 \leqslant z \leqslant 300$.

Пример 1. Дано: $k=3$; $x=2$; $\lambda=1$ $(x\lambda>1)$. После подстановки данных в систему неравенств $(x\lambda>1)$ видим, что диапазон передаточных отношений ограничен численными значениями неравенств:

$$
i_{1н}^4 \geqslant \frac{1+x\lambda}{1-x\lambda\dfrac{1}{\dfrac{z_{max}}{z_{min}}-1}} \quad \text{и} \quad i_{1н}^4 \leqslant -\frac{1+x\lambda}{1-\dfrac{\sin\beta-\dfrac{2\lambda}{z_{max}}}{1+\dfrac{2}{xz_{max}}}},
$$

что дает $3{,}35 \leqslant i_{1н}^4 \leqslant 21$.

При $k=6$ те же неравенства дают $3{,}35 \leqslant i_{1н}^4 \leqslant 5{,}9$.

Пример 2. Дано: $k=3$; $x=0{,}7$; $\lambda=1{,}2$; $(x\lambda<1)$. Диапазон передаточных отношений ограничен неравенствами:

$$
i_{1н}^4 \geqslant -\frac{1+x\lambda}{1-x\lambda\dfrac{1}{x\dfrac{z_{max}}{z_{min}}-1}} \quad \text{и} \quad i_{1н}^4 \leqslant \frac{1+x\lambda}{1-x\lambda\dfrac{\sin\beta-\dfrac{2}{z_{max}}}{1+\dfrac{2}{z_{max}}}}.
$$

Откуда получаем: $1{,}97 \leqslant i_{1н}^4 \leqslant 6{,}6$.

При $k=6$ те же неравенства дают: $1{,}97 \leqslant i_{1н}^4 \leqslant 3{,}12$.

Для передачи AA (рис. 1б) основные уравнения запишутся так:

$$i_{1н}^{4} = 1 - \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3};$$

$$\lambda (z_1 + z_2) = z_3 + z_4;$$

$$(z_1 + z_2) \sin \beta \geqslant z_2 + 2 \text{ при } x\lambda > 1;$$

$$\lambda (z_1 + z_2) \sin \beta \geqslant z_3 + 2 \text{ при } x\lambda < 1;$$

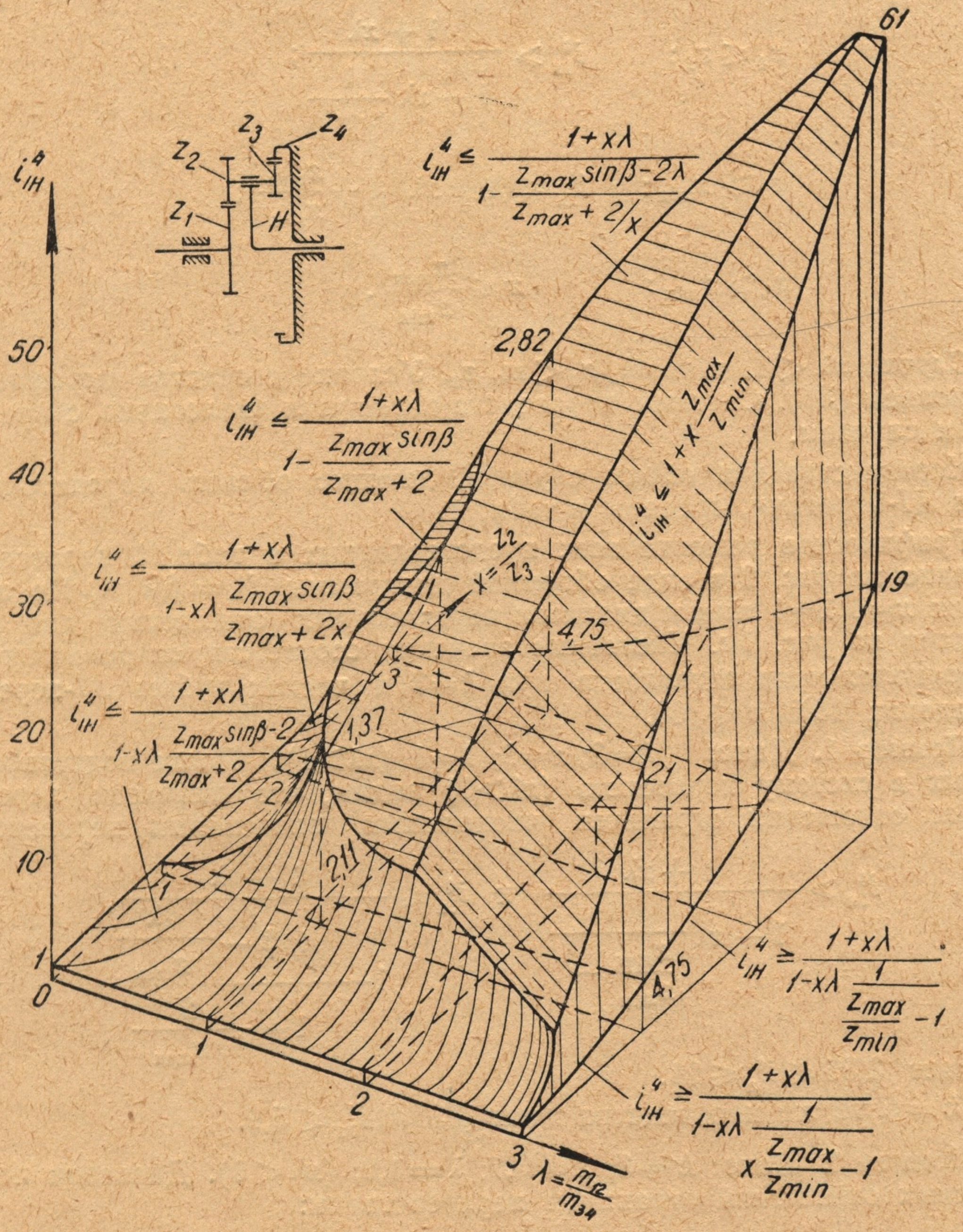

Рис. 2. Диаграмма $i_{1н}^{\prime 4} = f(x, \lambda)$ для AI-передачи (k-3; $15 \leqslant z \leqslant 300$)

$$z_1 : z_2 : z_3 : z_4 = z_1 : z_1 \frac{1 - x\lambda - i_{1н}^{4}}{x\lambda - 1} : z_1 \frac{1 - x\lambda - i_{1н}^{4}}{x(x\lambda - 1)} : z_1 \frac{1 - i_{1н}^{4}}{x}.$$

Для передачи II (рис. 1в) основные уравнения будут такие:

$$i_{1н}^{4} = 1 - \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3};$$

$$\lambda(z_1 - z_2) = z_4 - z_3;$$
$$(z_1 - z_2)\sin\beta \geqslant z_2 + 2 \text{ при } x\lambda > 1;$$
$$\lambda(z_1 - z_2)\sin\beta \geqslant z_3 + 2 \text{ при } x\lambda < 1;$$
$$z_1 : z_2 : z_3 : z_4 = z_1 : z_1\,\frac{i_{1н}^4 + x\lambda - 1}{x\lambda - 1} : z_1\,\frac{i_{1н}^4 + x\lambda - 1}{x(x\lambda - 1)} : z_1\,\frac{1 - i_{1н}^4}{x}.$$

Аналогично рассмотрев все случаи, получим системы неравенств, сведенные для AA-передачи в табл. 2, а для II-передачи — в табл. 3.

Таблица 2

Системы неравенств для AA-передачи

	$x\lambda < 1$	$x\lambda > 1$
$z_{1max} \leqslant z_{max}$	$i_{1н}^4 \leqslant \frac{1 - x\lambda}{1 - x\lambda\sin\beta}\left(1 - \frac{2x}{z_{max}}\right);$	$i_{1н}^4 \geqslant \frac{1 - x\lambda}{1 - \sin\beta}\left(1 - \frac{2}{z_{max}}\right);$
$z_2 < z_1$	$i_{1н}^4 \leqslant 2(1 - x\lambda);$	$i_{1н}^4 \geqslant 2(1 - x\lambda);$
$z_3 < z_1$	$i_{1н}^4 \leqslant (1 + x)(1 - x\lambda);$	$i_{1н}^4 \geqslant (1 + x)(1 - x\lambda);$
$z_4 < z_1$	$i_{1н}^4 \geqslant 1 - x;$	
$z_2 \geqslant z_{min}$	$i_{1н}^4 > (1 - x\lambda)\left(1 + \frac{z_{min}}{z_{max}}\right);$	$i_{1н}^4 < (1 - x\lambda)\left(1 + \frac{z_{min}}{z_{max}}\right);$
$z_3 \geqslant z_{min}$	$i_{1н}^4 > (1 - x\lambda)\left(1 + x\frac{z_{min}}{z_{max}}\right);$	$i_{1н}^4 < (1 - x\lambda)\left(1 + x\frac{z_{min}}{z_{max}}\right);$
$z_4 \geqslant z_{min}$	$i_{1н}^4 \leqslant 1 - x\frac{z_{min}}{z_{max}};$	
$z_{2max} \leqslant z_{max}$	$i_{1н}^4 \leqslant \dfrac{1 - x\lambda}{1 - x\lambda\dfrac{\sin\beta}{1 + \dfrac{2x}{z_{max}}}};$	$i_{1н}^4 \geqslant \dfrac{1 - x\lambda}{1 - \dfrac{\sin\beta}{1 + \dfrac{2}{z_{max}}}};$
$z_1 \leqslant z_2$	$i_{1н}^4 \geqslant 2(1 - x\lambda);$	$i_{1н}^4 \leqslant 2(1 - x\lambda);$
$z_3 \leqslant z_2$	$x \geqslant 1;$	
$z_4 \leqslant z_2$	$i_{1н}^4 \geqslant \dfrac{1 - x\lambda}{1 - x\lambda\dfrac{1}{x + 1}}$ при $\lambda < 1 + \frac{1}{x};$	$i_{1н}^4 \leqslant \dfrac{1 - x\lambda}{1 - x\lambda\dfrac{1}{x + 1}}$ при $\lambda < 1 + \frac{1}{x};$
$z_1 \geqslant z_{min}$	$i_{1н}^4 < (1 - x\lambda)\left(1 + \frac{z_{max}}{z_{min}}\right);$	$i_{1н}^4 \geqslant (1 - x\lambda)\left(1 + \frac{z_{max}}{z_{min}}\right);$
$z_3 \geqslant z_{min}$	$x < \frac{z_{max}}{z_{min}};$	
$z_4 \geqslant z_{min}$	$i_{1н}^4 < \dfrac{1 - x\lambda}{1 - x\lambda\dfrac{1}{1 + x\dfrac{z_{min}}{z_{max}}}}$ при $\lambda \leqslant \frac{z_{min}}{z_{max}} + \frac{1}{x};$	$i_{1н}^4 \geqslant \dfrac{1 - x\lambda}{1 - x\lambda\dfrac{1}{1 + x\dfrac{z_{min}}{z_{max}}}}$ при $\lambda < \frac{z_{min}}{z_{max}} + \frac{1}{x};$

Продолжение табл. 2

	$x\lambda < 1$	$x\lambda > 1$
$z_{3\max} \leqslant z_{\max}$	$i_{1\text{н}}^4 \leqslant \dfrac{1 - x\lambda}{1 - x\lambda \dfrac{\sin\beta}{1 + \dfrac{2}{z_{\max}}}}$;	$i_{1\text{н}}^4 \geqslant \dfrac{1 - x\lambda}{1 - \dfrac{\sin\beta}{1 + \dfrac{2}{x z_{\max}}}}$;
$z_1 \leqslant z_3$	$i_{1\text{н}}^4 \geqslant (1 + x)(1 - x\lambda)$;	$i_{1\text{н}}^4 \leqslant (1 + x)(1 - x\lambda)$;
$z_2 \leqslant z_3$	$x \leqslant 1$;	
$z_4 < z_3$	$i_{1\text{н}}^4 \geqslant \dfrac{2(1 - x\lambda)}{2 - x\lambda}$;	$i_{1\text{н}}^4 \leqslant \dfrac{2(1 - x\lambda)}{2 - x\lambda}$ при $x\lambda < 2$;
$z_1 \geqslant z_{\min}$	$i_{1\text{н}}^4 < (1 - x\lambda)\left(1 + x\dfrac{z_{\max}}{z_{\min}}\right)$;	$i_{1\text{н}}^4 \geqslant (1 - x\lambda)\left(1 + x\dfrac{z_{\max}}{z_{\min}}\right)$;
$z_2 \geqslant z_{\min}$	$x > \dfrac{z_{\min}}{z_{\max}}$;	
$z_4 \geqslant z_{\min}$	$i_{1\text{н}}^4 < (1 - x\lambda)\left(1 + \dfrac{z_{\max}}{z_{\min}}\right)$;	$i_{1\text{н}}^4 \geqslant (1 - x\lambda\left(1 + \dfrac{z_{\max}}{z_{\min}}\right)$;
$z_{4\max} < z_{\max}$	$i_{1\text{н}}^4 < \dfrac{1 - x\lambda}{1 - x\lambda \dfrac{\sin\beta - \dfrac{2}{z_{\max}}}{1 - \dfrac{2}{z_{\max}}}}$;	$i_{1\text{н}}^4 \geqslant \dfrac{1 - x\lambda}{1 - \dfrac{\sin\beta - \dfrac{2\lambda}{z_{\max}}}{1 - \dfrac{2}{x z_{\max}}}}$;
$z_1 < z_4$	$i_{1\text{н}}^4 < 1 - x$;	
$z_2 \leqslant z_4$	$i_{1\text{н}}^4 \leqslant \dfrac{1 - x\lambda}{1 - x\lambda \dfrac{1}{x + 1}}$ при $\lambda < 1 + \dfrac{1}{x}$;	$i_{1\text{н}}^4 \geqslant \dfrac{1 - x\lambda}{1 - x\lambda \dfrac{1}{x + 1}}$ при $\lambda < 1 + \dfrac{1}{x}$;
$z_3 < z_4$	$i_{1\text{н}}^4 \leqslant \dfrac{2(1 - x\lambda)}{2 - x\lambda}$;	$i_{1\text{н}}^4 \geqslant \dfrac{2(1 - x\lambda)}{2 - x\lambda}$ при $x\lambda < 2$;
$z_1 \geqslant z_{\min}$	$i_{1\text{н}}^4 \geqslant 1 - x\dfrac{z_{\max}}{z_{\min}}$;	
$z_2 \geqslant z_{\min}$	$i_{1\text{н}}^4 \geqslant \dfrac{1 - x\lambda}{1 - x\lambda \dfrac{1}{1 + x\dfrac{z_{\max}}{z_{\min}}}}$;	$i_{1\text{н}}^4 \leqslant \dfrac{1 - x\lambda}{1 - x\lambda \dfrac{1}{1 + x\dfrac{z_{\max}}{z_{\min}}}}$;
$z_3 \geqslant z_{\min}$	$i_{1\text{н}}^4 > \dfrac{1 - x\lambda}{1 - x\lambda \dfrac{1}{1 + \dfrac{z_{\max}}{z_{\min}}}}$;	$i_{1\text{н}}^4 < \dfrac{1 - x\lambda}{1 - x\lambda \dfrac{1}{1 + \dfrac{z_{\max}}{z_{\min}}}}$;

Таблица 3

Системы неравенств для *II*-передачи

	$x\lambda < 1$	$x\lambda > 1$
$z_{1\max} \leqslant z_{\max}$	$i^4_{1н} \geqslant \frac{1-x\lambda}{1+x\lambda\sin\beta}\left(1+\frac{2}{z_{\max}}\right);$	$i^4_{1н} \leqslant \frac{1-x\lambda}{1+\sin\beta}\left(1+\frac{2}{z_{\max}}\right);$
$z_4 \leqslant z_1$	$i^4_{1н} > 1-x;$	
$z_2 \geqslant z_{\min}$	$i^4_{1н} > (1-x\lambda)\left(1-\frac{z_{\min}}{z_{\max}}\right);$	$i^4_{1н} < (1-x\lambda)\left(1-\frac{z_{\min}}{z_{\max}}\right);$
$z_3 \geqslant z_{\min}$	$i^4_{1н} > (1-x\lambda)\left(1-x\frac{z_{\min}}{z_{\max}}\right);$	$i^4_{1н} < (1-x\lambda)\left(1-x\frac{z_{\min}}{z_{\max}}\right):$
$z_{4\max} < z_{\max}$	$i^4_{1н} \geqslant \frac{1-x\lambda}{1+x\lambda\frac{\sin\beta-\frac{2}{z_{\max}}}{1+\frac{2}{z_{\max}}}};$	$i^4_{1н} \leqslant \frac{1-x\lambda}{1+\frac{\sin\beta-\frac{2\lambda}{z_{\max}}}{1+\frac{2}{xz_{\max}}}},$
$z_1 < z_4$	$i^4_{1н} \leqslant 1-x;$	
$z_2 \geqslant z_{\min}$	$i^4_{1н} \leqslant \frac{1-x\lambda}{1+x\lambda\frac{1}{x\frac{z_{\max}}{z_{\min}}-1}};$	$i^4_{1н} \geqslant \frac{1-x\lambda}{1+x\lambda\frac{1}{x\frac{z_{\max}}{z_{\min}}-1}};$
$z_3 \geqslant z_{\min}$	$i^4_{1н} < \frac{1-x\lambda}{1+x\lambda\frac{1}{\frac{z_{\max}}{z_{\min}}-1}};$	$i^4_{1н} \geqslant \frac{1-x\lambda}{1+x\lambda\frac{1}{\frac{z_{\max}}{z_{\min}}-1}};$

Графическое решение представленных в табл. 2 и 3 неравенств показано на рис. 3 и 4. Численные значения соответствуют тем же условиям, что и для *AI*-передачи.

На основании полученных выражений можно установить область любого передаточного отношения планетарной передачи, использовать известные зависимости: $i^н_{14} = 1 - i^4_{1н}$;

$$i^н_{41} = \frac{1}{1-i^4_{1н}}; \quad i^1_{4н} = \frac{i^4_{1н}}{i^4_{1н}-1}; \quad i^4_{н1} = \frac{1}{i^4_{1н}}; \quad i^1_{н4} = \frac{i^4_{1н}-1}{i^4_{1н}}.$$

Применим этот метод для случаев более сложных планетарных передач.

1. $\overline{AII}$-передача (рис. 1*д*).

Основные уравнения при $\lambda = \frac{m_{125}}{m_{34}}$ и $x = \frac{z_2}{z_3}$:

$$i^5_{14} = \frac{1+\frac{z_5}{z_1}}{1-\frac{z_3 z_5}{z_2 z_4}};$$

$$\lambda(z_1+z_2)=\lambda(z_5-z_2)=z_4-z_3;$$

$$z_1:z_2:z_3:z_4:z_5=$$

$$=z_1:z_1\frac{i_{14}^{5}(x\lambda-1)-2x\lambda}{2(x\lambda+1)}:z_1\frac{i_{14}^{5}(x\lambda-1)-2x\lambda}{2x(x\lambda+1)}:z_4\frac{i_{14}^{5}(x\lambda-1)}{2x}:z_1\frac{(x\lambda-1)(i_{14}^{5}-1)}{x\lambda+1};$$

$$(z_1+z_2)\sin\beta\geqslant z_2+2 \text{ при } x\lambda>1;$$

$$\lambda(z_1+z_2)\sin\beta\geqslant z_3+2 \text{ при } x\lambda<1.$$

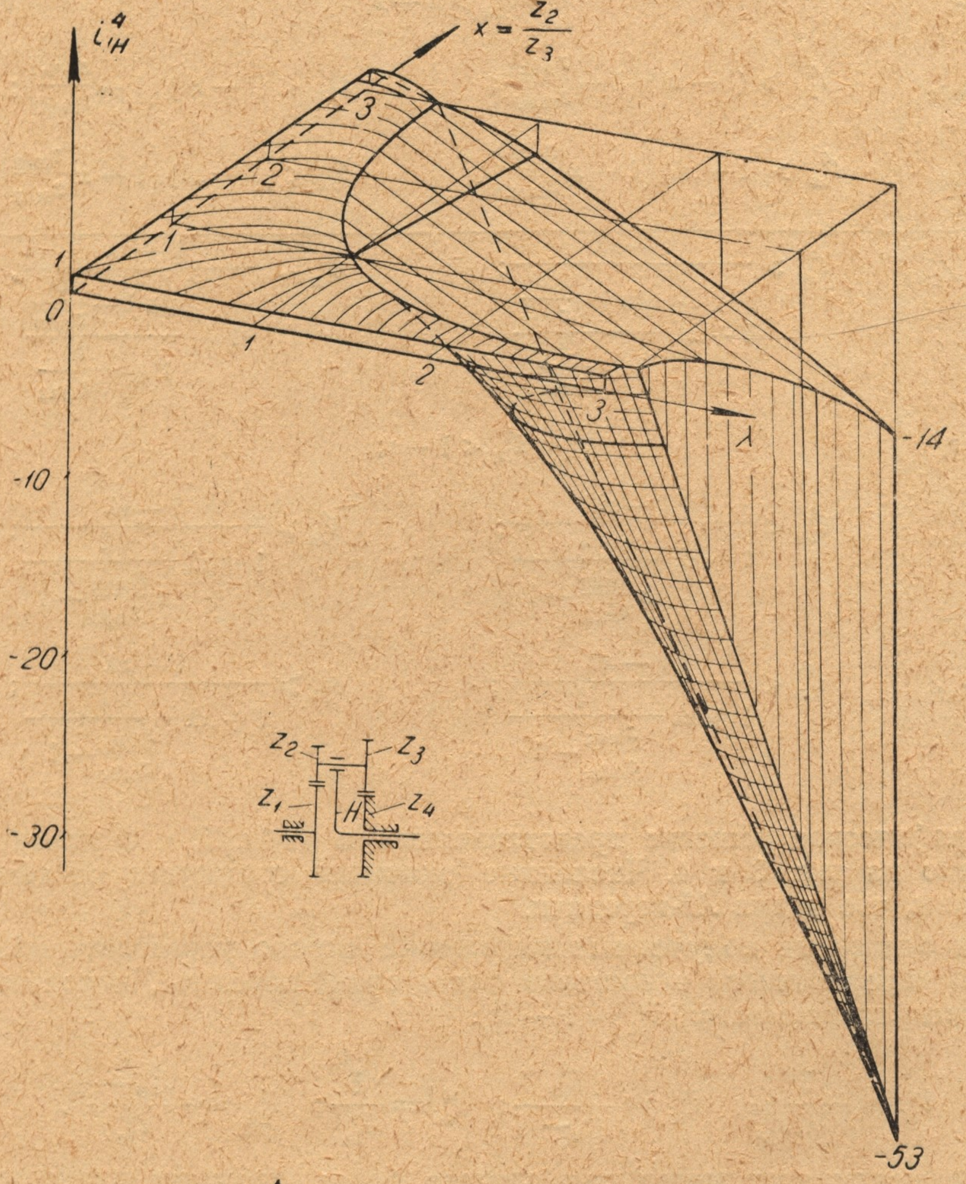

Рис. 3. Диаграмма $i^4_{1H}=f(x,\lambda)$ для AA-передачи (k-3; $15\leqslant z\leqslant 300$)

Системы неравенств, определяющие области передаточных отношений, сведены в табл. 4 и графически представлены на рис. 5.

2. Замкнутая планетарная $AIII$-передача (рис. 1e).

Использовав формулу Виллиса, получим следующее выражение для передаточного отношения данной передачи:

$$i_{18}^{H'}=i_{1H}^{4}+i_{14}^{H'}\cdot i_{58}^{H'}=1+\frac{z_2z_4}{z_1z_3}-\frac{z_2z_4}{z_1z_3}\cdot\frac{z_6z_8}{z_5z_7},$$

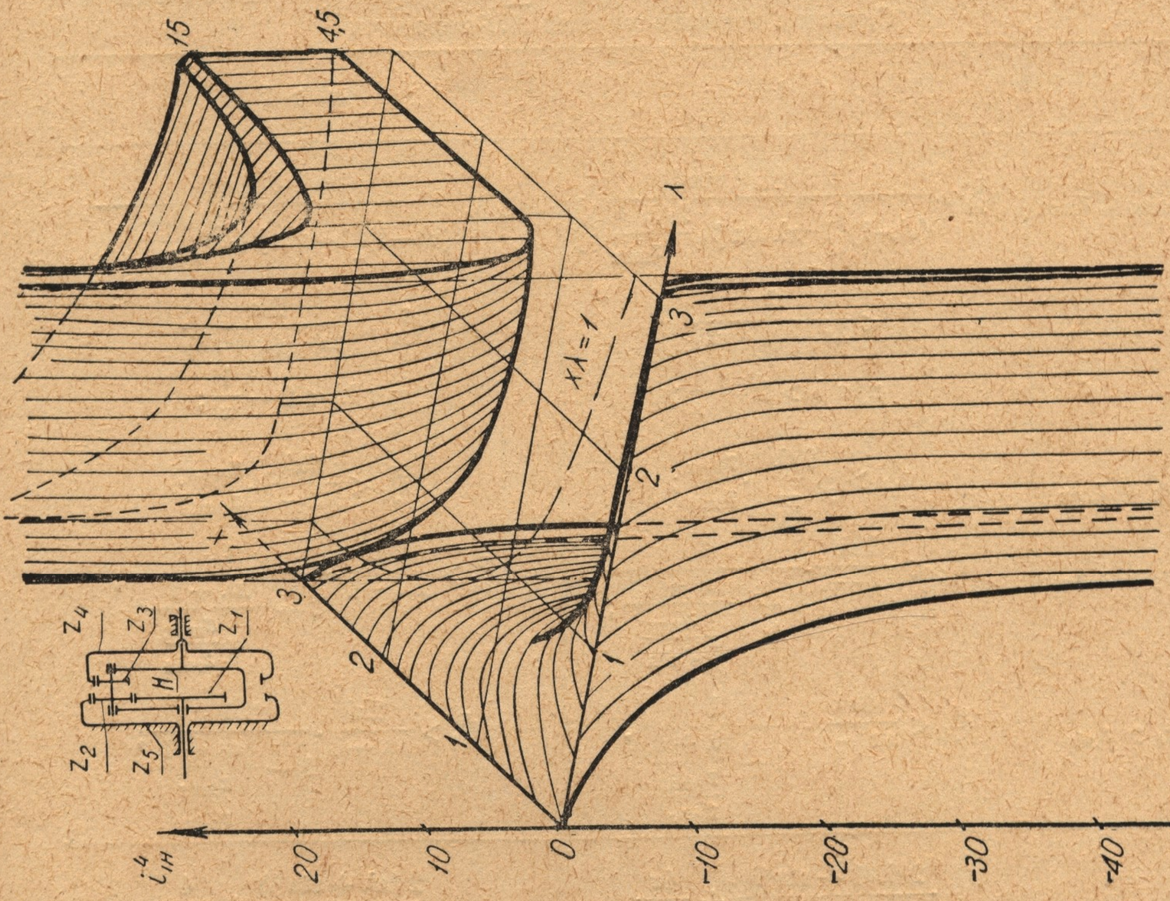

Рис. 5. Диаграмма $i^5_{1H} = f(x, \lambda)$ для AII-гередача ($k=3$; $15 \leqslant z \leqslant 300$)

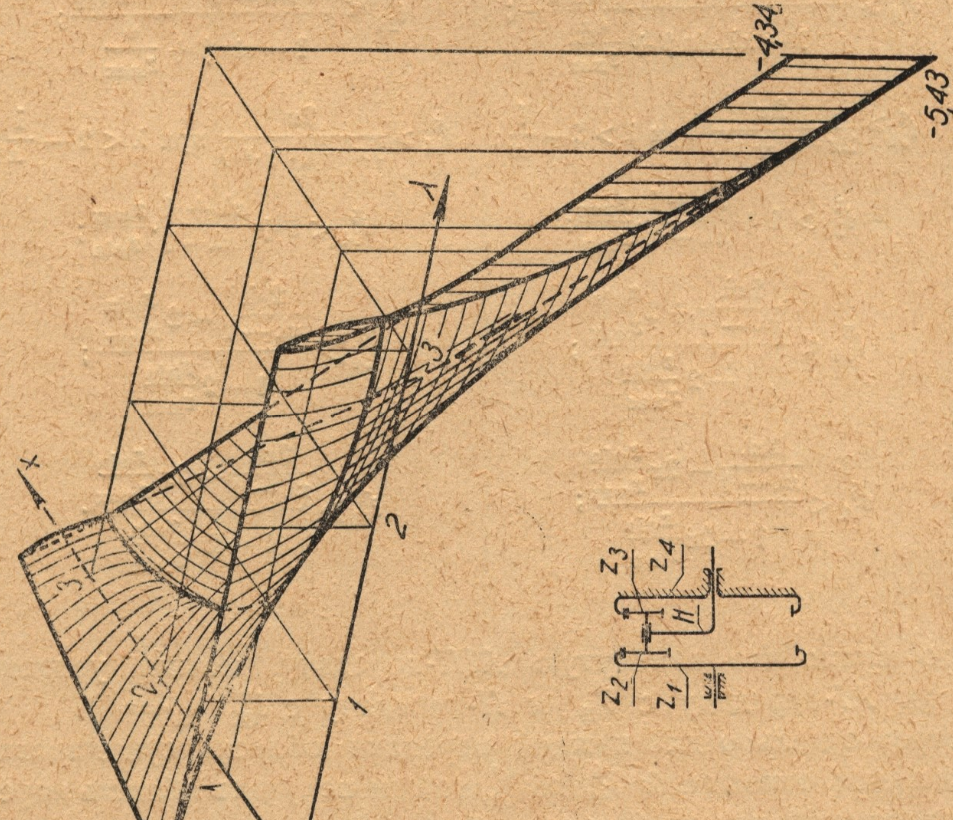

Рис. 4. Диаграмма $i^4_{1H} = f(x, \lambda)$ для II-передачи ($k=3$; $15 \leqslant z \leqslant 300$)

Таблица 4

Системы неравенств для $\bar{A}II$-передачи

	$x\lambda < 1$	$x\lambda > 1$
$z_{4\max} \leqslant z_{\max}$	$i_{14}^{5} \geqslant \dfrac{2x\lambda(1+\sin\beta)}{(x\lambda-1)\left[1-x\lambda\sin\beta+\dfrac{2(x\lambda+1)}{z_{\max}}\right]}$;	$i_{14}^{5} \leqslant \dfrac{2(x\lambda+\sin\beta)}{(x\lambda-1)\left[1-\sin\beta+\dfrac{2(x\lambda+1)}{xz_{\max}}\right]}$;
$z_5 \leqslant z_4$	$i_{14}^{5} \leqslant \dfrac{2x}{2x-(1+x\lambda)}$ при $\lambda > 2-\dfrac{1}{x}$;	$i_{14}^{5} \leqslant \dfrac{2x}{2x-(1+x\lambda)}$ при $\lambda < 2-\dfrac{1}{x}$;
$z_1 \geqslant z_{\min}$	$i_{14}^{5} > \dfrac{2x\lambda}{x\lambda-1}\cdot\dfrac{z_{\max}}{z_{\min}}$;	$i_{14}^{5} < \dfrac{2x\lambda}{x\lambda-1}\cdot\dfrac{z_{\max}}{z_{\max}}$;
$z_2 \geqslant z_{\min}$	$i_{14}^{5} < \dfrac{2x\lambda}{x\lambda-1}\cdot\dfrac{1}{1-\dfrac{x\lambda+1}{x\dfrac{z_{\max}}{z_{\min}}}}$;	$i_{14}^{5} > \dfrac{2x\lambda}{x\lambda-1}\cdot\dfrac{1}{1-\dfrac{x\lambda+1}{x\dfrac{z_{\max}}{z_{\min}}}}$;
$z_3 \geqslant z_{\min}$	$i_{14}^{5} < \dfrac{2x\lambda}{xz-1}\cdot\dfrac{1}{1-\dfrac{x\lambda+1}{\dfrac{z_{\max}}{z_{\min}}}}$;	$i_{14}^{5} > \dfrac{2x\lambda}{x\lambda-1}\cdot\dfrac{1}{1-\dfrac{x\lambda+1}{\dfrac{z_{\max}}{z_{\min}}}}$;
$z_{5\max} \leqslant z_{\max}$	$i_{14}^{5} \geqslant \dfrac{\dfrac{2x\lambda(1+\sin\beta)}{x\lambda-1}+\dfrac{4x}{z_{\max}}}{1-x\lambda\sin\beta+\dfrac{4x}{z_{\max}}}$;	$i_{14}^{5} \leqslant \dfrac{\dfrac{2(x\lambda+\sin\beta)}{x\lambda-1}+\dfrac{4}{z_{\max}}}{1-\sin\beta+\dfrac{4}{z_{\max}}}$;
$z_4 \leqslant z_5$	$i_{14}^{5} \geqslant \dfrac{2x}{2x-(1+x\lambda)}$ при $\lambda > 2-\dfrac{1}{x}$;	$i_{14}^{5} \geqslant \dfrac{2x}{2x-(1+x\lambda)}$ при $\lambda < 2-\dfrac{1}{x}$;
$z_1 \leqslant z_{\min}$	$i_{14}^{5} > 1+\dfrac{x\lambda+1}{x\lambda-1}\cdot\dfrac{z_{\max}}{z_{\min}}$:	$i_{14}^{5} < 1+\dfrac{x\lambda+1}{x\lambda-1}\cdot\dfrac{z_{\max}}{z_{\min}}$;
$z_2 \geqslant z_{\min}$	$i_{14}^{5} < \dfrac{\dfrac{2x\lambda}{x\lambda-1}+2\dfrac{z_{\min}}{z_{\max}}}{1-2\dfrac{z_{\min}}{z_{\max}}}$;	$i_{14}^{5} > \dfrac{\dfrac{2x\lambda}{x\lambda-1}-2\dfrac{z_{\min}}{z_{\max}}}{1-2\dfrac{z_{\min}}{z_{\max}}}$;
$z_3 \geqslant z_{\min}$	$i_{14}^{5} < \dfrac{\dfrac{2x\lambda}{x\lambda-1}-2x\dfrac{z_{\min}}{x_{\max}}}{1-2x\dfrac{z_{\min}}{z_{\max}}}$;	$i_{14}^{5} > \dfrac{\dfrac{2x\lambda}{x\lambda-1}-2x\dfrac{z_{\min}}{z_{\max}}}{1-2x\dfrac{z_{\min}}{z_{\max}}}$.

из которого видно, что замкнутую $AIII$-передачу можно условно разделить на AI-передачу с $i_{1н}^{4}$ и II-передачу с $i_{58}^{н'}$ $(\omega_{н'}=0)$.

Рассмотрев отдельно для каждой передачи область существования передаточных отношений $i_{1н}^{4}$ и $i_{58}^{н'}$, можем получить область передаточных отношений для всей передачи.

Так, при $0{,}5 \leqslant x \leqslant 2$ и $0{,}5 \leqslant \lambda \leqslant 2$ имеем при $k=3$ для $AI: i_{1н}^{4} \approx$ $\approx 1{,}8 \div 31$; $i_{14}^{н} \approx -(0{,}8 \div 30)$; для $II: i_{5н'}^{8} \approx +0{,}3 \div -3{,}7$; $i_{58}^{'н} \approx +$

$+0{,}7 \div 4{,}7$, следовательно, для $AIII$-передачи получим $i_{18}^{н'} \approx +10 \div \to -110$.

Конструктору часто необходимо знать только ориентировочно пределы передаточных отношений, между которыми будет выбрано требуемое передаточное число. Тем более, что предельные значения могут оказаться невыгодными либо с точки зрения к. п. д. передачи,

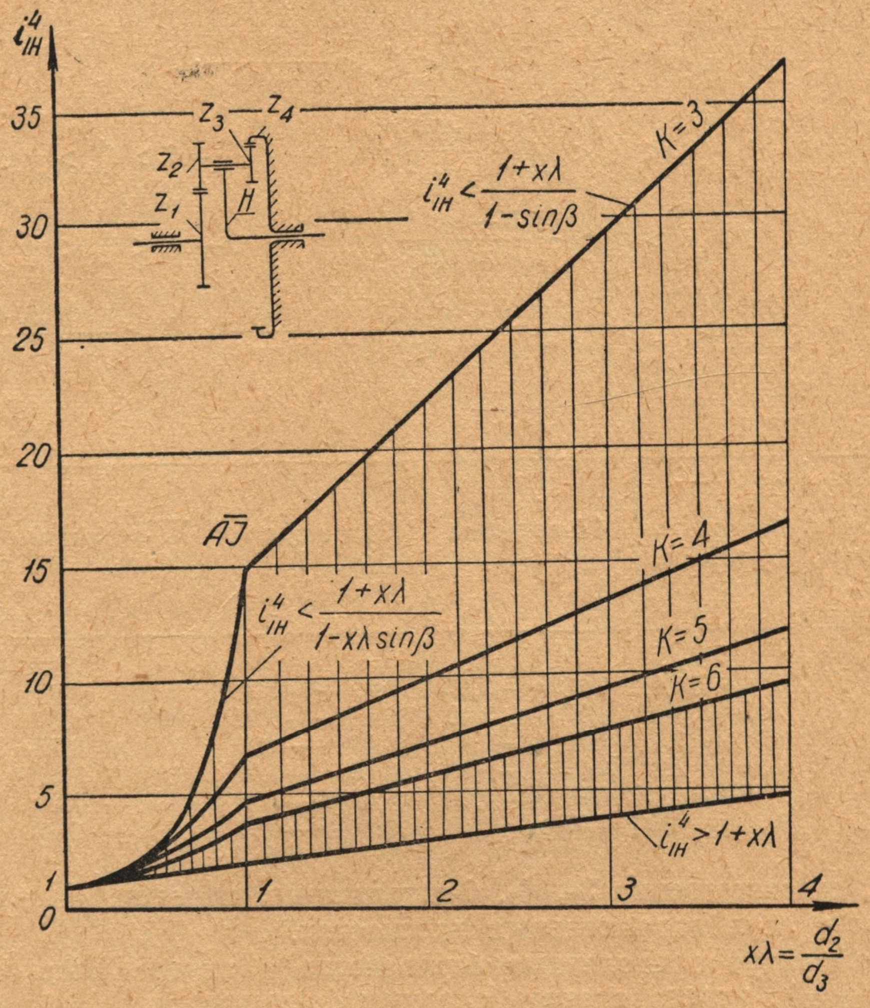

Рис. 6. Диаграмма $i_{1н}^{4} = f(x\lambda, k)$ для AI-передачи при $z_{max} \to \infty$.

либо конструкции. В этом случае исследование можно упростить, усилив все приведенные неравенства до $\lim\limits_{z_{max}\to\infty} i_{ав}^{c}$.

При $0{,}5 \leqslant x \leqslant 2$ и $0{,}5 \leqslant \lambda \leqslant 2$, что наиболее часто **встречается** в практике, такое упрощение не дает ошибки более $10 \div 15\%$.

Полученные при этом неравенства сведены в табл. 5 и графически представлены на рис. 6, 7, 8, 9.

На рис. 10 показана совмещенная диаграмма, дающая наглядное представление об области передаточных отношений для основных типов планетарных передач, а в табл. 6 даны диапазоны передаточных отношений $i_{1н}^{4}$ при $0{,}5 \leqslant x\lambda \leqslant 2$ и числах зубьев колес, **находящихся** в интервале $15 \leqslant z \leqslant 300$.

Необходимо отметить, что области передаточных отношений для 6-, 8-, 12-сателлитных планетарных передач можно расширить до об-

Таблица 5

Тип передачи	$x\lambda < 1$	$x\lambda > 1$
AI	$1 + x\lambda < i_{1н}^4 < \dfrac{1 + x\lambda}{1 - x\lambda \sin\beta}$;	$1 + x\lambda < i_{1н}^4 \dfrac{1 + x\lambda}{1 - \sin\beta}$;
$\overline{AI}$	$2 < i_{1н}^4 < \dfrac{2}{1 - \sin\beta}$;	
AA	$1 - x\lambda < i_{1н}^4 < \dfrac{1 - x\lambda}{1 - x\lambda \sin\beta}$;	$1 - x\lambda > i_{1н}^4 > \dfrac{1 - x\lambda}{1 - \sin\beta}$;
II	$1 - x\lambda > i_{1н}^4 > \dfrac{1 - x\lambda}{1 + x\lambda \sin\beta}$;	$1 - x\lambda < i_{1н}^4 < \dfrac{1 - x\lambda}{1 + \sin\beta}$;
$\overline{AII}$	$\dfrac{2x\lambda}{x\lambda - 1} > i_{14}^5 > \dfrac{2x\lambda\,(1 + \sin\beta)}{(x\lambda - 1)\,(1 - x\lambda \sin\beta)}$;	$\dfrac{2x\lambda}{x\lambda - 1} < i_{14}^5 < \dfrac{2\,(x\lambda + \sin\beta)}{(x\lambda - 1)\,(1 - \sin\beta)}$.

Таблица 6

Число сателлитов	AI-передача (рис. 1 *а*)	AA-передача (рис. 1 *б*)	II-передача (рис. 1 *в*)	$\overline{AI}$-передача (рис. 1 *г*)	$\overline{AII}$-передача (рис. 1 *д*)
$k = 3$	$1{,}55 \div 21{,}0$	$0{,}88 \div -7{,}35$	$0{,}48 \div -0{,}91$	$2{,}11 \div 13{,}7$	от $-2{,}2$ до $-\infty$ и от $+4{,}7$ до $+\infty$ для всех k
$k = 4$	$1{,}55 \div 9{,}9$	$0{,}77 \div -3{,}40$	$0{,}48 \div -0{,}91$	$2{,}11 \div 6{,}50$	
$k = 5$	$1{,}55 \div 7{,}1$	$0{,}70 \div -2{,}40$	$0{,}48 \div -0{,}91$	$2{,}11 \div 4{,}75$	
$k = 6$	$1{,}55 \div 5{,}9$	$0{,}66 \div -1{,}98$	$0{,}48 \div -0{,}91$	$2{,}11 \div 3{,}92$	
$k = 8$	$1{,}55 \div 4{,}8$	$0{,}61 \div -1{,}61$	$0{,}48 \div -0{,}91$	$2{,}11 \div 3{,}20$	
$k = 12$	$1{,}55 \div 4{,}0$	$0{,}57 \div -1{,}34$	$0{,}48 \div -0{,}91$	$2{,}11 \div 2{,}66$	

ластей, соответственно 3-, 4-, 6-сателлитных передач, расположив сателлиты в двух параллельных плоскостях.

Анализируя приведенные неравенства и их графическое решение (рис. $2 \div 10$), можно сделать следующие выводы:

1. Области передаточных отношений $i_{1н}^4$ при увеличении числа сателлитов значительно сокращаются для всех типов планетарных передач.

2. Области передаточных отношений $i_{1н}^4$ для всех основных типов планетарных передач расширяются при увеличении отношения $x\lambda = \dfrac{d_2}{d_3}$, причем передача II для выбранного $\dfrac{d_2}{d_3}$ дает весьма небольшой диапазон изменения передаточного отношения (рис. 8).

3. При помощи планетарных передач типа AA и II можно достигнуть очень больших положительных и отрицательных передаточных отношений $i_{н1}^4$ при приближении $\dfrac{d_2}{d_3}$ к единице. При $\dfrac{d_2}{d_3} = 2 \div 4$ и $\dfrac{d_2}{d_3} = \dfrac{1}{2} \div \dfrac{1}{4}$ эти передачи дают небольшие передаточные отношения $i_{н1}^4$ (положительные при $\dfrac{d_2}{d_3} = \dfrac{1}{2} \div \dfrac{1}{4}$ и отрицательные при $\dfrac{d_2}{d_3} =$

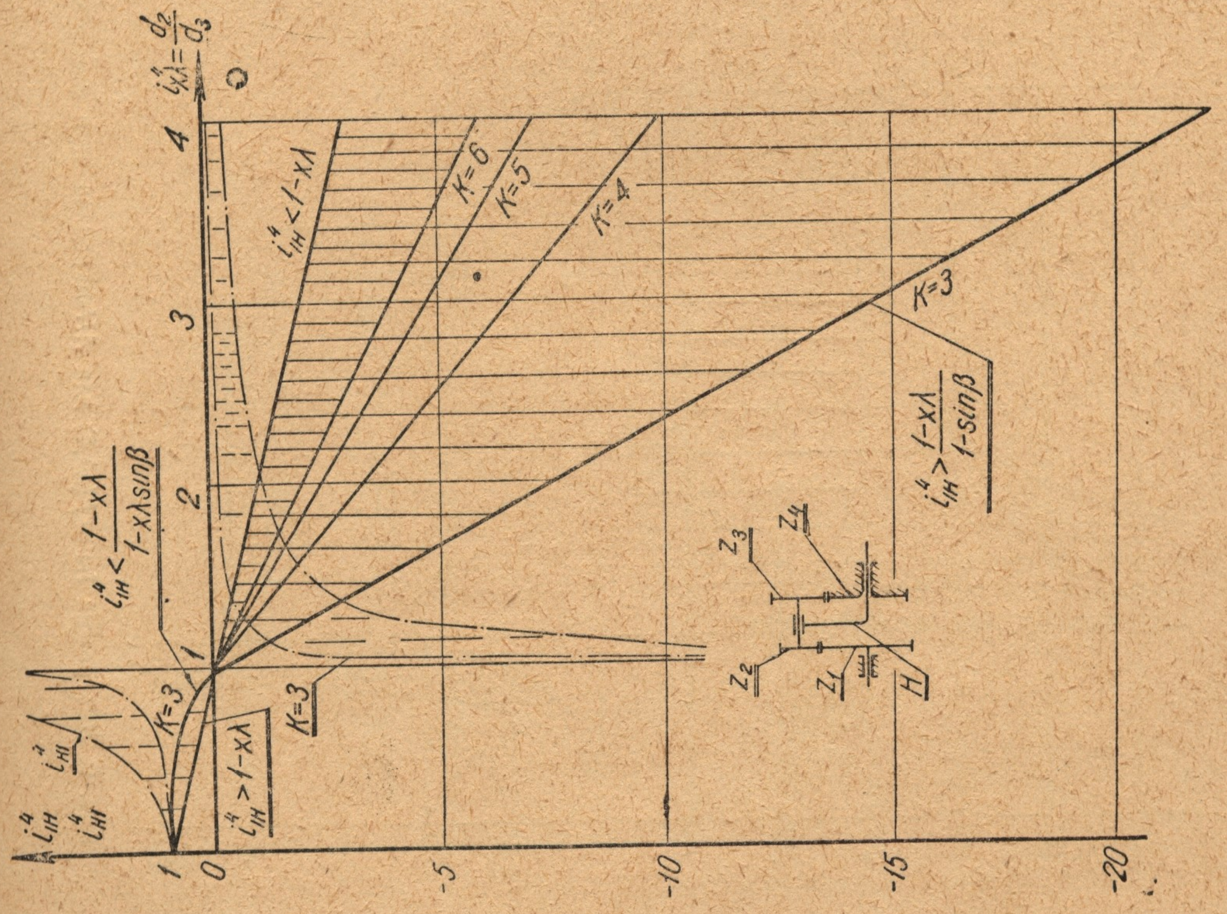

Рис. 7. Диаграмма $\overset{4}{i}_{H1} = f(x\lambda, k)$ для AA-передачи при $z_{max} \to \infty$. Штрихпунктирными линиями показана диаграмма $\overset{4}{i}_{H1}$ $f(x\lambda, k)$

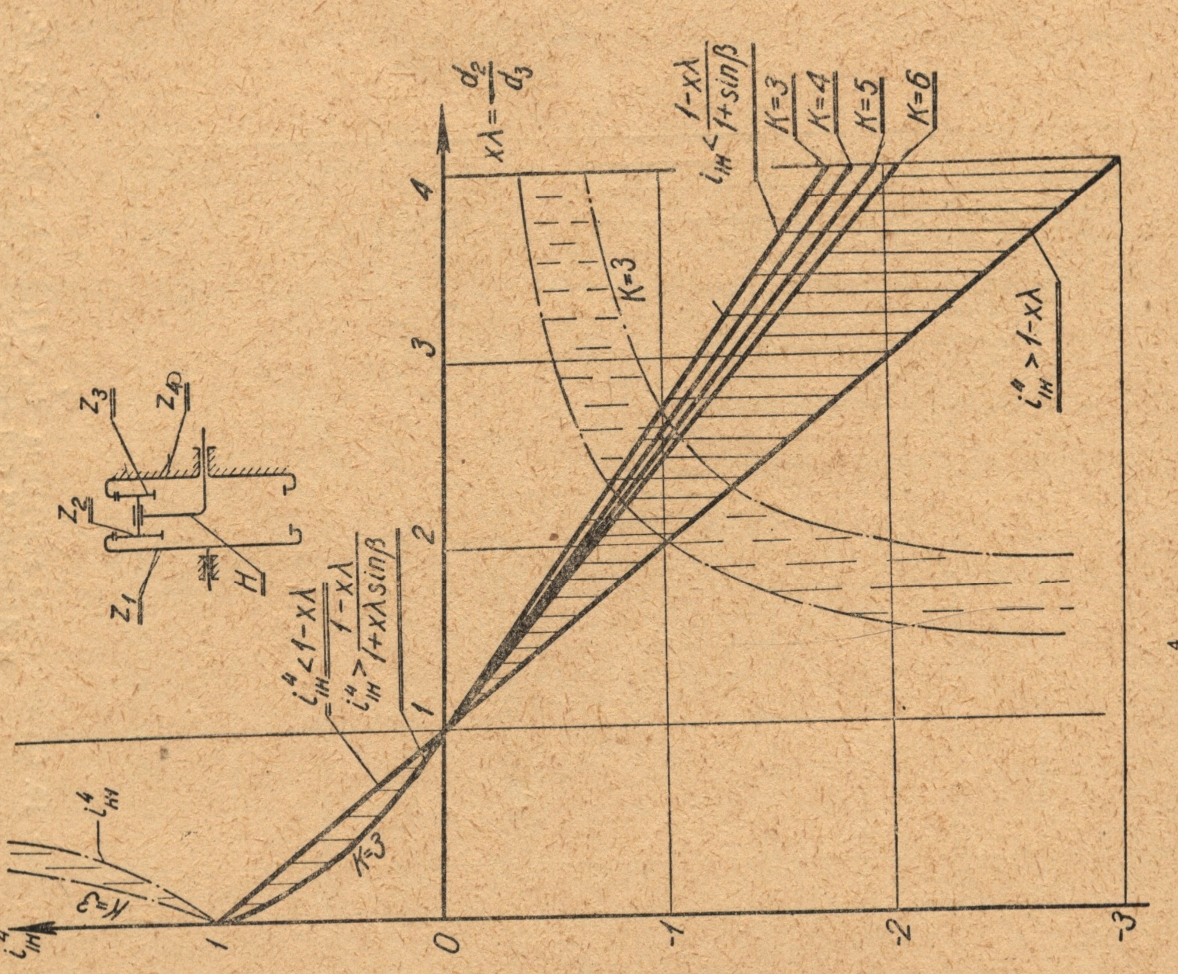

Рис. 8. Диаграмма $\overset{4}{i}_{H1} = f(x\lambda, k)$ для II-передачи при $z_{max} \to \infty$. Штрихпунктирными линиями показана диаграмма $\overset{4}{i}_{H1} = f(x\lambda, k)$

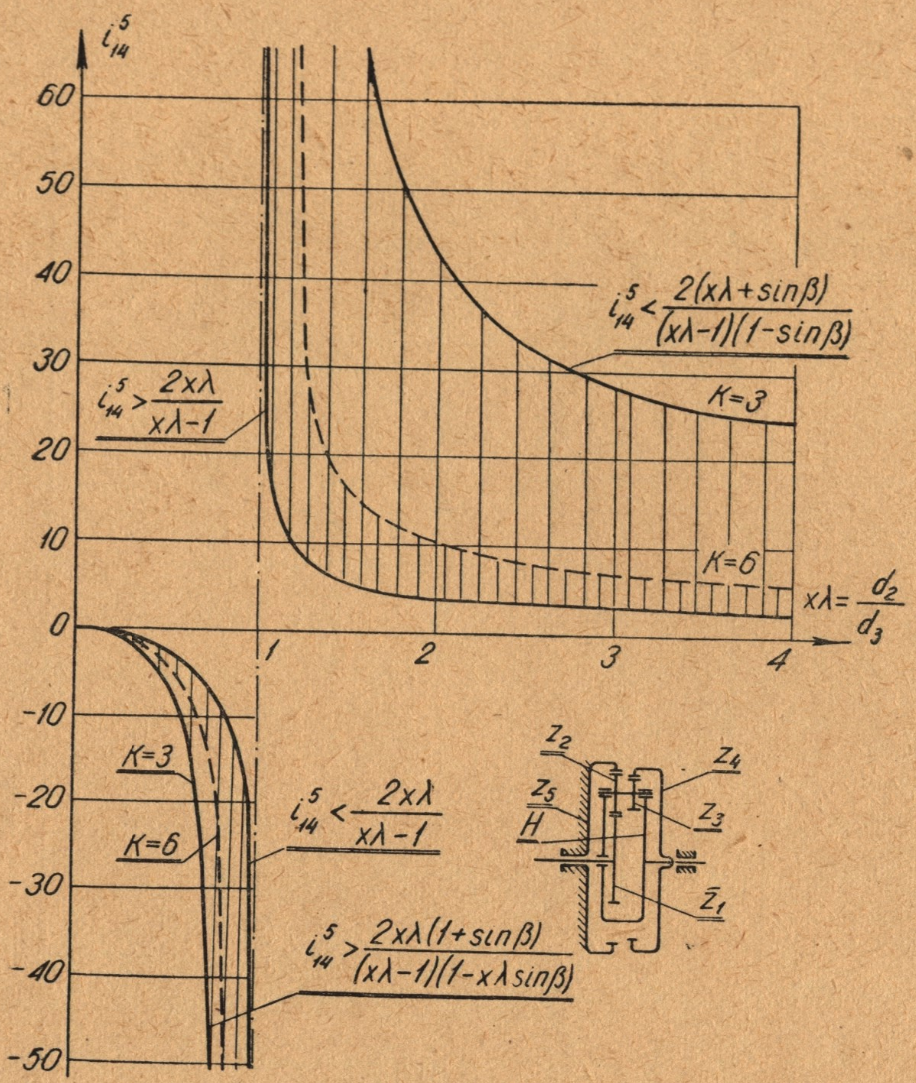

Рис. 9. Диаграмма $i_{14}^{5} = f(x\lambda, k)$ для *AII*-передача при $z_{max} \to \infty$

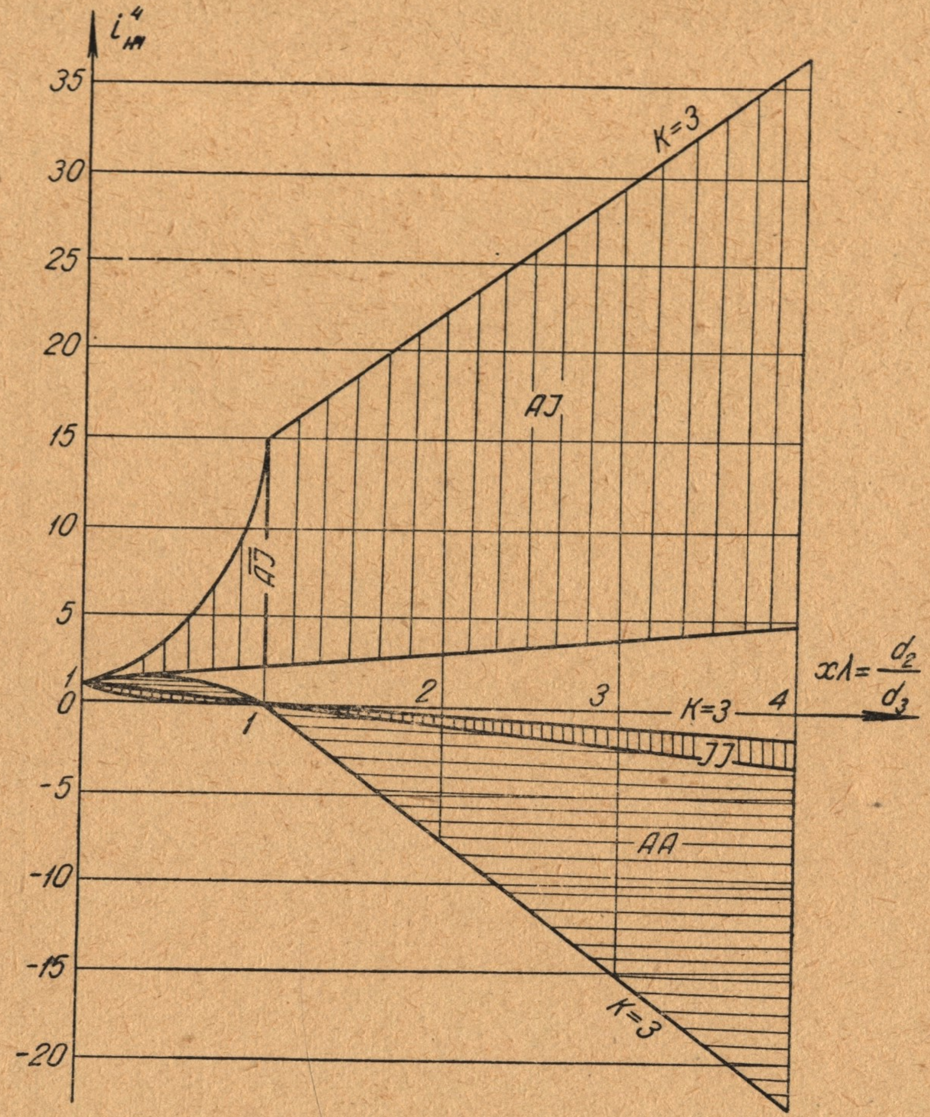

Рис. 10. Совмещенная диаграмма $i_{1H}^{4} = f(x\lambda, k)$ для *AI*-, *AA*-, *II*-. и *AI*-передач при $z_{max} \to \infty$

$=2\div 4\Big)$, причем диапазон их изменений для выбранного $\frac{d_2}{d_3}$ весьма небольшой.

4. Передача $\overline{A\Pi}$ дает возможность получить очень большие передаточные отношения i_{14}^{5}, как положительные так и отрицательные, при $\frac{d_2}{d_3}$, близком к единице. Для выбранного отношения $\frac{d_2}{d_3}$ данная передача имеет сравнительно широкий диапазон изменения i_{14}^{5}.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кудрявцев В. Н. Исследование планетарных передач, Тр. семинара по ТММ, т. III, вып. 11, Изд-во АН СССР, 1947.
2. Кудрявцев В. Н. Синтез планетарных коробок скоростей, сб. ВНИТО-МАШ «Передачи в машиностроении», Машгиз, 1961.
3. Кудрявцев В. Н. Выбор типов передач, Машгиз, М., 1955.
4. Руденко Н. Ф. Планетарные передачи, Машгиз, М., 1947.
5. Хронин Д. В. Условия сборки планетарных редукторов, Тр. МАИ, вып. 18, Оборонгиз, 1953.