

СОПРОТИВЛЕНИЕ ЗАГОТОВКИ ПЛАСТИЧЕСКОЙ  
ДЕФОРМАЦИИ ПРИ ФОРМООБРАЗОВАНИИ  
СФЕРИЧЕСКОЙ ДЕТАЛИ

А. П. Барсуков

Рассмотрим деформирование тонкой плоской заготовки равномерно распределенной нагрузкой при формообразовании из нее сферической детали.

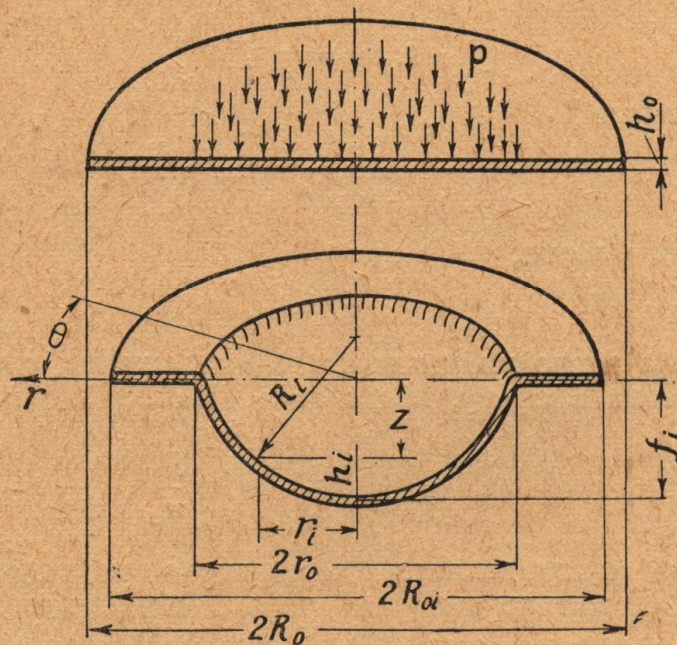


Рис. 1. Геометрические характеристики заготовки и детали.

На рис. 1 приведены основные геометрические характеристики заготовки и детали. Выразим переменный радиус сферы  $R_i$  через радиус очка матрицы  $r_0$  и максимальный прогиб заготовки  $f_i$  по уравнению:

$$R_i^2 = r_0^2 + (R_i - f_i)^2, \quad (1)$$

откуда

$$R_i = \frac{r_0^2 + f_i^2}{2f_i}. \quad (2)$$

Используем условие постоянства объема деформируемого металла. При сохранении неизменной начальной толщины заготовки  $h_0$  запишем:

$$\pi R_0^2 h_0 = \pi (R_{0i}^2 - r_0^2) h_0 + 2\pi f_i R_i h_0. \quad (3)$$



Для сферических деталей различных радиусов кривизны  $R_i$  и прогибов  $f_i$  изменение радиальных напряжений показано на рис. 2, откуда видно, что с увеличением прогиба заготовки величина радиальных напряжений во фланце уменьшается.

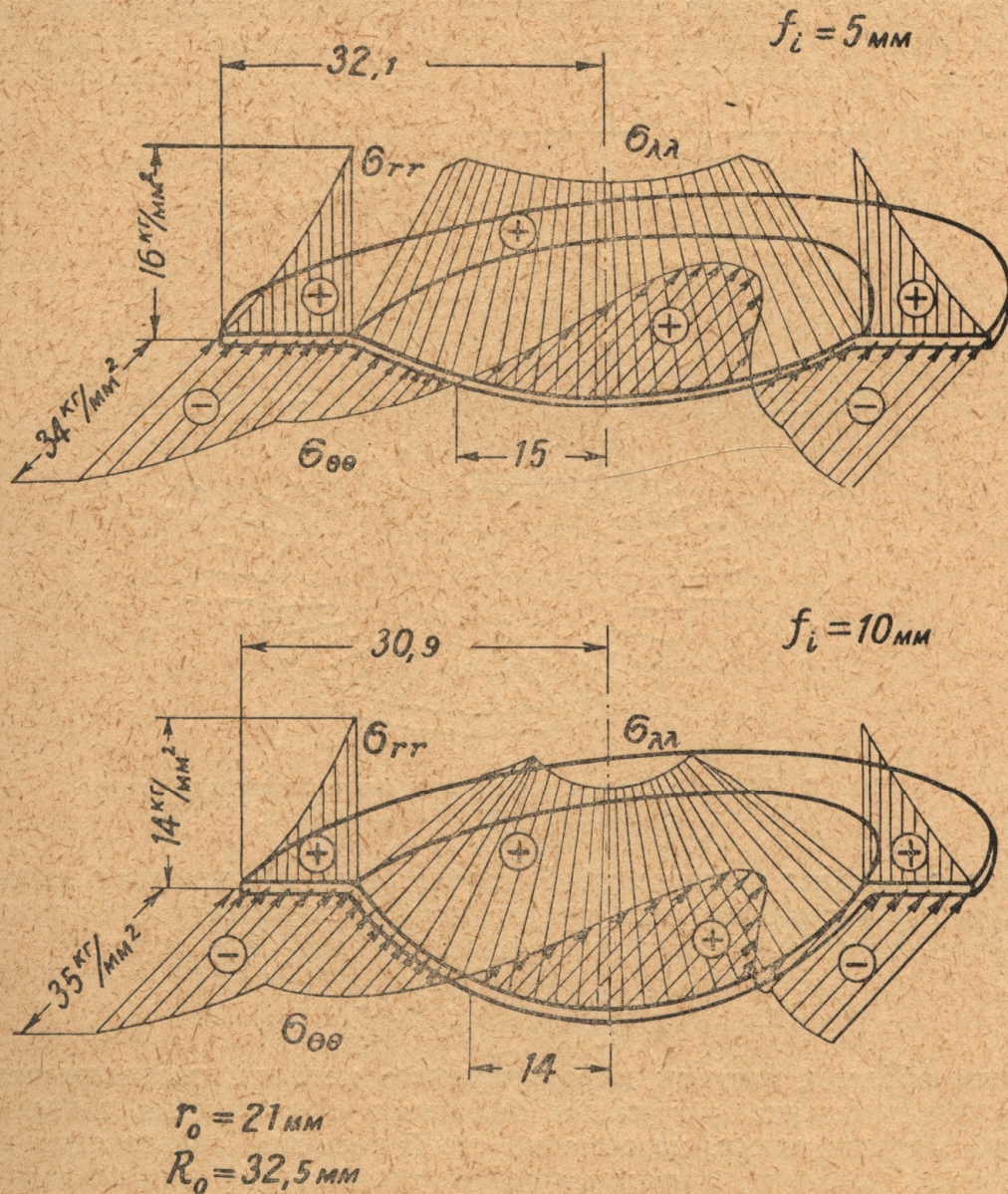


Рис. 2. Эпюры напряжений при формообразовании сферической детали.

Тангенциальные напряжения в любой точке фланца заготовки можно записать, так же как и радиальные, в зависимости от радиуса заготовки  $R_0$  и величины прогиба в данный момент деформирования:

$$\sigma_{\theta\theta} = -\frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_s \left( 1 - \ln \frac{\sqrt{R_0^2 - f_i^2}}{r} \right). \quad (14)$$

Диаграмма изменения тангенциальных напряжений приведена на рис. 2.

Тангенциальные напряжения будут достигать максимальных значений на периферии фланца заготовки, т. е. при  $r = R_0$ :

$$\sigma_{\theta\theta_{\max}} = -\frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_s. \quad (15)$$



а минимального значения они достигают при  $r = r_0$ :

$$\sigma_{\theta\theta_{\min}} = -\frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_s \left(1 - \ln \frac{R_{0l}}{r_0}\right). \quad (16)$$

С увеличением прогиба заготовки тангенциальные напряжения на протяжном ребре матрицы возрастают по абсолютной величине. В зависимости от размеров заготовки и детали схема напряженного со-

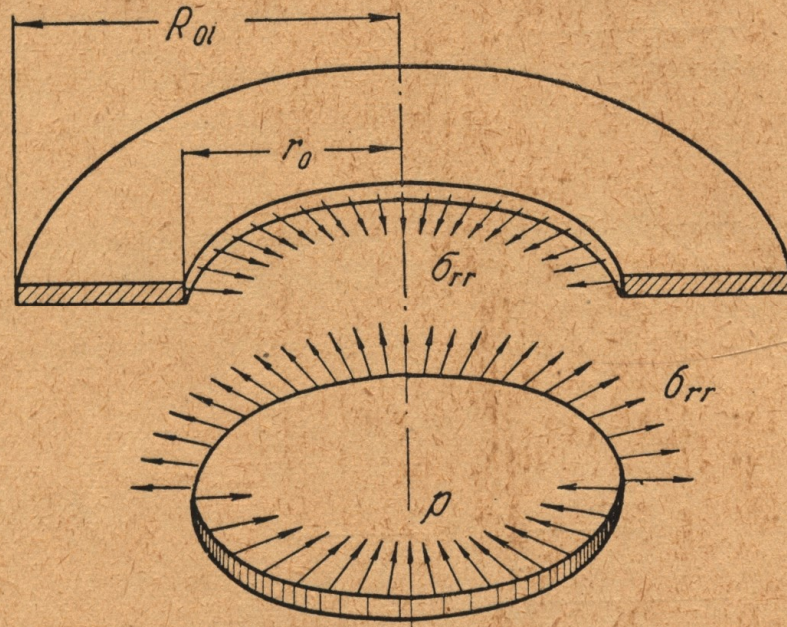


Рис. 3. Схема действия давления и напряжений при формообразовании сферической детали.

стояния металла изменяется. В случае, если соотношение диаметров заготовки и очка матрицы таково, что  $\sigma_{rr}$  достигает  $\sigma_s$ , то тангенциальные напряжения на протяжном ребре матрицы равны:

$$\sigma_{\theta\theta} = -0,155\sigma_s. \quad (17)$$

Таким образом, частицы деформируемого металла, расположенные на периферии фланца, нагружены большими сжимающими тангенциальными напряжениями, которые по своей величине превосходят предел текучести металла, а радиальные растягивающие напряжения близки к нулю. Это приводит зачастую к образованию гофров на фланце заготовки. Если же рассматривать схему напряженного состояния вблизи протяжного ребра матрицы, то тангенциальные сжимающие напряжения в этом месте падают, а возникают значительные по величине радиальные растягивающие напряжения.

Величину потребного давления для деформирования фланца заготовки можно найти из условия равновесия частей заготовки (рис. 3), если условно вырезать из заготовки сферическую часть.

К заготовке приложена равномерно распределенная нагрузка  $p$ , которая уравнивается сопротивлением фланца заготовки пластической деформации. Из условия равновесия имеем:

$$q_{\text{фл}}\pi r_0^2 = \sigma_{rr}h_0 2\pi r_0, \quad (18)$$

откуда

$$q_{\text{фл}} = \frac{2\sigma_{rr}h_0}{r_0}. \quad (19)$$



Подставляя в уравнение (19) значение  $\sigma_{rr}$  из уравнения (7), получаем выражение для определения требуемого давления для деформирования фланца заготовки:

$$q_{\text{фл}} = 2,31 \sigma_s \frac{h_0}{r_0} \ln k, \quad (20)$$

где  $k = \frac{R_{oi}}{r_0}$ .

На рис. 4 приведена диаграмма изменения сопротивления фланца заготовки пластической деформации. Из диаграммы видно, что сопро-

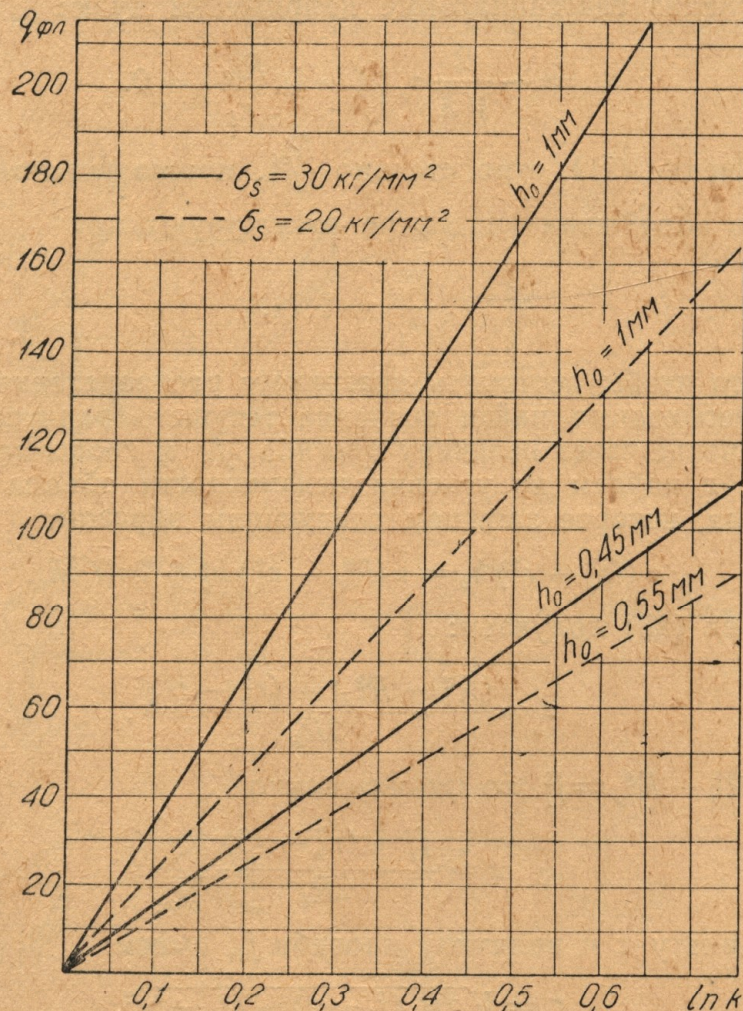


Рис. 4. Диаграмма изменения сопротивления фланца заготовки пластической деформации.

тивление фланца заготовки возрастает с увеличением ее толщины. С уменьшением текущего радиуса заготовки  $R_{oi}$  сопротивление фланца пластической деформации уменьшается.

В сферической части заготовки при ее деформировании возникают радиальные  $\sigma_{\lambda\lambda}$  и тангенциальные  $\sigma_{\theta\theta}$  напряжения. Распределение радиальных и тангенциальных напряжений по сфере также показано на рис. 2.

Радиальные напряжения  $\sigma_{\lambda\lambda}$  по всей сфере положительны и изменяются в пределах от

$$\sigma_{rr_{\text{max}}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_s \ln \frac{R_{oi}}{r_0}$$



на протяжном ребре матрицы до

$$\sigma_{\lambda\lambda} = \sigma_s \left[ 1 - 2 \ln \left( 1 + \frac{h_k}{R_k} \right) \right]$$

в центральной точке сферы.

Тангенциальные напряжения  $\sigma_{\theta\theta}$  в какой-то точке сферы меняют свой знак: с отрицательного у протяжного ребра матрицы на положительный в центре сферы. Таким образом, в какой-то точке сферы отсутствуют тангенциальные напряжения  $\sigma_{\theta\theta}$ . Эту точку можно найти, приравняв тангенциальные напряжения нулю:

$$\sigma_{\theta\theta} = -\frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_s \left( 1 - \ln \frac{R_{0i}}{r_i} \right) = 0. \quad (21)$$

Решая уравнение (21) относительно  $\frac{R_{0i}}{r_i}$ , можно установить, что тангенциальные напряжения на сфере отсутствуют при

$$\frac{R_{0i}}{r_i} = 2,74. \quad (22)$$

Для того чтобы построить диаграмму распределения напряжений по сфере, необходимо найти значение текущего радиуса  $r_i$ . Выразим его значение через величину прогиба  $f_i$  и координату  $z$  (рис. 1). Координату  $z$  найдем из условия неизменности объема деформируемого металла, которое запишем следующим образом:

$$\pi (R_0^2 - r^2) h_0 = \pi (R_{0i}^2 - r_i^2) h_0 + 2\pi R_i z h_0. \quad (23)$$

Из уравнения (23) получаем:

$$z = \frac{(R_0^2 - R_{0i}^2) + (r_0^2 - r^2)}{2R_i}, \quad (24)$$

а так как  $R_0^2 - R_{0i}^2 = f_i^2$ , то окончательно

$$z = \frac{f_i^2 + (r_0^2 - r^2)}{2R_i}. \quad (25)$$

Зная координату  $z$  и величину прогиба  $f_i$ , имеем:

$$r_i = \sqrt{2R_i(f_i - z) - (f_i - z)^2}. \quad (26)$$

Как видно из рис. 2, с увеличением прогиба точка, где тангенциальные напряжения равны нулю, смещается к центру сферы. Начиная с протяжного ребра матрицы до этой точки, на сферической части детали действуют сжимающие тангенциальные напряжения, величина которых с увеличением прогиба растет, что может привести к гофрообразованию. Центральная зона сферической части детали находится в условиях плоского растяжения.

Рассмотрим напряженное состояние центральной точки сферы (рис. 5а). В этой точке напряжения

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\lambda\lambda} = \sigma_s \left[ 1 - 2 \ln \left( 1 + \frac{h_k}{R_k} \right) \right] \cong \sigma_s \left[ 1 - 2 \frac{h_k}{R_k} \right]. \quad (27)$$

Изменение напряжений  $\sigma_{\theta\theta}$  и  $\sigma_{\lambda\lambda}$  по толщине заготовки определяются следующим образом:



на внутренней поверхности при  $h_k = h_l$  и  $R_k = R_{вн}$

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\lambda\lambda} = \sigma_s \left[ 1 - 2 \frac{h_l}{R_{вн}} \right];$$

на наружной поверхности при  $h_k = 0$  и  $R_k = R_{н}$

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\lambda\lambda} = \sigma_s.$$

Если отношение  $2 \frac{h_l}{R_{вн}} \ll 1$ , т. е. настолько мало, что им можно пренебречь, то считают, что напряжения по толщине заготовки

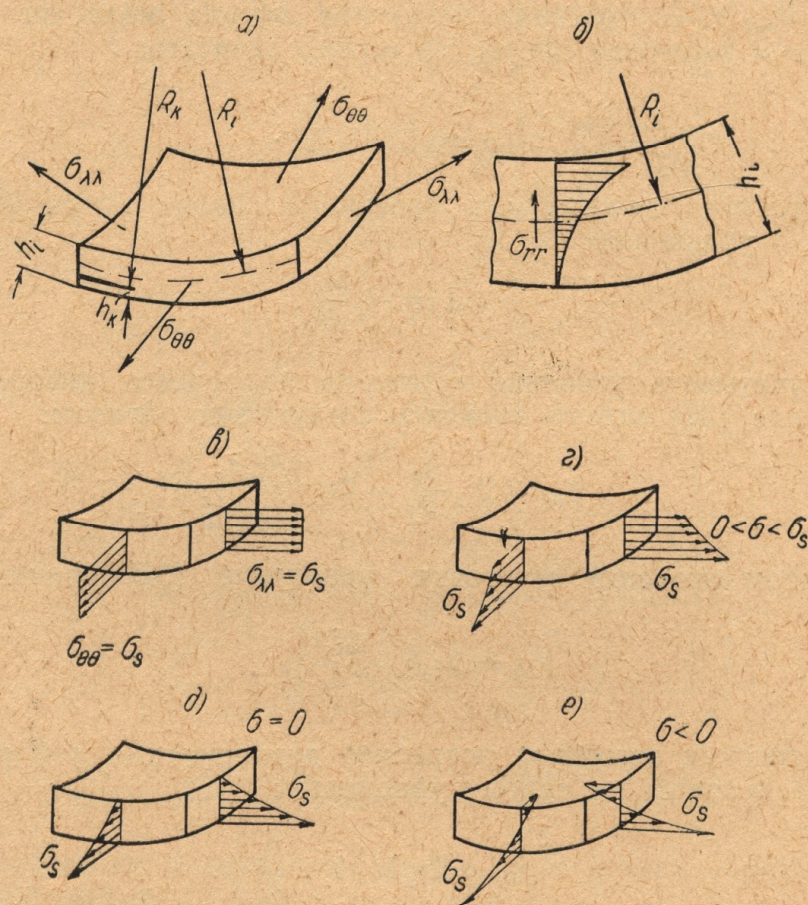


Рис. 5. Схема напряженного состояния центральной части сферы.

в центральной точке сферы (рис. 5 в) равны. В случае, когда  $2 \frac{h_l}{R_{вн}} < 1$ , напряжения на внутренней поверхности меньше, чем на наружной (рис. 5 г). При  $2 \frac{h_l}{R_{вн}} = 1$  напряжения на внутренней поверхности равны нулю (рис. 5 д), при  $2 \frac{h_l}{R_{вн}} > 1$  они будут отрицательными (рис. 5 е).

В центральной части сферы возникает еще и напряжение  $\sigma_{rr}$ , которое будет уравнивать и определять величину потребного давления для формoобразования сферы. Это напряжение распределяется



по толщине заготовки (рис. 5б) и направлено вдоль радиуса  $R_i$ . Величина его определяется уравнением:

$$\sigma_{rr} = -2\sigma_s \ln\left(\frac{R_k + h_k}{R_k}\right) \approx -2\sigma_s \frac{h_k}{R_k}. \quad (28)$$

При  $h_k = 0$  и  $R_k = R_n$

$$\sigma_{rr} = 0 \quad (29)$$

и при  $h_k = h_i$  и  $R_k = R_{вн}$

$$|\sigma_{rr}|_{\max} = 2\sigma_s \frac{h_i}{R_{вн}}. \quad (30)$$

Если  $h_i \ll R_{вн}$ , т. е. толщина заготовки весьма мала по сравнению с внутренним радиусом сферы, то можно записать:

$$|\sigma_{rr}|_{\max} = 2\sigma_s \frac{h_i}{R_i}. \quad (31)$$

Тогда требуемое давление для формообразования сферы будет определяться по уравнению:

$$q_{сф} = 2\sigma_s \frac{h_i}{R_i}. \quad (32)$$

Если не учитывать утонение заготовки в процессе деформирования, то уравнение (32) можно записать следующим образом:

$$q_{сф} = 2\sigma_s \frac{h_0}{R_i} = 2\sigma_s \frac{2f_i h_0}{r_0^2 + f_i^2}. \quad (33)$$

С учетом утонения заготовки уравнение (32) принимает такой вид:

$$q_{сф} = 2\sigma_s h_0 \frac{2f_i r_0^2}{r_0^2 + f_i^2}. \quad (34)$$

Для толстых заготовок требуемое давление для деформирования сферы определяется по такому уравнению:

$$q_{сф} = 2\sigma_s \ln\left(1 + \frac{h_i}{R_i}\right). \quad (35)$$

Общее сопротивление заготовки пластической деформации при формообразовании сферической детали будет складываться из сопротивлений фланца заготовки и сферической поверхности, т. е.

$$q = q_{фл} + q_{сф}. \quad (36)$$

Используя уравнения (20) и (32), получаем:

$$q = 2,31 \sigma_s \frac{h_i}{r_0} \ln \frac{R_{0i}}{r_0} + 2\sigma_s \frac{h_i}{R_i} = 2\sigma_s h_i \left(1,155 \frac{1}{r_0} \ln \frac{R_{0i}}{r_0} + \frac{1}{R_i}\right). \quad (37)$$

Подставляя значения  $R_i$  и  $R_{0i}$  из выражений (2) и (4) в уравнение (37), имеем:

$$q = 2\sigma_s h_i \left[1,155 \frac{1}{r_0} \ln \sqrt{h_0^2 - \left(\frac{f_i}{r_0}\right)^2} + \frac{2f_i}{r_0^2 + f_i^2}\right]. \quad (38)$$



Если деформирование заготовки протекает без значительного изменения ее толщины, т. е.  $h_i \approx h_0$ , то уравнение (38) можно записать так:

$$q = 2\sigma_s h_0 \left[ 1,155 \frac{1}{r_0} \ln \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{f_i}{r_0}\right)^2 + \frac{2f_i}{r_0^2 + f_i^2}} \right]. \quad (39)$$

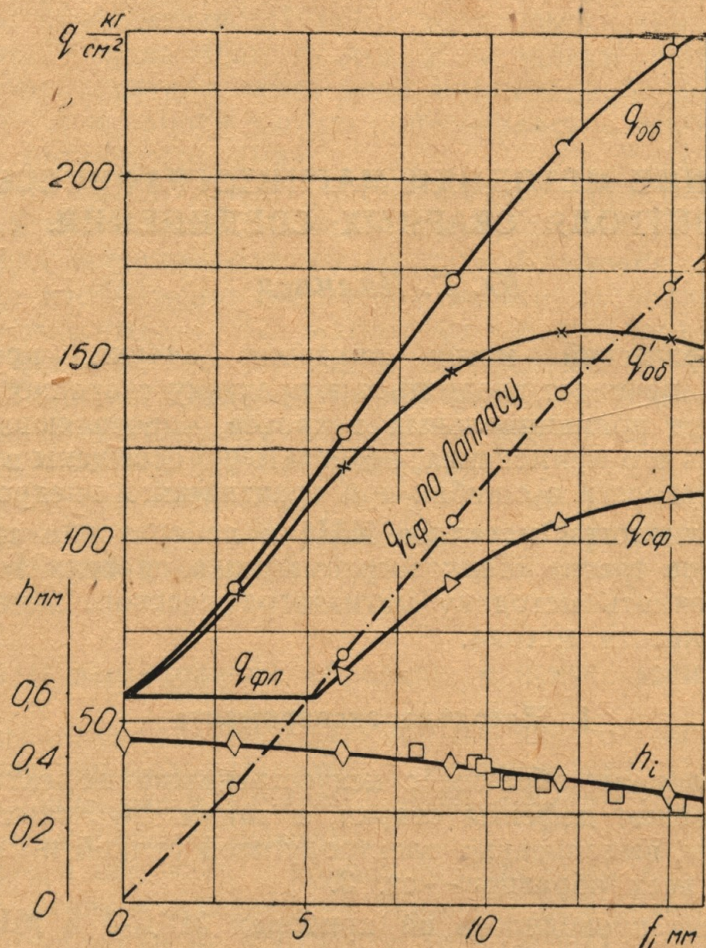


Рис. 6. Диаграмма потребных давлений для деформирования заготовки и изменения ее толщины.

При значительном изменении толщины заготовки уравнение (38) с учетом выражения (6) имеет такой вид:

$$q = 2\sigma_s h_0 \left[ 1,155 \frac{1}{r_0} \ln \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{f_i}{r_0}\right)^2 + \frac{2f_i}{r_0^2 + f_i^2}} \right] \frac{r_0^2}{r_0^2 + f_i^2}. \quad (40)$$

Результаты расчета потребных давлений для деформирования заготовок из латуни марки Л62 графически показаны на рис. 6.