

doi: 10.32620/oikit.2022.96.06

УДК 621.91:004.94

М. В. Паровченко, О. Г. Наризний

## Нова розрахункова методика моделювання стругання металу

*Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського  
«Харківський авіаційний інститут»*

Методи різання на машинобудівних підприємствах мають долю 50-70% усього об'єму механічної обробки деталей. Внаслідок цього, особливо з урахуванням використання нових матеріалів, нових режимів різання та нового обладнання, задачі різання з підвищення продуктивності, точності обробки, міцності та стійкості інструменту, ефективності обладнання будуть ще довгий час актуальними. В зв'язку з цим виникає потреба в методах дослідження процесів різання. Визнано, що експериментальний спосіб рішення задач різання майже вичерпав свої можливості, тому потрібно розвивати теоретичний підхід, який має два основні напрямки. Перший напрямок – це побудова аналітичних співвідношень, які описують взаємозв'язок параметрів різання та дозволяють розрахувати потрібні значення параметрів в кожному випадку, на основі узагальнення статистичних даних або на основі припущень. Другий напрямок передбачає формулювання та рішення задач різання на основі використання фундаментальних законів механіки деформованого твердого тіла. В цьому напрямку важливу роль відіграє метод скінченних елементів. В наш час використовуються три різновиди МСЕ для моделювання різання з відділенням стружки від деталі: метод Ейлера, метод Лагранжа та ALE (arbitrary Lagrangian-Eulerian). Кожен із різновидів має суттєві недоліки. Методи Ейлера та ALE потребують попереднього визначення форми тіла стружки та використовуються для розрахунків регулярних режимів різання. Метод Лагранжа потребує використання адаптивних мереж та «викидання» скінченних елементів, в яких здійснюються умови руйнування, що викликає порушення балансу маси та енергії. До того ж усі ці методи занадто трудомісткі. В наш час з'являються нові методи дискретизації диференціальних рівнянь, зокрема, SPH (smooth particle hydraulic), які вільні від вказаних недоліків. Цей метод потенційно вільний від вказаних недоліків. Він був використаний для рішення подібних задач. Стаття містить формулювання математичної задачі різання, опис розрахункової моделі, зокрема змішаної дискретизації МСЕ-SPH, а також результати.

**Ключові слова:** моделювання, стругання, мето скінченних елементів, метод SPH.

### Вступ

В колективному виданні [1] викладено сучасний стан теорії обробки різанням металів, основні проблеми практики та теорії, методи їх вирішення. Визначено, що методи різання (прямолінійного стругання, обточування, фрезерування, протягування, розсвердлювання) на машинобудівних підприємствах мають долю 50-70% усього об'єму механічної обробки. Тому, особливо з урахуванням використання нових матеріалів, нових режимів різання та нового обладнання, задачі підвищення продуктивності різання, точності обробки, міцності та стійкості інструменту, ефективності обладнання будуть ще довгий час актуальними.

В зв'язку з цим виникає потреба в дослідженнях процесів різання та методах дослідження процесів різання. Вказано на те, що експериментальний спосіб рішення задач різання майже вичерпав свої можливості, тому потрібно розвивати теоретичний підхід, який поділяється на два основні напрямки. Перший напрямок – це побудова аналітичних співвідношень, які описують

взаємозв'язок параметрів різання та дозволяють розрахувати потрібні значення параметрів в кожному випадку. Другий напрямок передбачає формулювання та рішення задач різання на основі використання фундаментальних законів механіки деформівного твердого тіла. Підкреслюється важлива роль методу скінченних елементів (МСЕ).

В наш час використовуються три напрямки МСЕ для моделювання відділення стружки від деталі: метод Ейлера, метод Лагранжа та ALE [2, 3].

Перший напрямок потребує попереднього визначення вільної поверхні стружки. Другий потребує використання адаптивних мереж та критерію руйнування і «викидає» скінченні елементи, в яких досягнута межа руйнування, внаслідок чого порушуються закони балансу маси та енергії. Третій, який комбінує парші два, потребує побудови форми стружки до початку розрахунку. Задача визначення форми стружки вирішується окремо чи то експериментально, чи розрахунковим ітераційним шляхом. Усі три підходи призначені для моделювання регулярного етапу різання.

В роботі [2] розглянута двовимірна модель різання, яка реалізована в середовищі пакету LS-DYNA. В [3] розглянута тривимірна модель, також ALE підхід та пакет ABAQUS. Слід додати, що пакет ABAQUS використовує розрахункове ядро LS-DYNA, внаслідок чого можливості моделювання за допомогою пакета ABAQUS вужчі, ніж у LS-DYNA.

В монографії [4] наведено критику параметричних аналітичних моделей різання статистичного та феноменологічного походження. Викладено загальну термомеханічну теорію моделей різання та процедуру дискретизації рівнянь моделі за методом скінченних елементів. Докладно описаний алгоритм вирішення задач утворення стружки за методом «викидання» руйнованих елементів, в яких досягається межа руйнування. Використовується пакет LS-DYNA. Дана характеристика інших пакетів.

В енциклопедії [5] наведено рівняння механіки деформівних твердих тіл, які дискретизуються за методом скінченних елементів.

В роботі [6] наведено змішану розрахункову модель, яка використовує МСЕ разом з SPH для моделювання техпроцеса свердління. Використовується пакет LS-DYNA.

Метод SPH [7] оснований на апроксимації полів напружено-деформованого стану (НДС) за допомогою функцій, заданих на локальних рухомих носіях. На відміну від МСЕ, де топологічна структура мережі вузлів незмінна, в SPH вузли можуть змінювати не тільки відносні відстані, але й «сусідів», тобто топологію мережі. За рахунок цієї властивості SPH моделі успішно описують дуже великі деформації одночасно з великими відносними переміщеннями, наприклад фрагментацію тіла з утворенням нових поверхонь.

В доповіді [8] розглянуто рішення задачі обточування з урахуванням перетворення роботи пластичної деформації в тепло. Використано змішану розрахункову модель, яка комбінує МСЕ разом з SPH для моделювання техпроцеса. Надана критика використання чистого МСЕ для задач різання. Використовується пакет LS-DYNA.

Пропонована стаття включає формулювання загальної задачі різання як задачі механіки деформівних твердих тіл, опис розрахункової моделі різання, побудованої для вирішення задачі різання в середовищі пакету LS-DYNA за допомогою змішаної дискретизації SPH-МСЕ. Наведені та обговорюються отримані результати за описаною методикою.

### 1. Математична модель процесу різання

В основі моделі лежать три фундаментальні закони механіки деформівного твердого тіла.

Закон балансу маси

$$\rho J = \rho_0, \quad (1)$$

де  $J = \det(F) = \det\left(\frac{\partial x_i}{\partial X_j}\right)$  – якобіан, функціональний визначник, що дорівнює

величині відносного об'єму в точці тіла,

$x_i, X_i, i = 1, 2, 3$  – Лагранжеві та Ейлерові координати точки,

$F$  – градієнт руху,

$\rho, \rho_0$  – густина матеріалу тіла в даний момент часу та на початку руху, відповідно.

Закон балансу енергії за умов адіабатичного та ізотермічного деформування

$$\rho_0 \dot{w} = \dot{F} \cdot \sigma, \quad (2)$$

де  $\dot{w}$  – потужність внутрішніх сил (швидкість зміни внутрішньої енергії),

$\dot{F}$  – швидкість градієнта руху,  $\sigma$  – тензор напруг. Справа позначено  $\cdot \cdot$  подвійна згортка добутку тензорів.

Закон балансу кількості руху в проекціях на осі ортогонального базису

$$\rho \ddot{u}_i = \rho f_i + \sum_j \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (3)$$

де  $u_i$  – проекції вектора переміщення,

$f_i$  – проекції вектора зовнішніх об'ємних сил,

$\sigma_{ij}$  – компоненти тензора напруг Коши.

Контактні умови визначають взаємодію тіл механічної системи-

$$\begin{aligned} \sigma^+ \cdot n = \sigma^- \cdot n = 0 \text{ при } (u^+ - u^-) \cdot n > 0, \\ (\sigma^+ - \sigma^-) \cdot n = 0 \text{ при } (u^+ - u^-) = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

де  $\sigma^+, \sigma^-$  – тензори напруг на поверхнях двох тіл,

$u^+, u^-$  – вектори переміщення на поверхні двох взаємодіючих тіл,

$n$  – вектор нормалі.

Граничні умови визначають стан на вільних поверхнях

– в переміщеннях

$$u = U, \quad (5)$$

– в напругах

$$\sigma \cdot n = P, \quad (6)$$

де  $U$  - заданий вектор переміщень поверхні як функція координат та часу,

$P$  - заданий вектор поверхневих напруг як функція координат та часу.

Початкові умови

$$u|_{t=0} = \dot{u}|_{t=0} = 0. \quad (7)$$

Матеріальні моделі технологічної системи:

- фреза виконана з абсолютно твердого матеріалу;
- деталь виконана з лінійно-пружного пластичного матеріалу з лінійним деформаційним зміцненням.

Умова руйнування – при досягненні заданої величини пластичної деформації  $e_{pl}$  в точці деталі вона починає вільний рух. В деталі утворюється порожнина в області, де здійснилось руйнування.

## 2. Параметри розрахункової моделі

На рис. 1,а зображено деталь 2 у вигляді прямокутного паралелепіпеда та різець 1 (розміри в мм). На початку процесу різуча кромка різця нижче верхньої грані деталі (на 0,2 або 0,5 мм) і віддалена від деталі на 0,1 мм вздовж

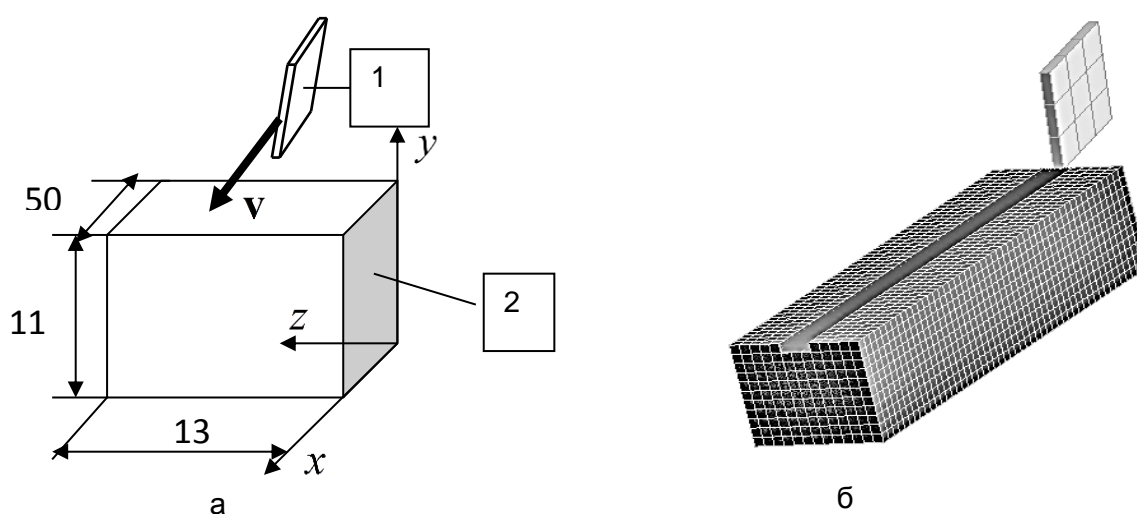


Рис.1. Схема (а) та дискретизація системи (б)

осі  $z$ .

На рис. 1, б зображено множість скінченних елементів та SPH частинок, які використані для дискретизації елементів технологічної системи. Для дискретизації різця використано 9 шестигранних скінчених елементів. Для дискретизації деталі використано змішаний спосіб. Вздовж лінії різання використана рівномірна мережа SPH частинок; вздовж осі  $x$  200 рядків, вздовж осі  $y$  10 рядків та вздовж осі  $z$  10 рядків, загалом 20000 частинок.

Для різця використано матеріал RIGID, густина  $\rho=7800$  кг/м<sup>3</sup>, модуль Юнга  $E=2 \times 10^{11}$  Па, коефіцієнт Пуасона  $\nu=0,3$ . Для деталі матеріал PLASTIC\_KINEMATIC, густина  $\rho=7800$  кг/м<sup>3</sup>, модуль Юнга  $E=2 \times 10^{11}$  Па, коефіцієнт Пуасона  $\nu=0,3$ , початкова межа пластичності  $\sigma_0 = 2 \times 10^8$  Па, модуль зміцнення  $\eta=2 \times 10^9$  Па, критерій руйнування  $e_{pl} = 0.3$  або 1.5.

Контактний інтерфейс між різцем та SPH частинками CONTACT AUTOMATIC NODE TO SURFACE. Контактний інтерфейс зчеплення між скінченними елементами та SPH частинками CONTACT TIED NODES TO SURFACE OFFSET.

Вузли на нижній поверхні деталі нерухомі, різець рухається поступово вздовж осі  $x$  із постійною швидкістю  $v = 10$  м/с.

Початкові умови На початку процесу усі елементи нерухомі, їхній стан зображений на рис. 1, а.

### 3. Результати

На рис. 2 зображено картину розподілу пластичних деформацій на регулярному етапі процесу різання (критерій руйнування  $\epsilon_{pl}=0.3$ , заглиблення різця  $\Delta=0.2$  мм ).

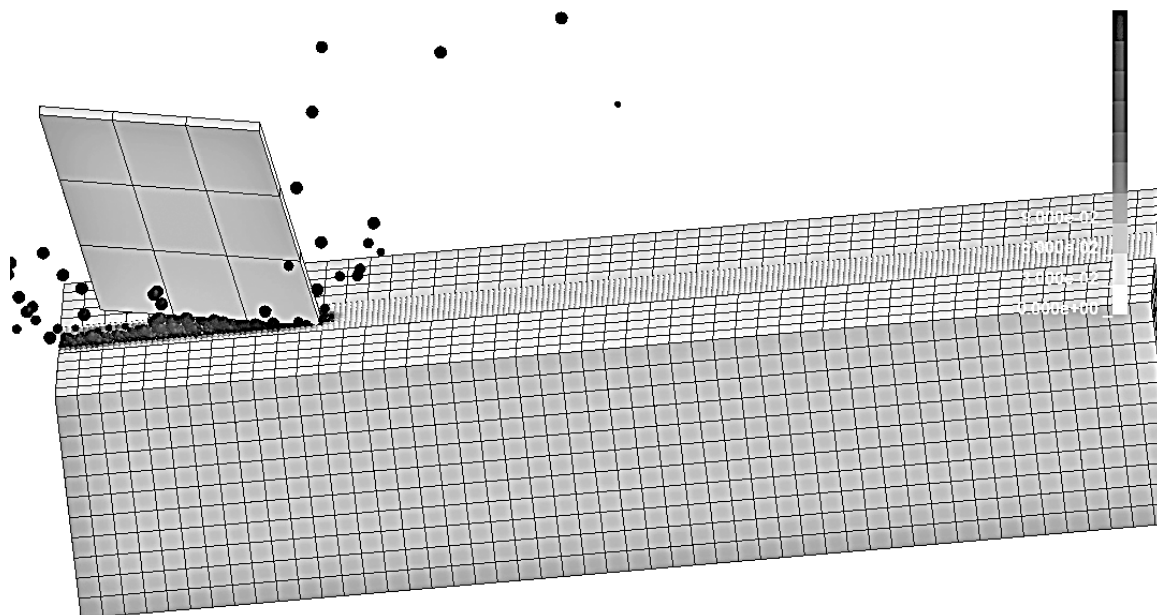


Рис.2. Система в процесі різання

Поле пластичних деформацій зосереджено в області, яка була апроксимована SPH частинками. Очаг пластичної деформації в деталі розміщений біля ріжучої кромки різця. Самі частинки зображені кульками, розмір та колір яких відображує величину пластичної деформації. Шкала для оцінки величини наведена справа.

Видно, що максимальні величини пластичної деформації дорівнюють критерію руйнування і усі SPH частинки, що відділились від деталі, мають максимальну величину деформації. Особливістю SPH апроксимації є мала дистанція взаємодії частинок, тому коли вони відділились після руйнування деталі, то подовжують вільний рух незалежно одне від одного. Сукупність цих SPH частинок по масі дорівнює стружці і разом вони імітують стружку у вигляді «хмаринки», а не компактного тіла. На відміну від MСE з «викиданням» скінченних елементів виконуються закони збереження маси та енергії, що є перевагою цього підходу.

На рис. 3 зображено залежність трьох проекцій сили різання на осі  $x$ ,  $y$ , та  $z$  (рис. 1) від часу. Ці сили розраховуються шляхом інтегрування напруг контактної взаємодії між різцем та деталлю в процесі різання.

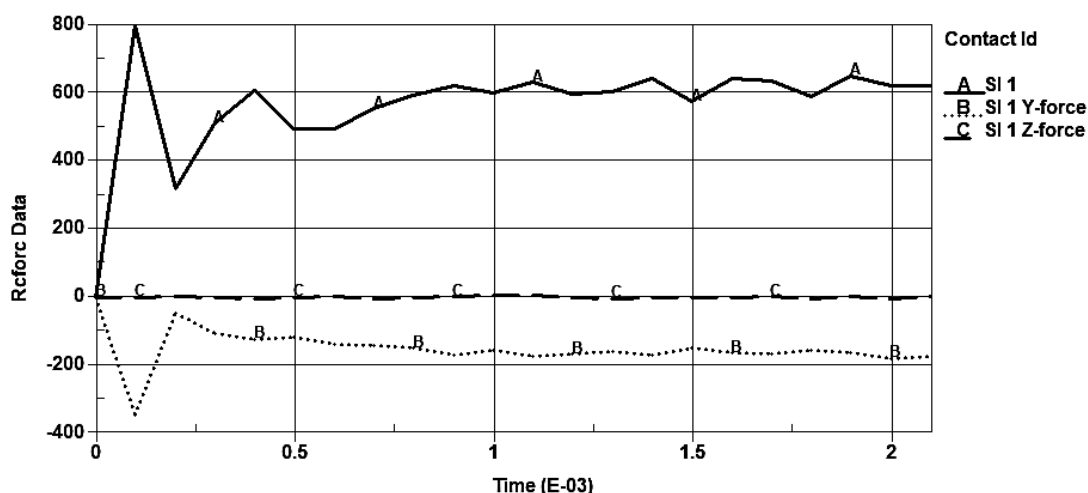


Рис. 3. Залежність проекцій сили різання від часу

Суцільна лінія зображує поздовжню силу  $F_x$ , точками зображено вертикальну проекцію  $F_y$ , а пунктиром – бокову силу  $F_z$ , яка в даному масштабі майже відсутня. На графіках можна виділити початковий етап, коли сили мають коливальний характер та досягають своїх найбільших значень, а також рівномірний етап, коли коливання мають незначну величину і визначаються коливаннями деталі.

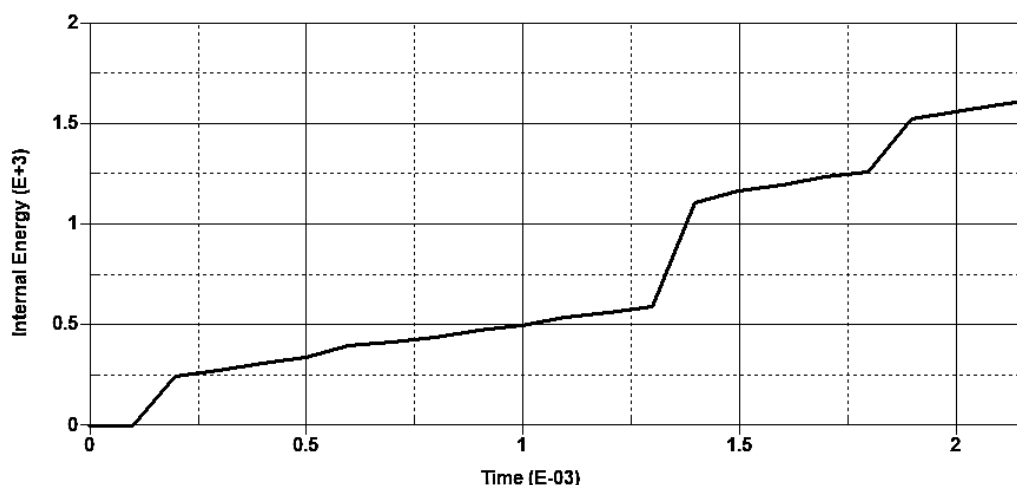


Рис.4. Залежність потрібної роботи різання від часу

Серед усіх сил найбільші величини мають поздовжні сили  $F_x$ , на початковому етапі 800 Н, а на рівномірному близько 600 Н.

На рис. 4. зображено залежність потрібної роботи різання від часу. Ця робота розраховується як внутрішня енергія, яка складається з роботи пластичної та пружної деформації. В цій сумі робота пружної деформації має долю не більше 1%.

На початку робота дорівнює нулю, це пояснюється вільним рухом різця і відсутністю взаємодії його з деталлю. Потім видно стрибок, який пояснюється ударом різця по деталі. Далі видно три етапи рівномірного росту, що відповідає постійній швидкості руху різця та постійній силі різання. Також спостерігаються

два стрибки, що пояснюється коливаннями деталі назустріч руху різця. Ці стрибки дають значний ріст роботі різання.

На рис. 5 зображено залежність найбільшої сили різання, поздовжньої  $F_x$ , від часу при інших параметрах різання. Суцільна (пунктирна) крива відповідає

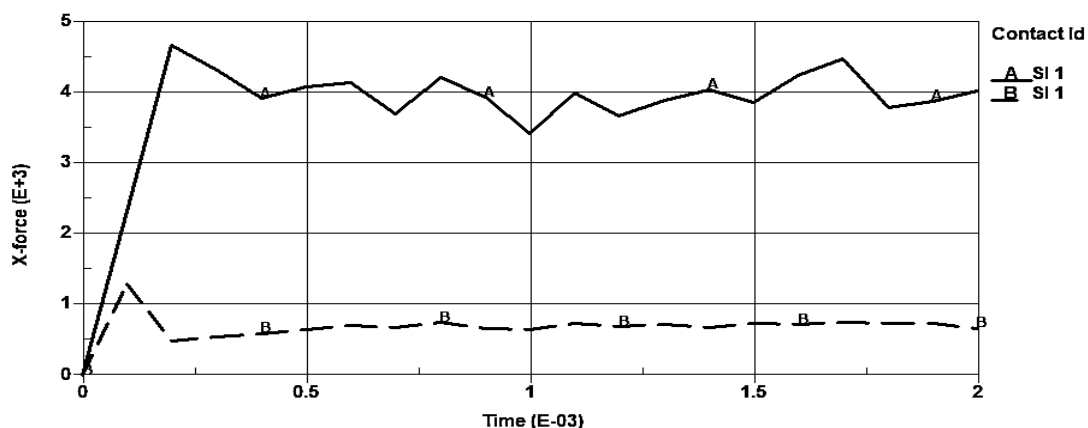


Рис. 5. Залежність поздовжньої сили різання при зміні параметрів параметру руйнування  $e_{pl}=1.5$  ( $e_{pl}=0,3$ ) та заглибленню різця  $\Delta=0.2$  мм ( $\Delta=0.5$  мм).

В обох випадках загальний характер залежності на змінився, виділяються два етапи, початковий та регулярний. Але величини сил в обох випадках значно збільшились, особливо в другому випадку.

На рис. 6 показано залежність роботи різання від параметрів різання у вищезазначених випадках

Суцільна крива відповідає параметрам різання  $e_{pl}=1.5$  та  $\Delta=0.2$  мм, пунктирна –  $e_{pl}=0,3$  та  $\Delta=0.5$  мм.

В обох випадках загальний характер залежності на змінився, але величини сил в обох випадках значно збільшились, особливо в другому випадку при зміні критерія руйнування.

### Висновки

Розроблено методика комп'ютерного чисельного дослідження техпроцеса різання, яка об'єднує два методи дискретизації – MCE та SPH.

Методика дозволяє одночасно визначати НДС деталі та утворення

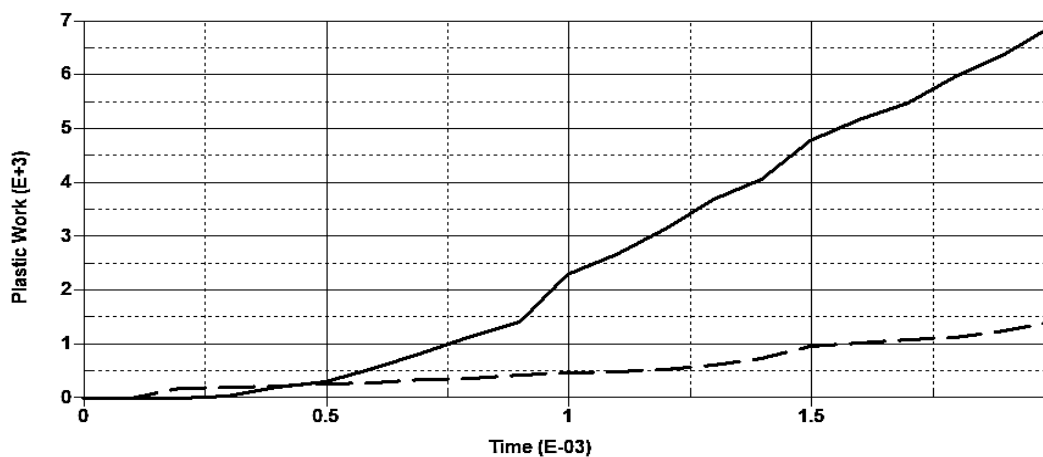


Рис.6. Залежність роботи різання при зміні параметрів різання

стружки за критерієм руйнування.

Методика може бути розповсюджена на інші схеми обробки з утворенням стружки, наприклад, фрезерування.

Методика не дозволяє виявити форму та розміри стружки під час різання, що пов'язано з особливостями SPH методу дискретизації. Проте техпроцес призначений для виготовлення деталі, а не стружки.

Використання SPH дозволяє єдино моделювати усі етапи техпроцеса – початковий, постійний та завершальний.

Отримані результати розрахунків, зокрема сил різання, моментів та роботи різання, можна використовувати для обґрунтування вибору обладнання та інструменту.

Виявлена залежність результатів від величини критерія руйнування та глибини різання. Можливе використання інших критеріїв руйнування, наприклад, інтенсивність напруг, найбільші напруження зсуву, або комбінації критеріїв.

Модель та методика дозволяють дослідити залежності сил різання та моментів від різних параметрів, які визначають механічні та геометричні властивості як деталі, так і інструменту. Можливе використання інших пружно-пластичних та пружно-в'язкопластичних математичних моделей матеріалу, в тому числі з залежністю від температури, наприклад, Джонсона-Кука.

Залежність результатів від значень параметрів дозволяє обґрунтувати адекватність моделі та точність розрахунків шляхом порівняння моделювання з експериментом.

Залежність результатів від значень параметрів дозволяє оптимізувати техпроцес обробки за рахунок параметричної оптимізації з використанням комп'ютерних розрахунків.

Модель та методику можна поширювати в кількох напрямках. Термомеханічна модель враховує перетворення роботи пластичної деформації в тепло, а через те- утворення теплових деформацій, температурну залежність параметрів матеріалу. Деформівна модель інструмента додволяє розглянути питання міцності та коливаний інструмента під впливом взаємодії з деталлю.

### Список літератури

1. Мазур, М. П. Основи теорії різання матеріалів : підручник [для вищ. навч. закладів] / М. П. Мазур, Ю. М. Внуков, А. І. Грабченко, В. Л. Доброскок, В. О. Залога, Ю. К. Новосьолов, Ф. Я. Якубов ; під заг. ред. М. П. Мазура. – 3-е вид. перероб. і доп. – Львів : Новий Світ-2000, 2020. – 471 с.

2. Arrazola, P. J. Finite Element Modeling of Chip Formation Process with ABAQUS/Explicite 6.3. / P. J. Arrazola, D. Ugarte, J. Montoya, A. Villar, S. Marya // VIII International Conference on Computational Plasticity COMPLAS VIII, E. Onate and D.R.J. Owen (Eds), CIMNE, Barcelona, 2005. – p. 1 – 4.

3. Özel T. Finite Element Modeling of Stresses Induced by High Speed Machining with Round Edge Cutting Tools / T. Özel, E. Zeren // Proceedings of IMECE'05 2005 ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition Orlando, Florida, November 5-11, 2005, – 10 p.

4. Криворучко, Д. В. Моделирование процессов резания методом конечных элементов: методологические основы: монография / Д. В. Криворучко, В. А. Залога; под. общ. ред. В. А. Залого. – Сумы: Университетская книга, 2012. – 496 с.



5. Donea, J. Arbitrary Lagrangian-Eulerian methods. Encyclopedia of Computational Mechanics. Edited by Erwin Stein, René de Borst and Thomas J. R. Hughes. Volume 1: Fundamentals / J. Donea, A. Huerta, J.-Ph. Ponthot, A. Rodriguez-Ferran John Wiley & Sons, Ltd2004. –p. 1-38.
6. Gyliene V. Drilling process modeling using LS-DYNA / V. Gyliene, V. Jstascevicins, M. Ubertas // 9-th European LS-DYNA Conference, 2013. –p. 1-7.
7. Hallquist J. LS-DYNA Theory Manual / J. Hallquist. –Livermor: LSTC, 2006. – 680 p.
8. Villumsen, M. F. Simulation of Metal Cutting using Smooth Particle Hydrodynamics / M. F. Villumsen, N. G. Fauerholdt // LS-DYNA Anwenderforum, Bamberg, 2008. –p. 1-20.

### References

1. Mazur, M. P. Osnovy` teoriiy rizannya materialiv: pidruchny`k (dlya vy`shh. navch. zakladyv)/M. P. Mazur, Yu. M. Vnukov, A.I. Grabchenko, V.L. Dobroskok, V.O. Zaloga, Yu.K. Novos`olov, F.Ya. Yakubov; pid zag. red. M.P. Mazura. - 3-e vy`d. pererob. i dop. - L`viv: Novy`j svit-2000, 2020.- 471 s.
2. Arrazola, P. J. Finite Element Modeling of Chip Formation Process with ABAQUS/Explicite 6.3. / P. J. Arrazola, D. Ugarte, J. Montoya, A. Villar, S. Marya // VIII International Conference on Computational Plasticity COMPLAS VIII, E. Onate and D.R.J. Owen (Eds), CIMNE, Barcelona, 2005. – p. 1 – 4.
3. Özel T. Finite Element Modeling of Stresses Induced by High Speed Machining with Round Edge Cutting Tools / T. Özel, E. Zeren // Proceedings of IMECE'05 2005 ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition Orlando, Florida, November 5-11, 2005, – 10 p.
4. Krivoruchko, D. V. Modelirovanie processov rezanija metodom konechnykh jelementov: metodologicheskie osnovy: monografija / D. V. Krivoruchko, V. A. Zaloga; pod. obshh. red. V. A. Zalogi. – Sumy: Universitetskaja kniga, 2012. – 496 s.
5. Donea, J. Arbitrary Lagrangian-Eulerian methods. Encyclopedia of Computational Mechanics. Edited by Erwin Stein, René de Borst and Thomas J.R. Hughes. Volume 1: Fundamentals / J. Donea, A. Huerta, J.-Ph. Ponthot, A. Rodriguez-Ferran John Wiley & Sons, Ltd2004. –p. 1-38.
6. Gyliene, V. Drilling process modeling using LS-DYNA / V. Gyliene, V. Jstascevicins, M. Ubertas // 9-th European LS-DYNA Conference, 2013. –p. 1-7.
7. Hallquist J. LS-DYNA Theory Manual / J. Hallquist. –Livermor: LSTC, 2006. – 680 p.
8. Villumsen, M. F. Simulation of Metal Cutting using Smooth Particle Hydrodynamics / M. F. Villumsen, N. G. Fauerholdt // LS-DYNA Anwenderforum, Bamberg, 2008. –p. 1-20.

Поступила в редакцию 15.12.2022, рассмотрена на редколлегии 15.12.2022

## Новая расчетная методика моделирования строгания металла

Методы резания на машиностроительных предприятиях имеют долю 50-70% общего объема механической обработки деталей. Вследствие этого, особенно с учетом использования новых материалов, новых режимов резания и

нового обладнання, задачі резання по підвищенню продуктивності, точності обробки, міцності і стійкості інструмента, ефективності обладнання будуть ще довго актуальними. В зв'язі з цим виникає потреба в методах дослідження процесів резання. Признано, що експериментальний спосіб рішення задач резання майже виснажив свої можливості, тому потрібно розвивати теоретичний підхід, який має два основних напрямки. Перший напрямок – це побудова аналітичних співвідношень, які описують взаємозв'язок параметрів резання і дозволяють розрахувати потрібні значення параметрів в кожному випадку, на основі узагальнення статистичних даних або на основі припущень. Другий напрямок передбачає формулювання і рішення задач резання на основі використання фундаментальних законів механіки деформованого твердого тіла. В цьому напрямку важливу роль грає метод скінченних елементів. В наше час використовуються три різновиди МКЕ для моделювання резання з відокремлення стружки від деталі: метод Ейлера, метод Лагранжа і ALE (arbitrary Lagrangian - Eulerian). Кожен з різновидів має суттєві недоліки. Методи Ейлера і ALE вимагають попереднього визначення форми тіла стружки і використовуються для розрахунків регулярних режимів резання. Метод Лагранжа вимагає використання адаптивних сіток і "викидання" скінченних елементів, в яких виконуються умови руйнування, що викликає порушення балансу маси і енергії. Крім того всі ці методи надто трудомісткі. В наше час з'являються нові методи дискретизації дифференціальних рівнянь, зокрема, SPH (smooth particle hydraulic), які вільні від вказаних недоліків. Цей метод потенційно вільний від вказаних недоліків. Він був використаний для рішення подібних задач. Стаття містить формулювання математичної задачі резання, опис розрахункової моделі, зокрема змішаної дискретизації МКЕ- SPH, а також результати.

**Ключевые слова:** моделювання, строгання, метод скінченних елементів, метод SPH.

## **New computational simulation technique metal planning**

Cutting methods on machine-building enterprises have a stake of 50-70% of machining total volume. Hereupon, especially taking into account the use of new materials, new modes of cutting and new equipment, cutting tasks on the increase of the productivity, part processing accuracy, durability and strength of instrument, efficiency of equipment will be yet long time actual. In this connection there is a requirement in the methods of research of cutting processes. It is confessed that the experimental method of decision of cutting tasks almost exhausted the possibilities, that is why it is needed to develop theoretical approach that has two basic directions. The first direction is a-the construction of analytical correlations that describe relationship of cutting parameters and allow to expect the necessary values of parameters in every case, on the basis of generalization of statistical data or on the basis of suppositions. The second direction envisages formulation and decision of tasks of cutting on the basis of the use of fundamental laws of mechanics of the deformed solid. In this direction an important role is played by the method of finite elements. In our time three varieties of FEM are used for the simulation of cutting

with dissociating of chip from a detail: method of Euler, method of Lagrange and ALE (arbitrary Lagrangian- Eulerian). Each of varieties has substantial disadvantages. The methods of Euler and ALE need preliminary determination of form of body of chip and used for the calculations of the regular modes of cutting. The method of Lagrange needs the use of adaptive nets and "throwing" out of erosion elements, that causes violation of balance of mass and energy are executed in that. Besides all these methods have too high cost The new methods of discretization of differential equalizations appear in our time, in particular, SPH (smooth particle hydraulic), that is free of the indicated defects. This method is potentially free of the indicated defects. It was used for the decision of similar tasks. The article contains mathematical problem of cutting definition, description of calculation model, discretization of FEM-SPH mixed in particular, and also results.

**Keywords:** simulation, planning, finite element method, SPH method.

#### **Відомості про авторів:**

**Паровченко Микола Володимирович** – магістр Національного аерокосмічного університету ім. М.Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут», Харків, Україна, ел. пошта: [m.v.parovchenko@student.khai.edu](mailto:m.v.parovchenko@student.khai.edu), тел. 0661260189.

**Нарижний Олександр Георгійович** – доцент, канд. техн. наук, доцент кафедри теоретичної механіки, машинознавства та роботомеханічних систем Національного аерокосмічного університету ім. М.Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут», Харків, Україна, ел. пошта: [o.naryzhniy@khai.edu](mailto:o.naryzhniy@khai.edu), тел. 0504029750, ORCID: 0000-0002-5379-1964.

#### **About the Autors:**

**Parovchenko Mykola** – magistr, National Aerospace University named after N.E. Zhukovsky "Kharkov Aviation Institut", Kharkov, Ukrain, e-mail: [m.v.parovchenko@student.khai.edu](mailto:m.v.parovchenko@student.khai.edu), Phone 0661260189.

**Naryzhniy Oleksandr** – assistant professor, Candidate of Technical Sciences, assistant professor of theoretical mechanics, machinery design and robotics systems department, National Aerospace University named after N.E. Zhukovsky "Kharkov Aviation Institut", Kharkov, Ukrain, e-mail: [o.naryzhniy@khai.edu](mailto:o.naryzhniy@khai.edu), Phone 0504029750, ORCID: 0000-0002-5379-1964.