

УДК 629.7.018.74

А.В. Бетин, канд. техн. наук,  
В.О. Черановский

## КРИТЕРИЙ ПОЛУЧЕНИЯ ДОСТОВЕРНЫХ ДАННЫХ О ЛЕТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ САМОЛЕТА НА ЕГО ЧАСТИЧНО НЕПОДОБНОЙ СВОБОДНОЛЕТАЮЩЕЙ МОДЕЛИ

Не исключена ситуация, когда после правильного проектирования и последующего изготовления свободнолетающей динамически подобной модели (СДПМ) доводка ее параметров все же не принесет ожидаемых результатов, т.е. значения параметров модели будут иметь определенные отклонения от значений требуемых по подобию. Это касается не только основных, но и любых других параметров СДПМ.

Возможно ли использование такой модели, необходимо ли строить другую модель или вообще следует отказаться от проведения летных исследований на СДПМ? Конечно, принимают все имеющиеся меры для уменьшения отклонений критических параметров существующей СДПМ. Принесут планируемые меры какой-либо результат или нет — необходимо доказательство возможности получения достоверных результатов летных исследований на частично неподобной свободнолетающей модели.

Оценку степени подобия на стадии подготовки к модельным летным исследованиям проводят путем сравнения поведения реальной и эталонной СДПМ, у которой все параметры и законы управления подобны натурному летательному аппарату (ЛА). Для этого используют методы численного моделирования и известный в теории автоматического управления математический аппарат исследования качества системы автоматического управления (САУ).

Необходимым требованием, определяющим возможность использования САУ, является устойчивость. Если к системе САУ-Объект управления приложить воздействие любого вида (внешнее возмущающее или управляющее), то в ней возникнет переходный процесс. Когда состояние объекта управления характеризуется одной выходной величиной, то переходный процесс называют одномерным. При  $m$  выходных величинах процесс будет  $m$ -мерным (или многомерным).

После окончания переходного процесса устойчивая система переходит в установившееся состояние, при котором характер

управляющих и возмущающих воздействий остается неизменным.

Устойчивость определяют с помощью специальных критериев. Применив тот или иной критерий устойчивости, можно определить работоспособность системы. Однако, если даже данная система имеет необходимые запасы устойчивости, это не означает, что она полностью соответствует поставленным требованиям, так как она может иметь недостаточную точность или, например, малое быстродействие. Следовательно, устойчивость является необходимым, но недостаточным требованием, определяющим возможность использования САУ.

Существует большое число показателей и оценок качества САУ. Все они могут быть разбиты на следующие группы [1]:

1. Использующие для оценки качества величину ошибки в различных типовых режимах.
2. Определяющие запас устойчивости.
3. Базирующиеся на оценке быстродействия САУ.
4. Использующие обобщенные (интегральные) свойства САУ, т.е. сразу несколько групп критериев.

Эталонная СДПМ моделирует поведение натурного ЛА с подобными показателями качества. Реальная же – может иметь отличные значения аналогичных показателей. Оценка степени подобия при моделировании на эталонной и реальной СДПМ требует как можно более полного соответствия между численным значением показателя (или показателей) качества и видом переходных процессов выходных величин, определяющих состояние моделей.

В полете СДПМ испытывает влияние различных внешних возмущающих и управляющих воздействий. Естественно, что исследовать систему САУ СДПМ-СДПМ на всю совокупность действующих возмущений невозможно и нецелесообразно. Поэтому на стадии подготовки к летным исследованиям проводят численное моделирование поведения СДПМ при типовом воздействии (которое не должно приводить к неустановившемуся движению аппарата). Это воздействие может быть любого вида. Но чтобы создать единообразие в оценке показателя качества САУ, принято рассматривать переходный процесс как реакцию системы САУ СДПМ-СДПМ на единичное ступенчатое воздействие.

Такое скачкообразное изменение внешнего или управляющего воздействия, во-первых, создает наиболее тяжелые условия для работы САУ и, во-вторых, позволяет приближенно оценить переход-

ный процесс при различных видах воздействий (для чего реальное воздействие представляют в виде суммы единичных ступенчатых воздействий в продольном и боковом каналах управления).

Сравнивая поведение реальной и эталонной СДПМ при численном моделировании отдают предпочтение четвертой группе показателей качества в виде интегральных оценок [1]

$$\begin{aligned}
 I_0 &= \int_0^{\infty} [x(t) - x_{\infty}]^2 \cdot dt ; \\
 I_1 &= \int_0^{\infty} \left\{ [x(t) - x_{\infty}]^2 + \tau_1^2 \cdot \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 \right\} \cdot dt ; \\
 I_n &= \int_0^{\infty} \left\{ [x(t) - x_{\infty}]^2 + \tau_1^2 \cdot \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 + \right. \\
 &\quad \left. + \tau_2^4 \cdot \left( \frac{d^2x}{dt^2} \right)^2 + \dots + \tau_n^{2n} \cdot \left( \frac{d^n x}{dt^n} \right)^2 \right\} \cdot dt .
 \end{aligned} \tag{1}$$

где  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$  – постоянные величины, имеющие размерность времени.

Интегральные оценки качества (1) являются обобщенными показателями, позволяющими по переходной динамической составляющей ошибки системы  $\epsilon = x(t) - x_{\infty}$  (причем,  $\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{dx}{dt}$ , т.к.  $x_{\infty} = \text{const}$ ) исследовать характер протекания переходного процесса. Если значения интегральных оценок качества САУ для реальной и эталонной СДПМ не отличаются более чем на  $\pm 5\%$  (по аналогии с затуханием переходного процесса), то можно говорить о том, что поведение обеих моделей при одинаковом внешнем воздействии отличается незначительно.

Заключение о возможности получения достоверных данных о летных характеристиках самолета на его частично неподобной свободнолетающей модели делают на основании:

1. Численного моделирования, при котором определяют и сравнивают расчетные значения интегральных оценок качества САУ реальной и эталонной СДПМ (полученные по результатам интегрирования на ЭВМ уравнений математической модели движения СДПМ при типовых единичных воздействиях).

2. Проведения летных испытаний СДПМ, с определением фактического вида  $n$ -мерного переходного процесса при типовых единичных воздействиях (как и в случае численного моделирования), рас-

четом и сравнением интегральных оценок качества САУ реальной СДМ по полетным данным и эталонной - по расчетным значениям численного моделирования.

Из описания работ видно, что при осуществлении численного моделирования и проведения летных испытаний СДМ используют один и тот же математический аппарат расчета и сравнения оценок качества. Отличие состоит лишь в способе получения параметров  $m$ -мерного переходного процесса реальной СДМ.

Расчету параметров  $m$ -мерного переходного процесса для ЛА с системой управления посвящен целый ряд теоретических исследований и программных реализаций. Это освобождает от необходимости записи известных, но громоздких полных уравнений математической модели движения ЛА и описании алгоритма их интегрирования на ЭВМ.

Заметим только, что при решении рассматриваемой задачи, интересующими нас входными величинами являются типовые единичные воздействия в продольном (например, ступенчатым изменением угла  $\delta_{r.v.m}$  отклонения руля высоты) и боковом (например, ступенчатым изменением угла  $\delta_{r.n.m}$  отклонения руля направления) каналах управления СДМ. Исходное состояние модели - установившийся горизонтальный полет, соответствующий начальной паре  $(V_m, H_m)$  ее скоростей и высот полета.

Количество пар  $(V_m, H_m)$  определяют исходя из вида той области режимов полета натурного ЛА, которая поддается моделированию на СДМ и необходимой целесообразности проведения исследований в конкретных ограничивающих и промежуточных точках области режимов полета модели.

Для конкретного единичного воздействия и значениям одной из начальных пар  $(V_m, H_m)$  по формулам (1) находят  $k \times m$  ( $k = n + 1$ ) интегральных оценок качества, которые можно записать матрицей интегральных оценок качества САУ СДМ в следующем виде:

$$\begin{bmatrix} I_m \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} I_{11} & I_{12} & \dots & I_{1m} \\ I_{21} & I_{22} & \dots & I_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ I_{k1} & I_{k2} & \dots & I_{km} \end{pmatrix} = [I_{ij}] \quad (2)$$

где  $I_{ij}$  - элемент матрицы  $[I_{ij}]$ .

При рассмотрении  $r$  единичных воздействий в  $r$  точках исследуемой области режимов полета, на основании матриц интегральных

оценок (2) для значения конкретного типа единичного воздействия и значениям одной из начальных пар  $(V_m, H_m)$ , можно получить общую матрицу  $[I_n^{общ}]$  интегральных оценок качества САУ СДПМ. Размер матрицы  $[I_n^{общ}]$  -  $k \times m \times p \times r$ , а ее элемент -  $I_{ijuv}$ .

Оперировать с матрицами  $[I_{pr}^{общ}]$  и  $[I_{pe}^{общ}]$  реальной и эталонной СДПМ неудобно, т.к. ее элементы имеют разную размерность. Единственный путь - выполнить совместные преобразования матриц таким образом, чтобы элементы новой матрицы были безразмерны, т.е. образовали безразмерное метрическое пространство [2].

Такой матрицей может быть матрица  $[\delta I_n^{общ}]$ , составленная из элементов, являющихся относительными погрешностями интегральных оценок. Значение каждого элемента матрицы  $[\delta I_n^{общ}]$  находят по следующей формуле:

$$\delta I_{ijuv} = \frac{I_{ijuv}^e - I_{ijuv}^p}{I_{ijuv}^p}, \quad (3)$$

где  $I_{ijuv}^e$ ,  $I_{ijuv}^p$  - элементы матриц  $[I_{pe}^{общ}]$ ,  $[I_{pr}^{общ}]$  интегральных оценок качества для эталонной и реальной СДПМ.

Найдем норму матрицы  $[\delta I_n^{общ}]$  в виде [2]

$$\left\| \delta I_n^{общ} \right\| = \max_{ijuv} |\delta I_{ijuv}|. \quad (4)$$

Если норма

$$\left\| \delta I_n^{общ} \right\| \leq 0,05, \quad (5)$$

то, как установлено выше, можно говорить о возможности получения достоверных результатов летных исследований на частично неподобной свободнолетающей модели. Равенство нулю нормы  $\left\| \delta I_n^{общ} \right\|$  равносильно случаю полного совпадения параметров движения реальной и эталонной СДПМ.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Красовский А.А. и др. Справочник по теории автоматического управления.- М.: Наука, 1987. - 712 с.
2. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. - М.: Наука, 1970. - 664 с.